THÈSE

PRÉSENTÉE À

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX 1

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

par

Audrey RIZZO
Ingénieur ENSEIRB

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : AUTOMATIQUE

L'approche CRONE dans le domaine des architectures complexes des suspensions de véhicules automobiles :

la suspension CRONE Hydractive

Soutenue le 19/07/2012

Après avis de : MM.

Michel BASSET Professeur à l'Université de Haute-Alsace, Mulhouse		*Rapporteurs*
Olivier SENAME Professeur à l'Institut Polytechnique de Grenoble		

Devant la Commission d'examen formée de Messieurs :

Michel BASSET,	Professeur à l'Université de Haute-Alsace, Mulhouse	*Rapporteurs*
Olivier SENAME,	Professeur à l'Institut Polytechnique de Grenoble	
Xavier MOREAU,	Professeur à l'Université Bordeaux 1	*Directeur de thèse*
Thierry-Marie GUERRA,	Professeur à l'Université de Valenciennes	*Examinateurs*
Alain OUSTALOUP,	Professeur à l'ENSEIRB-MATMECA	
Vincent HERNETTE,	Docteur, Ingénieur à la DRIA PSA Peugeot Citroën	

L'approche CRONE dans le domaine des architectures complexes des suspensions de véhicules automobiles : la suspension CRONE Hydractive

Cette thèse s'inscrit dans la continuité des travaux de l'équipe CRONE appliqués à la suspension. Cette thèse permet de proposer une suspension CRONE qui non seulement gère le compromis isolation vibratoire/ tenue de caisse mais également isolation vibratoire/ tenue de roue. Pour cela un critère est développé sur la tenue de roue, applicable à tous types de suspensions permettant l'analyse et le dimensionnement de la suspension pour le contrôle de roue. De plus afin de lever le dilemme entre sollicitations route et sollicitations conducteur, une stratégie pour les suspensions bi-états est proposée et appliquée sur suspension hydractive. Enfin, un travail de formalisme de l'influence de la suspension sur la dynamique véhicule fut réalisé permettant d'enrichir la stratégie de commutation déjà développée pour agir en virage et en freinage et ainsi optimiser l'utilisation de la suspension.

Mots clés : suspension, approche CRONE, approche non entière, tenue de caisse, tenue de roue, robustesse, hydrauliques, raideurs, amortissement, suspension hydractive, pompage, tangage, roulis, dynamique du véhicule, loi de contrôle commande, systèmes dynamique hybrides.

The CRONE method applied to the complex structures of the car suspension with a Hydractive CRONE car suspension

This thesis follows some previous work of the CRONE team applied to car suspensions. It allows to purpose one car suspension, called CRONE car suspension, which improves the compromise between low frequency road filtering and car holding and the compromise between hight frequency road filtering and wheel holding. To hold the wheel a criterium on the wheel holding is developed. This criterium can be used to analyse and tuned all kind of car suspension around the wheel pulsation. Moreover, to fight against the compromise between the driver input and the raod input, a control laws is developed and applied to a bi-state car suspension called hydractive car suspension. Finally, the influence of the car suspension tuning on the vehicle dynamic and more precisely on the ESP, ABS systems is studied and illustrated with some first experiments.

Key words: car suspension, CRONE method, non-integer method, car holding, wheel holding, robustness, hydraulic, stiffness, damping, hydractive suspension, pumping, pitching, rolling, vehicle dynamic, control law, hybrid dynamic systems.

« La connaissance s'acquiert par l'expérience, tout le reste n'est que de l'information. »

Albert Einstein

Remerciements

Ce travail a été effectué conjointement avec le Laboratoire d'Intégration du Matériau au Système (IMS) de Bordeaux, UMR CNRS 5218, et la Direction de la Recherche et de l'Innovation Automobile de PSA Peugeot Citroën située en partie à Vélizy.

Je témoigne toute ma gratitude à Xavier Moreau, Professeur à l'Université Bordeaux 1, et aujourd'hui mon directeur de thèse, sans qui cette thèse n'aurait été possible, de m'avoir fait profiter de son expérience, de sa maitrise rédactionnelle et de m'avoir fait confiance tout au long de ces 3 années.

Je remercie également M. Michel Basset, Professeur à l'ENSISA et responsable de l'équipe Modélisation et Identification en Automatique et Mécanique du laboratoire MIPS de Mulhouse, et M. Olivier Sename, Professeur à INP/ENSE3 et responsable de l'équipe Système linéaire et robuste du laboratoire GIPSA-LAB de Grenoble, d'avoir accepté la tache de rapporteur de cette thèse.

Je tiens à remercier également, Vincent Hernette, qui m'a encadré chez PSA tout au long de cette thèse, pour sa confiance totale dans mes activités et son partage de son expérience, qui m'a permis d'être aujourd'hui complètement autonome.

Je remercie Frédéric Guingand de m'avoir si bien intégré à son projet sur les « suspensions complexes » et Andres Yarce, avec qui j'ai travaillé au début de ma thèse, et auprès duquel j'ai énormément appris grâce aux nombreux échanges scientifiques que nous avons partagés. Merci également à Jean Marc Allègre et Christophe Monteil qui m'ont permis de développer mes connaissances en organique et en acoustique vibratoire en m'associant le plus souvent possible à leurs projets ou à leurs mesures sur banc et ce même quand j'ai quitté leur service. Je remercie également Thomas Bourdauducq, mon acolyte sur les travaux de loi de contrôle commande, qui m'a supporté et continue de m'accompagner dans la poursuite de ces travaux pour des applications en série. Globalement, merci à toutes les personnes de l'équipe BRCE de la DRIA pour leur accueil, leur soutien, leur intérêt, et leur confiance permettant ainsi de partager nos connaissances, non seulement sur cette thèse, mais également sur des projets divers et m'offrant ainsi une expérience exceptionnelle.

Je remercie Henri Maillau, technicien mécanique, pour son aide précieuse, sa force de proposition et sa patience lors de la réalisation du moyen d'essai. Merci pour son investissement dans ma thèse qui a permis bien souvent que le véhicule puisse sortir de

l'atelier plus rapidement que prévu grâce à son expérience qu'il a su me faire partager. Je tiens à remercier également Michel Cossenet qui a permis la réalisation du moyen d'essai en dessinant les pièces manquantes . Merci à tous les deux pour votre intérêt à ma thèse et votre disponibilité. Je remercie également Gilles Peignée et toutes les personnes de son équipe qui ont participé à la réalisation du véhicule et sans qui les adaptations n'auraient pas été possibles. Enfin, je voudrai remercier David Touitou, Eduardo Ferreira Tavares, Frederic Le Berre et Loic Jamin qui m'ont aidé dans la réalisation de la partie électrique et bien souvent accueilli dans l'atelier électrique pour faire quelques adaptations en m'apportant leur savoir-faire. Enfin je remercie Joël Montfort qui a fait les mesures sur véhicule au banc 4 vérins, bien que parfois mes demandes lui paraissaient saugrenues.

Je tiens à remercier également les membres de ma nouvelle équipe : l'équipe suspension Hydraulique qui ont accueilli les nouveaux arrivant de la DRIA dans leur sein et personnellement m'ont permis de terminer cette thèse dans de bonnes conditions malgré la pression des projets série.

Cette thèse bien que réalisé à 80% chez PSA à Paris fut également encadré sur Bordeaux avec des retours réguliers, bien que trop rares, c'est pourquoi j'adresse toute ma gratitude à Alain Oustaloup et plus généralement à tous les membres de l'équipe CRONE qui m'ont si bien accueilli au sein de l'équipe, m'ont fait partagé leur savoir. Les rapports humains entre eux étaient une vraie bouffée d'air pure et mon permis de me ressourcer à chaque retour à Bordeaux. Enfin, qu'il me soit permis de remercier tous les doctorants de l'équipe CRONE que j'ai eu la chance de connaitre sans qui, certaines journées auraient été bien morose. Le lien d'amitié tissé avec certains ne saura se défaire, car nous avons partagé les mêmes angoisses mais surtout les mêmes joies. Je pense particulièrement à Mathieu et Asma en leur souhaitant bonne chance pour leur soutenance.

Je remercie également toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à ces travaux et qui aurait été oubliés.

Je souhaite enfin exprimer toute ma gratitude à mes amis les plus anciens quelque peu négligés, à mes parents, à ma sœur Murielle et surtout à Loic pour leur soutien constant, leur aide chacun à leur manière et leur confiance dans la réussite de ces trois années de thèse.

Introduction générale

CONTEXTE

A l'origine au XVème siècle, la suspension a été rajoutée pour limiter les ruptures et l'usure excessive, notamment au niveau des roues et des essieux du véhicule. Le ressort à lames, puis hélicoïdal, est l'ancêtre de la suspension d'aujourd'hui. La priorité pour ce composant était donc historiquement de permettre au véhicule de résister aux perturbations de la route, le confort et la tenue de caisse (vitesse maximale 40km/h) n'étant pas fondamentaux à cette époque. Les suspensions actuelles doivent évidemment respecter ce besoin historique, mais avec l'évolution de l'automobile (en particulier l'augmentation de la vitesse du véhicule) la suspension doit permettre également d'améliorer l'isolation vibratoire et d'atténuer le rebond de roue pour améliorer la tenue de route sur sol dégradé.

La vraie sécurité des voitures contemporaines réside dans leur ***tenue de route***. La qualité de leur comportement détermine l'issue d'une situation d'urgence : virage qui se referme, adhérence changeante, obstacle imprévu. La tenue de route est essentiellement faite par le pneumatique, mais on comprend aisément sur un obstacle imprévu que la suspension doit apporter sa contribution. En effet, sur un sol dégradé, le battement de roue fait varier la charge normale dynamique. Au pire, si la roue est décollée, alors le pneumatique ne génère plus aucune force de traction/freinage ou de guidage. La suspension permet alors d'atténuer les variations de charge normale sur le pneumatique et donc de contrôler la ***tenue de roue***. Une suspension dite *« **ferme** »* et ***amortie*** permet ainsi d'atténuer fortement les débattements verticaux. Un premier objectif pour la suspension est donc de ***contrôler la tenue de roue***.

Depuis maintenant plus d'un demi-siècle, le confort en matière ***d'isolation vibratoire*** des passagers est réellement pris en compte par les constructeurs automobile. Dans un véhicule, trois éléments participent au confort en créant une chaîne entre la route et le corps de l'automobiliste : le pneumatique, la suspension et le siège. Cette chaîne du confort commence au niveau de la roue avec le pneumatique. Au début, il ne s'agissait que de simples bandages de caoutchouc pleins et assez rigides : le but était surtout de réduire le bruit du cerclage métallique sur les pavés ! Heureusement grâce à Dunlop, puis Michelin (pneumatique à chambre à air) le pneumatique participe maintenant convenablement au confort vibro-acoustique. En effet, à travers la grande élasticité de l'air contenu dans le pneumatique, il encaisse les déformations provoquées par les obstacles et les inégalités du sol. La chaine de confort se termine dans l'habitacle par le dernier maillon : le siège. Ce dernier a évolué au cours des siècles, passant ainsi de la simple planche de bois, aux ressorts et à la

mousse alvéolée. Les mousses actuelles sont plus fermes. Cela s'explique par l'arrivée de la ceinture de sécurité : le corps ne subit plus aujourd'hui les mêmes accélérations verticales qui étaient monnaie courante sur les bosses des routes des années 60… Néanmoins le maillon le plus important de la chaine reste la suspension qui en fonction de son dimensionnement permet de filtrer 80% des irrégularités de la route. Pour assurer un filtrage le plus efficace possible la suspension doit être ***sous amortie*** de manière à pouvoir se déformer. Un deuxième objectif pour la suspension est donc d'***assurer l'isolation vibratoire des passagers vis-à-vis des irrégularités de la route***.

Le confort des passagers ne réside pas uniquement dans l'isolation vibratoire mais également dans la limitation des mouvements de la caisse sous sollicitations basses fréquences. En effet, la caisse du véhicule a sa propre dynamique ce qui implique une certaine résonance autour du mode propre. Or la physiologie de l'être humain n'offre pas la même sensibilité en fonction des fréquences. Par exemple, une fréquence de résonance entre 4 et 8Hz sollicite les organes internes de l'abdomen, une fréquence de résonance inferieure à 1Hz perturbe l'oreille interne provoquant le mal de mer, ou encore une fréquence de résonance supérieure à 10Hz fait vibrer le squelette. Cette sensibilité aux fréquences de l'être humain explique pourquoi il est important de filtrer les aspérités de la route et justifie le choix d'une fréquence de résonance du mode caisse dans la zone la moins sensible du corps humain. La fréquence la moins sensible est 1Hz, ce qui implique une raideur assez faible ou encore une suspension dite « ***souple*** ». De plus, pour limiter l'amplification des mouvements de la route par la caisse, cette fréquence doit être ***amortie***. Un troisième objectif pour la suspension est donc d'***assurer la tenue de la caisse sous sollicitations venant de la route***.

Il existe un tout autre aspect souvent associé au confort global du véhicule sous sollicitations venant du conducteur : les mouvements de roulis autour de l'axe x et de tangage autour de l'axe y. En effet, en virage ou en freinage, il est nécessaire de limiter également les mouvements de la caisse. Il y a là deux besoins. Le premier concerne les mouvements de roulis, lors d'un virage, et de tangage, lors d'un freinage (confort aux basses fréquences). Pour cela il est nécessaire d'avoir une suspension très ***amortie*** allant jusqu'au sur-amortissement. Le second consiste à avoir une réaction de la caisse vive et franche qui sécurise le conducteur (agrément de conduite). Il est donc préférable d'avoir une ***raideur importante*** donc une suspension dite « ***ferme*** ». Un quatrième objectif pour la suspension est donc d'***assurer la tenue de la caisse sous sollicitations venant du conducteur***.

Enfin, la suspension peut avoir une influence non négligeable en fonction du dimensionnement sur le comportement global du véhicule. En effet, à travers divers travaux il a été démontré que la suspension agit sur la dynamique du véhicule, à savoir la dynamique de lacet-dérive et la dynamique longitudinale [Nouillant 2002]. Pour cela il est nécessaire d'avoir une ***répartition entre la fonction capacitive et la fonction résistive de la suspension avant-***

arrière optimisée. Un cinquième objectif pour la suspension est donc d'***optimiser l'influence de la suspension sur la dynamique globale du véhicule***.

Malheureusement, ces objectifs sont pour la plupart antagonistes comme l'illustre la ***Figure 1***. Il apparait donc que dimensionner une suspension passive consiste à trouver un compromis entre la raideur et le frottement (terme générique pour définir l'élément résistif de la suspension qu'il soit linéaire (visqueux) ou non linéaire) : c'est ce que l'on appelle « typer » une suspension. Le typage d'un véhicule se fait en déplaçant le curseur vers le comportement (suspension raide et amortie) ou vers le confort (suspension souple et sous amortie).

Depuis quelques années, avec l'apparition de l'électronique, les systèmes pilotés se sont développés. La suspension a réussi à évoluer et à repousser ses dilemmes grâce à l'apparition de ces systèmes. Les constructeurs du secteur automobile l'ont d'ailleurs bien compris et proposent en série des véhicules équipés de systèmes de suspension bi-état ou semi-actif tels que : la suspension hydractive (suspension bi-état), l'amortisseur variable (continument ou à lois discrètes) nommé AMVAR chez PSA, EDC chez BMW, IVDC chez Ford, DCC chez Wolsvagen, Magnetic Ride chez Audi, IDS+ chez Opel…. L'approche des systèmes dynamiques hybrides (SDH) couplée à une analyse fine de la dynamique véhicule permet d'améliorer la gestion des différents dilemmes exposés précédemment, et plus particulièrement la gestion de la suspension sous sollicitations provenant de la route **ET** du conducteur.

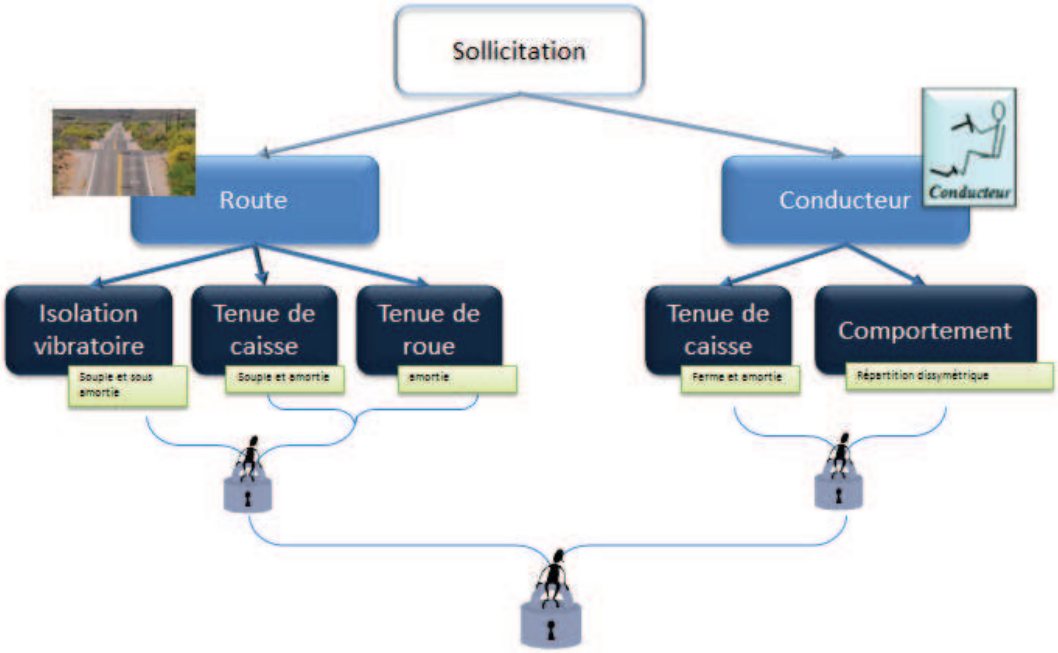


Figure 1 *– Illustration des 5 objectifs de la suspension en fonction de la nature de la sollicitation*

L'HISTOIRE DE LA SUSPENSION CRONE

Cette thèse, effectuée au sein de l'équipe CRONE, a permis à son auteur de bénéficier du retour d'expérience acquis dans le cadre d'une collaboration contractuelle avec PSA qui dure depuis 22 ans. En effet, les travaux de l'équipe CRONE appliqués à la suspension ont commencé en 1989 avec le stage de DEA de Bruno BLUTEAU intitulé : « *Obtention d'un amortisseur non entier à travers la non-stationnarité d'un amortisseur traditionnel* » co-encadré par Alain OUSTALOUP et Michel NOUILLANT [Bluteau 1989]. C'est à cette époque que commencèrent les échanges avec la DRAS (Direction de la Recherche et des Affaires Scientifiques) de PSA par l'intermédiaire d'Henry LACHAIZE, responsable du service liaisons au sol. S'en suivirent un certain nombre d'études qui débouchèrent sur des réalisations passives et commandées (Figure 2), jusqu'à la suspension CRONE Hydractive présentée dans cette thèse.

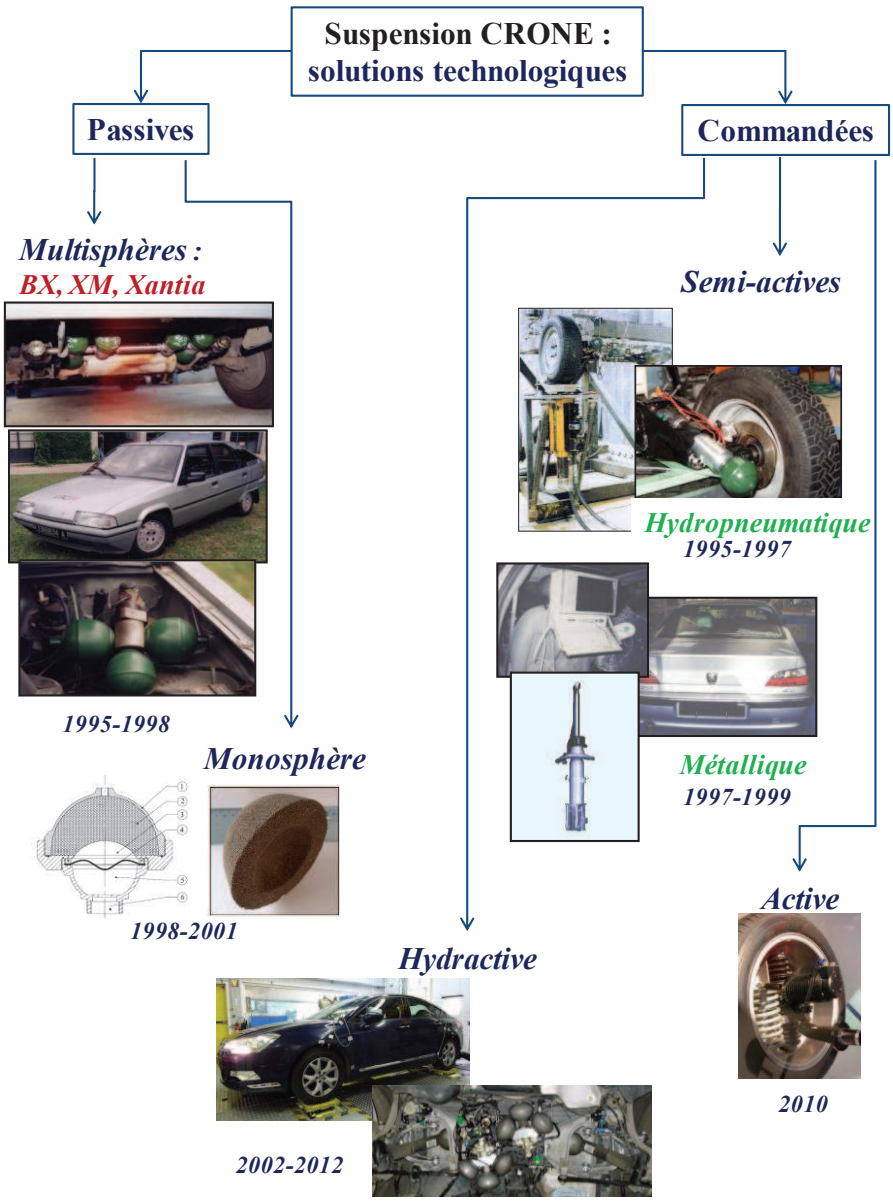


Figure 2 - ***Illustration des différentes solutions technologiques de la suspension CRONE***

Ainsi, dans un premier temps, l'objectif était de montrer l'intérêt de la dérivation non entière en isolation vibratoire à travers la mise en défaut de l'interdépendance masse-amortissement. En effet, dans le cadre de la dynamique des systèmes linéaires entiers (caractérisés par des équations différentielles linéaires d'ordres entiers), l'augmentation de la masse se traduit par une diminution de l'amortissement. Par contre, dans le cadre de la dynamique des systèmes linéaires non entiers (caractérisés par des équations différentielles linéaires d'ordres non entiers), l'amortissement est indépendant de la masse. Les conditions nécessaires à l'obtention de la mise en défaut de l'interdépendance masse-amortissement sont le résultat de l'approche CRONE. La suspension issue de cette approche, appelée suspension CRONE, est caractérisée par une impédance qui n'est autre qu'un intégrateur d'ordre non entier borné en fréquence défini par quatre paramètres (appelés paramètres de synthèse de haut niveau), et ce indépendamment de toute solution technologique.

Le concept de la suspension CRONE s'est donc concrétisé en 1990 avec le brevet n°90 046 13 déposé par Alain OUSTALOUP et Michel NOUILLANT [Oustaloup 1990].

Ensuite, les travaux de la thèse de Xavier MOREAU [Moreau 1995] ont permis d'étendre et d'appliquer le concept de la suspension CRONE aux suspensions de véhicules automobiles avec l'obtention de la robustesse de la tenue de caisse vis-à-vis des variations de la masse suspendue. Deux solutions technologiques furent étudiées : une version passive multisphère implantée sur un véhicule expérimental du laboratoire, à savoir une Citroën BX, et une version semi-active développée spécifiquement pour la technologie hydropneumatique.

Cette version passive de la suspension CRONE a obtenu en 1995 le trophée AFCET récompensant la meilleure innovation dans le cadre d'une collaboration université-industrie [AFCET 1995]. Cette solution, composée de trois sphères et de trois amortisseurs judicieusement répartis avec un dimensionnement volontairement très orienté confort, a permis de valider expérimentalement des performances remarquables en matière de tenue de caisse sous sollicitations route, de robustesse de la tenue de caisse vis-à-vis des variations de la masse suspendue et d'isolation vibratoire. Malgré une raideur statique très faible, cette version présentait une excellente tenue de caisse au freinage grâce à la présence de bras tirés au niveau de l'essieu arrière (effet anti-plongée) Quant aux mouvements de la caisse sous sollicitations transversales (roulis), ils étaient limités par la présence des barres anti-devers. De 1995 à 1998, PSA équipa plusieurs véhicules expérimentaux (XM et Xantia) de cette version passive.

Parallèlement à cette version passive, deux versions semi-actives ont été développées : la première pour suspension hydropneumatique (1995-1997) [Doré 1996] [Abadie 1998] et la seconde pour suspension métallique (1997-1999) [Abadie 2001]. L'originalité se situait à la fois sur le plan technologique avec une conception innovante d'AMortisseurs COntinûment VARiables (AMCOVAR) et sur le plan du contrôle avec la commande CRONE. Ces deux solutions ont été réalisées à l'aide de la société Coverplant Engineering située au Pian Médoc (33). La première a été testée sur un banc de suspension dans les locaux de la société Métravib à Lyon (69), la seconde montée sur une Peugeot 406 a fait l'objet de nombreux essais sur banc, piste et route.

De 1998 à 2001, une autre voie a été explorée en matière de suspension CRONE passive monosphère. Cette solution, étudiée et réalisée durant la thèse de Pascal DAVID [David 2001], était constituée d'un massif poreux perfusé par un fluide visco-élastique [Abadie 1999]. Elle exploitait le lien entre les phénomènes de diffusion et la dérivation non entière. Cette solution présentait une impédance d'entrée hydropneumatique non entière comparable à celle obtenue avec la version passive multisphère.

Durant la période 2002-2012, le concept de la suspension CRONE a été étendu à la suspension Hydractive. Cette suspension qui s'inscrit dans le cadre des Systèmes Dynamiques Hybrides (SDH) présente deux avantages :

- la technologie hydropneumatique permet l'obtention de la robustesse de la rapidité de la réponse verticale de la caisse vis-à-vis des variations de la masse suspendue, et ce grâce à la raideur de suspension qui est fonction de la masse suspendue ;

- la suspension Hydractive permet une meilleure gestion de certains dilemmes grâce à ses deux modes (souple et ferme), l'un étant plutôt dédié aux sollicitations route (mode souple) et l'autre aux sollicitations conducteur (mode ferme).

La suspension CRONE dimensionnée en 1995, et très orientée confort, a donc été utilisée pour le mode souple de la suspension Hydractive. L'application de l'approche CRONE à des SDH a donné lieu à la définition d'une nouvelle classe de systèmes, à savoir les Systèmes Dynamiques Hybrides Non Entiers (SDHNE), et a permis d'enrichir les connaissances de l'équipe CRONE en matière de dynamique globale du véhicule. Ce travail a donné lieu à deux thèses (2002 thèse de Cédric NOUILLANT [Nouillant 2002] et 2004 Thèse d'Olivier ALTET [Altet 2004]).

Au cours de cette collaboration avec PSA, des contraintes supplémentaires concernant le dimensionnement de la suspension sont venues s'ajouter aux contraintes initiales.

La première contrainte supplémentaire concerne l'industrialisation et plus particulièrement le coût lié à la disparité des valeurs paramétriques des organes (sphères et amortisseurs) de la version passive multisphère. Face à cette contrainte, l'équipe CRONE développa une suspension composée d'organes identiques de série, les propriétés de robustesse de la version initiale étant bien entendu conservées (2008 thèse de Pascal SERRIER, [Serrier 2008]).

A la contrainte concernant la ***tenue de caisse***, des contraintes en matière de ***filtrage aux moyennes fréquences*** (2-8Hz), de ***tenue de roue*** (autour de 15HZ) et de ***filtrage aux hautes fréquences*** (20-40Hz) sont venues se rajouter. Ces contraintes ne sont pas nouvelles, mais avec l'amélioration du confort des véhicules (insonorisation, complexité des trains permettant un meilleur filtrage,...), elles ne peuvent plus être considérées comme secondaires. Ainsi, la principale difficulté réside dans la gestion des dilemmes ***tenue de caisse***/***filtrage*** et

tenue de roue/filtrage. En effet, la caisse et la roue sont d'autant mieux tenues que l'amortissement est important, alors qu'au contraire le filtrage est d'autant plus efficace que l'amortissement est nul.

Il est à noter que des suspensions CRONE actives ont été étudiées en s'appuyant sur les technologies électrohydropneumatique [C.09.1] et électrique [C.10.1] sans donner lieu à la réalisation de prototypes, l'originalité se situant principalement au niveau de la commande CRONE.

APPORT DE LA THESE DANS CE CONTEXTE

Compte tenu de l'historique présenté dans le paragraphe précédent, l'objectif de cette thèse est donc de proposer une évolution de l'approche CRONE pour dimensionner une suspension Hydractive répondant à l'ensemble des contraintes.

Ainsi, une démarche de conception et de réalisation d'une suspension CRONE Hydractive est développée aboutissant à la gestion, non seulement du dilemme ***isolation vibratoire/tenue de caisse***, mais aussi à celle du dilemme ***isolation vibratoire/tenue de roue***. Pour cela l'auteur a développé un critère sur la tenue de roue (applicable à tous les types de suspension) permettant l'analyse et le dimensionnement de la suspension pour le contrôle de la roue.

De plus, afin de lever le dilemme entre sollicitations route et sollicitations conducteur, une stratégie pour les suspensions bi-états est proposée et appliquée à la suspension Hydractive. L'auteur montre que les suspensions bi-état, bien que limitées dans leurs actions, permettent néanmoins de contourner le dilemme ***confort/comportement***, tout en limitant le nombre de composants, la consommation et le coût du système. La stratégie ainsi présentée a été implantée sur différents véhicules chez PSA avec différentes architectures de suspension bi-états. Ces travaux sont actuellement réutilisés pour développer la loi de commande du futur véhicule équipé de la suspension Hydractive.

Enfin, dans le cadre d'une étude sur petit véhicule léger, un travail de formalisation de l'influence de la suspension sur la dynamique globale du véhicule a été réalisé. Cette étude a permis d'enrichir la stratégie de commutation déjà développée pour agir en virage et en freinage, et ainsi optimiser l'utilisation de la suspension.

Organisation et contenu de la thèse

Cette thèse s'inscrit dans le cadre d'une BDI (**B**ourse de **D**octorat pour **I**ngénieur) couplée CNRS-PSA au sein de l'équipe CRONE du groupe automatique du laboratoire IMS, UMR 5218 CNRS, et au sein de l'équipe suspension de l'entité BRCE (**B**ase **R**oulante et **C**aisse **E**quipée) de la DRIA (**D**irection de la **R**echerche et de l'**I**ngénierie **A**vancée) de PSA Peugeot-Citroën. Cette thèse s'est déroulée sous la direction de Xavier MOREAU, Professeur à l'Université Bordeaux 1, et sous la responsabilité au sein de l'entreptise de Vincent HERNETTE, Docteur et Ingénieur de la DRIA.

Le sujet concerne l'application de l'approche CRONE dans le domaine des architectures complexes des suspensions de véhicules automobiles. La figure 3 illustre l'enchainement des cinq chapitres qui composent le mémoire de thèse.

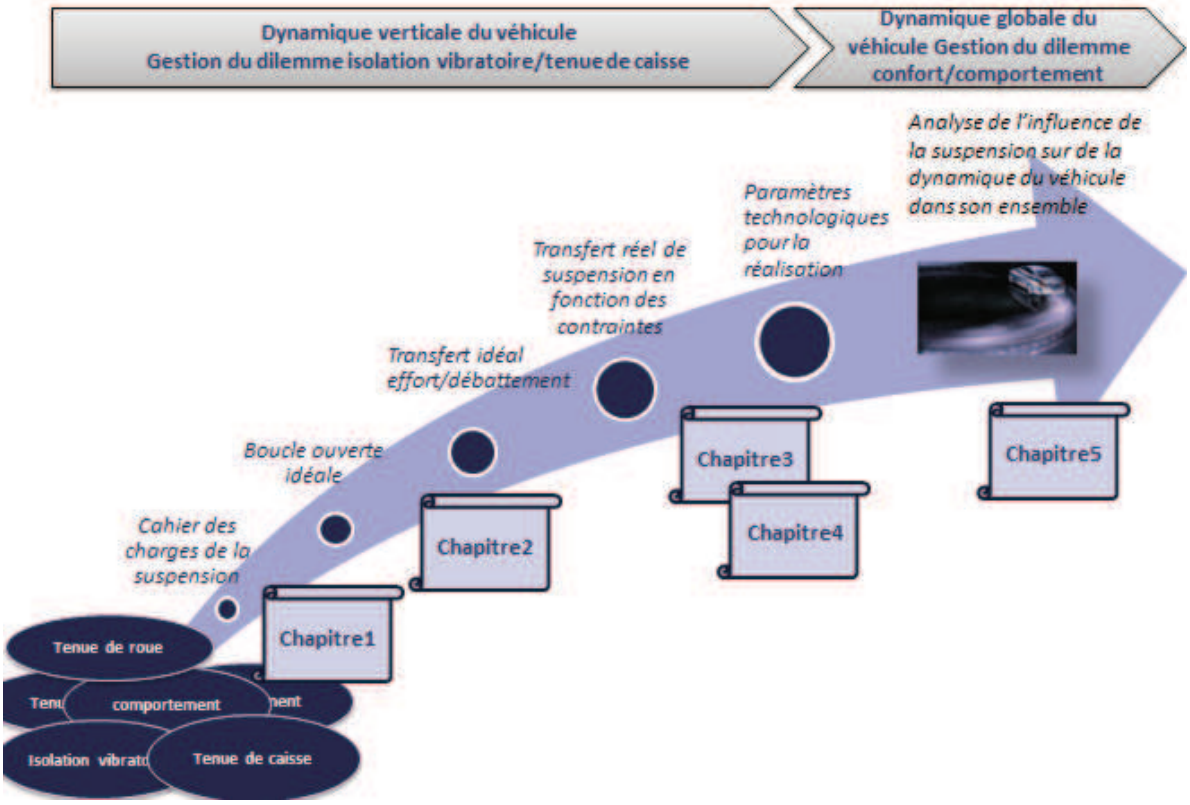


Figure 3 *- Illustration de l'enchainement des cinq chapitres du mémoire de thèse*

Le ***chapitre 1***, intitulé : «*Analyse de l'influence de la suspension sur la dynamique verticale du véhicule et sur le confort des passagers* », présente un état de l'art sur le sujet en

justifiant le rôle d'une suspension en matière de confort et en introduisant un lexique spécifique à ce système.

Ainsi, un premier travail bibliographique sur la biomécanique de l'être humain est présenté permettant d'appréhender les enjeux de la suspension en termes de confort.

Il s'en suit une description détaillée de la suspension depuis l'aspect organique jusqu'à l'aspect système permettant ainsi de justifier le choix d'un modèle quart de véhicule pour l'analyse et la synthèse de la suspension. Cette partie s'attache particulièrement à mettre en évidence les éléments organiques, qui, lorsqu'ils sont négligés, ne permettent pas une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux. La démarche de modélisation est également détaillée afin d'expliquer la légitimité du modèle quart de véhicule dans l'analyse de la suspension.

Enfin, les grandeurs usuelles d'analyse de la suspension sont décrites et accompagnées de clés permettant de décoder leurs résultats. Les transferts les plus « disséqués » sont habituellement les transferts tels que : accélération caisse/accélération roue et accélération roue/accélération route. Le premier permet d'analyser la tenue de caisse et l'isolation vibratoire, et le second permet de vérifier que le dimensionnement de la suspension assure une bonne tenue de roue et donc limite ses oscillations. En effet, des mouvements trop amples de la roue ont deux conséquences : la perte de contact avec le sol et/ou la création de vibrations du train transmises à la caisse, et donc aux passagers.

Le ***chapitre 2***, intitulé : « *L'approche CRONE dans le domaine des suspensions de véhicule* », présente tous les outils nécessaires à la compréhension de l'approche CRONE.

En effet, dans ce chapitre l'approche automaticienne fréquentielle est tout d'abord présentée. A travers l'approche CRONE, on démontre que la suspension peut être assimilée à un régulateur agissant sur la caisse via les efforts de suspension. Cette approche permet de lier les comportements de la caisse et de la roue décrits dans le chapitre 1 avec les différents critères de l'approche fréquentielle en matière de commande. En effet, par l'étude de la boucle ouverte, il est possible de définir certains critères permettant l'analyse du système en boucle fermée. Pour que le lecteur se familiarise avec les outils de l'approche fréquentielle en matière de commande et plus particulièrement avec l'approche CRONE, une comparaison entre une suspension métallique et hydropneumatique est réalisée. Cette comparaison permet de mettre en relief l'influence de la variation de la masse suspendue sur le comportement de la caisse, et ce quelle que soit la technologie de suspension utilisée.

Dans la suite de ce chapitre, la propriété de robustesse du degré de stabilité issue de l'approche CRONE est présentée. En effet, l'utilisation d'un transfert d'ordre non entier pour définir le comportement cible de la suspension répondant aux objectifs fixés permet d'assurer, notamment, la robustesse de la tenue de caisse vis-à-vis des variations de la masse suspendue.

Néanmoins, l'opérateur d'ordre non entier reste avant tout un concept mathématique. C'est la raison pour laquelle il est nécessaire ensuite de définir une démarche méthodologique

permettant d'aller du concept à la réalisation technologique. Cette démarche développée au sein de l'équipe CRONE est détaillée dans ce chapitre.

Le ***chapitre 3***, intitulé : « *Synthèse et implantation de la suspension CRONE : application au mode confort de la suspension hydractive*», met en œuvre l'approche CRONE présentée au chapitre 2 afin de dimensionner de manière optimale le mode souple d'une suspension hydractive.

La suspension hydractive de série, composée d'un mode souple pour la gestion du confort et d'un mode ferme pour le comportement, présente quelques limites dans le dimensionnement de son mode souple, limites atténuées par l'activation du mode ferme. En effet, le mode souple seul manque notamment de tenue de caisse. Toutefois, la suspension hydractive de série reste une des suspensions les plus filtrantes du marché. C'est pourquoi ce mode souple est choisi comme référence en matière d'isolation vibratoire dans le cadre des travaux de ce mémoire de thèse.

Ainsi, grâce aux outils de l'approche CRONE, les contraintes nécessaires pour optimiser la réponse de la caisse sont traduites en spécifications pour le transfert de la suspension idéale. Cette partie propose également une méthode pour définir une contrainte supplémentaire afin de considérer la tenue de la roue dès le dimensionnement du transfert de la suspension. En effet, l'absence de contrôle du battement de roue a des conséquences sur le filtrage et donc sur l'inconfort des passagers du véhicule. C'est pourquoi, il est fortement recommandé d'en tenir compte le plus tôt possible dans le dimensionnement du transfert de la suspension. En combinant l'ensemble des différentes contraintes, il est alors possible d'obtenir un transfert idéal pour la suspension répondant à l'ensemble des objectifs décrits dans l'introduction générale. Les résultats de simulation d'un tel transfert permettent ensuite de vérifier la sensibilité des réponses de la caisse et de la roue aux variations de la masse suspendue.

La suite du chapitre s'attache à utiliser les outils présentés dans le chapitre 2 pour réaliser le transfert idéal de manière organique tout en se fixant certaines contraintes industrielles de coût, d'implantation… Les paramètres de la réalisation technologique ainsi définis sont ensuite validés en simulation.

Enfin, cette réalisation est montée sur véhicule permettant une série de mesures expérimentales validant l'approche CRONE.

Ainsi, le ***chapitre 4***, intitulé « *Gestion du dilemme confort/comportement sous sollicitation conducteur : Application à la commande d'une suspension piloté Bi-états* » présente la suite des travaux de la suspension CRONE hydractive. En effet la suspension hydractive de série, utilisée comme référence, présente quelques limites, non seulement en matière de dimensionnement organique (Chapitre 3), mais aussi en matière de stratégie de commutation (la première mise en œuvre de cette stratégie date d'il y a 23 ans avec la Citroën XM en 1989).

Jusqu'à ce chapitre 4, l'influence de la suspension est principalement étudiée sur la dynamique verticale à l'aide d'un modèle quart de véhicule, modèle ne permettant d'analyser que la dynamique en pompage. D'un point de vue expérimental, lors d'essais sur un banc quatre vérins, l'analyse du pompage consiste à solliciter les 4 roues en même temps par le même signal. Or, en réalité, les roues sont sollicitées avec des amplitudes et des fréquences différentes. Par conséquent, pour compléter l'étude de la suspension, la première partie de ce chapitre présente la dynamique verticale complète : pompage, tangage (autour de l'axe y, déphasage avant-arrière) et roulis (autour de l'axe x, déphasage gauche-droite), ainsi que les différents éléments du train intervenant dans ces dynamiques. Au même titre que pour le pompage, la suspension joue un rôle prépondérant sur les dynamiques de roulis et de tangage, et fait face aux mêmes dilemmes ***isolation vibratoire/tenue de caisse***. C'est pourquoi le pilotage de la suspension permet une gestion optimisée de ces dilemmes.

La suspension hydractive de manière générale est une suspension à deux états discrets. Il est donc essentiel de définir de manière exhaustive l'ensemble des situations de vie à l'origine de la commutation et de s'assurer que le passage d'un état à l'autre n'engendre pas de risque d'instabilité. La deuxième partie de ce chapitre présente donc la théorie des Systèmes Dynamique Hybrides (SDH) proposant des outils de modélisation, d'analyse de la stabilité et d'aide à la commande qui sont utilisés lors de l'analyse de la suspension hydractive.

Enfin, une loi de commande pour la suspension hydractive est présentée dans la dernière partie. Cette loi de commande n'est pas spécifique à la suspension CRONE hydractive, elle est générique à tout système de suspension à deux états discrets. Différentes simulations et mesures sur véhicules réels ont été réalisées dans le cadre de cette thèse, et ce pour différentes architectures de suspension. Pour des raisons de confidentialité, seuls deux types de suspension sont présentés dans ce mémoire de thèse : une suspension hydractive et une suspension appelée KH2 qui présente un dimensionnement différent.

Enfin, le ***chapitre 5***, intitulé : « *Analyse de l'influence de la suspension sur la dynamique globale du véhicule*», présente l'influence de la suspension sur la dynamique horizontale à travers les dynamiques longitudinale et transversale.

Jusqu'à ce chapitre 5, l'étude de la suspension se concentre sur la dynamique verticale à travers le conflit ***isolation vibratoire/tenue de caisse*** (chapitres 1, 2 et 3), puis à travers les mouvements en roulis et en tangage (chapitre 4). Bien souvent l'analyse de la suspension se limite à la dynamique verticale du véhicule puisque cette dernière influence à l'ordre 1 les mouvements verticaux de la caisse. Néanmoins, à travers l'action sur la dynamique verticale, la suspension participe également en transitoire aux efforts verticaux appliqués sur le pneumatique. Or ce dernier est l'élément primordial dans la dynamique globale du véhicule. En effet, le pneumatique est le seul élément du véhicule en contact avec le sol. C'est donc lui qui assure la transmission des efforts transversaux et longitudinaux à la route.

A travers ce chapitre, l'influence de la suspension sur la dynamique horizontale est illustrée par des exemples concrets. Grace à cette analyse, il est donc possible d'envisager une suspension pilotée permettant d'améliorer la réponse horizontale du véhicule, aussi bien en freinage qu'en virage.

Finalement, la conclusion générale résume l'apport de cette thèse, récapitule les réalisations effectuées et présente les perspectives envisagées.

En complément, sept annexes permettent d'approfondir le fonctionnement de certains organes, de détailler certains calculs ou certaines méthodes, de décrire des outils ou encore de présenter les grandeurs liées au véhicule et utilisées lors des simulations.

Ainsi, l'***Annexe 01***, intitulée : « *Etude de l'amortisseur de suspension (non linéarité et dissymétrie)*», présente l'étude de la non-linéarité et de la dissymétrie attaque/détente de la loi effort/vitesse de l'amortisseur de suspension décrit au ***Chapitre 1*** en fonction des sollicitations, qu'elles soient issues de la route ou du conducteur.

L'***Annexe 02***, intitulée : « *Paramètre de la C5 Hydractive série*», présente les paramètres du véhicule Citroën C5 Hydractive série utilisé dans le cadre de l'application de la suspension CRONE décrite au ***Chapitre 3***.

L'***Annexe 03***, intitulée : « *Construction du transfert mathématique idéal*», présente de manière détaillée les étapes conduisant au transfert mathématique présenté au ***Chapitre 3*** pour la suspension idéale répondant aux objectifs définis dans l'introduction générale.

L'***Annexe 04***, intitulée : « *Approche métier pour définir les paramètres haut niveau de la réalisation technologique de la suspension CRONE*», détaille une autre méthodologie que celle présentée au ***Chapitre 3*** pour obtenir les paramètres nécessaires à la réalisation de la suspension CRONE. Appelée « approche métier », cette méthode ne nécessite pas l'utilisation de la toolbox CRONE.

L'***Annexe 05***, intitulée : « *Outil amortisseur*», décrit l'outil développé dans le cadre de cette thèse permettant de dimensionner les amortisseurs Citroën. Cet outil permet, non seulement d'assembler les différents constituants d'un amortisseur (clapet, trou de fuite) et de visualiser la loi effort/vitesse à l'organe ou à la roue qui en découle, mais également à partir d'une loi effort/vitesse à l'organe ou à la roue de remonter à la composition de l'amortisseur (nombre de clapets, épaisseur, diamètre du trou de fuite…).

L'***Annexe 06***, intitulée : « *Paramètres d'un véhicule léger citadin*», présente les paramètres du véhicule léger citadin utilisé dans l'analyse de l'influence de la suspension sur la dynamique horizontale du véhicule dans le cadre du ***Chapitre 5***.

Enfin, l'***Annexe 07***, intitulée : « *Mode ferme pour la solution en gamma*», présente les résultats de simulation obtenus pour le mode ferme de la suspension CRONE réalisée à partir d'une structure en gamma. La structure en gamma offre plus de possibilités pour le mode ferme que la structure en parallèle, et ce pour un mode ferme identique à celui de la suspension série.

Finalement, à travers cette thèse, l'influence de la suspension sur la dynamique globale du véhicule est ainsi approfondie, permettant au lecteur de comprendre les tenants et les aboutissants du dimensionnement d'un tel système.

Il est à noter que ces travaux concrétisent 22 ans de collaboration entre l'équipe CRONE et la DRIA de PSA Peugeot Citroën.

Table des matières

Remerciements **5**

Introduction générale **7**

Organisation et contenu de la thèse **15**

Table des matières **21**

Chapitre 1 : Analyse de l'influence de la suspension sur la dynamique verticale du véhicule et sur le confort des passagers **27**

1.1 Introduction **28**

1.2 Comportement dynamique de l'etre humain **29**
1.2.1 Introduction : aux quelles fréquences l'être humain est-il sensible ? 29
1.2.2 Biomécanique de l'être humain dans la plage de fréquence 0-20Hz 30
1.2.3 Excitation par la liaison au sol 31
1.2.4 Conclusion 34

1.3 Echantillons des modèles utilisés pour l'analyse de l'influence de la suspension **35**
1.3.1 Introduction : du véhicule au quart de véhicule 35
1.3.2 Expression de la raideur apparente k_2 de suspension 37
1.3.3 Expression du coefficient de frottement apparent b_2 de suspension 39
1.3.4 Modèles d'analyse et de validation 45
1.3.5 Conclusion 47

1.4 Comprendre la réaction du véhicule à travers l'etude des grandeurs caractéristiques. **48**
1.4.1 Introduction : quelles grandeurs étudiées pour comprendre l'influence de la suspension ? 48
1.4.2 Réponse de la caisse et de la roue dans le domaine fréquentiel 50
1.4.3 Fréquences propres et de résonances pour la caisse et la roue 58
1.4.4 Conclusion 62

1.5 Conclusion **64**

Chapitre 2 : l'Approche CRONE dans le domaine des suspensions de véhicule 67

2.1. Introduction 68

2.2. L'approche CRONE appliquée à la suspension 69
2.2.1. Introduction : la suspension un système naturellement bouclé 69
2.2.2. L'Approche CRONE appliquée à la dynamique de caisse 72
2.2.3. L'Approche CRONE appliquée à la dynamique de roue 77
2.2.4. Comparaison entre suspensions métallique et hydropneumatique en fonction de la variation de la masse suspendue 78
2.2.5. Conclusion : l'approche CRONE un outil d'analyse pour la suspension 81

2.3. De la derivation non entière aux SDNE 83
2.3.1. Introduction : le concept 83
2.3.2. D'un fractor idéal vers un système fractionnaire élémentaire 85
2.3.3. Principales propriétés d'un système fractionnaire élémentaire 87
2.3.4. Conclusion : la suspension et les SDNE 97

2.4. Réalisation pratique d'un intégrateur fractionnaire 99
2.4.1. Introduction : Intégrateur fractionnaire borné en fréquence 99
2.4.2. Méthode de synthèse basée sur sa récursivité fréquentielle 100
2.4.3. Méthode descendante permettant le passage de l'intégrateur fractionnaire borné en fréquence à la réalisation technologique 101
2.4.4. Méthode ascendante permettant le passage de la réalisation technique à l'intégrateur fractionnaire bornée en fréquence 109
2.4.5. Conclusion : 2 méthodologies permettant de passer du concept à la réalisation et inversement 113

2.5. Conclusion 116

Chapitre 3 : Synthèse et implantation de la suspension CRONE : Application au mode confort de la suspension hydractive 117

3.1 Introduction 118

3.2 Application de l'approche CRONE pour améliorer les compromis isolation vibratoire/tenue de caisse ET tenue de roue 124
3.2.1 Introduction : présentation des objectifs 124
3.2.2 Transfert utilisant l'approche CRONE pour améliorer le compromis isolation vibratoire/tenue de caisse 124
3.2.3 Transfert utilisant l'approche CRONE pour améliorer le compromis isolation vibratoire/tenue de roue 128
3.2.4 Conclusion : Grace à l'approche CRONE les outils de l'automatique fréquentielle peuvent être appliqués à la suspension 135

3.3 Transfert idéal de la Suspension CRONE dimensionnée à la fois pour la tenue de caisse et la tenue de roue 136
3.3.1 Introduction : spécifications sur le transfert idéal de suspension 136
3.3.2 Forme mathématique du transfert idéal de la suspension CRONE 138
3.3.3 Limites du transfert idéal 142
3.3.4 Conclusion : Transfert théorique idéal vérifiant le cahier des charge de la suspension CRONE 144

3.4 Réalisations en Technologie hydropneumatique avec prise en compte des contraintes associees 146
3.4.1 Introduction : différentes architectures possibles 146
3.4.2 Détermination des paramètres de la forme canonique de la réalisation $D_{tech}(s)$ 148
3.4.3 Paramètres technologiques pour une architecture en parallèle 149
3.4.4 Paramètres technologiques pour une architecture en gamma 153
3.4.5 Difficultés de réalisation 156
3.4.6 Conclusion : le passage d'un transfert idéal à une réalisation technologique impose le choix d'une architecture de suspension 162

3.5 Résultats obtenus expérimentalement 164
3.5.1 Introduction : contexte de travail 164
3.5.2 Tenue de caisse et filtrage aux basses fréquences 165
3.5.3 Tenue de roue et filtrage aux hautes fréquences 169
3.5.4 Tangage et roulis 172
3.5.5 Conclusion : résultats expérimentaux au banc 4 vérins 175

3.6 Conclusion 177

Chapitre 4 : Gestion du dilemme Confort/comportement sous sollicitation condcuteur : application à la commmande d'une suspension pilotées bi-états 179

4.1 Introduction 180

4.2 Influence de la suspension sur la dynamique verticale 181
4.2.1 Introduction : la dynamique verticale de la caisse 181
4.2.2 Dynamique en Roulis 182
4.2.3 Dynamique en Tangage 186
4.2.4 Conclusion : utilisation des suspensions pilotées pour contrôler la dynamique verticale 188

4.3 Théorie des systemes dynamiques hybrides (SDH) 190
4.3.1 Introduction : la théorie des SDH 190
4.3.2 Modélisation 191
4.3.3 Stabilité 194
4.3.4 Atteignabilité & Décidabilité 199
4.3.5 Commande 200
4.3.6 Conclusion : Les SDH une approche très utilisée dans le domaine automobile 204

4.4 Suspension pilotée Bi-etat 205
4.4.1 Introduction : présentation des différentes architectures de suspension pour l'application 205
4.4.2 Etude de la stabilité et de la causalité de la suspension hydractive 206
4.4.3 Modèles pour l'étude de la causalité et de la simulation 210
4.4.4 Stratégie de commande pour la gestion du conflit confort/comportement 214
4.4.5 Conclusion : Une loi de commande adaptée aux sollicitations de la route 225

4.5 Conclusion 226

Chapitre 5 : Analyse de l'influence de la suspension sur la dynamique globale du véhicule 229

5.1 Introduction 230

5.2 Le pneumatique 233
5.2.1 Introduction : quel modèle pour quelle utilisation ? 233
5.2.2 Modèle de Pacejka 234
5.2.3 Couplage avec les efforts verticaux 236
5.2.4 Conclusion : du pneumatique à la suspension 237

5.3 Critere d'analyse du comportement d'un véhicule et de sa stabilité 238
5.3.1 Introduction : quel critère choisir pour l'analyse du comportement ? 238
5.3.2 Définition du Pouvoir Directeur des Essieux : PDE 238
5.3.3 Lien entre le PDE et les différents critères présents dans l'industrie automobile et la littérature 240
5.3.4 Recherche d'un critère 241
5.3.5 Conclusion : Illustrations du PDE pour un véhicule léger citadin 243

5.4 Dynamique Laterale sous sollicitation conducteur 247
5.4.1 Introduction : dynamique latérale (lacet/dérive) 247
5.4.2 Influence de la direction sur la dynamique latérale 248
5.4.3 Influence de la suspension sur la dynamique latérale 250
5.4.4 Conclusion : comment agir sur la dynamique latérale par les organes de liaison au sol ? 256

5.5 Dynamique Longitudinale sous sollicitation conducteur 257
5.5.1 Introduction : dynamiques longitudinale et de lacet 257
5.5.2 Influence du couple freineur sur la dynamique longitudinale 263
5.5.3 Influence de la suspension sur la dynamique longitudinale 263
5.5.4 Conclusion : comment agir sur la dynamique longitudinale par les organes de liaison au sol ? 265

5.6 Strategie de loi de commande pour la suspension orientée comportement 266
5.6.1 Introduction : potentiel de la suspension hydractive sur le comportement 266
5.6.2 Stratégie en virage : contrôle du Lacet 269
5.6.3 Stratégie en freinage : contrôle du freinage 272
5.6.4 Perspectives 276

5.7 Conclusion 277

Conclusion générale.....279

Bibliographie de l'auteur.....283

Bibliographie.....285

Annexe 1 : Etude de l'amortisseur de suspension non linéaire et dissymetrique.....301

Annexe 2 : Paramètres de la C5 et C6 Hydractive série.....327

Annexe 3 : Concetruction du transfert mathématique idéal.....331

Annexe 4 : Approche métier pour définir les paramètres haut niveaux de la réalisation technologique de la suspesnion CRONE.....337

Annexe 5 : Recherche de l'amortisseur technologique permettant d'obtenir la loi d'amortissement théorique dimensionné par la méthodologie CRONE pour la suspension CRONE arrière parallèle de la C5 Hydractive 341

Annexe 6 : Paramètres du véhicule léger citadin.....359

Annexe 7 : Mode ferme pour la solution en gamma.....361

Chapitre 1

Analyse de l'influence de la suspension sur la dynamique verticale du véhicule et sur le confort des passagers

SOMMAIRE

1.1 Introduction 28

1.2 Comportement dynamique de l'etre humain 29
1.2.1 Introduction : aux quelles fréquences l'être humain est-il sensible ? 29
1.2.2 Biomécanique de l'être humain dans la plage de fréquence 0-20Hz 30
1.2.3 Excitation par la liaison au sol 31
1.2.4 Conclusion 33

1.3 Echantillons des modèles utilisés pour l'analyse de l'influence de la suspension 35
1.3.1 Introduction : du véhicule au quart de véhicule 35
1.3.2 Expression de la raideur apparente k_2 de suspension 37
1.3.3 Expression du coefficient de frottement apparent b_2 de suspension 39
1.3.4 Modèles d'analyse et de validation 45
1.3.5 Conclusion 47

1.4 Comprendre la réaction du véhicule à travers l'etude des grandeurs caractéristiques. 48
1.4.1 Introduction : quelles grandeurs étudiées pour comprendre l'influence de la suspension ? 48
1.4.2 Réponse de la caisse et de la roue dans le domaine fréquentiel 50
1.4.3 Fréquences caractéristiques de la caisse et de la roue 58
1.4.4 Conclusion 62

1.5 Conclusion 64

1.1 INTRODUCTION

Les routes sur lesquelles les véhicules sont amenés à se déplacer sont très hétérogènes. La taille, la forme, la fréquence d'apparition des aspérités de la chaussée sont très variables en fonction du type de réseaux considérés (autoroute, routes nationales, départementales, chemins etc. …) et de l'état d'ancienneté du revêtement. Lors d'un parcours, les roues d'un véhicule rencontrent des obstacles très diversifiés dont la distribution est apparemment aléatoire tant sur l'aspect géométrique que sur l'aspect temporel. Cette succession d'inégalités engendre au niveau de la roue des mouvements continuels dont le sens et l'intensité dépendent du profil de l'obstacle et de la vitesse de passage. Ces mouvements s'accompagnent d'accélérations verticales plus ou moins violentes. Lorsque le châssis est relié rigidement à la roue, ces accélérations sont directement transmises aux composants de la caisse, aux occupants et au chargement du véhicule. Dans cette configuration, les éléments de structure et les équipements sont constamment soumis à des sollicitations extrêmement sévères susceptibles de diminuer leur durée de vie.

L'étude de la suspension dans des conditions réelles d'utilisation nécessite, non seulement une bonne compréhension des phénomènes biomécaniques expliquant l'inconfort des passagers, mais également la connaissance des phénomènes physiques et mécaniques à l'origine de ces vibrations. Ces notions sont développées dans la première partie.

Pour mieux prendre en compte les phénomènes mécaniques mis en jeu, il est nécessaire d'étudier la suspension en tant que système d'un véhicule complet. Néanmoins, afin de d'identifier et de hiérarchiser la contribution de ces phénomènes, plusieurs hypothèses sont suggérées à partir d'études simplifiées de la suspension. La seconde partie de ce chapitre présente l'ensemble des modèles utilisés pour l'analyse de la suspension. Cette démarche graduelle construite à partir de modèles simplifiés facilite la compréhension.

De manière à bien comprendre toutes les subtilités de l'influence de la suspension, les grandeurs stratégiques à analyser sont présentées dans la troisième partie de ce chapitre. Cette partie permet de recenser les principales grandeurs physiques et d'analyser leur pertinence à travers des exemples concrets.

1.2 COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE L'ETRE HUMAIN

1.2.1 Introduction : aux quelles fréquences l'être humain est-il sensible ?

Le confort est une notion très étendue qui a pour but de préciser les propriétés de l'environnement qui interagissent avec les occupants sur le plan physiologique. En fait, le confort de l'occupant d'un véhicule résulte de la combinaison de plusieurs facteurs caractérisant l'environnement physique de l'habitacle [Polonne 1986] (bruit, espace, température, vibration, etc.). Les effets ressentis de ces facteurs sur chaque individu dépendent des caractéristiques propres tant sur le plan physique (anthropométrie, capacités sensorielles et fonctionnelles), que socioculturel (tolérance, motivation). Les vibrations mécaniques mettent en jeu une grande variété de phénomènes de transmission à travers le corps humain [Griffin 1996] [Berthoz 1992]. En effet, ce dernier est un ensemble hétérogène d'organes, de tissus de soutien, et de structures osseuses qui transmettent des efforts issus de ces vibrations extérieures. Les tissus et organes se comportent comme des filtres qui amplifient ou atténuent ces vibrations selon les fréquences considérées. Les différentes masses corporelles peuvent donc être animées de déplacements relatifs dont l'apparition est fonction de la fréquence et de l'amplitude de la vibration.

L'étude de la sensibilité humaine aux vibrations démontre que la bande de fréquences de 0 à 100 Hz est très importante. Le corps humain, d'un point de vue biomécanique (*Figure 1.1*), est modélisé par un ensemble de systèmes masse-ressort-amortisseur dont les caractéristiques sont non linéaires. Pour certaines fréquences, les masses corporelles entrent en résonance. Par conséquent, mesurer les vibrations du plancher dans le poste de conduite n'est pas suffisant. Il faut aussi connaitre les mouvements des masses corporelles. A l'étude mécanique doit donc s'ajouter une étude biomécanique.

La zone de fréquences entre 0 et 100Hz est donc décomposée en trois bandes de fréquences :

1. la première concerne les fréquences inférieures à 20Hz, autrement dit, les vibrations basses fréquences au sens biomécanique,
2. la deuxième regroupe les fréquences moyennes qui se placent entre 20 et 100 Hz,
3. la troisième rassemble les phénomènes acoustiques dont les fréquences sont supérieures à 100Hz.

Il s'avère que la plage de fréquence de 0 à 20 Hz dans laquelle le corps humain est extrêmement sensible aux vibrations verticales correspond à la plage de fonctionnement de la suspension.

1.2.2 Biomécanique de l'être humain dans la plage de fréquence 0-20Hz

L'approche biomécanique des vibrations [Berthoz 1971] permet donc de définir les fréquences de résonance des différents organes de l'être humain et ainsi d'identifier l'impact de la suspension sur le ressenti des passagers [ISO 5349 1986] [Griffin 1976]. Cela permet également d'identifier le potentiel de la suspension en matière de confort car, même si elle joue un rôle important dans le confort vertical, au-delà d'une certaine fréquence, d'autres systèmes du véhicule entrent en action, pouvant ainsi dégrader ou améliorer ce même confort vertical.

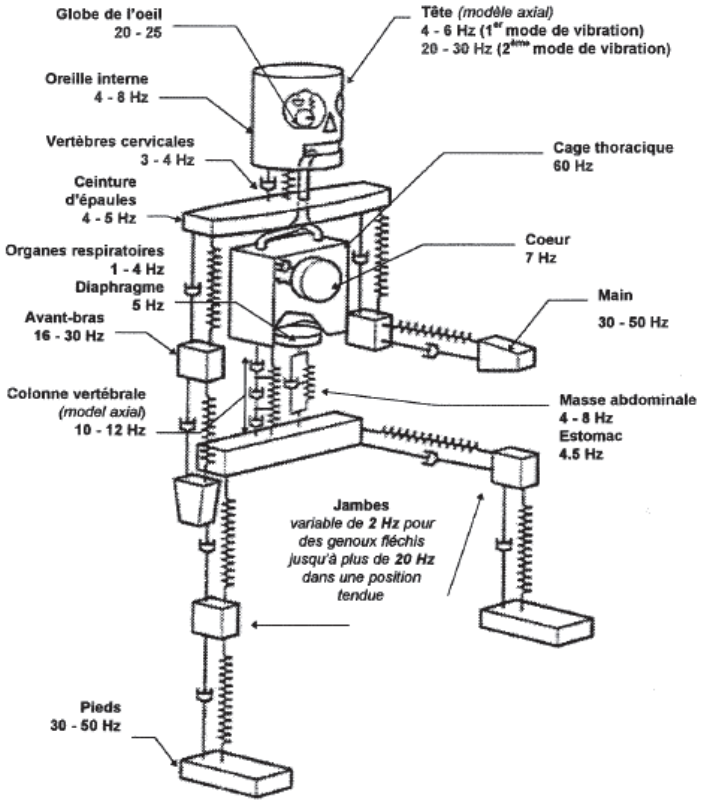


Figure 1.1 - Décomposition du corps humain en systèmes masse-resssort-amortisseur

La sollicitation des organes à des fréquences bien précises provoque des problèmes allant d'un simple mal-être jusqu'à la dégradation d'une ou plusieurs fonctions biologiques [Berthoz 1967] [BSI 1987a] [BSI 1987b] [Parlement européen 2002], d'où l'importance d'éviter la transmission des vibrations aux régions physiologiquement sensibles. Ceci démontre l'intérêt de posséder un système de filtrage qui soit très efficace dans la plage comprenant les fréquences de résonance des organes.

L'oreille interne est particulièrement sensible aux vibrations périodiques de très basses fréquences (inférieures à 1Hz). Une exposition directe de ce type peut occasionner une

cinétose, plus communément appelé : « mal des transports » (altération de nature neuro-végétative).

Le cœur présente une résonance à 7Hz. De plus des douleurs analogues à celle de l'infarctus du myocarde apparaissent à 4Hz et persistent jusqu'à 11Hz.

Des mouvements d'ensemble de la masse thoraco-abdominale sont probablement liés aux propriétés dynamiques du foie qui pèse 1,5 kg environ. Sa fréquence de résonance est située entre 4 et 8 Hz, celle de l'estomac entre 4 et 5Hz [Griffin 1986] [Griffin 1977]. Dans certains cas, une augmentation des troubles gastro-intestinaux (ulcères gastroduodénaux et gastrites) a été rapportée par les conducteurs de véhicules vibrants. Au-dessus et jusqu'à 6Hz, ces effets se manifestent par une respiration et une parole compliquées.

Les mouvements du rein sont maximaux entre 6 et 12 Hz, ils peuvent induire des étirements de l'uretère et modifier le péristaltisme de celui-ci (contraction des muscles pour déplacer le contenu d'un organe).

Enfin, des études épidémiologiques [INRS 2001] ont montrées que des douleurs lombaires, hernies discales et lésions précoces de la colonne vertébrale sont plus fréquentes en cas d'exposition prolongée de l'ensemble du corps à des vibrations dans les moyennes fréquences à partir de 10Hz.

L'être humain est donc fortement sensible aux vibrations verticales qu'il subit [Griffin 1988], c'est pourquoi la suspension doit, entre autres, permettre de filtrer toutes les vibrations désagréables pour l'Homme. L'exposition aux vibrations est inhérente à l'utilisation de véhicule. Lorsqu'une personne est assise sur un siège dans un véhicule roulant sur une route plus ou moins lisse, les vibrations sont transmises à l'ensemble du corps. Le risque de lésion dépend de l'intensité et de la fréquence des vibrations. C'est pourquoi il ne faut pas se contenter d'étudier le corps humain seul, mais l'Humain dans le véhicule. Ce qui nous amène à nous poser des questions sur la contribution de la structure du véhicule au filtrage des vibrations ressenties par l'être humain. Un véhicule en mouvement génère-t-il forcément des vibrations ressenties par l'être humain ? Quel rôle peut jouer la suspension sur la combinaison Homme-Véhicule ?

1.2.3 Excitation par la liaison au sol

Les vibrations à bord d'un véhicule proviennent de trois sources :

- le moteur ou intermédiaire mécanique entre le moteur et les roues ;
- la rotation des roues ;
- le sol qui impose aux roues des mouvements dont la composition en fréquences, la nature et l'amplitude dépendent du profil du terrain et de la vitesse du véhicule.

L'excitation par le sol est responsable de la plus grande partie des oscillations de grande amplitude dans la plage de 0 à 100Hz [Cucuz 1994] [Vercelatti 1986].

Les études de biomécanique humaine montrent que la fréquence à laquelle ce dernier est le moins sensible aux vibrations verticales se trouve autour de 1Hz.

Le système « homme-caisse-suspension » entre en résonance pour une fréquence autour de 1Hz. Ce mode n'existe que par la présence de la suspension (comme détaillé par la suite dans la partie 1.4.3). Par conséquent, le choix du dimensionnement de la suspension est primordial. Il doit être fait de manière à placer ce mode dans la zone de fréquence la moins sensible pour l'être humain.

Le système « homme-siège » (*Figure 1.2*) possède un mode dont la fréquence de résonance est aux environs de 4Hz [Hontschik 1972] [Hontschik 1974]. Il est possible de définir deux phénomènes : le rebond et le tassement dans la zone de 2.5 à 8Hz. Le premier correspond à un mouvement d'oscillation du conducteur d'amplitude quasi-constante autour d'une valeur moyenne. Le second apparait quand l'amplitude de ce mouvement s'accroit subitement lors d'un passage dans un grand creux par exemple. Le thorax vient alors comprimer l'abdomen. Cette zone de fréquences, intégrant le mode du conducteur sur son siège, correspond également à une zone particulièrement sensible en biomécanique humaine. C'est pourquoi il est très important de filtrer au maximum les vibrations provenant de la route aux fréquences comprise entre 2.5 et 8Hz. Cette zone est dite : zone des ***tressautements***.

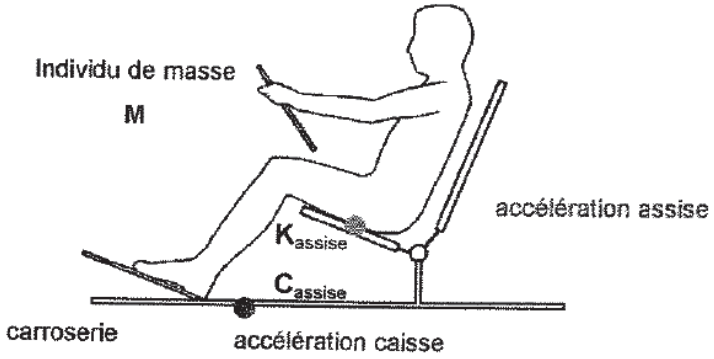


Figure 1.2 - Conducteur sur son siège

Le système « suspension-roue » présente un mode propre entre 11 et 17Hz en fonction du pneumatique. Le dimensionnement de la suspension a une réelle influence dans cette zone de fréquences puisqu'il est responsable de ce que l'on appelle le rebond de roue, ou battement de roue lorsque ce mode est mal contrôlé. Ce phénomène, présent uniquement sur les véhicules suspendus, correspond à l'entrée en résonance de la roue provoquant des vibrations dans la caisse à travers les éléments du train, aussi appelé ébranlements de trains. En effet, l'énergie de la roue doit être dissipée par un amortisseur car le pneumatique à lui seul ne suffit pas. Par conséquent, il est nécessaire de trouver d'autres éléments résistifs pouvant dissiper cette énergie avant que cette dernière n'atteigne la caisse et donc les passagers. Une solution

est de traiter ce phénomène par l'amortisseur de suspension comme cela est détaillé dans le chapitre 3.

Le système « homme-siège-véhicule » (*Figure 1.3*) réagit à la zone de fréquences (5 à 60Hz) dans laquelle les vibrations sont ressenties au niveau du plancher, des sièges et du volant, c'est ce que l'on appel : les ***trépidations*** [Dignac 2011]. Elles sont soit dues à une excitation aléatoire entretenue provoquées par une « route bosselée de campagne » par exemple, soit à une excitation périodique de type « ondulation » souvent ressentie sur autoroute par exemple. Deux phénomènes distincts sont présents en réalité sous ce terme :

- les modes de corps rigides qui sont des modes vibratoires où des masses indéformables entrent en résonance sur différentes fixations élastiques (mode de moteur, mode de train avant et arrière…)
- les modes de structures où la structure elle-même se déforme, notamment sur un revêtement légèrement dégradé et donc générateur de fréquences comprises entre 10 et 40Hz. Si une structure présente des modes de vibrations peu amortis dans cette bande de fréquences, ces modes peuvent engendrer des vibrations importantes. C'est le cas pour certain véhicule où le mode de torsion du châssis est situé autour de 20Hz. L'analyse vibratoire fait apparaitre un maximum vibratoire aux places arrière entre 15 et 30 Hz.

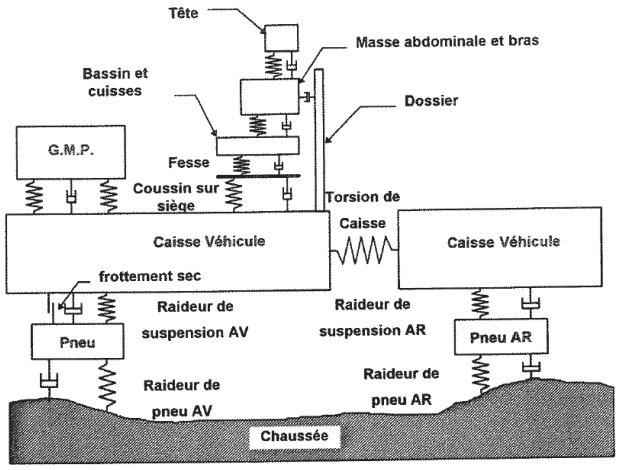


Figure 1.3 - Modele simplifié du système « Homme-siege-vehicule »

Après 40Hz et jusqu'au 200Hz, des percussions (chocs à la roue type bouche d'égout, raccord bitume…) sont à l'origine des vibrations et chocs sonores éprouvés par les passagers.

Finalement, au-dessus de 250Hz les vibrations se manifestent par des sons basses fréquences (bruits de roulement).

1.2.4 Conclusion

L'exposition aux vibrations est donc inhérente à l'utilisation d'un véhicule. Les vibrations les plus néfastes sont situées dans la plage de fréquences 2 à 15Hz :

- entre 2 et 8Hz, les organes internes peuvent entrer en résonance (zone des tressautements) ;
- entre 8 et 15Hz, les vibrations sont transmises à l'ensemble du corps par le biais de la colonne vertébrale.

Malheureusement, bien que certains équipements du véhicule protègent les passagers de certaines fréquences sensibles en agissant comme un filtre (c'est le cas du siège), ces mêmes équipements couplés à l'homme ou autres masses suspendues ont leurs propres modes de résonance qui pour certains ne sont pas idéalement situés. La suspension est un système qui permet de filtrer une partie de ces fréquences non désirables au niveau de la caisse.

Il est donc important :

- en dessous de 1Hz, de ne pas amplifier le contenu spectral des sollicitations route ;
- entre 2,5 et 8Hz (zone de fréquences dans laquelle la majorité des organes internes sont sollicités) et autour du mode de roue, de diminuer le contenu spectral des sollicitations route transmis à la caisse.

1.3 ECHANTILLONS DES MODÈLES UTILISÉS POUR L'ANALYSE DE L'INFLUENCE DE LA SUSPENSION

1.3.1 Introduction : du véhicule au quart de véhicule

De manière à bien comprendre le cheminement permettant la simplification du véhicule complet vers une représentation quart de véhicule, il est important de visualiser la place de la suspension dans un véhicule. La Figure 1.*4* met en évidence les éléments de la liaison au sol sur un véhicule classique.

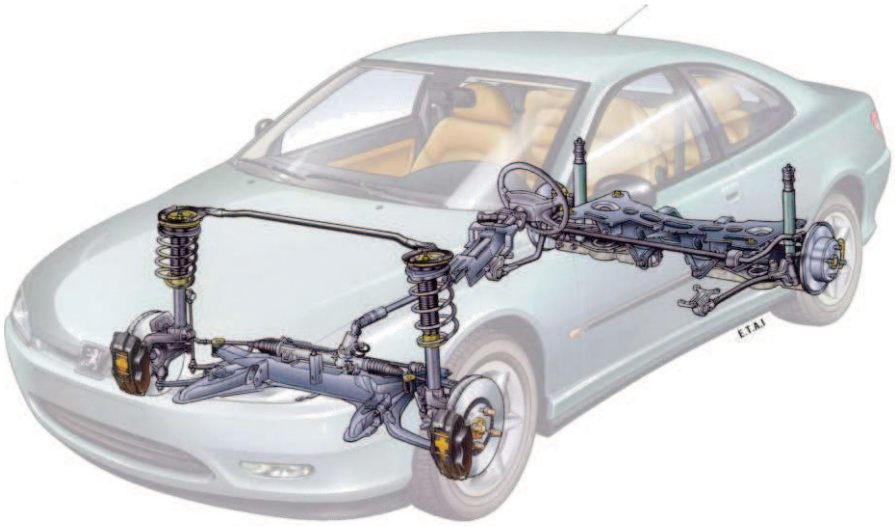


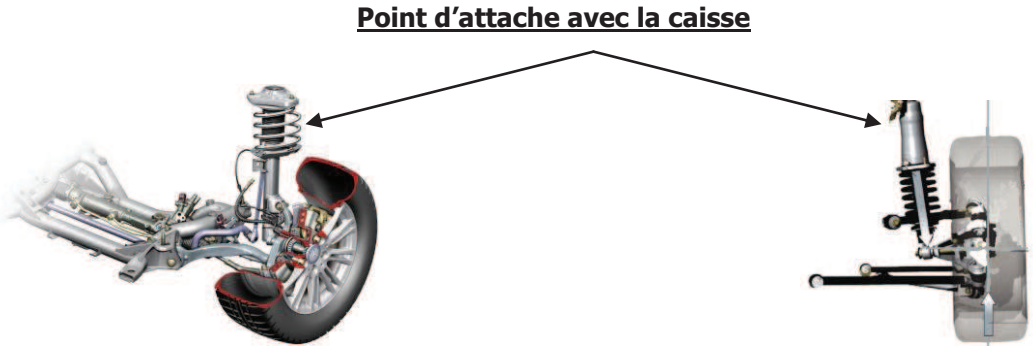
Figure 1.4 - La liaison au sol dans un véhicule

Deux éléments distincts reliés par la caisse sont identifiables : l'essieu avant et l'essieu arrière. Chaque essieu porte les masses avant et arrière. Le comportement des essieux n'est couplé que lors de torsion de la caisse. Ces essieux se composent au minimum :

- du train : une seule pièce permettant l'implantation des éléments de l'essieu et pouvant jouer un rôle sur les trois dynamiques du véhicule de par leur conception ou de par leurs éléments de liaison entre les différents systèmes ;
- d'une partie de la transmission pour la dynamique longitudinale ;
- du système de freinage de chacune des roues ;
- d'une suspension transversale (barre anti-dévers) liant la roue gauche à la roue droite dans les mouvements de roulis comme expliqué dans le chapitre 4 ;
- de deux suspensions verticales intégrant chacune une roue, permettant ainsi de lier de manière visco-élastique la caisse et les roues.

L'essieu directeur (en générale l'avant) comprend en plus une partie du système de direction.

Lors de l'étude de la dynamique verticale, seule la suspension (et quelques éléments du train) intervient. Le train est de construction symétrique, les éléments côté gauche sont dupliqués côté droit (*Figure 1.5*).



(a) *(b)*

Figure 1.5 - Représentation réelle (a) et schématique (b) d'un quart de véhicule

Par conséquent, dans un premier temps, il est possible de limiter l'étude verticale d'un véhicule à une étude quart de véhicule pour analyser la suspension (*Figure 1.6*). Sur des mouvements verticaux en phase, la roue pousse la suspension qui se déforme pour éviter que la caisse ne bouge. La raideur apparente de l'ensemble des éléments élastiques compris entre la caisse et la roue est notée k_2. De même, le frottement visqueux apparent de l'ensemble des éléments dissipatifs compris entre la caisse et la roue est notée b_2. La masse composée de la caisse du véhicule et des passagers, portée par la suspension, est nommée masse suspendue et est notée m_2. La masse composée de la roue et d'une partie des éléments du train est nommée masse non suspendue et est notée m_1. L'écart entre la position de m_2, notée $z_2(t)$, et la position de m_1, notée $z_1(t)$, s'appelle le débattement noté $z_{12}(t)$. Les différents éléments capacitifs (k_2) et dissipatifs (b_2) donne un effort de suspension appliqué à la fois sur m_2 et m_1. Ils dépendent du débattement et de la vitesse de débattement. Par ailleurs (figure 1.6), $f_0(t)$ représente les reports de charge (freinage, virage,…)

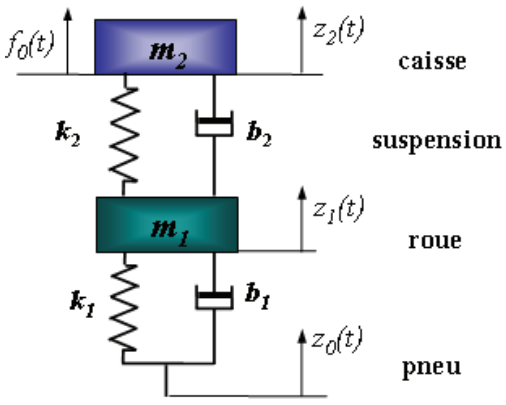


Figure 1.6 - Schéma quart de véhicule pour l'analyse de la suspension

La raideur entre la caisse et la roue (k_2) est une raideur apparente appelée aussi raideur à la roue. Elle n'est pas uniquement constituée de la raideur de l'organe de suspension mais également des raideurs dites 'parasites' apportées par les articulations en caoutchouc comme détaillée dans la partie 1.3.2.2. De la même manière, b_2 (le frottement visqueux apparent) ne dépend pas uniquement de l'amortisseur de suspension. C'est pourquoi, lorsque l'on étudie une suspension, il est nécessaire de prendre en compte l'ensemble des phénomènes pour les traduire au centre roue en effort appliqué et en vitesse résultante [Merlet 1996].

1.3.2 Expression de la raideur apparente k_2 de suspension

La raideur apparente est donc la résultante d'un certains nombres d'éléments capacitifs agissant ensemble sur la dynamique verticale du véhicule.

1.3.2.1 Ressort de suspension

Le composant agissant à l'ordre 1 sur la valeur de la raideur apparente est l'organe de suspension. Suivant la technologie, il peut être métallique (ressort classique (*Figure 1.7*(a))), hydropneumatique/oléopneumatique (une sphère pour Citroën (*Figure 1.7*(b))) ou pneumatique (*Figure 1.7*(c)).

(a) (b) (c)

Figure 1.7 - Exemples de ressorts métallique (a), oléopneumatique (b), pneumatique (c)

En fonction de la technologie employée, l'impact de la masse suspendue m_2 sur la raideur apparente k_2 est plus ou moins prononcé. Par exemple, pour un ressort métallique la masse n'a pas d'influence sur la valeur de la raideur (équation (1.1.a)). Pour la sphère hydropneumatique, la raideur équivalente est dépendante de la masse m_2 au carré (équation (1.1.b) et pour le ressort pneumatique de la masse m_2 (équation (1.1.c).

$$\begin{cases} k_{susp\_roue\_metal} = k_2 & \text{(a)} \\ k_{susp\_roue\_hydro} = \gamma \cdot \dfrac{(m_2 g)^2}{P_0 V_0} & \text{(b)} \\ k_{susp} = \gamma \cdot \dfrac{(m_2 g)^2}{P_0 V_0} \cdot \left(\dfrac{(P_{sta} + P_{at})}{P_{sta}} \right)^2 & \text{(c)} \end{cases}, \qquad (1.1)$$

équations au sein desquelles g représente l'accélération gravitationnelle, P_0 et V_0 la pression de tarage et le volume de la sphère pour la technologie hydropneumatique, P_{sta} et P_{at} les pressions statique pour une masse donnée et atmosphérique pour la technologie pneumatique.

La raideur de suspension, quelle que soit la technologie employée, peut être assimilée à une raideur linéaire pour de faibles débattements. Cette hypothèse, vraie pour la technologie métallique, a été vérifiée avec les travaux de P. Serrier [Serrier 2008] décomposant la non-linéarité de la raideur hydropneumatique en noyaux de Volterra et mettant ainsi en évidence le caractère négligeable des noyaux d'ordre supérieur à 1.

Néanmoins, lors de très grand débattement cette raideur à la roue n'est plus du tout linéaire, notamment en raison de la présence de butée.

1.3.2.2 Démultiplication due à l'implantation de la raideur de suspension dans le train

La démultiplication entre le débattement à la roue et le débattement à l'organe dépend de la distance de ce dernier par rapport au centre roue. Plus la distance est importante, plus la démultiplication est petite devant 1. Les relations entre la force à l'organe et la force à la roue, ainsi que celle entre la vitesse à l'organe et la vitesse à la roue, sont données respectivement par les équations (1.2) et (1.3), soit :

$$F_{roue}(t) = d_1 * F_{organe}(t) \tag{1.2}$$

et

$$v_{roue}(t) = \frac{v_{org}(t)}{d_1}. \tag{1.3}$$

Il existe également la définition du rapport inverse de démultiplication qui s'écrit $R=1/d_1$. Dans cette thèse, la démultiplication est toujours le coefficient liant les efforts de roue aux efforts à l'organe par la relation (1.2) notée d_1.

Par définition, l'expression de la raideur à l'organe s'écrit :

$$k_{susp\_org} = \frac{\partial F_{org}(t)}{\partial z_{12\_org}} = \frac{\partial F_{org}(t)}{\partial\left(\int v_{org}(t)\,dt\right)}, \tag{1.4}$$

résultats qui implique une raideur équivalente à la roue égale à :

$$k_{susp\_roue} = \frac{\partial F_{roue}(t)}{\partial z_{12\_roue}} = \frac{\partial\left(d_1 F_{org}(t)\right)}{\partial\left(z_{12\_org}/d_1\right)} = {d_1}^2 \frac{\partial F_{org}(t)}{\partial z_{12\_org}} = {d_1}^2 k_{susp\_org}. \tag{1.5}$$

De plus, l'inclinaison et le décalage de l'organe implique une variation d'effort à la roue en fonction du débattement correspondant à une démultiplication d_1 variable. Ce phénomène influe sur la valeur de la raideur statique, donc autour de l'assiette de référence, soit :

$$k_{susp\_roue}(0) = \left.\frac{\partial F_{roue}(t)}{\partial z_{12\_roue}}\right|_0 = \left.\frac{\partial}{\partial z_{12\_roue}}\left(d_1(t) * F_{org}(t)\right)\right|_0 = d_1(0)\left.\frac{\partial F_{org}(t)}{\partial z_{12\_roue}}\right|_0 + F_{org}(0) * \left.\frac{\partial d_1}{\partial z_{12\_roue}}\right|_0 \tag{1.6}$$

A l'assiette de référence correspondant à un débattement nul, l'effort de l'organe de suspension correspond au poids porté par la suspension, aussi appelé précharge, fonction de la masse suspendue m_2 et de l'accélération gravitationnelle g, soit :

$$k_{susp\_roue}(0) = d_1(0)^2 k_{susp\_org} + \frac{Mg}{d_1}\frac{\partial d_1}{\partial z_{12\_roue}}\bigg|_0, \tag{1.7}$$

avec $\frac{\partial d_1}{\partial z_{12\_roue}}$ la dérivée de la démultiplication en fonction du débattement à la roue.

1.3.2.3 Raideur parasite

Elle est essentiellement faite par les cales et les articulations des trains liant les points d'accrochage des éléments de suspension au train ou à la caisse. En effet, plus la cale est raide, plus la liaison entre le train et la suspension est « ferme». Par conséquent, les cales ne vont pas permettre aux organes de suspension de se mouvoir de manière complètement indépendante. Dans ce cas, les raideurs parasites sont importantes. La liaison parfaite serait de type rotule sans frottement.

1.3.2.4 Raideur totale apparente

La raideur totale apparente, aussi communément appelée raideur à la roue, s'écrit donc :

$$k_2 = k_{roue} = d_1{}^2 k_{susp\_org} + \frac{Mg}{d_1}\frac{\partial d_1}{\partial z_{12\_roue}} + k_{parasite}. \tag{1.8}$$

En fonction de l'implantation de la suspension sur le véhicule, cette formule peut donner un résultat très éloigné de la "valeur réelle" définissant l'organe seul (raideur statique du ressort). Par exemple, sur certains trains la raideur parasite peut atteindre 10 000 N/m, ceci n'étant pas négligeable face aux raideurs du ressort de suspension. De même, le deuxième terme $\left(\frac{Mg}{d_1}\frac{\partial d_1}{\partial z_{12\_roue}}\right)$ peut atteindre 5 000 N/m pour des trains doubles triangles. Bien que la démultiplication (d_1) de ce type de trains soit proche de 1, sa dérivée $\left(\frac{\partial d_1}{\partial z_{12\_roue}}\right)$ peut être non nulle.

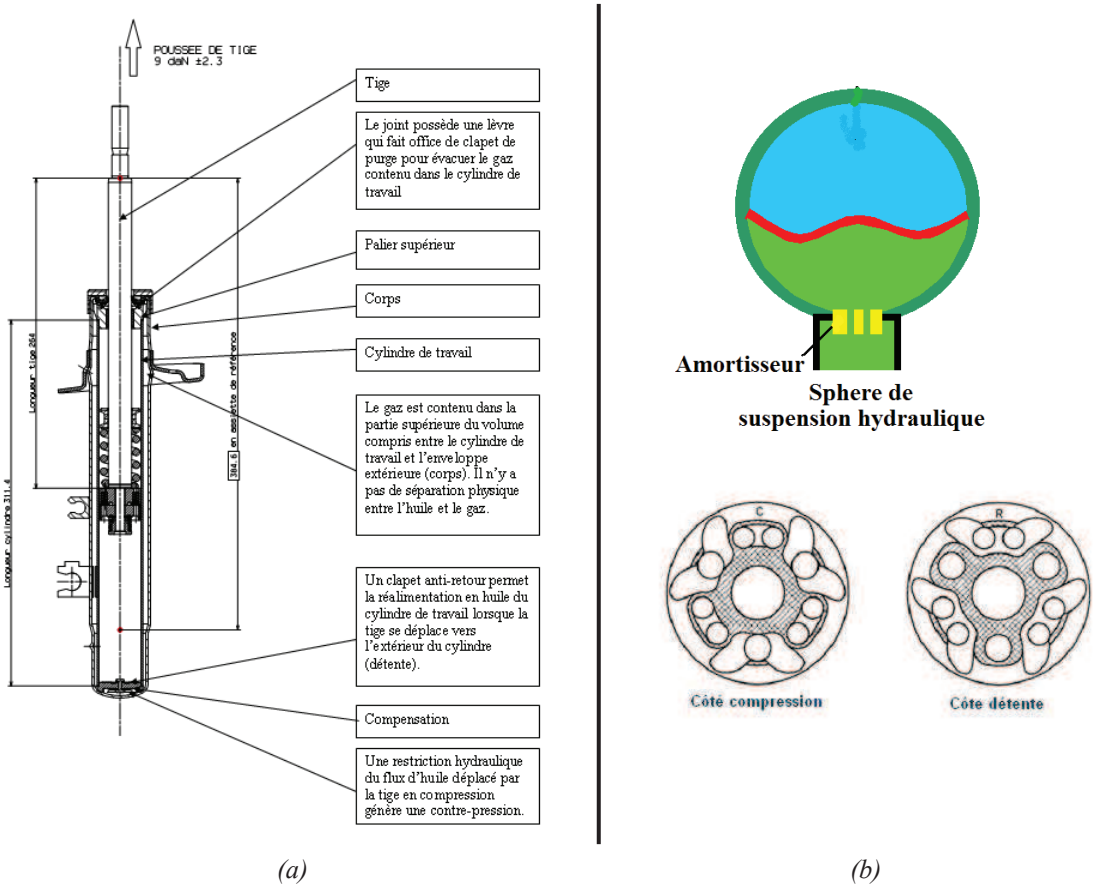
1.3.3 Expression du coefficient de frottement apparent b_2 de suspension

Le frottement apparent b_2, correspondant à la somme des éléments dissipatifs entre m_1 et m_2, aussi appelé frottement à la roue, est lié uniquement aux situations transitoires, c'est à dire à la vitesse de débattement. Le comportement du véhicule (donc dans notre cas de la suspension) en transitoire représente 80% du jugement du véhicule en roulage.

Le frottement apparent est ainsi la résultante d'un certain nombre d'éléments résistifs agissant ensemble sur la dynamique verticale du véhicule.

1.3.3.1 Amortisseur de suspension

L'amortisseur joue un rôle très important pour la suspension (***Figure 1.8***). Habituellement il est situé dans le vérin de suspension. Néanmoins, la technologie hydropneumatique permet une technologie d'amortisseur plus compacte pouvant donc se mettre soit en entrée de sphère, soit dans les canalisations. C'est pourquoi le frottement apparent peut également être appelé frottement visqueux apparent. Les combinaisons sont donc multiples et variées. Elles permettent une définition de la suspension plus complexe (cf. chapitre 3).



(a) *(b)*

Figure 1.8 - Exemples d'implantation d'amortisseur chez PSA en fonction de la technologie utilisée pour la suspension : (a) amortisseur dans le vérin pour suspension métallique et (b) amortisseur pour suspension hydropneumatique

Bien que les technologies d'amortisseur soient multiples, le principe physique expliquant son fonctionnement repose toujours sur le laminage d'un fluide à travers une restriction.

La courbe de l'effort dissipatif en fonction de la vitesse de débattement est fortement non linéaire. Dans le domaine automobile, la non-linéarité est recherchée sans pour autant être complètement maitrisée. Cependant certaines hypothèses issues d'un retour d'expérience sur

le terrain permettent de découper la courbe d'amortissement en 5 zones comme le montre la *Figure 1.9*. L'étude de la non-linéarité de l'amortisseur a fait l'objet d'un travail spécifique en partenariat avec PSA dont les résultats sont exposés dans l'Annexe 01.

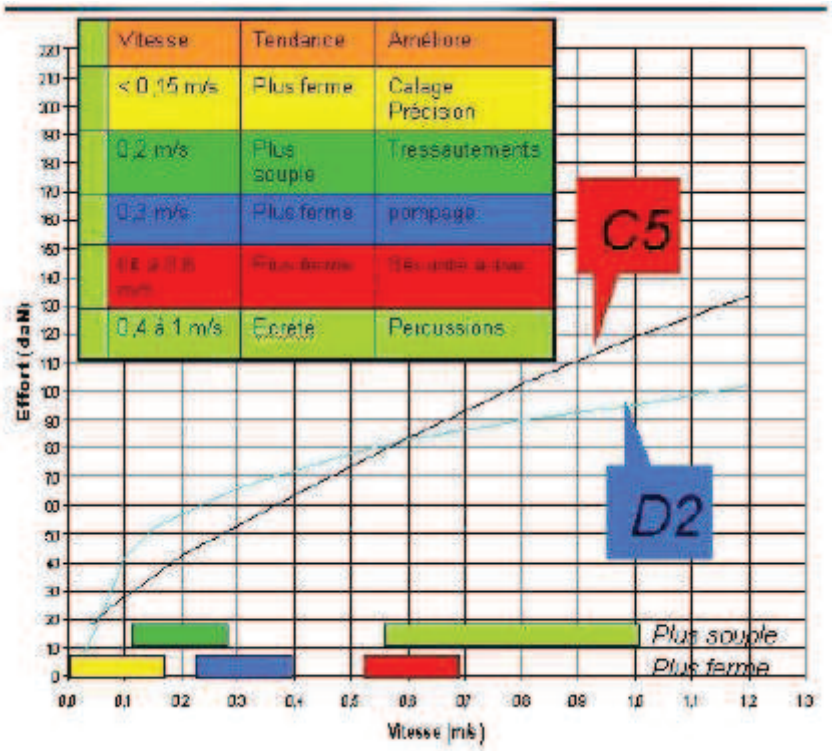


Figure 1.9 - Loi d'amortissement avec un comportement fortement non linéaire recherché

1.3.3.2 Démultiplication due à l'implantation de l'amortisseur de suspension dans le train

Pour les mêmes raisons que le ressort de suspension, l'amortisseur de suspension subit une démultiplication liée à son implantation dans le train. Par conséquent, l'expression du frottement visqueux de l'organe de suspension ramené à la roue s'écrit :

$$b_{susp\_roue} = d_1^{\,2}\, b_{susp\_org}. \tag{1.9}$$

1.3.3.3 Frottement sec de suspension

Le frottement sec est la conséquence de la présence de certains matériaux ou d'une structure particulière comme le joint d'étanchéité, les éléments de guidage,… il participe fortement à la réponse de la caisse surtout aux faibles vitesses de débattement.

La valeur de la force due au frottement sec que l'on mesure couramment pour une suspension métallique / pneumatique est de l'ordre de 2,5 daN. Pour une suspension hydropneumatique cette valeur est de l'ordre de 7,5 daN.

Plusieurs modèles de frottement sec existent dans la littérature [Olsson 1997]. La représentation type tangente hyperbolique reste la représentation la plus simple pour appréhender l'influence du frottement sec. Le graphique ci-dessous rappelle l'allure des lois *"Effort = f(Vitesse)"* utilisées pour représenter le frottement sec dans la modélisation, et correspondant à un frottement de Coulomb.

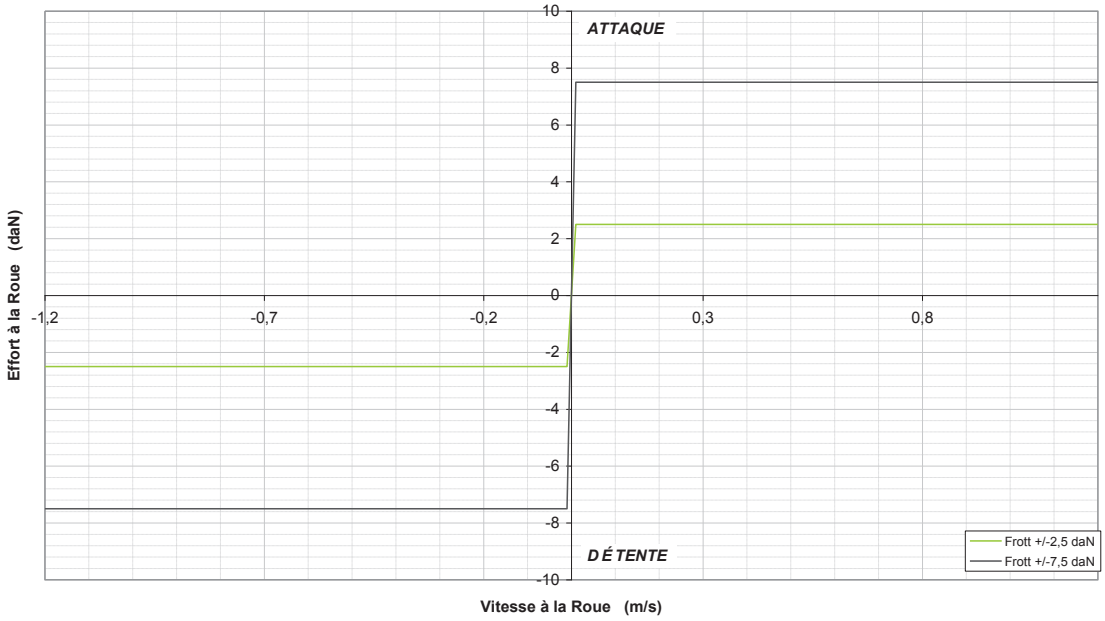


Figure 1.10 - Loi Effort = f(Vitesse) à la roue

***Remarque** :*
Autour de v = 0 m/s, on constate que le niveau de frottement est nul, ce qui n'est pas strictement représentatif d'un frottement réel. Cette représentation ne prend pas en compte l'effet Striebek [Olsson 1997].

En représentant le frottement sec dans le graphique *b=f(v)*, sachant que *b* correspond à la pente effort/vitesse de débattement couramment appelée frottement visqueux, il est possible de tracer, et donc de visualiser, l'impact du frottement sec sur le frottement visqueux apparent. La *Figure 1.11* représente les valeurs du coefficient de frottement visqueux de la suspension sans frottement sec en pointillés rouges et bleus (pour b_{susp_roue}=2011Ns/m (rouge noté b1) ou 1935Ns/m (bleu noté b2). Les courbes noires représentent le frottement sec (en pointillés Frott=+/-2.5 daN et en trait plein Frott=7.5 daN). Les courbes rouges et bleues en traits pleins avec ou sans « markers » représentent la somme du frottement visqueux apparent et du frottement sec, donnant ainsi le frottement apparent équivalent pour les deux valeurs données précédemment, et ce comme l'illustre l'équation (1.10), soit :

$$b_2 = b_{roue} = b_{frottement} + b_{susp\_roue}. \qquad (1.10)$$

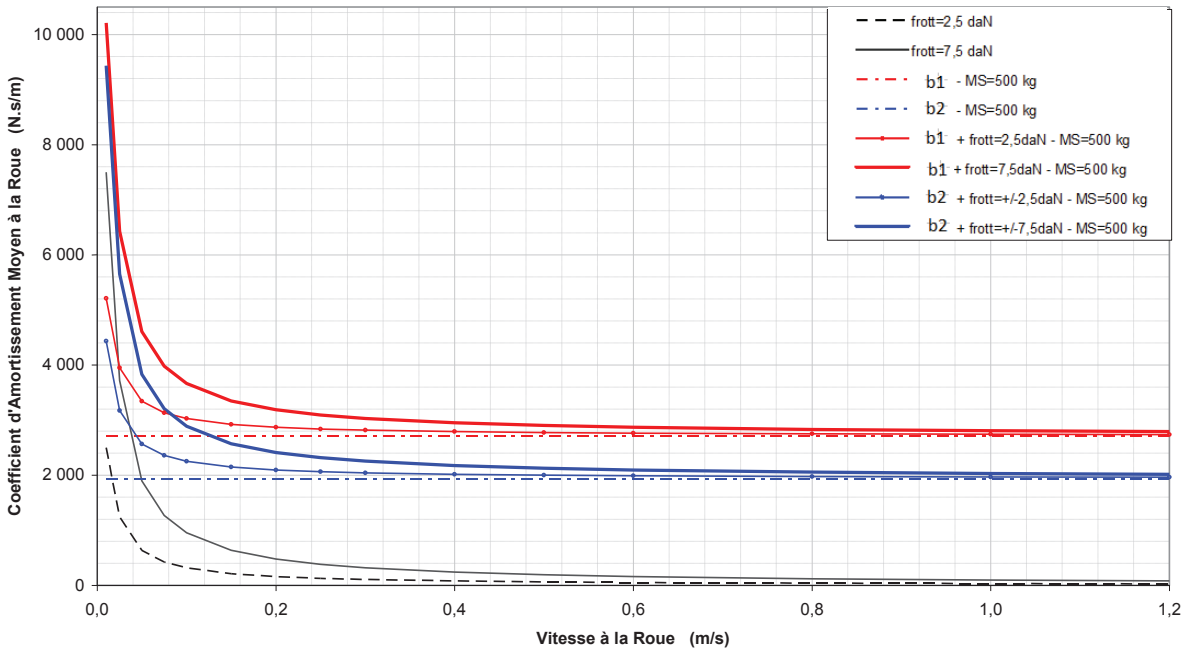


Figure 1.11 – Variation du frottement visqueux moyen à la roue

Cette figure met en évidence la contribution très élevée et fortement non linéaire du frottement à faible vitesse ($v < 0.02$ m/s) sur le niveau de frottement visqueux apparent de la suspension. Dans certains cas, la présence du frottement peut conduire, en particulier au cas de charge minimal, à un blocage plus ou moins prononcé de la suspension.

1.3.3.4 Comment construire une loi effort/vitesse à la roue en tenant compte du frottement sec ?

Par sa contribution, le frottement sec doit être pris en compte de la même manière que le frottement visqueux de suspension sous forme d'un frottement global à la roue. On se propose de réaliser ici une adaptation de la loi $b=f(v)$ de manière à tenir compte du frottement dans la spécification de la loi effort/vitesse à la roue de l'organe de suspension.

La *Figure 1.12* permet de comparer :

- une loi de coefficient de frottement visqueux apparent linéaire b_{lin}=1936 N.s/m (courbe bleue avec pointillés),
- une loi de coefficient de frottement visqueux linéaire b_{lin}=1936 N.s/m pour l'organe de suspension associée à un frottement de 7.5 daN (le frottement visqueux apparent est représenté par la courbe bleue en trait plein),
- une loi linéaire modifiée telle que $b_{NL}=b_{lin}-b_{frott}$ (courbe pointillée rouge) associée également à un frottement de 7.5 daN permettant d'obtenir la loi de frottement visqueux apparent courbe verte.

Pour simuler numériquement la loi, une correction en pied de courbe est apportée pour garantir un passage par 0 (tangente au point v = 0,1 m/s : suppression des valeurs négatives) :

courbe rouge en trait plein. Techniquement le comportement idéal recherché est un frottement visqueux de suspension nul en dessous de $v = 0.02$ m/s.

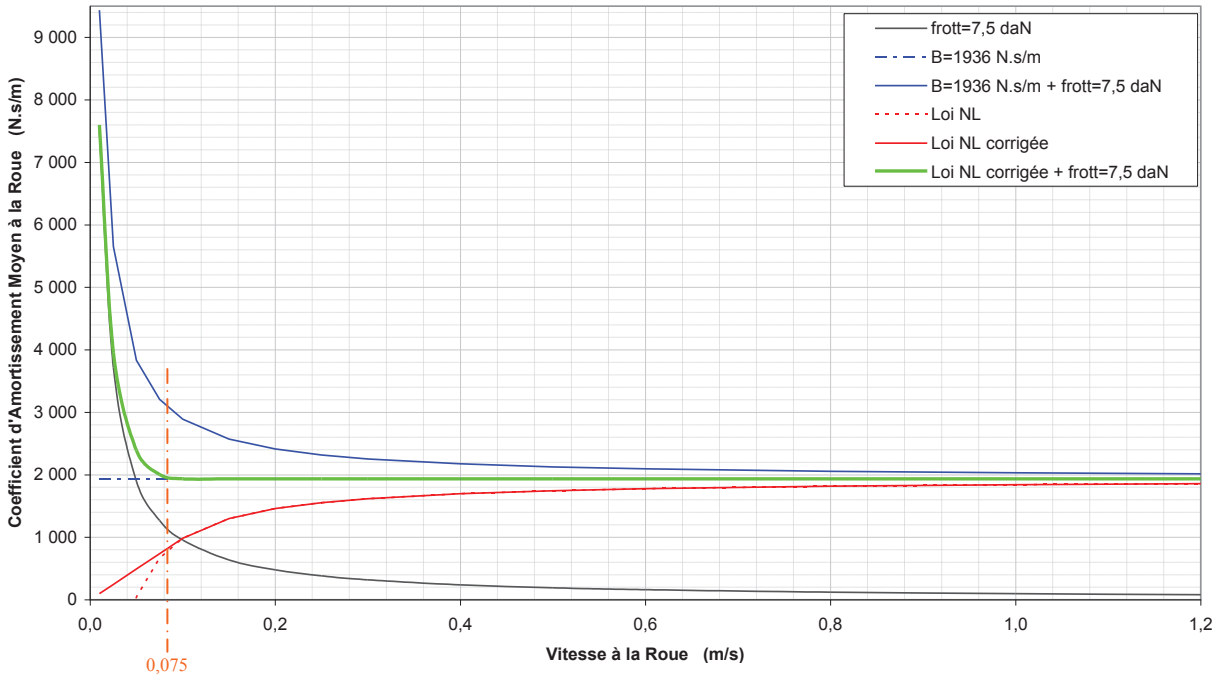


Figure 1.12 – Loi d'amortissement modifiée B(v)

On visualise alors facilement le gain en niveau d'amortissement : pour une vitesse égale à 0,075 m/s, on passe d'un coefficient d'amortissement visqueux supérieur à 3200 N.s/m (avec la loi linéaire sans redimensionnement pour prise en compte du frottement) à 1936 N.s/m (avec la loi corrigée). Dans le graphique effort/vitesse, cette modification de la loi de l'amortisseur de suspension se traduit par les courbes de la *Figure 1.13*.

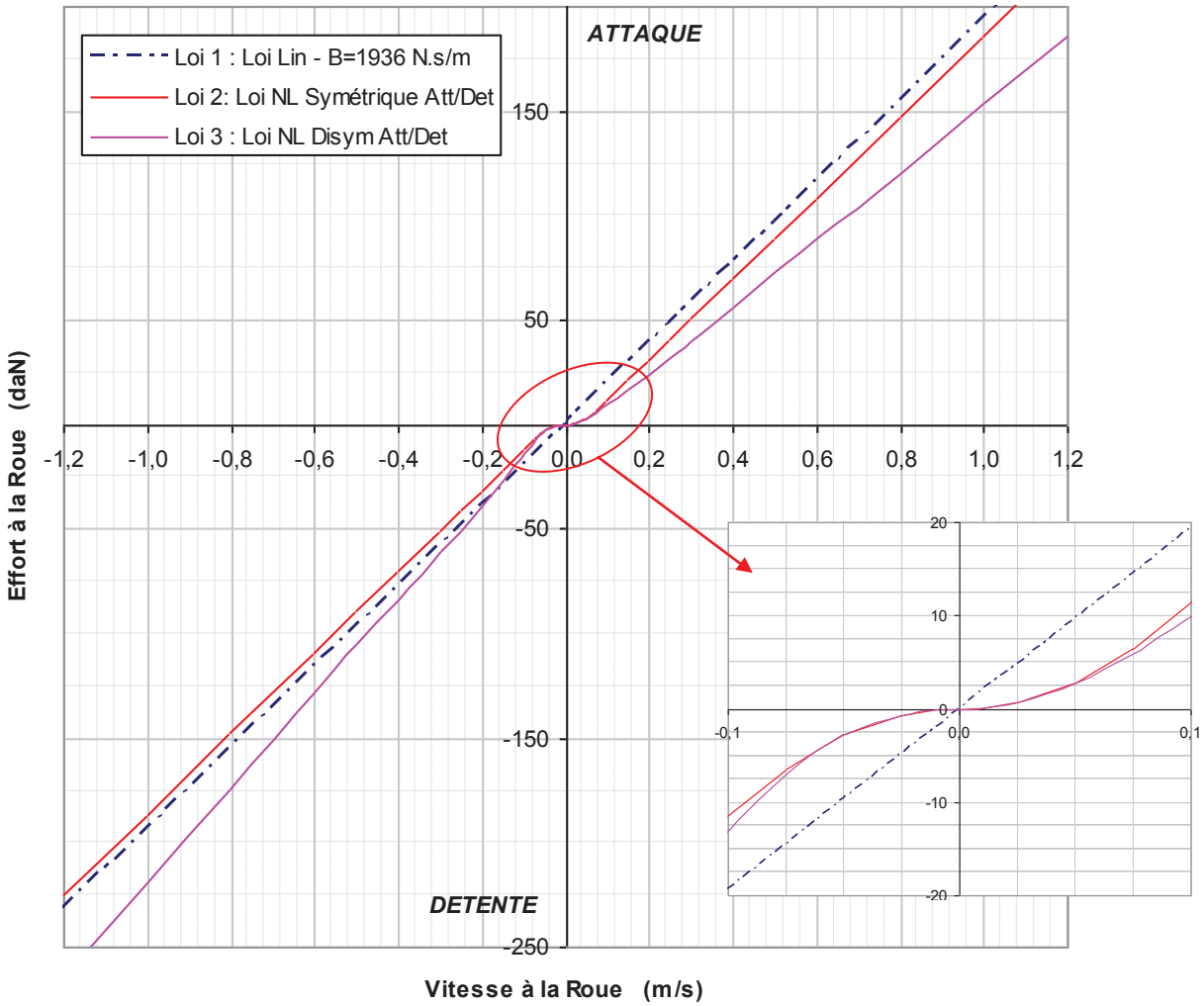


Figure 1.13 – Lois effort/vitesse de frottement visqueux pour l'organe de suspension à la roue modifiées pour la prise en compte du frottement sec

La loi 1, calculée à partir de la valeur b_{lin}=1936 N.s/m, est la droite pointillée bleue. La loi 2, calculée à partir de la loi d'amortissement non linéaire, se caractérise par un pied de courbe (faibles vitesses) de forme quadratique typique d'un résultat obtenu avec un gicleur à paroi mince. Cette solution apparaît donc la plus adaptée ici pour atténuer le niveau d'amortissement dû au frottement. Il se trouve que c'est exactement la solution mise en œuvre sur les amortisseurs de suspension Citroën. A titre indicatif, la loi 3 est une variante de la loi 2 à laquelle a été appliqué un coefficient de dissymétrie entre l'attaque et la détente. L'impact de la dissymétrie attaque/détente fait l'objet de l'Annexe 01.

1.3.4 Modèles d'analyse et de validation

1.3.4.1 Modèle quart de véhicule

Un des premiers modèles développés est le quart de véhicule intégrant l'ensemble des non-linéarités décrites précédemment et des nouvelles non-linéarités liées à la technologie de la suspension telles que les canalisations (*Figure 1.14*).

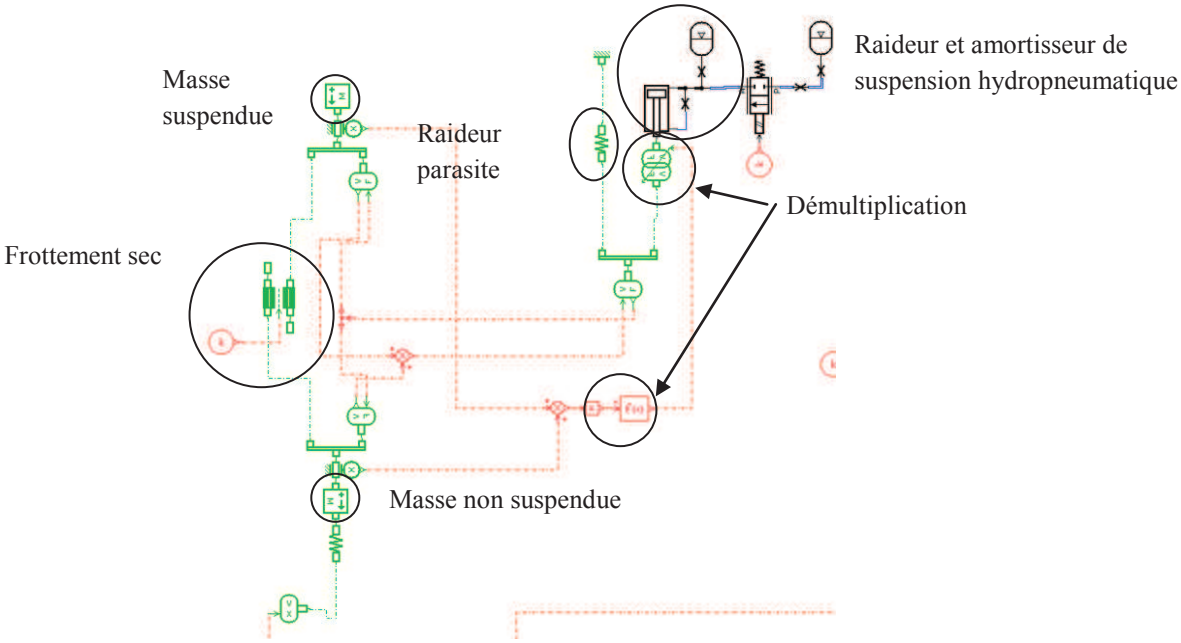


Figure 1.14 – Modèle quart de véhicule non linéaire sous AMESim®

Sous certaines hypothèses simplificatrices, ce type de petits modèles peut être réduit à un modèle quart de véhicule linéaire facilitant la synthèse. Cette démarche est abordée au chapitre 2.

1.3.4.2 Modèle véhicule 4 roues

Un modèle complet construit dans AMESim (*Figure 1.15*) permet de valider le comportement dynamique des modèles quart de véhicule et d'étudier l'impact d'un dimensionnement de suspension sur le comportement routier du véhicule complet.

Un tel modèle permet de modéliser finement tous les phénomènes physiques, notamment les mouvements de caisse en proposant un modèle à 14 degrés de liberté (ddl) issu de la collaboration de LMS (entreprise développant l'outil de modélisation AMESim®) et PSA. L'inconvénient de ce modèle est le temps pris par les simulations. Certes des méthodes sont disponibles pour faire de la co-simulation, mais elles restent compliquées à mettre en œuvre. Par conséquent, ce modèle n'est utilisé qu'à la fin du développement pour valider les résultats obtenus avec les autres modèles et juste avant d'implanter la suspension dans le véhicule réel.

Un autre modèle de validation à 7 degrés de liberté sous Matlab/Simulink est réalisé dans le but de gagner du temps de simulation. Ce modèle bien que moins précis dans la définition des phénomènes physiques, décrit la dynamique verticale de pompage, tangage et roulis en prenant en compte les équations de la caisse, les différents éléments de suspension nécessaires et en intégrant les non-linéarités les plus influentes : présence du frottement sec, loi non linéaire d'amortisseur de suspension, raideur parasite, compressibilité du fluide,

équations des canalisations avec leur inertie… Un visuel de ce modèle est présenté sur la *Figure 1.16*.

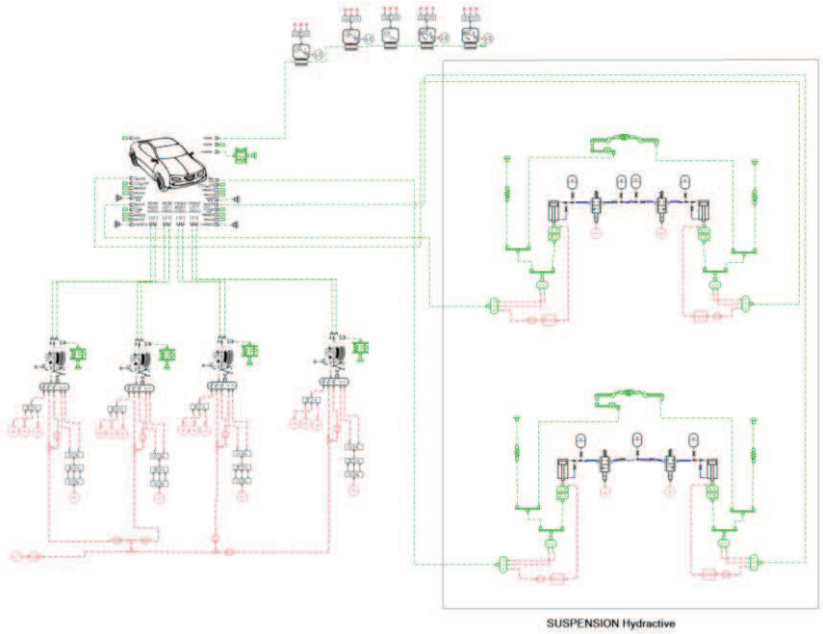


Figure 1.15 – Modèle complet AMESim pour validation du dimensionnement de suspension

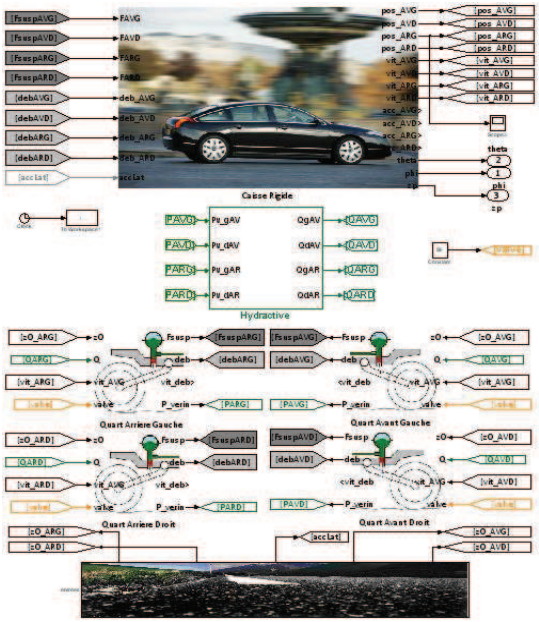


Figure 1.16 – Modèle de validation avec uniquement la dynamique verticale de la caisse réalisée dans Matlab/Simulink

1.3.5 Conclusion

Pour chaque besoin un modèle a été développé allant du plus simple au plus réaliste, permettant ainsi de se concentrer sur l'influence d'un élément en particulier, jusqu'à l'impact du système de suspension sur la synthèse confort du véhicule dans son ensemble.

1.4 COMPRENDRE LA RÉACTION DU VÉHICULE À TRAVERS L'ETUDE DES GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES.

1.4.1 Introduction : quelles grandeurs étudiées pour comprendre l'influence de la suspension ?

A travers les parties précédentes, il a été expliqué comment un mauvais choix de suspension peut provoquer des réactions physiologiques sur l'être humain et comment la suspension peut être modélisée en fonction de l'étude que l'on désire faire.

Pour pouvoir commencer à analyser l'influence de la suspension, il faut définir les grandeurs caractéristiques à observer. Selon l'étude, ces variables et les critères associés peuvent être différents. Cependant, le résultat final concerne toujours les mouvements de la caisse. C'est pour cela qu'une des grandeurs à analyser en ce qui concerne la dynamique de la caisse est le transfert Caisse/Route. En effet, ce transfert permet de connaitre l'amplification de la route sur la caisse (phénomène de résonance). Si le gain est supérieur à 0 dB (soit 1 en échelle linéaire) alors la caisse bouge plus que la route. Par conséquent, l'amplitude des mouvements des passagers est plus importante que celle de la sollicitation venant de la route. Au contraire, si le gain est inférieur à 0dB (soit 1 en échelle linéaire) alors il y a atténuation et par conséquent les éléments entre la caisse et la route jouent bien leur rôle de filtre.

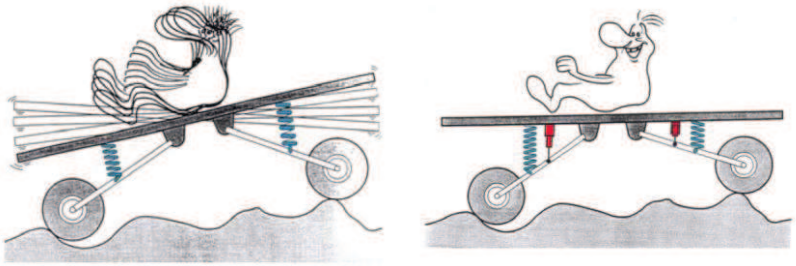


Figure 1.17 – Image de l'impact d'un mauvais ou bon filtrage de la route sur les passagers du véhicule

La fréquence de résonance (fréquence pour laquelle le gain du transfert Caisse/Roue est maximal) fixe l'ordre de grandeur de la fréquence au-delà de laquelle il y a filtrage. Ainsi, plus la fréquence de résonance est élevée, plus le filtrage est mauvais. De plus, si la fréquence de résonance est élevée alors les mouvements de la caisse sont rapides. Or l'être humain est particulièrement sensible aux fréquences en dessous de 1Hz et au-delà de 2Hz. La réponse fréquentielle du transfert Caisse/Route apporte donc énormément d'information sur les aspects confort d'un véhicule (*Figure 1.18*).

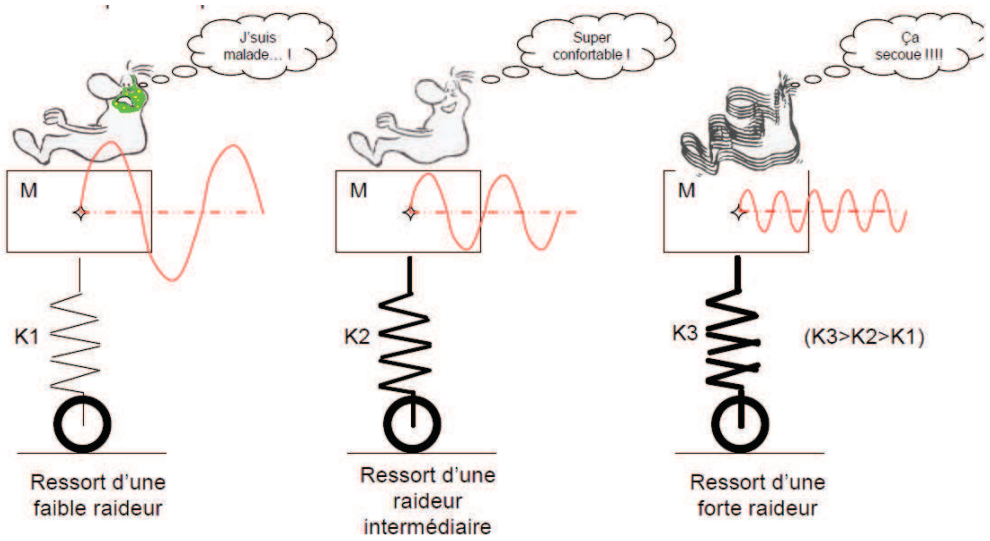


Figure 1.18 – Dynamique de la caisse en fonction de la suspension

Un second transfert permet de vérifier certains aspects de comportement et de sécurité d'un véhicule, c'est le transfert Roue/Route. En effet, grâce à ce dernier il est possible de quantifier l'action de la roue en fonction de la fréquence de sollicitation de la route. L'aspect sécuritaire réside dans le fait que le seul contact entre un véhicule et la route passe par la roue. Il est primordial de s'assurer que cette dernière reste toujours en contact avec le sol, et ce quelle que soit la sollicitation. Un moyen simple pour vérifier ceci est l'étude de la résonance du transfert Roue/Route. Si la résonance est très importante cela signifie que la roue se déplace beaucoup plus que le relief du sol, pouvant conduire à une perte de contact. Usuellement dans le domaine automobile, la résonance maximum tolérée est de l'ordre de 3. Attention, cela ne signifie pas qu'une résonance de 4, par exemple, implique automatiquement un décollement de la roue. En effet, cela dépend également de l'amplitude de la sollicitation route. Les constructeurs continus à se fixer des limites strictes sur la résonance du transfert Roue/Route à cause de la présence d'un autre phénomène lié au confort : l'ébranlement de train dû au rebond de roue. La roue sollicitée à sa fréquence de résonance amplifie les mouvements de la route. Si la résonance est très importante, alors la roue amplifie fortement les mouvements de la route. Les oscillations de la roue (ou plus communément appelées « battement de roue » ou « rebond de roue ») sont transmises à la caisse via le train sous forme de vibrations ressenties par les passagers.

A travers cette partie sont donc présentés en détail les deux transferts nous intéressant pour l'étude de la suspension, ainsi qu'un exemple illustratif permettant aux lecteurs de se familiariser avec l'allure des courbes et leurs significations fréquentielle et temporelle.

De la même manière, une attention toute particulière est portée sur le choix de la fréquence de résonance de la caisse et de la roue, et sur leurs liens avec les paramètres de suspension.

1.4.2 Réponse de la caisse et de la roue dans le domaine fréquentiel

1.4.2.1 Transfert Caisse/Route et Roue/Route

L'analyse de la suspension est réalisée à l'aide d'un modèle quart de véhicule (*Figure 1.6*). La partie 1.3 met en évidence, quelle que soit la suspension, qu'elle est toujours composée au moins d'un élément capacitif appelé raideur apparente k_2 et d'un élément dissipatif appelé amortissement visqueux apparent b_2.

En appliquant le principe fondamental de la dynamique sur la masse suspendue, m_2 *(Figure 1.6)*, et sur la masse non suspendue, m_1, il vient :

$$m_2\ \ddot{\xi}_2(t) = k_2\ (\xi_1(t) - \xi_2(t)) + b_2\ (\dot{\xi}_1(t) - \dot{\xi}_2(t)) - m_2 g - F_0(t)\,, \tag{1.11}$$

$$\begin{aligned} m_1\ \ddot{\xi}_1(t) = {} & k_1\ (\xi_0(t) - \xi_1(t)) + b_1\ (\dot{\xi}_0(t) - \dot{\xi}_1(t)) \\ & - k_2\ (\xi_1(t) - \xi_2(t)) - b_2\ (\dot{\xi}_1(t) - \dot{\xi}_2(t)) - m_1 g \end{aligned}\,, \tag{1.12}$$

avec $\xi_0(t), \dot{\xi}_0(t)$ la position et vitesse absolue de route et où les positions absolues roue $\xi_1(t)$ et caisse $\xi_2(t)$ s'écrivent en fonction des position statiques et des variations dynamiques :

$$\xi_1(t) = \xi_{1stat} + z_1(t)\,, \tag{1.13}$$

$$\xi_2(t) = \xi_{2stat} + z_2(t)\,. \tag{1.14}$$

Dans le dimensionnement des ressorts, il existe un cas de charge statique ($\ddot{\xi}_2(t) = 0, \dot{\xi}_2(t) = 0,\ \dot{\xi}_1(t) = 0$) (pour les berlines 4P28, soit 4 passagers et 28 kg dans le coffre) pour lequel la précharge du ressort fixe l'origine du repère des variables dynamiques. Ainsi, en statique les équations (1.11) et 1.12) se réduisent à :

$$0 = k_2\ (\xi_{1stat} - \xi_{2stat}) - m_2 g\,, \tag{1.15}$$

$$0 = k_1\ (\xi_{1stat}) - k_2(\xi_{1stat} - \xi_{2stat}) - m_1 g\,. \tag{1.16}$$

La précharge des éléments élastiques s'écrit alors :

$$k_2\ (\xi_{1stat} - \xi_{2stat}) = m_2 g\,, \tag{1.17}$$

$$k_1\ (\xi_{1stat}(t)) = (m_2 + m_1) g\,. \tag{1.18}$$

La modélisation complète des équations de la dynamique verticale est présentée sous forme d'un schéma bloc causal (*Figure 1.19*) où *u(t)* désigne l'effort complet de suspension.

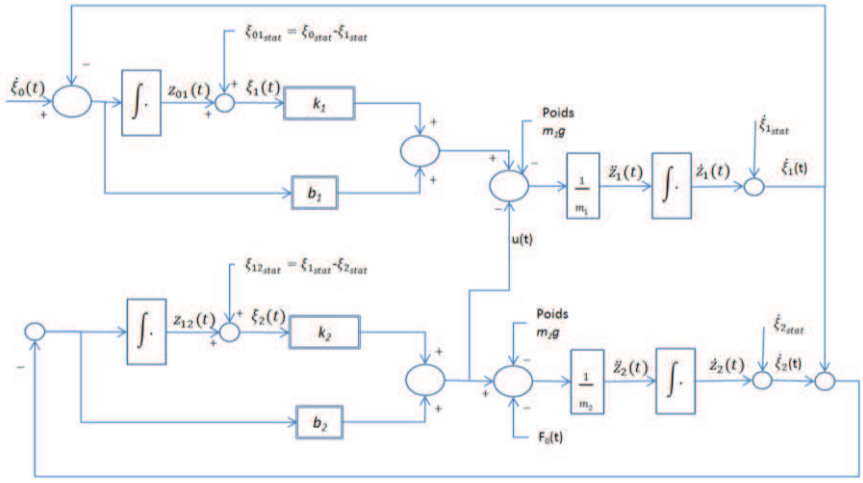


Figure 1.19 – Schéma bloc causal d'un quart de véhicule

Pour l'étude de la dynamique verticale du véhicule, il est intéressant de se focaliser sur les équations (1.11) et (1.12) aux petites variations autour de la position statique, c'est à dire de ne pas considérer les composantes statiques, donc à annuler le poids (1.17) et (1.18), comme l'illustre la *Figure 1.20*.

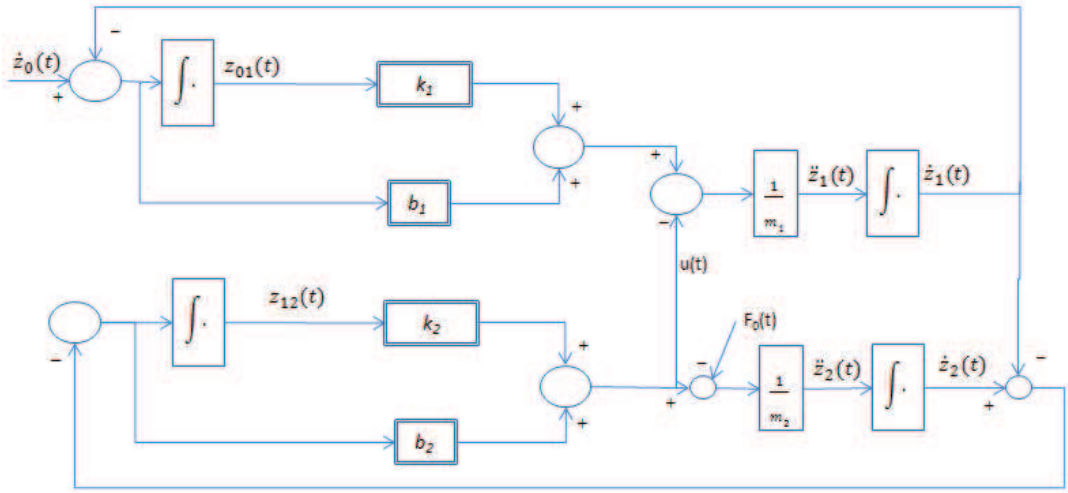


Figure 1.20 – Schéma bloc pour l'étude de la suspension aux petites variations

Pour la suite, nous ne considérons, dans un premier temps, que les efforts capacitifs afin d'alléger les équations. Néanmoins, le lecteur trouvera les expressions complètes des transferts utiles à l'analyse de la suspension dans les équations (1.26) et (1.27). Pour l'étude de la dynamique verticale sous sollicitations route uniquement ($f_0(t)=0$), il est alors possible d'écrire les deux équations suivantes :

$$m_2 \ \ddot{z}_2(t) = k_2 \ (z_1(t) - z_2(t)) \tag{1.19}$$

et

$$m_1\ \ddot{z}_1(t) = k_1(z_0(t) - z_1(t)) - k_2\ (z_1(t) - z_2(t)), \tag{1.20}$$

soit dans le domaine de Laplace sous l'hypothèse de conditions initiales nulles

$$m_2 s^2\ Z_2(s) = k_2\ (Z_1(s) - Z_2(s)) \tag{1.21}$$

et

$$m_1 s^2\ Z_1(s) = k_1(Z_0(s) - Z_1(s)) - k_2\ (Z_1(s) - Z_2(s)). \tag{1.22}$$

De l'équation (1.21), on obtient

$$Z_2(s) = \frac{k_2}{(m_2 s^2 + k_2)}\ Z_1(s). \tag{1.23}$$

En remplaçant $Z_2(s)$ par son expression en fonction de $Z_1(s)$ dans l'équation (1.22), on obtient :

$$Z_1(s) = \frac{k_1(m_2 s^2 + k_2)}{m_2 m_1 s^4 + (k_2(m_1 + m_2) + k_1 m_2)s^2 + k_1 k_2}\ Z_0(s) \tag{1.24}$$

et

$$Z_2(s) = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} \cdot \frac{Z_1(s)}{Z_0(s)} = \frac{k_1 k_2}{m_2 m_1 s^4 + (k_2(m_1 + m_2) + k_1 m_2)s^2 + k_1 k_2}\ Z_0(s). \tag{1.25}$$

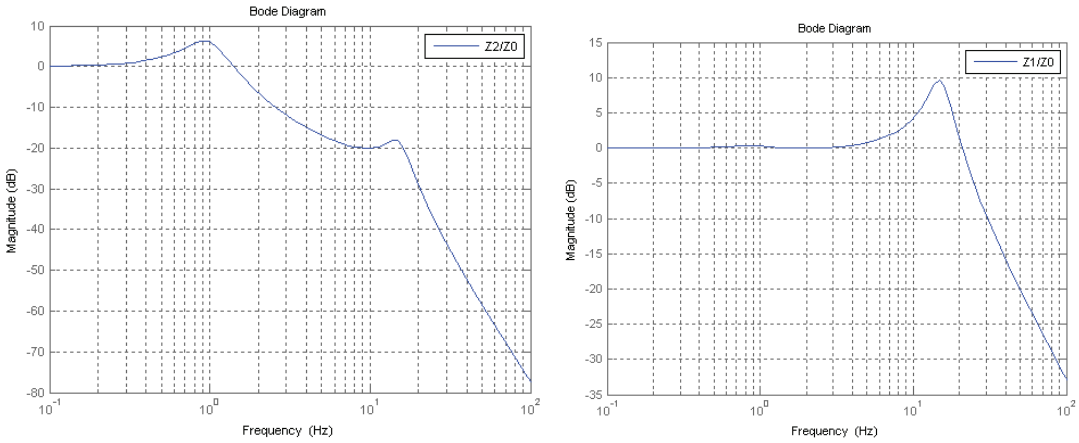
En prenant en compte le frottement apparent b_2 dans les transferts « Caisse/Route » et « Roue/Route » il vient :

$$\frac{Z_1(s)}{Z_0(s)} = \frac{k_1(m_2 s^2 + b_2 s + k_2)}{\left[\begin{matrix} m_1 m_2 s^4 + (b_1 m_2 + b_2(m_1 + m_2))s^3 + (k_2(m_1 + m_2) + k_1 m_2 + b_2 b_1)s^2 \ldots \\ (k_2 b_1 + b_2 k_1)s + k_1 k_2 \end{matrix}\right]} \tag{1.26}$$

et

$$\frac{Z_2(s)}{Z_0(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}\frac{Z_1(s)}{Z_0(s)} = \frac{k_1 k_2}{\left[\begin{matrix} m_1 m_2 s^4 + (b_1 m_2 + b_2(m_1 + m_2))s^3 + (k_2(m_1 + m_2) + k_1 m_2 + b_2 b_1)s^2 \ldots \\ (k_2 b_1 + b_2 k_1)s + k_1 k_2 \end{matrix}\right]} \tag{1.27}$$

Les diagrammes de gain des réponses fréquentielles du transfert « Caisse/Route » et « Roue/Route » sont représentés sur la ***Figure 1.21*** pour un dimensionnement de suspension correspondant à un véhicule de tourisme.

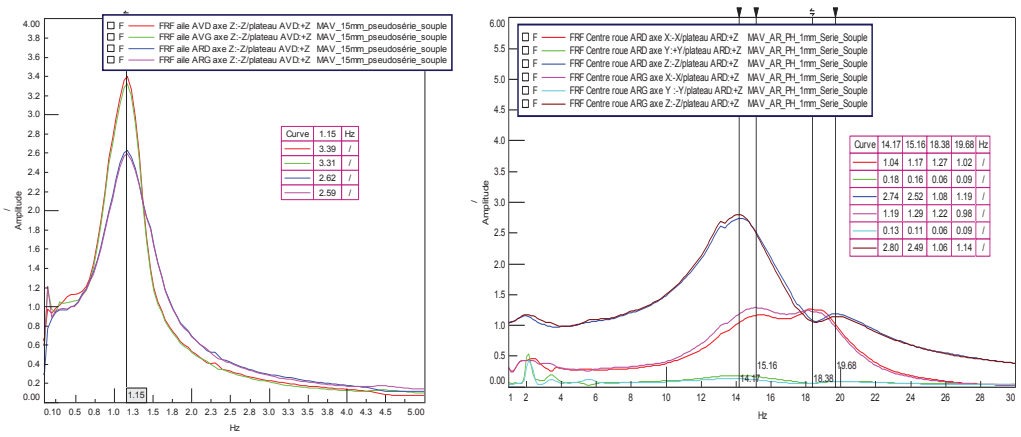


(a) *(b)*

Figure 1.21 – Diagramme de gains en échelle dB des transferts Caisse/Route (a) et Roue/Route (b) pour un véhicule de tourisme

Des mesures réalisées à l'aide d'un banc 4 vérins sur un véhicule Citroën C5 permettent de valider la simulation numérique comme le montre la Figure 1***.22***. En effet, le transfert « Caisse/Route » présente une résonance (gain >1 ou >0 dB) autour de 1Hz et un filtrage (gain <1 ou 0 dB) à partir de 2Hz. De même, le transfert Roue/Route présente une résonance autour de 15Hz et un gain égal à 1 (ou 0 dB) aux basses fréquences, traduisant ainsi que la roue suit exactement la variation du profil routier dans cette zone.

Dans le domaine automobile, il est usuel de représenter les gains des transferts en échelle linéaire et non en échelle dB. De plus, pour le transfert « Roue/Route » les trois directions $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ font l'objet d'une attention toute particulière lors de caractérisation du train roulant. Dans cette thèse, seules les performances dans la direction $\vec{z}$ sont analysées, négligeant ainsi l'effet des trains [Marty 2005c].



(a) *(b)*

Figure 1.22 – Diagrammes de gain en échelle linéaire des transferts Caisse/Route (a) et Roue/Route (b) d'un véhicule C5 hydractive mesurés sur un banc 4 vérins

La tenue de roue ou de caisse est quantifiée à l'aide de la résonance des transferts concernés. Le filtrage des suspensions pour les tressautements (zone très sensible pour l'homme) se lit sur le transfert de caisse dans la zone de fréquences 2-5Hz [Vieille 1998]. Dans cette zone, il est nécessaire que la caisse filtre les remontées de la route, ce qui implique un gain inférieur à 1, le plus faible possible. Un des critères mis en place dans l'industrie consiste à calculer l'aire sous la courbe « Caisse/Route » entre 0 et 5Hz et à la pondérer par deux filtres :

- Un filtre de sensibilité de l'être humain fixé par les normes [AFNOR 1980] [AFNOR 1994] [AFNOR 1998], définissant pour l'être humain assis sur un bâti excité verticalement, des courbes d'iso-confort en accélération en fonction de la fréquence.

- Un profil de route assimilé à sa densité spectrale, fixé par la norme [ISO 8608 1995] permettant de prendre en compte la qualité de la route (autoroute, nationale, départementale).

1.4.2.2 Découplage fréquentiel permettant de simplifier l'expression des fréquences propres

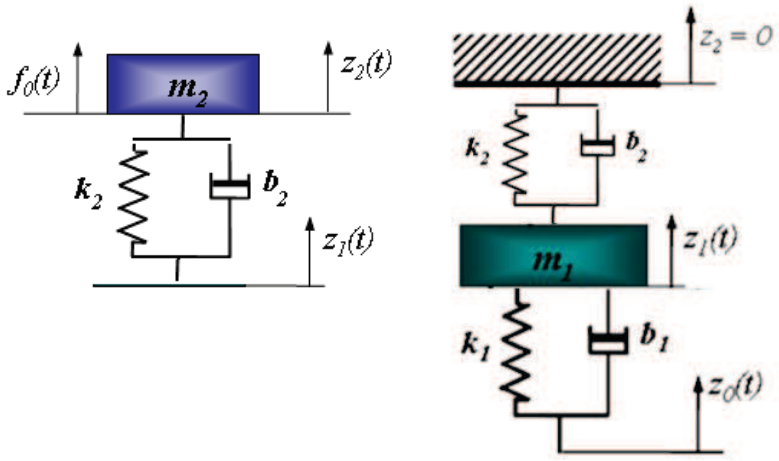
En analysant les diagrammes de la ***Figure 1.21*** il apparait deux choses :

- pour le diagramme « Caisse/Route » autour de 10Hz, le gain est très inférieur à 0dB (-20dB ou 0.1 en linéaire) ce qui signifie que l'amplitude des mouvements de la caisse est 10 fois moins importante que celle des mouvements de la route,
- pour le diagramme « Roue/Route » autour de 1Hz, le gain est égale à 0dB, traduisant que la roue suit parfaitement la route dans cette plage de fréquences.

Ainsi, pour les véhicules automobiles de tourisme, la dynamique de la caisse et de la roue sont suffisamment découplées pour considérer qu'au voisinage du mode de caisse (autour de 1Hz), la roue suit la route. L'étude du transfert « Caisse/Route » peut donc être simplifiée par l'étude du transfert « Caisse/Roue ». Au voisinage du mode de roue (autour de15Hz), la caisse est considérée comme immobile (gain très inférieur à 0dB). Le schéma de la

*Figure 1.23*a correspond au comportement du véhicule aux basses fréquences. La roue suit la route, par conséquent la dynamique de la roue peut être négligée. Le schéma de la

*Figure 1.23*b représente le modèle quart de véhicule aux hautes fréquences, la caisse est immobilisée.



(a) *(b)*

Figure 1.23 – Représentation simplifiée d'un modèle quart de véhicule en fonction de la fréquence des sollicitations : basses fréquences (a) hautes fréquences (b)

Remarque :

*Attention ce comportement n'est pas vrai pour les véhicules de course ou encore pour les poids lourds. La fréquence propre de caisse pour les véhicules de course se situe entre 3 et 5 Hz pour les véhicules développant beaucoup d'effort aérodynamique. Par exemple, pour une Nissan type T02 (**Figure 1.24**) de l'association clément team racing faisant l'objet de la thèse d'Anthony Carrion en 2010 [Carriou 2010], les valeurs des fréquences propres de caisse avant et arrière sont respectivement égales à 3,58Hz et 4,29Hz. Dans ce cas les dynamiques de la caisse et de la roue ne sont pas aussi découplées.*

Figure 1.24 – Nissan type T02 « Super Nissan V6 »

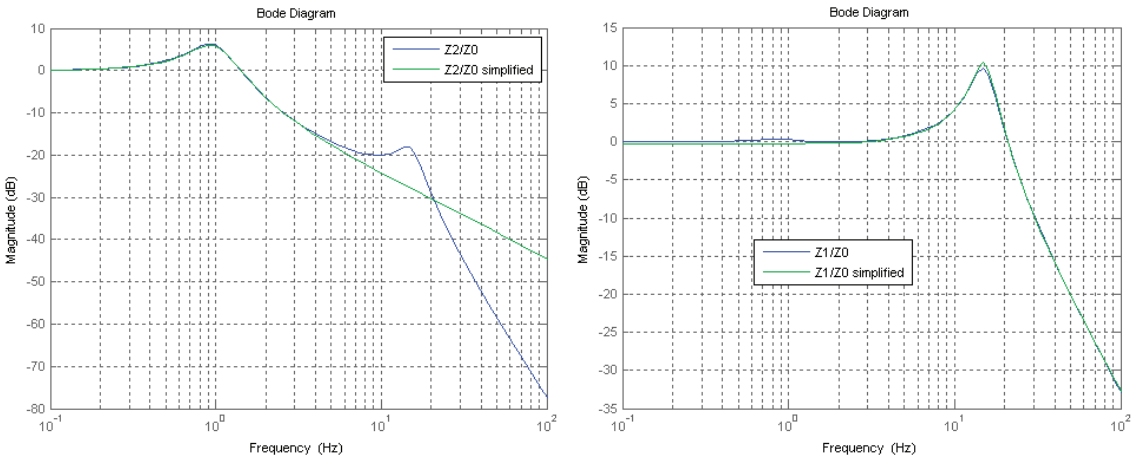
Aux basses fréquences, la dynamique de la caisse du modèle à 1ddl, en ne considérant toujours que les efforts capacitifs pour faciliter la lecture, devient ($z_1(t) = z_0(t)$ dans l'équation (1.23)) :

$$Z_2(s) = \frac{k_2}{(m_2 s^2 + k_2)} Z_0(s) . \qquad (1.28)$$

Aux hautes fréquences, en considérant $z_2(t)=0$ dans l'équation (1.3), la dynamique de la roue devient :

$$Z_1(s) = \frac{k_1}{(m_2 s^2 + k_1 + k_2)} Z_0(s). \qquad (1.29)$$

La superposition des réponses fréquentielles des transferts issus des modèles à 2ddl et ceux issus des modèles à 1ddl, avec les efforts capacitifs et dissipatifs, est représentée sur la Figure 1.*25*. Elle permet de vérifier que les modèles simplifiés pour la zone de fréquence considérée sont valides.



(a) (b)

Figure 1.25 – Diagrammes de gain en échelle dB des transferts Caisse/Route (a) et Roue/Route (b) pour les modèles à 2ddl (en bleu) et simplifié à 1ddl (en vert)

1.4.2.3 Analyse de l'influence de la masse suspendue

Une étude rapide, illustrée à travers les *Figure 1.26* et *Figure 1.27*, présente une comparaison des 3 technologies de suspension sur les deux transferts décrits précédemment [Plisson 2009].

Le modèle utilisé pour cette étude est le modèle quart de véhicule développé sous AMESim avec toutes les non-linéarités prises en compte. Le type de sollicitation route dépend du transfert étudié. Pour le transfert « Caisse/Roue », un sinus balayé de 15mm d'amplitude allant de 0 à 5Hz est appliqué en entrée route. Pour le transfert « Roue/Route », l'entrée est un sinus balayé d'amplitude 1 ou 2mm allant de 0 à 30Hz. Ces entrées sont utilisées lors des mesures au banc 4 vérins.

La raideur à la roue est fixée égale pour les trois technologies à $K_{susp}=30\ 000$ N/m pour une masse suspendue m_2, notée ici *MS* égale à 500 kg par quart de véhicule. Le coefficient de frottement visqueux apparent b_2 utilisé est choisi constant et égal à 1 936 Ns/m pour *MS* égale à 500 kg. Par conséquent, les réponses de ces trois modèles avec trois technologies de suspension différentes ont exactement les mêmes allures pour cette masse considérée comme nominale.

Ces modèles sont ensuite utilisés avec différents cas de charge de manière à étudier l'influence de la masse.

Dans le but de mettre également en évidence l'influence du frottement visqueux apparent b_2 sur les différents transferts, cette même étude est réalisée pour un frottement visqueux apparent b_2 égal à 2 711 Ns/m (courbes en pointillées).

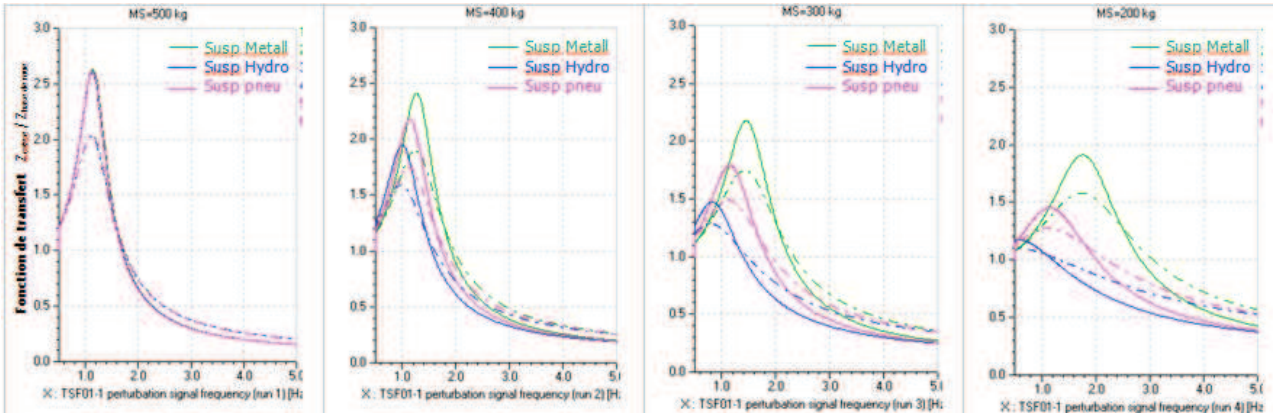


Figure 1.26 –Diagrammes de gain en échelle linéaire du transfert Caisse/Route à travers la comparaison de 3 technologies de suspension pour 4 différents cas de charge

A partir des outils fournis dans le paragraphe précédent, il est possible de tirer les conclusions suivantes sur le transfert Caisse/Roue.

- Premièrement, plus l'amortissement est important plus la zone de tressautement est mauvaise. En effet, le gain entre 2 et 5Hz pour le coefficient visqueux égal à 2 711 Ns/m est toujours plus important que celui du coefficient visqueux égal à 1 936 Ns/m. Ceci implique donc un plus mauvais filtrage pour le plus grand coefficient visqueux. De même, plus l'amortissement est important plus la résonance est faible, ceci implique donc qu'autour de la fréquence de résonance un amortissement important permet de limiter les mouvements de la caisse.
- Deuxièmement, la technologie qui permet le meilleur filtrage et la plus petite résonance à iso-dimensionnement de départ est la technologie hydropneumatique. De plus, la diminution de la masse à tendance à déplacer la fréquence de résonance de la caisse vers les hautes fréquences pour les technologies pneumatique et métallique, alors que pour la suspension hydropneumatique c'est l'inverse, cette fréquence se déplace vers les basses fréquences.
- Enfin, la fréquence de résonance varie d'avantage en fonction de la masse avec une suspension métallique ou hydropneumatique qu'avec une suspension pneumatique.

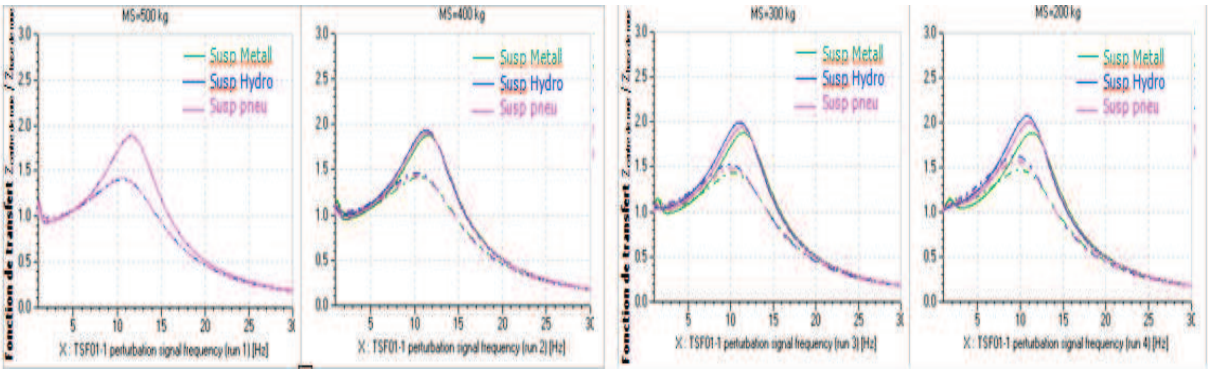


Figure 1.27 – Diagrammes de gains en échelle linéaire du transfert Roue/Route à travers la comparaison de 3 technologies de suspension pour 4 différents cas de charge.

De même, sur le transfert « Roue/Route », il est intéressant de remarquer que :

- Premièrement, plus l'amortissement est important plus la roue est tenue ; ce qui correspond à une résonance faible.
- Deuxièmement, plus la masse diminue plus la fréquence de résonance se rapproche des basses fréquences et plus la résonance augmente.

A travers l'analyse de ces transferts, une grandeur caractéristique apparait clairement : la fréquence de résonance. C'est pourquoi il est primordiale d'analyser comment agir sur le dimensionnement de la suspension pour régler cette fréquence.

1.4.3 Fréquences caractéristiques de la caisse et de la roue

1.4.3.1 Fréquences naturelles non amorties de la caisse et de la roue

Appelons Γ le dénominateur des équations (1.24) et (1.25). En effectuant le changement de variable suivant : $s_1=-s^2$, il vient alors que Γ peut s'écrire :

$$\Gamma = m_2 m_1 s_1^{\,2} - (k_2(m_1+m_2)+k_1 m_2)s_1 + k_1 k_2 = a s_1^{\,2} + b s_1 + c\,. \qquad (1.30)$$

La résolution de l'équation (1.30) permet d'identifier deux fréquences naturelles non amorties : celle de la caisse $f_{0caisse}$ et celle de la roue f_{0roue}, soit :

$$\omega_{0caisse} = \sqrt{\frac{[k_1 m_1 + k_2(m_2+m_1)] - \sqrt{[k_1 m_1 + k_2(m_2+m_1)]^2 - 4 m_2 m_1 k_2 k_1}}{2 m_2 m_1}} \Rightarrow f_{0caisse} = \frac{1}{2\pi}\omega_{0caisse} \qquad (1.31)$$

$$\omega_{0roue} = \sqrt{\frac{[k_1 m_1 + k_2(m_2+m_1)] + \sqrt{[k_1 m_1 + k_2(m_2+m_1)]^2 - 4 m_2 m_1 k_2 k_1}}{2 m_2 m_1}} \Rightarrow f_{0roue} = \frac{1}{2\pi}\omega_{0roue} \qquad (1.32)$$

1.4.3.2 Relation entre fréquences naturelles et fréquences de résonance de caisse

Sur les véhicules automobiles de tourisme les modes de caisse et de roue sont suffisamment suffisamment éloignés (environ 1 décade) pour considérer un découplage des modes de caisse et de roue (1.4.2.2). Le modèle à 1ddl de la dynamique de la caisse de la

Figure 1.23(a) permet donc d'écrire l'expression de la position de la caisse en fonction de la raideur, mais également du frottement:

$$\frac{Z_2}{Z_1}=\frac{k_2+b_2 s}{k_2+b_2 s+m_2 s^2}=\frac{1+{b_2}/{k_2}\,s}{1+{b_2}/{k_2}\,s+{m_2}/{k_2}\,s^2}=\frac{1+{s}/{\omega_2}}{1+2\zeta/\omega_0\,s+\left({s}/{\omega_0}\right)^2}, \tag{1.33}$$

avec

$$\begin{cases}\omega_0=\sqrt{\dfrac{k_2}{m_2}}\\ \zeta=\dfrac{b_2}{2\sqrt{k_2 m_2}}\\ \omega_2=\dfrac{k_2}{b_2}=\dfrac{1}{2\zeta}\sqrt{\dfrac{k_2}{m_2}}=\dfrac{1}{2\zeta}\omega_0\end{cases} \tag{1.34}$$

La fréquence de résonance est donc la fréquence pour laquelle la dérivée du gain du transfert « Caisse/Roue » est nul, soit :

$$\frac{\partial\left\|\dfrac{Z_2(j\omega)}{Z_1(j\omega)}\right\|}{\partial\omega}=\frac{\partial\left\|\dfrac{\sqrt{1+\left({\omega}/{\omega_2}\right)^2}}{\sqrt{\left(1-\left({\omega}/{\omega_0}\right)^2\right)^2+\dfrac{4\zeta^2\omega^2}{\omega_0^{\,2}}}}\right\|}{\partial\omega}=\frac{\partial\left\|\dfrac{\sqrt{1+4\zeta^2\left({\omega}/{\omega_0}\right)^2}}{\sqrt{\left(1-\left({\omega}/{\omega_0}\right)^2\right)^2+\dfrac{4\zeta^2\omega^2}{\omega_0^{\,2}}}}\right\|}{\partial\omega}=0. \tag{1.35}$$

La relation (1.35) développée a pour expression

$$\frac{4\zeta^2\omega}{\omega_0^{\,2}\sqrt{1+\dfrac{4\zeta^2\omega^2}{\omega_0^{\,2}}}\sqrt{\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^{\,2}}\right)^2+\dfrac{4\omega^2\zeta^2}{\omega_0^{\,2}}}}-\frac{\left[-\dfrac{4\omega\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^{\,2}}\right)}{\omega_0^{\,2}}+\dfrac{8\omega\zeta^2}{\omega_0^{\,2}}\right]\sqrt{1+\dfrac{4\zeta^2\omega^2}{\omega_0^{\,2}}}}{2\left[\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_0^{\,2}}\right)^2+\dfrac{4\omega^2\zeta^2}{\omega_0^{\,2}}\right]^{3/2}}=0, \tag{1.36}$$

ce qui revient à résoudre

$$\frac{2\zeta^2}{\omega_0^4}\omega^5 + \frac{1}{\omega_0^2}\omega^3 - \omega = 0\,. \tag{1.37}$$

Cette relation possède quatre solutions, soit :

$$\omega_{1/2} = -\frac{1}{2}\sqrt{-\frac{\omega_0^2}{\zeta^2} +/- \frac{\omega_0^2\sqrt{1+8\zeta^2}}{\zeta^2}} \text{ et } \omega_{3/4} = \frac{1}{2}\sqrt{-\frac{\omega_0^2}{\zeta^2} +/- \frac{\omega_0^2\sqrt{1+8\zeta^2}}{\zeta^2}}\,. \tag{1.38}$$

Néanmoins, ω_0 et ζ étant physiquement positifs et la pulsation de résonance ω_d devant être nécessairement positive également, la solution ne peut avoir comme expression que :

$$\omega_d = \omega_0\left(\frac{\sqrt{1+8\zeta^2}-1}{4\zeta^2}\right)^{1/2}\,. \tag{1.39}$$

1.4.3.3 Analyse de l'influence de la masse sur ω_0 et ω_d

Pour illustrer l'influence de la suspension, les mêmes modèles les modèles simplifiés à 1 degrés de liberté sont utilisés. Compte tenu des équations détaillées ici, il apparait que la raideur apparente de suspension fixe à l'ordre 1 la fréquence naturelle de la caisse. C'est pourquoi, avant même de présenter les résultats concernant les fréquences, une comparaison des raideurs de suspension en fonction de la masse et de la technologie est résumée dans le *Tableau 1.1* et illustrée à travers la ***Figure 1.28***.

Masse suspendue (kg)		**500**	**400**	**300**	**200**
k_2 (N/m)	**Métallique**	30 000	30 000	30 000	30 000
	Hydropneumatique	30 000	19 200	10 800	4 800
	Pneumatique	30 000	24 716	19 432	14 149

Tableau 1.1 : Variation des raideurs de suspension en fonction de la masse suspendue

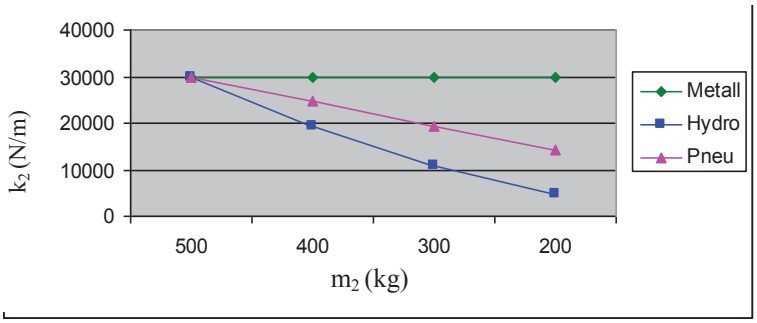


Figure 1.28 – Illustration de la variation des raideurs de suspension en fonction de la masse suspendue

Il apparait tout d'abord que la technologie métallique ne présente aucune variation de raideur en fonction de la masse suspendue contrairement aux deux autres technologies. Ceci n'est pas surprenant compte tenu des expressions des raideurs pour chaque technologie comme le montre l'équation (1.1).

Le ***Tableau 1.2*** contient les valeurs numériques des fréquences naturelles de caisse et de roue pour chacune des solutions technologiques : métallique, hydropneumatique, et pneumatique obtenues :

- avec les formules complètes du modèle quart de véhicule à 2ddl,
- avec le modèle simplifié à 1ddl pour la caisse.

Ces résultats permettent de mettre en évidence l'influence de la masse sur les fréquences naturelles quelle que soit la formule utilisée.

		m_2 (kg)			
		500	**400**	**300**	**200**
$f_{caisse}^{1\,ddl}$ (Hz)	**Métall.**	1,23	1,38	1,59	1,95
	Hydro.	1,23	1,10	0,95	0,78
	Pneu.	1,23	1,25	1,28	1,34
$f_{caisse}^{2\,ddl}$ (Hz)	**Métall.**	1,17	1,31	1,51	1,85
	Hydro.	1,17	1,07	0,94	0,77
	Pneu.	1,17	1,20	1,24	1,31
$f_{roue}^{2\,ddl}$ (Hz)	**Métall.**	12,54	12,54	12,54	12,55
	Hydro.	12,54	12,31	12,14	12,01
	Pneu.	12,54	12,43	12,32	12,21

Tableau 1.2 : Variation des fréquences naturelles de la caisse et de la roue en fonction de la masse suspendue

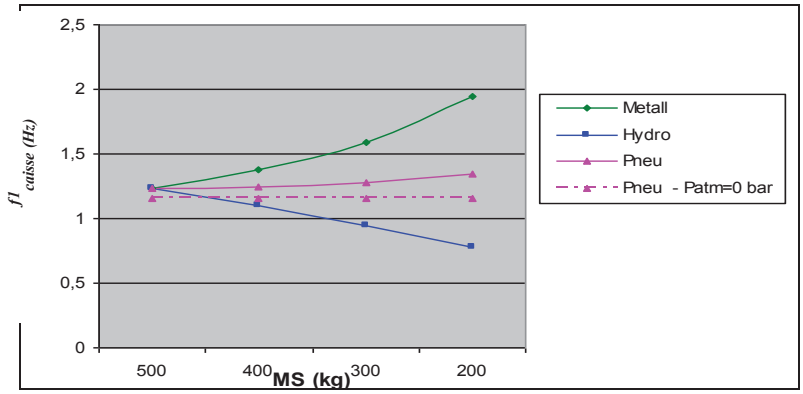


Figure 1.29 – Variation de la fréquence naturelle de la caisse par l'utilisation du modèle à 1ddl en fonction de la masse suspendue et de la technologie utilisée

De la *Figure 1.29*, il apparait clairement que plus la masse diminue plus la fréquence de caisse augmente avec les technologies métallique et pneumatique, et ce avec une sensibilité beaucoup plus importante à la masse pour la technologie métallique. A l'inverse avec la technologie hydropneumatique, la fréquence à tendance à diminuer avec la masse.

Enfin, les résultats obtenus en prenant en compte le coefficient de frottement visqueux sont résumés dans le ***Tableau 1.3*** où f_0 est la fréquence naturelle de caisse (pour les modèles à

1ddl et 2ddl) et f_d la fréquence de résonance pour les 2 valeurs de coefficient de frottement visqueux considérées jusqu'à maintenant, à savoir :

- b_2 constant égale à 1 936 Ns/m, ;
- b_2 constant égale à 2 011 Ns/m.

		m_2 (kg)			
		500	**400**	**300**	**200**
$f_0^{1\,ddl}\ (Hz)$	**Métall.**	1,23	1,38	1,59	1,95
	Hydro.	1,23	1,10	0,95	0,78
	Pneu.	1,23	1,25	1,28	1,34
$f_0^{2\,ddl}\ (Hz)$	**Métall.**	1,17	1,31	1,51	1,85
	Hydro.	1,17	1,07	0,94	0,77
	Pneu.	1,17	1,20	1,24	1,31
$f_{d\ b_{susp\_roue}=1935Ns/m\ et\ frott=2.5daN}^{1\,ddl}(Hz)$	**Métall.**	1,17	1,29	1,47	1,74
	Hydro.	1,17	1,01	0,80	0,55
	Pneu.	1,17	1,16	1,14	1,11
$f_{d\ b_{susp\_roue}=2011Ns/m\ et\ frott=2.5daN}^{1\,ddl}(Hz)$	**Métall.**	1,12	1,24	1,39	1,63
	Hydro.	1,12	0,95	0,74	0,49
	Pneu.	1,12	1,10	1,07	1,01

Tableau 1.3: Variation de la fréquence de résonance de la caisse en fonction de la masse suspendue

Ces résultats mettent en évidence l'effet très sensible de l'amortissement qui, ici, diminue les valeurs des fréquences avec des écarts fréquence naturelle/fréquence de résonance atteignant jusqu'à 0,28 Hz. La variation peut atteindre 36% pour la masse minimale en hydropneumatique contre 4% pour la masse maximale. Cependant, pour une première approximation, la fréquence naturelle (plus simple à calculer que la fréquence de résonance) permet de positionner un véhicule en relatif par rapport à un autre.

1.4.4 Conclusion

A travers cette partie, le lecteur est sensibilisé à l'analyse de la suspension par les deux transferts principaux « Caisse/Route » et « Roue/Route ». Un début d'analyse fréquentielle de ces transferts permet donc de comparer deux suspensions entre elles. Dans le but de raccrocher le lecteur à des choses connues, une rapide transformation dans le domaine temporel (dualité temps-fréquence) permet de montrer les résultats de la caisse et de la roue à une sollicitation indicielle. Les *Figure 1.30* et *Figure 1.31* présentent les résultats fréquentiels (a) et temporels (b) des transferts « Caisse/Roue » et « Roue/Route » mettant ainsi en évidence la dualité temps-fréquence.

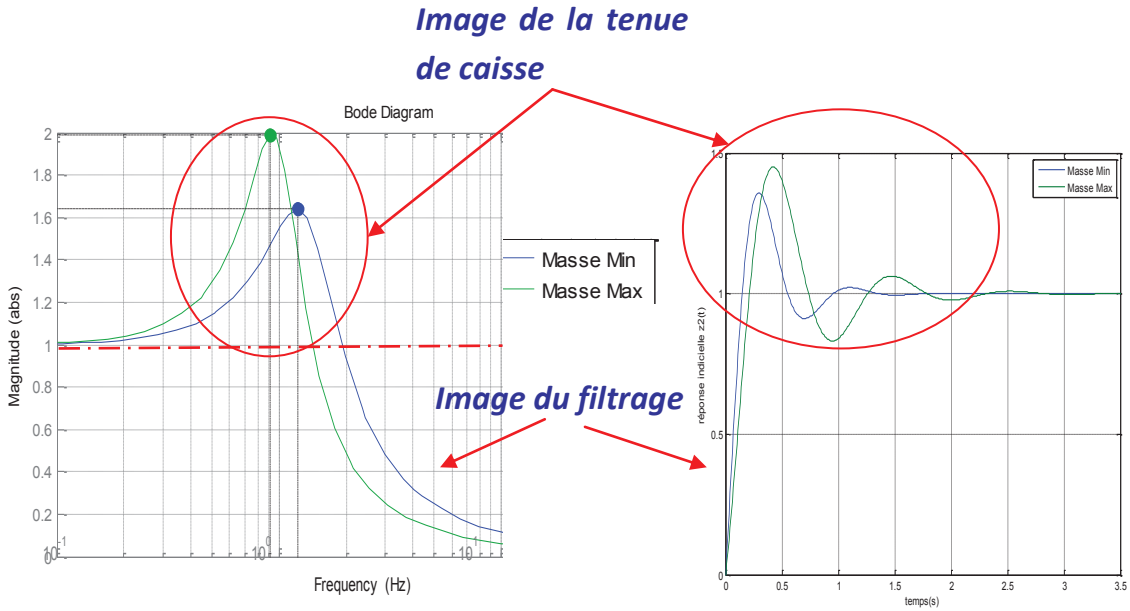


Figure 1.30 – Illustration de la dualité temps-fréquence (en échelle linéaire) du transfert Caisse/Roue

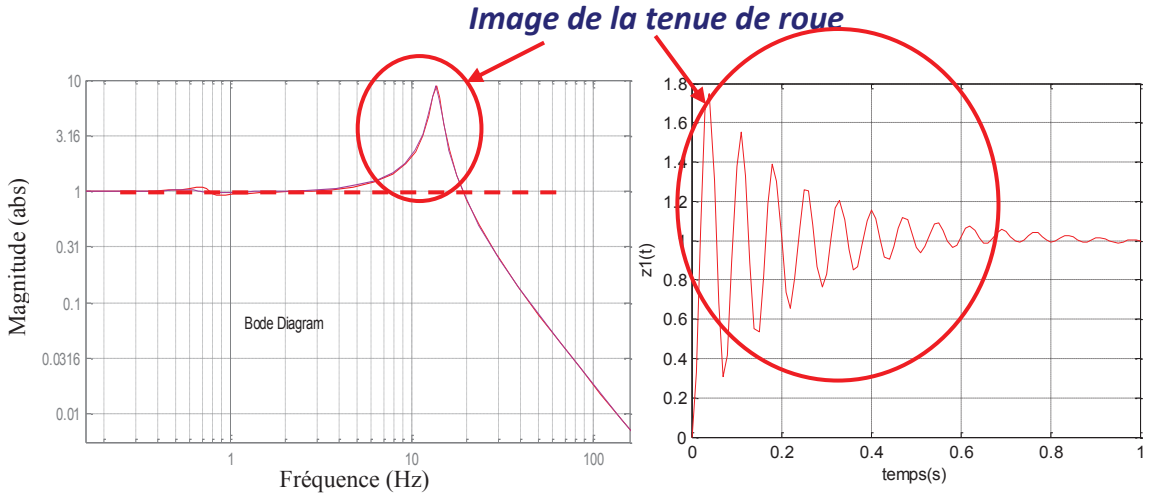


Figure 1.31 – Illustration de la dualité temps-fréquence (en échelle dB) pour le transfert Roue/Route

1.5 CONCLUSION

A partir de l'étude de la biomécanique de l'être humain, il apparaît, dans la plage de fonctionnement de la suspension 0-20Hz, trois zones de fréquences dans lesquelles il est intéressant d'agir.

La première est la zone la moins sensible pour l'être humain à savoir autour de 1Hz. Pour toutes sollicitations à cette fréquence, le corps humain et les organes internes n'amplifient pas la sollicitation. L'être humain ne ressent pas de gêne particulière. Placé dans la caisse du véhicule, il subit directement les mouvements de cette dernière. Ces mouvements sont liés à la dynamique de la caisse qui, elle-même, est dictée par le dimensionnement de la suspension et par l'excitation extérieure. En effet, la fréquence de résonance de la caisse est directement liée au choix du dimensionnement de la suspension. Les sources possibles d'excitation de la caisse sont bien sur la route, mais également les sollicitations du conducteur. De ce fait, il est préférable que la fréquence de résonance de la caisse soit réglée pour avoir les mouvements les plus importants à la fréquence 1Hz de manière à ce que cela gêne le moins possible les passagers. Néanmoins, bien que ces mouvements ne soit inévitables et que les plus amples apparaissent dans une zone non sensible pour les passagers, il n'en reste pas moins qu'un des objectifs est de limiter leur amplitude en agissant sur la suspension. Ceci implique donc de tenir la caisse afin de limiter l'amplitude maximale que peut prendre la caisse.

La deuxième zone de fréquence pertinente à étudier est la zone 2Hz - 8Hz où l'être humain est très sensible. En effet, la majorité des organes internes résonnent pour des sollicitations vibratoires comprises dans cette plage de fréquences, ce qui peut avoir des conséquences graves (trouble de la respiratoire, mal de tête, mal au ventre,…). Dans le véhicule, la seule source d'excitation de la caisse à ces fréquences est la route. L'objectif est donc que la caisse filtre les déformations de la route à ces fréquences. Plus la suspension est sous amortie, meilleur est le filtrage de la caisse et donc plus faibles sont les vibrations ressenties par les passagers.

Enfin la dernière zone, plus haute en fréquence, se trouve autour de 20Hz. Dans cette zone, le squelette est particulièrement sensible. Toutes sollicitations répétées dans cette plage peuvent provoquer des problèmes de dos, des problèmes sur les jambes et les bras. La caisse filtre naturellement cette zone de fréquences. Néanmoins, cela implique que l'amplitude de la source d'excitation ne soit pas trop importante car dans le cas contraire même atténuée l'excitation est transmise aux passagers. Comme précédemment, la seule source d'excitation possible dans cette zone de fréquence est la route. Cependant, cette zone de fréquence est très proche du mode roue, ce dernier étant fixé par la raideur du pneumatique et la masse non

suspendue. Il se situe habituellement autour de 15Hz. Par conséquent la roue peut, si l'amortisseur de suspension n'est pas suffisant, amplifier les mouvements de la route.

La *Figure 1.32* résume les trois zones de fréquence à considérer lorsque que l'on étudie la dynamique verticale d'un véhicule.

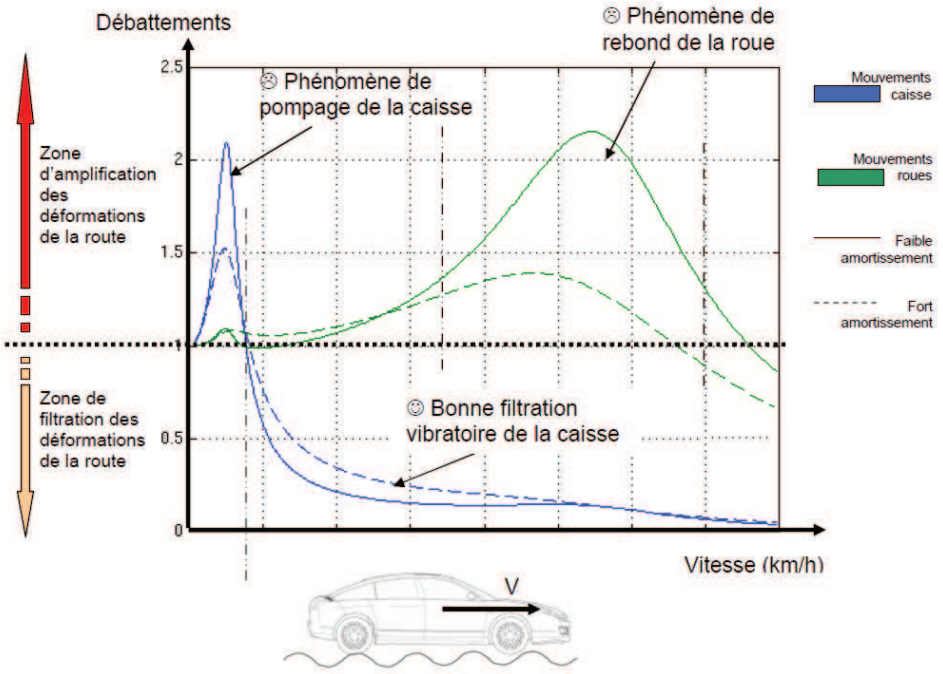


Figure 1.32 – Diagrammes de gain en échelle linéaire des transferts Caisse/Roue et Roue/Route.

Chapitre 2.

L'approche CRONE dans le domaine des suspensions de véhicule

SOMMAIRE

2.1. Introduction 68

2.2. L'approche CRONE appliquée à la suspension 69
2.2.1. Introduction : la suspension un système naturellement bouclé 69
2.2.2. L'Approche CRONE appliquée à la dynamique de caisse 72
2.2.3. L'Approche CRONE appliquée à la dynamique de roue 77
2.2.4. Comparaison entre suspensions métallique et hydropneumatique en fonction de la variation de la masse suspendue 78
2.2.5. Conclusion : l'approche CRONE un outil d'analyse pour la suspension 81

2.3. De la derivation non entière aux SDNE 83
2.3.1. Introduction : le concept 83
2.3.2. D'un fractor idéal vers un système fractionnaire élémentaire 85
2.3.3. Principales propriétés d'un système fractionnaire élémentaire 87
2.3.4. Conclusion : la suspension et les SDNE 97

2.4. Réalisation pratique d'un intégrateur fractionnaire 99
2.4.1. Introduction : Intégrateur fractionnaire borné en fréquence 99
2.4.2. Méthode de synthèse basée sur sa récursivité fréquentielle 100
2.4.3. Méthode descendante permettant le passage de l'intégrateur fractionnaire borné en fréquence à la réalisation technologique 101
2.4.4. Méthode ascendante permettant le passage de la réalisation technique à l'intégrateur fractionnaire bornée en fréquence 109
2.4.5. Conclusion : 2 méthodologies permettant de passer du concept à la réalisation et inversement 113

2.5. Conclusion 116

2.1. INTRODUCTION

Apres avoir détaillé les différents composants de la suspension, ainsi que les grandeurs physiques nécessaires pour l'analyse, il est indispensable de présenter les outils utilisés dans ce mémoire pour analyser, dimensionner et réaliser la suspension. La méthodologie est basée sur l'approche CRONE. Cette approche permet d'appliquer les outils utilisés en commande linéaire dans le cas de la suspension. En effet, le principe même de cette approche consiste à considérer la suspension comme un régulateur agissant sur les dynamiques de la caisse et de la roue. Cette approche a déjà été appliquée de nombreuse fois [Moreau 1995], [Serrier 2008], [Moreau 2009].

Ainsi, à travers ce chapitre, l'approche CRONE est tout d'abord décrite, expliquant comment par une formalisation adaptée il est possible de ramener le problème de l'isolation vibratoire à un problème de rejet de perturbation. Puis, les outils d'analyse et de dimensionnement des systèmes bouclés sont rappelés et illustrés dans le domaine fréquentiel pour l'application qui nous intéresse à savoir la suspension.

Le cahier des charges défini pour cette application consiste, non seulement à obtenir une isolation vibratoire remarquable, comme celle obtenue avec le mode souple de la C5 Hydractive série, et à assurer une bonne tenue de caisse, mais également à désensibiliser les mouvements de la caisse aux variations de la masse suspendue. Pour assurer la robustesse de la tenue de caisse vis-à-vis de telles variations, le concept de la dérivation non entière est utilisé dans le cadre des Systèmes à Dérivée Non Entières (SDNE). La deuxième partie de ce chapitre introduit donc la théorie des SDNE et rappelle les propriétés les plus intéressantes, nécessaires pour répondre au cahier des charges de la suspension.

Enfin, la dernière partie de ce chapitre présente les méthodes et les architectures utilisées pour la réalisation d'un SDNE, et plus particulièrement celles envisageables dans le domaine des suspensions de véhicule.

2.2. L'APPROCHE CRONE APPLIQUEE A LA SUSPENSION

2.2.1. Introduction : la suspension un système naturellement bouclé

Conformément aux développements du chapitre 1, l'étude de la suspension peut être faite à partir d'un modèle quart de véhicule à deux degrés de liberté (*Figure 2.1*).

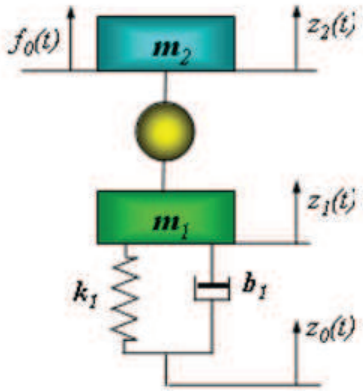


Figure 2.1 - Modèle quart de véhicule à 2 degres de liberté

Nous avons vu précédemment que l'étude aux petites variations de la dynamique verticale d'un quart de véhicule conduit au schéma causal de la *Figure 2.2*.

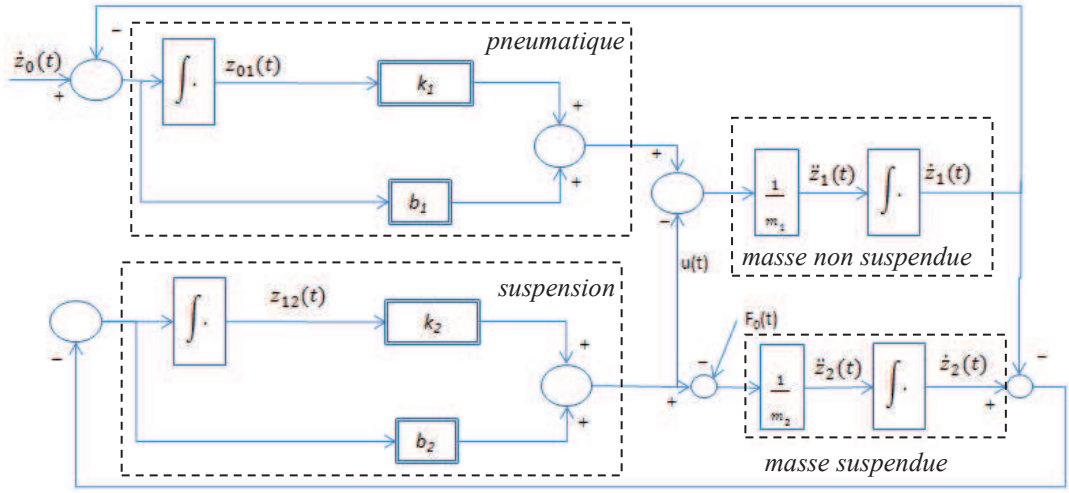


Figure 2.2 - Schéma bloc causal pour l'étude de la suspension aux petites variations

En raison de son caractère causal, ce schéma peut être utilisé directement pour la simulation.

Après passage dans le domaine opérationnel sous l'hypothèse de conditions initiales nulles, une représentation plus condensée est donnée *Figure 2.3*.

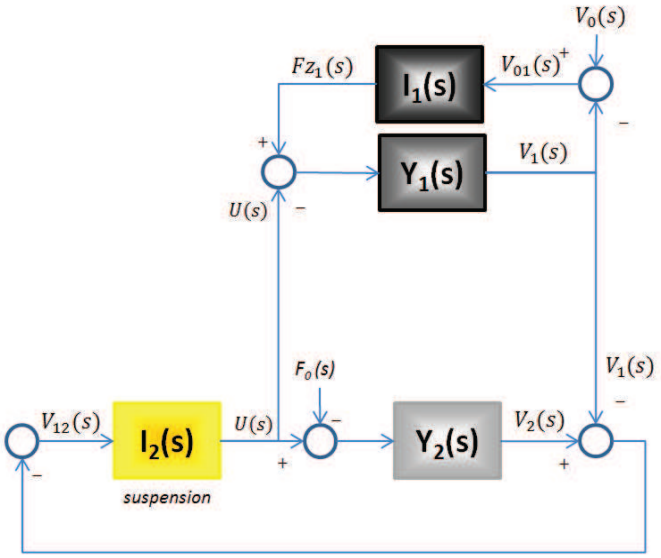


Figure 2.3 – Schéma d'analyse utilisé dans le cadre de l'approche CRONE

La *Figure 2.3* met en évidence le rôle prépondérant de la suspension, modélisée par l'impédance $I_2(s)$ entre l'effort de suspension $U(s)$ et la vitesse de débattement $V_{12}(s)$, sur :

- la masse suspendue m_2, représentée par l'admittance $Y_2(s)$ entre la vitesse $V_2(s)$ de la caisse et la somme des efforts qui lui sont appliqués $(-F_0(s)+ U(s))$, soit :

$$Y_2(s) = \frac{V_2(s)}{U(s) - F_0(s)} = \frac{1}{m_2 s}, \tag{2.1}$$

- la roue composée :
  - du pneumatique, représenté par l'impédance $I_1(s)$ entre son effort vertical $F_{z1}(s)$ et sa vitesse de déformation $V_{01}(s)$, soit :

$$I_1(s) = \frac{F_{z1}(s)}{V_{01}(s)} = \frac{k_1 + b_1 s}{s} \; ; \tag{2.2}$$

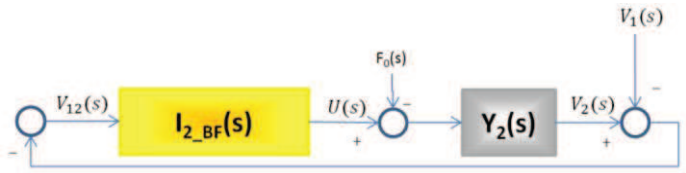
  - de la masse non suspendue m_1, représentée par l'admittance $Y_1(s)$ entre la vitesse V_1(s) de la roue et la somme des efforts qui lui sont appliqués $(F_{z1}(s)-U(s))$, soit :

$$Y_1(s) = \frac{V_1(s)}{F_{z1}(s) - U(s)} = \frac{1}{m_1 s} \quad . \tag{2.3}$$

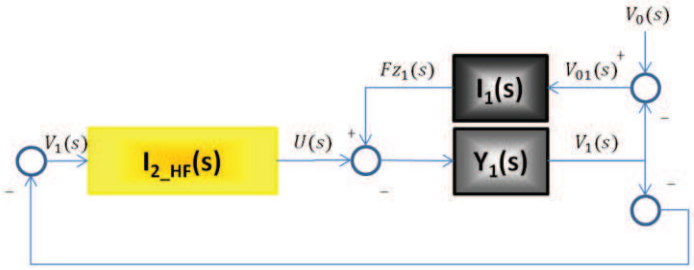
Compte tenu des résultats présentés au chapitre 1, les dynamiques de caisse et de roue sont suffisamment découplées pour être étudiées séparément. Ainsi, la suspension doit gérer aux basses fréquences ([0-5Hz]) la caisse et aux hautes fréquences ([5-20Hz]) la dynamique de la roue. Par conséquent, l'impédance $I_2(s)$ de la suspension peut se décomposer sous la forme d'une impédance $I_{2\_BF}(s)$ pour les basses fréquences et d'une impédance $I_{2\_HF}(s)$, soit :

$$I_2(s) = I_{2\_BF}(s) \,.\, I_{2\_HF}(s)\,, \tag{2.4}$$

En fonction de la fréquence de la sollicitation, la *Figure 2.3* est simplifiée conformément à la *Figure 2.4 (a)* aux basses fréquences et à la *Figure 2.4 (b)* aux hautes fréquences.



(a)



(b)

Figure 2.4 - Schéma d'analyse simplifié utilisé dans le cadre de l'approche CRONE pour l'analyse des basses fréquences (a) et des hautes fréquences (b)

Sur un véhicule automobile, souvent pour des raisons de coût, seuls des capteurs de débattement sont disponibles. C'est pourquoi, dans la suite de cette thèse, les débattements sont considérés à la place des vitesses de débattement comme grandeurs d'entrée pour le transfert de suspension. Ce choix conduit à modifier le schéma de la *Figure 2.3* le rendant non causal. La *Figure 2.5* n'est donc plus une représentation pour la simulation, mais une représentation pour l'analyse et le dimensionnement de la suspension. Les expressions des différents transferts de la *Figure 2.3* sont liées aux transferts de la *Figure 2.5* par les relations :

$$\begin{cases} G_2(s) = \dfrac{Y_2(s)}{s} \quad \text{et} \quad C_2(s) = s\, I_2(s) \\ G_1(s) = \dfrac{Y_1(s)}{s} \quad \text{et} \quad C_1(s) = s\, I_1(s) \end{cases} \tag{2.5}$$

De la même manière, la relation (2.4) devient :

$$C_2(s) = s\, I_2(s) = s\left(I_{2\_BF}(s) \,.\, I_{2\_HF}(s)\right) = C_{2\_BF}(s) \,.\, C_{2\_HF}(s)\,. \tag{2.6}$$

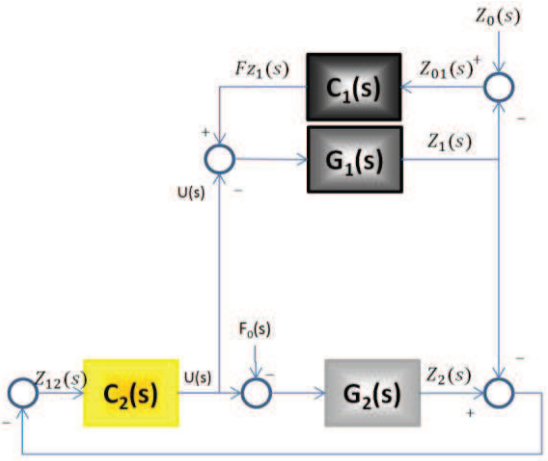


Figure 2.5 - Schéma d'analyse utilisé dans le cadre de l'approche CRONE

2.2.2. L'approche CRONE appliquée à la dynamique de caisse

Aux basses fréquences, l'étude du comportement de la caisse peut se limiter à l'analyse du transfert Caisse/Roue (cf Chapitre 1) dans la mesure où

$$z_0(t) = z_1(t)\,. \tag{2.7}$$

Remarque

Comme le système est considérée linéaire, le transfert Caisse/Roue reste le même que l'on considère les déplacements $Z_1(s)$ et $Z_2(s)$, les vitesses $V_1(s)$ et $V_2(s)$ ou les accélérations $A_1(s)$ et $A_2(s)$, soit :

$$\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = \frac{\dot{Z}_2(s)}{\dot{Z}_1(s)} = \frac{\ddot{Z}_2(s)}{\ddot{Z}_1(s)}\,. \tag{2.8}$$

Ce chapitre s'intéresse tout particulièrement aux sollicitations de la route, considérant que les reports de charge dus aux sollicitations du conducteur (en freinage ou en virage) sont nuls, soit $F_0(s) = 0$. Le schéma d'analyse de la *Figure 2.5* se résume alors pour les conditions d'étude de ce paragraphe à celui de la *Figure 2.6*.

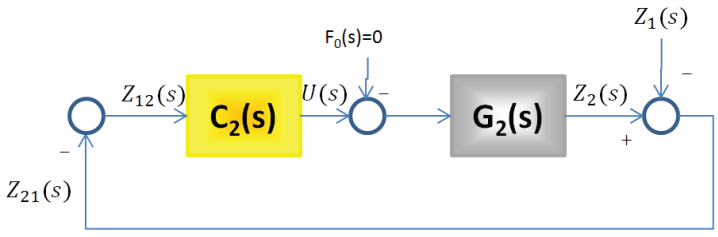


Figure 2.6 - Schéma d'analyse de la dynamique de la caisse aux basses fréquences

Ainsi, les équations fonctionnelles issues du schéma d'analyse de la *Figure 2.6* s'écrivent :

$$m_2\, s^2\, Z_2(s) = U(s) \quad \Rightarrow \quad Z_2(s) = \frac{1}{m_2\, s^2}\, U(s)\,, \tag{2.9}$$

où l'effort de suspension s'écrit

$$U(s) = C_2(s)\;\; Z_{12}(s) \quad \text{avec} \quad Z_{12}(s) = Z_1(s) - Z_2(s)\,. \tag{2.10}$$

Le transfert entre les positions $Z_2(s)$ de la caisse et $Z_1(s)$ de la roue est alors donné par :

$$\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = \frac{C_2(s)\, G_2(s)}{1 + C_2(s)\, G_2(s)}\,, \tag{2.11}$$

avec

$$G_2(s) = \frac{1}{m_2\, s^2} \quad \text{et} \quad C_2(s) = \frac{U(s)}{Z_{12}(s)}\,. \tag{2.12}$$

Volontairement $C_2(s)$ n'est toujours pas explicité car son expression dépend de la technologie utilisée et de l'architecture de la suspension. Cependant, afin d'illustrer les résultats obtenus, un exemple est présenté pour une suspension métallique. Cet exemple, est largement développé dans la partie 1.4.2 du chapitre 1, d'où l'expression de l'effort $u(t)$ développé par la suspension :

$$u(t) = f_C(t) + f_R(t)\,, \tag{2.13}$$

avec $f_C(t)$ l'effort capacitif et $f_R(t)$ l'effort résistif, dont les expressions sont données par :

$$f_C(t) = k_2\, .\, z_{12}(t) \quad \text{et} \quad f_R(t) = b_2\, .\, \dot{z}_{12}(t)\,. \tag{2.14}$$

Dans le domaine de Laplace, ces expressions deviennent (sous l'hypothèse de conditions initiales nulles)

$$U(s) = \left(k_2 + b_2 s\right)\;\; Z_{12}(s)\,, \tag{2.15}$$

d'où l'expression du transfert de suspension

$$C_{2\,métallique}(s) = k_2 + b_2 s\,. \tag{2.16}$$

Il est donc possible d'écrire l'équation (2.11) sous la forme suivante :

$$\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = \frac{C_2(s)\, G_2(s)}{1 + C_2(s)\, G_2(s)} = \frac{1 + {b_2}/{k_2}\, s}{1 + {b_2}/{k_2}\, s + {m_2}/{k_2}\, s^2} = \frac{1 + {s}/{\omega_2}}{1 + {2\zeta_2}/{\omega_{0_2}}\, s + \left({s}/{\omega_{0_2}}\right)^2}\,, \tag{2.17}$$

forme identique à celle de l'expression (1.33) du chapitre 1 avec

$$\begin{cases} \omega_{0_2} = \sqrt{\dfrac{k_2}{m_2}} \\ \zeta_2 = \dfrac{b_2}{2\sqrt{k_2 m_2}} \\ \omega_2 = \dfrac{k_2}{b_2} = \dfrac{1}{2\zeta_2}\sqrt{\dfrac{k_2}{m_2}} = \dfrac{1}{2\zeta_2}\omega_{0_2} \end{cases} \tag{2.18}$$

En posant

$$\beta_2(s) = C_2(s)\, G_2(s), \tag{2.19}$$

l'équation (2.17) peut dont s'écrire :

$$\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = \frac{C_2(s)\ G_2(s)}{1 + C_2(s)\ G_2(s)} = \frac{\beta_2(s)}{1+\beta_2(s)}. \tag{2.20}$$

$\beta_2(s)$ est appelée la fonction de transfert en boucle ouverte de notre système simplifié. Elle permet l'étude du degré de stabilité et de la rapidité du système. Les grandeurs, en commande linéaire dans le domaine fréquentiel, associées à ces caractéristiques sont les marges de stabilité et la pulsation au gain unité en boucle ouverte. Cette dernière, notée ω_u, est représentative de la rapidité du système. Elle correspond à la fréquence à laquelle le gain de la boucle ouverte coupe l'axe 0dB, soit :

$$\left\|\beta_2(j\omega_u)\right\| = 1\ . \tag{2.21}$$

Pour une suspension métallique, l'expression du gain de boucle ouverte est donnée par :

$$\left\|\beta_2(j\omega)\right\| = \sqrt{\frac{{k_2}^2 + {b_2}^2\omega^2}{{m_2}^2\omega^4}}\ . \tag{2.22}$$

Compte tenu de la relation (2.22), la résolution de l'équation (2.21) conduit à :

$${k_2}^2 + {b_2}^2{\omega_u}^2 - {m_2}^2{\omega_u}^4 = 0, \tag{2.23}$$

ou encore, en considérant le changement de variable

$${\omega_u}^2 = W_u, \tag{2.24}$$

$${k_2}^2 + {b_2}^2 W_u - {m_2}^2 {W_u}^2 = 0. \tag{2.25}$$

L'expression de la pulsation au gain unité issue de cette résolution dépend des valeurs de la raideur k_2 et du coefficient de frottement visqueux b_2 de la suspension, ainsi que de la masse suspendue m_2, soit :

$$\omega_u = \frac{\sqrt{b_2^2 + \sqrt{b_2^4 + 4 m_2{}^2 k_2^2}}}{\sqrt{2}\, m_2} \quad . \tag{2.26}$$

Il est à noter que plus la pulsation au gain unité est élevée, plus la réponse de la caisse est rapide. Compte tenu de la biomécanique et de la physiologie de l'être humain, il est primordial de placer cette pulsation au gain unité autour de 1Hz (cf chapitre 1).

En matière de degré de stabilité, une grandeur intéressante à étudier est le facteur de résonance, noté Q_2, de la réponse fréquentielle du transfert Z_2/Z_1, (relation (2.17)).

Le facteur de résonance correspond à la valeur maximale du gain du transfert Z_2/Z_1, c'est-à-dire lorsque sa dérivée (relation 1.37 du chapitre 1) est nulle. Il est directement lié au facteur d'amortissement ζ_2 par une relation de la forme :

$$Q_2 = \frac{2\sqrt{2}\zeta_2{}^2}{\sqrt{\sqrt{1+8\zeta_2{}^2} - 1 - 4\zeta_2{}^2 + 8\zeta_2{}^4}} . \tag{2.27}$$

Le facteur de résonance est également visualisable dans le plan de Black-Nichols grâce aux contours d'iso-amplitude tangenté par le lieu de la boucle ouverte, et ce comme l'illustre la *Figure 2.8(b)*. Ainsi, plus le contour tangenté est grand géométriquement (faible valeur de Q_2), plus le facteur d'amortissement ζ_2 est important.

Enfin, une autre grandeur représentative du degré de stabilité est la marge de phase M_Φ. Elle est fortement liée au facteur de résonance car elle dépend, elle aussi, directement du facteur d'amortissement. Elle se calcule en faisant la différence entre la phase critique (-180°) et la phase de la boucle ouverte à la pulsation au gain unité. Cette grandeur permet d'anticiper le comportement de la boucle fermée via la boucle ouverte, et ce sans utiliser d'abaque. De la même manière que pour l'expression de la pulsation au gain unité, il est possible d'écrire la phase de la boucle ouverte, soit :

$$\arg\left(\beta_2(j\omega)\right) = \arctan\left(\frac{b_2\omega \,/\, m_2\omega^2}{k_2 \,/\, m_2\omega^2} \right) = \arctan\left(\frac{b_2\omega}{k_2} \right), \tag{2.28}$$

ou encore, à la pulsation au gain unité ω_u,

$$\arg\left(\beta_2(j\omega_u)\right) = \arctan\left(\frac{b_2\omega_u}{k_2} \right), \tag{2.29}$$

d'où l'expression de la marge de phase M_Φ :

$$M_\Phi = \arctan\left(\frac{b_2\omega_u}{k_2} \right)^\circ - (-180°) . \tag{2.30}$$

En remplacant ω_u par son expression (relation (2.26)) et en utilisant la relation (1.35), il est possible d'écrire la marge de phase M_Φ en fonction du facteur d'amortissement ζ_2, soit :

$$M_\Phi = \arctan\left(\frac{4\zeta_2^{\,2}\sqrt{1+\sqrt{1+\frac{1}{4\zeta_2^{\,4}}}}}{\sqrt{2}}\right)^\circ + 180°\,. \qquad (2.31)$$

Les expressions de ces trois grandeurs caractérisques sont rassemblées dans le ***Tableau 2. 1*** et exprimées en fonction du facteur d'amortissement.

Propriétés	**Domaine frequentiel boucle fermée**	**Domaine frequentiel boucle ouverte**
Rapidité	$\omega_d = \omega_0\left(\frac{\sqrt{1+8\zeta^2}-1}{4\zeta^2}\right)^{1/2}$	$\omega_u = \frac{\sqrt{b_2^2+\sqrt{b_2^4+4m_2^{\,2}k_2^2}}}{\sqrt{2}\,m_2}$
Degré de stabilité	$Q_2 = \frac{2\sqrt{2}\zeta_2^{\,2}}{\sqrt{\sqrt{1+8\zeta_2^{\,2}}-1-4\zeta_2^{\,2}+8\zeta_2^{\,4}}}$	$M_\Phi = \arctan\left(\frac{4\zeta_2^{\,2}\sqrt{1+\sqrt{1+\frac{1}{4\zeta_2^{\,4}}}}}{\sqrt{2}}\right)^\circ + 180°$

Tableau 2. 1 : Récapitulatif des grandeurs nécessaires à l'analyse de la suspension

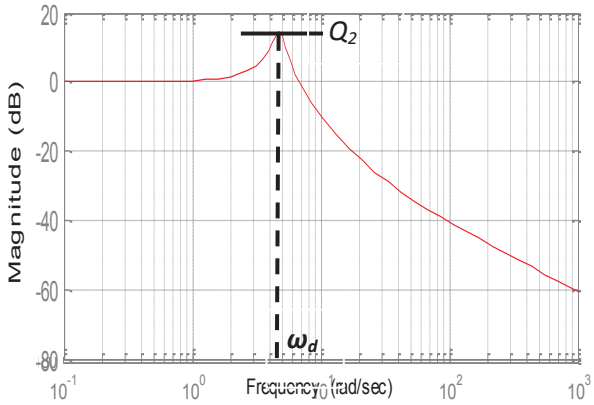
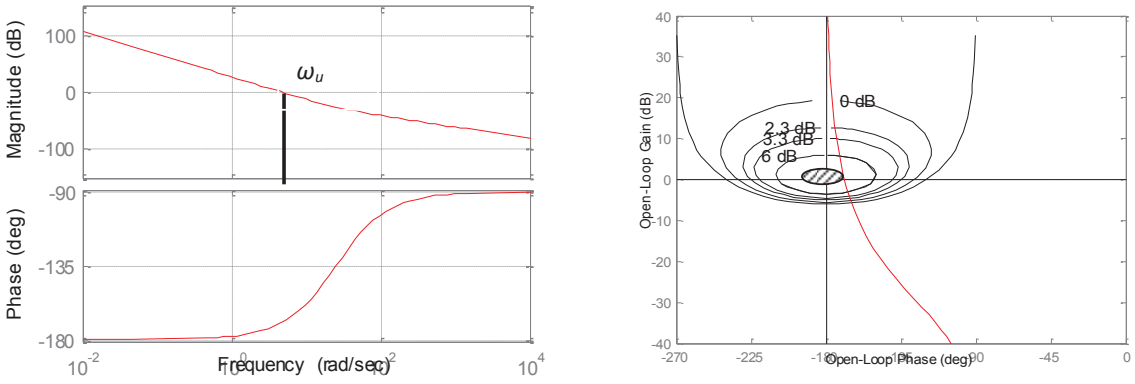


Figure 2.7 – Réponse fréquentielle du transfert Caisse/Roue.



(a) *(b)*

Figure 2.8 - Réponse fréquentielle de la boucle ouverte dans le plan de Bode(a) et dans le plan de Black-Nichols (b).

2.2.3. L'Approche CRONE appliquée à la dynamique de roue

Aux hautes fréquences, la caisse peut être considérée comme immobile, ce qui implique

$$z_2(t) = 0\,. \tag{2.32}$$

Le schéma d'analyse de la *Figure 2.5* se résume donc, dans les conditions d'étude décrites, à celui de la *Figure 2.9*.

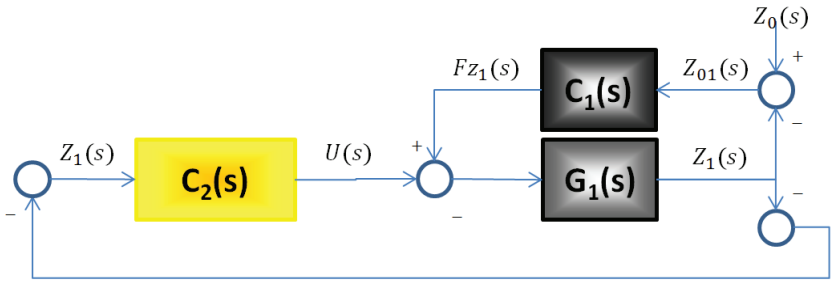


Figure 2.9 - Schéma d'analyse de la dynamique de la roue aux hautes fréquences

Les équations fonctionnelles issues du schéma d'analyse de la *Figure 2.9* s'écrivent :

$$m_1\, s^2\, Z_1(s) = -U(s) + F_{z1}(s) \quad \Rightarrow \quad Z_1(s) = \frac{1}{m_1\, s^2}\big(U(s) + F_{z1}(s)\big), \tag{2.33}$$

où l'effort $U(s)$ développé par la suspension est donné par la relation (2.10) et l'effort $F_{z1}(s)$ développé par le pneumatique par

$$F_{z1}(s) = C_1(s)\;\; Z_{01}(s) \quad \text{avec} \quad Z_{01}(s) = Z_0(s) - Z_1(s)\,. \tag{2.34}$$

Le transfert entre la position de la roue $Z_1(s)$ et celle de la route $Z_0(s)$ est défini par l'expression

$$\frac{Z_1(s)}{Z_0(s)} = \frac{C_1(s)\, G_1(s)}{1 + \big(C_1(s) + C_2(s)\big) G_1(s)}\,, \tag{2.35}$$

avec

$$G_1(s) = \frac{1}{m_1\, s^2}\,,\; C_1(s) = k_1 + b_1 s \quad \text{et} \quad C_2(s) = \frac{U(s)}{Z_{12}(s)}\,. \tag{2.36}$$

L'expression de $C_2(s)$ pour une suspension métallique est donnée par la relation (2.16). Le transfert Z_1/Z_0 peut donc s'écrire, pour cet exemple, sous la forme

$$\frac{Z_1(s)}{Z_0(s)} = \frac{k_1 + b_1\, s}{(k_1 + k_2) + (b_1 + b_2)\, s + m_1\, s^2} = K_0\, \frac{1 + s/\omega_1}{1 + \dfrac{2\zeta_1}{\omega_{0_1}}\, s + \left(s/\omega_{0_1}\right)^2}\,, \tag{2.37}$$

avec

$$\begin{cases} K_0 = \dfrac{k_1}{(k_1 + k_2)} \\ \omega_1 = \dfrac{k_1}{b_1} \\ \omega_{0_1} = \sqrt{\dfrac{(k_1 + k_2)}{m_1}} \quad \text{et} \quad \zeta_1 = \dfrac{(b_1 + b_2)}{2\sqrt{(k_1 + k_2)\, m_1}} \end{cases} . \tag{2.38}$$

Le facteur de résonance, noté Q_1, correspond à la valeur maximale du gain du transfert Z_1/Z_0. Sachant que $k_1 >> k_2$ ce facteur de résonance est directement lié au facteur d'amortissement ζ_1 par une relation similaire à celle de la caisse, soit :

$$Q_1 = K_0 \frac{2\sqrt{2}\zeta_1^{\,2}}{\sqrt{\sqrt{1+8\zeta_1^{\,2}} - 1 - 4\zeta_1^{\,2} + 8\zeta_1^{\,4}}} \tag{2.39}$$

2.2.4. Comparaison entre suspensions métallique et hydropneumatique en fonction de la variation de la masse suspendue

La boucle ouverte permet de définir plusieurs grandeurs caractéristiques du comportement du système en boucle fermée en l'occurrence, pour la suspension, celui de la caisse sous sollicitations route.

Le comportement dynamique est donc parfaitement caractérisé :

- pour la ***rapidité***, par la fréquence au gain unité en boucle ouverte, ω_u, dont l'expression dépend de la masse suspendue m_2 directement ou indirectement via la raideur k_2 de suspension si cette dernière est en technologie hydropneumatique ou pneumatique (équation (2.26)) ;
- pour le ***degré de stabilité***, par le facteur de résonance Q_2 ou la marge de phase M_Φ, tous les deux liés à la masse suspendue m_2.

Les *Figure 2.10*, *Figure 2.11*, *Figure 2.12* permettent de visualiser l'influence de la masse suspendue m_2 et de la technologie utilisée sur ces différentes grandeurs. Un dimensionnement équivalent pour les deux technologies est réalisé pour une masse suspendue de 445 kg correspondant à un véhicule avec 4 passagers et 28 kg dans le coffre (valeur du chargement utilisé par les constructeurs pour dimensionner les suspensions des berlines).

Remarque
Pour la valeur nominale de m_2, on peut observer que les suspensions métallique et hydropneumatique ont les mêmes grandeurs caractéristiques. Par contre leurs sensibilités, c'est à dire les pentes de chacune de ces grandeurs autour de la valeur nominale, sont différentes.

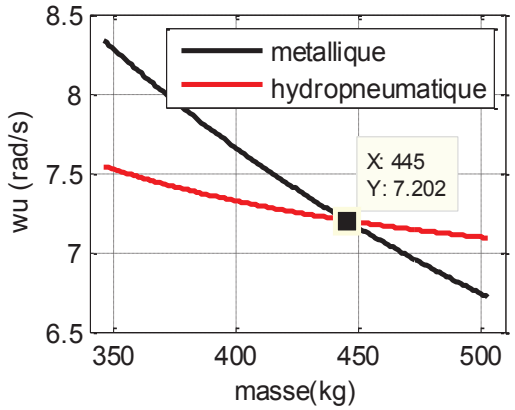
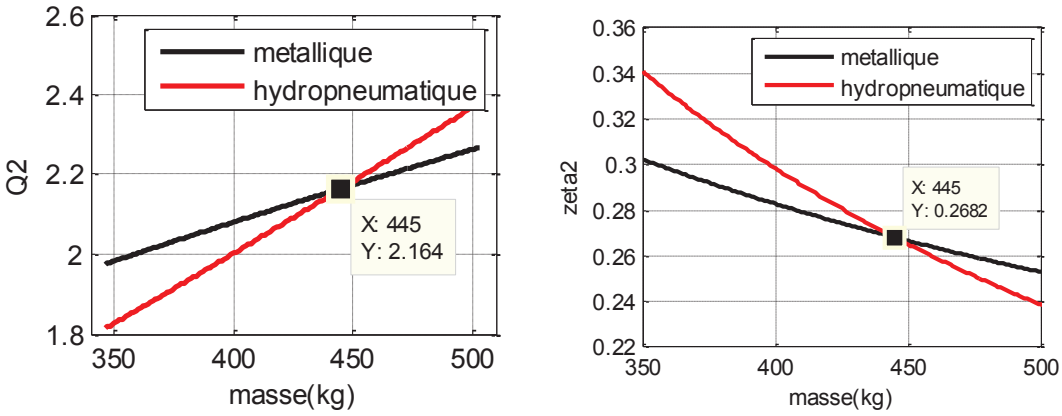


Figure 2.10 - Influence de la variation de la masse suspendue m_2 sur la pulsation ω_u au gain unité en boucle ouverte pour 2 technologies différentes de suspension



(a) *(b)*

Figure 2.11 - Influence de la variation de la masse suspendue m_2 sur le facteur de résonance Q_2 (a) et le facteur d'amortissement ζ_2 (b) pour 2 technologies différentes de suspension

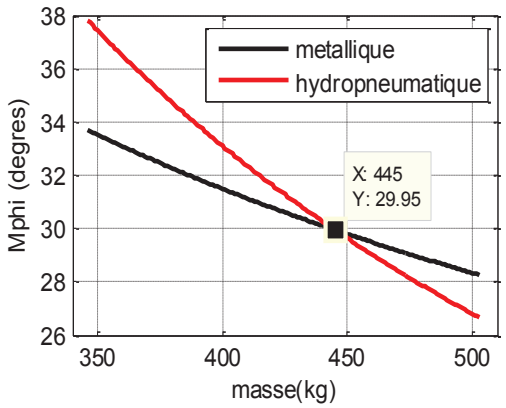
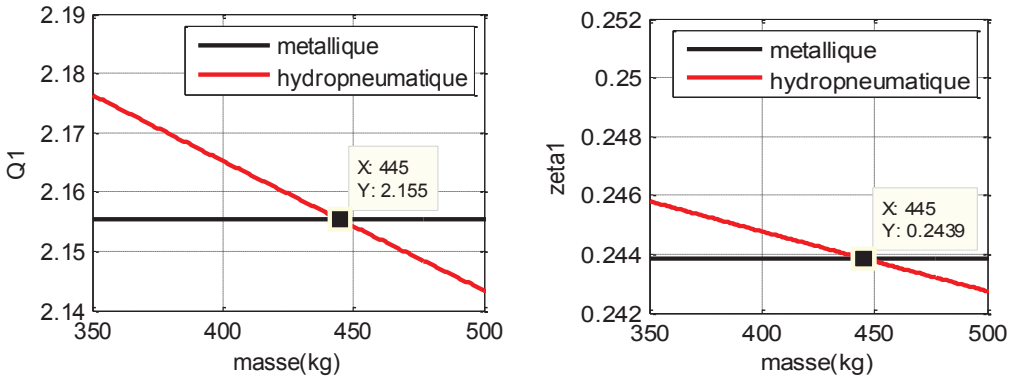


Figure 2.12 – Influence de la variation de la masse suspendue m_2 sur la marge de phase M_Φ pour 2 technologies différentes de suspension



(a) *(b)*

Figure 2.13 - Influence de la variation de la masse suspendue m_2 sur le facteur de résonance Q_1 (a) et le facteur d'amortissement ζ_1 (b) pour 2 technologies différentes de suspension

De l'analyse de ces différents tracés, il est possible de tirer les conclusions suivantes :

- la technologie hydropneumatique diminue la sensibilité de la pulsation ω_u aux variations de la masse suspendue m_2 en raison de la raideur de suspension k_2 qui dépend elle-même de m_2. Ainsi, un véhicule équipé de la technologie hydropneumatique répond toujours avec quasiment la même rapidité à des sollicitations route, et ce quelle que soit la masse m_2. Au contraire un véhicule équipé d'une suspension métallique répond de plus en plus lentement au fur et à mesure que son chargement augmente ;

- la technologie hydropneumatique augmente la sensibilité de la marge de phase M_Φ et du facteur de résonance Q_2 du transfert Caisse/Roue aux variations de m_2. Cette augmentation de la sensibilité se traduit par une plus importante variation du degré de stabilité comparativement à un véhicule équipé d'une suspension métallique. Ainsi, un véhicule équipé d'une suspension hydropneumatique a des mouvements de caisse plus amples en charge qu'à vide. De la même manière, un véhicule équipé d'une suspension métallique connait exactement le même phénomène, mais avec beaucoup moins de différence entre les cas de charge maximal et minimal ;

- la technologie hydropneumatique induit une légère variation du facteur de résonance Q_1 du transfert Roue/Route en fonction de la masse m_2, mais rien de comparable avec la variation du facteur de résonance Q_2 du transfert Caisse/Roue. Avec la suspension métallique, le facteur de résonance Q_1 est insensible aux variations de la masse m_2.

La *Figure 2. 14* présente les réponses indicielles de la masse suspendue pour différentes valeurs de chargement (M_{min}, M_{nom} et M_{max}) et pour les deux technologies hydropneumatique et métallique. Ces réponses illustrent les conclusions faites en matière de rapidité et de degré de stabilité.

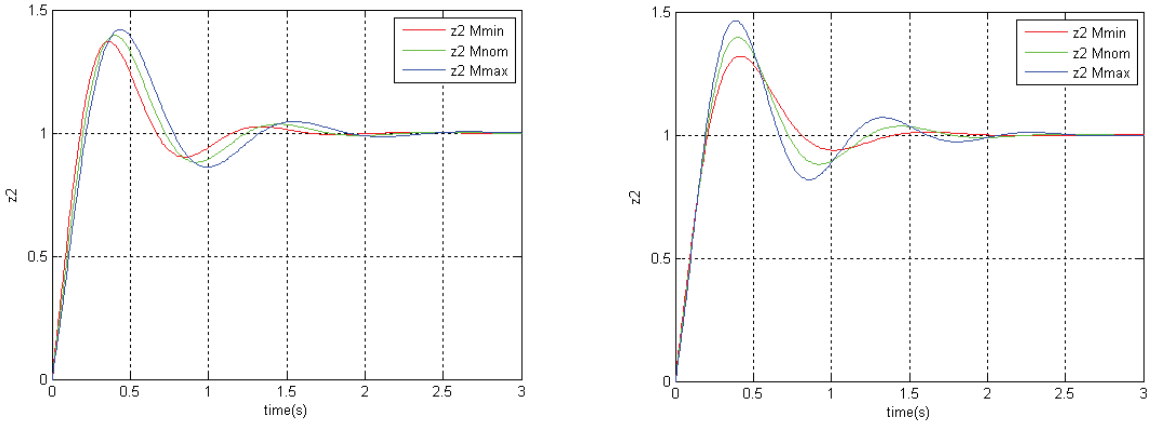


Figure 2. 14 - Comparaison des technologies hydropneumatique (b) et métallique (a) pour une réponse indicielle et pour différents cas de charge.

Malheureusement, l'être humain est sensible à la fois à la fréquence du mouvement, mais également à son amplitude. Ces deux technologies présentent certains avantages et inconvénients, le but étant de réaliser une suspension combinant les avantages de ces deux technologies.

2.2.5. Conclusion : l'approche CRONE un outil d'analyse pour la suspension

A travers cette partie, il est mis en évidence que la suspension associée à la masse suspendue peut être représentée par un système bouclé où le transfert de suspension joue le même rôle que le régulateur d'une boucle de commande. A travers l'étude fréquentielle des systèmes bouclés, il est donc possible d'analyser les performances en isolation vibratoire. En effet, en analysant la boucle ouverte et plus particulièrement la fréquence au gain unité, la marge de phase et/ou le facteur de résonance, le lecteur dispose de tous les éléments pour anticiper le comportement du véhicule sous sollicitations route et ce en étudiant uniquement la boucle ouverte du système.

A travers la pulsation au gain unité, il est ainsi possible de comparer la rapidité de réponse de la caisse pour plusieurs véhicules. Avec la marge de phase ou le facteur de résonance il est facile de comparer l'amplitude et le caractère oscillatoire du déplacement de la masse suspendue de plusieurs véhicules sollicités par la route, et ainsi de conclure sur le véhicule le plus confortable.

Remarque

Attention le confort d'un véhicule passe par un bon choix de ces 2 paramètres.

- *Un véhicule avec une pulsation au gain unité proche de 1Hz, mais une marge de phase trop petite, donc un facteur de résonance trop grand, correspond à un véhicule avec des mouvements lents peu amortis.*

- *Un véhicule avec une importante marge de phase, mais une pulsation au gain unité trop basse (<<1Hz) ou trop haute (compris entre 2 et 8Hz) correspond à un véhicule avec des mouvements bien amortis, mais soit trop lents provoquant un sentiment de malaise, soit trop rapides sollicitant les organes internes et ayant comme conséquences celles présentées dans le chapitre 1.*

Ces outils d'analyse, habituellement utilisés dans les approches fréquentielles de la commande des systèmes linéaires, peuvent être utilisés en mécanique pour le dimensionnement d'une suspension.

Pour l'étude du confort, le procédé correspondant à la caisse n'a qu'un paramètre : la masse suspendue. Or cette masse varie sensiblement en fonction du nombre de passagers et du nombre de bagages. Par conséquent, il est nécessaire de dimensionner une suspension offrant de bonnes performances quelle que soit la masse suspendue. Un concept utilisé en commande robuste est la dérivation non entière [Oustaloup 1995]. La suite de ce chapitre présente ce concept et extrait les propriétés intéressantes pour son application à la suspension.

2.3. DE LA DERIVATION NON ENTIERE AUX SDNE

2.3.1. Introduction : le concept

Le concept de dérivation non entière (appelée aussi dérivation fractionnaire dans la littérature internationale) date de 1695 lorsque L'Hospital et Leibniz s'interrogeaient dans leurs correspondances sur la signification d'une dérivée d'ordre 0.5 [Dugowson, 1994]. Au cours du 18ème siècle, il y eu seulement que quelques contributions sur ce sujet, notamment de la part d'Euler qui souleva de nouveau le problème de la définition d'une dérivée d'ordre fractionnaire. Plus tard, au 19ème siècle, Liouville et Riemann donnèrent une définition cohérente de la dérivée fractionnaire. Mais, c'est surtout au cours de la deuxième moitié du 20ème siècle que des avancées majeures concernant la théorie de la dérivation et de l'intégration fractionnaires on été réalisées [Oldham 1974], [Miller 1993], [Samko 1993], [Oustaloup 1995]. Aujourd'hui, au 21ème siècle, dans le domaine des sciences pour l'ingénieur, les systèmes fractionnaires sont étudiés par un nombre d'auteurs de plus en plus important. En effet, il y a un nombre grandissant de systèmes physiques dont le comportement dynamique peut être décrit avec parcimonie grâce à des modèles fractionnaires : processus électrochimiques [Sabatier 2006], diffusion thermique dans un milieu homogène semi-infini [Lin 2001], [Cois 2002], polarisation diélectrique [Bohannan 2000], matériaux visco-élastiques [Moreau 2002] [Ramus-Serment 2002].

Par ailleurs, dans le domaine de la modélisation, l'approche bond-graph [Dauphin-Tanguy 2000] a démontré tous les avantages de l'utilisation de la causalité intégrale pour la simulation numérique lors de l'étude de la dynamique des systèmes. Par exemple, avec un élément C de stockage d'énergie (en bond-graph l'élément C est utilisé pour représenter les phénomènes capacitifs des ressorts, des barres de torsion, des accumulateurs électriques et hydropneumatiques,…), la relation causale entre ses variables de puissance est donnée par :

$$e_C(t) = \frac{1}{c}\int_0^t f_C(\tau)\,d\tau + e_C(0) \ , \tag{2.40}$$

où $f_C(t)$ et $e_C(t)$ représentent le flux et l'effort généralisés, $e_C(0)$ une Condition Initiale (CI) sur l'effort et $c \in R+$ un paramètre caractéristique de l'élément C. Avec un élément I de stockage d'énergie (en bond-graph l'élément I est utilisé pour représenter les phénomènes inertiels des masses en translation, des inerties en rotation, des inductances électriques et hydropneumatiques,…), la relation causale entre ses variables de puissance est donnée par :

$$f_I(t) = \frac{1}{l}\int_0^t e_I(\tau)\,d\tau + f_I(0) \ , \tag{2.41}$$

où $f_I(t)$ et $e_I(t)$ représentent le flux et l'effort généralisés, $f_I(0)$ une CI sur le flux et et $l \in R+$ un paramètre caractéristique de l'élément I.

La *Figure 2.15* représente deux schémas fonctionnels illustrant les relations de causalité des éléments *C* et *I*.

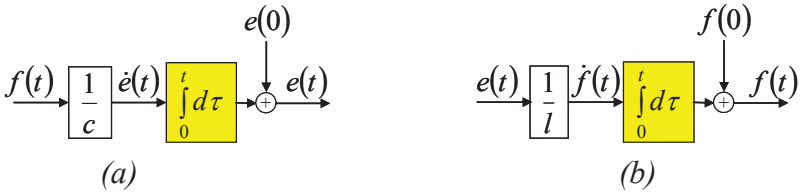


Figure 2.15 - Schémas fonctionnels illustrant les relations de causalité des éléments C (a) et I (b)

Pour les systèmes fractionnaires, la causalité intégrale conduit à utiliser un intégrateur fractionnaire, appelé **fractor** (contraction de **fract**ional integrat**or**) [Bohannan, 2000]. L'intérêt d'utiliser la causalité intégrale est le même que pour les systèmes rationnels [Trigeassou 1999], [Trigeassou 2011].

Ainsi, ce paragraphe se focalise sur un système fractionnaire élémentaire composé d'un élément I et d'un élément caractérisé par une impédance fractionnaire, appelée **fractance** (contraction de **fract**ional imped**ance**) [Le Méhauté 1998] [Krishna 2011]. Pour un fractor, l'effort généralisé $e_\lambda(t)$ est proportionnel à l'intégrale fractionnaire du flux généralisé $f_\lambda(t)$, soit :

$$e_\lambda(t) = \frac{1}{\lambda} \int_0^t \frac{1}{\Gamma(1-m)\,(t-\tau)^{-m}}\, f_\lambda(\tau)\, d\tau + e_\lambda(0), \qquad (2.42)$$

où $e_\lambda(0)$ est une fonction qui prend en compte les CI [Hartley 2002], [Hartley 2007], [Lorenzo 2007a,b], [Sabatier 2008], [Trigeassou 2011], et où $\lambda \in R+$ et $m \in [0,1]$.
Si $m = 0$ alors le fractor est un élément *C* purement capacitif, (capacitor), si $m = 1$ alors le fractor est un élément *R* purement résistif (resistor).

L'objectif de cette partie est donc :

- de ***définir*** un système fractionnaire élémentaire à partir d'un ***fractor*** idéal en tenant compte de la notion de causalité intégrale qui conduit naturellement à l'intégrateur fractionnaire idéal ;
- d'***étudier*** les principales propriétés de ce système fractionnaire élémentaire, en particulier une transformation qui consiste à contracter ou dilater les axes des domaines temporel et fréquentiel ;
- de ***concevoir*** pratiquement un système fractionnaire élémentaire.

Dans les paragraphes suivants, la modélisation d'un système fractionnaire élémentaire est développée [Charef 2010], puis les principales propriétés en matière de stabilité, de degré de stabilité, de robustesse du degré de stabilité, ainsi que les expressions des fréquences caractéristiques sont rappelées. Ensuite, une méthode de synthèse d'un fractor borné en

fréquence est présentée en utilisant le lien avec les systèmes à paramètres distribués [Moreau 2008].

2.3.2. D'un fractor idéal vers un système fractionnaire élémentaire

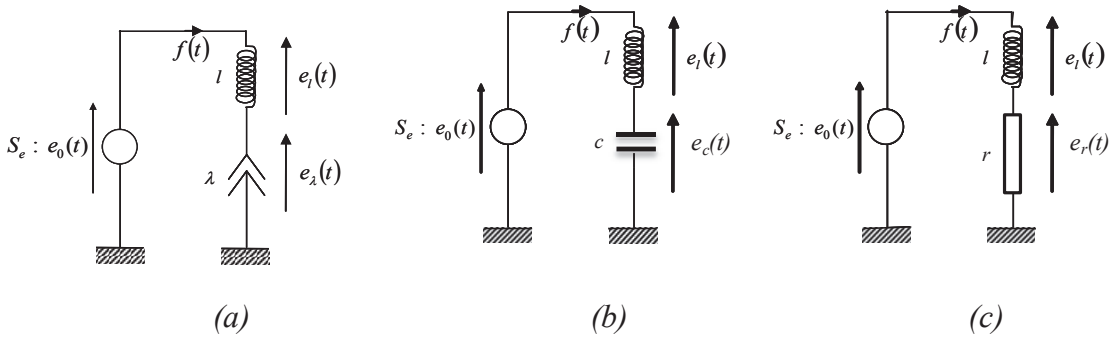
La relation (2.42) est réécrite sous une forme générique d'un produit de convolution, soit :

$$e_\lambda(t) = g(t) * f_\lambda(t) + e_\lambda(0), \tag{2.43}$$

où *g(t)* représente la réponse impulsionnelle du ***fractor***.

Cette étude se veut générique indépendante de tout domaine de la Physique. Cependant, pour faciliter la compréhension, des schémas « électriques » sont utilisés.

La Figure 2.*16* présente le schéma du système fractionnaire étudié où $e_0(t)$ représente un effort généralisé généré par une source Se et *f(t)* le flux généralisé de l'élément I. Plus précisément, ce système résulte de l'association d'un élément I avec un fractor pour $0 < m < 1$ (a), un capacitor pour $m = 0$ (b) et un resistor pour $m = 1$ (c).



(a) *(b)* *(c)*

Figure 2.16 - Schémas électriques composés d'un élément I et : d'un fractor (a), d'un capacitor (b), ou d'un resistor (c)

L'élément *I* et le fractor étant en série, le flux généralisé *f(t)* à travers chaque élément est le même. De plus, l'effort généralisé $e_0(t)$ est égal à la somme de $e_l(t)$ et $e_\lambda(t)$, soit:

$$e_0(t) = e_l(t) + e_\lambda(t). \tag{2.44}$$

Finalement, les relations de causalité du système sont :

$$\begin{cases} e_l(t) = e_0(t) - e_\lambda(t) \\ f(t) = \dfrac{1}{l}\int_0^t e_l(\tau)\,d\tau + f(0) \\ e_\lambda(t) = g(t) * f(t) + e_\lambda(0) \end{cases}. \tag{2.45}$$

La Figure 2.*17* présente le schéma causal établi à partir des relations (2.45) et utilisé pour la simulation numérique.

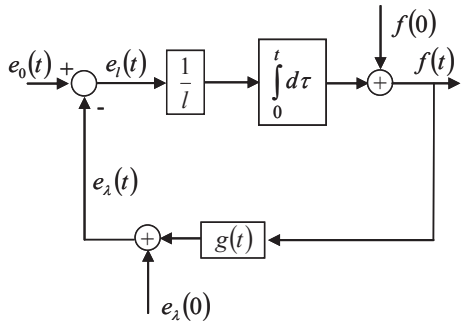


Figure 2.17 - Schéma causal utilisé pour la simulation numérique

Un tel schéma présente une boucle fermée. Les relations entre boucle ouverte et boucle fermée sont utilisées dans le paragraphe suivant pour l'analyse d'un tel système. Par ailleurs, le système étant linéaire, le principe de superposition est appliqué pour étudier le régime forcé $\left(e_0(t) \neq 0 \text{ et } \mathrm{CI} = 0\right)$, le régime libre $\left(e_0(t) = 0 \text{ et } \mathrm{CI} \neq 0\right)$ étant traité dans [Sabatier 2010], [Trigeassou 2011]. Par conséquent, les conditions initiales étant supposées nulles, la transformée de Laplace des relations (2.45) conduit à

$$\begin{cases} E_l(s) = E_0(s) - E_\lambda(s) \\ F(s) = \dfrac{1}{l\,s}\, E_l(s) \\ E_\lambda(s) = G(s)\; F(s) \end{cases}, \tag{2.46}$$

et au schéma fonctionnel de la Figure 2.*18*, où la fonction de transfert en boucle ouverte *β(s)* est donnée par :

$$\beta(s) = G(s)\,\frac{1}{l\,s}, \tag{2.47}$$

avec

$$G(s) = \frac{1}{\lambda\; s^{1-m}}, \tag{2.48}$$

pour le ***fractor***.

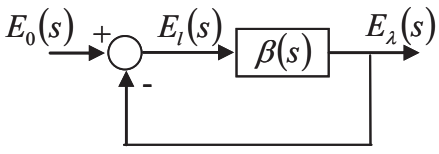


Figure 2.18 - Schéma fonctionnel associé au schéma causal de la Figure 2.17

Ainsi, l'expression de *β(s)* est de la forme :

$$\beta(s) = \left(\frac{\omega_u}{s}\right)^n, \tag{2 .49}$$

où $n = 2 - m$ avec $n \in [1\ ,\ 2]$ et où $\omega_u = 1/(l\lambda)^{1/n} \in R^{*+}$ est la fréquence au gain unité en boucle ouverte.

Remarque

Dans ce chapitre, les paramètres l de l'élément I et λ du fractor sont considérés comme incertains, et donc ω_u aussi, soit:

$$\omega_u \in [\omega_{u\min} \; ; \omega_{u\max}]. \qquad (2.50)$$

L'impact des incertitudes de la fréquence au gain unité sur le comportement dynamique de ce système fractionnaire élémentaire est discuté dans le prochain paragraphe.

Finalement, la fonction de transfert en boucle fermée

$$H(s) = \frac{E_\lambda(s)}{E_0(s)} = \frac{1}{1 + \left(\frac{s}{\omega_u}\right)^n}, \qquad (2.51)$$

est la fonction de transfert de l'équation différentielle linéaire fractionnaire de première espèce avec $n \in [1 \, , \, 2]$, soit :

$$\omega_u^{-n} \; {}_0d_t^n \, y(t) + y(t) = u(t), \qquad (2.52)$$

où $y(t) = e_\lambda(t)$, $u(t) = e_0(t)$ et où l'opérateur différentiel fractionnaire ${}_0d_t^n \, y(t)$ est défini dans [Hartley 2002].

2.3.3. Principales propriétés d'un système fractionnaire élémentaire

Un bref résumé des concepts et propriétés d'un système fractionnaire de première espèce sont présentés dans ce paragraphe. Les principales propriétés concernent la stabilité, le degré de stabilité, la robustesse du degré de stabilité et les fréquences caractéristiques.

2.3.3.1 Stabilité et degré de stabilité

La stabilité des systèmes fractionnaires a été traitée dans différents contextes (linéaire, non linéaire, commensurable, non commensurable, non stationnaire, stationnaire, avec retard, sans retard, analytique, numérique) par différents auteurs, comme le présente l'état de l'art de l'article de [Sabatier 2010] qui contient 22 références sur le sujet. Comme pour les systèmes rationnels stationnaires, il est aujourd'hui bien connu que la stabilité d'un système linéaire fractionnaire dépend de la localisation de ses pôles dans le plan complexe. Pour un système fractionnaire commensurable, des critères de stabilité ont été proposés. Le plus connu est le théorème de Matignon [Matignon 1996] établi pour les systèmes ayant un ordre de dérivation $0 < n < 1$. Ce théorème est, en fait, le point de départ de plusieurs résultats dans ce domaine [Matignon 1998], [Matignon 2005], [Momani 2004]. Pour les systèmes avec $1 < n < 2$, une démonstration de l'extension du théorème de Matignon est proposé dans [Moze 2005].

Remarque

Dans ce chapitre, nous considérons un ordre n entre 1 et 2, et donc m entre 1 (pour un ***resistor****) et 0 (pour un* ***capacitor****). Pour le cas particulier n = 2, la relation* (2.52*) définit un système conservatif.*

La localisation dans le plan complexe des pôles du système fractionnaire de première espèce peut être déterminée à partir de la résolution de l'équation caractéristique :

$$1+\left(\frac{s}{\omega_u}\right)^n = 0\,, \tag{2.53}$$

qui conduit à

$$\left(\frac{s}{\omega_u}\right)^n = -1 = e^{j(\pi+2k\pi)}\text{, avec } k \in Z \tag{2.54}$$

ou encore

$$s = \omega_u\, e^{j\frac{1+2k}{n}\pi}\,, \tag{2.55}$$

avec

$$-1 < \frac{1+2k}{n} < 1\,. \tag{2.56}$$

Il existe seulement deux valeurs de $k \in Z$ qui satisfont aux inégalités précédentes [Oustaloup 1995], à savoir $k = 0$ et $k = -1$, conduisant ainsi à deux pôles, soit :

$$s_0 = \omega_u\, e^{j\frac{\pi}{n}} \text{ et } s_{-1} = \omega_u\, e^{-j\frac{\pi}{n}} \tag{2.57}$$

Ces pôles définissent un mode oscillatoire, dans la mesure où ils sont complexes conjugués, et forment un angle $2\,\Theta$ avec $\Theta = \pi - \pi/n$ (Figure 2.*19*).

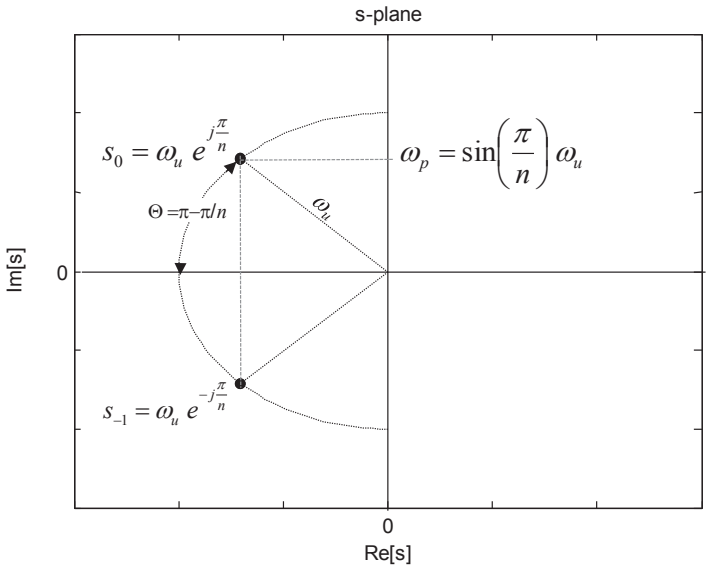


Figure 2.19 - Localisation des pôles dans le plan complexe

Lorsque $n \in [1, 2]$, la stabilité peut être caractérisée par un concept plus précis : le degré de stabilité.

Degré de stabilité dans le domaine temporel

Pour $n \in [1, 2]$, le régime transitoire d'un système fractionnaire élémentaire présente un caractère oscillatoire. Ainsi, le degré de stabilité peut être quantifié dans le domaine temporel par le facteur d'amortissement ζ directement déduit du demi-angle $\Theta = \pi - \pi/n$ (Figure 2.*19*) [Oustaloup 1995] :

$$\zeta(n) = \cos\Theta = -\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) \tag{2.58}$$

Ce résultat montre que le facteur d'amortissement $\zeta(n)$ dépend exclusivement de l'ordre n.

Remarque

- *Si n = 1, alors $\zeta = 1$ et le système présente un amortissement critique.*
- *Si n = 2, alors $\zeta = 0$ et le système est non amorti (système conservatif).*

La Figure 2.*20* présente le facteur d'amortissement ζ en fonction de l'ordre $n = 2 - m$.

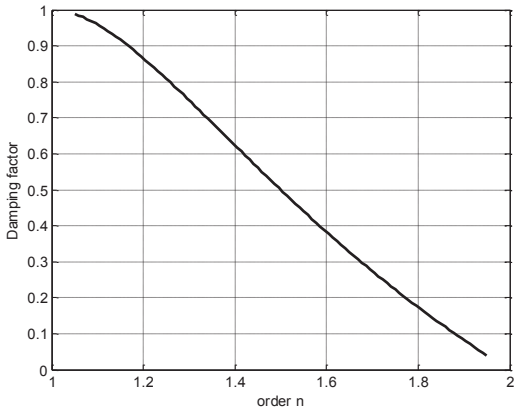


Figure 2.20 - Facteur d'amortissement ζ en fonction de l'ordre n

Degré de stabilité dans le domaine fréquentiel

Pour $n \in [1, 2]$, la réponse fréquentielle $H(j\omega)$ de $H(s)$ comporte une résonance [Oustaloup 1995].

La Figure 2.*21* présente les diagrammes de Bode de $H(s)$ avec $\omega_u = 1$ *rad/s* et pour différentes valeurs de n.

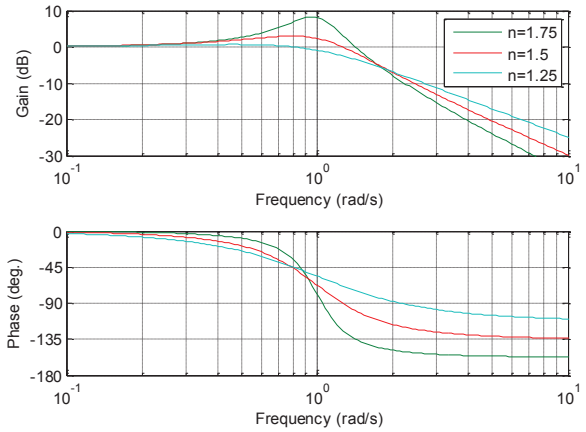


Figure 2.21 - Diagrammes de Bode de H(s) avec ω_u = 1 rad/s et pour différentes valeurs de n

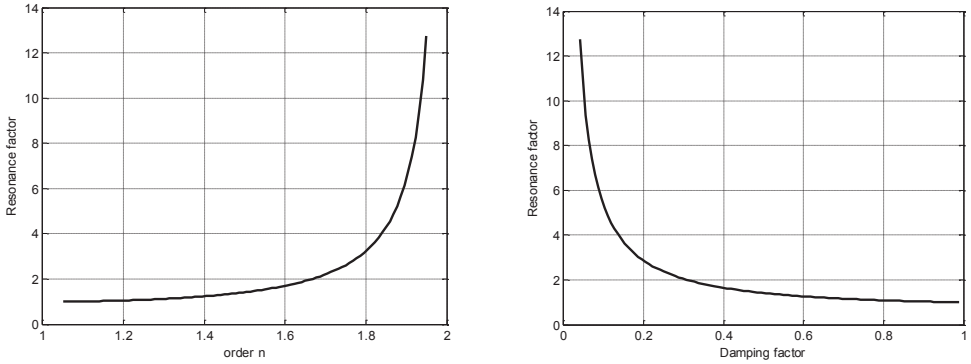
Le degré de stabilité peut être quantifié dans le domaine fréquentiel (et en boucle fermée) par le facteur de résonance *Q(n)*, défini par [Oustaloup 1995]:

$$Q(n) = \frac{\max\left|H(j\omega)\right|}{\left|H(j0)\right|} = \left|H(j\omega_r)\right| = \frac{1}{\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)} \tag{2.59}$$

où la fréquence de résonance, ω_r, est donnée par :

$$\omega_r = \left(-\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)\right)^{1/n} \omega_u . \tag{2.60}$$

Ce résultat montre que le facteur de résonance *Q(n)* dépend exclusivement de l'ordre *n*. Le facteur de résonance *Q* est tracé en fonction de l'ordre n Figure 2.*22*.a et en fonction du facteur d'amortissement ζ Figure 2.*22*.b.



(a) *(b)*

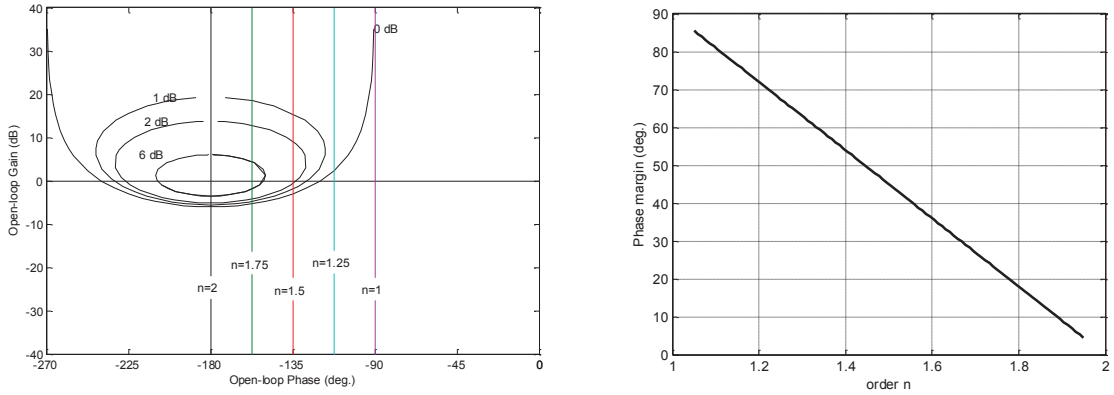
Figure 2.22 - Facteur de résonance Q en fonction de l'ordre n (a) et en fonction du facteur d'amortissement ζ (b)

Dans le domaine fréquentiel et dans le cadre d'une analyse boucle ouverte d'un système bouclé, le degré de stabilité peut être quantifié par la marge de phase, M_Φ , définie par :

$$M_\Phi = \pi + \arg\beta(j\omega_u) = \pi - n\frac{\pi}{2} = (2-n)\frac{\pi}{2} = m\frac{\pi}{2}. \qquad (2.61)$$

Ce résultat montre que la marge de phase $M_\Phi(n)$ dépend exclusivement de l'ordre *n*.

La Figure 2.*23* présente les lieux de Nichols de la boucle ouverte pour *n* = 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2 (a) et la marge de phase $M_\Phi(n)$ en fonction de l'ordre *n* (b).



(a) (b)

Figure 2.23 - Lieux de Nichols en boucle ouverte avec ω_u = 1 rad/s et pour n = 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2 (a) ; marge de phase $M_\Phi(n)$ en fonction de l'ordre n (b)

Les relations (2.57), (2.58) et (2.59) montrent donc que le degré de stabilité dépend seulement de l'ordre fractionnaire *n*.

Réponses temporelles

Dans le domaine temporel, la rapidité de la dynamique est caractérisée par la constante de temps $\tau = 1/\omega_u$ égale à l'inverse de la fréquence au gain unité en boucle ouverte. Dans le domaine fréquentiel, ω_u est utilisée pour définir la bande passante d'un système linéaire.

Pour un système fractionnaire de première espèce avec $n \in [1,2]$, la fréquence propre ω_p est directement déduite de ω_u et du demi-angle $\Theta = \pi - \pi/n$ (*Figure 2.19*), soit :

$$\omega_p = \sin\Theta \;\; \omega_u = \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)\omega_u . \qquad (2.62)$$

Remarque

- *Si n = 1, alors ω_p = 0 et la réponse du régime transitoire ne présente pas de caractère oscillatoire.*

- *Si n= 2, alors $\omega_p = \omega_u$ et la réponse du régime transitoire est non amortie. C'est la raison pour laquelle ω_u représente aussi la fréquence naturelle non amortie.*

Tracer les réponses fréquentielles d'un système fractionnaire ne pose pas de problème particulier. Par contre, simuler numériquement les réponses temporelles est plus délicat. Cet aspect est abordé dans les paragraphes suivants avec les réponses impulsionnelle et indicielle.

Réponse impulsionnelle

La réponse impulsionnelle *h(t)* peut être calculée par transformée inverse de Laplace (LT^{-1}) de la fonction de transfert *H(s)*, soit :

$$h(t) = LT^{-1}\{H(s)\} = LT^{-1}\left\{\frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_u}\right)^n + 1}\right\}. \tag{2.63}$$

Dans un premier temps, *H(s*) est développée en une série en $s = \infty$, soit :

$$H(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_u}\right)^n + 1} = \left(\frac{\omega_u}{s}\right)^n - \left(\frac{\omega_u}{s}\right)^{2n} + \left(\frac{\omega_u}{s}\right)^{3n} - \ldots = \left(\frac{\omega_u}{s}\right)^n \sum_{i=0}^{\infty}\left(-\frac{\omega_u}{s}\right)^{n\,i}. \tag{2.64}$$

Ensuite, sachant que

$$\left(\frac{\omega_u}{s}\right)^n = \omega_u^n \;\; \mathrm{LT}\left\{\frac{t^{n-1}}{\Gamma(n)}\right\}, \tag{2.65}$$

la transformée inverse de Laplace de la série (2.64) est calculée conduisant à l'expression de la réponse impulsionnelle, soit :

$$h(t) = \omega_u^n \; t^{n-1} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(-\omega_u^n\right)^i t^{n\,i}}{\Gamma\left(n\,(i+1)\right)}, \tag{2.66}$$

dont les réponses pour ω_u = 1 rad/s et pour différentes valeurs de *n* sont tracées Figure 2.*24*. La série infinie (2.66) est tronquée à une valeur importante, ici *i* = 100, dans le but d'obtenir une réponse approximée très proche de la réponse théorique du système fractionnaire.

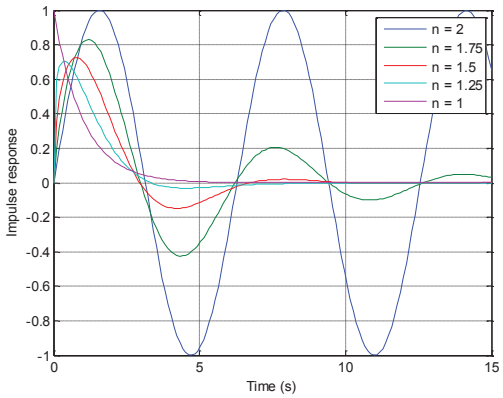


Figure 2.24 - Réponses impulsionnelles pour ω_u = 1 rad/s et différentes valeurs de n

Réponse indicielle

La réponse indicielle $y_{step}(t) = e_\lambda(t)$ est obtenue en calculant la transformée inverse de Laplace de $Y_{step}(s)$, soit :

$$Y_{step}(s) = H(s)\frac{1}{s} = \frac{1}{s\left(\left(\frac{s}{\omega_u}\right)^n + 1\right)}, \tag{2.67}$$

ou encore, après la décomposition suivante :

$$Y_{step}(s) = \frac{1}{s} - \frac{\left(\frac{s}{\omega_u}\right)^n}{s\left(\left(\frac{s}{\omega_u}\right)^n + 1\right)}, \tag{2.68}$$

il vient :

$$y_{step}(t) = \mathrm{LT}^{-1}\left\{\frac{1}{s} - \frac{\left(\frac{s}{\omega_u}\right)^n}{s\left(\left(\frac{s}{\omega_u}\right)^n + 1\right)}\right\} = u(t) - E_n\left(-\omega_u^n\, t^n\right), \tag{2.69}$$

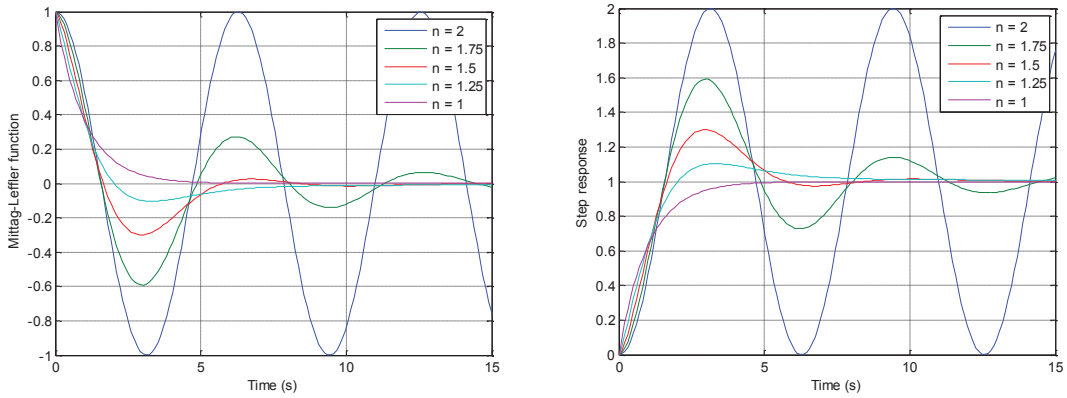
où $u(t)$ représente la fonction saut échelon unitaire de Heaviside et $E_n\left(-\omega_u^n\, t^n\right)$ la fonction de Mittag-Leffler [Samko 1993] définie par

$$E_n\left(-\omega_u^n\, t^n\right) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(-\omega_u^n\right)^i t^{n\,i}}{\Gamma\left(n\,i+1\right)}. \tag{2.70}$$

La Figure 2.*25* présente la fonction de Mittag-Leffler pour ω_u = 1 rad/s et pour différentes valeurs de *n*. La série infinie (2.70) est elle aussi tronquée à une valeur importante,

ici i = 100, afin d'obtenir une réponse approximée très proche de la réponse théorique de la fonction de Mittag-Leffler

Les réponses indicielles sont tracées *Figure 2.25* pour ω_u = 1 rad/s et différentes valeurs de n.



(a) *(b)*

Figure 2.25 – (a) Fonction de Mittag-Leffler $E_n\left(-\omega_u^n\, t^n\right)$ en fonction du temps pour ω_u = 1 rad/s et différentes valeurs de n ; (b) Réponses indicielles pour ω_u = 1 rad/s et différentes valeurs de n

2.3.3.2 Robustesse du degré de stabilité

Le *Tableau 2.2* résume les principales caractéristiques dynamiques du système fractionnaire de première espèce. Pour différentes valeurs incertaines de l et λ, ω_u varie et donc aussi les fréquences caractéristiques. Cependant, le degré de stabilité, mesuré à partir du facteur d'amortissement $\zeta(n)$, du facteur de résonance $Q(n)$, ou de la marge de phase $M_\Phi(n)$, étant exclusivement lié à l'ordre n, ne varie pas avec l et λ introduisant ainsi le concept de robustesse du degré de stabilité.

	Degré de stabilité	**Fréquences caractéristiques**
Domaine temporel	$\zeta(n) = -\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)$	$\omega_p = \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)\omega_u$
Domaine fréquentiel boucle fermée	$Q(n) = \frac{1}{\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)}$	$\omega_r = \left(-\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)\right)^{1/n}\omega_u$
Domaine fréquentiel boucle ouverte	$M_\Phi(n) = (2-n)\frac{\pi}{2}$	$\omega_u = (l\ \lambda)^{-1/n}$

Tableau 2.2 - Principales caractéristiques dynamiques du système fractionnaire élémentaire

La Figure 2.*26* illustre la robustesse du degré de stabilité dans le plan complexe avec n = 1.5, une fréquence au gain unité nominale ω_{unom} = 1 rad/s, une fréquence au gain unité maximale $\omega_{umax} = 2\ \omega_{unom}$ et une fréquence au gain unité minimale $\omega_{umin} = 0.5\ \omega_{unom}$. Le lieu des racines fait bien apparaitre une demi-droite d'iso-amortissement, illustrant la robustesse de l'amortissement.

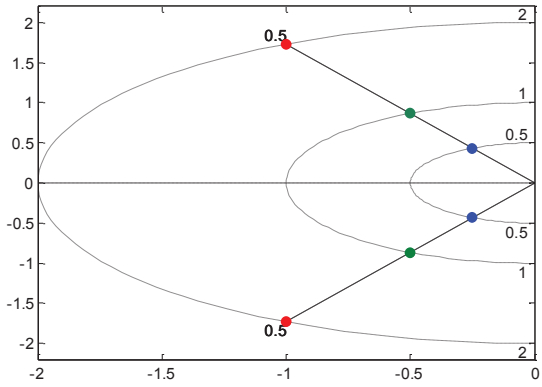
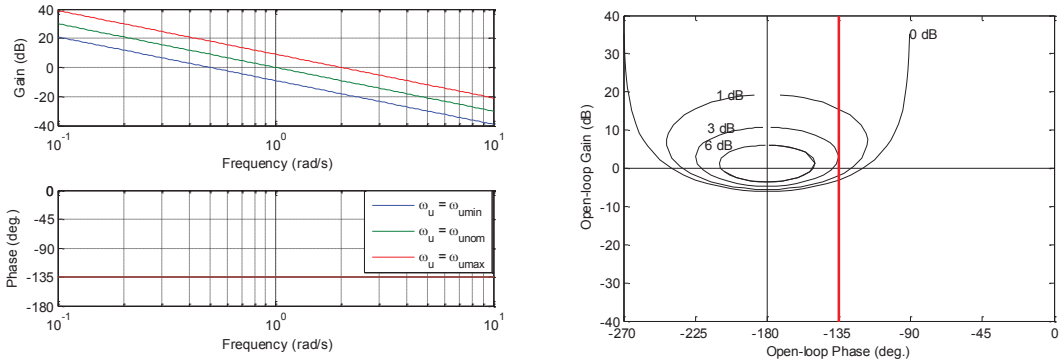


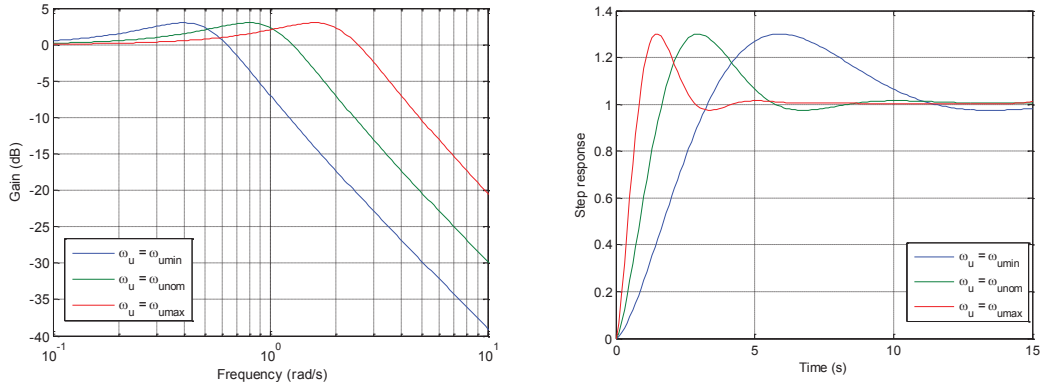
Figure 2.26 - Illustration de la robustesse dans le plan complexe avec n = 1.5, ζ = 0.5, ω_{unom} = 1 rad/s (o), $\omega_{umax} = 2\ \omega_{unom}$ (o) et $\omega_{umin} = 0.5\ \omega_{unom}$ (o)

La Figure 2.*27* illustre l'influence des variations de ω_u sur le comportement dynamique du système fractionnaire pour n = 1.5, ζ = 0.5, ω_{unom} = 1 rad/s, $\omega_{umax} = 2\ \omega_{unom}$ et $\omega_{umin} = 0.5\ \omega_{unom}$. Plus précisément, la *Figure 2.27*.a présente les diagrammes de Bode de la boucle ouverte, la *Figure 2.27*.b les lieux de Nichols de la boucle ouverte, la *Figure 2.27*.c les diagrammes de gain de la boucle fermée et la *Figure 2.27*.d les réponses indicielles.

Les variations de ω_u se traduisent par des variations de gain en boucle ouverte. C'est la raison pour laquelle, tous les lieux de Nichols de la boucle ouverte sont tangents au même contour d'amplitude (Figure 2.*27*.b). De plus, on peut observer la robustesse du facteur de résonance (Figure 2.*27*.c) et la robustesse du premier dépassement (Figure 2.*27*.d) lorsque ω_u varie.



(a) *(b)*



(c) *(d)*

Figure 2.27 - Illustration de la robustesse du degré de stabilité en fonction des variations de ω_u (ω_{unom} = 1 rad/s;ω_{umin} = 0.5 ω_{unom};ω_{umax} = 2 ω_{unom}) pour n = 1.5 : diagrammes de Bode de la boucle ouverte (a), lieux de Nichols en boucle ouverte (b); diagrammes de gain de la boucle fermée (c) et réponses indicielles (d)

En observant les *Figure 2.27*.c et d, on peut dire que toutes les réponses fréquentielles et temporelles se déduisent de la réponse nominale à partir d'une transformation consistant en une extension ou une contraction des axes des domaines fréquentiel et temporel.

Ainsi,

$$\forall\ \omega_u \in [\omega_{u\min}, \omega_{u\max}], \quad \text{si} \quad \omega_u = r\ \omega_{unom}, \tag{2.71}$$

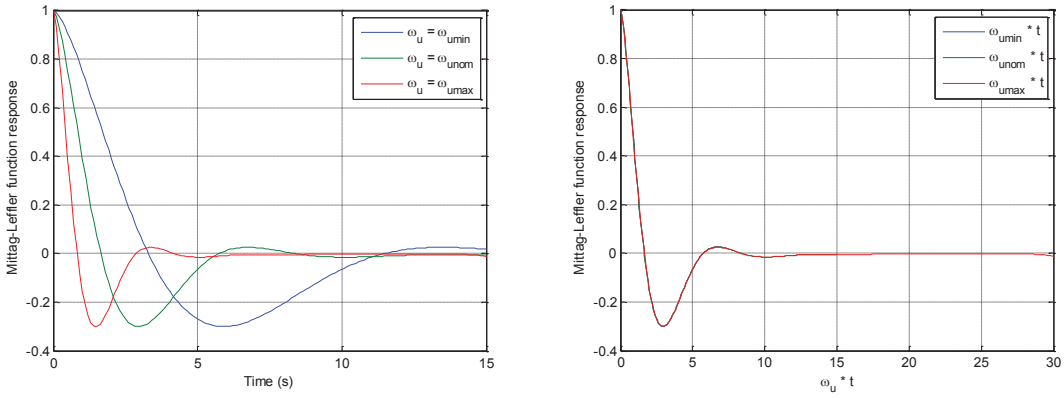
où ω_{unom} est la valeur nominale de ω_u et $r \in R^{*+}$, alors

$$\begin{aligned} E_n\left(-\omega_u^n\ t^n\right) &\approx E_n\left(-\left(r\ \omega_{unom}\right)^n\ t^n\right) \\ &\approx E_n\left(-\omega_{unom}^n\ t^{*n}\right) \end{aligned}, \tag{2.72}$$

où $t^* = r\ t$.

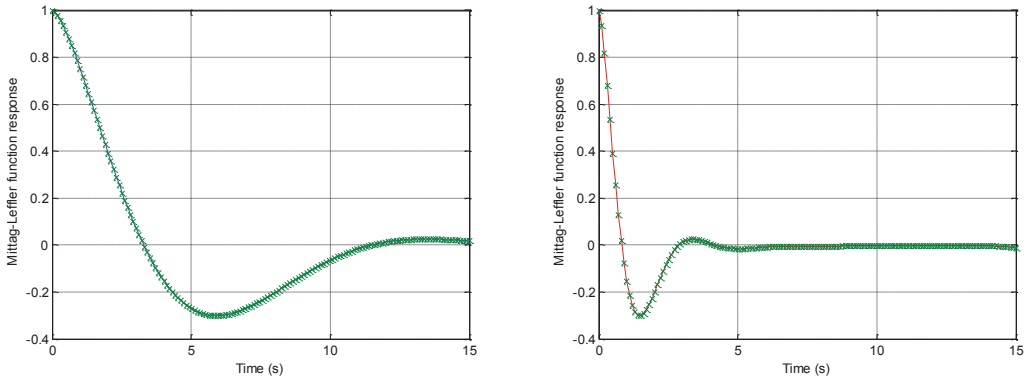
La relation (2.72) montre que toutes les réponses $E_n\left(-\omega_u^n\ t^n\right)$ peuvent se déduire de la réponse $E_n\left(-\omega_{unom}^n\ t^{*n}\right)$ par extension (si $r > 1$) ou par contraction (si $0 < r < 1$) du temps.

Les Figure 2.*28* et Figure 2.*29* illustrent cette propriété. Ainsi, la Figure 2.*28* présente la fonction de Mittag-Leffler avec n = 1.5, ω_{unom} = 1 rad/s, ω_{umin} = 0.5 ω_{unom} et ω_{umax} = 2 ω_{unom} en fonction du temps t (a) et en fonction du temps normalisé $\omega_u\ t$ (b). La Figure 2.*29*.a présente $E_n\left(-\omega_{unom}^n\ t^{*n}\right)$ et $E_n\left(-\omega_{u\min}^n\ t^n\right)$ avec r = 0.5 (a), et la Figure 2.*29*.b $E_n\left(-\omega_{unom}^n\ t^{*n}\right)$ et $E_n\left(-\omega_{u\max}^n\ t^n\right)$ avec r = 2 (b).



(a) *(b)*

Figure 2.28 - Fonction de Mittag-Leffler avec n = 1.5,ω_{unom} = 1 rad/s, ω_{umin} = 0.5 ω_{unom} et ω_{umax} = 2 ω_{unom}:en fonction du temps t (a) et du temps normalisé ω_u t (b)



(a) *(b)*

Figure 2.29 – Evolution de la fonction de Mittag-Leffler avec ω_{unom} = 1 rad/s et n = 1.5 :

- $E_n\left(-\omega_{unom}^n t^{*n}\right)$ *(xxxxxx) et* $E_n\left(-\omega_{u\,\min}^n t^n\right)$ *(——), r = 0.5 (a)*
- $E_n\left[-\omega_{unom}^n t^{*n}\right]$ *(xxxxxx) et* $E_n\left[-\omega_{u\,\max}^n t^n\right]$ *(——), r = 2 (b)*

2.3.4. Conclusion : la suspension et les SDNE

L'étude d'un système fractionnaire élémentaire permet donc de mettre en évidence une propriété intéressante pour l'application aux suspensions à savoir la robustesse du degré de stabilité.

En effet, dans la partie précédente, la comparaison des résultats entre un véhicule équipé d'une suspension hydropneumatique et un véhicule équipé d'une suspension métallique met en évidence la sensibilité du degré de stabilité du véhicule aux variations de la masse.

Pour la technologie hydropneumatique cette sensibilité du degré de stabilité aux variations de la masse est beaucoup plus importante qu'en technologie métallique. Au premier abord cette technologie apparait comme étant la plus intéressante car moins sensible pour la rapidité de la réponse de la caisse à cette même variation de masse (par rapport à la technologie métallique). Grace au concept de la dérivation non entière, il est donc possible d'avoir une suspension robuste à la fois en matière de rapidité (intrinsèque à la technologie hydropneumatique) et en matière de degré de stabilité vis-à-vis des variations de la masse du véhicule.

La partie suivante présente les outils nécessaires à la réalisation de ce concept.

2.4. REALISATION PRATIQUE D'UN INTEGRATEUR FRACTIONNAIRE

2.4.1. Introduction : Intégrateur fractionnaire borné en fréquence

Dans de nombreux domaines de la Physique, ainsi que dans de nombreuses applications, les comportements fractionnaires sont observés ou synthétisés sur des intervalles bornés en fréquence [Trigeassou 1999], [Lin 2001], [Cois 2002], [Poinot 2004], [Serrier 2007]. C'est la raison pour laquelle, la fonction de transfert en boucle ouverte

$$\beta(s) = \left(\frac{\omega_u}{s}\right)^n, \tag{2.73}$$

est remplacée par une fonction de transfert bornée en fréquence *L(s)* de la forme :

$$L(s) = \frac{K}{s^2}\left(\frac{1+\dfrac{s}{\omega_b}}{1+\dfrac{s}{\omega_h}}\right)^m, \tag{2.74}$$

où

$$\omega_b \in \Re^{*+},\ \ \omega_h \in \Re^{*+},\ \omega_b << \omega_h \text{ et } K \in \Re^{*+}. \tag{2.75}$$

Pour obtenir le même comportement dynamique en boucle fermée, il est nécessaire de vérifier la condition suivante :

$$\left|L(j\omega_u)\right| = \left|\beta(j\omega_u)\right| = 1. \tag{2.76}$$

En prenant ω_b et ω_h géométriquement distribuées autour de ω_u,

$$\sqrt{\omega_b\ \omega_h} = \omega_u, \tag{2.77}$$

la condition (2.76) impose

$$K = \frac{\omega_u^2}{a^{m/2}}, \tag{2.78}$$

où $a = \omega_h/\omega_b >> 1$.

L'introduction de *L(s)* conduit à une fractance bornée en fréquence *G*(s)*. Ainsi, sachant que

$$L(s) = \frac{K}{s^2}\left(\frac{1+\dfrac{s}{\omega_b}}{1+\dfrac{s}{\omega_h}}\right)^m = G^*(s)\frac{1}{l\,s}, \tag{2.79}$$

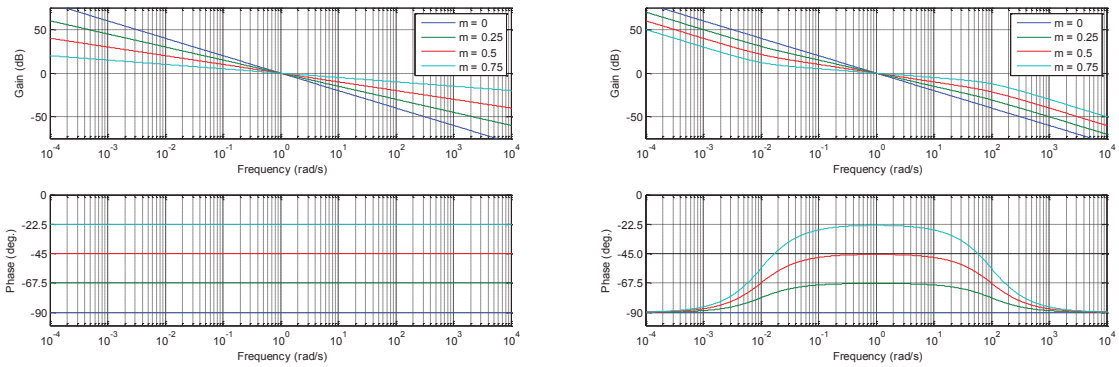
G(s)* est définie par

$$G^*(s) = \frac{G_0}{s}\left(\frac{1+\dfrac{s}{\omega_b}}{1+\dfrac{s}{\omega_h}}\right)^m, \tag{2.80}$$

où $G_0 = K\,l$.

Dans un contexte général, la relation (2.80) définit un intégrateur fractionnaire borné en fréquence.

La Figure 2.*30* présente les diagrammes de Bode de *G(s) (a)* et *G*(s) (b)*, pour différentes valeurs de $n = 2 - m$.



(a) *(b)*

Figure 2.30 - Diagrammes de Bode de G(s) (a) et G(s) (b), pour différentes valeurs de n = 2 – m*

2.4.2. Méthode de synthèse basée sur sa récursivité fréquentielle

Pour faciliter les simulations numériques des systèmes fractionnaires dans le domaine temporel, une approximation de la relation (2.80) est utilisée. Dans [Podlubny 2002], [Aoun 2004], [Tavazoei 2010], un état de l'art des différentes méthodes d'approximation (appelées aussi méthodes de synthèse) d'un intégrateur fractionnaire borné en fréquence sont proposées. Parmi celles-ci, la méthode d'Oustaloup [Oustaloup 1995], basée sur la récursivité fréquentielle, est facile à mettre en œuvre et donne de très bons résultats [Malti 2011]. Ainsi, l'approximation

$$G^*(s) = \lim_{N\to\infty} G_N^*(s) \tag{2.81}$$

est basée sur la distribution récursive de N zéros réels et N pôles réels avec N entier.

$$G_N^*(s) = \frac{G_0}{s} \prod_{i=1}^{N} \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_i'}}{1 + \frac{s}{\omega_i}} \right), \tag{2.82}$$

où les relations entre la forme idéale (2.80) et son approximation (2.82) sont données par :

$$\begin{aligned} &\alpha\eta = \left(\frac{\omega_h}{\omega_b}\right)^{1/N}, \ \eta = (\alpha\eta)^{1-m}, \ \alpha = (\alpha\eta)^m, \\ &\omega_1' = \sqrt{\eta}\,\omega_b \ , \ \omega_N = \frac{1}{\sqrt{\eta}}\omega_h \ , \ \frac{\omega_i}{\omega_i'} = \alpha > 1, \\ &\frac{\omega_{i+1}'}{\omega_i} = \eta > 1 \quad \text{and} \quad \frac{\omega_{i+1}'}{\omega_i'} = \frac{\omega_{i+1}}{\omega_i} = \alpha\eta > 1 \ . \end{aligned} \tag{2.83}$$

Les facteurs récursifs α et η sont complètement définis par l'ordre m [Oustaloup, 1995].

2.4.3. Méthode descendante permettant le passage de l'intégrateur fractionnaire borné en fréquence à la réalisation technologique

La réalisation d'un intégrateur fractionnaire borné en fréquence utilise ici le lien avec les systèmes à paramètres localisés. Ainsi, la Figure 2.*31* présente un système à paramètres localisés constitué de *N+1* cellules. Chaque cellule comporte une impédance Z_i et une admittance Y_i, ces dernières pouvant être des combinaisons ou arrangements d'éléments capacitifs *C*, résistifs *R* et inertiels *I*. Quant aux notations *F(s)* et *E(s)*, elles désignent les transformées de Laplace des flux *f(t)* et des efforts *e(t)* généralisés, les indices *e* et *s* précisant l'entrée et la sortie du système.

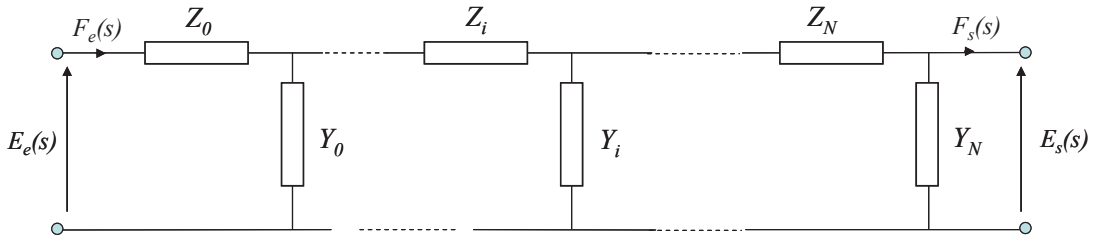


Figure 2.31 - Système à paramètres localisés représenté sous la forme d'un arrangement de cellules ZY : les Z_i représentent des impédances et les Y_i des admittances

Afin de faciliter la mise en équation de ces arrangements (notamment pour établir les expressions analytiques de leurs impédances d'entrée $Z_e(s)$), une approche matricielle est retenue (cf. thèse de Pascal Serrier [Serrier 2008]). Ainsi, pour une cellule de rang *i* (Figure 2.*32*) considérée séparément, les relations entrée/sortie entre les variables de puissance sont de la forme

$$\begin{pmatrix} E_{ei}(s) \\ F_{ei}(s) \end{pmatrix} = [T_i] \begin{pmatrix} E_{si}(s) \\ F_{si}(s) \end{pmatrix}, \tag{2.84}$$

où $[T_i]$ désigne la matrice de transfert de la cellule i dont l'expression est donnée par :

$$[T_i] = \begin{bmatrix} 1 + Y_i(s)\, Z_i(s) & Z_i(s) \\ Y_i(s) & 1 \end{bmatrix}. \tag{2.85}$$

L'impédance d'entrée $Z_{ei}(s)$ de la cellule i (extraite de son environnement et connectée à une charge infinie, d'où un flux généralisé nul en sortie) est donnée par le rapport entre le premier terme diagonal ($1+Y_i(s)\, Z_i(s)$) et le terme non diagonal $Y_i(s)$ de la 2ème ligne-1ère colonne, soit :

$$Z_{ei}(s) = \left.\frac{E_{ei}(s)}{F_{ei}(s)}\right|_{F_{si}=0} = \frac{1+Y_i(s)Z_i(s)}{Y_i(s)}. \tag{2.86}$$

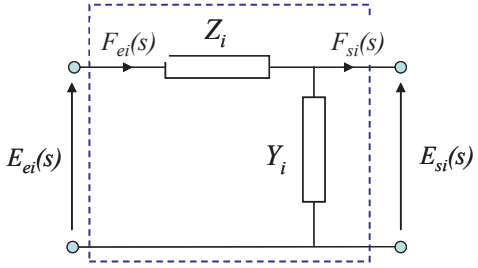


Figure 2.32 - Représentation schématique d'une cellule de rang i avec ses variables de puissance

La matrice globale de transfert $[T]$ du système est obtenue en faisant le produit des N+1 matrices locales $[T_i]$, soit :

$$[T] = \prod_{i=0}^{N} [T_i] = \begin{bmatrix} a_{11}(s) & a_{12}(s) \\ a_{21}(s) & a_{22}(s) \end{bmatrix}, \tag{2.87}$$

d'où il est facile d'extraire l'impédance d'entrée $Z_e(s)$, soit :

$$Z_e(s) = \left.\frac{E_e(s)}{F_e(s)}\right|_{F_s=0} = \frac{a_{11}(s)}{a_{21}(s)}. \tag{2.88}$$

Cette approche matricielle (relation ((2.87)) fait apparaître naturellement un processus itératif pour i = 1 à N (initialisé avec l'expression de la matrice de transfert pour $i = 0$), auquel on peut associer un processus de croissance du réseau (*Figure 2.33*). A chaque itération, l'impédance d'entrée peut être calculée, et ses réponses fréquentielle et impulsionnelle tracées, facilitant ainsi l'analyse de la contribution de chaque cellule quant au comportement non entier souhaité.

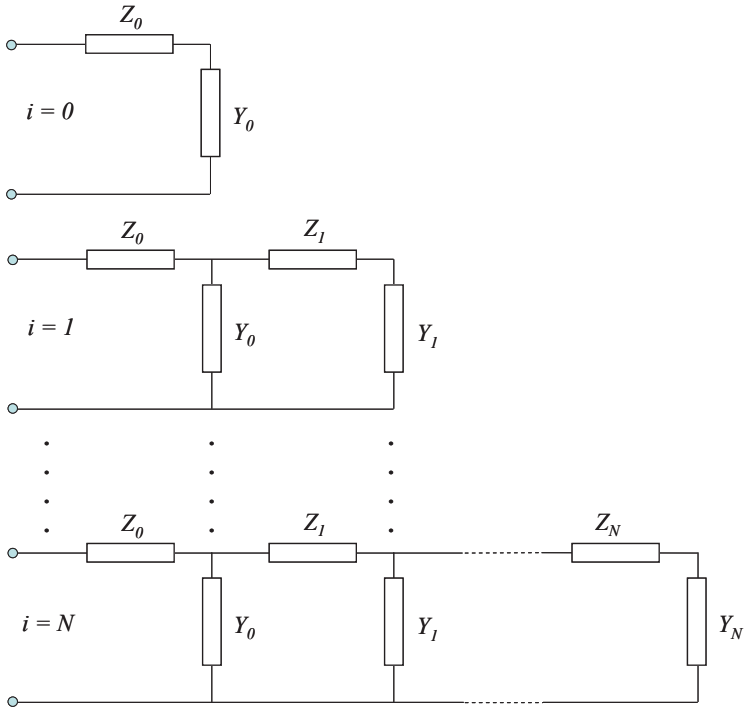


Figure 2.33– Illustration du processus de croissance du réseau associé au processus itératif du calcul matriciel de l'impédance d'entrée

La suite du paragraphe est consacrée à la réalisation d'un intégrateur d'ordre non entier borné en fréquence à l'aide de deux arrangements particuliers, à savoir un arrangement parallèle de cellules RC en série et un arrangement cascade de cellules RC en gamma.

2.4.3.1 Réalisation à l'aide d'un arrangement parallèle de cellules RC série

La Figure 2.*34* présente un réseau constitué d'un arrangement parallèle de N+1 cellules RC en série. Dans ce cas particulier, les Z_i et Y_i de la *Figure 2.32* ont pour expression :

$$\begin{cases} Z_i(s) = 0 \quad \forall\, i \in [\,0\,;\,N\,] \\ Y_i(s) = \dfrac{C_i\, s}{1 + R_i C_i\, s} \quad \forall\, i \in]\,0\,;\,N\,] \\ Y_0(s) = C_0\, s \end{cases}, \tag{2.89}$$

chaque matrice $[T_i]$ se résumant à

$$[T_i] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_i(s) & 1 \end{bmatrix}. \tag{2.90}$$

La matrice de transfert $[T]$ du réseau est alors donnée par :

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \sum_{i=0}^{N} Y_i(s) & 1 \end{bmatrix}. \tag{2.91}$$

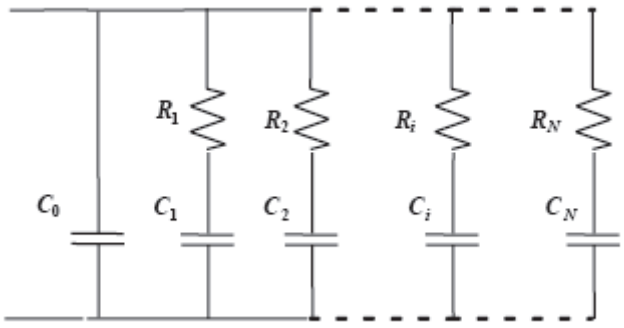


Figure 2.34 - Réseau constitué d'un arrangement parallèle de N+1 cellules RC en série

Soit l'impédance de chacune des *N* cellules RC :

$$Z_i(s) = R_i + \frac{1}{C_i s}. \tag{2.92}$$

Finalement, l'impédance d'entrée $Z_e(s)$ est de la forme :

$$\frac{1}{Z_e(s)} = \frac{1}{C_0\, s} + \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{1}{Z_i(s)}\right), \tag{2.93}$$

soit :

$$Z_e(s) = \frac{1}{C_0\, s + \sum_{i=1}^{N}\left(\dfrac{C_i\, s}{1 + R_i\, C_i\, s}\right)}, \tag{2.94}$$

ou encore, en introduisant les fréquences transitionnelles $\omega_{zi} = 1/R_i C_i$,

$$Z_e(s) = \frac{1}{C_0\, s + \sum_{i=1}^{N}\left(\dfrac{C_i\, s}{1 + \dfrac{s}{\omega_{zi}}}\right)}. \tag{2.95}$$

L'inverse de l'impédance $Z_e(s)$, soit :

$$Z_e^{-1}(s) = C_0\, s + \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{C_i\ s}{1+\dfrac{s}{\omega_{zi}}}\right), \tag{2.96}$$

peut être interprété comme étant la décomposition en éléments simples de l'inverse de l'approximation d'un intégrateur fractionnaire $I_N(s)$ borné en fréquence, soit :

$$I_N^{-1}(s) = \frac{s}{D_0}\prod_{i=1}^{N}\left(\frac{1+\dfrac{s}{\omega_i}}{1+\dfrac{s}{\omega_i^{'}}}\right) \tag{2.97}$$

D_0 étant une constante, ou encore,

$$I_N^{-1}(s) = \frac{s}{D_0}\prod_{i=1}^{N}\left(\frac{\omega_i^{'}}{\omega_i}\right) + \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{a_i\, s}{1+\dfrac{s}{\omega_i^{'}}}\right) \tag{2.98}$$

avec

$$a_i = \frac{1}{D_0}\left(\frac{\displaystyle\prod_{l=1}^{N}\left(1-\frac{\omega_i^{'}}{\omega_l}\right)}{\displaystyle\prod_{\substack{l=1\\ l\neq i}}^{N}\left(1-\frac{\omega_i^{'}}{\omega_l^{'}}\right)}\right) \tag{2.99}$$

L'identification membre à membre des relations (2.96) et (2.98) permet de lier les paramètres physiques R_i et C_i aux fréquences transitionnelles :

$$C_0 = \frac{1}{D_0}\prod_{i=1}^{N}\left(\frac{\omega_i^{'}}{\omega_i}\right), \quad C_i = a_i \quad \text{et} \quad R_i = \frac{1}{C_i\ \omega_i^{'}}. \tag{2.100}$$

Sachant que [Oustaloup 1995]

$$\frac{\omega_i^{'}}{\omega_i} = \frac{1}{\alpha}, \tag{2.101}$$

l'expression de C_0 se réduit à

$$C_0 = \frac{1}{D_0}\frac{1}{\alpha^N}. \tag{2.102}$$

De la même manière, sachant que

$$\frac{\omega_i^{'}}{\omega_l^{'}} = (\alpha\eta)^{i-l} \quad et \quad \frac{\omega_i^{'}}{\omega_l^{'}} = \frac{(\alpha\eta)^{i-l}}{\alpha}, \tag{2.103}$$

l'expression de C_i se réduit à

$$Ci = \frac{1}{D_0}\left(\frac{\prod_{l=1}^{N}\left(1-\frac{(\alpha\eta)^{i-l}}{\alpha}\right)}{\prod_{\substack{l=1 \\ l\neq i}}^{N}\left(1-(\alpha\eta)^{i-l}\right)} \right). \tag{2.104}$$

Le rapport de deux capacités successives C_{i+1}/C_i s'exprime alors uniquement en fonction des facteurs récursifs α et η, soit :

$$\frac{C_{i+1}}{C_i} = \frac{\left(1-\alpha^{i-1}\eta^{i}\right)\left(1-\frac{1}{(\alpha\eta)^{N-i}}\right)}{\left(1-\frac{1}{\alpha(\alpha\eta)^{N-i}}\right)\left(1-(\alpha\eta)^{i}\right)}. \tag{2.105}$$

De la même manière, compte tenu de la relation (2.100) concernant les résistances R_i, le rapport de deux résistances successives R_{i+1}/R_i s'exprime lui aussi uniquement en fonction des facteurs récursifs α et η, soit :

$$\frac{R_{i+1}}{R_i} = \frac{1}{\alpha\eta}\frac{\left(1-\frac{1}{(\alpha\eta)^{N-i}}\right)\left(1-(\alpha\eta)^{i}\right)}{\left(1-\frac{1}{\alpha(\alpha\eta)^{N-i}}\right)\left(1-\alpha^{i-1}\eta^{i}\right)}. \tag{2.106}$$

Sachant que le produit $\alpha\eta$ est supérieur à l'unité, si $1 << i << N$, les relations (2.105) et (2.106) se réduisent à :

$$\frac{C_{i+1}}{C_i} = \frac{1}{\alpha}, \tag{2.107}$$

et

$$\frac{R_{i+1}}{R_i} = \frac{1}{\eta}. \tag{2.108}$$

Finalement, dans le cas d'un arrangement parallèle de cellules RC en série, la récursivité fréquentielle (distribution récursive des fréquences transitionnelles ω_i et ω_i') engendre la récursivité systémique (distribution récursive des paramètres R_i et C_i).

2.4.3.2 Réalisation à l'aide d'un arrangement en cascade de cellules RC en gamma

La *Figure 2.35* présente un réseau constitué d'un arrangement en cascade de cellules RC en gamma. Dans ce cas particulier, les Z_i et Y_i de la *Figure 2.32* ont pour expression :

$$\begin{cases} Z_i(s) = R_i & \forall\, i \in \left]0\,;N\right] \\ Y_i(s) = C_i\, s & \forall\, i \in \left]0\,;N\right] \\ Y_0(s) = C_0\, s \\ Z_0 = 0 \end{cases} \tag{2.109}$$

,

chaque matrice *[Ti]* se résumant alors à

$$[T_i] = \begin{bmatrix} 1 + R_i\, C_i\, s & R_i \\ C_i\, s & 1 \end{bmatrix}. \tag{2.110}$$

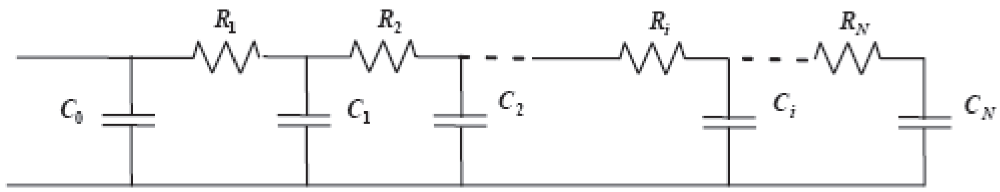


Figure 2.35 - Réseau constitué d'un arrangement cascade de N cellules RC en gamma

Finalement, l'impédance d'entrée $Z_e(s)$ est de la forme :

$$Z_e(s) = \cfrac{1}{C_0\, s + \cfrac{1}{R_1 + \cfrac{1}{C_1\, s + \cfrac{1}{R_2 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\cdots\cdots \cfrac{1}{C_{N-1}\, s + \cfrac{1}{R_N + \cfrac{1}{C_N\, s}}}}}}}}} \tag{2.111}$$

Afin d'établir les relations entre les paramètres physiques (R_i et C_i) et la distribution récursive des fréquences transitionnelles (ω_i et $\omega_i^{'}$), la relation (2.111) de l'impédance $Z_e(s)$ est décomposée, à l'aide du logiciel de calcul formel Maple ([Heck, 1996]), en une fraction continue simple de la forme :

$$Z_e(s) = \cfrac{1}{A_0\, s + B_0 + \cfrac{1}{-A_1\, s - B_1 + \cfrac{1}{\cdots\cdots + \cfrac{\cdots\cdots}{(-1)^i (A_i\, s + B_i) + \cfrac{1}{\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots + \cfrac{1}{(-1)^N (A_N\, s + B_N)}}}}}} \tag{2.112}$$

où

$$\begin{cases} A_0 = C_0\ , \quad B_0 = \dfrac{1}{R_1}\ , \quad B_1 = \left(1 + \dfrac{R_1}{R_2}\right) R_1\ , \\ A_i = \dfrac{C_{i-1}}{A_{i-1}}\, R_i^2\, C_i \quad \text{pour} \quad i = 1 \text{ à } N \\ B_i = \dfrac{1}{B_{i-1}} \left(1 + \dfrac{R_i}{R_{i+1}}\right) \left(1 + \dfrac{R_i}{R_{i-1}}\right) \text{ pour } \quad i = 2 \text{ à } N \end{cases} \tag{2.113}$$

avec A_0, B_0, A_i, B_i connus.

De la même façon, l'expression (2.97) de la forme réelle $I_N(s)$ de l'intégrateur d'ordre non entier borné en fréquence est décomposée, toujours à l'aide du logiciel Maple, en une fraction continue simple de la forme :

$$I_N(s) = \cfrac{1}{\lambda_0\, s + \sigma_0 + \cfrac{1}{-\lambda_1\, s - \sigma_1 + \cfrac{1}{\cdots\cdots + \cfrac{\cdots\cdots}{(-1)^i (\lambda_i\, s + \sigma_i) + \cfrac{1}{\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots + \cfrac{1}{(-1)^N (\lambda_N\, s + \sigma_N)}}}}}} \tag{2.114}$$

où

$$\lambda_i \text{ et } \sigma_i \in \Re^+ . \tag{2.115}$$

Compte tenu du degré de complexité, la relation (2.114) est obtenue quel que soit N uniquement sous forme numérique.

L'identification membre à membre des relations (2.114) et (2.112) permet d'obtenir un système à $2N+1$ équations, soit :

$$\begin{cases} C_0 = \lambda_0 \\ R_1 = \dfrac{1}{\sigma_0} \\ C_1 = \dfrac{\lambda_1}{R_1^2} \\ R_2 = \dfrac{R_1}{\dfrac{\sigma_1}{R_1} - 1} \\ C_2 = \dfrac{\lambda_2\ \lambda_1}{R_2^2\ C_1} \\ \text{ensuite pour } \ i = 3 \text{ à } N \\ R_i = \dfrac{R_{i-1}}{\dfrac{\sigma_{i-1}\ \sigma_{i-2}}{1 + \dfrac{R_{i-1}}{R_{i-2}}} - 1} \\ C_i = \dfrac{\lambda_i\ \lambda_{i-1}}{R_i^2\ C_{i-1}} \end{cases} \qquad (2.116)$$

La résolution du système (2.116) pour obtenir les valeurs numériques des C_i et R_i se fait de manière itérative. Ainsi, les valeurs de C_0 et R_1 étant immédiates, C_1 et R_2 sont calculées à partir de la valeur de R_1, puis C_2 grâce aux valeurs de C_1 et R_2. A partir du rang i = 3, les relations de récurrence sont utilisées en commençant d'abord par la résistance R_i qui dépend des valeurs de R_{i-1} et R_{i-2}, puis par la capacité C_i qui dépend de C_{i-1} et R_i, les λ_i et σ_i étant des constantes issues de la décomposition.

Remarque

Dans le cas d'un réseau en cascade de cellules RC en gamma, l'absence d'expression analytique de la décomposition en fraction continue de la forme réelle $I_N(s)$ ne permet pas d'exprimer les R_i et les C_i en fonction des facteurs récursifs α et η, et ce afin d'étudier ***analytiquement*** *la manière dont ces paramètres sont distribués.*

2.4.4. Méthode ascendante permettant le passage de la réalisation technique à l'intégrateur fractionnaire bornée en fréquence

La récursivité fréquentielle, présentée au paragraphe précédent, conduit :

- à une distribution récursive des paramètres (récursivité systémique) dans le cas d'un arrangement parallèle de cellules RC en série
- et à une distribution quelconque dans le cas d'un arrangement cascade de cellules RC en gamma.

Ces deux distributions paramétriques sont d'autant plus importantes que la plage fréquentielle du comportement non entier est importante et que le nombre N de cellules est lui aussi important. Dans certaines applications, il n'est pas possible de disposer de telles distributions paramétriques. Une alternative consiste à utiliser des cellules RC parfaitement identiques. Dans ce cas, l'arrangement parallèle de cellules RC identiques en série ne présente plus d'intérêt pour la réalisation d'un comportement non entier dans la mesure où l'expression (2.95) de l'impédance d'entrée se résume alors à un intégrateur en cascade avec une cellule à avance de phase du premier ordre, soit :

$$Z_e(s) = \frac{1}{(C_0 + N\,C)\,s} \left(\frac{1 + RC\,s}{1 + \left(\frac{C_0}{C_0 + N\,C} \right) RC\,s} \right). \tag{2.117}$$

Par contre l'arrangement en cascade de cellules RC identiques en gamma présente toujours un intérêt. La *Figure 2.36* présente un arrangement en cascade de cellules RC identiques en gamma à l'exception de la cellule C_0 à l'entrée qui est purement capacitive et dont la valeur fait l'objet d'une attention toute particulière dans la suite de ce paragraphe. En effet, cette cellule joue un rôle essentiel dans la réalisation d'un comportement non entier avec un nombre N réduit de cellules comme l'a montré Pascal Serrier dans sa thèse [Serrier 2008].

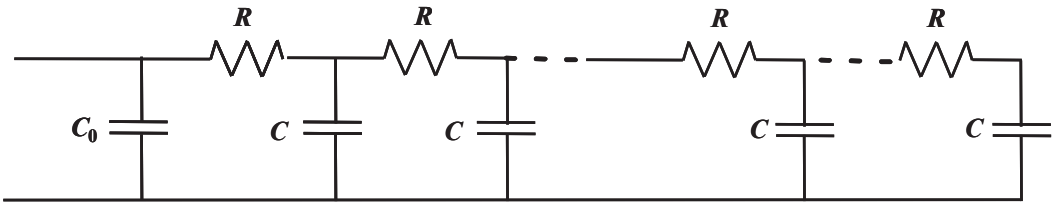
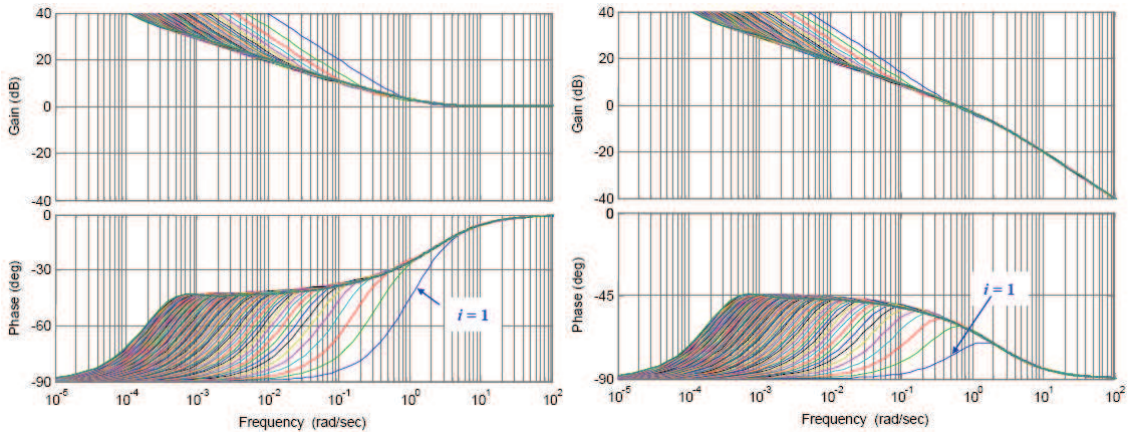


Figure 2.36 - Arrangement en cascade de cellules RC identiques en gamma

La *Figure 2.37* présente les diagrammes de Bode de l'impédance d'entrée de l'arrangement de la *Figure 2.36* pour chaque itération i, où i = 1 à N = 100, et avec $C_0 = 0$ (*Figure 2.37*a) et $C_0 = C$ (*Figure 2.37*b), sachant que les valeurs des R et des C sont choisies arbitrairement égales à l'unité. Dans les deux cas, l'impédance d'entrée est identique aux basses fréquences (comportement capacitif) et converge vers un comportement asymptotique d'ordre 0.5 aux moyennes fréquences ; seul le comportement aux hautes fréquences est différent (comportement résistif pour $C_0 = 0$ et comportement capacitif pour $C_0 = C$).

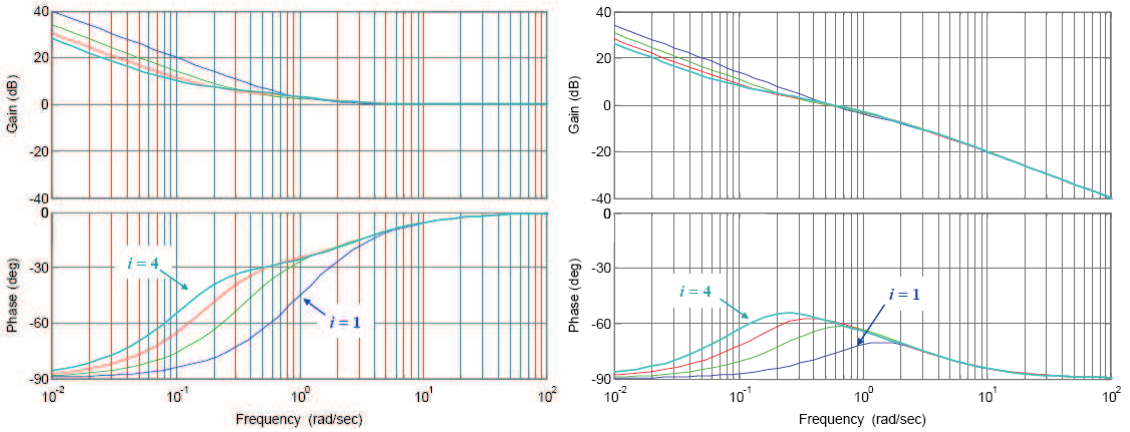
Dans les deux cas, malgré un nombre de cellules N relativement important (N = 100) le comportement d'ordre 0.5 aux moyennes fréquences s'observe seulement sur une décade environ.



(a) *(b)*

Figure 2.37 - Diagrammes de Bode de l'impédance d'entrée de l'arrangement de la Figure 2.36 pour chaque itération i, où i = 1 à N = 100, avec $C_0 = 0$ (a) et $C_0 = C$ (b)

La *Figure 2.38* présente les mêmes diagrammes de Bode, mais pour un nombre N limité à 4 cellules, illustrant ainsi l'absence de comportement non entier pour un nombre de cellules aussi faible.



(a) *(b)*

Figure 2.38 - Diagrammes de Bode de l'impédance d'entrée de l'arrangement de la Figure 2.36 pour chaque itération i, où i = 1 à N = 4, avec $C_0 = 0$ (a) et $C_0 = C$ (b)

Quel que soit le nombre de cellules N, l'impédance d'entrée $Z_{e_N}(s)$ est composée d'un intégrateur en cascade avec un élément $D_N(s)$ à avance de phase, soit :

$$Z_{e_N}(s) = \frac{1}{s} \; D_N(s) \tag{2.118}$$

L'introduction de la pulsation $\omega_c = 1/RC$, de la fréquence réduite $\Omega = \omega/\omega_c$ et du rapport des capacités $a = C/C_0$ permet de réduire la réponse fréquentielle $D_N(j\omega)$ à une expression de la forme :

$$D_N(j\Omega) = D_0 \left(\frac{1 + \sum_{i=1}^{N} b_i \, (j\Omega)^i}{1 + \sum_{i=1}^{N} a_i \, (j\Omega)^i} \right) \tag{2.119}$$

où

$$D_0 = \frac{1}{C_0 + N\,C} \tag{2.120}$$

et où les a_i et b_i sont des réels, les a_i étant plus particulièrement des fonctions du rapport a entre les capacités C et C_0, soit :

$$a_i = f(a)\,. \tag{2.121}$$

Pour un nombre de cellules N donné, il existe une valeur optimale de a différente de l'unité, c'est-à-dire $C_0 \neq C$, qui conduit à un comportement d'ordre non entier aux moyennes fréquences. Ce résultat est d'autant plus remarquable qu'il reste vrai avec un nombre de cellules N faible et que le comportement non entier résultant correspond à un ordre différent de 0.5.

Ainsi, à titre d'illustration, considérons de nouveau un nombre N limité à 4 cellules. Dans ce cas particulier, l'argument de $D_N(j\Omega)$, noté $\varphi(\Omega,a)$, a pour expression :

$$\varphi(\Omega,a) = arctg\left(\frac{10\Omega - 7\Omega^3}{1 - 15\Omega + \Omega^4}\right) - arctg\left(\frac{\left(\frac{10(1+a)}{1+4a}\right)\Omega - \left(\frac{7+a}{1+4a}\right)\Omega^3}{1 - \left(\frac{10+6a}{1+4a}\right)\Omega^2 + \left(\frac{1}{1+4a}\right)\Omega^4}\right). \tag{2.122}$$

La *Figure 2.39* présente les diagrammes de phase de $D_N(j\Omega)$ pour $N = 4$ paramétré par le rapport $a = C/C_0$. Le maximum d'avance de phase φ_m apporté par $D_N(j\Omega)$ augmente avec le rapport a. Pour $a = 6$, un blocage de phase d'une valeur $\varphi_m = 52°$ sur une décade apparaît clairement, mettant en évidence un comportement non entier d'ordre $m = 52°/90°$, soit 0.578.

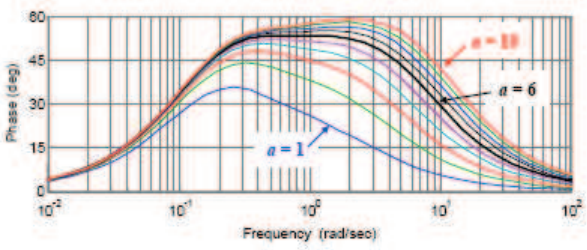


Figure 2.39 - Diagrammes de phase de l'impédance d'entrée pour N = 4 paramétrés par le rapport a = C/C0

La *Figure 2.40* présente les diagrammes de Bode de l'impédance d'entrée avec $a = 6$ et pour chaque itération i, où $i = 1$ à $N = 4$. Cette figure doit être comparée à la *Figure 2.38*a où $a = \infty$ ($C_0 = 0$) et à la *Figure 2.38*b où $a = 1$ ($C_0 = C$), figures pour lesquelles N est aussi égal à 4.

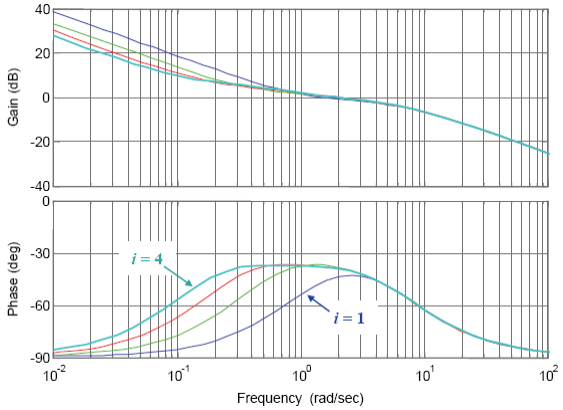


Figure 2.40 - Diagrammes de Bode de l'impédance d'entrée avec a = 6 et pour chaque itération i, où i = 1 à N = 4

Par ailleurs, lorsque ce comportement non entier existe, on constate que la valeur particulière de la fréquence réduite $\Omega = 1$ (soit $\omega = \omega_c$) appartient à la plage fréquentielle où ce comportement est observé. Ainsi, une méthode de calcul de la valeur optimale de a consiste :

- à calculer la dérivée partielle $\dfrac{\partial}{\partial\Omega}\varphi(\Omega, a)$ de l'argument de $D_N(j\Omega)$ par rapport à Ω,
- puis, pour $\Omega = 1$, à calculer la valeur de a qui annule cette dérivée partielle, soit :

$$\left.\frac{\partial}{\partial\Omega}\varphi(\Omega, a)\right|_{\Omega=1} = 0 \qquad (2.123)$$

conduisant ainsi pour $N = 4$ à une valeur de $a = 6.017$.

2.4.5. Conclusion : 2 méthodes permettant de passer du concept à la réalisation et inversement

A travers cette partie est mis en évidence le fait que plusieurs méthodes de réalisation sont possibles.

La première démarche consiste à « sculpter » exactement le transfert souhaité en utilisant tout d'abord la méthode fondée sur la récursivité fréquentielle de manière à obtenir un transfert rationnel idéal. Ce transfert est appelé ainsi car il est constitué de cellules d'ordre entier parfaitement réalisables. Ensuite, en fonction de l'architecture choisie il est possible de lier directement ou par une décomposition les paramètres des cellules entières à des composants technologiques. La *Figure 2.41* résume la démarche descendante du concept à la

réalisation. Le principal intérêt sur le plan méthodologique est la parcimonie paramétrique que présente la forme idéale de l'intégrateur d'ordre non entier borné en fréquence. Ainsi, en fonction du contexte applicatif qui fixe la nature du critère d'optimisation à utiliser [Moreau 2002] [Moreau 2004] [Serrier 2007], la détermination des paramètres optimaux se fait sur les 4 paramètres de synthèse de haut niveau et non sur les $2N+1$ paramètres du réseau réalisé. Enfin, il faut souligner l'excellente qualité en matière d'approximation et de réalisation obtenue avec cette démarche. Le principal inconvénient de cette méthode réside dans la dispersion des valeurs des éléments technologique et dans leur quantité.

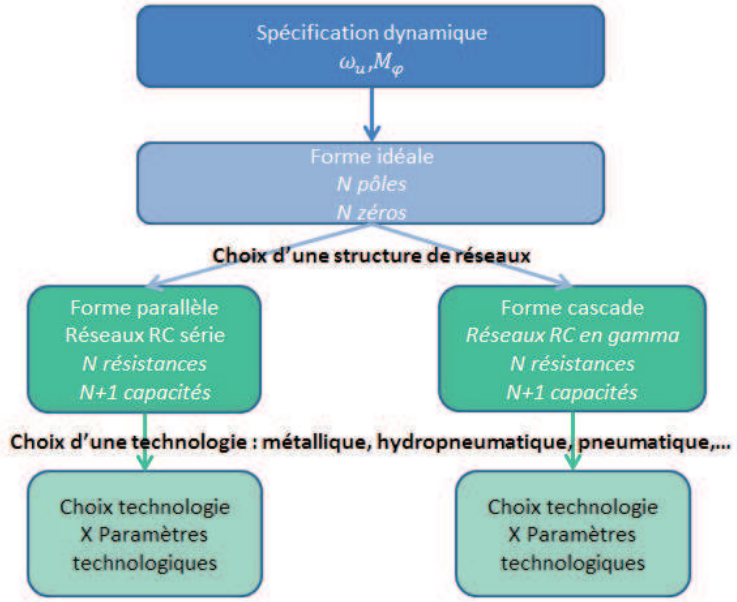


Figure 2.41 - Illustration de la démarche descendante

La méthode ascendante offre par rapport à la méthode descendante moins de degrés de liberté dans le choix de l'ordre non entier, mais permet une réalisation plus pratique puisqu'elle utilise un nombre limité de cellules toutes identiques à l'exception de la cellule uniquement capacitive. Cette méthode n'est possible que sur une architecture en gamma. L'ordre ainsi obtenu ne peut être compris qu'entre 0.5 et 0.6 lié aux nombres de cellules.

En effet, avec un nombre important de cellules identiques l'ordre non entier obtenu est de 0,5 sans configurer de manière particulière la cellule capacitive. Si le nombre de cellule identique est restreint, il est possible d'obtenir un comportement non entier en dimensionnant correctement la cellule uniquement capacitive. Dans ce cas, l'ordre non entier est plus proche de 0,6. La *Figure 2.42* résume la démarche ascendante de la réalisation au concept.

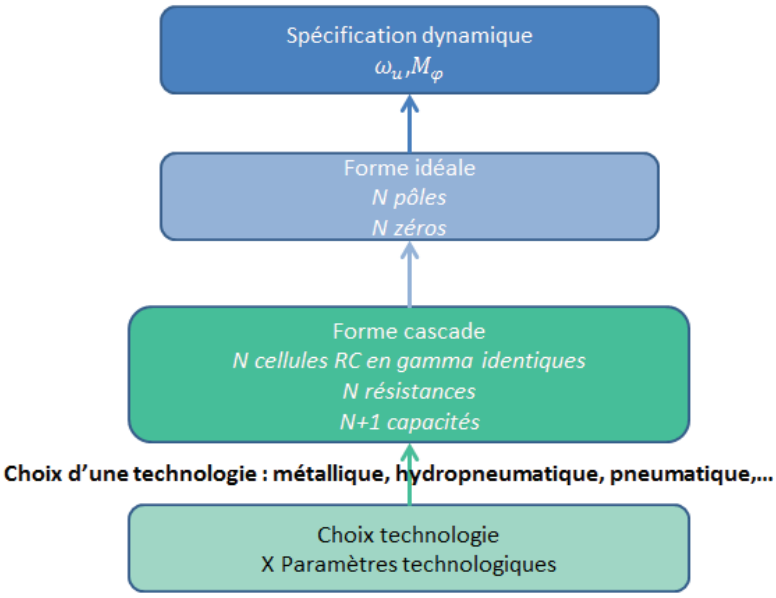


Figure 2.42 - Illustration de la démarche ascendante

2.5. CONCLUSION

Les outils de l'approche CRONE sont parfaitement adaptés à l'étude de la suspension. En effet, en interprétant le transfert de la suspension comme celui d'un régulateur d'une boucle de commande, il est possible d'étudier le comportement de la caisse pour des sollicitations provenant de la route. L'analyse de la pulsation au gain unité donne des informations sur la rapidité de la réponse de la caisse et la marge de phase ou le facteur de résonance sur l'amplitude maximale des oscillations et sur leurs atténuations. La description de ces outils permet aux lecteurs, non seulement de se familiariser avec l'approche CRONE, mais également de traduire le cahier des charges de la suspension en matière de rapidité avec la pulsation au gain unité et en matière de degré de stabilité avec la marge de phase ou le facteur de résonance.

La biomécanique de l'être humain met en évidence une insensibilité de ce dernier aux vibrations dans la plage de fréquence 1-2Hz. Le cahier des charges sur la rapidité de la réponse de la caisse impose donc une pulsation au gain unité pour la suspension comprise dans cette plage de fréquences.

De plus, pour limiter les mouvements de la caisse il est nécessaire d'avoir également un facteur de résonance faible donc un amortissement important ceci se traduisant par une marge de phase importante.

Il ne reste plus qu'une spécification à traduire : la robustesse des performances de la caisse à la variation de masse. La robustesse aux variations de paramètres est une des propriétés des systèmes fractionnaires. De nombreux travaux ont mis en évidence l'intérêt des modèles fractionnaires pour l'***analyse*** et la ***caractérisation*** de systèmes physiques [Pellet 2011] [Maachou 2011], [Merveillaut 2011].

L'approche CRONE appliquée à la suspension permet de proposer une méthode de ***synthèse***. Grace à cette approche, il est possible de définir un transfert de suspension fractionnaire permettant de remplir un cahier des charges fixé au préalable. Il ne reste plus ensuite qu'à réaliser la suspension ainsi définie. A travers ce chapitre, plusieurs méthodes de réalisation sont présentées : une méthode descendante permettant une approximation de la réalisation technologique de très grande qualité mais contraignante en terme de composant technologique, et une méthode ascendante permettant un dimensionnement technologique unique, donc moins couteux, mais limitant l'ordre non entier à une valeur de 0.56.

Chapitre 3.

Synthèse et mise en œuvre de la suspension CRONE : application au mode confort de la suspension hydractive

SOMMAIRE

3.1 Introduction 118

3.2 Application de l'approche CRONE pour améliorer les compromis isolation vibratoire/tenue de caisse ET tenue de roue 124

3.2.1 Introduction : présentation des objectifs 124

3.2.2 Transfert utilisant l'approche CRONE pour améliorer le compromis isolation vibratoire/tenue de caisse 124

3.2.3 Transfert utilisant l'approche CRONE pour améliorer le compromis isolation vibratoire/tenue de roue 128

3.2.4 Conclusion : Grace à l'approche CRONE les outils de l'automatique fréquentielle peuvent être appliqués à la suspension 135

3.3 Transfert idéal de la Suspension CRONE dimensionnée à la fois pour la tenue de caisse et la tenue de roue 136

3.3.1 Introduction : spécifications sur le transfert idéal de suspension 136

3.3.2 Forme mathématique du transfert idéal de la suspension CRONE 138

3.3.3 Limites du transfert idéal 142

3.3.4 Conclusion : Transfert théorique idéal vérifiant le cahier des charge de la suspension CRONE 144

3.4 Réalisations en Technologie hydropneumatique avec prise en compte des contraintes associees 146

3.4.1 Introduction : différentes architectures possibles 146

3.4.2 Détermination des paramètres de la forme canonique de la réalisation $D_{tech}(s)$ 148

3.4.3 Paramètres technologiques pour une architecture en parallèle 149

3.4.4 Paramètres technologiques pour une architecture en gamma 153

3.4.5 Difficultés de réalisation 156

3.4.6 Conclusion : le passage d'un transfert idéal à une réalisation technologique impose le choix d'une architecture de suspension 162

3.5 Résultats obtenus expérimentalement 164

3.5.1 Introduction : contexte de travail 164

3.5.2 Tenue de caisse et filtrage aux basses fréquences 165

3.5.3 Tenue de roue et filtrage aux hautes fréquences 169

3.5.4 Tangage et roulis 172

3.5.5 Conclusion : résultats expérimentaux au banc 4 vérins 175

3.6 Conclusion 177

3.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, l'application à un véhicule existant des outils détaillés dans les chapitres précédents est présentée. Le choix du véhicule a été fait selon les critères suivants :

- véhicule existant équipé d'une suspension hydropneumatique ;
- véhicule présentant un caractère exceptionnel en matière d'isolation vibratoire ;
- véhicule faisant l'objet d'une forte variation de masse (20% sur l'essieu avant et 70% sur l'essieu arrière).

Naturellement le choix du véhicule s'est porté sur un véhicule Citroën (seul constructeur mondial à concevoir et fabriquer des suspensions hydropneumatiques) et plus particulièrement sur une C5 ou C6. Dans le cadre de cette thèse, un véhicule C5 bleu (*Figure 3.1*) composé d'une suspension hydractive avant et arrière a été mis à disposition.

Figure 3.1 - Véhicule utilisé pour la mise en oeuvre

La suspension hydractive est, comme son nom l'indique, un système hydropneumatique composé d'une sphère à chaque roue donnant la raideur de suspension en mode ferme et d'une ou plusieurs sphères centrales. Des canalisations hydrauliques transversales lient les sphères de roue à la sphère centrale en mode souple permettant ainsi d'augmenter le volume de gaz V_0 en pompage (sollicitation en phase des 4 roues), et donc d'assouplir la suspension (raideur plus faible (cf équation 1 chapitre 1). La communication gauche-droite ainsi réalisée permet, sur des sollicitations en opposition de phase gauche-droite (roulis), d'annuler complètement la raideur de suspension, le fluide allant directement du vérin gauche au vérin droit *Figure 3.2*.

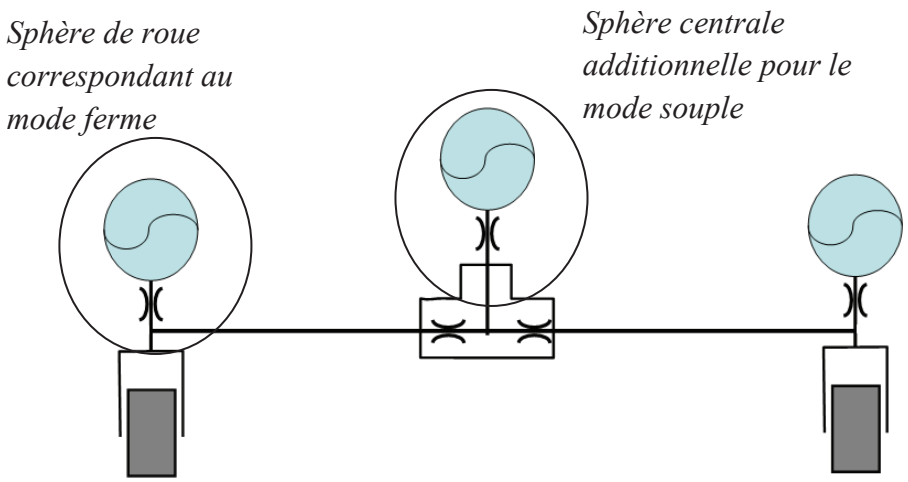


Figure 3.2 - Schéma de principe de la suspension hydractive sur un essieu

Dans ce chapitre, le véhicule série bloqué en mode souple est utilisé comme référence. Le mode souple de la suspension hydractive correspond au mode dans lequel se trouve la suspension dans 70% des situations de vie. La loi de commande série ne commute sur le mode ferme que pour de courts instants lors de sollicitations conducteur ou de mouvements de caisse trop importants. A partir de la référence ainsi choisie, une analyse approfondie des différentes performances de cette suspension est développée. Tout d'abord, l'analyse des caractéristiques de la caisse (cf. Annexe02) montre que la variation de masse de l'essieu arrière est beaucoup plus importante que celle de l'essieu avant (70% d'augmentation de masse pour l'arrière contre 10% d'augmentation de masse pour l'avant). La variation de masse sur l'essieu avant étant très faible, un objectif de robustesse pour la tenue de caisse ne se justifie pas sur cet essieu. Par conséquent, seul l'essieu arrière est considéré dans l'analyse linéaire de la suspension de référence. L'étude des différentes réponses (réponses fréquentielles de la boucle ouverte, réponses fréquentielles de la boucle fermée, réponses indicielles) (voir Figure 3.*3*) permet de mettre en évidence les avantages et les inconvénients d'une telle suspension, ainsi :

- la fréquence au gain unité, visible sur le tracé de la boucle ouverte dans le plan de Bode (Figure 3.3a), permet de quantifier la rapidité de la réponse de la boucle fermée. La boucle fermée considérée ici est le transfert entre la caisse et la roue.
  Il ressort clairement que la boucle fermée en mode souple et en mode ferme n'a pas la même rapidité. La réponse de la caisse en mode ferme (ω_u=*0.8Hz*) est plus rapide qu'en mode souple (ω_u=*0.5Hz*). Ces valeurs très basses s'expliquent par la non prise en compte des raideurs parasites et autres raideurs additionnelles qui font que sur un véhicule réel la fréquence en mode souple se situe habituellement au-delà de 1 hertz. L'analyse étant comparative, les résultats obtenus ne sont que qualitatifs et non pas quantitatifs.

- le tracé de la boucle ouverte dans le plan de Black-Nichols (Figure 3.3b) permet de quantifier le degré de stabilité à travers les marges de stabilités (marge de phase, marge de gain, contour d'amplitude) qui sont plus facilement lisibles dans ce plan.

La marge de phase du mode ferme est comprise entre 20 et 30° (courbes bleu et verte de la *Figure 3.3*) à comparer à une marge de phase comprise entre 11 et 20° pour le mode souple (courbe rouge et cyan de la *Figure 3.3*). Par conséquent, le mode ferme a un degré de stabilité plus important que le mode souple. Le degré de stabilité dépend fortement du cas de charge quel que soit le mode de suspension. Le cas de charge le plus critique en mode ferme comme en mode souple est obtenue pour la masse maximale.

- Le tracé de la boucle fermée dans le domaine fréquentiel (*Figure 3.3*c) et dans le domaine temporel (*Figure 3.3*d) appelé réponse indicielle car l'entrée est un échelon de valeur 1. Ces deux tracés illustrent les conclusions concernant la rapidité de la réponse de la caisse dans la mesure où la bande passante est plus importante en mode ferme qu'en mode souple.
  De plus, pour le cas de charge maximal, la réponse de la caisse (*Figure 3.3*d) présente beaucoup plus d'oscillations que pour le cas de charge minimal, illustrant ainsi la différence de degré de stabilité en fonction de la charge.

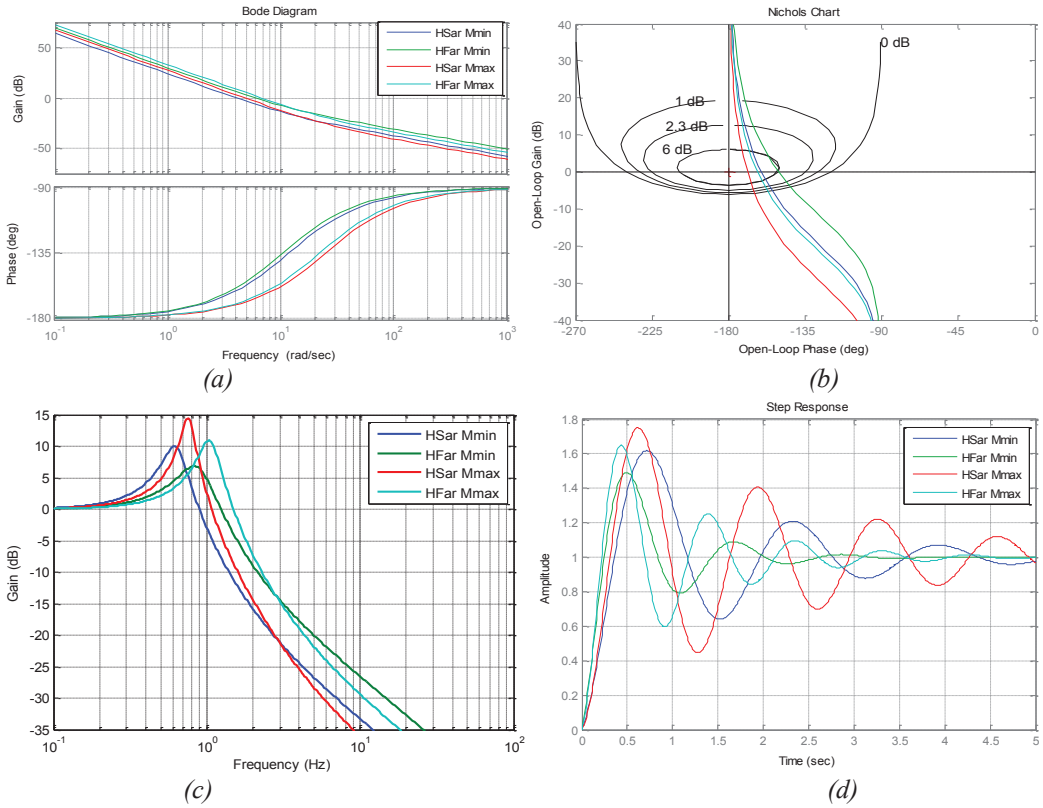
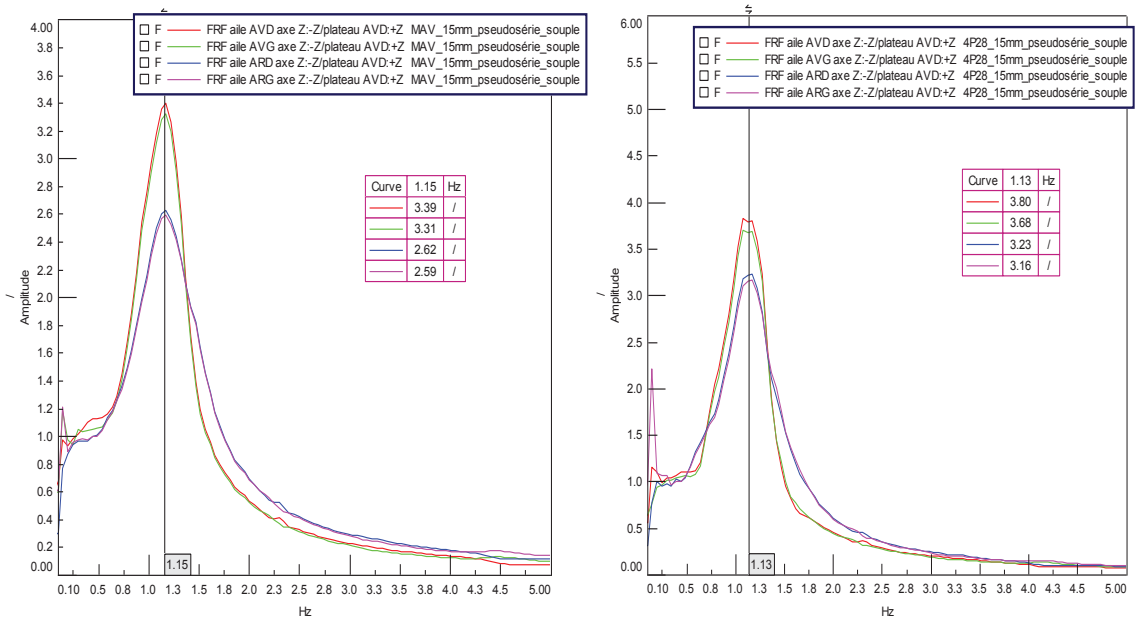


Figure 3.3 - Réponses fréquentielles de la boucle ouverte dans la plan de Bode (a) et dans la plan de Black-Nichols (b), réponses fréquentielles de la boucle fermée dans la plan de Bode (c) et réponses indicielles de la caisse pour l'essieu arrière en mode souple (HS) et en mode ferme (HF) pour les cas de charge extrêmes

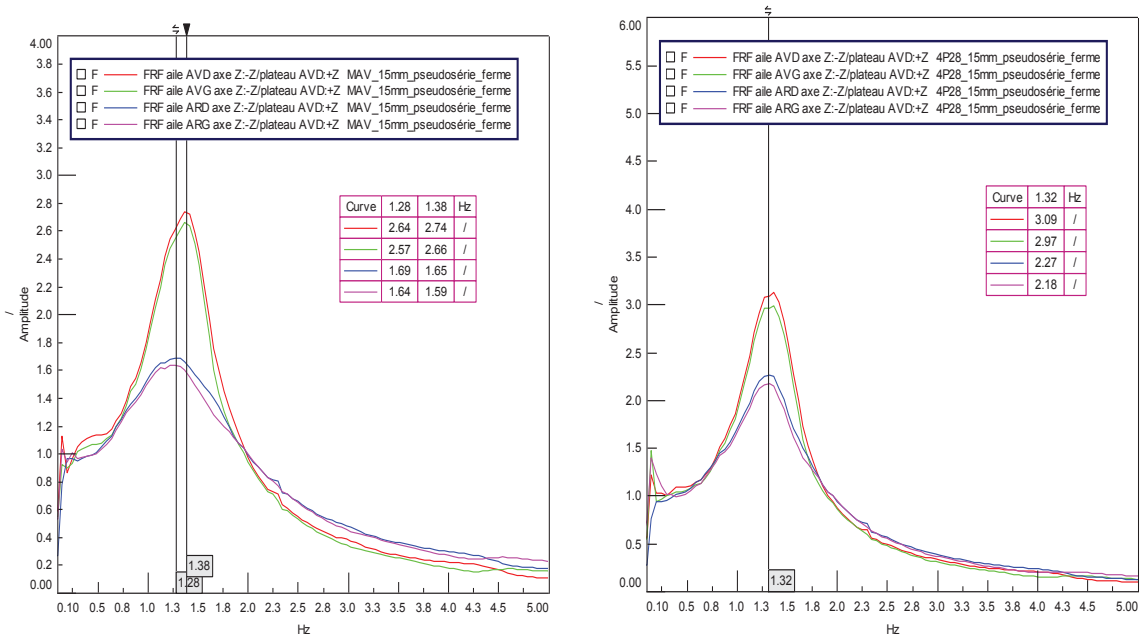
Apres une analyse qualitative des différents comportements du véhicule en fonction de la masse, des séries de mesures quantitatives de caractérisation du véhicule ont été réalisées sur un banc 4 vérins. Les résultats sont présentés sur les *Figure 3.4* et *Figure 3. 5*. Le récapitulatif de l'ensemble des mesures est donné dans le *Tableau 3.1*.

- La fréquence de résonance f_r du mode souple (1.15Hz à l'avant, masse à vide *MAV*) est inférieure à celle du mode ferme (1.38Hz à l'avant, masse à vide *MAV)* pour un même cas de charge.
- La valeur du facteur de résonance Q_2 est beaucoup plus importante (*Figure 3.4b*, *Figure 3. 5b*) en 4P28 (chargement standard pour des mesures correspondant à 4 personnes de 70 kg (des mannequins) + 28 kg dans le coffre) qu'à vide *MAV* (*Figure 3.4a*, *Figure 3. 5a*).



(a) *(b)*

Figure 3.4 – Diagrammes de gain en échelle linéaire du transfert Caisse/Roue : AVD (—), AVG (—), ARD (—), ARG (—) d'un véhicule C5 hydractive mesurés sur un banc 4 vérins pour un signal d'entrée sinusoïdale de fréquence balayée entre 0.1 et 5Hz à une amplitude de 15mm ***en mode souple*** *pour le cas de charge à vide MAV (a) et en charge 4P28 (4 personnes et 28kg dans le coffre) (b)*



(a) *(b)*

*Figure 3. 5 – Diagrammes de gain en échelle linéaire du transfert Caisse/Roue : AVD (—), AVG (—), ARD (—), ARG (—) d'un véhicule C5 hydractive mesurés sur un banc 4 vérins pour un signal d'entrée sinusoïdale de fréquence balayée entre 0.1 et 5Hz à une amplitude de 15mm **en mode ferme** pour le cas de charge à vide MAV (a) et en charge 4P28 (4personnes et 28kg dans le coffre) (b)*

		AVG		AVD		ARG		ARD	
		f_r	Q	f_r	Q	f_r	Q	f_r	Q
Souple	*MAV*	1.15	3.31	1.15	3.39	1.15	2.59	1.15	2.62
	4P28	1.13	3.68	1.13	3.80	1.13	3.16	1.13	3.23
Ferme	*MAV*	1.38	2.66	1.38	2.74	1.28	1.59	1.28	1.69
	4P28	1.32	2.97	1.32	3.09	1.32	2.18	1.32	2.27

Tableau 3.1 - Récapitulatif des résultats expérimentaux d'une voiture C5 hydractive caractérisée sur banc 4 vérins : transfert Caisse/Roue avec une sollicitation type sinus balayé entre 0.1 et 5Hz à une amplitude de 15mm, à vide (MAV) et en charge de référence (4P28).

Les tendances issues de l'analyse linéaire sont bien confirmées par les mesures sur banc.

Remarque

Les valeurs de la fréquence de résonance et du facteur de résonance mesurées ne sont pas comparables à celle obtenue par le calcul sur un modèle quart de véhicule simplifié. Cette différence s'explique par la non prise en compte de plusieurs phénomènes tels que le frottement et les raideurs parasites...

Les mesures ainsi analysées permettent de confirmer les conclusions faites sur la tenue de caisse, mais qu'en est-il du filtrage ? Dans le chapitre 1, l'étude de la biomécanique de l'être humain dans un véhicule a été largement détaillée, permettant ainsi de mettre en évidence une zone de fréquences particulièrement sensible : la zone 2Hz-8Hz. Pour quantifier les résultats d'un véhicule dans cette zone de fréquences, aussi appelée zone de « ***tressautement*** » [Vielle 1998], un critère peut être évalué à partir du gain du transfert Caisse/Route. En effet, ce critère de confort appelé ***démérite confort*** se calcule,

- en pondérant le gain du transfert Caisse/Route,
- par un filtre de sensibilité humaine (filtre représentant la sensibilité du corps humain),
- puis par un filtre représentant la densité spectrale de la route.

Ce ***démérite confort*** est ensuite analysé par zones de fréquences :

- la première, autour du mode de caisse (0-2.5Hz), est l'image de la tenue de caisse. En effet, plus sa valeur est faible meilleure est la tenue de caisse ;
- la seconde zone, comprise entre 2.5 et 5Hz, est l'image de l'isolation vibratoire aux basses fréquences. En effet, plus sa valeur est faible meilleure est l'isolation vibratoire.

Au regard des résultats obtenus entre 2,5 et 5Hz, il apparaît que le mode souple permet un meilleur filtrage que le mode ferme. Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus à partir du modèle linéaire.

Certains résultats expérimentaux, concernant les valeurs du critère ***démérite confort***, sont donnés dans le *Tableau 3.2* à titre indicatif, permettant de mettre en évidence le bon filtrage de la C5 hydractive. Ces résultats justifient le choix de cette dernière en mode souple comme suspension de référence (objectif) sur l'item du filtrage. En effet, en comparant plusieurs véhicules de la même gamme telle que la Peugeot 508 ou la Renault Velsatis, il apparaît que la C5 hydractive en mode souple présente un meilleur résultat ***démérite confort*** que ses concurrentes. De plus, par rapport à une C5 métallique, c'est-à-dire un véhicule avec la même caisse mais avec une suspension passive métallique, là encore, la C5 hydractive en mode souple présente les meilleurs résultats de ***démérite confort***.

Valeur du critère de démérite confort	Citroën C5 hydractive MAV en souple		Citroën C5 métallique		Renault Velsatis		Peugeot 508	
	AV	AR	AV	AR	AV	AR	AV	AR
Zone 0 - 2.5Hz	74	78	124	143	90	102	128	147
Zone 2.5 – 5Hz	**17**	**38**	**38**	**106**	**32**	**85**	**34**	**133**
Totale	91	116	161	248	122	187	160	279

*Tableau 3.2 – Valeurs du critère **démérite confort** calculées pour différents véhicules*

3.2 APPLICATION DE L'APPROCHE CRONE POUR AMELIORER LES COMPROMIS ISOLATION VIBRATOIRE/TENUE DE CAISSE ET TENUE DE ROUE

3.2.1 Introduction : présentation des objectifs

L'objectif est de définir une solution offrant une meilleure tenue de caisse, robuste vis-à-vis des variations de la masse, que celle de la suspension C5 en mode souple, tout en ne dégradant pas la tenue de roue. Conformément au chapitre 2, la suspension peut être analysée comme un régulateur permettant ainsi l'utilisation des outils de l'approche fréquentielle en matière de commande, et ce pour analyser et dimensionner le comportement de la caisse sous sollicitations de la route.

A l'aide de l'approche CRONE, l'objectif est de dimensionner le mode souple afin d'obtenir le meilleur compromis isolation vibratoire/ tenue de caisse **et** tenue de roue.

3.2.2 Transfert utilisant l'approche CRONE pour améliorer le compromis isolation vibratoire/tenue de caisse

Dans le cas particulier de la suspension, rechercher la robustesse de la tenue de caisse vis-à-vis des variation de la masse suspendue consiste à rechercher un transfert de suspension à phase constante autour de ω_u. En effet, le procédé étant un double intégrateur (soit -180° quelle que soit la fréquence et la masse) la marge de phase résulte donc de la phase apportée par le régulateur (la suspension) autour de ω_u. Un des moyens pour créer une phase constante sur un intervalle de fréquences fixées $[\omega_b ; \omega_h]$ consiste à utiliser un transfert ***force-vitesse*** de débattement de la forme (chapitre 2) :

$$C_{2\_CRONE}(s) = \frac{D_0}{s}\left(\frac{1+\dfrac{s}{\omega_b}}{1+\dfrac{s}{\omega_h}}\right)^m , \qquad (3.1)$$

où D_0 est une constante, ω_b et ω_h les pulsations transitionnelles basse et haute et où m représente l'ordre du transfert. Si $\omega_b << \omega_h$ alors m est directement lié à la marge de phase désirée M_Φ par la relation :

$$m = \frac{M_\Phi °}{90°}. \qquad (3.2)$$

D_0, m, ω_b et ω_h sont, dans l'approche CRONE, les paramètres de synthèse de haut niveau. Dans le domaine automobile, il est plus commun d'étudier le transfert ***force/débattement*** qui mathématiquement n'est autre qu'un dérivateur non entier illustré par les diagrammes de Bode de la Figure 3.*6* lorsque son expression est non entière, la phase étant constante entre ω_A et ω_B.

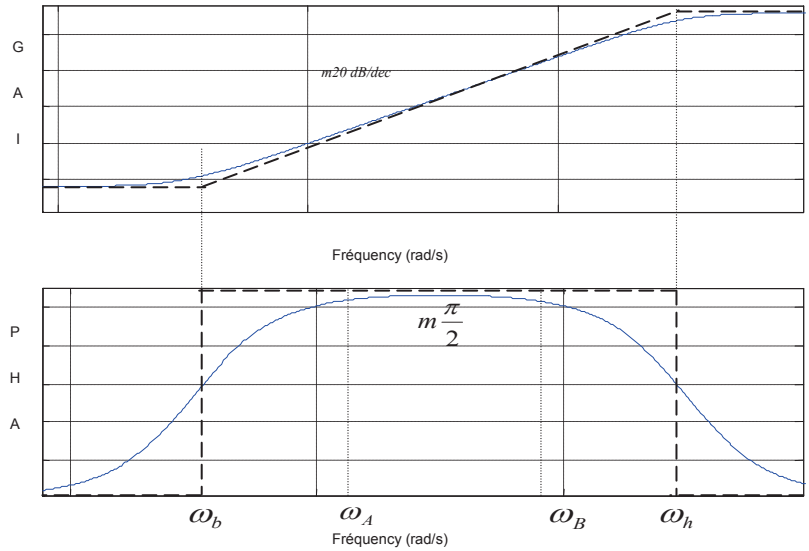


Figure 3.6 - Diagrammes de Bode d'une suspension CRONE

De nombreux travaux, réalisés par l'équipe CRONE du laboratoire IMS, proposent différentes versions de la suspension CRONE. Une de ces versions, dimensionnée pour la tenue de caisse, est composée d'un arrangement de 4 cellules RC identiques en gamma associées à une cellule purement capacitive. La stratégie choisie au départ, consiste à prendre la cellule RC de roue de la suspension hydractive et de la dupliquer 4 fois de manière à obtenir un blocage de phase. Cette méthode apporte un intérêt évident sur le coût d'une telle suspension en limitant la dispersion des paramètres organiques. Le lecteur intéressé, trouvera tous les détails du dimensionnement dans [Serrier 2008].

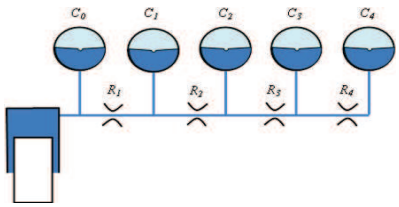
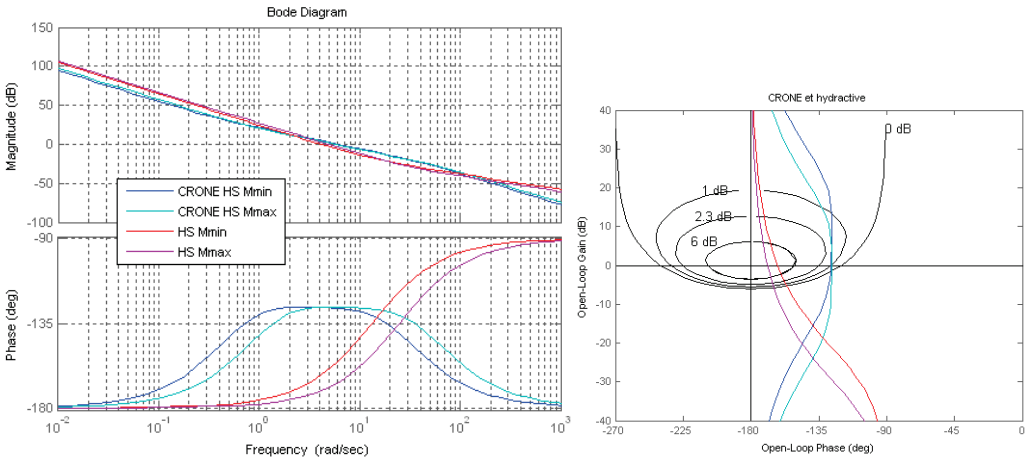


Figure 3.7 - Suspension CRONE à 4 cellules identiques sur quart de véhicule

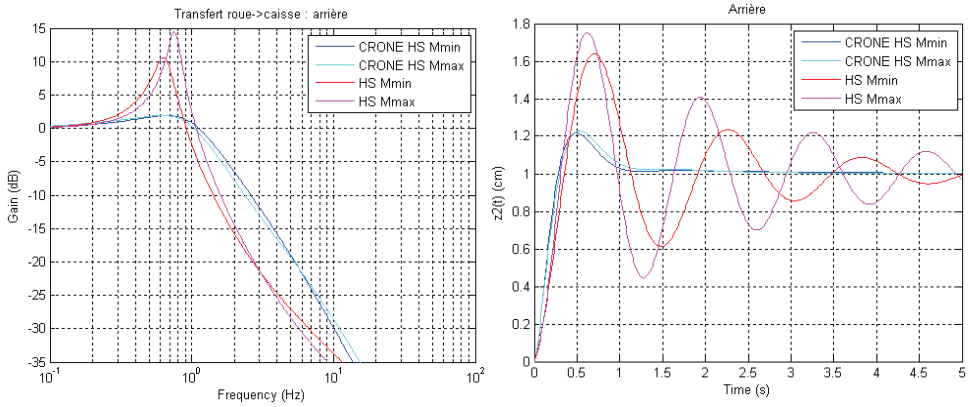
Cette version a le même transfert de suspension que celui présenté à la *Figure 3.6* avec un blocage de phase de l'ordre de 50° sur une décade autour de 1Hz. L'étude fréquentielle de la boucle ouverte met en évidence la robustesse du degré de stabilité vis-à-vis des variations de masse suspendue pour la suspension CRONE (voir *Figure 3.8*).



(a) *(b)*

Figure 3.8 – Réponses fréquentielles de la boucle ouverte dans le plan de Bode (a) et dans la plan de Black-Nichols (b) obtenues avec la suspension CRONE à 4 cellule identiques (courbes bleu et cyan) et avec la suspension hydractive en mode souple (courbes rouge et rose)

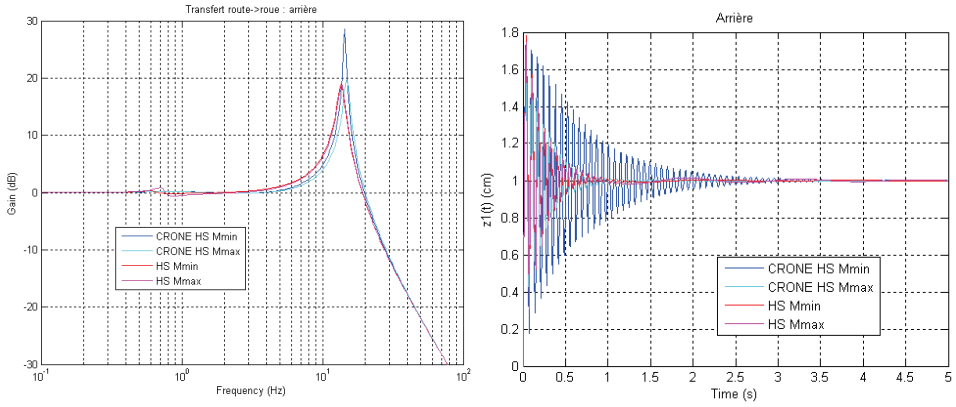
Le tracé du transfert Caisse/Roue montre également une amélioration notable de la tenue de caisse et une robustesse vis-à-vis de la variation de la masse (voir *Figure 3.9*). Néanmoins, la suspension CRONE ainsi dimensionnée pour la tenue de caisse dégrade l'isolation vibratoire aux basses fréquences. En effet, la suspension hydractive en mode souple est exemplaire sur la plage fréquentielle 2.5-5Hz. Par conséquent, la suspension CRONE ne doit pas présenter un plus mauvais filtrage que la référence dans cette zone.



(a) *(b)*

Figure 3.9 - Réponses fréquentielles du transfert Caisse/Roue dans le plan de Bode (a) et réponses indicielles de la caisse (b) obtenues avec la suspension CRONE à 4 cellules identiques (courbes bleu et cyan) et avec la suspension hydractive en mode souple (courbes rouge et rose).

De plus, en comparant les résultats du transfert Roue/Route en boucle fermée, il apparait que la tenue de roue est dégradée avec un transfert Force/Vitesse de débattement décrit par la relation (3.1), et ce par rapport à une suspension classique hydractive (*Figure 3.10*).



(a) *(b)*

Figure 3.10 - Réponses fréquentielles du transfert Roue/Route dans le plan de Bode (a) et réponses indicielles de la roue (b) obtenues avec la suspension CRONE à 4 cellule identiques (courbes bleu et cyan) et avec la suspension hydractive en mode souple (courbes rouge et rose).

Globalement, de tels résultats obtenus avec ce transfert non entier amènent aux conclusions suivantes.

Les objectifs d'amélioration de la tenue de caisse et surtout de robustesse quelle que soit la masse transportée dans le véhicule sont vérifiés grâce au transfert non entier. L'utilisation d'un tel transfert induit un blocage de phase sur le transfert $C_{2\_CRONE}(s)$ (relation (3.1)) correspondant à une marge de phase de 50 degrés pour tous les cas de charge. Ce transfert non entier de la suspension permet donc de robustifier et d'améliorer le comportement du véhicule malgré les variations de masse.

Malheureusement, ce transfert non entier lorsqu'il est présent sur une très large bande de fréquences induit une dégradation de l'isolation vibratoire aux basses fréquences (dilemme robustesse/performance). Il est donc primordial d'essayer de conserver le caractère exemplaire de la suspension série pour ce critère. Pour ce faire, une solution consiste à réduire la plage du blocage de phase à son strict minimum.

Enfin, ce dimensionnement initial conduit à une mauvaise tenue de roue, d'où une dégradation du filtrage aux hautes fréquences. Il est donc nécessaire d'établir un critère sur le transfert de suspension permettant d'améliorer le compromis isolation vibratoire/tenue de roue.

3.2.3 Transfert utilisant l'approche CRONE pour améliorer le compromis isolation vibratoire/tenue de roue

La tenue de roue a deux intérêts majeurs : le confort aux hautes fréquences et la sécurité. Le confort aux hautes fréquences, largement décrit dans le chapitre 1, permet par exemple d'éviter aux passagers un mal de dos précoce [INRS 2001]. La sécurité, quant à elle, est assurée par la présence en permanence du contact entre la roue et le sol. En effet, la diversité des routes est telle qu'il existe des routes pouvant solliciter la roue sur son propre mode. Si la roue commence à osciller, il est possible de perdre temporairement le contact avec le sol. Pour illustration, la *Figure 3.11* représente la densité spectrale de puissance normalisée calculée sur des résultats d'enregistrements de débattements pour plusieurs routes de la région parisienne. Il apparaît clairement que trois zones de fréquences ressortent sur les débattements : la zone autour de 1Hz correspondant à la fréquence de caisse, la zone autour de 6Hz correspondant au balourd de roue (ie : à la fréquence correspondant à la résonance de la caisse et de la roue sur le pneumatique) et la zone autour de 13Hz correspondant au mode de roue. Une route sollicite plus particulièrement la roue : RdR002 qui correspond à l'autoroute A6.

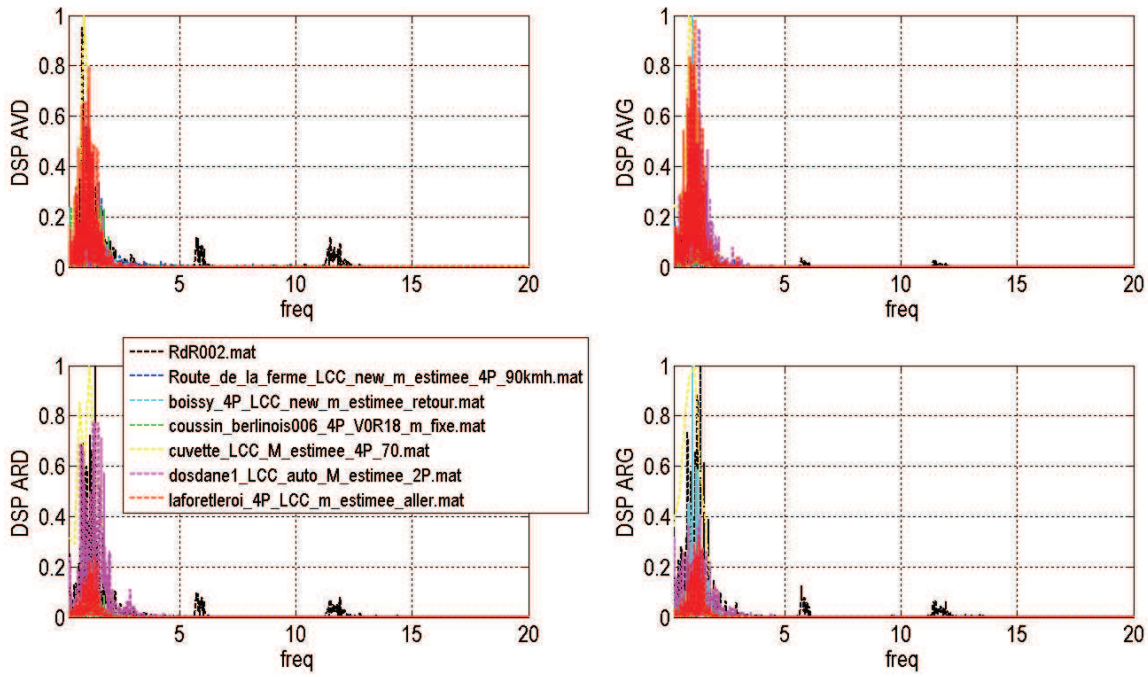


Figure 3.11 – Contenus spectraux des enregistrements des débattements de suspension sur différentes routes de la région parisienne.

3.2.3.1 Mise en place d'un critère pour la tenue de roue

De manière à résoudre le problème du battement de roue, une analyse précise de la suspension est réalisée autour du mode de roue. Cette analyse est vraie pour tous types de

suspension indépendamment de la technologie ou de l'architecture utilisée. Le mode de roue se situe entre 12 et 20Hz en fonction des véhicules. Sur cette plage de fréquences, la caisse est déjà considérée comme immobile, de ce fait le schéma quart de véhicule équivalent pour tous types de suspension se réduit à celui de la *Figure 3.12*.

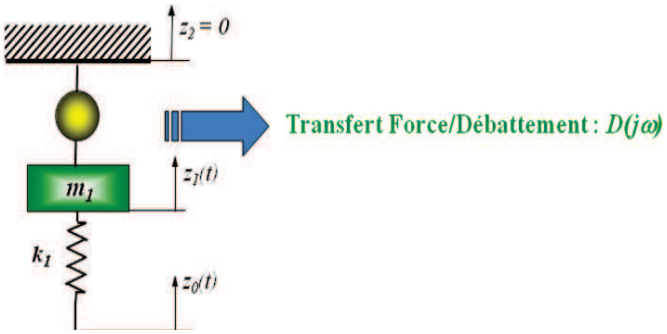


Figure 3.12 - Modèle quart de véhicule pour l'analyse de la tenue de roue.

Compte tenue de cette remarque, la réponse fréquentielle du transfert Roue/Route s'écrit alors :

$$\frac{Z_1(j\omega)}{Z_0(j\omega)} \approx \frac{k_1}{m_1(j\omega)^2 + D(j\omega) + k_1} = \frac{1}{\left(j\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2 + \frac{D(j\omega)}{k_1} + 1}, \tag{3.3}$$

avec

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \tag{3.4}$$

la pulsation du mode de roue. Le modèle simplifié ainsi obtenu reproduit exactement la dynamique de la suspension à partir de 10Hz, comme montré pour un exemple de suspension sur la *Figure 3.13*.

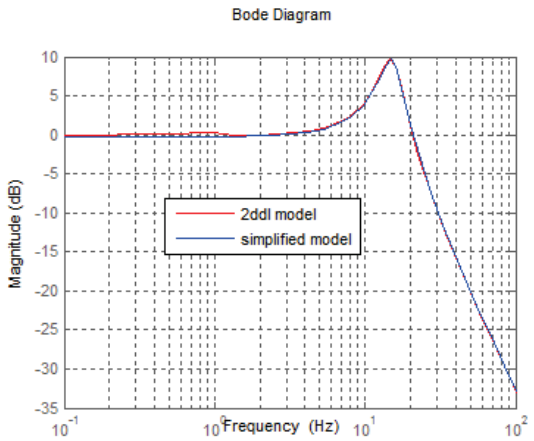


Figure 3.13 – Gain du diagramme de Bode du transfert Roue/Route pour un modèle quart de véhicule à 2 ddl et un modèle simplifié à 1ddl dans le cadre de l'analyse de la tenue de roue

L'analyse harmonique du système simplifié autour de la pulsation ω_1 du mode de roue permet d'en déduire une condition sur la tenue de roue. En effet, si l'entrée route est de la forme :

$$z_0(t) = Z_0 \cos(\omega_1 t), \tag{3.5}$$

alors le déplacement verticale $z_1(t)$ de la masse non suspendue est donné par :

$$z_1(t) = Z_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_{10}(\omega_1)) . \tag{3.6}$$

Ainsi l'expression des efforts de suspension développés par les éléments capacitifs et par les éléments dissipatifs se décompose en :

- un effort capacitif :

$$f_C(t) = |D(j\omega_1)| \cos(\arg(D(j\omega_1))) Z_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_{10}(\omega_1)), \tag{3.7}$$

- un effort dissipatif :

$$f_R(t) = |D(j\omega_1)| \sin(\arg(D(j\omega_1))) Z_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_{10}(\omega_1)). \tag{3.8}$$

Hors la tenue de la roue est essentiellement faite par les amortisseurs de suspension. Ce qui implique dans le domaine fréquentiel qu'à la pulsation de roue, ω_1, l'effort dissipatif de la suspension doit être au moins identique à celui de la suspension de référence de manière à obtenir une tenue de roue identique, voire meilleure, d'où la contrainte :

$$|D(j\omega_1)| \sin(\arg(D(j\omega_1))) \geq \lambda_1 \quad avec \quad \lambda_1 = |D_{ref}(j\omega_1)| \sin(\arg(D_{ref}(j\omega_1))), \tag{3.9}$$

où $D_{ref}(j\omega)$ désigne le transfert de la suspension de référence choisie pour sa tenue de roue.

Cette relation peut également s'écrire sous la forme

$$\arg(D(j\omega_1)) \geq \arcsin\left(\frac{\lambda_1}{|D(j\omega_1)|}\right). \tag{3.10}$$

Pour un argument compris entre 0 et 90 degrés, la fonction sinus est croissante, donc le cas de charge le plus critique pour la tenue de roue correspond au cas de la masse minimale. En effet, c'est pour ce cas de charge que le gain est le plus faible et que la phase autour de 13.5Hz (mode de roue) est la plus petite [Serrier 2008].

La référence utilisée étant la Citroën C5 en mode souple, la contrainte à respecter énoncée précédemment pour la masse minimale en mode souple s'écrit donc :

$$|D(j\omega_1)| \sin(\arg(D(j\omega_1))) \geq \lambda_1 = 38999\ N/m . \tag{3.11}$$

La relation (3.10), avec la valeur de λ_1 pour la suspension de référence de la C5 hydractive en mode souple, permet lors d'une égalité stricte de définir un critère graphique (courbe bleu sur la *Figure 3.14*). La suspension, de transfert *D(s),* doit donc se trouver à droite de cette courbe pour satisfaire la contrainte (3.9).

Il est primordial que le résultat de la relation (3.9) soit le plus grand possible. A titre d'illustration, reprenons le dimensionnement initial tel que présenté au paragraphe 3.2.2 et illustré *Figure 3.10*. Pour le cas de charge minimal le gain de $C_{2\_CRONE}(s)$ est de 93,3dB et l'argument de 15,9° ce qui implique :

$$\left|C_{2\_CRONE}(j\omega_1)\right| \sin\left(\arg\left(C_{2\_CRONE}(j\omega_1)\right)\right) = 12667\ N/m < \lambda_1. \qquad (3.12)$$

La suspension $C_{2\_CRONE}(s)$ est bien à gauche de la courbe bleue définie par la relation (3.10) (étoile rouge sur la *Figure 3.14*) permettant de confirmer les résultats observés à la *Figure 3.10*.

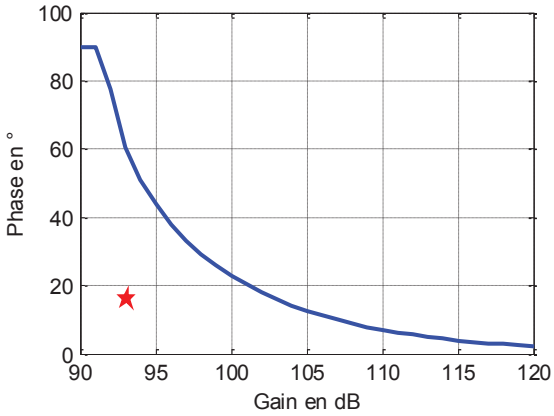


Figure 3.14 – Illustration du positionnement graphique du dimensionnement initial de la suspension CRONE pour la tenue de caisse (étoile rouge) par rapport au critère fixé par la référence (courbe bleue) sur la tenue de roue

3.2.3.2 Illustration du critère sur des véhicules réels

Afin d'illustrer la pertinence du critère (3.11), trois suspensions nommées *S2, S3a* et *S3b* (***Figure 3**.15 (b)*), volontairement dimensionnées sans tenir compte du critère, sont comparées à une suspension Hydractive en mode souple (***Figure 3**.15 (a)*), nommée *S1*. La différence entre *S2, S3a et S3b* est la présence ou non d'une sphère capacitive non amortie. Quant à la différence entre S3a et S3b, elle vient de la valeur de l'amortisseur de la sphère nommée C_1 comme le montre le

Tableau 3.6. Ces suspensions dégradées, construites pour l'étude du rebond de roue, sont comparées à la suspension de référence nommée *S1*.

(a) (b)

Figure 3.15 - Structures de suspension étudiées pour le rebond de roue : suspension hydractive de référence S1 (a), les suspensions dégradées S2, S3a et S3b (b)

Afin de mettre en évidence la généralité du critère (3.11), une suspension métallique *M1* est également comparée à ces suspensions, et ceux pour le même critère.

Données	S1	S2	S3a	S3b	M1
K_1 (N/m)	14707	14707	14707	14707	20000
B_1 (Ns/m)	1000	1000	1000	1000	566
K_2 (N/m)	13370	10320	10320	10320	-
B_2 (Ns/m)	310	2800	2800	5700	-
$B_{canalisation}$ (Ns/m)	540	-	-	-	-
K_0 (N/m)	-	-	188740	188740	-

Tableau 3.3 - Données du dimensionnement des suspensions où les K_i représentent les différentes raideurs en N/m liées aux capacités hydrauliques C_i par la section du vérin et B_i les coefficients de frottement visqueux en Nm/s liés aux résistances hydrauliques R_i par la section du vérin.

Chacun des transferts de suspension est ensuite tracé dans le plan de Bode (*Figure 3.16*) de manière à illustrer le critère sur la tenue de roue pour chacune d'elles (*Tableau 3.4*). Sur la *Figure 3.16* la fréquence du mode de roue est repérée par la ligne noire verticale.

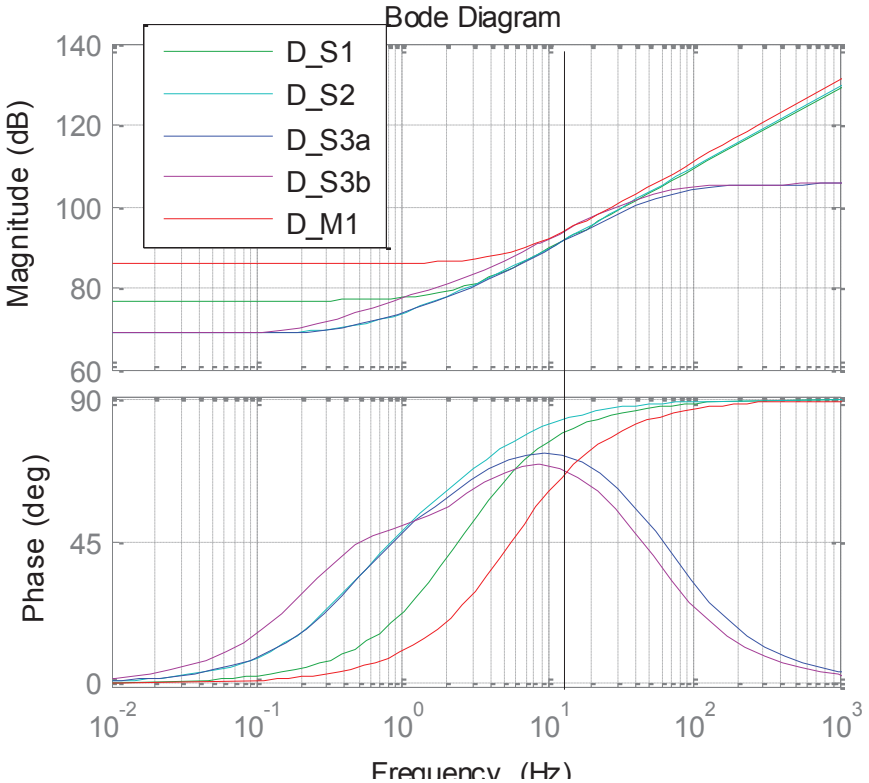


Figure 3.16 – Diagrammes de Bode des transferts de suspension S1, S2, S3a, S3b et M1

En analysant les résultats sur la base du critère (*Tableau* 3.*4* et *Figure 3.17*), la meilleure tenue de roue est obtenue pour la suspension *S3b* et la moins bonne pour la suspension *S3a*.

Nom de la suspension	S3a	S1	S2	M1	S3b
Valeur du critère (N/m)	37608	39045	41220	48027	48269

Tableau 3.*4 – Valeurs du critère sur la tenue de roue pour chacune des suspensions S3a, S1, S2, M1 et S3b*

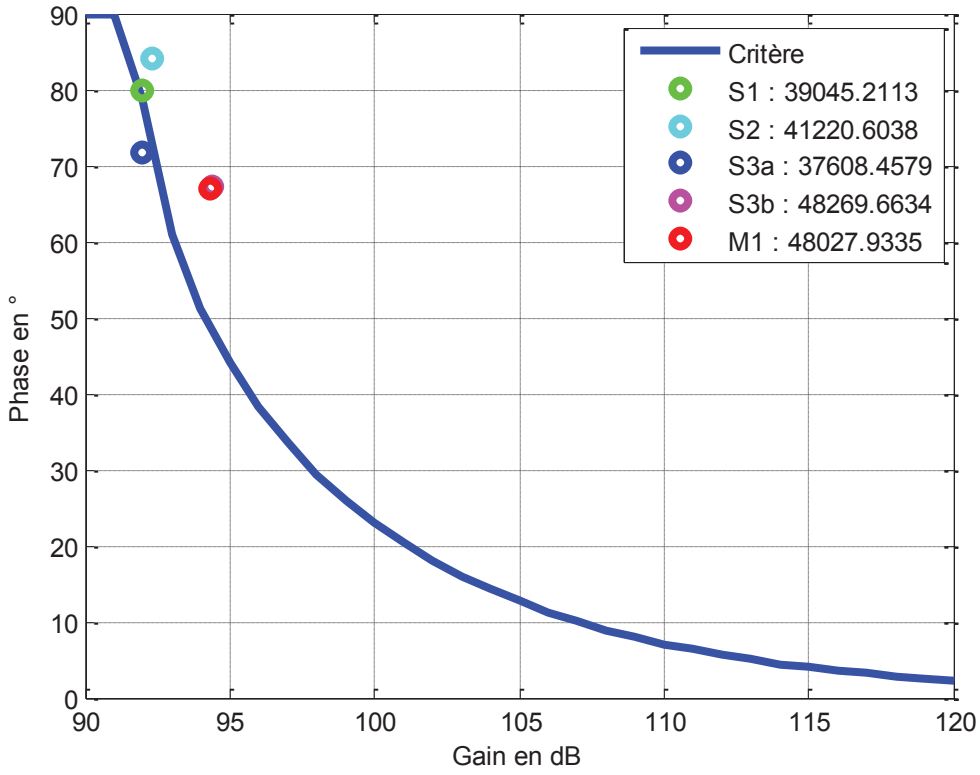


Figure 3.17 – Représentation graphique de la position de la valeur du critère pour chacune des suspensions S2, S3a, S3b et M1 par rapport à la tenue de roue de S1 considérée comme suspension de référence

La *Figure 3. 18* présente les résultats obtenus sur un banc 4 vérins pour ces 5 suspensions montées à tour de rôle sur le même véhicule, et ce afin d'avoir les mêmes modes de train qui apparaissent sur le transfert Roue/Route.

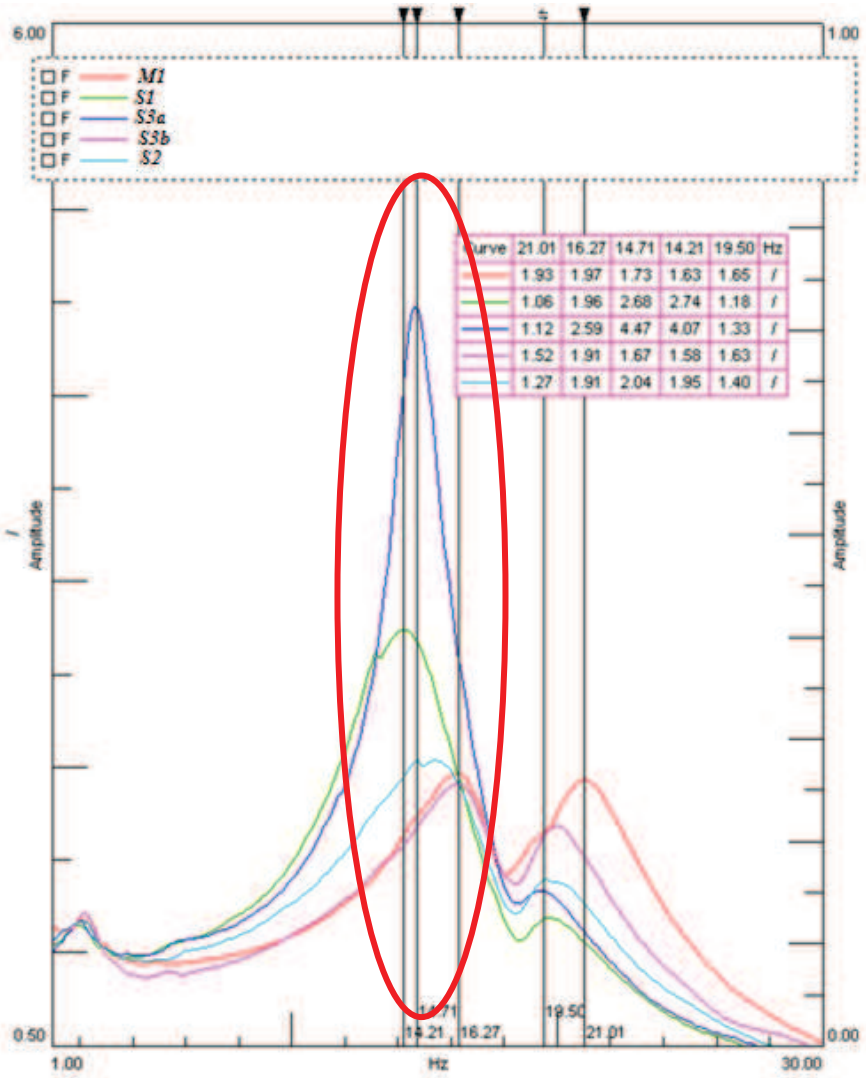


Figure 3. 18 – Diagrammes de gain en échelle linéaire du transfert Roue/Route des différentes suspensions montées sur la même Citroën C5 pour une entrée route de type sinus balayé entre 0.1 et 30Hz d'amplitude 2mm

Les résultats ainsi obtenus confirment les premières conclusions faites uniquement grâce au critère sur la tenue de roue, à savoir la meilleure tenue de roue pour *S3b,* puis *M1, S2, S1* et enfin *S3a*.

Ce paragraphe valide le critère pour l'analyse en relatif de la tenue de roue. Ce critère nécessitant moins de puissance de calcul que des simulations à l'aide d'un modèle plus complexe, il s'avère être un bon outil d'aide à l'analyse pour situer et classer les suspensions en matière de tenue de roue.

3.2.4 Conclusion : Grace à l'approche CRONE les outils de l'automatique fréquentielle peuvent être appliqués à la suspension

Grace à certains outils, il est possible de définir un transfert idéal de suspension répondant à la fois à une bonne tenue de caisse et à la robustesse vis-à-vis des variations de la masse, tout en assurant également une bonne tenue de roue.

Cette démarche permet ainsi de dimensionner la suspension via les outils utilisés dans le cadre d'une approche fréquentielle à travers des grandeurs telles que la marge de phase, la pulsation au gain unité… Le cahier des charges est fixé en fonction des grandeurs caractéristiques de la référence (*Tableau* 3.*5*). Grace aux formules liant l'ordre de la boucle ouverte aux grandeurs caractéristiques (chapitre 2, tableau 2.1), il est possible de remonter à une valeur cible pour l'ordre non entier du transfert de suspension défini par l'équation (3.1).

		Valeurs pour la Référence	**Objectifs fixés**	**Ordre de la boucle ouverte**	**Ordre du transfert de suspension**
Degré de stabilité	**Domaine fréquentiel boucle fermée**	$Q_{\min} = 10dB \equiv 3.16$ $Q_{\max} = 14.5dB \equiv 5.31$	$Q_{cible} = \frac{Q_{ref\_\min}}{2}$ $Q_{cible} = 1.5$	$n = 1.5$	$m = 0.5$
	Domaine fréquentiel boucle ouverte	$M_{\Phi\min} = 17.5°$ $M_{\Phi\max} = 10.4°$	$M_{\Phi\_cible} = 45°$	$n = 1.5$	$m = 0.5$
Fréquences caractéristiques	**Domaine fréquentiel boucle fermée**	$\omega_{r\min} = 0.63Hz$ $\omega_{r\max} = 0.75Hz$	$\omega_{r\_cible} = 0.8Hz$	$n = 1.5$	$m = 0.5$
	Domaine fréquentiel boucle ouverte	$\omega_{u\min} = 0.76Hz$ $\omega_{u\max} = 0.67Hz$	$\omega_{u\_cible} = 1Hz$		

Tableau 3.*5 – Choix des grandeurs caractéristiques cibles*

De plus, la mise en place d'un critère sur la tenue de roue permet de définir le comportement du transfert de suspension (gain et phase) autour de la pulsation du mode de roue.

3.3 TRANSFERT IDEAL DE LA SUSPENSION CRONE DIMENSIONNEE A LA FOIS POUR LA TENUE DE CAISSE ET LA TENUE DE ROUE

3.3.1 Introduction : spécifications sur le transfert idéal de suspension

Le transfert idéal de la suspension CRONE est nommé ainsi car il n'a, à ce stade de la démarche, aucune réalité technologique. Il est donc représenté par un ensemble de spécifications, en l'occurrence des asymptotes dans les diagrammes de Bode, qui fixe la forme que doit avoir ce transfert pour permettre une bonne gestion isolation vibratoire/tenue de caisse **et** de roue.

Compte tenu des conclusions faites dans la partie précédente, il s'avère qu'un transfert non entier présente certains avantages tels que la robustesse de la tenue de caisse vis-à-vis des variations de la masse. La pulsation de caisse doit être choisie autour de 1Hz (zone la moins sensible pour l'être humain) pour améliorer le confort des passagers du véhicule. La phase du transfert de suspension peut être choisie égale à 45° de manière à avoir un degré de stabilité important (comparativement à la référence). Le transfert entre l'effort de suspension et le débattement s'écrit donc :

$$D(s) = D_0 \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_b}}{1 + \frac{s}{\omega_h}} \right)^m , \qquad (3.13)$$

avec m égal à 0.5 (*Tableau* 3.5), ω_b et ω_h les fréquences transitionnelles basse et haute telles que $\omega_u = \sqrt{\omega_b . \omega_h}$ (1Hz).

On sait que $D(s)$ dimensionné pour la tenue de caisse (équation (3.1)) ne convient pas pour la tenue de roue. Dans le but d'optimiser la tenue de roue il faudrait donc que ce transfert vérifie le critère de l'équation (3.11). Or cette relation comporte deux inconnues le gain et la phase du transfert cible de suspension à la pulsation de roue. Une méthode consiste donc à fixer une de ces grandeurs et à en déduire ce qu'il est nécessaire d'ajouter sur la seconde pour être égale au critère λ_1. En effet, un apport de phase induit un apport de gain et inversement (relations de Bode). Par conséquent, pour vérifier l'égalité de la relation (3.11) en partant du dimensionnement pour la tenue de caisse défini au paragraphe 3.2.3.1 (*Figure 3.14*), il est nécessaire d'apporter 60° comme le montre la *Figure 3.19*.

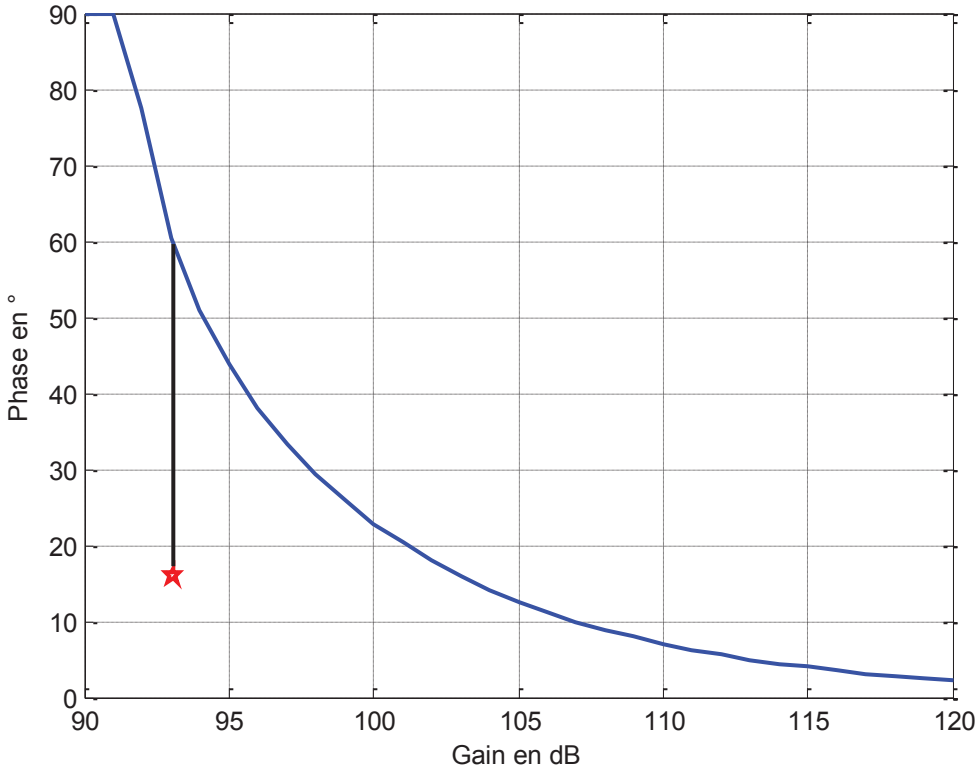


Figure 3.19 – Méthodologie pour fixer la phase sur le critère de la tenue de roue

L'ensemble des spécifications que doit vérifier le transfert de la suspension CRONE peut donc se résumer par un gabarit fréquentiel présenté *Figure 3. 20*.

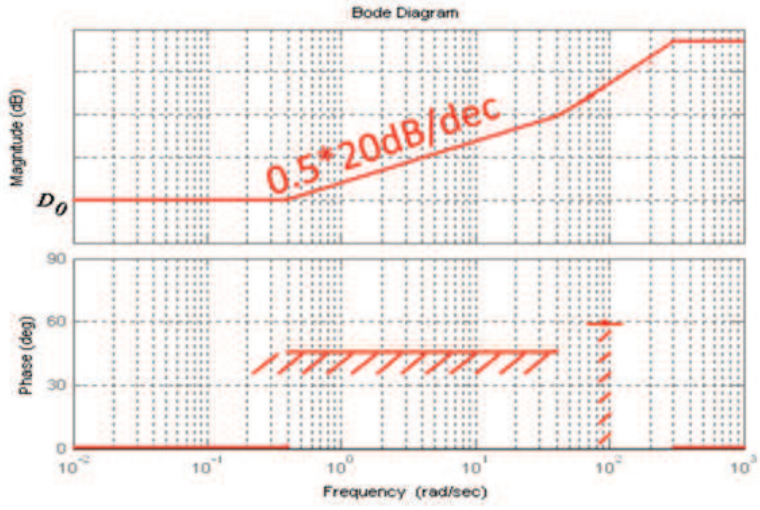


Figure 3. 20 – Gabarit fréquentiel que doit vérifier le transfert idéal de la suspension CRONE

3.3.2 Forme mathématique du transfert idéal de la suspension CRONE

Sachant que la cellule non entière peut apporter 45°sur une large plage de fréquence, il suffit d'éloigner ω_h vers les hautes fréquences et d'ajouter localement autour du mode de roue 15°. Pour ce faire, il est nécessaire d'ajouter au minimum une cellule à avance de phase au transfert *D(s)*. A ce stade de l'étude, le but est de représenter le transfert effort de suspension/débattement avec une forme mathématique permettant de vérifier l'analyse faite jusqu'à maintenant par des simulations numériques, soit :

$$Crone(s) = D_0 \left(\frac{1+\frac{s}{\omega_b}}{1+\frac{s}{\omega_h}} \right)^m \left(\frac{1+\frac{s}{\omega_{hi}}}{1+\frac{s}{\omega_{bi}}} \right) \left(\frac{1+\frac{s}{\omega_{bd}}}{1+\frac{s}{\omega_{hd}}} \right) = D(s) * H(s) \ . \qquad (3.14)$$

H(s) est donc défini par une cellule à retard de phase (aussi appelée cellule intégrateur sur la Figure 3.21) et une cellule à avance de phase (aussi appelée cellule dérivateur sur la Figure 3.21). Pour plus de détails sur la construction de la forme mathématiques voir Annexe 03 expliquant notamment le choix d'une simple cellule à avance n'a pas été fait pour définir *H(s)*. De ce fait l'argument de *Crone(s)* aux pulsations de caisse et de roue s'écrit :

$$\arg\left(Crone(j\omega_u)\right) = m\left(\arctan\left(\frac{\omega_u}{\omega_b}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_u}{\omega_h}\right)\right) + \arg(H(j\omega_u)) = 45° \ , \qquad (3.15)$$

$$\arg\left(Crone(j\omega_1)\right)\left(\arctan\left(\frac{\omega_1}{\omega_b}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_1}{\omega_h}\right)\right) + \arg(H(j\omega_1)) = 60° \ . \qquad (3.16)$$

Du fait de la présence de *H(s),* le dimensionnement de *Crone(s)* n'est pas aussi aisé. En effet, les pulsations du mode propre de caisse et du mode propre de roue n'étant pas suffisamment découplées, *H(s)* influence le comportement du transfert de suspension aux basses fréquences où seul *D(s)* doit agir. Par conséquent, une optimisation des paramètres basée sur les deux équations (3.15) et (3.16), décrite dans l'Annexe 04, est réalisée de manière à vérifier les spécifications résumées par la *Figure 3. 20*. A l'issue de cette optimisation la valeur de l'ordre non entier obtenue pour *m* est de 0.67. Le transfert force-débattement de la suspension CRONE idéale ainsi paramétré a bien une phase bloquée à 45° sur une plage de fréquences de 1 décade, puis une phase croissante jusqu'à 60° pour le mode de roue avant de revenir à 0° de manière à filtrer les très hautes fréquences (*Figure 3.21*).

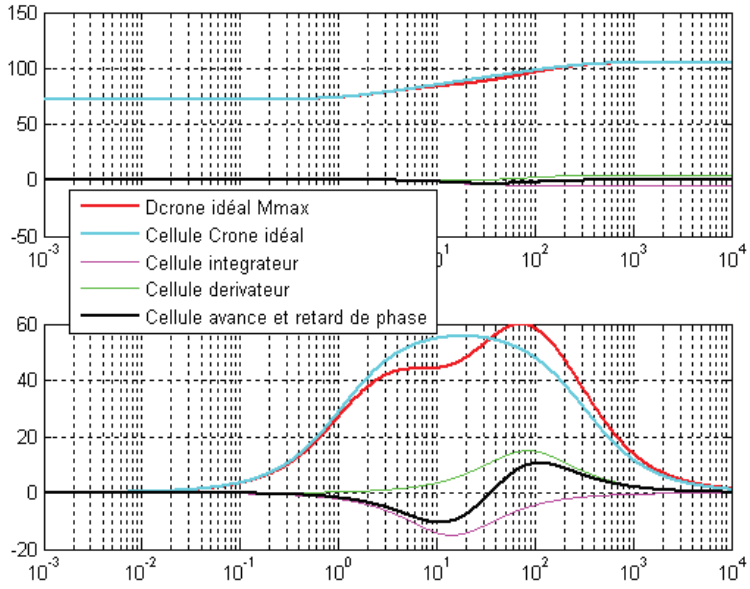
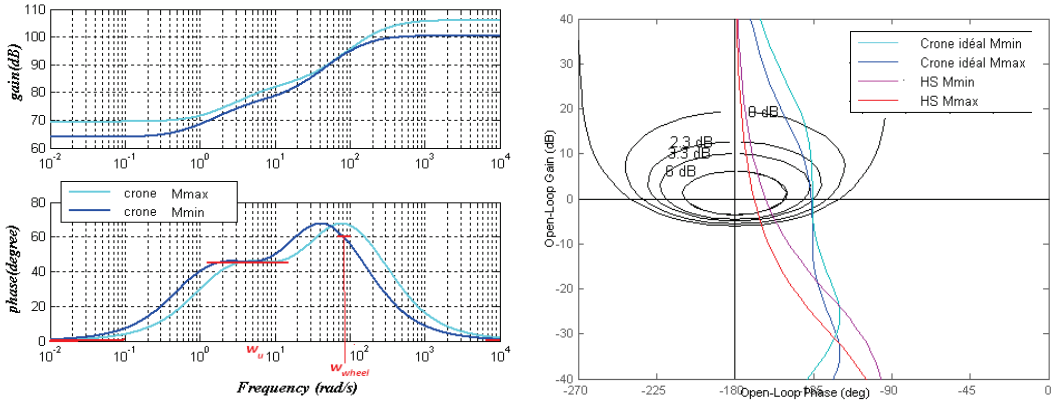


Figure 3.21 - Transfert Force-débattement de la suspension CRONE idéale décomposé suivant toutes ses cellules.

Ce transfert est dimensionné pour la masse maximale de la caisse, puisque cela correspond au cas le plus défavorable pour la tenue de caisse des véhicules équipés de suspensions classiques. Le principe de la suspension CRONE implique néanmoins que le dimensionnement du transfert de suspension doit être réalisé pour n'importe quel cas de charge. De manière à vérifier la robustesse d'un tel transfert vis-à vis des variations de masse, il est nécessaire de s'intéresser à la boucle ouverte de la suspension pour les deux cas de charges extrêmes. La *Figure 3.22* met bien en évidence que les objectifs de phase sur le mode de caisse ainsi que sur le mode de roue sont vérifiés, et ce quelle que soit la variation de la masse, à savoir : une marge de phase toujours égale à 45° quelle que soit la masse suspendue, et une phase sur le mode de roue au minimum égale à 60°.



(a) *(b)*

Figure 3.22 - Diagrammes de Bode du transfert Effort de suspension/débattement (a) et lieux de la boucle ouverte dans le plan de Black-Nichols (b) de la suspension de référence et de la suspension CRONE pour les cas de chargements extrêmes de la masse suspendue

Les performances de tenue de caisse et de tenue de roue s'obtiennent à la fois par une :

- analyse fréquentielle du transfert entre la caisse et la roue, d'une part, et entre la roue et la route, d'autre part ;
- analyse temporelle des réponses indicielles de la caisse et de la roue.

De manière à pouvoir simuler sous Matlab le comportement temporel du transfert non entier de la suspension CRONE, une approximation rationnelle (Chapitre 2 paragraphe 2.4.2), appelée suspension CRONE réelle, est calculée en synthétisant le dérivateur d'ordre non entier par une distribution récursive de zéros et de pôles réels. Pratiquement, l'approximation rationnelle de la cellule non entière *D(s)* dans l'équation (3.14) est obtenue avec *N=4*, soit 4 poles et 4 zéros (voir *Figure 3.23*). On peut observer la parfaite superposition entre les diagrammes de Bode du transfert idéal et du transfert réel de la suspension CRONE pour les valeurs extrémales de la masse suspendue ce qui justifie l'utilisation du transfert réel par la suite pour faciliter les simulations.

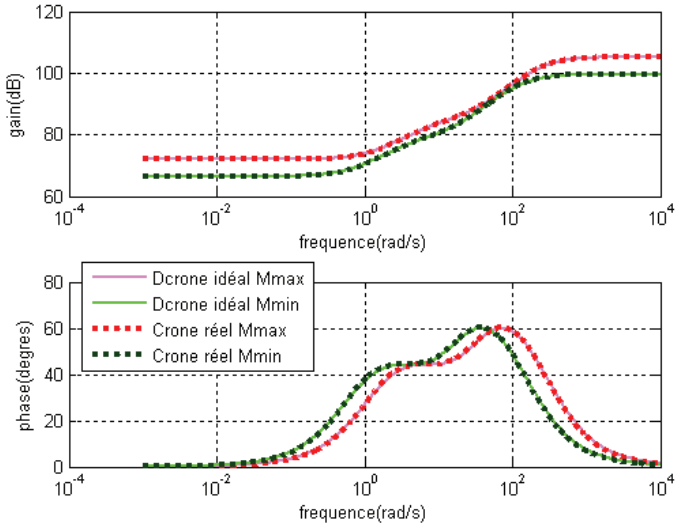
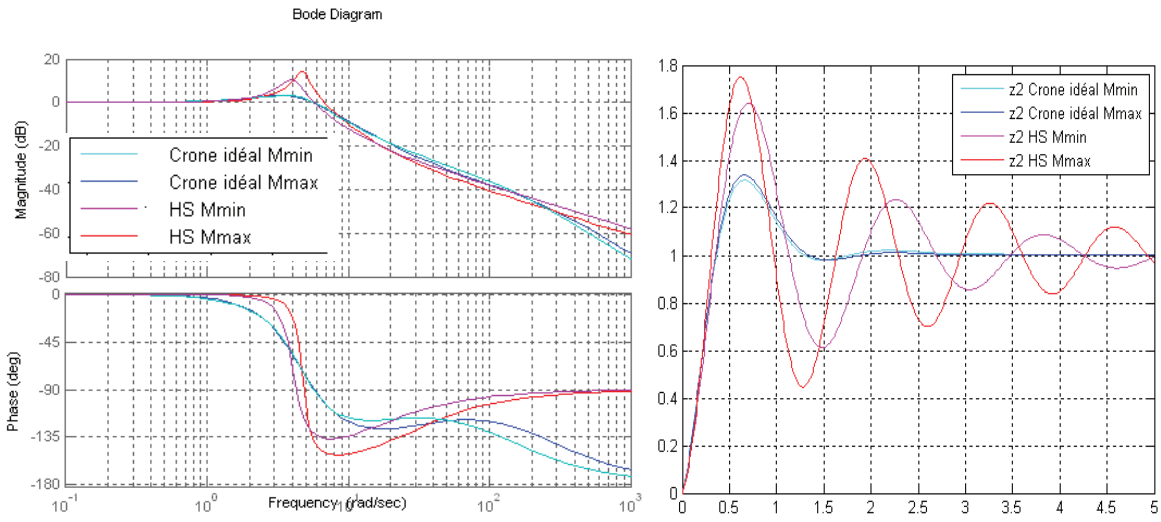


Figure 3.23 – Diagrammes de Bode du transfert idéal et du transfert réel de la suspension CRONE pour les valeurs extrêmes de la masse suspendue

Les simulations fréquentielles et temporelles concernant la tenue de caisse (*Figure 3.24*). et la tenue de roue (*Figure 3.25*) montrent que le transfert idéal ainsi réalisé permet d'améliorer la tenue de roue sans dégrader les précédents résultats sur la tenue de caisse obtenus avec un transfert de suspension non entier (*Figure 3.9*).

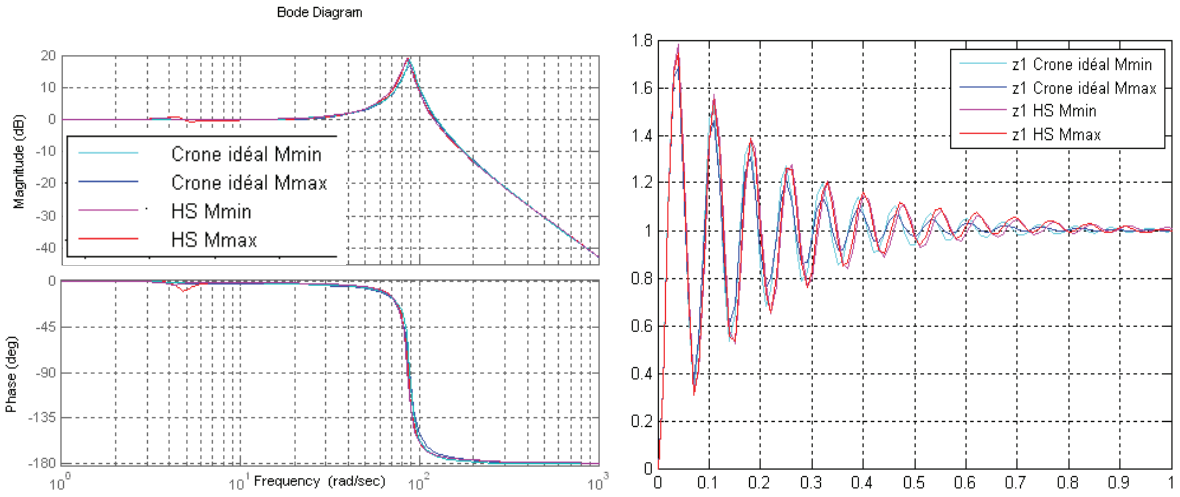
Entre la pulsation du mode de caisse et celle du mode de roue l'isolation vibratoire de la caisse est moins bonne que pour la référence hydractive. Néanmoins, au-delà de la pulsation 200 rad/s, soit 30Hz, l'isolation vibratoire est remarquablement meilleure. (*Figure 3.24*). Il est également important de noter que, comparativement aux résultats de la *Figure 3.9*, l'isolation vibratoire est nettement meilleure avec la suspension CRONE.

On peut noter également qu'il n'y a pas de dégradation de la tenue de roue par rapport à une suspension série (*Figure 3.25*) sachant que la tenue de caisse et le filtrage caisse aux hautes fréquences est nettement amélioré.



(a) *(b)*

Figure 3.24 - Diagrammes de Bode du transfert Caisse/Roue (a) et réponses indicielles de la caisse (b) de la suspension de référence et de la suspension CRONE pour les cas de chargements extrêmes de la masse suspendue



(a) *(b)*

Figure 3.25 - Diagrammes de Bode du transfert Roue/Route (a) et réponses indicielles de la roue (b) de la suspension de référence et de la suspension CRONE pour les cas de chargements extrêmes de la masse suspendue

3.3.3 Limites du transfert idéal

Le transfert idéal étudié précédemment répond parfaitement au cahier des charges en ce qui concerne la tenue de caisse.

Néanmoins, pour les moyennes fréquences comprises entre 2Hz et 8Hz, l'isolation vibratoire est moins bonne que pour l'hydractive en mode souple. Ceci est dû à la marge de phase constante amenée par le transfert non entier. En effet, nous avons vu précédemment que cette marge de phase constante sur une demi-décade est la condition nécessaire pour assurer une certaine robustesse de la tenue de caisse quelle que soit la masse. Malheureusement, la marge de phase constante nécessaire à l'obtention de la robustesse (effet utile) s'accompagne de manière inéluctable d'une augmentation du gain du transfert de suspension dans la même zone de fréquences (effet parasite). Ce résultat est l'illustration parfaite du dilemme isolation vibratoire/tenue de caisse.

Cependant, la suspension de référence ayant une marge de phase seulement de 28°, il peut être envisagé de modifier le cahier des charges de la suspension CRONE afin d'obtenir une marge de phase identique à celle de la suspension de référence. Ainsi, la robustesse vis-à-vis des variations de masse serait conservée et le filtrage moins dégradé par rapport à la solution où la marge de phase est de 45° (*Figure 3.24*).

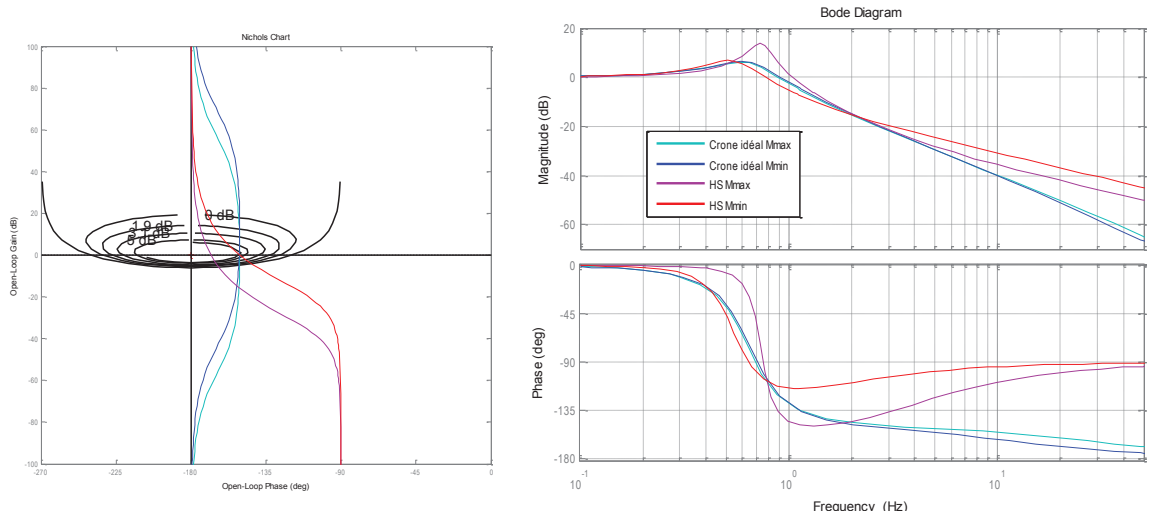


Figure 3.26 – Réponses fréquentielles de la boucle ouverte dans le plan de Black-Nichols (a) et du transfert Caisse/Roue dans le plan de Bode (b) d'un véhicule avec suspension CRONE dimensionnée pour un filtrage identique à celui de la référence tout en assurant une tenue de caisse équivalente à la référence pour le cas de charge minimal

Par conséquent, pour ne pas dégrader d'avantage l'isolation vibratoire de la caisse entre ces deux modes, on ne peut pas spécifier une phase autour du mode de caisse très supérieure à 45°. La marge de phase doit donc être comprise entre 20° et 45° pour que la suspension soit

au moins meilleure que la référence en tenue de caisse sans dégrader les tressautements (zone des fréquences comprises entre 2 et 8Hz particulièrement sensible pour l'être humain).

Une seconde contrainte vient limiter un dimensionnement du transfert de suspension. Nous avons vu que le critère concernant la tenue de roue implique une valeur importante de la phase et du gain du transfert de suspension à la pulsation du mode de roue. Or, plus l'avance de phase à apporter est grande, plus la dispersion fréquentielle nécessaire à cette avance de phase est importante et donc plus le transfert aux basses fréquences est « déformé ».

Par conséquent, pour améliorer le filtrage aux basses fréquences tout en assurant une bonne tenue de roue, il est nécessaire de pouvoir apporter une phase très importante de manière localisée. En utilisant la forme mathématique décrite par l'équation (3.14), la valeur minimale accessible pour la phase autour du mode de caisse est de 37°, et ce de manière à obtenir une différence de 60% entre la phase sur le mode de caisse et la phase sur le mode de roue, assurant ainsi un filtrage des tressautements proche de la référence.

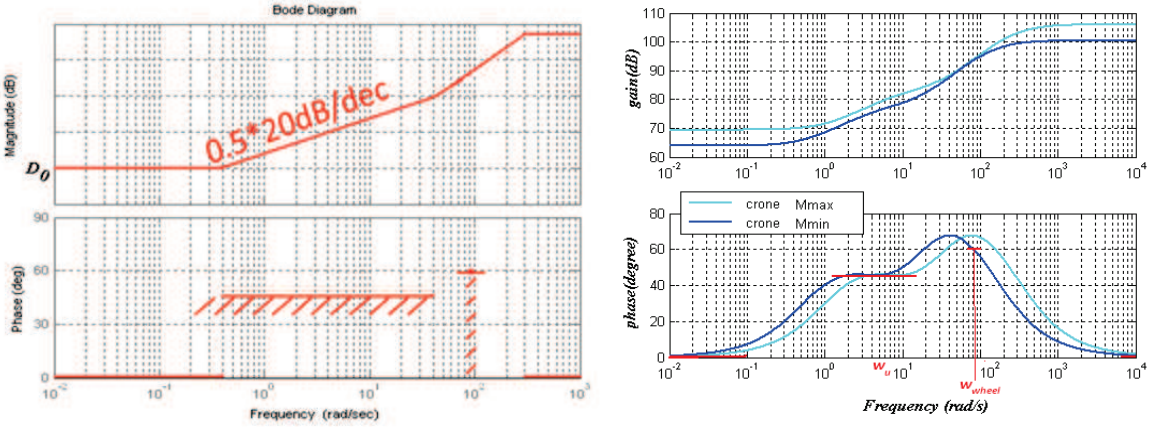
Remarque

Bien évidemment ces considérations sont vraies pour les fréquences de caisse et de roue considérées. Dès que ces dernières s'éloignent ou se rapprochent l'une de l'autre ces contraintes ne sont plus valables. Néanmoins, dans la majorité des cas des véhicules de tourisme, les fréquences de caisse et de roue ont toujours du même ordre de grandeur : autour de 1Hz pour la caisse (du fait de la sensibilité de l'être humain) et autour de 13Hz pour la roue ce qui implique les limitations donnée précédemment. Les seules possibilités seraient l'allégement de la roue et l'augmentation de la raideur verticale du pneumatique qui permettraient de repousser la fréquence de roue vers les hautes fréquences, découplant ainsi un peu plus les modes de caisse et de roue.

3.3.4 Conclusion : Transfert théorique idéal vérifiant le cahier des charge de la suspension CRONE

Grace aux différentes spécifications (*Figure 3. 27a*) obtenues à l'aide de l'approche CRONE, il est possible de décrire un transfert idéal pour la suspension CRONE (*Figure 3. 27b*) de manière à :

- améliorer la tenue de caisse,
- assurer la robustesse de la tenue de caisse quelle que soit la masse,
- conserver un contrôle du rebond de roue.



(a) *(b)*

Figure 3. 27 – Spécifications fréquentielles (a) et réponses fréquentielles (b) du transfert idéal de la suspension CRONE pour les cas de chargements extrémaux de la masse suspendue

L'utilisation de ce transfert idéal en simulation numérique permet de montrer son intérêt et d'envisager une réalisation technologique.

L'approche CRONE permet donc, en fonction du cahier des charges choisi, de définir un profil cible pour le transfert de suspension. Pour ce faire, un outil informatique d'aide au dimensionnement a été développé suivant 2 grandes étapes. Tout d'abord, l'outil permet de renseigner les données du véhicule cible : masses suspendues, masses non suspendues, choix du pneumatique (*Figure 3.28*)… Ensuite, après cette première étape, l'outil propose de choisir le cahier des charges en définissant les grandeurs cibles de la boucle fermée ou de la boucle ouverte, ainsi que la cible pour la tenue de roue (*Figure 3.29*). Il retourne alors les contraintes à respecter sur le transfert de suspension.

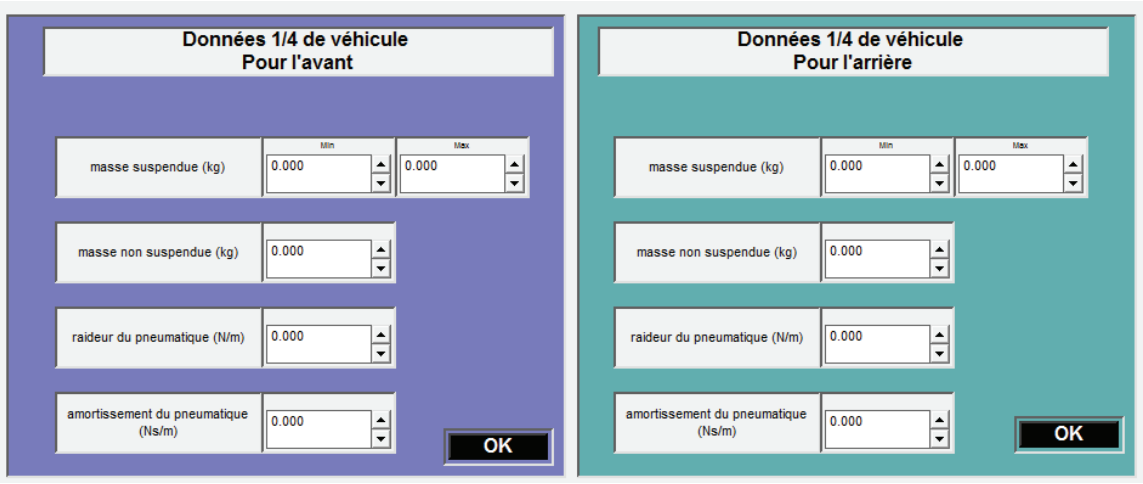


Figure 3.28 – Pages de l'outil informatique d'aide au dimensionnement concernant les données du véhicule

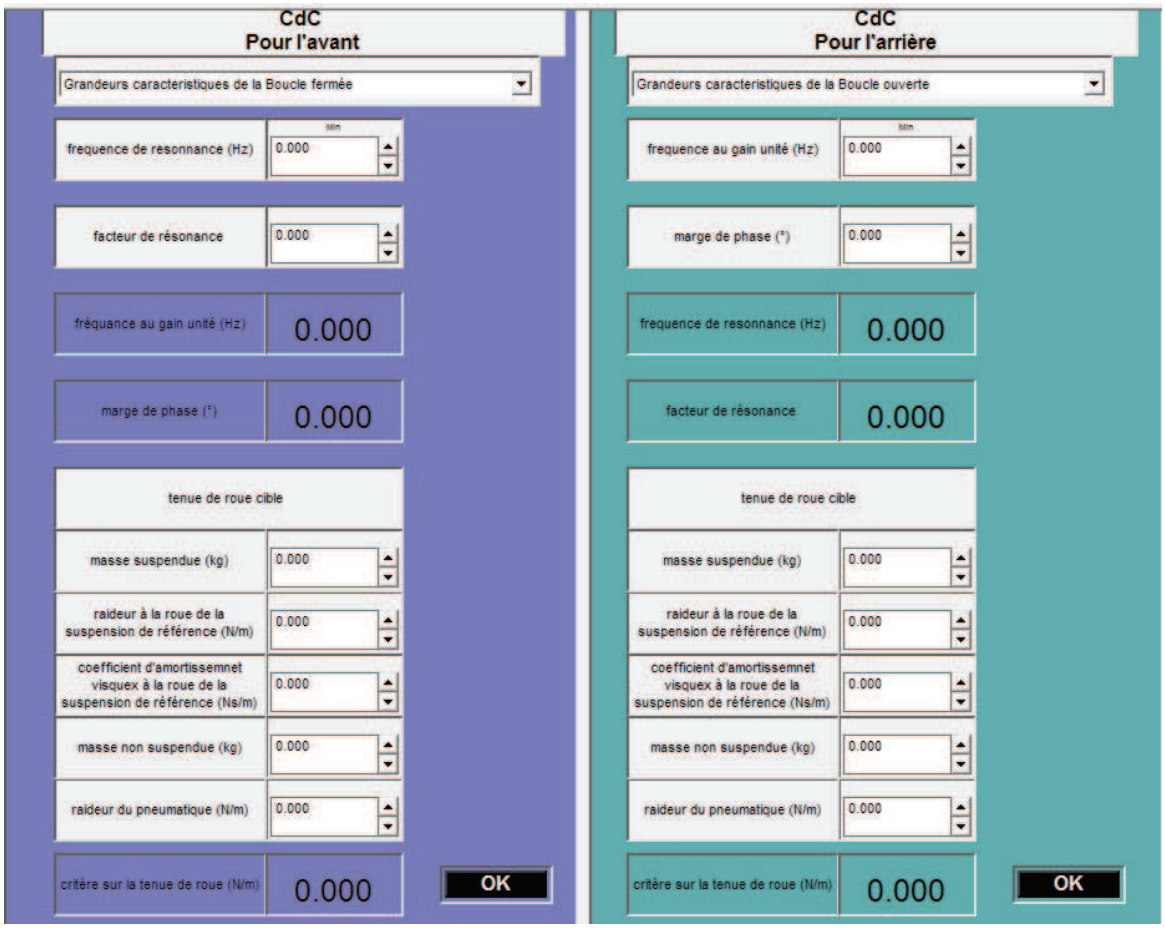


Figure 3.29 – Pages de l'outil informatique d'aide au dimensionnement concernant la définition du cahier des charges

3.4 REALISATIONS EN TECHNOLOGIE HYDROPNEUMATIQUE AVEC PRISE EN COMPTE DES CONTRAINTES ASSOCIEES

3.4.1 Introduction : différentes architectures possibles

La technologie hydropneumatique présente de nombreux intérêts comparativement à la technologie métallique (chapitre 1) : multiplicité des architectures envisageables, robustesse de la rapidité de la réponse de la caisse vis-à-vis des variations de la masse suspendue, etc…. C'est pourquoi cette technologie est privilégiée dans le choix de la réalisation de la suspension CRONE. Pour des raisons de contraintes d'encombrement, la réalisation technologique est limitée à deux cellules RC associées à une cellule purement capacitive.

Deux types d'architectures sont envisagés :

- l'architecture parallèle,
- l'architecture en gamma.

Dans la suite de ce chapitre, ce que l'on entendra par réalisation technologique correspondra à la réalisation faite avec les composants réels (architecture en parallèle ou en gamme) et par idéal correspondra à la solution décrite précédemment par l'équation (3.14) dont la partie non entière est approximée par 4 cellules entières pour faciliter les simulations.

3.4.1.1 Architecture parallèle par essieu

L'architecture parallèle est illustrée par la Figure 3.*30*. Le mode ferme de la suspension CRONE Hydractive est imposé et identique au mode ferme de la suspension hydractive de référence. Tout l'intérêt de la suspension CRONE hydractive réside dans son mode souple.

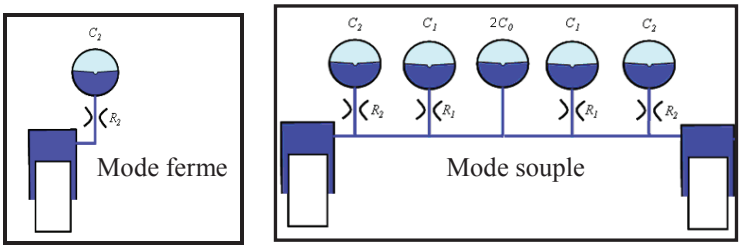


Figure 3.30 - Architecture parallèle par essieu de la suspension CRONE

L'expression du transfert Force/débattement (*Figure 3*.30) est donnée par :

$$D_{parallèle}(s) = \frac{S_v{}^2 s}{C_0 s + \dfrac{1}{R_1 + \dfrac{1}{C_1 s}} + \dfrac{1}{R_2 + \dfrac{1}{C_2 s}}}, \tag{3.17}$$

avec C_i les capacités des sphères et R_i les résistances hydrauliques repérées sur la *Figure 3.30.*

Cette architecture pose néanmoins un problème du fait de l'absence de résistance hydraulique dans la canalisation transversale. En effet, en roulis, elle présente le même avantage que la suspension hydractive de référence, et ce en raison d'une communication gauche-droite permettant de fortement diminuer la raideur anti-devers néanmoins la suspension de référence possède un amortisseur dans les canalisations gauche-droite permettant de tenir la roue (cf.Annexe02). Malheureusement, l'absence d'amortissement sur la canalisation transversale, pour cette architecture, induit une absence totale d'amortissement pour la roue ce qui implique un manque de tenue de roue qui, couplé au phénomène inertiel des canalisations, fait remonter énormément de vibrations dans la caisse.

3.4.1.2 Architecture parallèle par roue

Il est donc possible d'envisager une architecture différente, basée sur des cellules en parallèle, mais propre à chaque roue (*Figure 3.31*). Les résultats en pompage sont rigoureusement les mêmes que pour l'architecture précédente (le même transfert de suspension que pour la solution de la *Figure 3.30*). L'inconvénient de cette structure est que l'on a augmenté le nombre de sphères.

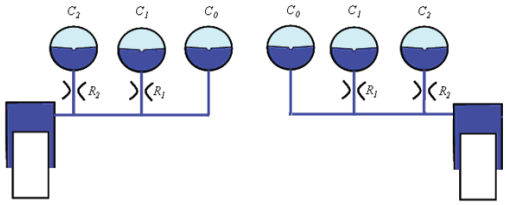


Figure 3.31 - Architecture parallèle de la suspension CRONE pour chaque roue

3.4.1.3 Architecture en gamma

L'architecture en gamma est illustrée par la *Figure 3.32*.

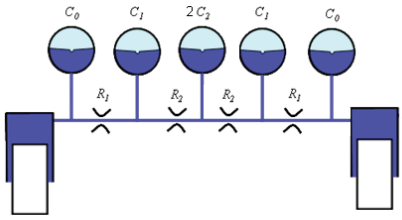


Figure 3.32 - Architecture en gamma de la suspension CRONE en mode souple

Le transfert Force/Débattement de la suspension pour l'architecture en gamma s'écrit :

$$D_{gamma}(s) = \frac{S_v^{\,2} s}{C_0\, s + \dfrac{1}{R_1 + \dfrac{1}{C_1\, s + \dfrac{1}{R_2 + \dfrac{1}{C_2 s}}}}}. \qquad (3.18)$$

L'inconvénient d'une telle structure vient du fait que pour passer en mode ferme il faut isoler une cellule composée d'une capacité C_i et d'une résistance hydraulique R_i. Il est donc nécessaire d'augmenter le nombre d'électrovannes tout ou rien.

3.4.2 Détermination des paramètres de la forme canonique de la réalisation $D_{tech}(s)$

La forme canonique du transfert Force/Débattement de suspension correspondant à 2 cellules RC et une cellule capacitive s'écrit :

$$D_{tech}(s) = D_0 \left(\frac{1+\frac{s}{\omega_{z1}}}{1+\frac{s}{\omega_{p1}}} \right) \left(\frac{1+\frac{s}{\omega_{z2}}}{1+\frac{s}{\omega_{p2}}} \right), \qquad (3.19)$$

où D_0 est le gain statique, ω_{z1}, ω_{p1}, ω_{z2} et ω_{p2} les fréquences transitionnelles des cellules à avance de phase.

Deux méthodes peuvent être utilisées pour identifier les paramètres de la forme canonique afin d'obtenir le transfert idéal défini dans le paragraphe précédent (*Figure 3.33*). La première méthode est une méthode faisant appel à la fonction fittage de courbe de la Toolbox CRONE. Le but est de placer manuellement les valeurs initiales des pôles et des zéros correspondant à la forme canonique. Puis de lancer une optimisation pour minimiser l'erreur entre la forme idéale et la forme réelle. La seconde méthode permet d'obtenir les paramètres de la forme canonique sans la Toolbox CRONE par une approche calculatoire décrite en ***Annexe 04***.

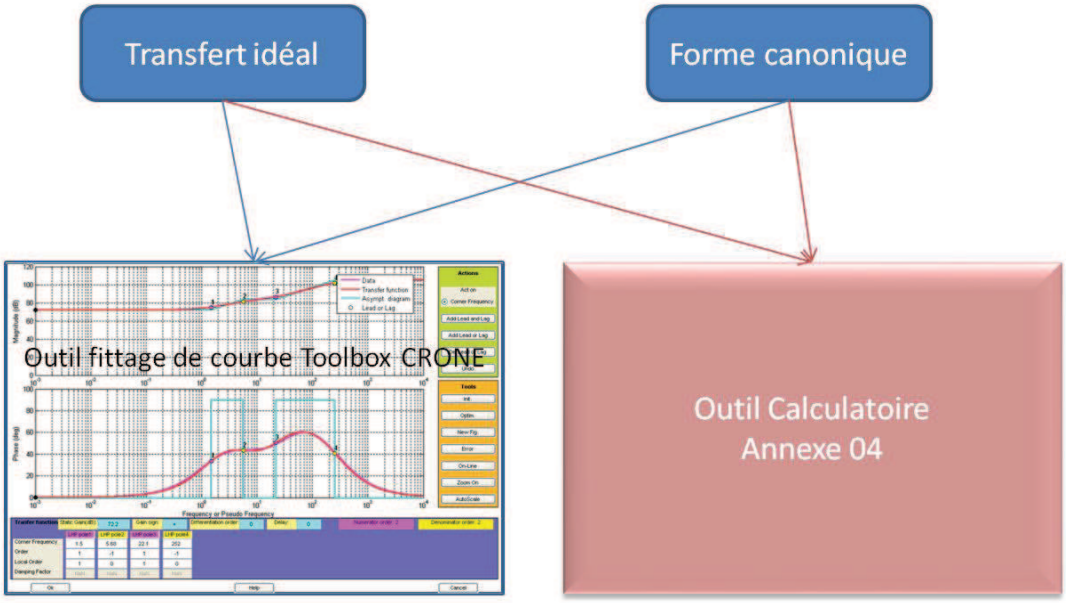


Figure 3.33 – Méthode d'estimation des paramètres de la forme canonique pour obtenir le transfert idéal de suspension CRONE

Les valeurs obtenues, sachant que ω_{z2} est fixée par le mode ferme, sont :

$$\begin{cases} D_0 = 72 \quad dB \\ \omega_{z1} = 1.5 \ \ rad/s \quad ; \\ \omega_{p1} = 5.68 \ \ rad/s; \\ \omega_{z2} = 22.1351 \ \ rad/s \quad \text{fixée} \quad ; \\ \omega_{p2} = 252 \ \ rad/s. \end{cases} \tag{3.20}$$

3.4.3 Paramètres technologiques pour une architecture en parallèle

Pour une telle architecture, la relation *(3.17)* peut être réduite et mise sous la forme :

$$D_{parallèle}(s) = \frac{S_v{}^2 (R_1C_1s+1)(R_2C_2s+1)}{C_0(R_1C_1s+1)(R_2C_2s+1) + C_1s(R_2C_2s+1) + C_2s(R_1C_1s+1)} \tag{3.21}$$

Les paramètres de la forme canonique $D_{tech}(s)$ (relation (3.19)) sont liés directement aux paramètres hydropneumatiques par les relations suivantes :

$$\begin{cases} D_0 = \dfrac{S_v^2}{C_0 + C_1 + C_2} \ , \ \text{où} \ S_v \ \text{section du vérin} \\ \omega_{z1} = \dfrac{1}{R_1C_1} \quad ; \quad \omega_{p1} = \alpha_1 \omega_{z1} \quad \text{avec} \ \alpha_1 > 1 \\ \omega_{z2} = \dfrac{1}{R_2C_2} = 22.1351 \ rad \quad ; \quad \omega_{p2} = \alpha_2 \omega_{z2} \ \ \text{avec} \ \alpha_2 > 1 \end{cases} , \tag{3.22}$$

ω_{z2} étant imposée par le mode ferme. Inversement, les paramètres hydropneumatiques sont donc liés aux paramètres de la forme canonique par :

$$\begin{cases} C_0 = \dfrac{S_v^2}{D_0} \dfrac{1}{\alpha_1} \dfrac{1}{\alpha_2} \\ C_1 = \dfrac{S_v^2}{D_0} \left(1 - \dfrac{1}{\alpha_1}\right) \left(\dfrac{1 - \omega_{z1}/\omega_{p2}}{1 - \omega_{z1}/\omega_{z2}}\right), \\ R_1 = \dfrac{1}{C_1 \omega_{z1}} \end{cases} \tag{3.23}$$

avec C_i proportionnelle à l'inverse d'une raideur (en N/m) et R_i proportionnelle à l'amortissement (en Ns/m).

L'application numérique des relations (3.23) et (3.22) pour les paramètres de la relation (3.20) conduit à :

$$\begin{cases} C_0 = 4.7347 * 10^{-13}\ m^5 / N \\ C_1 = 1.6017 * 10^{-11}\ m^5 / N \\ R_1 = 4.1623 * 10^{10}\ Ns / m^5 \\ C_2 = 3.7529 * 10^{-12}\ m^5 / N \\ R_2 = 1.2038 * 10^{10}\ Ns / m^5 \end{cases} . \tag{3.24}$$

Les paramètres technologiques sont ensuite déduits à l'aide des expressions suivantes :

$$P_i V_i = \frac{\gamma (M\ g)^2}{K_i} \quad , \quad \text{où} \quad K_i = \frac{S_v^{\ 2}}{C_i} \ , \tag{3.25}$$

$$b_i = R_i\ S_v^{\ 2} , \tag{3.26}$$

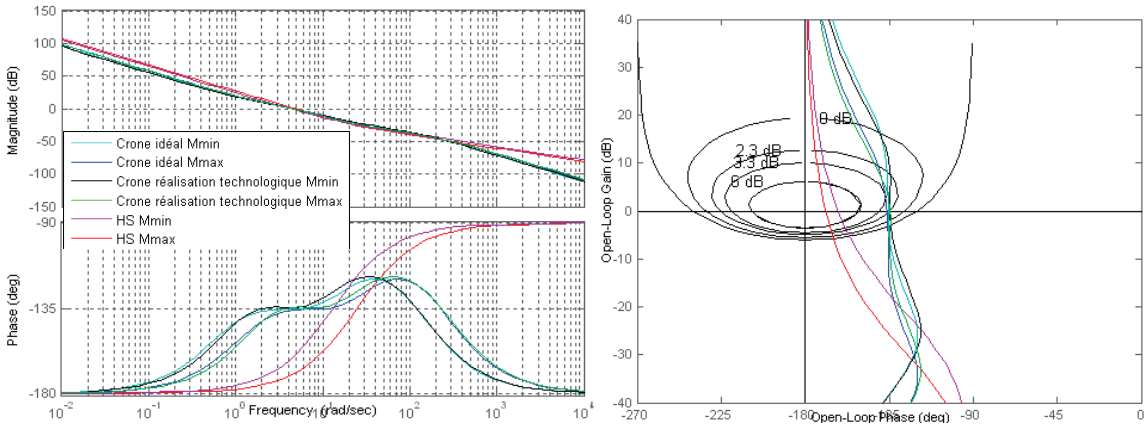
$$\begin{cases} P_0\ V_0 = 180.51\ Nm \\ P_1\ V_1 = 6858\ Nm \\ P_2\ V2 = 1540\ Nm \\ b_1 = 3011.1\ Ns / m \\ b_2 = 1000\ Ns / m \end{cases} , \tag{3.27}$$

avec S_v la section du vérin multipliée par la démultiplication des trains (chapitre 1).

Les paramètres technologiques des sphères sont définis par des équations à deux inconnues (P_i V_i). Il est important de noter que la pression de tarage P_i ne peut pas être inférieure à la pression statique, et ce afin d'assurer un bon fonctionnement de la sphère [Serrier 2008]. Un exemple de dimensionnement pourrait donc être :

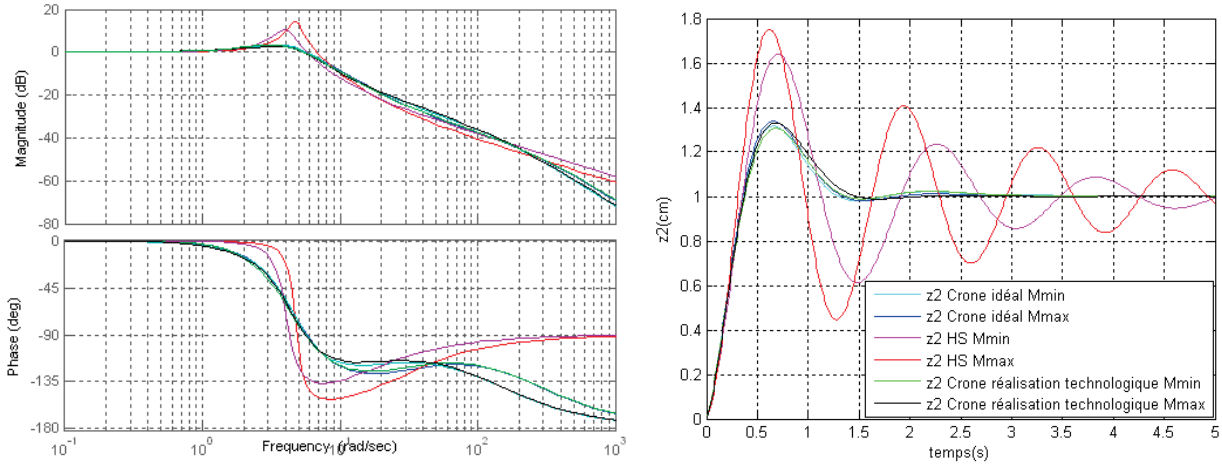
$$\begin{cases} P_0 = 36\ bar \quad \text{et} \quad V_0 = 50\ cm^3 \\ P_1 = 59.3\ bar \quad \text{et} \quad V_1 = 1155\ cm^3 \\ P_2 = 40\ bar \quad V_2 = 385\ cm^3 \\ b_1 = 3011.1\ Ns / m \\ b_2 = 1000\ Ns / m \end{cases} . \tag{3.28}$$

La réalisation en parallèle offre bien les mêmes résultats que la suspension idéale comme l'illustre la parfaite superposition des différentes réponses (*Figure 3.34* , *Figure 3.35* et *Figure 3.36*) obtenues avec la suspension CRONE idéale et la suspension CRONE technologique.



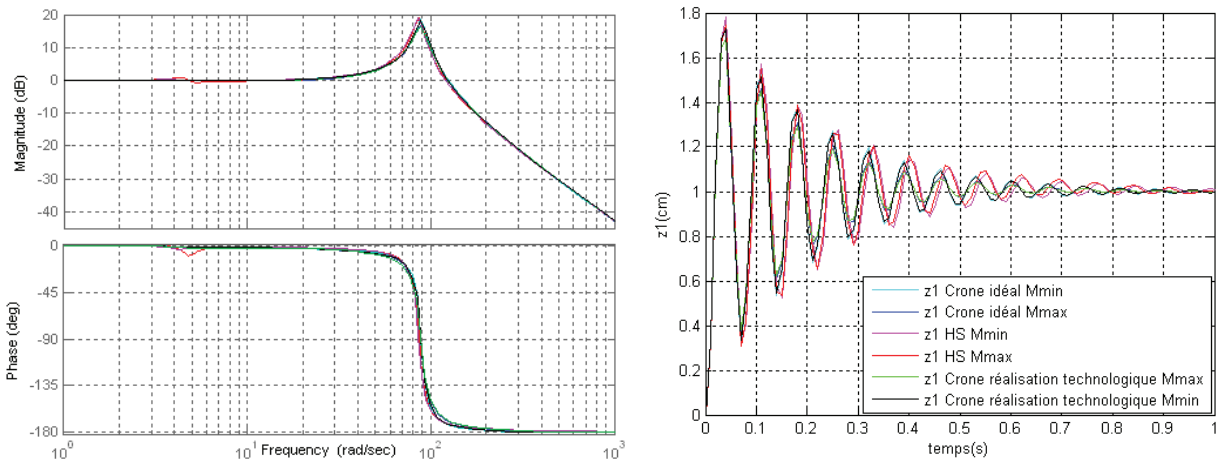
(a) *(b)*

Figure 3.34 - Diagrammes de Bode du transfert Effort/Débattement de suspension (a) et lieux de la boucle ouverte dans le plan de black-Nichols (b) de la suspension de référence (courbes rouge et magenta), de la suspension CRONE idéale (courbes bleu et cyan) et de la suspension CRONE technologique réalisée à l'aide d'une architecture en parallèle (courbes noire et verte) pour les cas de chargements extrémaux de la masse suspendue



(a) *(b)*

Figure 3.35 - Diagrammes de Bode du transfert Caisse/Roue (a) et réponses indicielles de la caisse (b) de la suspension de référence (courbes rouge et magenta), de la suspension CRONE idéale (courbes bleu et cyan) et de la suspension CRONE technologique réalisée à l'aide d'une architecture en parallèle (courbes noire et verte) pour les cas de chargements extrémaux de la masse suspendue



(a) *(b)*

Figure 3.36 - Diagrammes de Bode du transfert Roue/Route (a) et réponses indicielles de la roue (b) de la suspension de référence (courbes rouge et magenta), de la suspension CRONE idéale (courbes bleu et cyan) et de la suspension CRONE technologique réalisée à l'aide d'une architecture en parallèle (courbes noire et verte) pour les cas de chargements extrémaux de la masse suspendue

3.4.4 Paramètres technologiques pour une architecture en gamma

Pour une architecture en gamma, la relation (3.18) peut être réduite sous la forme :

$$D_{gamma}(s)=\frac{S_v{}^2\left(\left(R_1C_1s+1\right)\left(R_2C_2s+1\right)+R_1C_2s\right)}{C_0\left(R_1C_1s+1\right)\left(R_2C_2s+1\right)+R_1C_2C_0s+\left(R_2C_2s+1\right)C_1+C_2} \tag{3.29}$$

A partir des explications données dans le chapitre 2 et à l'aide d'outils de calcul formel, il est possible de déduire des paramètres de haut niveaux les paramètres hydropneumatiques et technologiques de la suspension CRONE pour une telle architecture, soit :

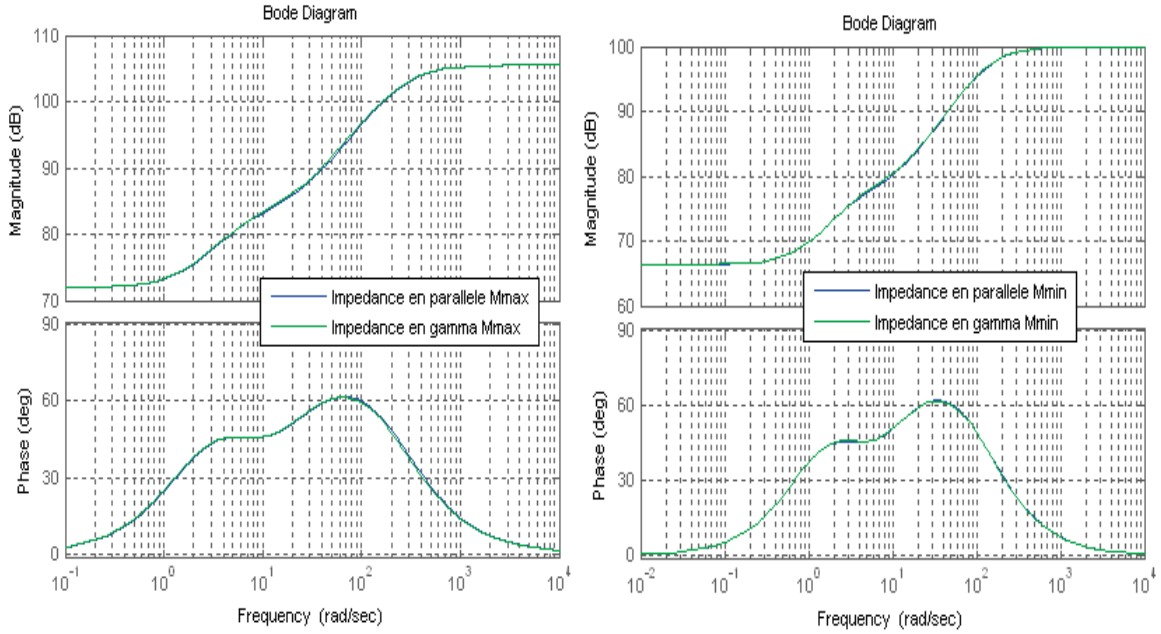
$$\begin{cases} C_0 = 4.67*10^{-13}\ m^5/N, \\ C_1 = 6.83*10^{-12}\ m^5/N, \\ C_2 = 1.48*10^{-11}\ m^5/N, \\ R_1 = 8.63*10^{9}\ Ns/m^5, \\ R_2 = 3.13*10^{10}\ Ns/m^5, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_{00}\,V_{00} = 191.63\ Nm, \\ P_{01}\,V_{01} = 2802.7\ Nm, \\ P_{02}\,V_{02} = 6073.2\ Nm, \\ b_1 = 717\ Ns/m, \\ b_2 = 2600\ Ns/m \end{cases} \tag{3.30}$$

dont un exemple de dimensionnement pourrait être :

$$\begin{cases} P_0 = 38\ bar \quad \text{et} \quad V_0 = 50\ cm^3 \\ P_1 = 56\ bar \quad \text{et} \quad V_1 = 500\ cm^3 \\ P_2 = 79\ bar \quad \text{et} \quad V_2 = 770\ cm^3 \\ b_1 = 717\ Ns/m \\ b_2 = 2600\ Ns/m \end{cases} . \tag{3.31}$$

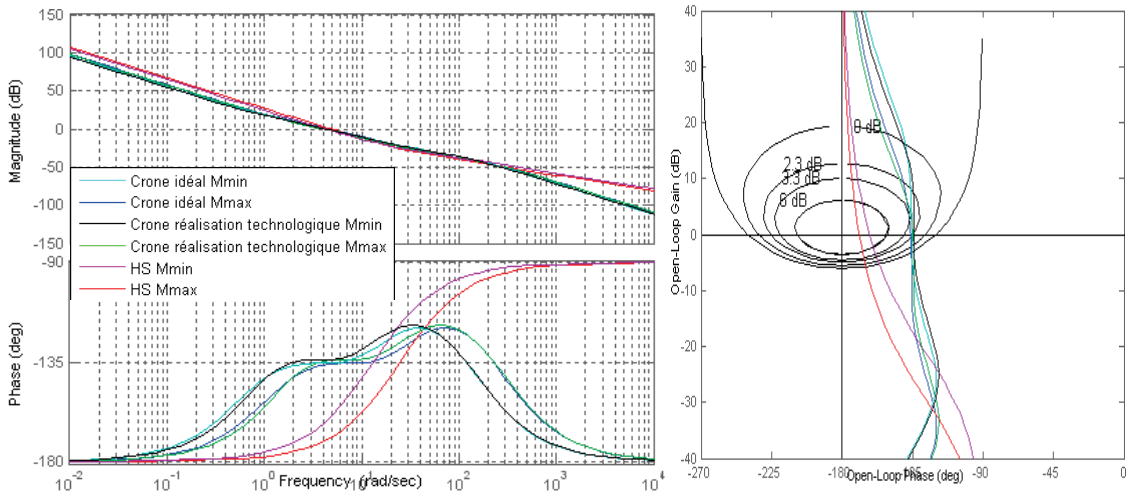
La réponse fréquentielle du transfert Force/débattement de la suspension en gamma ainsi obtenue en mode souple est présentée sur la *Figure 3.37*. Elle est rigoureusement la même que celle de la structure en parallèle ce qui est cohérent avec la méthode de dimensionnement utilisée. Elle vérifie bien le blocage de phase autour du mode de caisse avec une avance de phase suffisante pour le mode de roue. Par conséquent, la réalisation technologique en gamma a les mêmes performances que la suspension en parallèle et que la suspension idéale. Comme pour la réalisation en parallèle, les résultats de la suspension en gamma sont présentés sur les *Figure 3.38*, *Figure 3.39* et *Figure 3.40* à titre indicatif.

Néanmoins, pour assurer un dimensionnement en mode souple rigoureusement identique à la suspension idéale, il apparait qu'il n'est pas possible d'obtenir un mode ferme équivalent à la suspension série. Par conséquent pour cette architecture le mode ferme est réalisé par la cellule R_1C_1. En effet, elle représente la cellule la plus amortie et la plus raide.



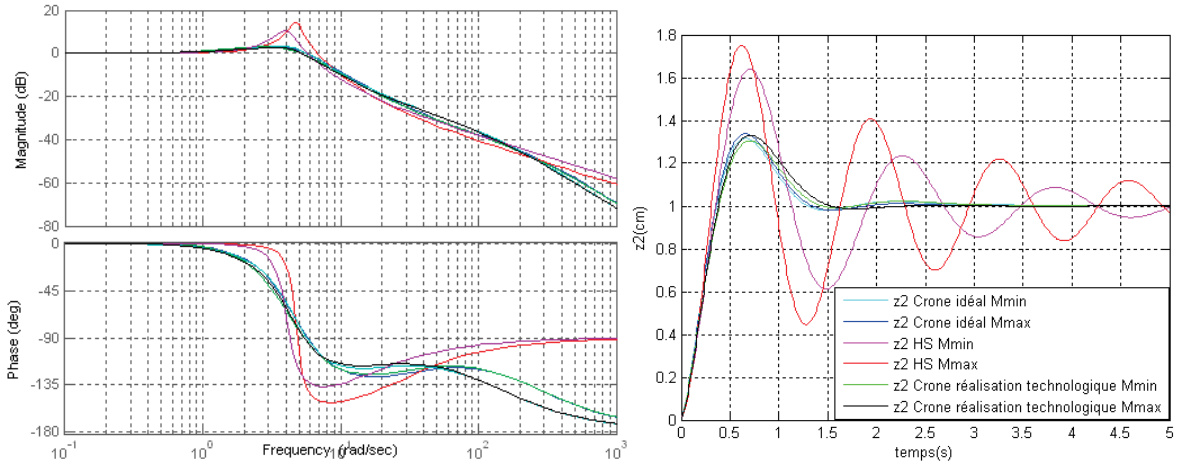
(a) *(b)*

Figure 3.37 – Diagrammes de Bode du transfert Force/Débattement obtenus pour les deux architectures en parallèle (en bleu) et en gamma (en vert) avec la masse maximale (a) et la masse minimale (b)



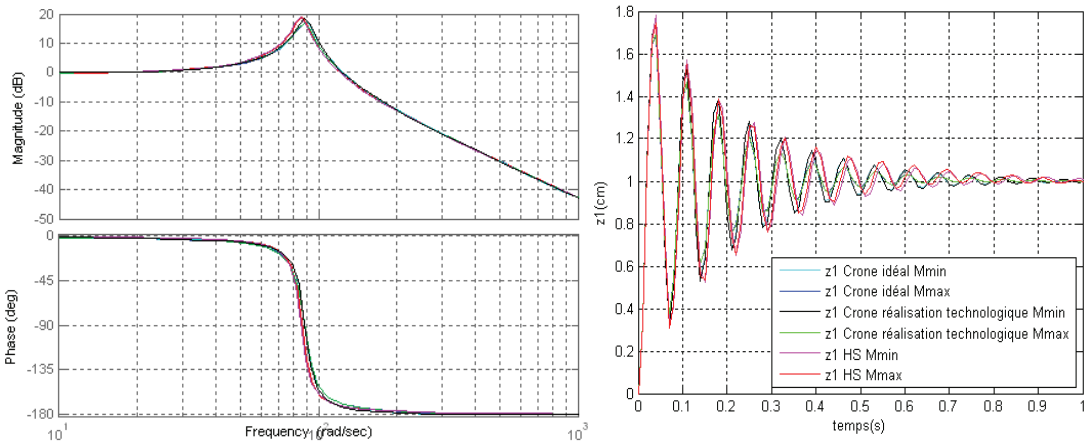
(b) (b)

Figure 3.38 - Diagrammes de Bode du transfert Effort/Débattement de suspension (a) et des lieux de la boucle ouverte dans le plan de black-Nichols (b) de la suspension de référence (courbes rouge et magenta), de la suspension CRONE idéale (courbes bleu et cyan) et de la suspension CRONE technologique réalisée à l'aide d'une architecture en gamma (courbes noire et verte) pour les cas de chargements extrémaux de la masse suspendue



(a) (b)

Figure 3.39 - Diagrammes de Bode du transfert Caisse/Roue (a) et réponse indicielle de la caisse (b) de la suspension de référence (courbes rouge et magenta) et de la suspension CRONE idéale (courbes bleu et cyan) et la suspension CRONE technologique réalisée à l'aide d'une architecture en gamma (courbes noire et verte) pour les cas de chargements extrémaux de la masse suspendue.



(a) (b)

Figure 3.40 - Diagrammes de Bode du transfert Roue/Route (a) et réponse indicielle de la roue (b) de la suspension de référence (courbes rouge et magenta) de la suspension CRONE idéale (courbe bleu et cyan) et de la suspension CRONE technologique en gamma (courbe noire et verte) pour les cas de chargements extrémaux de la masse suspendue

Remarque

Le mode ferme de la suspension en gamma est très différent de celui de la suspension série et offre plusieurs possibilités pour sa réalisation. Les différents résultats sont présentés dans l'annexe 07.

3.4.5 Difficultés de réalisation

Le transfert de la suspension étant réalisé à l'aide d'une architecture parallèle (*Figure 3.31*), et ce pour les raisons expliquées précédemment, il est nécessaire d'obtenir des organes dont les caractéristiques sont conformes aux valeurs de la relation (3.28).

Une première difficulté vient du fait que Citroën ne fabrique que des sphères de 385 cm^3. Or dans le dimensionnement de la suspension CRONE, une sphère de 50 cm^3 et de 1155 cm^3 sont nécessaires. La sphère de 50cm^3 a été achetée chez le fournisseur Olaer après consultation de plusieurs fabricants sur le marché. La sphère de volume 1155 cm^3 est remplacée par 3 sphères en parallèle de 385cm^3 impliquant donc 5 sphères par quart de véhicules pour assurer le besoin fonctionnel de 3 sphères. La mise en oeuvre de ces trois sphères en parallèle a été facilitée par l'utilisation d'une pièce série, sur laquelle habituellement 2 sphères peuvent être vissées et qui par une adaptation ingénieuse peut recevoir une troisième sphère (*Figure 3.41*).

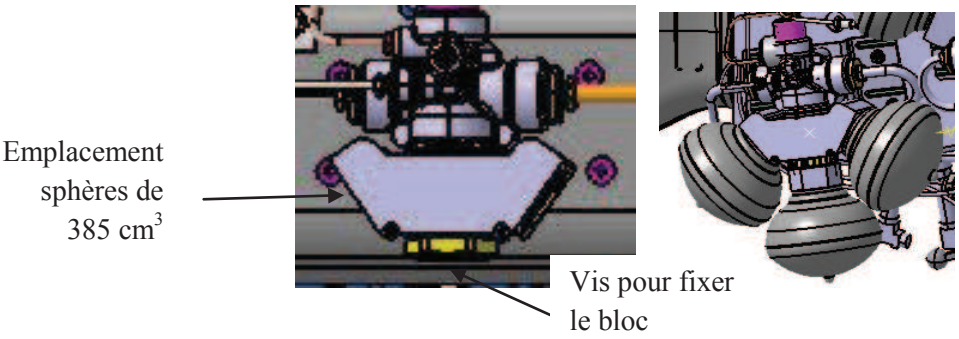


Figure 3.41 – Solution organique pour créer la capacité C_1 présente dans la réalisation en parallèle de la suspension CRONE

Le fait de réutiliser des pièces existantes pour limiter les coûts ne permet pas d'envisager l'architecture de la *Figure 3.42*. En effet, cette architecture aurait nécessité des adaptations de pièces, notamment le triangle en aluminium sur le régulateur (*Figure 3.41*), qui aurait été bien trop couteuse et qui aurait impliqué un changement de régulateur (vissé sur la traverse) à chaque retour en architecture série.

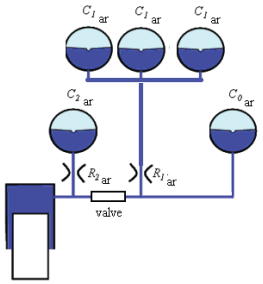


Figure 3.42 – Architecture de la suspension CRONE parallèle avec la sphère C_1 faite par trois sphères de 385 cm^3.

La réalisation de la capacité C_1 par 3 sphères C_{1ar}, couplée à la mise en œuvre des amortisseurs dans la tête de la sphère, implique que la résistance R_1 doit être réalisée à l'aide de trois résistances R_{1ar} de valeurs trois fois plus importantes que R_1, une par sphère (*Figure 3.43*). En effet, les trois résistances hydrauliques étant en parallèle, la somme de leurs inverses est équivalente à l'inverse de la résistance R_1. Par conséquent l'amortisseur en entrée de chacune des sphères est donc égal à 9033 Ns/m.

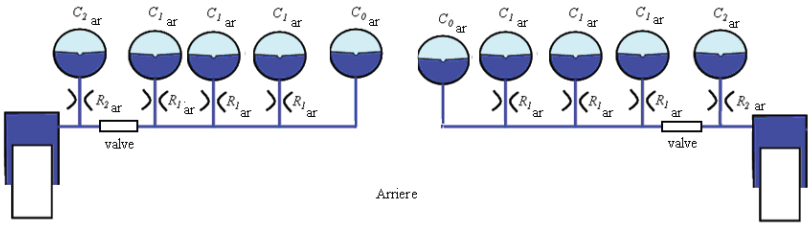


Figure 3.43 – Adaptation de l'architecture parallèle suite aux contraintes organiques

Une fois la valeur du frottement retirée à la valeur 9033Ns/m (cf. chapitre 1), la courbe pression/débit de l'amortisseur R_{1ar} en entrée de sphères C_{1ar} est isolée. Cette courbe, comparée à des lois pression/débit d'amortisseur de série, montre la spécificité d'un tel dimensionnement (*Figure 3.44*). C'est pourquoi il est nécessaire d'étudier la composition de cette organe.

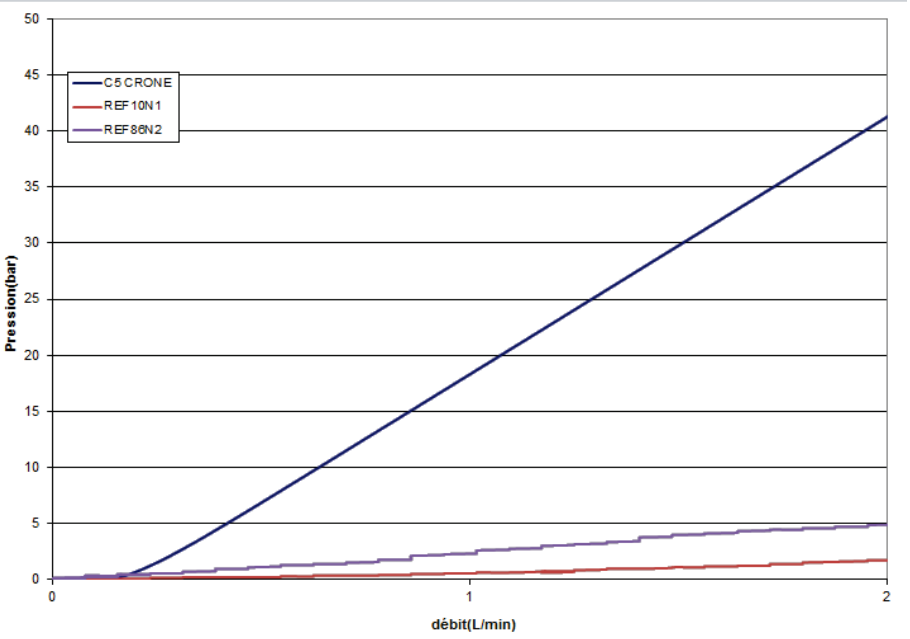


Figure 3.44 – Loi Pression/Débit pour l'amortisseur R_{1ar} de la Citroën C5 CRONE et pour des dimensionnements classiques de suspension série (REF 10N1 et REF 86N6)

L'amortisseur est constitué d'un empilement de clapets de différentes épaisseurs, faisant ainsi varier leur raideur et donc leur déformation en fonction de la perte de charge résultante. Sur l'axe de l'amortisseur, il est possible de dimensionner le trou de fuite conditionnant ainsi le pied de courbe (autour des faibles débits) de la loi Pression/Débit (partie parabolique de la loi). Il n'existe que 3 types de clapets différents : A, B, C. 1 clapet B (1B) équivaut à 2 clapets A (2A) et 1clapet C (1C) à 2 clapets B (2B) en terme d'épaisseur et donc de raideur. La hauteur d'empilement est limitée à 5 voir 6 clapets C en attaque et en détente, et ce afin d'assurer une bonne étanchéité à l'aide du rivet utilisé pour maintenir l'empilement. Un outil d'aide à l'analyse et à la conception a été réalisé. Cet outil ainsi que les validations associées à partir de mesures expérimentales sont décrits dans l'Annexe 05.

Pour trouver l'amortisseur optimal, des simulations détaillées avec les paramètres décrits par la relation (3.28) sont réalisées, permettant ainsi d'identifier la zone de fonctionnement de l'amortisseur en fonction de la sollicitation. Aux basses fréquences, l'amortisseur ne travaille que jusqu'à 0.6 L/min (rectangle rose sur la *Figure 3.45*) et aux hautes fréquences jusqu'à 1.6 L/min (rectangle vert sur la *Figure 3.45*). Après plusieurs itérations, une solution consistant à utiliser uniquement un trou de fuite de 0.6 mm est retenue (courbe cyan sur la *Figure 3.45*). Les clapets « cassent » la loi trop rapidement malgré le fait d'utiliser le nombre maximum des clapets les plus raides comme le montre les résultats présentés sur la *Figure 3.45*.

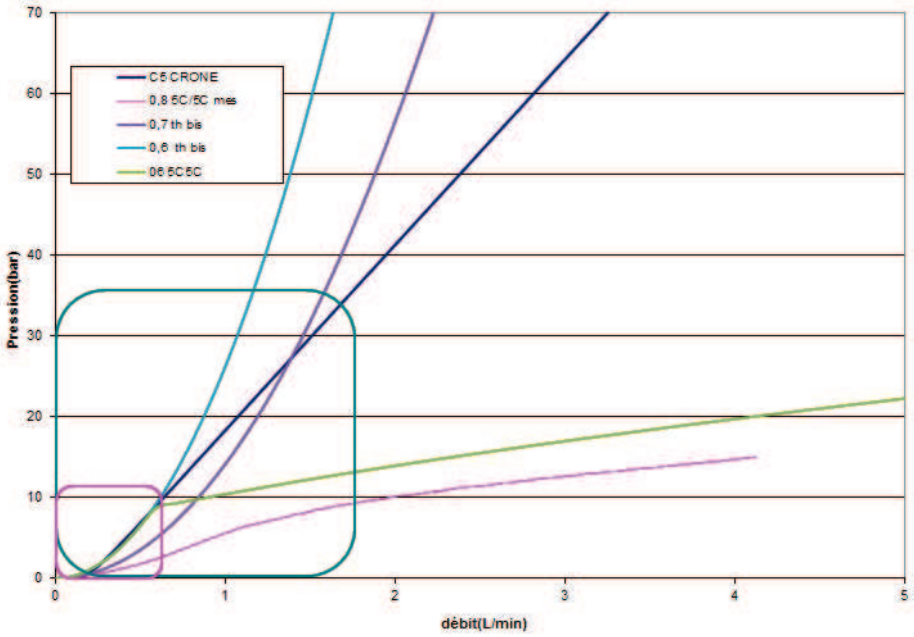
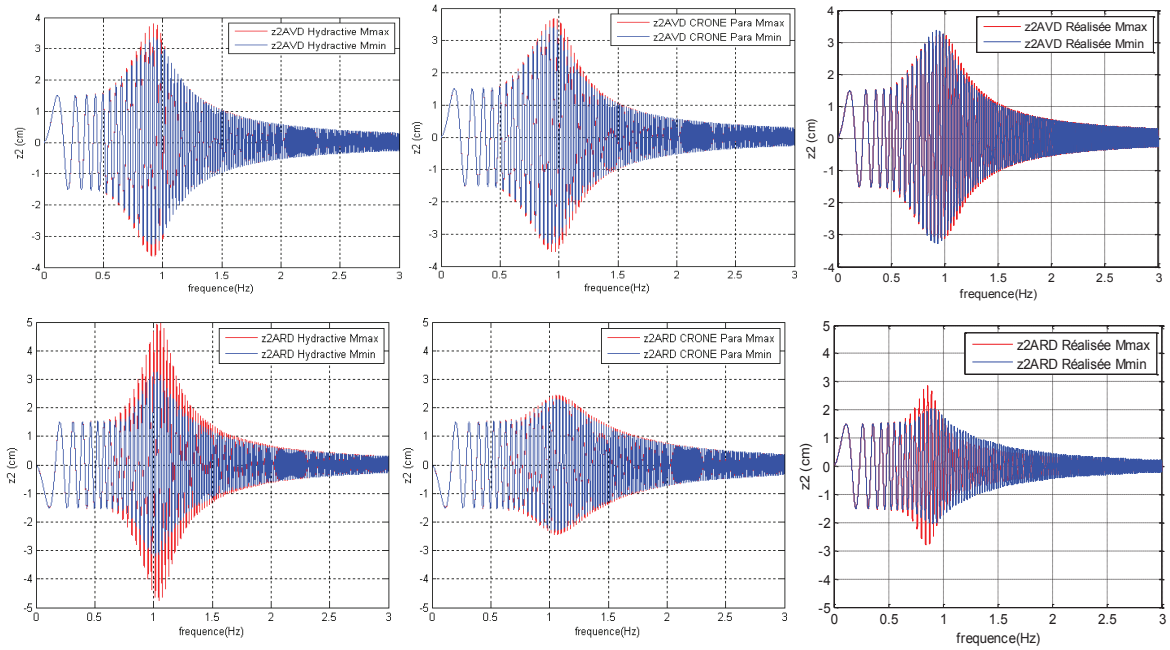


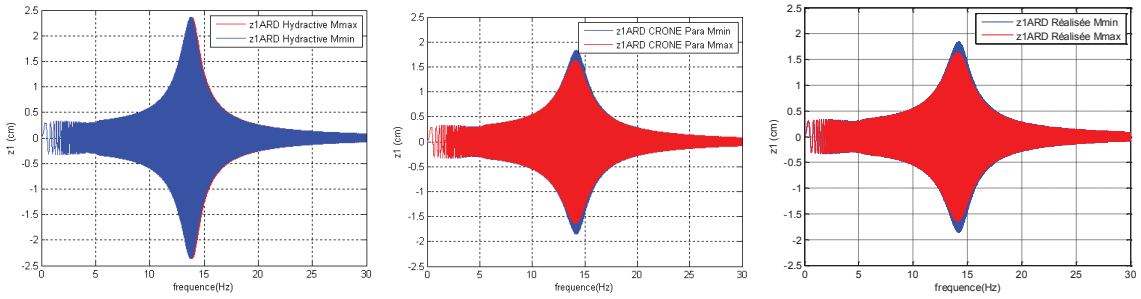
Figure 3.45 – Loi Pression/Débit pour l'amortisseur R_{1ar} (Citroën C5 CRONE) et pour les différents dimensionnements envisagés

L'organe retenu (courbe cyan sur la *Figure 3.45*) ne correspond pas parfaitement au dimensionnement initial désiré. Par conséquent, pour quantifier l'impact d'une telle différence, un modèle de véhicule complet à 7 degrés de libertés avec une modélisation complète des canalisations, avec l'intégration du frottement sec de suspension, avec les raideurs parasites, avec les butées… est utilisé. Les résultats pour la suspension CRONE issu du dimensionnement théorique et pour la suspension réalisée sont présentés sur les *Figure 3.46* et *Figure 3. 47*.



(a) *(b)* *(c)*

Figure 3.46 - Réponses en simulation de la caisse pour une sollicitation sinusoïdale de fréquence comprise entre 0.1 et 5Hz d'amplitude 15mm pour la suspension hydractive de référence (a) pour la suspension CRONE réelle (b) et pour la suspension implantée (c)



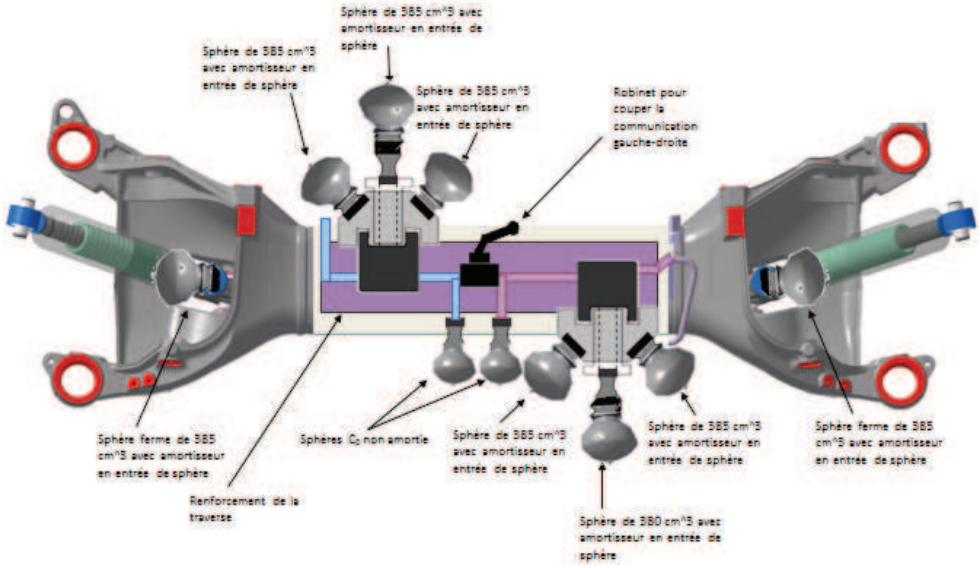
(a) *(b)* *(c)*

Figure 3. 47 - Réponses en simulation de la roue pour une sollicitation sinusoïdale sur le train arrière de fréquence comprise entre 0.1 et 30Hz d'amplitude 3mm pour la suspension hydractive de référence (a) pour la suspension CRONE (b) et pour la suspension réalisée (c) pour les 2 cas de charge extrêmes

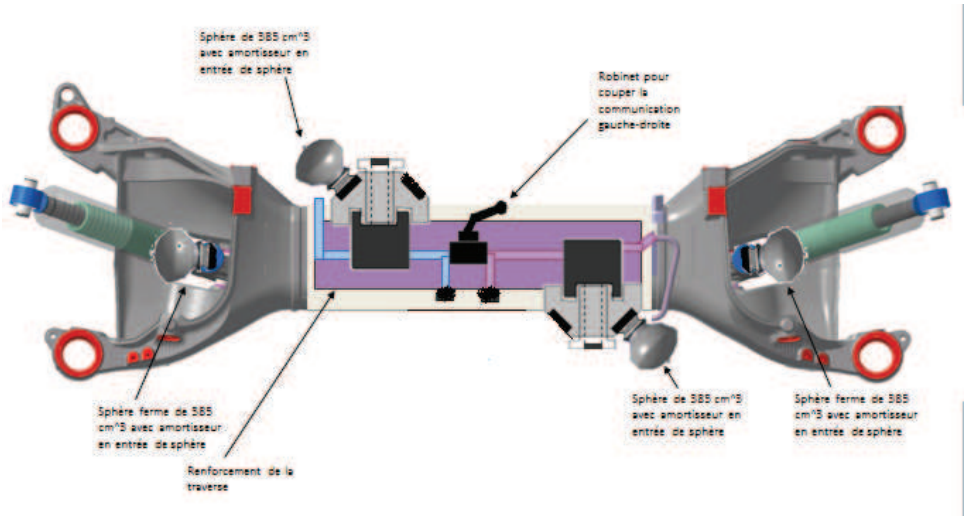
A l'issue de ces simulations, comparativement à la référence, il apparaît que la suspension réalisée permet d'assurer une meilleure tenue de caisse et tenue de roue tout en limitant le filtrage et ce conformément à la démarche de conception. Malheureusement, la robustesse de la tenue de caisse vis-à-vis des variations de la masse suspendue n'est pas parfaitement assurée avec la suspension ainsi réalisée (contrairement à la suspension CRONE). Néanmoins, la sensibilité de la tenue de caisse de l'essieu arrière vis-à-vis des variations de la masse suspendue est nettement diminuée par rapport à la suspension de référence. De plus,

les résultats de simulation montrent que la tenue de roue est, quant à elle, plus sensible aux variations de masse avec la suspension ainsi réalisée qu'en suspension de référence. Ces résultats sont cohérents avec ceux obtenus par simulation linéaire sur des modèles d'un quart de véhicule

A défaut de pouvoir obtenir exactement le dimensionnement voulu pour la suspension CRONE, une réalisation est quand même engagée (*Figure 3. 48*.a) permettant un retour facile et rapide à une mise en oeuvre série (*Figure 3. 48*.b).



(a)



(b)

Figure 3. 48 – Mise en oeuvre des organes de suspension sur le train arrière de la Citroën C5 Hydractive pour la suspension réalisée (a) et pour la suspension série (b)

3.4.6 Conclusion : le passage d'un transfert idéal à une réalisation technologique impose le choix d'une architecture de suspension

Réaliser une suspension sur un véhicule suppose de faire des choix pour prendre en compte les contraintes industrielles (mise en oeuvre, coût, faisabilité,…). Pour la suspension CRONE, une architecture parallèle est retenue composée de 2 cellules RC et d'une cellule uniquement capacitive. Ce choix est motivé par des raisons de facilité de mise en oeuvre, de simplicité des modifications et de représentativité en termes de nombre de composants.

Suite à ces choix, la méthodologie peut être déroulée (*Figure 3.49*). En effet, le nombre de composants fixe la forme canonique du transfert de suspension (transfert réel). Les paramètres de ce transfert sont ensuite obtenus par un fittage de courbe entre le transfert idéal décrit dans le paragraphe 3.3 et le transfert réel. En effet, l'outil décrit au paragraphe 3.3 utilise la toolbox CRONE qui demande à l'utilisateur le nombre de cellules RC souhaité. Ce dernier n'a donc plus qu'à placer les pôles et les zéros disponibles, puis à lancer l'optimisation.

Puis, grâce au choix de l'architecture de la suspension réelle, les paramètres physiques sont calculés. Enfin, à partir des données véhicule telle que la masse et la section du vérin de suspension, il est possible d'en déduire les paramètres technologiques.

En fonction de la valeur des paramètres technologiques, un organe peut être directement associé. Dans le cas contraire, deux solutions s'offre au concepteur. La première solution consiste à travailler sur un nouvel organe de manière à créer l'organe adapté au besoin. Cette solution demande beaucoup de temps, de moyens, des connaissances organiques importantes et un développement complet pour l'industrialisation de ces composants. Une alternative utilise les organes existants pour s'approcher au mieux du besoin. C'est cette option que nous avons mis en place pour la suspension CRONE en réutilisant les organes Citroën. Pour la réalisation organique des raideurs hydropneumatiques, des solutions ont été rapidement trouvées, mais pour les résistances hydrauliques, il a été nécessaire de développer un outil dédié. Une perspective pour démocratiser encore un peu plus le dimensionnement des suspensions, et plus particulièrement les suspensions hydropneumatiques, serait à partir du coefficient d'amortissement visqueux technologique de descendre aux nombres de clapets et à la valeur du trou de fuite de l'organe amortisseur. L'outil utilisé dans cette thèse, présenté en Annexe 05, doit donc être transcrit dans Matlab afin de proposer un seul outil pour tout le dimensionnement de la suspension.

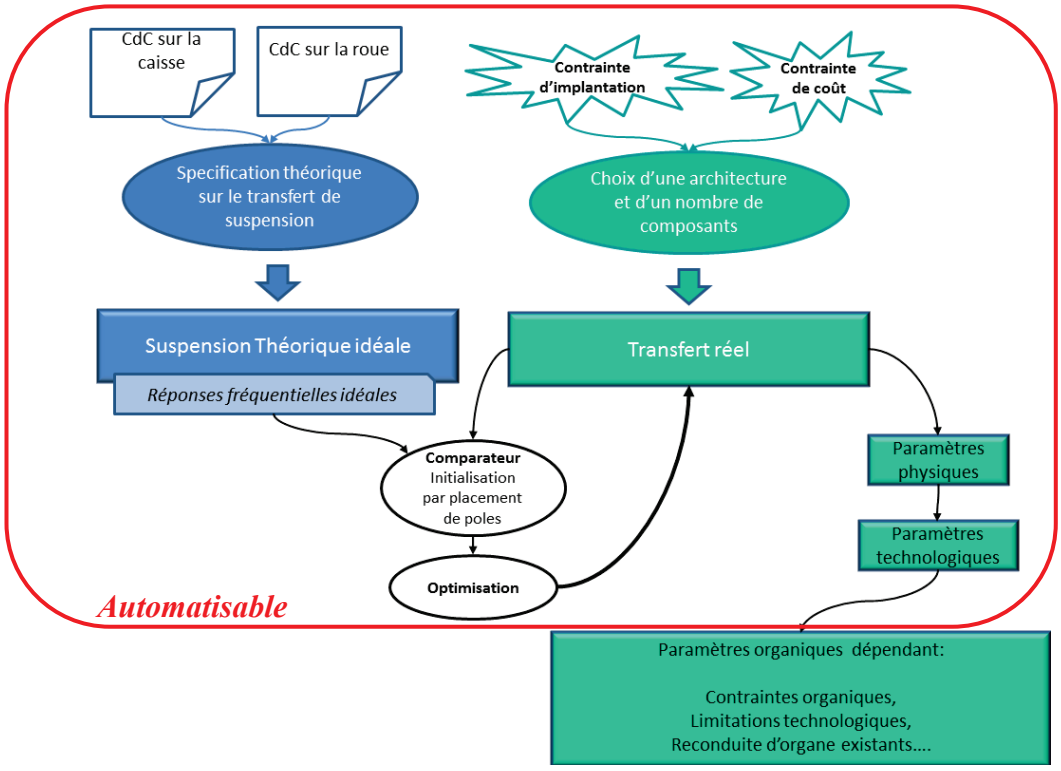


Figure 3.49 – Méthodologie complète de dimensionnement d'une suspension

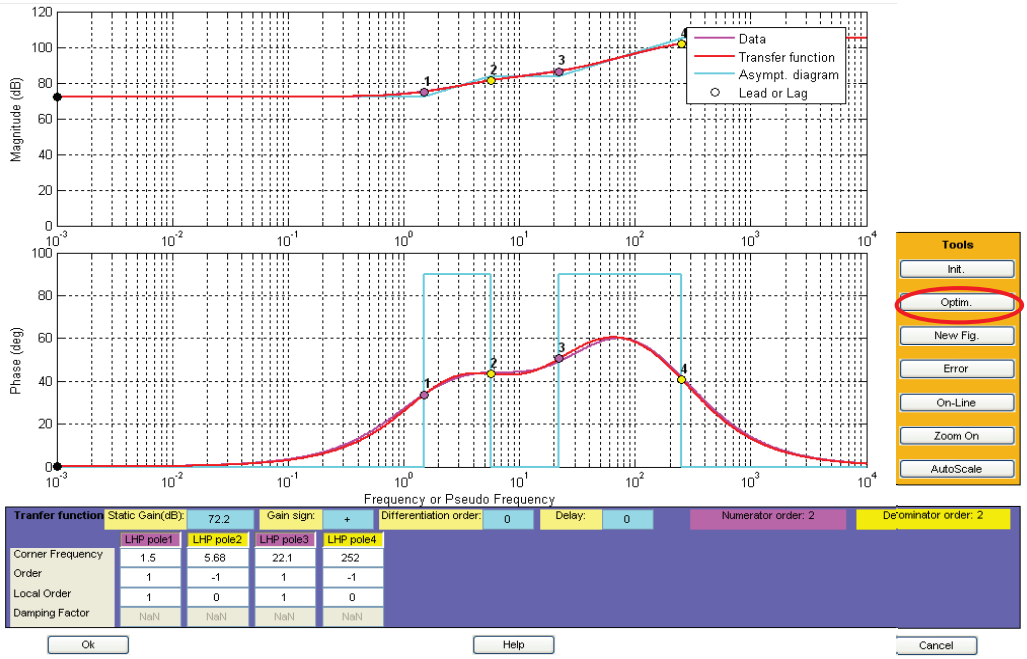


Figure 3.50 – Page de définition du cahier des charges pour l'outil de dimensionnement

3.5 RESULTATS OBTENUS EXPERIMENTALEMENT

3.5.1 Introduction : contexte de travail

L'objectif des essais sur banc est de confronter les résultats expérimentaux avec les résultats de simulation numérique et ce afin de définitivement valider l'approche CRONE.

Pour ce faire, un véhicule équipé d'une suspension hydractive a été mis à disposition où seule la suspension arrière a été modifiée de manière à pouvoir monter, facilement, une suspension série ou la suspension réalisée.

Des moyens humains et matériels importants ont été mobilisés pour aider à la réalisation de ce travail. Les compétences du service du ***bureau d'étude*** ont notamment permis de dessiner les pièces prototypes d'adaptation à mettre en œuvre pour faciliter la mise en oeuvre de la suspension, le service ***maquettage et tôlerie*** a permis leur réalisation, le service ***mécanique*** a permis leur montage sur le véhicule. Enfin, le service ***moyens de mesure*** a mis à disposition les moyens d'essai et le temps pour l'exploitation du véhicule. Au total, plus d'une dizaine de personnes a participé de près ou de loin à la réalisation de ce véhicule. Le principal outil d'analyse est un banc, appelé banc 4vérins, composé de 4 vérins hydrauliques indépendants, posés sur une masse sismique découplée du sol par un système de coussins d'air. Chaque vérin, un par roue, est piloté individuellement. Les vérins sont mobiles dans le plan horizontal afin de régler la voie (par essieu) et l'empattement. La procédure chez PSA pour les mesures au banc 4 vérins consiste en 2 types de test principaux :

- les mesures basses fréquences d'amplitude 15mm et de fréquences balayées entre 0.5Hz et 5Hz :
    - sollicitation en phase sur les 4 roues pour le pompage ;
    - sollicitation en opposition de phase avant/arrière pour le tangage ;
    - sollicitation en opposition de phase gauche/droite pour le roulis.

  Pour ces mesures, des accéléromètres sont placés en bordure des ailes (*Figure 3.51*) et sur un plateau de vérin pour servir de référence. A partir de ces mesures, le gain du transfert Accélération caisse/Accélération sol est calculé permettant ainsi de quantifier la tenue de caisse par le facteur de résonance, ainsi que l'efficacité de l'isolation vibratoire aux basses fréquences à travers le filtrage.

- les mesures hautes fréquences d'amplitude 1 ou 2mm et de fréquences balayées entre 0.5 et 40Hz :
    - sollicitation sur un train uniquement en phase ;
    - sollicitation sur un train uniquement en opposition de phase.

Pour ces mesures, des accéléromètres sont placés sur le centre roue et sur un plateau de vérin pour servir de références (*Figure 3.51*). A partir de ces mesures, le gain du transfert Roue/Route est calculé permettant ainsi de quantifier la tenue de roue à travers le facteur de résonance.

D'autres accéléromètres sont placés sur les points confort de la caisse (points où les passagers sont assis) pour évaluer le filtrage des moyennes et hautes fréquences.

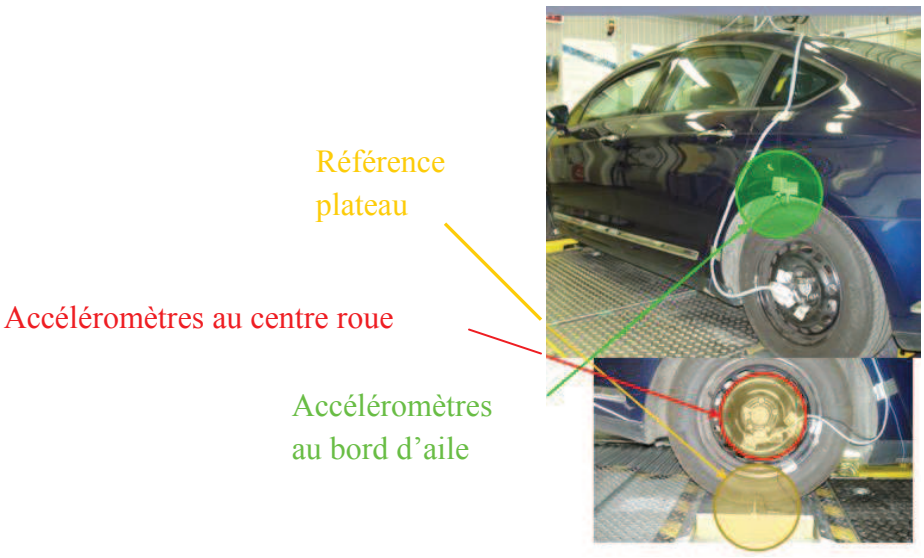


Figure 3.51 – Illustration du placement des capteurs pour les mesures banc 4 vérins

3.5.2 Tenue de caisse et filtrage aux basses fréquences

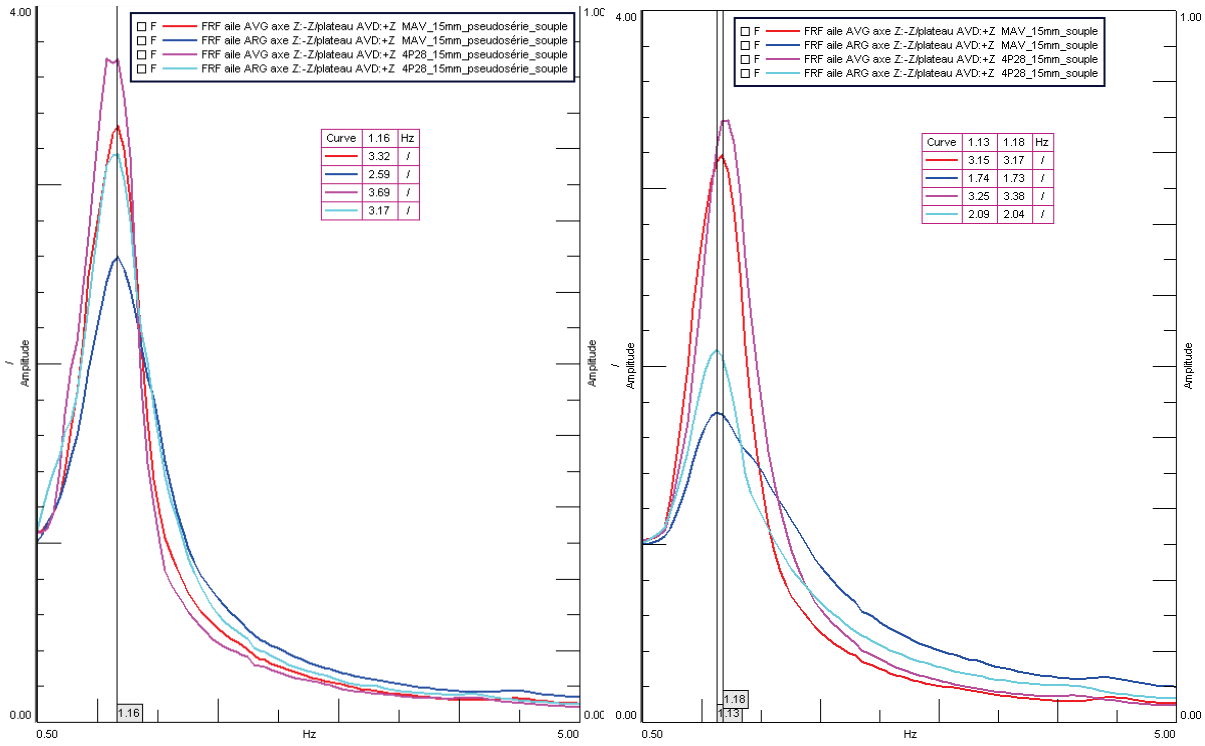
3.5.2.1 Tenue de caisse et robustesse

Les résultats obtenus sur le modèle du véhicule complet non linéaire confirment les conclusions issues du modèle quart de véhicule linéaire, à savoir une meilleure tenue de caisse pour la suspension réalisée comparativement à la suspension série. Les résultats numériques obtenus à partir du dimensionnement réel sont pour le pompage présenté sur la *Figure 3.46* du paragraphe 3.4.5.

Les résultats expérimentaux (*Figure 3.53*) montrent que la suspension réalisée uniquement sur l'essieu arrière d'un véhicule permet de diminuer le facteur de résonance à l'arrière par rapport à une suspension série : 38% de diminution pour le cas le plus défavorable. De plus, en n'agissant que sur l'arrière du véhicule, le dimensionnement réalisé permet également de diminuer le facteur de résonance sur l'essieu avant : 8% de diminution. Ces résultats permettent de corréler qualitativement ceux obtenus avec les modèles du quart de véhicule et avec le modèle complet.

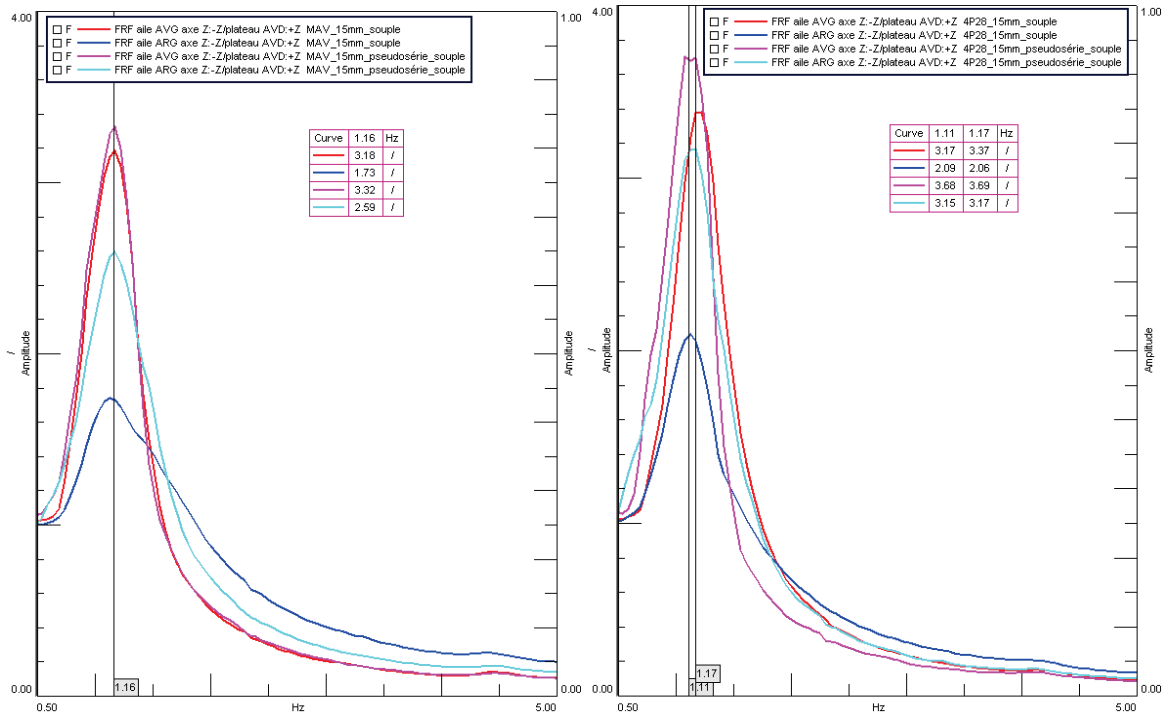
Les résultats expérimentaux (*Figure 3.52*) confirment l'absence de robustesse du facteur de résonance vis-à-vis des variations de la masse suspendue conformément aux remarques du paragraphe 1.4.5. Malgré tout, la suspension réalisée diminue notablement le facteur de résonance quel que soit le cas de charge. En effet, la variation du facteur de résonance sur le

train arrière est de 12% pour les deux cas de charge extremum contre 23% pour le véhicule série. De plus, la variation du facteur de résonance avant n'est plus que de 5% avec la suspension réalisée contre 12% pour un véhicule série. L'ensemble des résultats obtenus sont résumés dans le
Tableau 3.*6*.



(a) *(b)*

Figure 3.52 – Diagrammes de gain en échelle linéaire du transfert Caisse/Roue AVG (courbes rouge et magenta) et ARG (courbe bleu et cyan) du véhicule C5 hydractive équipé en mode souple, pour une sollicitation sinusoïdale de fréquence comprise entre 0.1 et 5Hz, et d'amplitude 15mm pour la suspension hydractive (notée pseudo série) (a), la suspension CRONE réalisée (b) et pour deux cas de charges : à vide (courbes rouge et bleu) et à 4P28 (courbes magenta et cyan).



(a) *(b)*

Figure 3.53 – Diagrammes de gain en échelle linéaire du transfert Caisse/Roue AVG (courbes rouge et magenta) et ARG (courbe bleu et cyan) du véhicule C5 hydractive équipé de la suspension CRONE réalisée en mode souple (courbes bleu et rouge) et de la même C5 équipée de la suspension Hydractive (notée pseudo série courbe magenta et cyan) pour une sollicitation sinusoïdale de fréquence comprise entre 0.1 et 5Hz et d'amplitude 15mm, pour le cas de charge à vide (a) et 4P28 (b).

		Avant Gauche (AVG)		Avant droit (AVD)		Arrière Gauche (ARG)		Arrière Droit (ARD)	
		f_r	Q	f_r	Q	f_r	Q	f_r	Q
Série	MAV	1.15	3.31	1.15	3.39	1.15	2.59	1.15	2.62
	4P28	1.13	3.68	1.13	3.80	1.13	3.16	1.13	3.23
CRONE	MAV	1.17	3.18	1.17	3.25	1.12	1.74	1.12	1.77
	4P28	1.19	3.38	1.19	3.40	1.12	2.01	1.12	2.00

Tableau 3.6 - Récapitulatif des résultats expérimentaux d'une voiture C5 hydractive CRONE en matière de fréquence de résonance (en Hz) et de facteur de résonance obtenus sur banc 4 vérins pour le transfert Caisse/Roue avec une sollicitation type sinus balayé entre 0.1 et 5Hz à une amplitude de 15mm

3.5.2.2 Filtrage basses fréquences : les tressautements

Pour comparer le filtrage de 2 suspensions le critère de démérite BF présenté dans le chapitre 1 est utilisé. Il correspond à l'intégrale du gain du transfert Caisse/Route entre 0 et 5Hz pondéré par le filtre de sensibilité de l'être humain et par un profil de route. Ce calcul donne un chiffre qui doit etre le plus petit possible pour refléter un bon filtrage BF. A partir des résultats obtenus au banc 4 vérins, il est possible de calculer l'indicateur sur les tressautements. Le Tableau 3.7 récapitule les résultats ainsi obtenus. N'oublions pas que la zone la plus sensible pour l'être humain est la zone 2.5 – 5Hz (cf chapitre 1). En fonction du cas de charge, la suspension réalisée améliore en charge (4P28) ou dégrade légèrement à vide le filtrage de la suspension. En effet, les résultats issus des mesures expérimentales présentés dans le Tableau 3.7 montrent une différence entre le filtrage série et le filtrage de la suspension réalisée. Cette différence va de -2 à -22 points pour l'essieu avant où la suspension réalisée est toujours moins filtrante que la suspension série. Cette différence va de -21 à +16 points pour l'essieu arrière en fonction du cas de chargement.

Suspension	Zone de Tressautement	AVG	AVD	ARG	ARD
Série MAV	*Zone 0.1 - 2.5Hz*	71	74	76	78
	Zone 2.5 - 5Hz	**19**	**17**	**41**	**38**
	Total	90	91	116	116
CRONE MAV	*Zone 0.1 - 2.5Hz*	69	73	65	65
	Zone 2.5 - 5Hz	**19**	**15**	**72**	**62**
	Total	88	88	137	127
Série 4P28	*Zone 0.1 - 2.5Hz*	74	78	77	80
	Zone 2.5 - 5Hz	**15**	**14**	**25**	**23**
	total	89	92	102	104
CRONE 4P28	*Zone 0.1 - 2.5Hz*	89	91	51	52
	Zone 2.5 - 5Hz	**22**	**19**	**41**	**36**
	total	111	110	92	88

Tableau 3.7 - Indicateur sur l'isolation vibratoire aux basses fréquences.

Il est important de noter que l'être humain ne ressent une réelle différence qu'à partir de 50 points de différence entre 2 suspensions (critère obtenus expérimentalement dans l'industrie automobile). Par conséquent, la dégradation ou l'amélioration du filtrage par la suspension réalisée n'est pas significative et donc peut être considéré comparable au filtrage basses fréquences de la suspension de référence.

Finalement, en ce qui concerne le mode souple de la suspension réalisée, on vérifie donc bien une amélioration de la tenue de caisse, une diminution de la sensibilité de la tenue de caisse aux variations de la masse et pas de détérioration du ressenti en matière d'isolation vibratoire.

3.5.3 Tenue de roue et filtrage aux hautes fréquences

3.5.3.1 Tenue de roue

Les résultats obtenus sur le modèle du véhicule complet non linéaire valident les conclusions issues du modèle quart de véhicule linéaire, à savoir une iso-tenue de roue entre la suspension réalisée et la suspension série. Les résultats numériques obtenus à partir du dimensionnement réel sont présentés sur la *Figure 3. 47* du paragraphe 1.4.5. Les résultats issus des simulations sur le modèle de validation (*Figure 3. 47*) montrent le même phénomène que celui observé sur le modèle quart de véhicule linéaire, à savoir que la masse influence le transfert Roue/Route avec la suspension réalisée, le cas de charge le plus défavorable étant à vide. Ce phénomène est propre à la suspension CRONE, il n'existe pas sur les suspensions classiques (*Figure 3. 47* et *Figure 3.54*). De plus, les simulations non linéaires montrent que le niveau de rebond de roue est bien équivalent, voire meilleur que celui de la suspension de référence (suspension série), résultats confirmés par les mesures sur banc (*Figure 3.54*). Ceci permet également de valider le dimensionnement du transfert de suspension autour du mode de roue grâce au critère développé dans la partie 3.3.

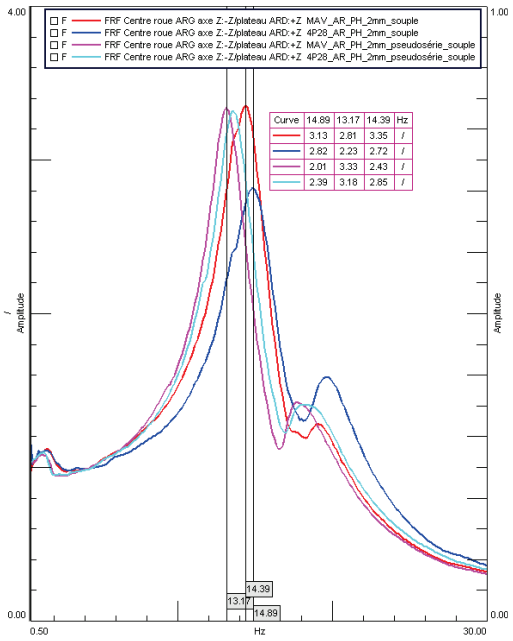


Figure 3.54 – Diagrammes de gain en échelle linéaire du transfert Roue/Route ARG du véhicule C5 hydractive équipé de la suspension CRONE en mode souple (courbes rouge et bleu) et de la même C5 équipée de la suspension hydractive (notée pseudo série courbes magenta et cyan) pour une sollicitation sinusoïdale de fréquence comprise entre 0.1 et 30Hz et d'amplitude 2mm pour les cas de charge à vide (courbes rouge et magenta) et 4P28 (courbe (bleu et cyan)

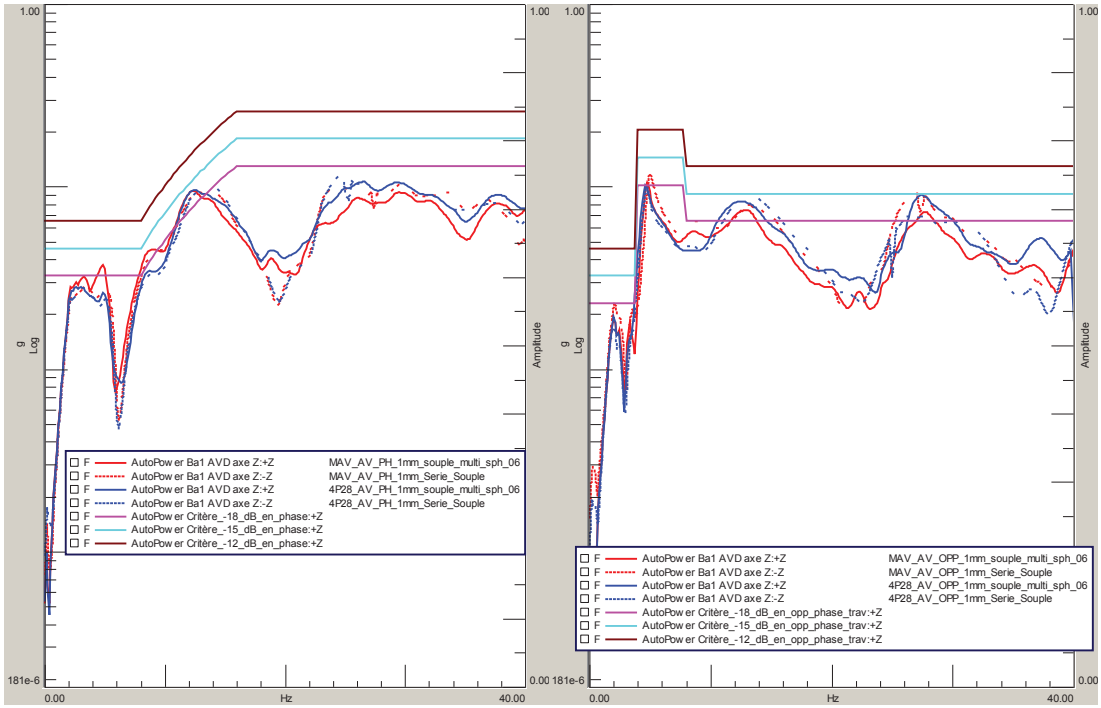
		AR	
		f_r	Q
Serie	MAV	13.17	3.33
	4P28	13.17	3.29
CRONE	MAV	14.39	3.35
	4P28	14.89	2.82

Tableau 3.8 - Récapitulatif des résultats expérimentaux d'une voiture C5 hydractive CRONE en matière de fréquence de résonance (en Hz) et de facteur de résonance obtenus sur banc 4 vérins pour le transfert Roue/route avec une sollicitation type sinus balayé entre 0.1 et 30Hz à une amplitude de 2mm

3.5.3.2 Filtrage moyennes et hautes fréquences : les trépidations

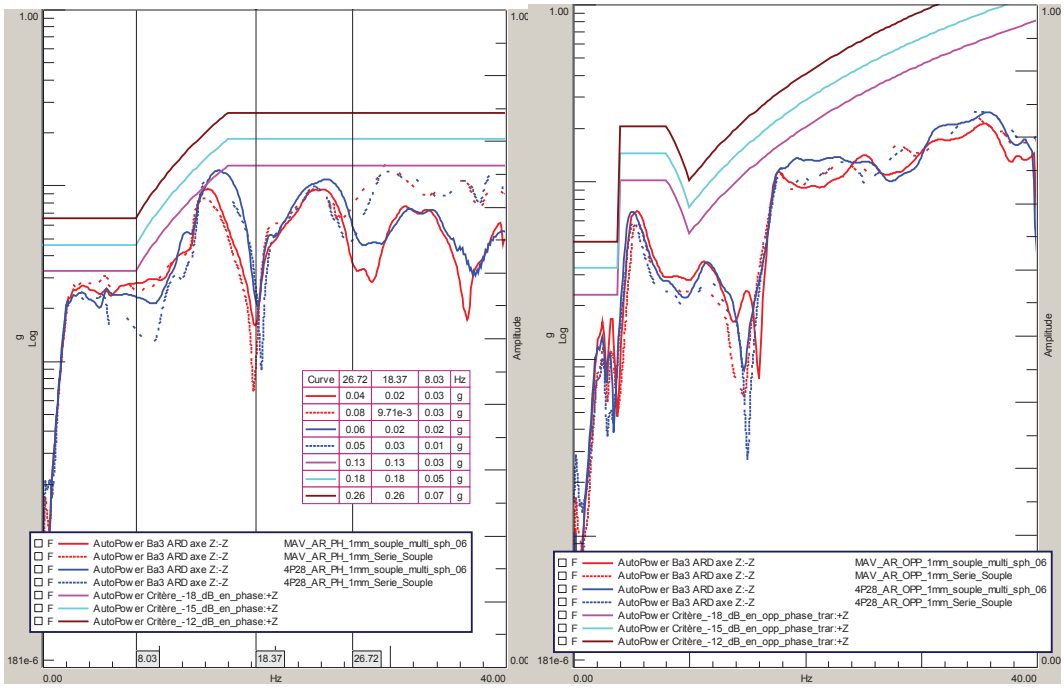
Pour l'analyse du confort dans la plage de fréquences 0-40Hz, la grandeur caractéristique usuellement analysé est l'accélération de la caisse. Les *Figure 3. 55* et *Figure 3. 56* présentent les résultats obtenus aux bancs 4 vérins en sollicitant séparément l'essieu avant et l'essieu arrière. Pour faciliter l'étude, PSA utilise des critères obtenus expérimentalement, permettant de quantifier si une caisse est très filtrée ou mal filtrée. Si l'accélération se trouve en dessous de la courbe rose (critère PSA), alors la caisse est très bien filtrée. Si en revanche l'accélération mesurée est au-dessus de la courbe marron (critère PSA), alors la caisse est très mal filtrée.

Les résultats expérimentaux confirment qu'il n'y a pas de dégradation du filtrage sur l'essieu avant (*Figure 3. 55*) et montrent également l'amélioration du filtrage avec la suspension réalisée sur l'essieu arrière à partir de 26Hz (*Figure 3. 56*), résultats déjà mis en évidence avec l'analyse linéaire des transferts Caisse/Roue.



(a) (b)

Figure 3. 55 – Accélération de l'essieu avant de la suspension série (en pointillé) et de la suspension réalisée (en trait plein) pour une sollicitation route de 1mm en phase (a) et en opposition de phase (b) pour les cas de chargement extrémaux : à vide (courbes rouge) et en 4P28 (courbes bleu)



(a) (b)

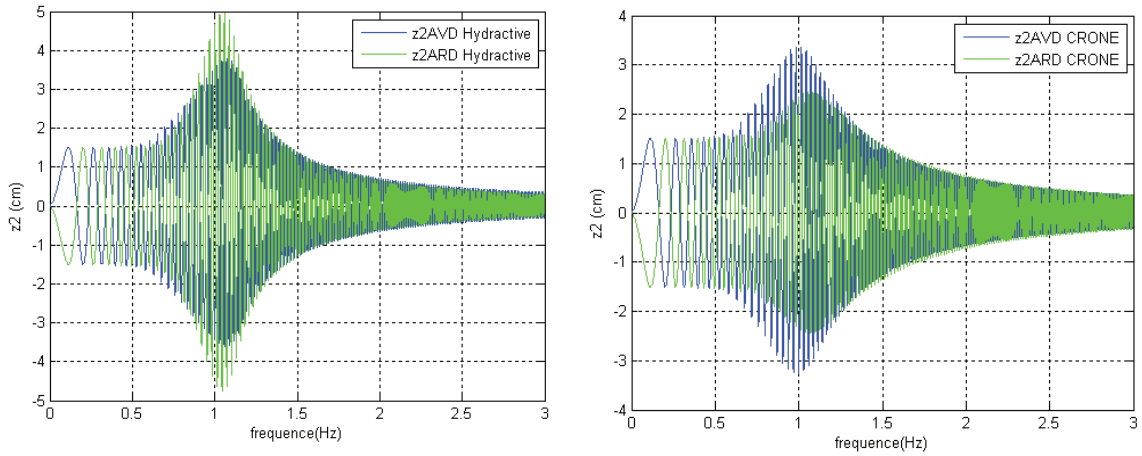
Figure 3. 56 – Accélération de l'essieu arrière de la suspension série (en pointillé) et de la suspension réalisée (en trait plein) pour une sollicitation route de 1mm en phase (a) et en opposition de phase (b) à vide (courbes rouge) et en charge 4P28 (courbes bleu)

3.5.4 Tangage et roulis

3.5.4.1 Résultats en tangage : accord avant-arrière

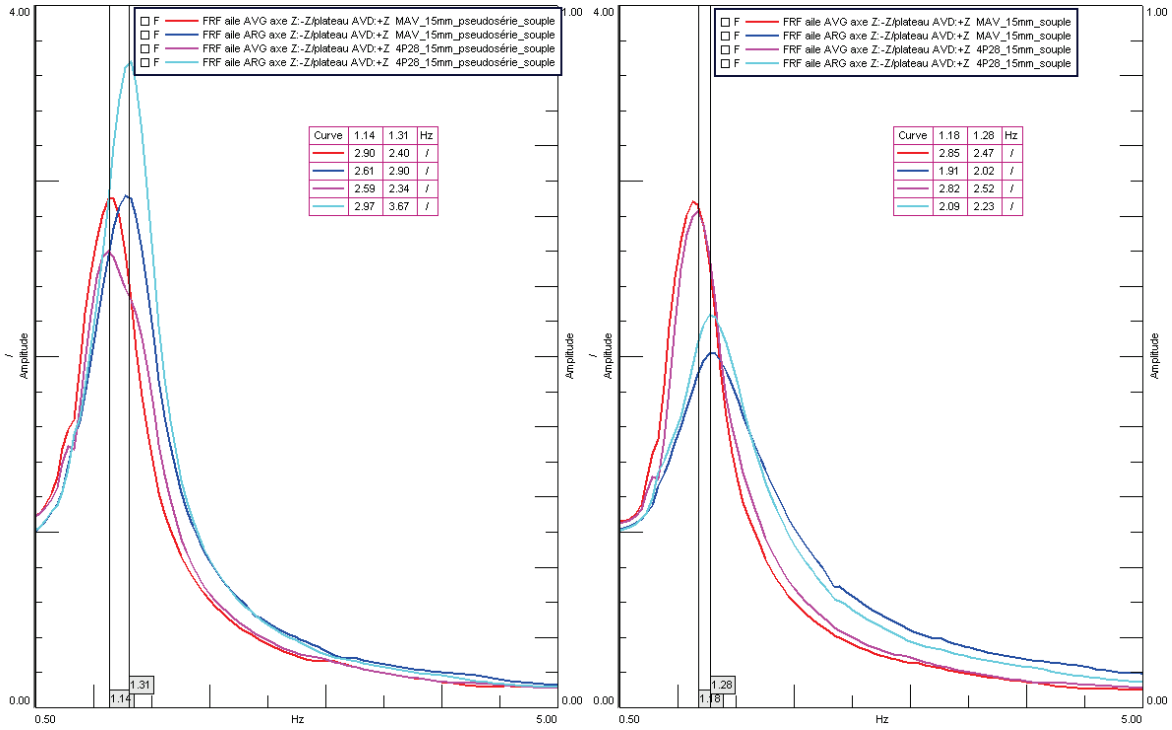
Le tangage est une sollicitation bien connue qui définit les mouvements autour de l'axe $\vec{y}$ (cf. Chapitre 4). Pour obtenir du tangage, les entrées avant-arrière du banc 4 vérins sont déphasées. C'est le cas par exemple lors d'un passage d'un dos d'âne où l'essieu arrière voit l'obstacle de manière déphasée par rapport à l'essieu avant. Ce déphasage dépend de la vitesse véhicule et de l'empattement (distance roues avant – roues arrière). Sur banc, les sollicitations sur l'essieu avant et arrière sont de même amplitude et déphasées.

Là encore, les résultats expérimentaux permettent de corréler ceux obtenus en simulation avec le modèle complet. En effet, ces résultats (*Figure 3.57*) mettent en évidence une meilleure tenue de caisse de l'essieu arrière par rapport à l'essieu avant avec la suspension réalisée. Ce phénomène est vérifié expérimentalement (*Figure 3.58*).



(a) *(b)*

Figure 3.57 - Réponses en simulation de la caisse pour une sollicitation sinusoïdale en opposition de phase avant/arrière de fréquence comprise entre 0.1 et 5Hz d'amplitude 15mm pour la suspension hydractive de référence (a) et pour la suspension CRONE (b)pour le cas de charge 4P28



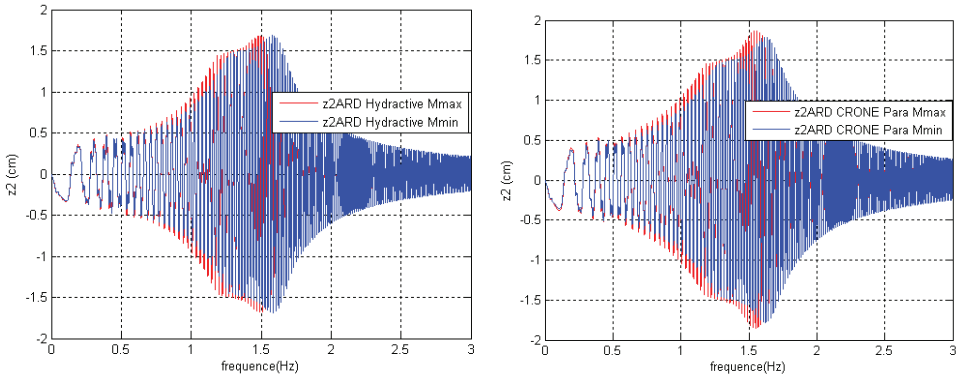
(a) *(b)*

Figure 3.58 – Diagrammes de gain en échelle linéaire du transfert Caisse/Roue AVG (courbes rouge et magenta) et ARG (courbes bleu et cyan) du véhicule C5 hydractive en mode souple série (notée pseudo série)(a), en mode souple CRONE (b) pour une sollicitation sinusoïdale en opposition de phase entre l'avant et l'arrière de fréquence comprise entre 0.1 et 5Hz et d'amplitude 15mm pour le cas de charge à vide (courbes rouge et bleu) et le cas de charge 4P28 (courbes magenta et cyan)

3.5.4.2 Résultats en roulis

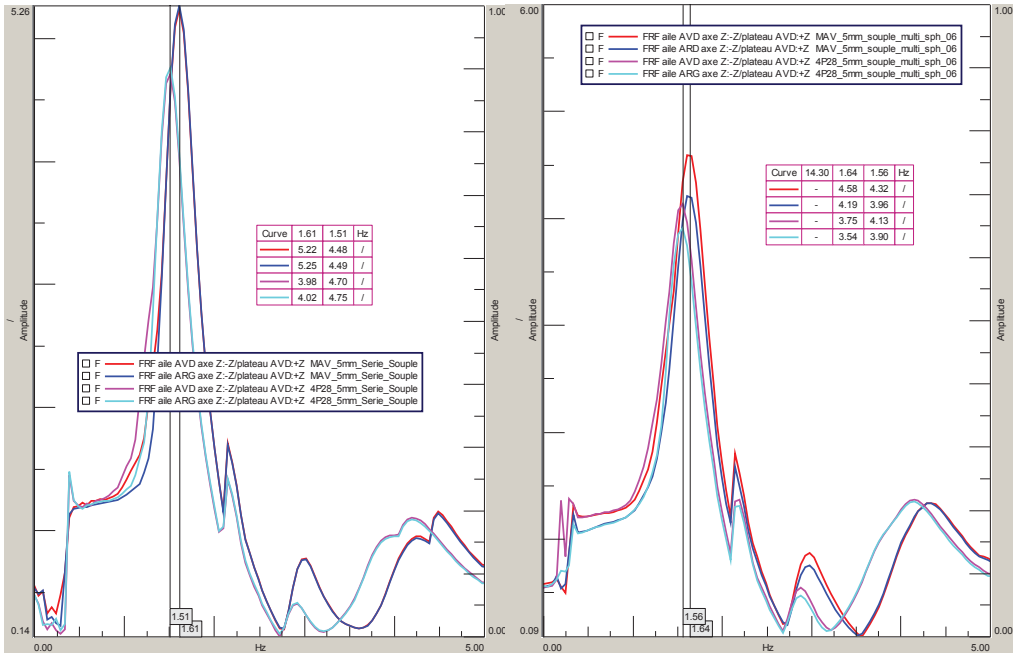
Le roulis est une sollicitation bien connue qui définit les mouvements autour de l'axe $\vec{x}$. Pour obtenir du roulis, la sollicitation en entrée est déphasée entre le côté gauche et le côté droit du véhicule. Sur banc, les sollicitations sur le côté gauche et le côté droit sont de même amplitude et déphasées.

Les résultats expérimentaux (*Figure 3.60*) confirment ceux obtenus par simulation avec le modèle du véhicule complet (*Figure 3.59*), à savoir qu'il n'y a pas de modification de la réponse de la caisse en roulis entre la suspension série et la suspension réalisée.



(a) *(b)*

Figure 3.59 - Réponses en simulation de la caisse pour une sollicitation sinusoïdale en opposition de phase gauche/droite de fréquence comprise entre 0.1 et 5Hz d'amplitude 5mm pour la suspension hydractive de référence (a) et pour la suspension CRONE (b) pour le cas de charge 4P28



(a) *(b)*

Figure 3.60 - Gain en échelle linéaire du transfert Caisse/Roue AVG (courbes rouge et magenta) et ARG (courbes bleu et cyan) du véhicule C5 hydractive en mode souple série (a), en mode souple CRONE (b) pour une sollicitation sinusoïdale en opposition de phase entre l'avant et l'arrière de fréquence comprise entre 0.1 et 5Hz et d'amplitude 15mm pour le cas de charge à vide (courbes rouge et bleu) et le cas de charge 4P28 (courbes magenta et cyan)

3.5.5 Conclusion : résultats expérimentaux au banc 4 vérins

Compte tenu des résultats obtenus sur le véhicule réel, il apparait que la suspension réalisée permet par rapport à la référence :

- d'améliorer la tenue de caisse ;
- de limiter la sensibilité de la tenue de caisse aux variations de masse ;
- de maintenir une iso tenue de roue ;
- dégrade légèrement le filtrage aux basses fréquences (2,5-5Hz) ;
- améliore le filtrage à partir de 26Hz pour l'essieu arrière sollicité en phase.

Néanmoins, afin de situer le véhicule dans le parc automobile français, certains résultats, en comparatif avec d'autres véhicules, sont présentés sur les *Figure 3.61* et *Figure 3.62*. La *Figure 3.61a* présente des résultats concernant la tenue de caisse pour plusieurs véhicules de même gamme chargés à 4P28 : Peugeot 508 (courbes rouges), Citroën C5 hydropneumatique (courbes vertes), Citroën C5 CRONE (courbes bleu), Peugeot 407 (courbes cyan) et Citroën C5 métallique (courbes noires). De même, la *Figure 3.61b* présente les résultats de tenue de caisse pour ces mêmes véhicules à vide, l'essieu avant étant représenté en trait plein et l'essieu arrière en trait pointillé. La C5 CRONE a, aussi bien à vide qu'en 4P28, les modes de pompage les plus proches de 1Hz, un facteur de résonance parmi les plus faibles pour l'essieu arrière et le meilleur filtrage avec la C5 hydropneumatique. Ces résultats remarquables sur le filtrage se vérifient sur un panel plus large comme le montrent les résultats du ***démérite confort*** aux basses fréquences présentés *Figure 3.62*.

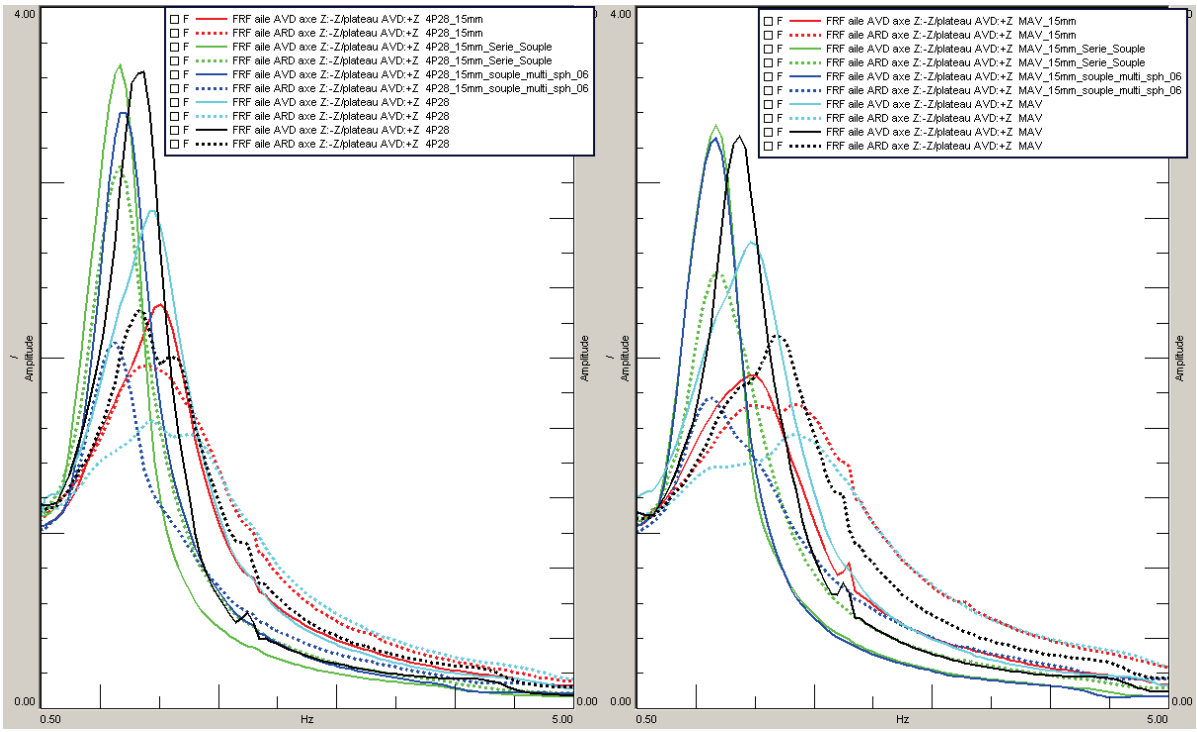


Figure 3.61 - Résultats AVD (courbes en trait plein) et ARD (courbes en traits pointillées) en pompage mesurés au banc 4 vérins sur un panel de véhicules de même gamme : Peugeot 508 (rouge), Citroën C5 hydropneumatique (vert), la réalisation de C5 CRONE (bleu), Peugeot 407 (cyan) et Citroën C5 métallique (noir) chargé en 4P28 (a) et à vide(b)

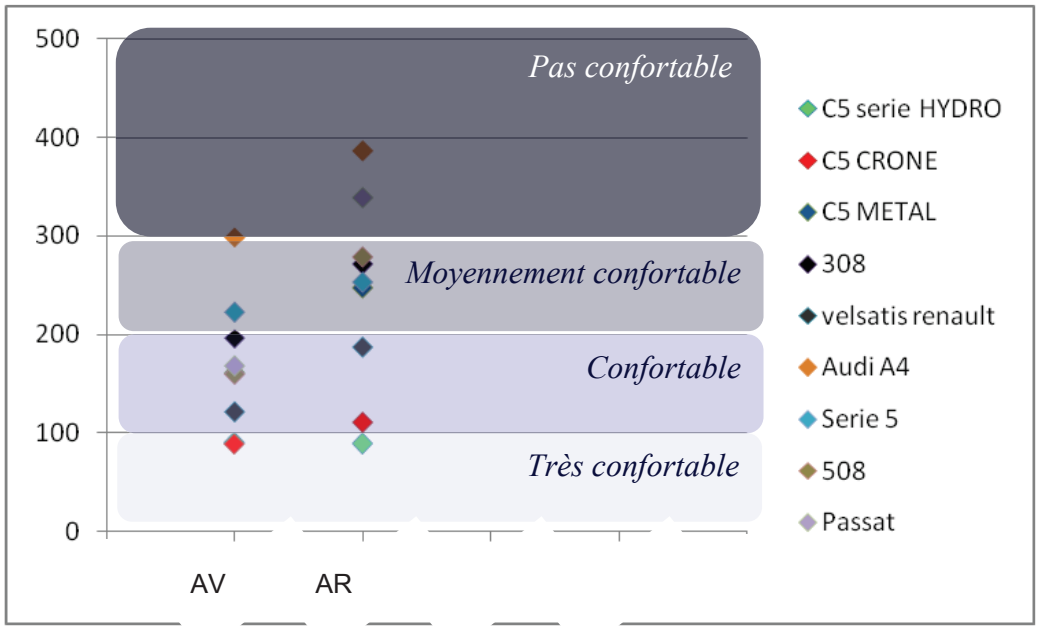


Figure 3.62 - Résultats mesurés au banc 4 vérins sur un panel de véhicules à vide en démérite sur la zone de fréquences 0-5Hz sensible pour l'être humain

3.6 CONCLUSION

Ce chapitre met en application l'approche CRONE décrite dans le chapitre 2. En effet, après avoir fixé un cahier des charges, une analyse fine de la suspension dans le domaine fréquentiel est réalisée, permettant de mettre en évidence les lacunes de la suspension série et ainsi de définir un certain nombre de critères sur le transfert de suspension. Le cahier des charges choisi ici consiste à assurer à la fois une excellente isolation vibratoire, une bonne tenue de caisse quelle que soit la masse et une tenue de roue équivalente à la suspension série. L'objectif est donc de proposer une suspension sans compromis permettant le meilleur confort possible sous sollicitation route comme l'illustre la *Figure 3.63*.

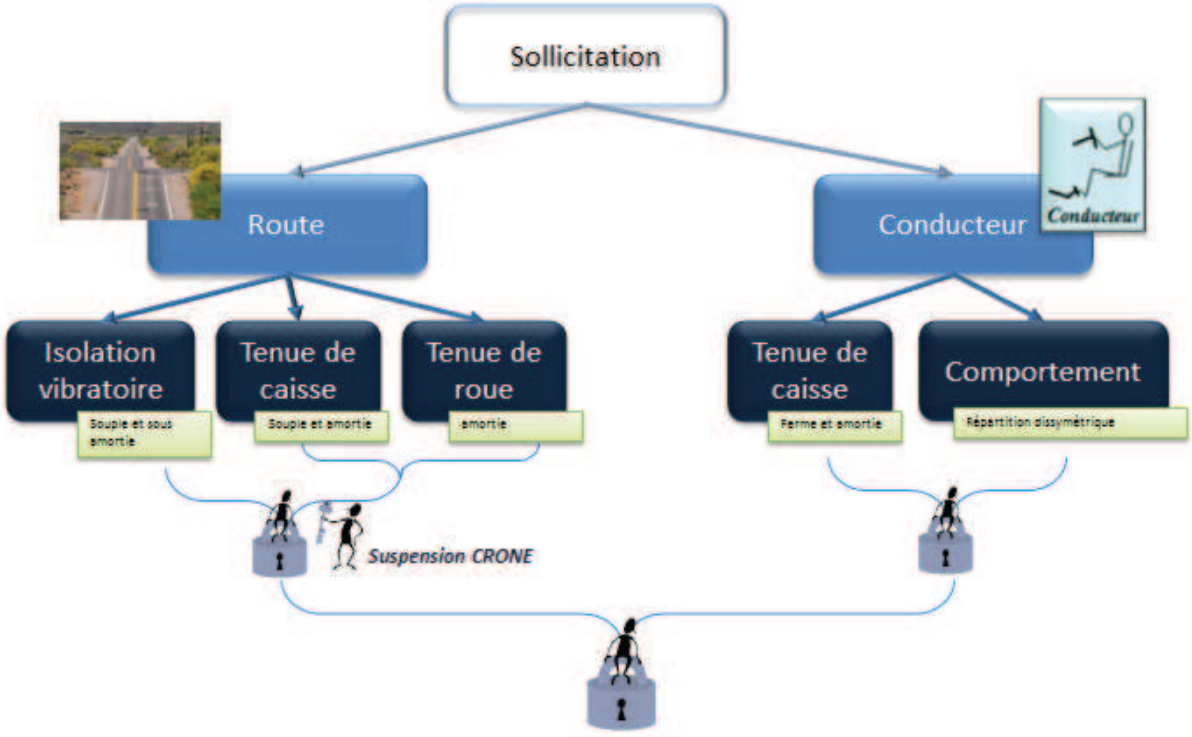


Figure 3.63 – La suspension CRONE : une suspension permettant de gérer les compromis sous sollicitation route

Les premiers critères à respecter sont relatifs à la réponse de la caisse, fixant ainsi une pulsation au gain unité à 1Hz et une marge de phase de 45° pour obtenir une très bonne tenue de caisse. Ensuite, un dernier critère pour la tenue de roue est décrit permettant d'assurer une tenue de roue équivalente à la suspension série. Ces contraintes sur le transfert de suspension permettent de figer l'allure de ce transfert et ainsi de vérifier en simulation les résultats en boucle fermée.

La réalisation technologique nécessite de choisir le nombre de composants. Pour des raisons de coût, dans le cadre de cette application, le nombre de composant est réduit à son

strict minimum, à savoir 3 cellules capacitives et deux cellules résistives. En choisissant une architecture de suspension et en utilisant les outils décris dans le chapitre 2, il est ainsi possible de déterminer les paramètres technologiques offrant une réalisation la plus proche de la suspension CRONE théorique et ainsi d'équiper un véhicule.

Les résultats numériques et expérimentaux permettent de valider une telle démarche. En effet, bien que synthétisée avec des hypothèses linéaires, la réalisation physique (composée d'amortisseurs fortement non linéaires, de canalisations, de frottements,…) vérifient bien ces résultats. Cette démarche est résumée par la *Figure 3.64*.

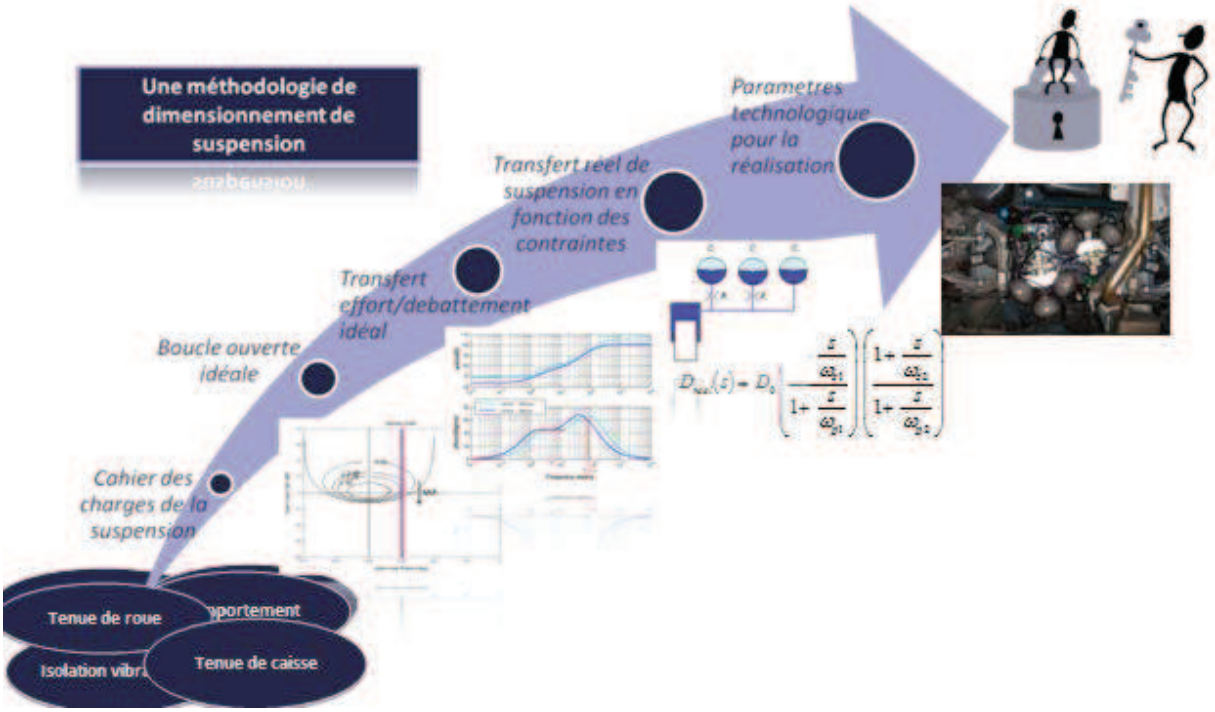


Figure 3.64 - Du cahier des charges à la réalisation technologique

Face à ce constat, la suspension CRONE offre un dimensionnement unique pour la gestion des compromis sous sollicitations route.

Mais qu'en est-il des compromis concernant le confort entre sollicitations conducteur et sollicitations route ?

Le chapitre suivant se concentre sur la commande de cette suspension qui, ne l'oublions pas, est une suspension Hydractive permettant ainsi de commuter sur un mode ferme en fonction de certains critères à définir.

Chapitre 4.

Gestion du dilemme confort/comportement sous sollicitation conducteur : Application à la commande d'une suspension hydractive de série

SOMMAIRE

4.1 Introduction 180

4.2 Influence de la suspension sur la dynamique verticale 181
4.2.1 Introduction : la dynamique verticale de la caisse 181
4.2.2 Dynamique en Roulis 182
4.2.3 Dynamique en Tangage 186
4.2.4 Conclusion : utilisation des suspensions pilotées pour contrôler la dynamique verticale 188

4.3 Théorie des systemes dynamiques hybrides (SDH) 190
4.3.1 Introduction : la théorie des SDH 190
4.3.2 Modélisation 191
4.3.3 Stabilité 194
4.3.4 Atteignabilité & Décidabilité 199
4.3.5 Commande 200
4.3.6 Conclusion : Les SDH une approche très utilisée dans le domaine automobile 204

4.4 Suspension pilotée Bi-etat 205
4.4.1 Introduction : présentation des différentes architectures de suspension pour l'application 205
4.4.2 Etude de la stabilité et de la causalité de la suspension hydractive 206
4.4.3 Modèles pour l'étude de la causalité et de la simulation 210
4.4.4 Stratégie de commande pour la gestion du conflit confort/comportement 214
4.4.5 Conclusion : Une loi de commande adaptée aux sollicitations de la route 225

4.5 Conclusion 226

4.1 INTRODUCTION

L'approche CRONE, telle que présentée au chapitre 3, permet de concevoir une suspension hydractive dont le mode « souple » est capable de gérer tous les dilemmes inhérents aux sollicitations provenant de la route.

La suspension joue également un rôle prépondérant sur la dynamique verticale du véhicule sous sollicitations conducteur. En effet, lors d'une action du conducteur sur les organes de conduite (mise en virage ou freinage/accélération), le véhicule subit des accélérations transversale et/ou longitudinale qui sont à l'origine de la mise en mouvement de la masse suspendue autour des axes $\vec{x}$ (roulis) et $\vec{y}$ (tangage) (*Figure 4.1*).

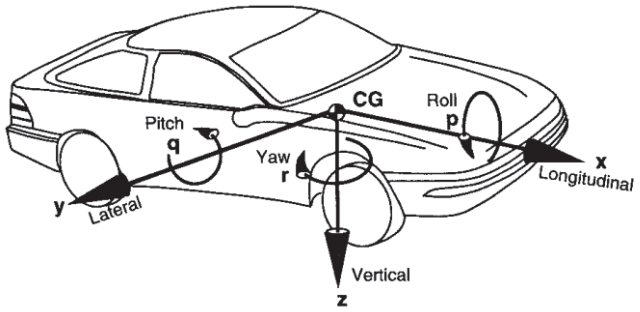


Figure 4.1 - Mouvements de la caisse dans son repère local

De plus, depuis quelques années, la présence des suspensions pilotées s'est développée et commence à atteindre tous les segments de l'automobile (par exemple extension de la suspension pilotée de Volkswagen DCC initialement sur Passat et qui s'étend à toute la flotte Volkswagen : Tiguan, Eos, Scirocco…). La suspension pilotée se retrouve sur un grand nombre de véhicule chez Opel sous le nom d'Adaptive FlexRide, chez Peugeot (AMVAR ou Amortissement Variable), chez Citroën (Hydractive), chez BMW (EDC ou Electronic Damper Control), chez Ford (IVDC, Interactive Vehicle Dynamics Control) et d'autres constructeurs. Elle agit sur la raideur et/ou l'amortissement de la suspension. Une suspension pilotée est capable de s'adapter en fonction de la nature des sollicitations, proposant ainsi une réponse à l'ensemble des besoins décris dans l'introduction générale. La loi de commande peut être à évènement discret ou continue en fonction des actionneurs disponibles.

L'enjeu de ces suspensions « intelligentes » réside donc dans la partie commande qui doit pouvoir identifier la nature de la sollicitation subie par le véhicule et adapter la suspension en fonction. La théorie des Systèmes Dynamiques Hybride (SDH) propose des outils d'analyse, de modélisation et de conception de loi de contrôle commande pour les systèmes présentant plusieurs modes de fonctionnement.

4.2 INFLUENCE DE LA SUSPENSION SUR LA DYNAMIQUE VERTICALE

4.2.1 Introduction : la dynamique verticale de la caisse

Le passage d'un modèle quart de véhicule à un modèle complet (*Figure 4. 2*) entraine obligatoirement la prise en compte de deux degrés de liberté supplémentaires, à savoir le tangage (mouvement de rotation avant/arrière autour de l'axe $\vec{y}$) et le roulis (mouvement de rotation gauche/droite autour de l'axe $\vec{x}$).

Ces mouvements de caisse sont définis par les équations de pompage (4.1), tangage (4.2) et roulis (4.3) suivantes :

$$M\ \ddot{z}(t) = f_{s1}(t) + f_{s2}(t) + f_{s3}(t) + f_{s4}(t) - M\,g\,, \tag{4.1}$$

$$I_y\ \ddot{\varphi}(t) = h_T\,M\,\gamma_L(t) - C_T(t) + M\,g\,h_T\varphi(t)\,, \tag{4.2}$$

$$I_x\ \ddot{\theta}(t) = h_r\,M\,\gamma_T(t) + M\ g\ h_r\ \theta(t) - Cr(t)\,, \tag{4.3}$$

avec M la masse suspendue totale, $\theta(t)$ l'angle de roulis, $\varphi(t)$ l'angle de tangage, h_{CdG} la hauteur du centre de gravité, h_r et h_T la différence statique entre la hauteur du centre de gravité et la hauteur du centre instantané de rotation en roulis et en tangage, $C_r(t)$ et $C_T(t)$ les couples anti-roulis et anti-tangage générés par la suspension, I_x, I_y les inerties en roulis et en tangage, $\gamma_T(t)$ et $\gamma_L(t)$ les accélérations transversale et longitudinale. Les efforts produits par la suspension entre chaque roue et la caisse sont repérés par $f_{si}(t)$.

Quant à la dynamique de chacune des roues, elle est donnée par :

$$m_i\ \ddot{z}_{1i}(t) = -f_{z\,pneui}(t) - f_{s_i}(t) - (M_i + m_i)\,g\,, \tag{4.4}$$

où

$$f_{z\,pneui}(t) = k_p\,\left(z_{1i}(t) - z_{0i}(t)\right) + b_p\,\left(\dot{z}_{1i}(t) - \dot{z}_{0i}(t)\right) - F_{zstat}\,, \tag{4.5}$$

avec k_p et b_p la raideur et l'amortissement du pneumatique et $F_{zstat} = (M_i + m_i)\,g$, M_i étant la masse suspendue vue par la roue i.

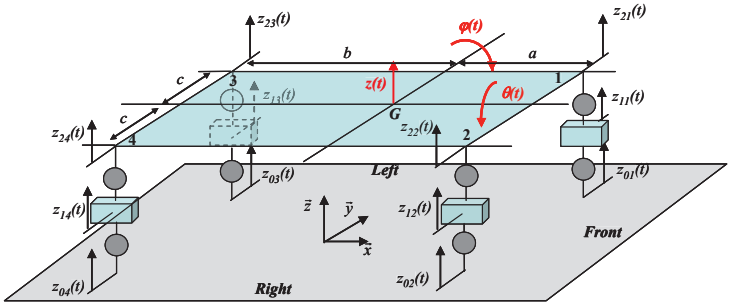


Figure 4. 2 - Representation d'un modèle à 7ddl pour l'analse complète de la dynamique verticale

A travers les paragraphes suivants nous allons voir quels sont les éléments dont l'influence est prépondérante sur les angles de roulis et de tangage. Dans l'ensemble de cette partie, les hypothèses suivantes sont faites :

- le centre de gravité est situé sur l'axe longitudinal,
- les effets cinématiques et élastocinématiques des trains sont négligés.

En effet, le but est de sensibiliser le lecteur à l'influence de la suspension sur le roulis et le tangage. Une étude fine permettrait de mettre en évidence également l'influence du dimensionnement du train, du choix des épures cinématiques et élastocinématiques. Pour des raisons de clarté et de lisibilité, l'attention est seulement focalisée sur les éléments de suspension ou sur les organes assimilés.

4.2.2 Dynamique en Roulis

Le roulis est donc un phénomène de rotation de la caisse autour de son axe $\vec{x}$ (***Figure 4. 3***).

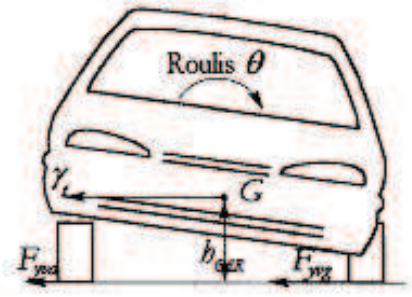


Figure 4. 3 - Mouvement de roulis

La particularité de ce mouvement vient du fait que le centre de rotation en roulis h_{cdr} est différent du centre de gravité h_{cdg}. Ceci est dû à la cinématique des trains [CLS_CARE01_0223-Referentiel BCT]. Selon la position relative du centre de roulis par rapport à la hauteur du centre de gravité h_r, les mouvements de la caisse peuvent être variés. En général, le centre instantané de rotation en roulis est situé sous le centre de gravité. Ceci implique donc un mouvement de pendule inversé de la caisse comme le montre la ***Figure 4. 4***.

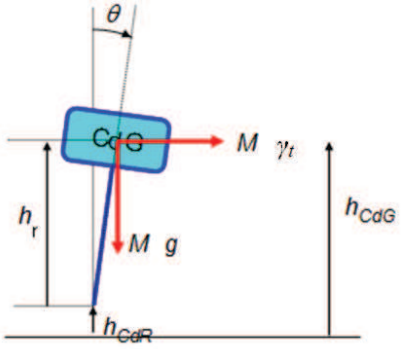


Figure 4. 4 - Modèle de la caisse en roulis : pendule inversé

Comme l'illustre la ***Figure 4.5***, le centre instantané de rotation (R) est fixé par l'intersection entre la verticale passant par le centre de gravité (noté *G* ou *CdG*) du véhicule et l'axe de roulis défini par la droite reliant les centres instantanés de rotation de l'essieu avant situé à une hauteur h_1 et de l'essieu arrière situé à une hauteur h_2 (nulle dans l'illustration de la ***Figure 4.5***).

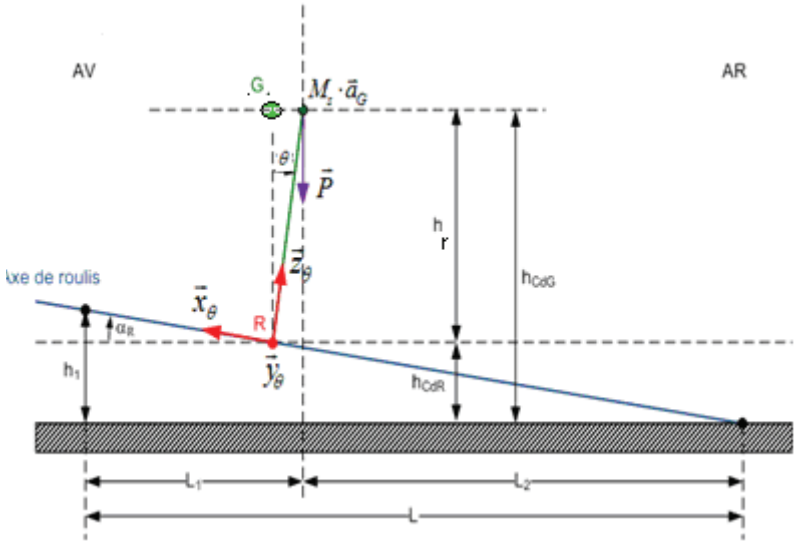


Figure 4.5 - Définition de la hauteur du centre de roulis

Un angle de roulis important génère incontestablement un grand nombre de commentaires parmi les conducteurs, car le phénomène de roulis est très clairement ressenti, même par les néophytes.

Lors de ces mouvements, les organes de suspension génèrent naturellement un couple de rappel. Malheureusement, bien souvent, ce couple n'est pas suffisant pour limiter l'angle de roulis sous sollicitations conducteur à des valeurs acceptables (critère dans l'industrie automobile : gradient de roulis < 4°/g). L'augmentation de la raideur anti-dévers est une solution et peut être réalisée de deux manières :

- soit par une augmentation de la raideur verticale, mais qui peut s'avérer très critique pour le confort des passagers (cf. chapitre 1) ;
- soit par une augmentation du diamètre de la barre anti-dévers (raideur anti-dévers additionnelle). Attention, l'augmentation de la raideur anti-devers additionnelle est à utiliser avec prudence. En effet, il est primordial d'avoir un équilibre entre la raideur anti-dévers et le frottement visqueux anti-devers de manière à éviter le sous-amortissement du mode de roulis. Ce phénomène provoque ce que l'on appelle du « renvoi de roulis », c'est-à-dire des mouvements entretenus gauche-droite de la caisse sous sollicitations route. Par conséquent, l'ajout d'une raideur anti-dévers additionnelle peut nécessiter un

ajout d'amortissement de la suspension en roulis (si il n'y a pas d'organe assurant la fonction d'amortisseur anti-devers dédié) et donc dégrader le confort vibratoire.

Usuellement dans l'industrie automobile, un couple uniquement capacitif est ajouté par la présence de la barre anti-dévers, comme illustré avec la ***Figure 4.6***.

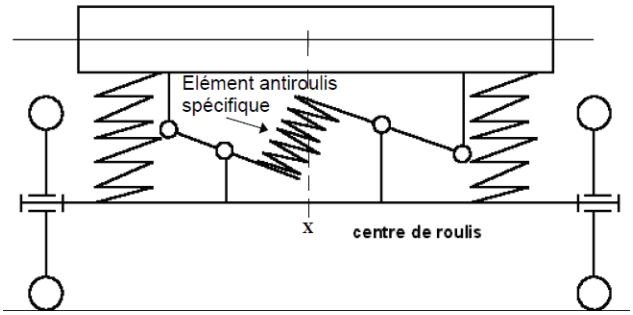


Figure 4.6 - Schématisation de l'ensemble des raideurs intervenant dans le roulis

Cette barre n'a d'action qu'en roulis dans la mesure où elle relie la roue gauche à la roue droite d'un même essieu. Le couple de roulis $C_r(t)$ s'écrit donc :

$$C_r(t) = C_{rAV}(t) + C_{rAR}(t) \quad , \tag{4.6}$$

avec

$$C_{ri}(t) = K_{AD_i}\theta_i(t) + B_{AD_i}\dot{\theta}_i(t) \quad , \tag{4.7}$$

où

$$K_{AD_i} = \left(K_{roue_iG} + K_{roue_iD}\right)\left(\frac{l_i}{2}\right)^2 + K_{AD_{i\_add}} \tag{4.8}$$

et

$$B_{AD_i} = \left(B_{roue_iG} + B_{roue_iD}\right)\left(\frac{l_i}{2}\right)^2 + B_{AD_{i\_add}} \quad , \tag{4.9}$$

où i représente l'avant ou l'arrière en fonction de l'essieu considéré et l_i la voie de l'essieu « i ». K_{AD} et B_{AD} représentent les raideurs et le frottement totale en roulis aussi appelé raideur et frottement anti-dévers, K_{roue} et B_{roue} les raideurs et le frottement visqueux apparent à chacune des roues, K_{ADi_add} et B_{ADi_add} les raideurs et le frottement visqueux additionnels en roulis. La plupart des systèmes de série ne présentent pas de frottement visqueux anti-dévers additionnel (B_{ADi_add}). Néanmoins, certains systèmes spécifiques tels que le système Reas développé pour la suspension de la Peugeot 3008 en possède un.

En régime permanent, la relation (4.3) devient :

$$0 = h_r\, M\, \gamma_t + Mgh_r\, \theta_{stat} - C_r \quad , \tag{4.10}$$

d'où l'on tire l'expression de l'angle de roulis statique θ_{stat} :

$$\theta_{stat} = \frac{h_r \, M \, \gamma_t}{K_{AD\,tot} - M \, g \, h_r}, \tag{4.11}$$

où K_{ADtot} est égale à la somme des raideurs anti-dévers avant et arrière.

L'expression (4.11) implique une attention toute particulière dans le choix de la hauteur du centre de roulis h_{CdR}, dans la mesure où

$$h_r = h_{CdG} - h_{CdR}. \tag{4.12}$$

En effet, en fonction de h_r, la raideur anti-dévers totale nécessaire à assurer un certain angle de la caisse est modifiée (***Figure 4.7***). A iso-accélération latérale, plus le centre de roulis est bas, et plus il est nécessaire d'augmenter la raideur anti-devers pour garder la même inclinaison de caisse en virage (soit 3° pour une accélération latérale de 1g).

Idéalement, pour gérer au mieux le conflit confort/tenue de caisse en roulis, il est nécessaire incontestablement de diminuer le couple de roulis de la suspension, cette diminution pouvant aller jusqu'à ne considérer que les paramètres de suspension, sans ajouter de raideur ou d'amortisseur additionnel. Une solution est d'augmenter la hauteur du centre de roulis et ainsi de diminuer la différence de hauteur h_r entre le centre de roulis et le centre de gravité. Les résultats de la ***Figure 4.8*** mettent en évidence l'importance du choix du centre de roulis qui, s'il est bien placé, peut permettre de limiter le besoin en raideur anti dévers, voire même d'incliner la caisse dans les virages à la manière des motos.

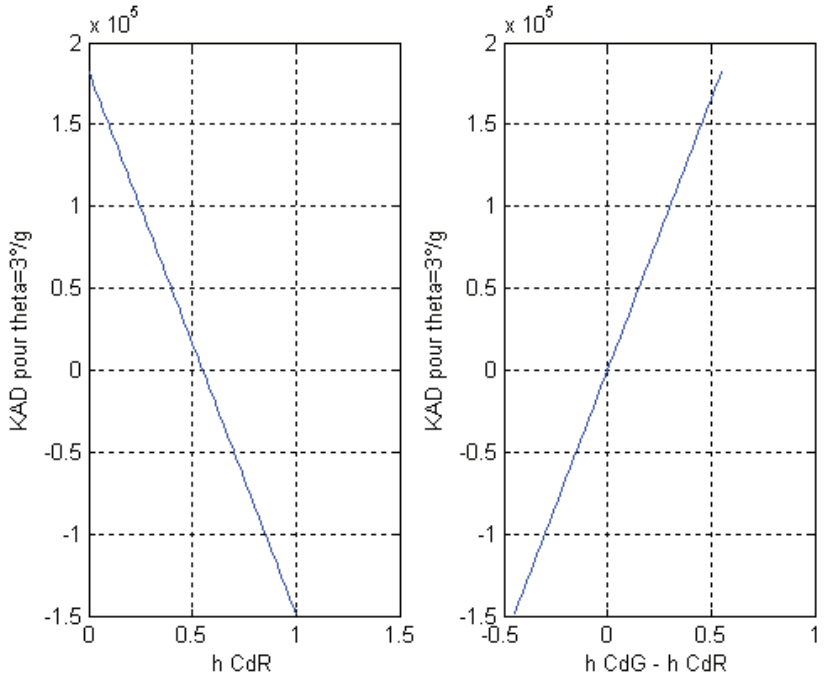


Figure 4.7 - Raideur anti-dévers nécessaire pour assurer un angle de roulis de la caisse de 3° pour une accélération transversale de 1g en fonction de la position du centre de roulis pour un centre de gravité situé à 0.55 m au-dessus du sol

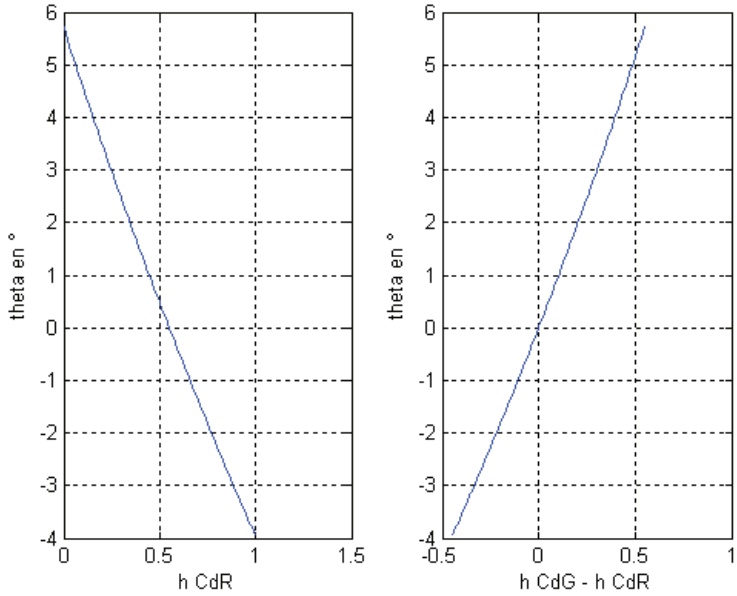


Figure 4.8 - Angle de roulis résultant d'une accélération latérale de 1g avec une raideur anti-devers 100 000 Nm/rad en fonction de la position du centre de roulis, la hauteur du centre de gravité étant située à 0.55 m au-dessus du sol

4.2.3 Dynamique en Tangage

Le tangage est un phénomène de rotation de la caisse autour de son axe $\vec{y}$ (***Figure 4.9***).

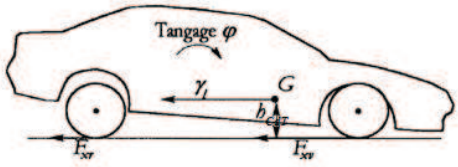


Figure 4.9 - Mouvement de tangage

De la même manière qu'en roulis, l'architecture des trains introduit un centre instantané de rotation en tangage h_{CdT} dans la direction $\vec{z}$ qui ne passe pas systématiquement par le centre de gravité. La ***Figure 4.10*** illustre un tel cas de figure.

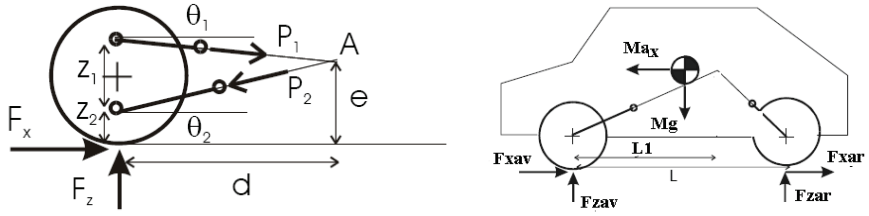


Figure 4.10 - Influence des trains sur la hauteur du centre de tangage h_{CdT}

Les efforts de suspension interviennent dans la dynamique en tangage, de la même manière que pour le roulis, par le couple anti-tangage (relation (4.2)) dont l'expression est donnée par :

$$C_T(t) = K_{AT}\varphi(t) + B_{AT}\dot{\varphi}(t)\ , \tag{4.13}$$

où K_{AT} correspond à la raideur anti-tangage et B_{AT} au frottement visqueux anti-tangage. Ces deux paramètres sont liés aux raideurs et aux coefficients de frottement visqueux apparents, ainsi qu'aux empattements avant L_1 et arrière L_2 par les relations :

$$K_{AT} = (K_{roueavd} + K_{roueavg}) * L_1^{\ 2} + (K_{roueard} + K_{roue\arg}) * L_2^{\ 2} + K_{AT\,add} \tag{4.14}$$

et

$$B_{AT} = (B_{roueavd} + B_{roueavg}) * L_1^{\ 2} + (B_{roueard} + B_{roue\arg}) * L_2^{\ 2} + B_{AT\,add}\ . \tag{4.15}$$

La raideur additionnelle anti-tangage K_{ATadd} ainsi que le frottement visqueux additionnel anti-tangage B_{ATadd} n'existent pas sur les suspensions classiques.

En régime permanent, la relation (4.2) devient

$$0 = h_T\ M\ \gamma_l + Mgh_T\varphi_{stat} - C_T\ , \tag{4.16}$$

d'où l'expression de l'angle de tangage statique:

$$\varphi_{stat} = \frac{h_T M\ \gamma_l}{K_{AT} - Mgh_T}\ . \tag{4.17}$$

Comme pour le roulis, une solution pour diminuer le couple de tangage $C_T(t)$ est de diminuer la distance h_t et ainsi améliorer la gestion confort/isolation vibratoire en tangage. Néanmoins, le potentiel de dimensionnement des trains ne permet pas un aussi grand panel de solutions en tangage qu'en roulis. C'est pourquoi habituellement l'écart entre le centre de gravité et le centre de roulis est faible. Dans la suite nous considérons cet écart nul. Le véhicule s'articule donc, dans ce cas, autour du centre gravité. La relation (4.17) devient alors

$$I_y\ \ddot{\varphi}(t) = \ h_{CdT}\ M\ \gamma_L(t) - C_T(t)\ , \tag{4.18}$$

soit

$$\varphi_{stat} = \frac{h_{CdG} M\ \gamma_l}{K_{AT}}\ . \tag{4.19}$$

D'après cette relation, la diminution de l'angle de tangage ne peut se faire que grâce à la raideur anti-tangage. Cette dernière dépend fortement des raideurs de suspension à la roue et des empattements avant et arrière. Ces empattements sont liés aux masses par les équations suivantes :

- pour l'empattement avant,

$$L_1 = \frac{M_{ar}}{M_{tot}} L\ \ ; \tag{4.20}$$

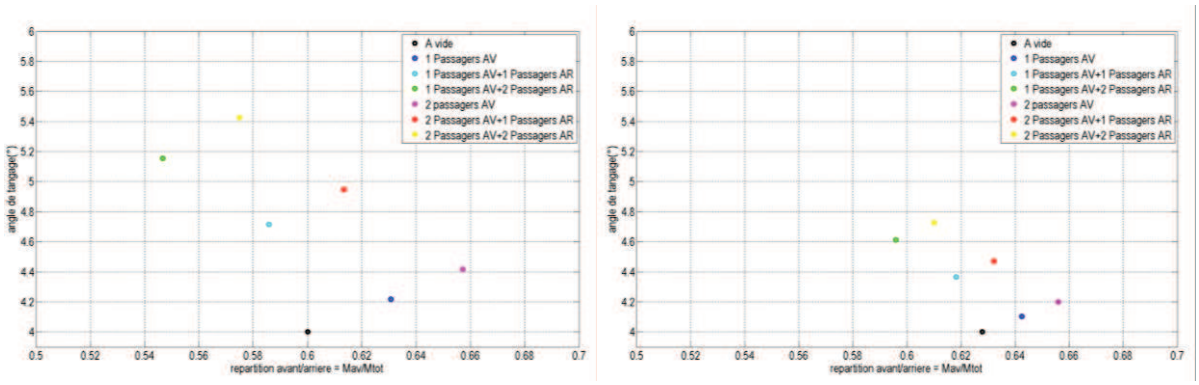
- pour l'empattement arrière,

$$L_2 = \frac{M_{av}}{M_{tot}} L \ , \tag{4.21}$$

avec L l'empattement total du véhicule.

Malheureusement, contrairement au roulis, la répartition des masses est bien moins paramétrable que la hauteur du centre de roulis (h_{CdR}), la masse dépendant du chargement donc du nombre de passagers et de bagages. De plus, la répartition des raideurs avant et arrière est conditionnée par le pompage. Ainsi, sur les véhicules classiques, le réglage de la raideur anti-tangage est une conséquence du réglage des suspensions.

Pour illustrer l'influence de la répartition des masses sur l'angle de tangage, prenons l'exemple d'une Citroën C6. La masse avant à vide est de l'ordre de 1060 kg contre seulement 640 kg à l'arrière, ce qui induit une répartition des masses de 0.62 (masse avant/ masse totale). En charge, à savoir 2 passagers à l'avant, deux à l'arrière plus 100 kg dans le coffre, la répartition des masses devient alors égale à 0.54. Le centre de gravité recul de 10% soit environ 0.3m. Dans le futur, les véhicules seront amenés à être allégés et raccourcis (type smart, Citroën C0 et C1, …), ce qui augmente l'influence de la répartition des masses sur l'angle de tangage comme le montre la ***Figure 4.11***. En effet, la variation de l'angle de tangage est de l'ordre de 1.5° sur un véhicule court et léger type Smart, contre 0.5° pour une berline C6.



(a) (b)

Figure 4.11 - Variation de l'angle de tangage en fonction de la variation de la masse pour un véhicule C1 (a) et un véhicule C6 (b) avec pour chacune des suspensions réglées pour obtenir un angle de tangage de 4°pour une accélération de 1g à vide

4.2.4 Conclusion : utilisation des suspensions pilotées pour contrôler la dynamique verticale

Compte tenu des différents résultats énoncés à travers cette partie, il apparait évident que la suspension peut permettre d'accentuer ou de limiter la prise d'angle de roulis et de tangage. En supposant que la variation de masse ainsi que la hauteur du centre de roulis sont imposés par le dimensionnement du véhicule, alors le seul moyen d'action est d'adapter les efforts de suspension aux différents types de sollicitations (route/conducteur).

Une première solution simple est de modifier l'architecture organique de la suspension de manière à pouvoir découpler les organes utilisés en pompage, des organes utilisés en roulis ou en tangage. Néanmoins cette solution pose deux problèmes.

- Changer une architecture et ajouter des organes coutent chères, demandent de la place et ajoutent de la masse au véhicule. Dans une société où le moindre kilo gagné peut permettre un gain en consommation, cette solution risque de faire face à quelques détracteurs dans le monde industriel. Cependant, il existe quelques exceptions qui ont été développées tel que le module Réas équipant les véhicules Peugeot 3008. Dans le cadre de cette thèse, différentes architectures de suspension ont été également étudiées, comme la suspension Kinetic de Tenneco découplant les organes en pompage et en roulis (déjà présente sur McLaren MP4-12C [Tenneco Kinetic]) ou encore le module CREUAT permettant de découpler le pompage du tangage [CREUAT siteweb].
- Le découplage des organes agissant en pompage, tangage et roulis ne suffit pas car, au même titre qu'en pompage il est nécessaire de faire un compromis entre isolation vibratoire/tenue de caisse, en roulis et en tangage il est nécessaire de gérer le dilemme entre sollicitations route et sollicitations conducteur.

La seconde solution consiste à utiliser une suspension pilotée. En effet, il est possible de différencier le typage d'une suspension en fonction des sollicitations conducteur. C'est cette solution que la plupart des constructeurs ont retenue en développant des actionneurs de suspension continument variables ou à états discrets.

De nombreux travaux sont développés depuis quelques décennies pour proposer des stratégies de lois de contrôle commande pour tout type d'actionneur, allant de la suspension active [Gao 2006], [Okada 2007],… à la suspension semi-active sur des amortisseurs variables [Park 2009], [Ahmadian 2007], en passant par la suspension bi-état [Nouillant 2002], [Altet 2004]. La plupart des actionneurs utilisés dans l'industrie sont des amortisseurs variables et des électrovannes tout ou rien pour les systèmes à états discrets. Ces actionneurs offrent le meilleur compromis entre coût et performances.

Dans la littérature, un certain nombre de lois de commande sont détaillées comme par exemple la commande H_{inf} [Anh-Lam 2010], [Poussot Vassal 2008], [Zin 2006], [Kruczek 2004], [Ezzine 2009], la commande Skyhook [Savaresi 2007], [Song 2009], ou encore la commande flou [Cao 1998], [Lin 2010], [Salem 2009]. La majorité de ces travaux cherchent à assurer à la fois la tenue de caisse en virage ou sous sollicitations basses fréquences en provenance de la route, tout en préservant une des fonctions principales de la suspension, à savoir l'isolation vibratoire.

4.3 THEORIE DES SYSTEMES DYNAMIQUES HYBRIDES (SDH)

4.3.1 Introduction : la théorie des SDH

Chez PSA, et plus particulièrement chez Citroën, la suspension pilotée est l'Hydractive qui possède deux modes distincts. L'actionneur principal est une électrovanne tout ou rien qui permet le passage du mode souple au mode ferme. De nombreux systèmes de suspension sont actuellement envisagés chez PSA pour utiliser ce type d'actionneur sur des architectures complexes de suspension.

La théorie des Systèmes Dynamique Hybride (SDH) a été développée tout particulièrement pour répondre aux problématiques des systèmes continus à états discrets. Elle propose des outils de modélisation, d'étude de stabilité, et de structure de contrôle commande.

Pour une étude approfondie d'un SDH, il est conseillé d'utiliser plusieurs modélisations différentes. Le choix de la modélisation dépend du besoin. Il existe donc un certain nombre de représentations pour modéliser les SDH [Nouillant 2002], [Altet 2004]. Le modèle de Branicky [Branicky 1994] est sans aucun doute la référence en termes de SDH. Il y a aussi les automates [Alur 1995], [Riedinger 2000], les Statecharts [Harel 1987], le bond-graph commuté [Dauphin 2000] et les réseaux de Pétri hybride [Zaytoon 2001]. Des systèmes dynamiques complémentaires [Brogliato 2001] permettent d'approcher les SDH sous forme d'une représentation d'état augmentée d'une variable dite orthogonale. Enfin, les Mixed Logical Dynamic (MLD) [Bemporad 1999], transforment la description des variables discrètes en variable continue, afin d'utiliser les outils classiques de la commande optimale. Cependant aucun modèle unifié ne permet à la fois de caractériser la partie discrète, de hiérarchiser les états discrets, de prendre en compte explicitement les transitions, de permettre les commandes exogènes, de faire varier la causalité... C'est pourquoi, toutes les modélisations énoncées sont complémentaires.

Pour l'étude de la stabilité des SDH, il existe également un certain nombre de méthodes : le principe du maximum de Pontriaguine [Riedinger 2000], l'utilisation des fonctions de Lyapunov globales, quadratiques communes ou encore multiples [Hetel 2007], [Liberzon 2003], [Gurvitz 1994], [Yochihiro Mori 1997], [Shorten 1999].

Seules certaines de ces méthodes, adaptées à l'étude de la suspension hydractive, sont détaillées dans la suite de ce document.

4.3.2 Modélisation

4.3.2.1 Bond-graph à commutation

L'outil bond-graph, créé par Henry M. Paynter [Paynter 1961], définit une approche unifiée de modélisation basée sur les transferts énergétiques.

L'introduction d'éléments en commutation permet d'élargir le champ applicatif de cette méthode à des systèmes dont certains paramètres varient [Dauphin 2000].

Il permet d'étudier la causalité des éléments pendant les commutations. Dans le cas où la causalité ne serait pas vérifiée, il permet alors de gérer les commutations par la modélisation de deux modèles différents : un pour chaque mode. Dans le cas contraire, une seule modélisation et suffisante pour représenter les deux modes.

Le bond graph classique utilise un nombre restreint de symboles : des sources (*Se, Sf*), des éléments résistifs (*R*), des éléments capacitifs (*C*), des éléments inductifs (*I*), des sommes de flux (*0*), des sommes d'effort (*1)*, des éléments transformant les flux en flux et les efforts en efforts : les transformateurs (*TF*), des éléments transformant les flux en efforts et inversement : les gyrateurs (*GY*). L'extension de l'outil de modélisation bond-graph aux systèmes hybrides implique l'introduction d'éléments supplémentaires : les éléments en commutation, afin de modéliser les phases de commutation. Ces éléments spécifiques sont représentés dans le Tableau 4.1

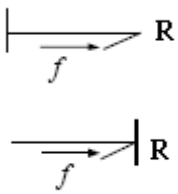
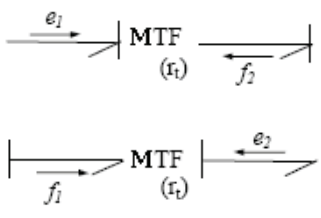
Eléments	Symbole	Définition	Causalité	Représentation
Eléments dédiés à la commutation				
Résistance variable	R	L'interrupteur est modélisé par une résistance R définie par 2 valeurs. A la commutation R passe instantanément d'une valeur à l'autre	Indifférente	
Transformateur modulé	MTF	L'interrupteur est modélisé par une résistance et un transformateur avec un rapport de transformation variable (r)	Si r=1 : causalité indifférente Si r=0 : causalité associé à la source d'effort Si 1/r=0 : causalité associé à la source de flux	

Tableau 4.1 - Eléments spécifiques du bond-graph à commutation

Un SDH, de par son fonctionnement, peut exhiber un changement de causalité suivant les modes de fonctionnement. Prenons, pour exemple, le cas de la collision d'un wagon sur une paroi viscoélastique, comme l'illustre la *Figure 4.12*.

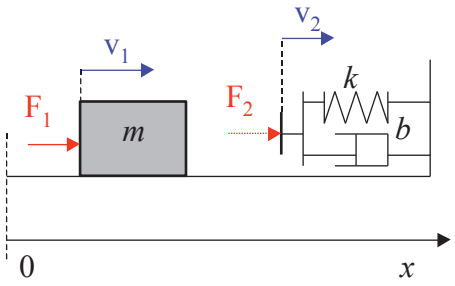
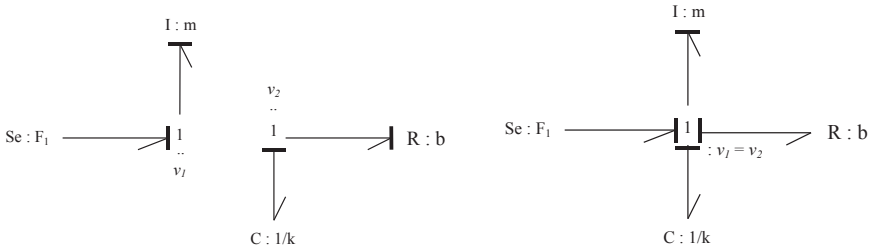


Figure 4.12 - Collision d'un wagon sur une paroi viscoélastique

Le wagon, de masse m et animé d'une vitesse v_1, est soumis à une force F_1. La paroi élastique est modélisée par une cale, dont la vitesse de déformation est notée v_2, composée d'un ressort de raideur k et d'un amortisseur de coefficient de frottement visqueux b. Deux représentations bond-graph peuvent être faites en fonction qu'il y ait ou pas contact avec la paroi (*Figure 4.13*).



(a) *(b)*

Figure 4.13 - (a) Bond-graph causal du système lorsque le wagon n'est pas au contact, (b) Bond-graph causal du système lorsque le wagon est au contact

Suivant l'état du système (contact ou non), la causalité du système a changé sur l'élément résistif. Ainsi, la chronologie de la résolution des équations lors de la simulation doit également prendre en compte ce changement de causalité. La Figure 4.14 représente le SDH modélisé par un bond-graph commuté où x_{12} représente la distance relative entre le wagon et la paroi définie par :

$$x_{12}(t) = x_{12}(t_0) + \int_{t_0}^{t} (v_1 - v_2)dt \,. \tag{4.22}$$

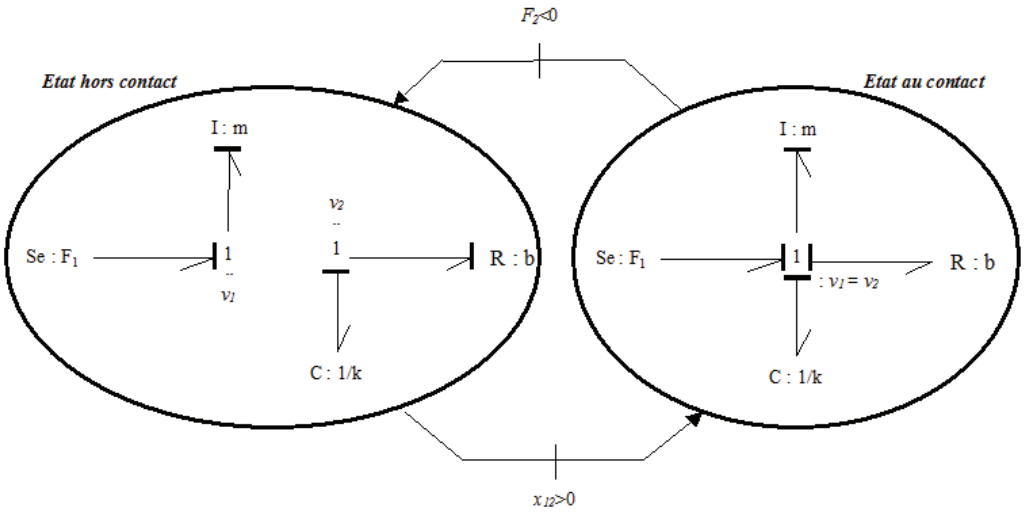


Figure 4.14 - SDH modélisé par un bond-graph commuté

Il est également intéressant de noter que :

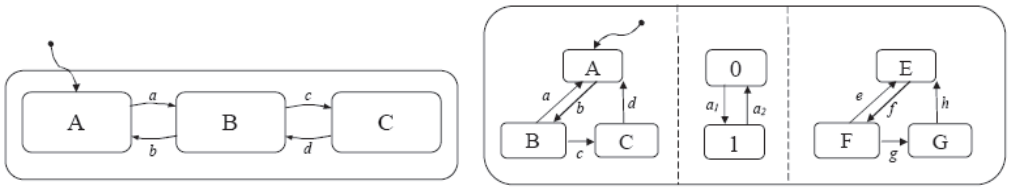
- le passage de l'état hors contact à l'état de contact s'effectue lors d'une transition portant sur la variable x_{12} qui est reliée à une variable de déplacement généralisé (flux) ;
- le passage de l'état de contact à l'état hors contact s'effectue lors d'une transition portant sur la variable F_2 qui est une variable d'effort généralisé.

Cette modélisation regroupe tous les avantages du bond-graph et permet donc de mettre en évidence les problèmes de causalité ainsi que la dualité effort/flux dans les transitions. Malheureusement, cette méthode de modélisation peut présenter quelques difficultés en simulation du fait du changement de dimension du vecteur d'état.

4.3.2.2 Statecharts hybrides

Le statecharts défini par Harel [Harel 1987] est un formalisme de description graphique destiné à la modélisation de systèmes complexes [Altet 2004]. Le statechart est structuré à partir des éléments de base des automates, à savoir des états et des transitions, renforcés par des notions de hiérarchie, d'orthogonalité et de communication. Le statechart est un modèle non autonome avec un sens entrée/sortie associé aux évènements. La modélisation d'un système à l'aide du formalisme statechart consiste donc en une description du fonctionnement à l'aide de différents états représentés par des rectangles et des transitions reliant ces états. La notion de hiérarchie permet de décomposer les états en sous états aboutissant à une simplification de la représentation du fonctionnement. L'extension de l'utilisation des statecharts aux SDH conduit à l'introduction de systèmes d'équations algébro-différentielles associés aux états. L'activité de la situation est alors définie par l'ensemble des équations algébro-différentielles associées aux différents états actifs du statecharts. Le fonctionnement des statecharts est celui utilisé couramment à travers les Stateflow de Matlab. Le système S tel qu'il est modélisé sur la Figure 4.15a permet de

hiérarchiser les trois états lors du fonctionnement. Le premier état activé est le sous-état A. Une alternance entre les sous-états A et B est possible jusqu'à l'occurrence de l'évènement C qui active le sous-état C. Dans cette configuration, une alternance entre les sous-états B et C est autorisée. L'orthogonalité permet de décomposer un état en sous états (cf. Figure 4.15b).



(a) *(b)*

Figure 4.15 - Statecharts illustrant la notion de hiérarchie (a) ; statecharts illustrant la notion d'orthogonalité (b)

Cette modélisation permet de hiérarchiser les états. Elle offre également une visualisation rapide des différents modes par les regroupements d'états. De plus, elle est déjà implémentée dans l'outil Matlab sous la forme de la toolbox Stateflow. Néanmoins, elle nécessite une définition très rigoureuse des lois de commutation pour être mise en œuvre.

4.3.3 Stabilité

4.3.3.1 Fonction de Lyapunov

Une des premières approches pour étudier la stabilité d'un SDH, largement répandue dans la littérature, utilise une extension de l'application des fonctions de Lyapunov. Les fonctions de Lyapunov sont classiquement utilisées pour démontrer la stabilité des systèmes non linéaires.

4.3.3.1.1.1 Théorème fonction de Lyapunov continue

Soit le système non linéaire admettant la représentation d'état :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \tag{4.23}$$

avec x_{eq} un état d'équilibre stable du système et D un voisinage de ce point.
S'il existe une fonction continûment différentiable V appelée fonction de Lyapunov, telle que :

$$\begin{cases} V(x_{eq}) = 0 \\ V(x) > 0 \quad \forall x \in D - \{x_{eq}\} \end{cases}, \tag{4.24}$$

et

$$\frac{\partial V(x)}{\partial t} \leq 0 \quad \forall x \in D - \{x_{eq}\}, \tag{4.25}$$

alors le système est stable.

Comme les SDH peuvent être interprétés comme des systèmes non linéaires, le théorème reste valable. Néanmoins, comme les commutations d'un SDH peuvent engendrer

des sauts sur les variables du vecteur d'état, il faut donc utiliser une extension au cas des fonctions de Lyapunov discontinues.

4.3.3.1.1.2 Théorème fonction de Lyapunov discontinue

Soit le système non linéaire admettant la représentation d'état :

$$\dot{x}(t) = f_i(x(t), u(t)), \tag{4.26}$$

où i caractérise le mode de fonctionnement, avec x_{eq} un état d'équilibre stable du système et D un voisinage de ce point.

S'il existe une fonction V' appelée fonction de Lyapunov, telle que :

$$\begin{cases} V'(x_{eq}) = 0 \\ V'(x) > 0 \quad \forall x \in D - \{x_{eq}\} \end{cases}, \tag{4.27}$$

et si V' est une fonction décroissante du temps, non nécessairement continûment différentiable, c'est-à-dire :

- si V' est une fonction dérivable par rapport à la variable temporelle :

$$\frac{\partial V'(x)}{\partial t} \leq 0 \quad \forall x \in D - \{x_{eq}\}, \tag{4.28}$$

- si V' subit une discontinuité à l'instant τ_i :

$$V'(x(\tau_i^+)) < V'(x(\tau_i^-)), \tag{4.29}$$

et en supposant également que le système ne peut subir une infinité de commutations en un temps fini (système non Zéno), soit encore qu'il existe un temps minimal entre deux instants de commutation :

$$\exists \varepsilon > 0 / |\tau_{i+1} - \tau_i| > \varepsilon, \tag{4.30}$$

alors le système est stable.

Une version de ce théorème est alors utilisée pour construire une fonction de Lyapunov d'un SDH.

4.3.3.1.1.3 Théorème fonction de Lyapunov globale au SDH

Soit le SDH admettant la représentation d'état pour chaque mode de fonctionnement i :

$$\dot{x}(t) = f_i(x(t), u(t)). \tag{4.31}$$

Si à chaque mode de fonctionnement i est associé une fonction de Lyapunov locale $V_i(t)$, et si la fonction $W(t)$ définie par :

$$W(t) = \min_i (V_i(t)) \quad \forall t \in /[\tau_i ; \tau_{i+1}], \tag{4.32}$$

entre deux instants de commutation, et est telle que :

$$W(\tau_{i+1}^+) \leq W(\tau_{i+1}^-), \tag{4.33}$$

à chaque instant de commutation, alors cette dernière est une fonction de Lyapunov globale.

La plupart des applications utilisant cette approche consistent donc à :

- déterminer une fonction de Lyapunov V_i relative au mode de fonctionnement i du SDH ;
- construire une fonction de Lyapunov telle que :

$$W(t) = \min_i (V_i(t)) \quad , \tag{4.34}$$

- conclure sur la stabilité du système grâce à la fonction W et au théorème.

Cette méthode implique donc qu'il faut trouver une fonction de Lyapunov par mode de fonctionnement sachant qu'il n'existe que des pistes de recherche et non une méthodologie générale. La fonction de Lyapunov globale est construite de façon pessimiste dans le sens où aucun saut positif n'est envisageable, ce qui restreint donc la classe de SDH

4.3.3.2 Principe du maximum de Pontriaguine

4.3.3.2.1.1 SDH Linéaire

Un SDH linéaire est défini par les équations :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_k x(t) + B_k u(t) \\ k(t) = \nu(x(t), k(t^-), d(t), t) \\ x(t_0) = x_0 \\ k(t_0) = k_0 \end{cases}, \tag{4.35}$$

où

- x est le vecteur d'état continu de dimension n
- k est une fonction continue par morceaux décrivant le mode de fonctionnement prenant ses valeurs dans l'ensemble fini K

$$k(t) \in K = \{1;2;...;n_k\}, \tag{4.36}$$

- u est la commande continue
- d est une fonction continue par morceaux décrivant la commande discrète prenant ses valeurs dans l'ensemble fini D

$$d(t) \in D = \{1;2;...;n_D\}, \tag{4.37}$$

- v est la fonction de transition caractérisant alors les commutations, modélisable par un automate hybride.

A chaque mode, correspond un système continu linéaire, d'où l'appellation de SDH linéaire (qui n'est pas globalement un système linéaire).

La problématique de la commande optimale peut s'exprimer d'une manière générale par la recherche de la commande u qui maximise le critère J du problème de lagrange tel que :

$$J = \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t))dt\,, \tag{4.38}$$

4.3.3.2.1.2 Principe du Maximum

Si $\tilde{u}$ est une commande optimale admissible correspondant au problème de Lagrange et $\tilde{x}$ la trajectoire correspondante, alors il existe une fonction absolument continue $\tilde{\lambda}$ sur $[t_0 ; t_f]$ et une constante $\tilde{\lambda}_0$ telles que le système hamiltonien soit vérifié presque partout et les conditions suivantes de maximum soient également vraies :

$\tilde{u}$ maximise la fonction hamiltonnienne H soit :

$$H(\tilde{\lambda}_0, \tilde{\lambda}(t), \tilde{x}(t), \tilde{u}(t)) = \sup_{u \in U} H(\tilde{\lambda}_0, \tilde{\lambda}(t), \tilde{x}(t), u(t)) \quad \forall t \in [t_0; t_f], \tag{4.39}$$

la fonction hamiltonienne *H* est constante :

$$\frac{\partial H(\tilde{\lambda}_0, \tilde{\lambda}(t), \tilde{x}(t), \tilde{u}(t))}{\partial t} = 0 \quad \forall t \in [t_0; t_f], \tag{4.40}$$

la variable adjointe doit également vérifier les conditions de transversalité aux instants initial et final :

$$\begin{cases} \tilde{\lambda}(t_0) \in N_{C_0}(\tilde{x}(t_0)) \\ \tilde{\lambda}(t_f) \in N_{C_f}(\tilde{x}(t_f)) \end{cases}, \tag{4.41}$$

où $N_{Ci}(x)$ représente le sous espace normal à C_i au point x.

Rappel :

La fonction hamiltonienne est définie de la manière suivante :

$$H = \lambda^T . \dot{x}(t) - \lambda_0 . L(x, u), \tag{4.42}$$

Avec λ la variable dite adjointe et λ_0 une constante positive.

Le système hamiltonien est alors défini par :

$$\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{\partial H}{\partial \lambda} \\ \dot{\lambda} = \dfrac{\partial H}{\partial x} \end{cases}, \tag{4.43}$$

4.3.3.2.1.3 Etude de la stabilité par le Principe du Maximum

Le principe du maximum est utilisé pour résoudre le problème de la commande LQ associée à un critère linéaire quadratique à minimiser. Le critère LQ pour un SDH s'exprime alors sous la forme :

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left(x^T(t) . Q_{k(t)} . x^T(t) + u^T(t) . R_{k(t)} . u^T(t) \right) dt, \tag{4.44}$$

avec Q_i et R_i des matrices semi-définies positives.

L'application du principe du maximum permet alors de résoudre ce problème.

La commande optimale pour chaque intervalle entre deux temps de commutation τ_i d'un mode à un autre est :

$$u_k(t) = R_k^{-1} . B_k^T . \lambda(t) \quad \forall t \in [\tau_i; \tau_{i+1}], \tag{4.45}$$

avec la variable adjointe qui vaut :

$$\lambda(t) = -P_i(t) . x(t) \quad \forall t \in [\tau_i; \tau_{i+1}], \tag{4.46}$$

avec P_i une matrice symétrique solution de l'équation de Riccati différentielle :

$$\dot{P}_i(t) = -P_i(t) . A_{k_i} - A_{k_i}^T . P_i(t) + P_i(t) . B_{k_i} . R_{ki} - 1 . B_{k_i}^T . P_i(t) - Q_{ki} \quad \forall t \in [\tau_i; \tau_{i+1}]. \tag{4.47}$$

Le système hamiltonien doit également vérifier les conditions de transversalité qui portent maintenant sur chaque instant de commutation et non plus seulement sur les états final et initial dans la mesure où le système change de mode après chaque commutation. La commutation peut être issue de deux causes différentes.

Dans le premier cas, le système effectue un changement de mode commandé. Les conditions de transversalité s'expriment alors par :

$$H_{k_{i+1}}(-P_{i+1}.x,x,u_{k_{i+1}}) = H_{k_i}(-P_i.x,x,u_{k_i}), \tag{4.48}$$

$$P_{i+1}(t).x(t) = P_i(t).x(t). \tag{4.49}$$

Dans le deuxième cas, le système effectue un changement de mode contraint car le vecteur d'état entre dans une sous variété de l'espace d'état. Ces variétés peuvent s'exprimer par un ensemble de p contraintes égalités où $p < n$ telles que :

$$C_{k_0}\left(x(\tau_{i+1}),\tau_{i+1}\right) = 0. \tag{4.50}$$

Les conditions de transversalité s'expriment alors par :

$$H_{k_{i+1}}(-P_{i+1}.x,x,u_{k_{i+1}}) = H_{k_i}(-P_i.x,x,u_{k_i}) + \left.\frac{\partial C_{k_i}}{\partial t}^T\right|_{t=\tau_{i+1}}.\pi \tag{4.51}$$

$$P_{i+1}(t).x(t) = P_i(t).x(t) + \left.\frac{\partial C_{k_i}}{\partial x}^T\right|_{t=\tau_{i+1}}.\pi, \tag{4.52}$$

avec π un vecteur de dimension p tel que

$$\pi^T.\left.\frac{\partial C_{k_i}}{\partial x}^T\right|_{t=\tau_{i+1}}.f_{k_i}(x,u_{k_i}) + \left.\frac{\partial C_{k_i}}{\partial x}^T\right|_{t=\tau_{i+1}}.\pi \geq 0. \tag{4.53}$$

Dans chacun de ces deux cas, la condition de continuité du critère J doit être assurée, soit :

$$x^T P_{i+1} x + c_{i+1} = x^T P_i x + c_i. \tag{4.54}$$

Ceci impose alors le choix de la suite c_i qui permet d'assurer cette continuité. Il est intéressant de noter que :

- lorsque le saut est commandé, alors les conditions de transversalité imposent nécessairement la continuité de la fonction hamiltonienne et de $P_i x$;
- lorsque le saut est contraint, alors les conditions de transversalité autorisent des sauts sous couvert de l'existence du vecteur π et de la suite c_i.

Partant d'une position $(x_0;i_0)$, s'il existe deux suites de matrices $P_i(t)$ définies positives et $Q_i(t)$ semi-définies négatives, un vecteur π_{i+1} et une suite bornée de nombres réels (c_i) tels que :

hypothèse 1. Le temps entre deux commutations est borné inférieurement :

$$\exists \varepsilon > 0, \tau_{i+1} - \tau_i \geq \varepsilon. \tag{4.55}$$

hypothèse 2. La suite P_i est uniformément bornée :

$$\exists \alpha > 0, \exists \beta > 0 \quad tels\ que \quad \forall i, \forall t \in [\tau_i;\tau_{i+1}], \quad \alpha \leq \|P_i(t)\| \leq \beta. \tag{4.56}$$

hypothèse 3. P_i vérifie :

$$\frac{\partial P_i(t)}{\partial t} = Q_i - \left(P_i A_i + A_i^T P_i\right) \quad \forall t \in [\tau_i;\tau_{i+1}]. \tag{4.57}$$

hypothèse 4. Aux instants de commutations τ_{i+1},

$$P_{i+1}.x = P_i x + \left.\frac{\partial C_i^{\,T}}{\partial x}\right|_{t=\tau_{i+1}} .\pi_{i+1}\,, \tag{4.58}$$

$$x^T\left[P_{i+1}A_{i+1} + A_{i+1}{}^T P_{i+1} - Q_{i+1}\right]x = x^T\left[P_i\ A_i + A_i{}^T P_i - Q_i\right]x - 2.\left.\frac{\partial C_i}{\partial t}\right|_{t=\tau_{i+1}} .\pi_{i+1}\,, \tag{4.59}$$

$$x^T P_{i+1} x + c_{i+1} = x^T P_i x + c_i\,, \tag{4.60}$$

où π_{i+1} est de dimension p et c_i une constante, alors la trajectoire est stable.

Remarque
Si les matrices $Q_i(t)$ sont semi-définies négatives, alors le système est asymptotiquement stable.

Une application du principe du maximum de Pontriaguine sur les SDH linéaires est développée dans la partie dédiée à l'application des SDH sur un système réel bi-état.

4.3.4 Atteignabilité & Décidabilité

La vérification des propriétés des SDH repose sur la même notion d'espace atteignable.

4.3.4.1 Vérification des propriétés par espace atteignable

Le fonctionnement du SDH débute par un état hybride initial (constitué donc du mode de fonctionnement initial et du vecteur d'état continu initial). Pour vérifier une propriété de ce système, un sous-espace de l'espace hybride est construit dans lequel cette propriété est vérifiée. Il faut alors calculer l'espace atteignable par le SDH partant de son état initial et vérifier qu'il est inclus dans le sous-espace qui vérifie la propriété.

Un raisonnement dual est possible, en construisant un sous-espace où la propriété est fausse. L'espace atteignable doit être alors disjoint de cet espace pour démontrer que la propriété est alors toujours vraie.

Cette méthode nécessite donc :

- de décrire la propriété à vérifier sous la forme d'un sous-espace qui englobe les états hybrides où la propriété est vraie ;
- de disposer d'un algorithme permettant de calculer l'espace atteignable.

Ce dernier point est loin d'être évident. C'est la raison pour laquelle il est introduit la notion de décidabilité pour savoir si l'algorithme est capable de calculer effectivement l'espace atteignable.

4.3.4.2 La décidabilité du calcul de l'espace atteignable

La décidabilité est ainsi la possibilité pour un algorithme, de calculer en un temps fini l'espace atteignable pour un automate hybride.

Dans le cas général, il a été prouvé que les problèmes sont non-décidables, dans le sens où aucun algorithme ne permet de calculer l'espace atteignable, en raison de la complexité de calcul notamment.

A l'heure actuelle, la décidabilité est garantie pour la classe des automates hybrides linéaires définis dans [Alur 1995]. Ceci constitue donc une restriction de l'emploi de ces méthodes et un frein à la vérification des propriétés d'un SDH.

4.3.4.3 Solutions palliatives lors de la non-décidabilité

Lorsque le problème est non décidable, plusieurs solutions peuvent être néanmoins envisagées.

- Le calcul analytique peut être mené dans des cas simples afin de simuler le comportement du SDH et de calculer explicitement l'espace atteignable.
- Un SDH quelconque peut alors être approximé par une abstraction à l'aide d'un automate hybride linéaire. Cette méthode a l'avantage de rendre le problème décidable, mais peut conduire à une solution pessimiste étant données les approximations faites par l'abstraction.
- Une dernière approche n'utilise que la partie système à événements discrets (SED) du SDH. Il est alors possible d'utiliser de nombreuses méthodes de vérification provenant du formalisme des SED. Bien que, dans ce cadre, le fonctionnement global du SDH n'est pas exploité, plusieurs propriétés peuvent être néanmoins garanties : c'est le cas notamment pour l'étude de la sûreté de fonctionnement d'un SDH.

4.3.5 Commande

4.3.5.1 Commande à base de modèles moyens

Ces méthodes cherchent à modéliser la dynamique des systèmes hybrides à l'aide d'un modèle différentiel unique. Ces méthodes concernent les systèmes dont le fonctionnement peut être considéré comme "presque périodique" et représentable sous forme d'un cycle.

Une condition supplémentaire pour pouvoir appliquer ce type de méthode est que la durée de parcours du cycle soit constante ou lentement variable. A titre d'illustration [Nouillant 2002], un cylindre de moteur thermique, les pompes ventriculaires du cœur ou encore les convertisseurs statiques sont des systèmes qui se prêtent bien à l'application de ces méthodes.

L'objectif de ces méthodes est de contrôler une valeur "moyenne" d'une variable continue caractéristique du système hybride, en s'affranchissant des véritables variables de commande que sont les instants de commutation. Pour les trois exemples introduits précédemment, les variables continues sont respectivement le couple sur l'arbre moteur, le débit sanguin et la vitesse du moteur alors que les variables de commande hybrides sont respectivement l'allumage de la bougie, l'impulsion du stimulateur cardiaque et l'ouverture de l'interrupteur.

La théorie de la moyennisation [Zaytoon 2001] propose une solution à cette classe de problèmes dont les principaux résultats sont succinctement présentés dans la suite de ce paragraphe.

La "forme standard" utilisée dans les problèmes de moyennisation s'écrit:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \varepsilon\, f(t,x) \\ x(t_0) &= x_0 \end{aligned}, \tag{4.61}$$

où *e* est un "petit" paramètre, *f* un champ de vecteur.
Rappel sur la valeur moyenne d'une fonction *T* périodique :

$$f_0(t) = \frac{1}{T}\int_0^T f(t,x)dt \quad \forall x \in D\,. \tag{4.62}$$

Cette expression peut être étendue aux fonctions qui ne présentent pas de périodicité (fonction dite de « Krylo , Bogolioubov, Mitropolsky ») :

$$f_0(x) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T f(t,x)dt \quad \forall x \in D\,. \tag{4.63}$$

La moyenne glissante du champ de vecteur *f* est définie de la sorte :

$$f_T(t,x) = \frac{1}{T}\int_0^T f(t+\tau,x)d\tau = \frac{1}{T}\int_0^{t+T} f(\tau,x)d\tau\,. \tag{4.64}$$

Le modèle moyen est donc, à partir des relations précédentes, défini de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= \varepsilon\, f_0(\bar{x}) \\ \bar{x}(t_0) &= x_0 \end{aligned}. \tag{4.65}$$

De la meme manière le modèle glissant est défini par :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= \varepsilon\, f_T(t,\tilde{x}) \\ \tilde{x}(t_0) &= x_0 \end{aligned}. \tag{4.66}$$

Un premier théorème dit que si la fonction *f* satisfait à:

- *f* est bornée par une constante *M*,
- *f* satisfait à une condition de Lipschitz avec la constante λ,
- *f* est Krylo, Bogolioubov, Mitropolsky,

alors le modèle moyen *x* admet une solution

$$\forall \eta > 0, \forall L, \exists \varepsilon_0 \quad \text{tel que :} \quad \forall \varepsilon \in]0;\varepsilon_0]\ et\ \forall t \in, \text{ on a } \left\|x(t) - \bar{x}(t)\right\| < \eta \tag{4.67}$$

$$f_T(t,x) = f_0(x) + O\left(\frac{\partial(\varepsilon)}{\varepsilon T}\right), \tag{4.68}$$

où

$$\delta(\varepsilon) = \sup_{x\in D}\ \sup_{t\in\left\{t_0;\frac{L}{\varepsilon}\right\}} \varepsilon\left\|\int_0^t \left[f(\tau,x) - f_0(x)\right]d\tau\right\|. \tag{4.69}$$

Un second théorème propose une solution aux modèles moyens $(\bar{x})$ et glissants $(\tilde{x})$ si toutefois le premier théorème est vérifié. Ces solutions sont telles que :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \dot{\bar{x}}(t) + O\left(\frac{\partial(\varepsilon)}{\varepsilon T}\right) \text{ pour } t \in \left[t_0, t_0 + \frac{L}{\varepsilon}\right]. \tag{4.70}$$

Une application simple de la théorie de la moyennisation (*Figure 4.16*) permet de comprendre, sur un exemple concret, la modélisation de la dynamique des systèmes hybrides à l'aide d'un modèle différentiel unique.

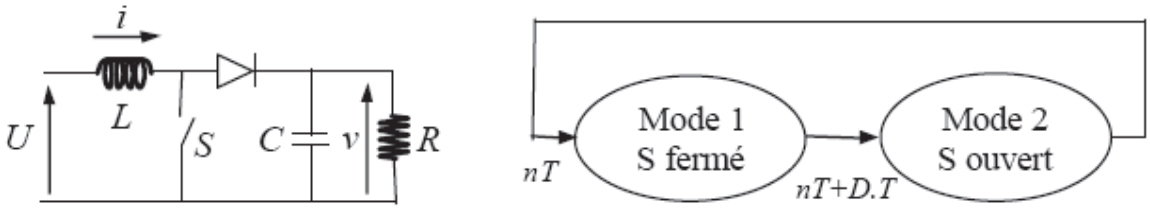


Figure 4.16 - Exemple basé sur un survolteur en conduction continue

Un interrupteur *S* est périodiquement ouvert ou fermé. A chaque position de l'interrupteur est associé un mode de fonctionnement décrits par :

$$\begin{aligned} Mode\,1 &: \dot{x}(t) = A_1 x(t) + Bu(t) \\ Mode\,2 &: \dot{x}(t) = A_2 x(t) + Bu(t) \end{aligned}, \tag{4.71}$$

$$x^T = (i, v), \tag{4.72}$$

avec

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/RC \end{bmatrix}, \tag{4.73}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix}, \tag{4.74}$$

et

$$B = \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{4.75}$$

En choisissant :

$$\varepsilon = \alpha T, \tag{4.76}$$

avec

$$\alpha = \max\left\{\frac{1}{L}, \frac{1}{C}, \frac{1}{RC}\right\}, \tag{4.77}$$

et en utilisant les résultats de la commande par modèles moyens, le modèle moyen représentant le fonctionnement global du survolteur en conduction continue s'écrit alors :

$$\dot{\bar{x}} = \left(A_1 + (1-D)A_2\right)\bar{x} + B\,u\,. \tag{4.78}$$

La commande à base de modèles moyens permet une analyse classique du système et occulte les problèmes liés à la partie séquentielle des systèmes hybrides. Malheureusement, cette approche ne peut pas convenir aux systèmes dont on souhaite décrire précisément les différents modes de marche, notamment dans le cadre d'une application au contrôle global du châssis.

4.3.5.2 Commande hiérarchisée

Une commande plus intéressante pour l'étude des différents modes et leur commutation est la commande hiérarchisée.

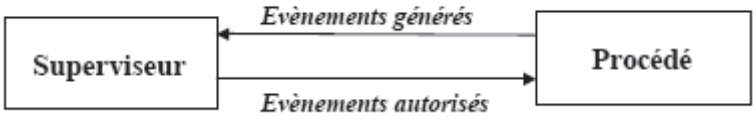


Figure 4.17 - Commande hiérarchisée

La partie SED (Système à Evènements Discrets), partie superviseur sur la Figure 4.17, offre un outil permettant de hiérarchiser les stratégies et un formalisme pour commuter entre ces dernières grâce à une représentation sous forme d'états – transitions. Elle repose sur le principe des Statecharts.

Cette hiérarchisation permet l'approche multi-contrôleurs qui se base sur le choix d'un contrôleur parmi plusieurs, tous ayant été synthétisés préalablement eu égard des stratégies propres.

Le superviseur décide alors de commuter sur le contrôleur répondant le mieux (au sens d'un critère à définir) à l'état courant du système. Le calcul des paramètres des lois de commande est effectué hors ligne et non en ligne contrairement à la commande adaptative.

Plusieurs versions et architectures de commande sont proposées :

- un superviseur est créé en associant à chaque partition de l'espace d'état un mode de fonctionnement ;
- une commande multi-modèle/multi-contrôleur identifie la situation courante et active le contrôleur correspondant.

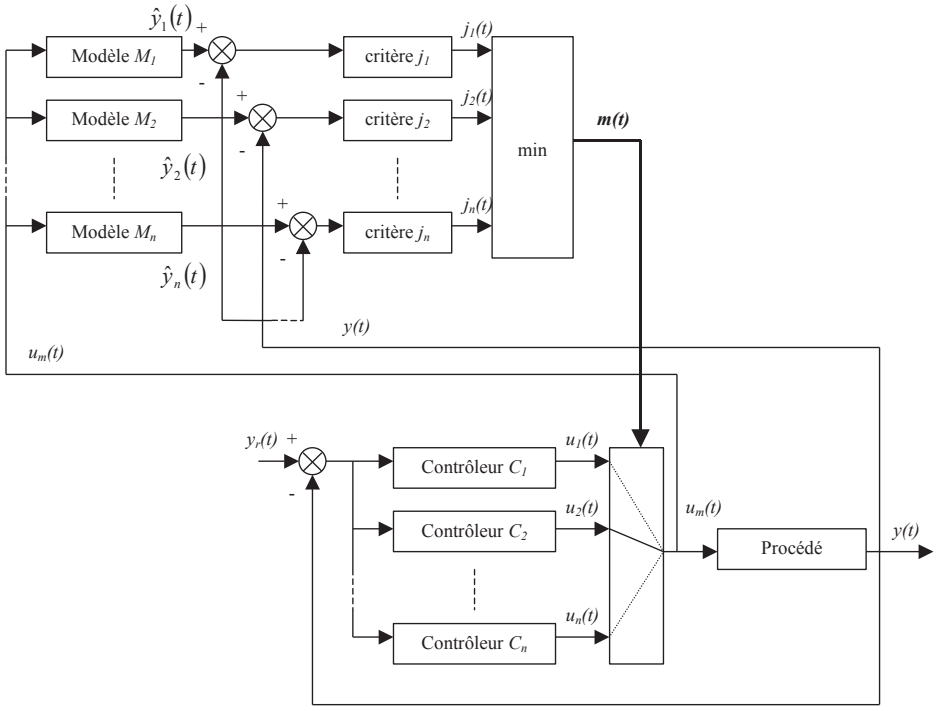


Figure 4.18 - Approche multi-modèle/multi-contrôleur

Cette approche multi-contrôleur/multi-modèle présente deux avantages majeurs :

- dans le cas général, la commande s'adapte à l'état du système et optimise sa réponse (au sens d'un critère défini) ;
- plus particulièrement, le compromis entre performance et robustesse inhérent à toute commande peut être déplacé dans le cas où l'on a pu affiner la connaissance du modèle dans la situation détectée.

De plus, la hiérarchisation qui facilite la conception de la commande hybride, permet également de traiter la sûreté de fonctionnement du système grâce aux outils formels développés en SED. En effet, très souvent les dysfonctionnements des composants peuvent être traités par des états de conformité et de non-conformité [Jampi 2001]. Dès lors, la partie SED peut être augmentée par des modes dégradés dans lesquels le système garde des performances minimales. Un exemple simplifié de commande hybride d'ABS sûre de fonctionnement est traité à ce titre dans [Nouillant 2002].

4.3.6 Conclusion : Les SDH une approche très utilisée dans le domaine automobile

La théorie des SDH propose des méthodes de modélisation, d'analyse de la stabilité et de commande pour les systèmes continus à états discrets. Cette approche est très intéressante pour les systèmes de l'automobile. En effet, ces systèmes peuvent souvent être décomposés en plusieurs modes : mise en route, initialisation, fonctionnement en mode nominal, passage en mode dégradé ou mode par défaut et arrêt. Un exemple concret est la gestion d'un moteur thermique [Bombarda 2000], [Balluchi 2000] possédant plusieurs modes de fonctionnement : le démarrage, la régulation du ralenti, la réponse en couple à la demande du conducteur, l'arrêt immédiat par le rupteur, l'arrêt du moteur.

De plus, la théorie des SDH est un outil très important dans le développement de la sureté de fonctionnement. La sureté de fonctionnement des systèmes industriels est une problématique majeure où il faut garantir des propriétés minimales du système en dépit des pannes et/ou perturbations. Le formalisme des SDH, de par son découplage entre les parties continues et discrètes, permet d'étudier la perte d'une de ces parties [Jampi 2001].

Enfin, depuis quelques années, l'électronique prend une place prépondérante dans le véhicule. Ceci est dû, entre autres, aux nombres de systèmes pilotés qui doivent cohabiter (ESP, GMP, Boite de vitesse, essuie-glace automatique, déclenchement des feux, gestion habitacle, suspension,…). Il est donc nécessaire d'avoir un superviseur qui permette une gestion globale de ces systèmes, ceci implique une commande hiérarchisé et hybride. La théorie des SDH s'intéresse à ce type de commande comme présenté dans le paragraphe

4.3.5.2. La commande hybride a pour principal intérêt de s'adapter instantanément à l'état du système. Une commande hiérarchisée hybride se décompose en deux niveaux :

- un haut niveau correspondant au superviseur basé sur une machine d'état ;
- un bas niveau avec des régulateurs adaptés à chaque mode. Pour ce niveau la synthèse des différents régulateurs peut se faire par diverses méthodes (Hinf, QFT, CRONE, PID, LQG,…).

L'approche des SDH peut donc conduire à des résultats différents en fonction de la stratégie de commande utilisée au bas niveau.

4.4 SUSPENSION PILOTEE BI-ETAT

4.4.1 Introduction : présentation des différentes architectures de suspension pour l'application

A travers la partie précédente, on constate que la théorie des SDH se révèle très utile particulièrement pour les systèmes automobiles. En effet, ces derniers peuvent être considérés pour la plupart comme des systèmes continus à états discrets. Ainsi, il existe un certain nombre de suspensions à états discret. Par exemple : le Système d'Anti Roulis (SCAR) sur Xantia Activa [Guyot 1995], le système Active Suspension Control System (ASCS) de pilotage des barres anti dévers sur BMW série 7 [Jurr 2002] et bien sûr l'hydractive de Citroën.

L'objectif est d'appliquer la théorie des SDH aux suspensions pilotées bi-états, ayant comme actionneurs des électrovannes tout ou rien.

Cette commande est développée pour gérer le dilemme confort/comportement, c'est-à-dire d'assurer simultanément l'isolation vibratoire et la tenue de caisse sur sollicitations route, ainsi que la tenue de caisse sous sollicitations conducteur. En effet, nous avons vu au chapitre 3 qu'il était possible avec une suspension CRONE hydractive d'assurer à la fois l'isolation vibratoire et la tenue de caisse sous sollicitations route. Néanmoins, la suspension CRONE hydractive doit utiliser le mode ferme pour assurer la tenue de caisse sous sollicitations conducteur.

La suspension Hydractive, une évolution de la suspension hydropneumatique de Citroën, a été conçue pour gérer le conflit isolation vibratoire/tenue de caisse au sens large. En effet, le mode souple est dimensionné pour assurer une isolation vibratoire remarquable, et le mode ferme pour tenir la caisse quelle que soit la sollicitation, conducteur ou route. La logique de commutation consiste à mesurer les débattements, l'angle volant et la pression Maitre-Cylindre (PMC), puis à commuter en fonction de la valeur de chacun. Cette approche bien qu'efficace, car toujours appliqué aujourd'hui, n'est pas une stratégie robuste

- aux paramètres internes du véhicule, donc pas de possibilité de « portage » sur d'autre véhicule,

- aux entrées extérieures (volant, PMC, débattements), donc pas de répétitivité.

Mais surtout elle oblige à choisir le mode ferme sur des sollicitations route aux basses fréquences. Or ce mode dimensionné pour répondre aux sollicitations conducteur, n'est pas optimal pour tenir la caisse sous sollicitations route générant beaucoup d'inconfort. Cet inconvénient disparaît avec le dimensionnement du mode souple de la suspension CRONE hydractive (chapitre 3).

Néanmoins, il est nécessaire d'assurer aussi une bonne tenue de caisse sous sollicitations conducteur. C'est la raison pour laquelle, cette thèse propose une stratégie de commande pour toutes les suspensions bi-état, plus particulièrement pour la suspension Hydractive, permettant ainsi d'assurer une généralité de la stratégie, et ce pour permettre une implantation sur différents véhicules.

4.4.2 Etude de la stabilité et de la causalité de la suspension hydractive

4.4.2.1 Fonction de Lyapunov

La suspension Hydractive peut être étudiée à partir d'un modèle quart de véhicule comportant une raideur de suspension variable k_2 pouvant prendre deux valeurs distinctes et un frottement de suspension variable b_2 pouvant prendre également deux valeurs distinctes, soit :

$$k_2(t) = k_{2i}\big|_{i\in\{1;2\}}, \tag{4.79}$$

$$b_2(t) = b_{2i}\big|_{i\in\{1;2\}}. \tag{4.80}$$

Posons le vecteur des états :

$$x = \begin{pmatrix} \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_1(t) \\ z_2(t) \\ z_1(t) \end{pmatrix}, \tag{4.81}$$

avec $z_1(t)$ et $z_2(t)$ les positions respectives de la masse non suspendue et suspendue. Le vecteur des sorties mesurées, quant à lui, est donné par :

$$y = \begin{pmatrix} \ddot{z}_2(t) \\ f_z(t) \\ z_{21}(t) \end{pmatrix}, \tag{4.82}$$

où $f_z(t)$ représente l'effort vertical du pneumatique et $z_{21}(t)$ le débattement entre la masse suspendue et la masse non suspendue. Enfin, le vecteur des perturbations d'entrées noté $p(t)$ contient les entrées $f_0(t)$, dues aux transferts de charge sous sollicitations conducteur, et $z_0(t)$ l'entrée route, soit :

$$p(t) = \begin{pmatrix} f_0 \\ \dot{z}_0 \\ z_0 \end{pmatrix}. \tag{4.83}$$

La représentation d'état associée à la modélisation quart de véhicule pour une suspension classique passive est alors sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = A\,x + B\,p \\ y = C\,x + D\,p \end{cases}, \tag{4.84}$$

avec

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{b_2}{m_2} & \frac{b_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} \\ \frac{b_2}{m_1} & -\frac{b_2 + b_1}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & -\frac{k_2 + k1}{m_1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{4.85}$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{b_1}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{4.86}$$

$$C = \begin{pmatrix} -\frac{b_2}{m_2} & \frac{b_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} \\ 0 & -b_1 & 0 & -k_1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \tag{4.87}$$

et

$$D = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_2} & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & k_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{4.88}$$

Par conséquent, pour la suspension Hydractive, il y a deux modes de fonctionnement qui sont, en régime libre :

$$\dot{x} = A_i x\,, \tag{4.89}$$

où

$$A_i = A\big|_{i\in\{1;2\}}\,. \tag{4.90}$$

La matrice A_i correspond à la matrice A où les valeurs k_{2i} et b_{2i} sont associés à la raideur et l'amortissement pour chacun des modes souple et ferme.

Il est démontré dans [Nouillant 2002] qu'une suspension ayant un amortisseur variable est un système stable car l'énergie mécanique de la caisse en régime libre, utilisée alors comme fonction de Lyapunov, est positive, continue et décroissante en fonction du temps quelle que soit la valeur de l'amortisseur de suspension. Néanmoins, pour une suspension hydractive dont la commutation change également la raideur, la conlusion n'est pas immédiate. En effet,

il est possible d'étudier la stabilité du système à l'aide des valeurs propres de la matrice A_i. Cependant, dans la perspective de commutation du système, il est intéressant de rechercher une fonction de Lyapunov qui fournit une preuve de stabilité. L'énergie mécanique de la caisse du système en régime libre est pour chaque mode localement :

$$V_i(x) = E_{mi} = \frac{1}{2} m_2 x_1^{\,2} + \frac{1}{2} m_1 x_2^{\,2} + \frac{1}{2} k_{2i} \left(x_3 - x_4\right)^2 + \frac{1}{2} k_1 x_4^{\,2} > 0 \quad \forall x \tag{4.91}$$

et

$$\frac{\partial V_i(x)}{\partial t} = -b_{2i} \left(x_1 - x_2\right)^2 \leq 0 \quad \forall x \,. \tag{4.92}$$

Si on choisit la fonction candidate W telle que :

$$W(t) = \min_{i \in \{1;2\}} (V_i(t)), \tag{4.93}$$

alors W est positive et décroissante hors des instants de commutation. Lors d'une commutation à un instant τ_i du mode i au mode $i+1$, alors :

$$W(\tau_i^{\,+}) - W(\tau_i^{\,-}) = \frac{1}{2} (k_{2i+1} - k_{2i}).\left(x_3 - x_4\right)^2 . \tag{4.94}$$

Cette fonction est donc discontinue aux instants de commutation, ce qui ne constitue pas une problématique en soi avec l'extension aux fonctions de Lyapunov discontinues. Si on passe d'une raideur faible à une raideur plus importante, alors le saut provoqué augmente la fonction W. Ainsi, cette fonction n'est donc pas globalement décroissante et n'est donc pas une fonction de Lyapunov dans le cas général. Aucune conclusion ne peut donc être tirée sur le système commuté. Il est possible de définir une commande stable dans le cas spécifique où la commande commute pour un débattement relatif de suspension égal à zéro. Dans ce cas, W est positif, continue, et décroissante du temps. Ce résultat impose une commande trop restrictive sur le pilotage de la suspension. Le théorème utilisé est donc trop pessimiste sur l'élaboration directe d'une fonction de Lyapunov globale pour notre système de suspension.

4.4.2.2 Approche par le principe du Maximum

Afin de contourner la difficulté précédente, le théorème sur la stabilité des automates hybrides linéaires est appliqué.

Pour le système de suspension, l'hypothèse 1 (relation (4.55)) peut être vérifiée en imposant un temps minimum entre deux commutations. Ceci est également réalisé en pratique par les limites dynamiques du système de suspension Hydractive.

L'hypothèse 2 (relation (4.56)) est vérifiée car,

$$Em = x^T P_i x \,, \tag{4.95}$$

l'énergie mécanique définie par la relation (4.91), permet décrire

$$P_i = \begin{pmatrix} \frac{m_2}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{2i}}{2} & -\frac{k_{2i}}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{k_{2i}}{2} & \frac{k_1 + k_{2i}}{2} \end{pmatrix}, \tag{4.96}$$

tous les éléments de P_i prennent des valeurs bornées, donc la norme de P_i est également bornée.

L'hypothèse 3 est vérifiée car, par définition :

$$Q_i = P_i A_i + A_i{}^T P_i \quad \forall t \in [\tau_i ; \tau_{i+1}]. \tag{4.97}$$

L'équation (4.57) à vérifier devient donc

$$\frac{\partial P_i(t)}{\partial t} = 0 \quad \forall t \in [\tau_i ; \tau_{i+1}]. \tag{4.98}$$

Or, comme tous les éléments de P_i sont constants entre deux commutations, l'équation (4.98) est toujours vraie.

Pour l'hypothèse 4, il faut nécessairement définir une règle de commutation a priori, soit une loi de commande sur les commutations.

Afin de simplifier cette approche, la loi de commutation choisie consiste à prendre une valeur faible de la raideur de suspension pour les faibles débattements de suspension favorisant ainsi le confort des passagers, et de prendre une valeur plus importante lorsque le débattement devient important. Soit la condition de commutation :

$$|z_{12}| = d \tag{4.99}$$

qui définit le passage d'une raideur à une autre. D'après cette dernière équation, les surfaces de commutation sont alors définies par :

$$C_\varepsilon(x) = x_3 - x_4 - \varepsilon.d = 0, \tag{4.100}$$

avec

$$\varepsilon \in \{-1;+1\}. \tag{4.101}$$

Il y a deux contraintes égalités (p = 2) définies par (4.101) et (4.100). La valeur de p définit alors la dimension de π_{i+1}. A l'aide de la loi de commutation (4.100), les conditions de transversalité doivent être vérifiées, soit :

$$\begin{cases} \frac{\partial C_\varepsilon{}^T}{\partial x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \forall t \\ \frac{\partial C_\varepsilon{}^T}{\partial x} \equiv \begin{pmatrix} x_1 & -x_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \forall t \end{cases}. \tag{4.102}$$

Le vecteur assurant les conditions de transversalité, noté π_{i+1} ayant pour expression :

$$\pi_{i+1} = \begin{pmatrix} \pi_{i+1}{}^1 & \dots & \pi_{i+1}{}^4 \end{pmatrix}^T, \tag{4.103}$$

il vient en utilisant l'équation (4.58) :

$$\begin{cases} {\pi_{i+1}}^{1} = 0 \\ {\pi_{i+1}}^{2} = 0 \\ {\pi_{i+1}}^{3} = \dfrac{k_{2i+1} - k_{2i}}{2}.\varepsilon.d \\ {\pi_{i+1}}^{4} = \dfrac{k_{2i+1} - k_{2i}}{2}.\varepsilon.d \end{cases} \tag{4.104}$$

soit, au final :

$$\pi_{i+1} = \frac{k_{2i+1} - k_{2i}}{2}.\varepsilon.d.\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}. \tag{4.105}$$

La relation (4.102) définie une seconde relation :

$${\pi_{i+1}}^{1}.x_1(\tau_{i+1}) - {\pi_{i+1}}^{2}.x_2(\tau_{i+1}) = 0\,. \tag{4.106}$$

Le vecteur π_{i+1} est donc bien de dimension 2 égale à p.

La relation « $x^T P_{i+1} x + c_{i+1} = x^T P_i x + c_i$ » devient :

$$c_{i+1} = c_i + \frac{k_{2i+1} - k_{2i}}{2}.(x_3 - x_4)^2 = c_i + \frac{k_{2i+1} - k_{2i}}{2}.d^2\,. \tag{4.107}$$

Comme il n'y a que deux valeurs possibles pour la raideur de suspension, alors :

$$c_i = c_{i_0} + \frac{1 + (-1)^{i-i_0}}{2}.\frac{k_{22} - k_{21}}{2}.d^2\,. \tag{4.108}$$

Ainsi, la suite c_i ne peut prendre que deux valeurs réelles possibles : elle est donc bornée. Cette dernière est homogène aux sauts d'énergie lors des commutations.

Les hypothèse 1 à 4 étant vérifiées, l'application du théorème précédent permet de conclure quant à la stabilité du système commuté avec la loi définie au départ.

4.4.3 Modèles pour l'étude de la causalité et de la simulation

4.4.3.1 Modélisation pour l'étude de la causalité

Pour la modélisation en schéma bond-graph de la suspension Hydractive, il est nécessaire de prendre en compte les canalisations pour éviter tout problème de causalité. La différence de pression ΔP entre l'entrée et la sortie de la canalisation peut s'exprimer en fonction du débit Q traversant la canalisation, soit :

$$\Delta P(t) = I\,\dot{Q}(t) + B_{cana}\,Q(t) + K_{cana}\int_0^t Q(\tau)\,d\tau\,, \tag{4.109}$$

où B_{cana} et K_{cana} représente respectivement le frottement et la raideur de la canalisation.

Le frottement d'un fluide dans une canalisation peut être défini en laminaire ou en turbulent. Nous faisons l'hypothèse que le frottement est laminaire dans la suspension, ce qui

permet d'écrire B_{cana} en fonction de la longueur de canalisation L_{cana}, de son diamètre D_{cana}, de la densité du fluide ρ et de la viscosité ν sous la forme :

$$B_{cana} = \frac{128\,\rho\,\nu\,L_{cana}}{\Pi\,D_{cana}^4}\,. \tag{4.110}$$

La raideur de canalisation dépend de la section de la canalisation S_{cana}, de sa longueur L_{cana} et de la compressibilité du fluide B, soit :

$$K_{cana} = \frac{B}{S_{cana}\,L_{cana}}\,. \tag{4.111}$$

Il est également nécessaire de prendre en compte les volumes morts dans les vérins de suspension, qui via la compressibilité du fluide, génèrent une capacité équivalente. La commutation est modélisée par un TF dont le rapport de transformation vaut 1 ou 0 selon que l'on soit en mode souple ou en mode ferme (*Figure 4.19*).

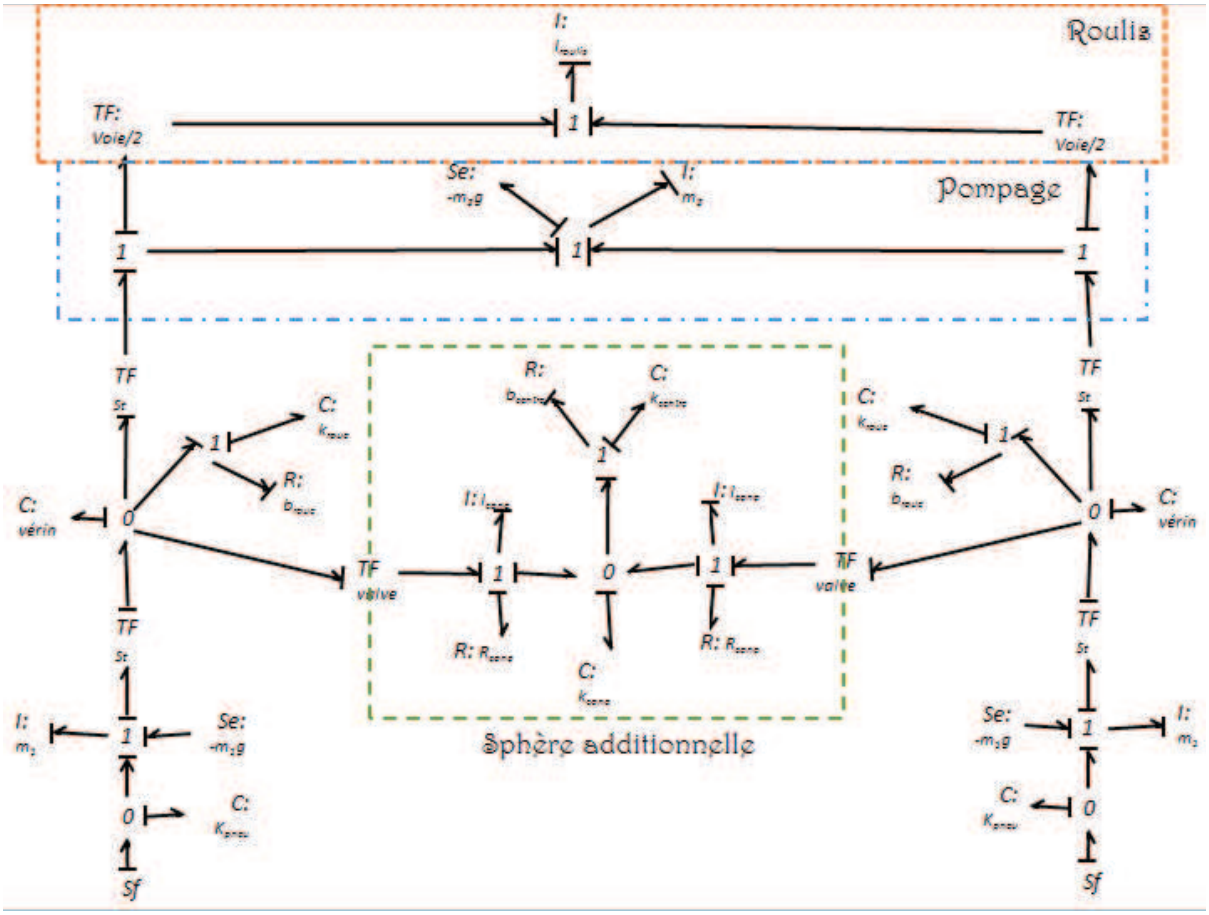


Figure 4.19 - Schéma bond-graph d'une suspension hydractive sur un essieu

En s'appuyant sur le schéma bond-graph de la *Figure 4.19*, on peut constater qu'il n'y a aucun problème de causalité dans le passage d'un mode à l'autre.

4.4.3.2 Modélisation pour la simulation

La modélisation sous forme d'un bond-graph augmenté permet un passage en schéma bloc dans Matlab pour la simulation. En effet, chaque élément bond-graph peut être représenté par les symboles du ***Tableau 4.2***.

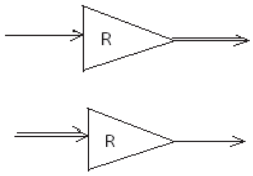
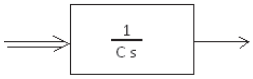
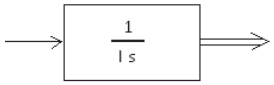
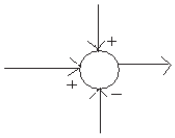
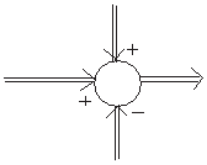
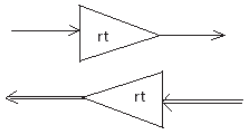
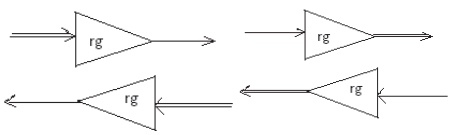
Eléments	Symbole	Représentation en bloc	
Effort	e	Fil	
Flux	f	Fil	
Elément dissipatif	R	Gain	
Elément capacitif	C	Fonction de transfert	
Elément inertiel	I	Fonction de transfert	
Eléments de jonction	1	Somme	
Elément de jonction	0	Somme	
Transformateur	TF	Gain	
Gyrateur	GY	Gain	

Tableau 4.2 - Transformation du bond-graph en schéma bloc pour la simulation

Le modèle utilisé pour représenter la suspension hydractive est un modèle d'essieu. Il se compose de plusieurs blocs représentant le pneumatique, la roue, la suspension, la caisse et la

sphère centrale (***Figure 4.20***). Chacun de ces blocs est composé de sous-blocs décrivant un organe. De cette manière la caisse est divisée en deux blocs constitués des dynamiques de pompage et de roulis. La suspension, quant à elle, est composée des éléments vérins, sphères, et amortisseurs. Ainsi en utilisant des sous-blocs, il suffit pour changer de type de suspension de remplacer le bloc suspension uniquement. Cette modélisation permet de nombreuses évolutions et modularités.

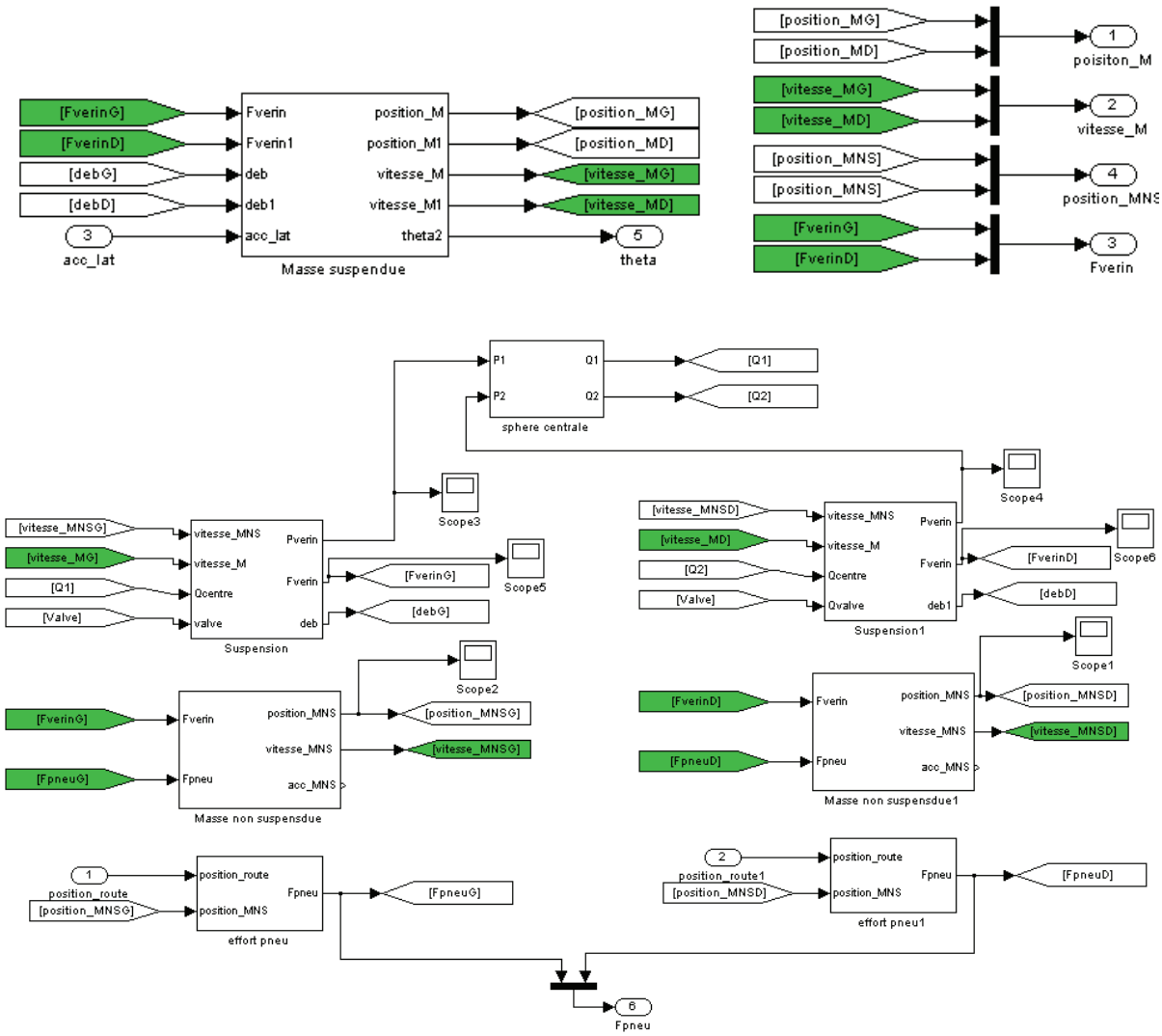


Figure 4.20 - Schéma Simulink de la suspension hybride

Les équations régissant ce modèle sont les équations standard de la dynamique véhicule. Le pneumatique possède une raideur verticale de 260 000 N/m et la barre anti-dévers une raideur de 52 880 N/mm. La fréquence de pompage est réglée à 1hz en mode souple et à 1.15hz en mode ferme.

4.4.4 Stratégie de commande pour la gestion du conflit confort/comportement

4.4.4.1 Commande hiérarchisée

De part ces principes avantageux décrits auparavant, la commande hybride est une solution possible dans la conception d'une architecture de commande hiérarchisée. Une telle architecture doit alors simplifier la conception de la commande pour un système complexe tel qu'une automobile. Néanmoins, il est nécessaire d'utiliser les connaissances actuelles spécifiques sur les parties continues et discrètes. Chacune d'entre elles est donc spécifiée séparément, puis l'architecture de commande hybride résultante est proposée (***Figure 4.21***).

Dans le cas de la suspension hydractive, deux dimensionnements de suspension sont à notre disposition : un dimensionnement appelé « souple » et un dimensionnement appelé « ferme ». Attention à l'amalgame entre mode confort/mode comportement, et mode souple/mode ferme. En effet, le mode confort fait référence à un mode automatique gérant l'isolation vibratoire, la tenue de caisse et la tenue de roue, alors que le mode souple, correspond à un dimensionnement organique.

Avec la suspension CRONE hydractive définie dans le chapitre 3, le dimensionnement du mode souple par la suspension CRONE hydractive permet d'associer directement le mode souple au mode confort et le mode ferme au mode comportement. Néanmoins, avec une suspension hydractive série, le mode confort est géré par le superviseur, via les mesures des débattements, qui commute entre mode souple et mode ferme pour assurer à la fois l'isolation vibratoire, la tenue de caisse et la tenue de roue.

Par conséquent, en se plaçant dans un contexte général de suspension bi-état, le superviseur dispose de deux suspensions (interprétées comme deux régulateurs ***Figure 4.21*** conformément à l'approche présenté dans le chapitre 3) pour assurer à la fois le confort sous sollicitations route et également le confort sous sollicitations conducteur.

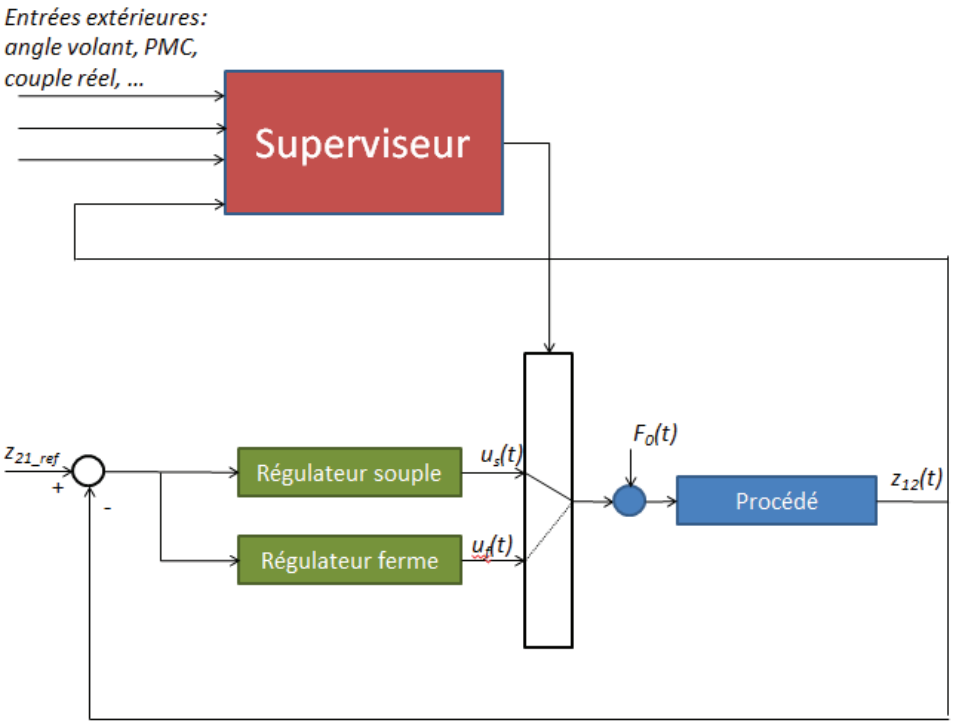


Figure 4.21 - Architecture de la commande hiérarchisée de la suspension Hydractive

Le schéma de principe de la supervision proposé par Ramadge et Wohnam (*Figure 4.17*) est complété, dans la théorie d'Antsaklis, par l'introduction de deux interfaces (*Figure 4.22*).

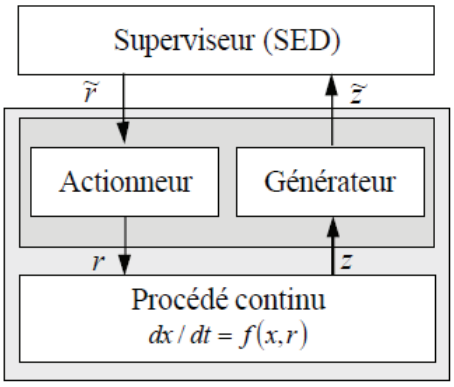


Figure 4.22 - Interface entre superviseur et procédé continu

Le superviseur est décrit par un automate à états finis. Les entrées et les sorties du superviseur sont des suites de symboles asynchrones. Les dynamiques d'évolution à l'intérieur du superviseur sont infinies et chaque évolution est immédiatement répercutée à toutes les variables du superviseur. Le superviseur et le procédé ne pouvant pas communiquer du fait de l'incompatibilité des grandeurs continues et discrètes, une interface est nécessaire afin de convertir les signaux continus en symboles discrets et inversement.

L'interface entre le superviseur et le procédé, l'actionneur, assure la conversion des symboles provenant du superviseur en une entrée du procédé constante. Dans le cas de la

suspension hydractive, cet actionneur est une électrovanne qui permet de transmettre le débit des vérins de roue vers les sphères centrales.

L'interface entre le procédé et le superviseur, appelée générateur, assure la transformation des grandeurs continues du procédé en symboles représentant les évènements générés par le procédé. Le générateur nécessite donc de récupérer les grandeurs continues du procédé via des capteurs. Très souvent, le nombre de capteurs disponibles est limité pour des raisons économiques ou technologiques (la variable n'est pas mesurables physiquement avec la technologie actuelle). Il est souvent nécessaire et/ou bénéfique d'estimer une ou plusieurs variables d'état pour la commande. Les équations (4.1), (4.2) et (4.3) décrivent les mouvements de la caisse en fonction de grandeurs externes telles que l'accélération latérale et l'accélération longitudinale non mesurées sur les véhicules. Une des stratégies envisagées est de reconstruire les accélérations latérale et longitudinale, image des angles de roulis et de tangage de la caisse, pour choisir le dimensionnement le plus adapté.

4.4.4.2 Stratégie sur accélération latérale

Une partie de la loi de commutation est donc basée sur l'estimation de l'accélération latérale. Pour des raisons de confidentialité, la stratégie présentée par la suite ne représente pas exactement la stratégie développée pour PSA, néanmoins elle permet au lecteur de comprendre l'avantage d'une telle commande et d'apprécier la démarche.

L'accélération latérale est calculée à partir de la vitesse du véhicule, de l'empattement L et de l'angle de braquage α qui n'est autre que l'angle au volant à un facteur de démultiplication de direction prés. Par conséquent, un véhicule placé sur une trajectoire dont le rayon de courbure R est donné, subit une accélération latérale γ_T en régime établi de la forme :

$$\gamma_T = \frac{V_x^{\,2}}{R} = \frac{V_x^{\,2} * \sin(\alpha)}{L}. \tag{4.112}$$

En fonction du niveau de l'accélération latérale estimée, le superviseur choisit de commuter dans un mode ou dans l'autre. L'outil propre à Matlab/Simulink pour modéliser ce superviseur est le Stateflow. Il permet de définir les lois de commutation d'un mode à l'autre sur le principe des graphes d'état. Les différents modes sont représentés par des états, et les conditions de passage d'un mode à l'autre par des transitions (voir annexe pour plus d'information sur l'outil Stateflow). La variable valve prend la valeur 1 ou 0 suivant que l'on soit en mode souple ou ferme. Cette valeur est ensuite, dans le schéma en continu, multipliée par le débit venant de la sphère centrale. De ce fait, en mode ferme, le débit de la sphère centrale est nul. Le Stateflow utilisé lors de cette simulation est celui de la ***Figure 4.23***.

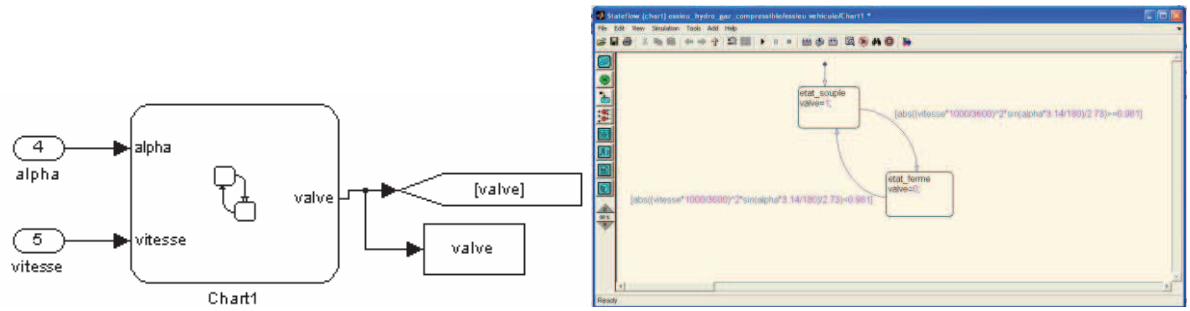


Figure 4.23 - Stateflow utilisé lors de la simulation des sollicitations conducteur en latéral

4.4.4.3 Résultats de simulation de la suspension CRONE Hydractive pour des sollicitations au volant

Dans ce paragraphe, des situations de vie qui mettent en évidence la commutation d'un mode à l'autre sont simulés. Considérons un véhicule C5 (d'empattement 2.72m), qui atteint la vitesse de 60km/h et qui prend un virage à droite de 15 degrés d'angle de braquage, ce qui correspond à un rayon de courbure de 10 mètres (***Figure 4.24***).

Les résultats pour la suspension CRONE hydractive bloquée en mode ferme et bloquée en mode souple de la ***Figure 4.24*** montrent que, pour une telle sollicitation du conducteur, la caisse en mode souple prend beaucoup plus d'angle qu'en mode ferme (raideur beaucoup plus faible en mode souple qu'en mode ferme). Attention, en réalité la caisse ne peut pas prendre autant d'angle que ceux que montrent les résultats de la ***Figure 4.24***. En effet, les butées et la longueur de la chambre des vérins limitent le déplacement de la tige à 80 mm en compression et à 110 mm en détente depuis sa position d'origine. Néanmoins, afin de mettre en évidence la différence existant entre les deux modes, le modèle utilisé pendant les simulations n'intègre volontairement pas ces contraintes, le but étant de vérifier la stratégie de commutation. Ainsi, plus les mouvements du véhicule en mode souple et en mode ferme sont différents, plus l'intérêt de la stratégie de commutation est visible.

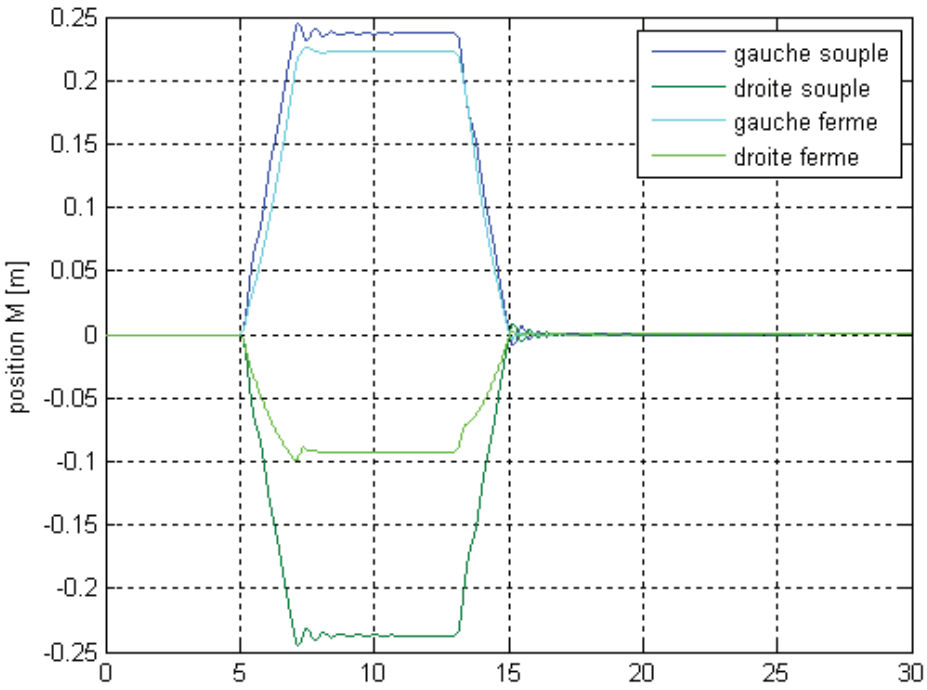


Figure 4.24 - Résultats de la caisse pour un virage à droite de rayon 10 mètres et pour les deux modes de suspension

Le Stateflow intégré au modèle permet donc une commutation en virage du mode souple au mode ferme. Le seuil d'accélération latérale est de 0.1g. Le réglage de ce seuil permet un typage du véhicule plus ou moins tenue. La commutation de la valve (passage à 1 de la commande) s'effectue correctement (***Figure 4.25***) ce qui permet d'obtenir une réponse de la caisse très proche de celle observée en mode ferme (***Figure 4.26***) tout en assurant un retour en mode souple (commande de l'électrovanne égale à 0) dès la fin du virage afin d'assurer de nouveau l'isolation vibratoire. L'électrovanne met 120 ms à se fermer ce qui explique que la dynamique de cette dernière n'est pas visible sur la ***Figure 4.25***.

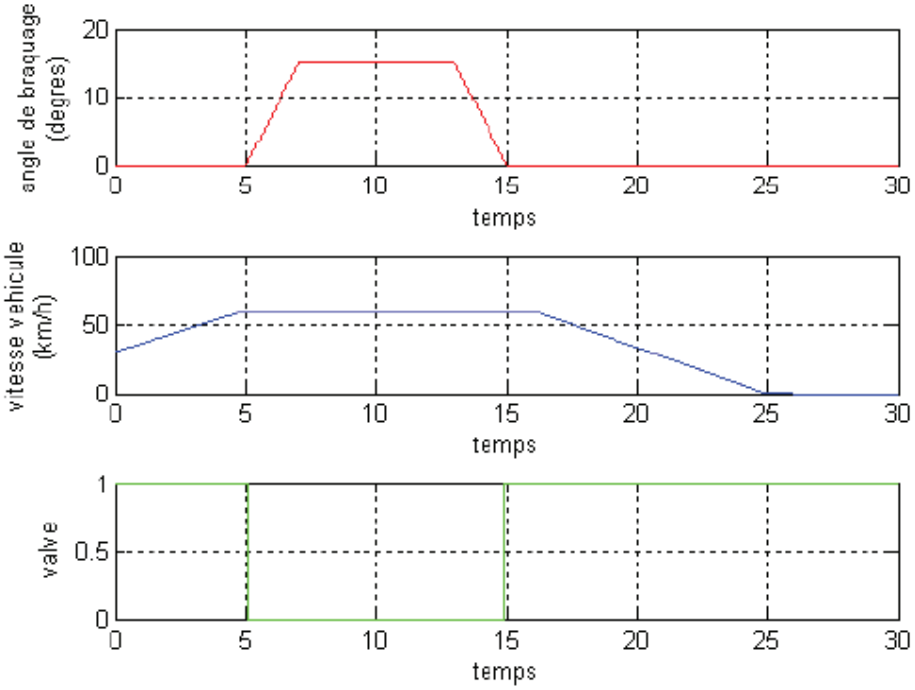


Figure 4.25 - Signaux d'entrée et commutation de la valve de la suspension CRONE Hydractive sur une sollicitation angle volant

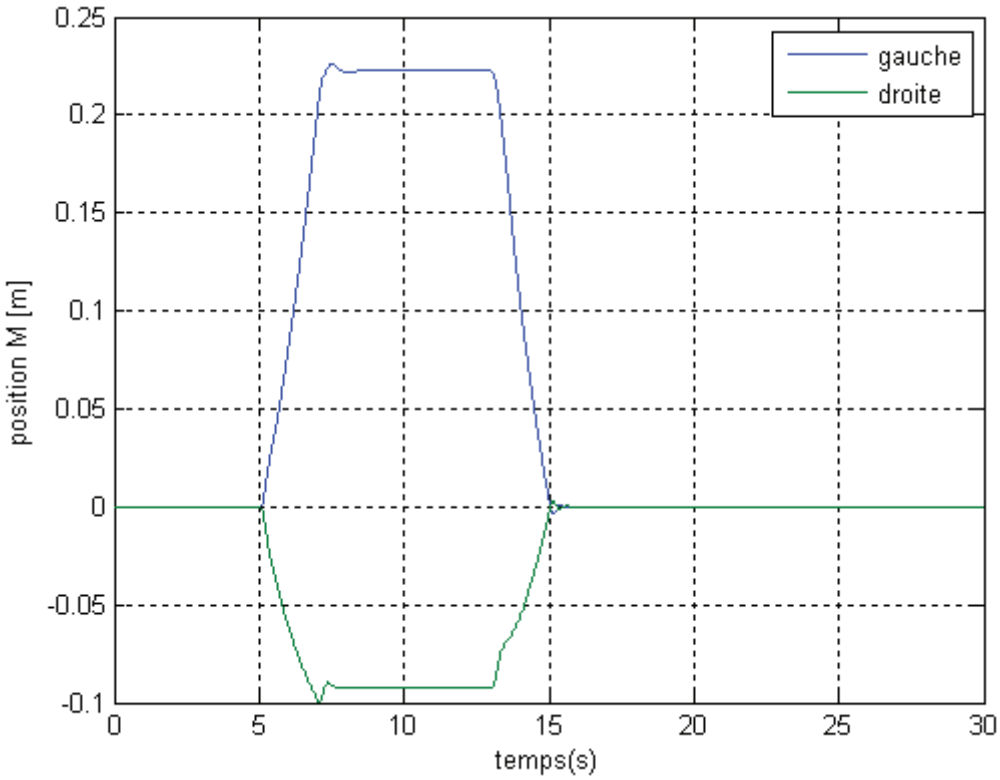


Figure 4.26 - Résultat de la suspension CRONE Hydractive avec la nouvelle commande hiérarchisée

4.4.4.4 Résultats de simulation pour une architecture de suspension différente

Cette fois, l'électrovanne de commutation est commandée à 1 pour activer le mode souple et à 0 pour activer le mode ferme. L'architecture de suspension est très différente permettant un mode souple encore plus souple moins amortie que la suspension CRONE Hydractive. Ce système de suspension ne contient pas de barre anti-dévers permettant ainsi d'obtenir deux raideurs anti-dévers distinctes, une première assimilable à un mode souple et une seconde assimilable à un mode ferme. Cette nouvelle suspension est notée par la suite KH2.

Le scénario des sollicitations est également différent. L'angle de braquage choisi est toujours de 15 degrés, mais cette fois la vitesse véhicule n'est plus que de 30km/h.

La stratégie de commutation utilisée est par contre rigoureusement la même sans aucune modification. En fonctionnement normal, la caisse prend un angle de 2.1° au maximum, ce qui est un peu plus important que l'angle pris par la caisse en mode ferme, mais qui reste bien inférieur à l'angle pris par la caisse en mode souple (***Figure 4.28***). Le comportement dissymétrique droite-gauche du mode ferme se retrouve sur la ***Figure 4.29*** puisque la caisse se lève d'environ 3,5 cm à gauche et ne se baisse que de 2,2 cm à droite. Globalement, le comportement du système *KH2* en fonctionnement normal satisfait les critères de performance et devance même les résultats du véhicule de référence, véhicule série avec une suspension passive métallique (***Figure 4.31***).

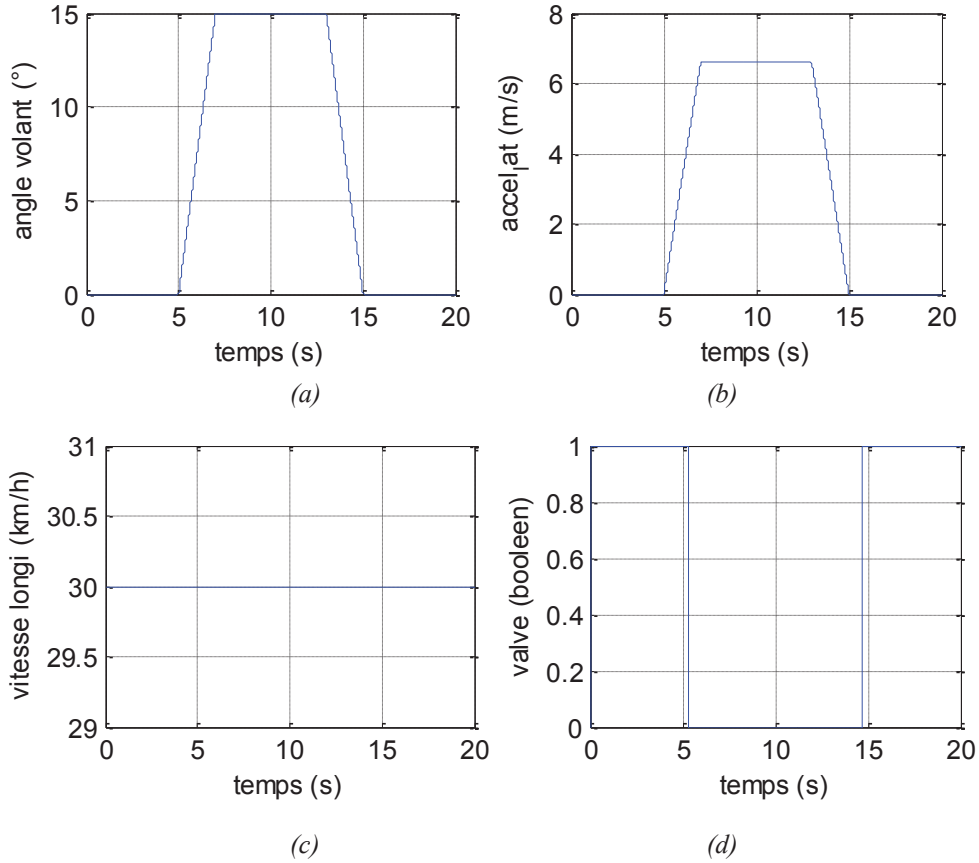
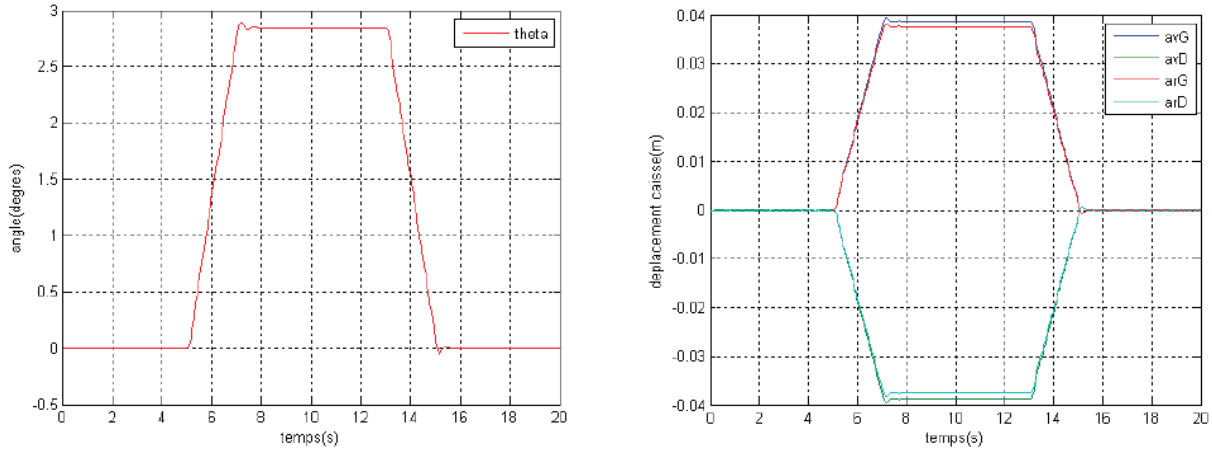
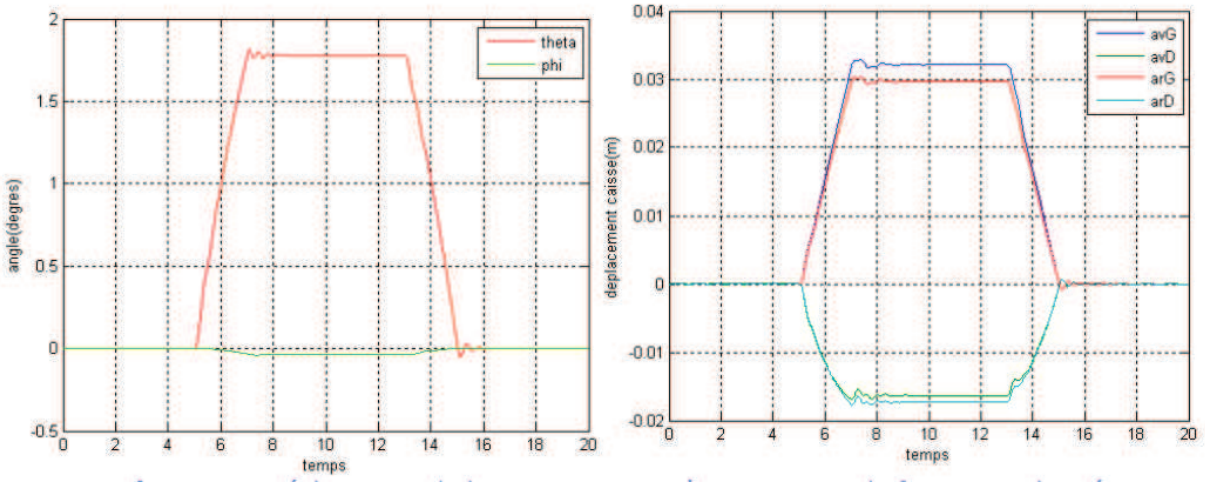


Figure 4.27 - Entrées angle volant (°) (a), entrée vitesse véhicule (km/h) (c), estimation de l'accélération latérale (m/s^2) (b) et action de la valve tout ou rien (d).



(a) *(b)*

Figure 4.28 - Résultats de simulation de l'angle de roulis caisse (theta) (a) ainsi que les déplacements de la caisse (b) pour une entrée au volant, résultats obtenus avec une suspension KH2 bloquée en mode souple



(a) *(b)*

Figure 4.29 - Résultats de simulation de l'angle de roulis (theta) et de tangage (phi) caisse (a) ainsi que les déplacements de la caisse (b) pour une entrée au volant, résultats obtenus avec une suspension KH2 bloquée en mode ferme

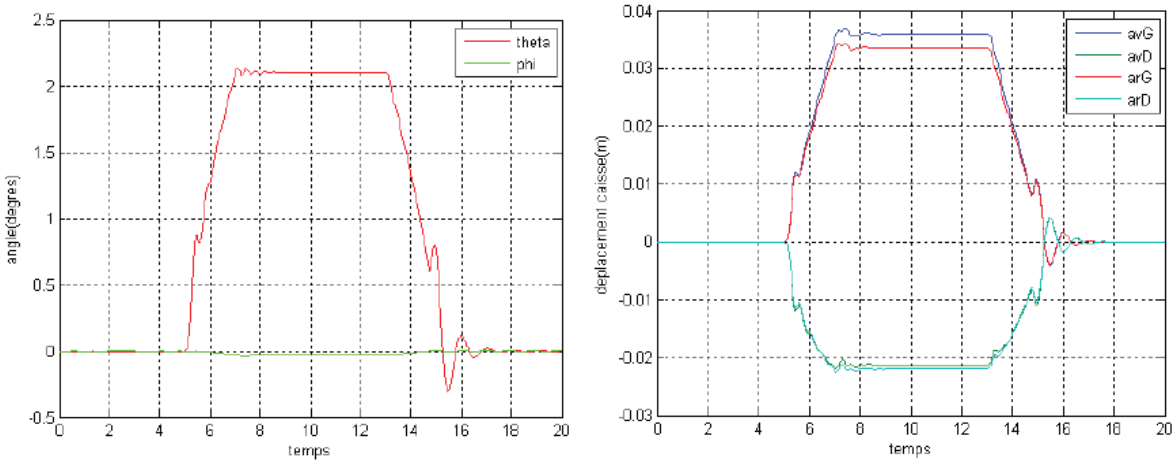


Figure 4.30 - Résultats de simulation de l'angle de roulis (theta) et de tangage (phi) caisse (a) ainsi que les déplacements de la caisse (b) pour une entrée au volant, résultats obtenus avec une suspension KH2 en mode automatique

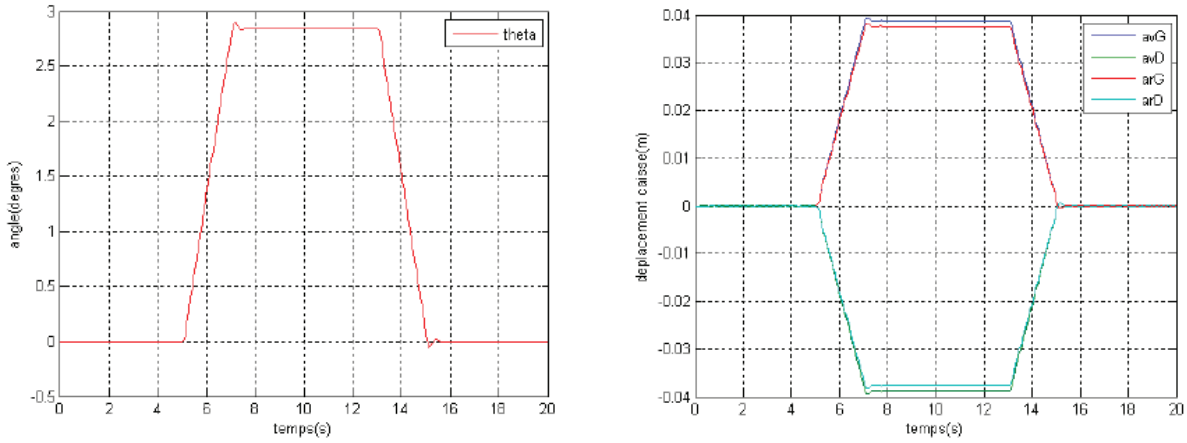


Figure 4.31 - Résultats de simulation de l'angle de roulis caisse (theta) (a) ainsi que les déplacements de la caisse (b) pour une entrée au volant, résultats obtenus avec une suspension passive

La stratégie définie pour une suspension de C5 hydractive implantée sur un autre véhicule équipé d'une autre architecture de suspension n'a nécessité aucune adaptation du superviseur.

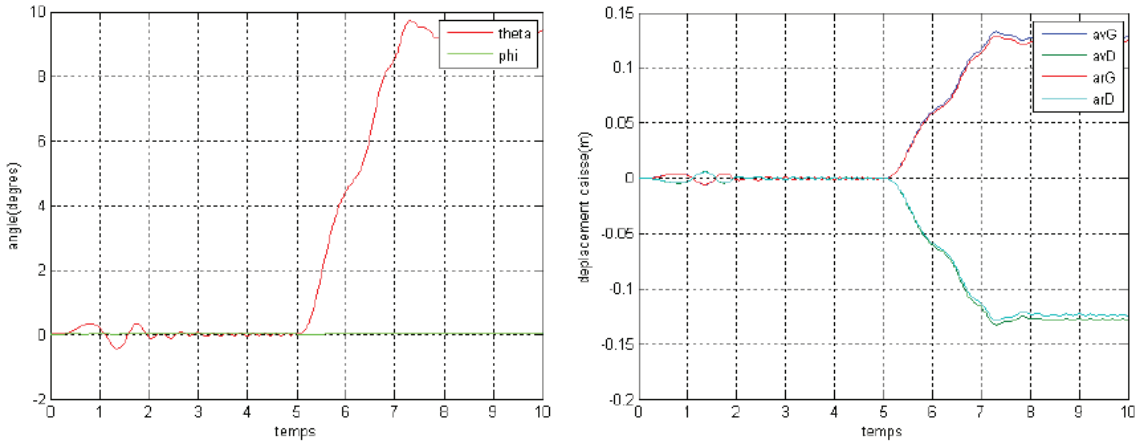
Un dernier scénario est réalisé pour vérifier la bonne gestion du dilemme isolation/tenue de caisse en roulis.

Ce nouvel essai permet de tester l'alternance ligne droite/virage avec des sollicitations route dans les deux cas. Le scénario est le suivant (le véhicule roule à vitesse constante égale à 30km/h tout au long du circuit) :

- pendant 5 secondes il est en ligne droite et subit des sollicitations venant de la route en opposition de phase, ces sollicitations sont de forme sinusoïdale, de fréquence variant entre 0 et 5hz et d'amplitude 3 mm ;
- pendant 5 secondes le conducteur prend un virage de rayon de courbure 10 mètres avec des sollicitations de la route exactement identiques à celles en ligne droite.

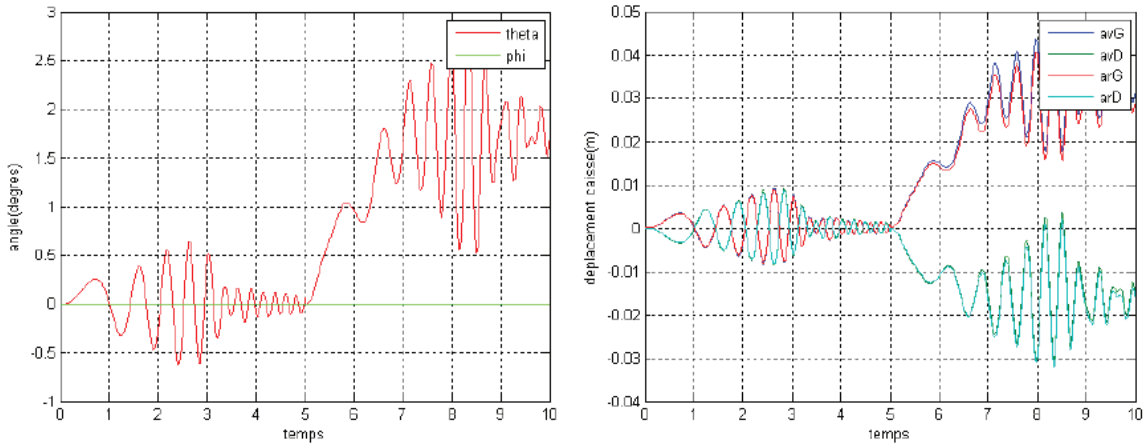
En mode souple, on retrouve les mêmes résultats à savoir que la caisse prend beaucoup d'angle. Néanmoins, les sollicitations venant de la route sont très bien filtrées par le système aussi bien en ligne droite que pendant le virage (***Figure 4.32***). En mode ferme, les résultats montrent bien que la caisse pendant le virage prend moins d'angle, mais que la réponse aux sollicitations route est bien moins satisfaisante qu'en mode souple (***Figure 4.33***).

En fonctionnement normal, le système a une réponse optimale en ligne droite grâce au mode souple. Malheureusement, en virage le mode ferme limitant l'angle pris par la caisse induit un filtrage de la route moins bon qu'en mode souple (***Figure 4.34***). Cependant, l'utilisation d'une suspension bi-état permet une meilleure gestion du dilemme isolation vibratoire/tenue de caisse qu'une suspension passive (***Figure 4.35***).



(a) *(b)*

Figure 4.32 - Résultats de simulation de l'angle de roulis (theta) et de tangage (phi) caisse (a) ainsi que les déplacements de la caisse (b) obtenus avec une entrée au volant couplée à des sollicitations route déphasées gauche/droite pour une suspension KH2 bloquée en mode souple



(a) *(b)*

Figure 4.33 - Résultats de simulation de l'angle de roulis(theta) et de tangage (phi) caisse (a) ainsi que les déplacements de la caisse (b) obtenus avec une entrée au volant couplée à des sollicitations route déphasées gauche/droite pour une suspension KH2 bloquée en mode ferme

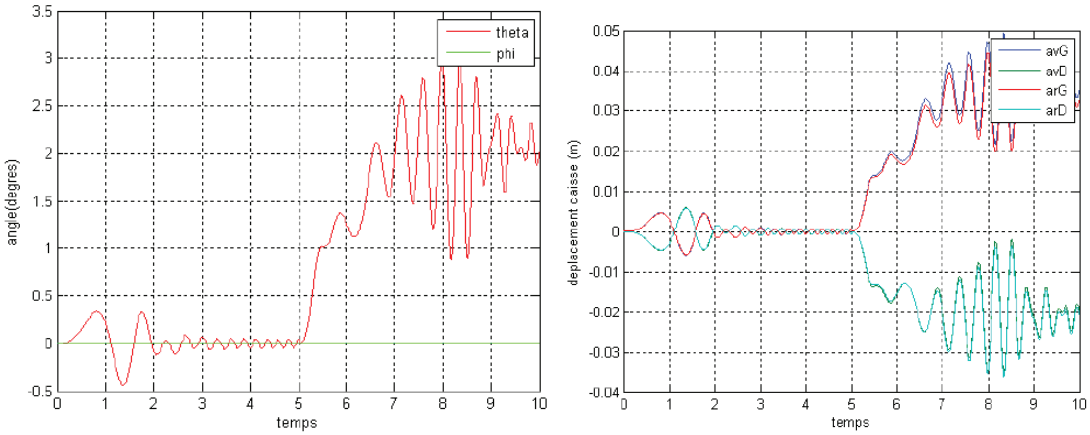


Figure 4.34 - Résultats de simulation de l'angle de roulis(theta) et de tangage (phi) caisse (a) ainsi que les déplacements de la caisse (b) obtenus avec une entrée au volant couplée à des sollicitations route déphasées gauche/droite pour une suspension KH2 en mode automatique.

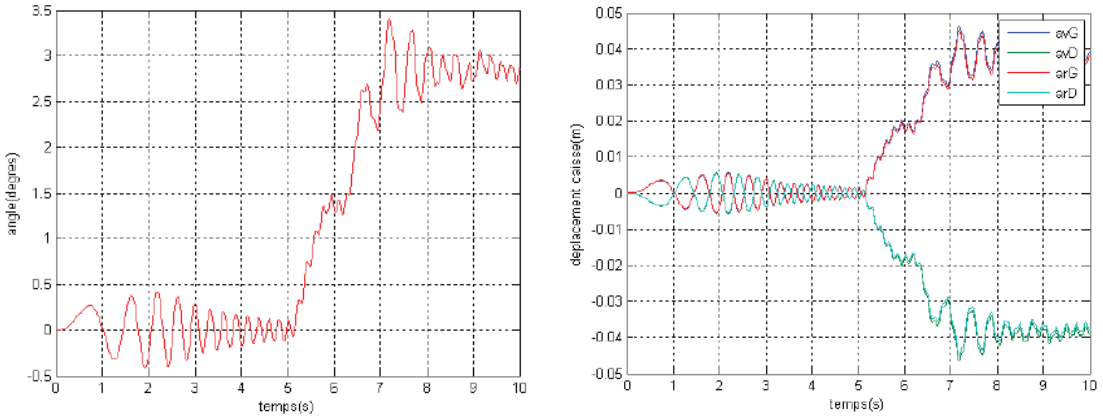


Figure 4.35 - Résultats de simulation de l'angle de roulis(théta) et de tangage (phi) caisse (a) ainsi que les déplacements de la caisse (b) obtenus avec une entrée au volant couplée à des sollicitations route déphasées gauche/droite pour une suspension passive

4.4.5 Conclusion : Une loi de commande adaptée aux sollicitations de la route

A travers les développements précédents, les limites des systèmes bi-état sont mises en évidence. Cependant, bien qu'ils ne soient pas optimaux, les systèmes bi-états conduisent à des performances bien meilleures que les suspensions passives.

Les suspensions bi-états nécessitent une attention toute particulière dans le dimensionnement de leurs deux modes. Un dimensionnement mal adapté de chacun des modes ou trop différencié risque de détériorer le confort lors des commutations.

C'est en ce sens que la suspension CRONE hydractive propose le meilleur compromis car, avec la même stratégie, cette suspension ne commute que sous sollicitations conducteur alors que la suspension hydractive série commute également sous sollicitations route. Ceci n'est pas négligeable car dans le choix du dimensionnement du mode ferme, les situations d'activation de ce mode restreignent les possibilités de dimensionnement. Par exemple, pour la suspension CRONE hydractive le mode ferme peut être envisagé plus ferme que la suspension série car il ne sert plus qu'à réponde à des sollicitations conducteur, ce que la suspension série ne peut se permettre au risque de dégrader fortement le filtrage de la route. Cependant, ceci est à pondérer par le fait que sous sollicitations route dissymétrique gauche/droite la suspension CRONE, telle que définie dans le chapitre 3, est tout autant désarmée que la suspension série et doit utiliser le mode ferme pour tenir la caisse.

C'est pour cela qu'une stratégie est développée chez PSA basée sur les grandeurs de la dynamique du véhicule, à partir d'entrées extérieures telles que l'angle volant, la PMC… mais également des débattements permettant de gérer les différentes situations de vie et ce quel que soit le dimensionnement de suspension, permettant ainsi un maximum de confort vertical. En résumé, cette stratégie est capable de traiter les phénomènes de :

- renvoi de roulis, roulis généré pas la route qui en cas de sous-amortissement ne se calme pas seul,
- désaccord avant/arrière, tangage résultant des sollicitations route qui à cause d'un mauvais réglage des fréquences avant/arrière du véhicule et d'un sous-amortissement induit des mouvements de tangage,
- pompage aux basses fréquences, dû à un manque d'amortissement de la caisse par la suspension,
- rebond de roue, dû à un manque d'amortissement de la roue par la suspension,
- plongée et de cabrage, mouvements de tangage de la caisse dus à des sollicitations conducteur,
- roulis en virage.

4.5 CONCLUSION

A travers ce chapitre, le dilemme entre confort sous sollicitations route et sous sollicitations conducteur est mieux géré grâce à l'utilisation d'une suspension bi-état : l'Hydractive (*Figure 4. 36*). Cette suspension, bien que déjà connue, est appliquée à la suspension CRONE utilisant le dimensionnement du chapitre 3 pour le mode souple et le dimensionnement série pour le mode ferme. La commande binaire de cette suspension est étudiée pour assurer une tenue de caisse sous sollicitations conducteur (virage, accélération, freinage) sans dégrader le confort obtenue par la suspension CRONE. Grace à l'étude de grandeurs physiques telles que l'accélération latérale ou longitudinale, il est donc possible de gérer au mieux le compromis tenue de caisse et confort sous sollicitations route.

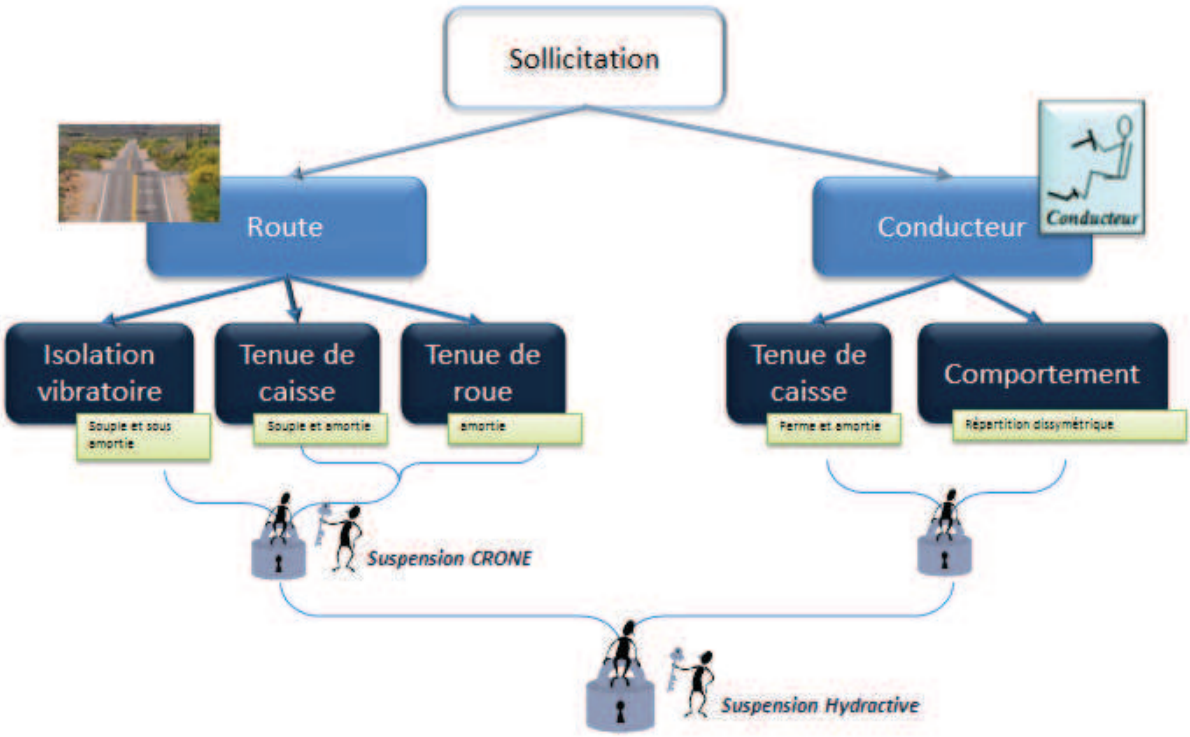


Figure 4. 36 - Gestion des compromis entre sollicitations route et sollicitations conducteur pour le confort à l'aide d'une suspension bi-état

L'objectif est également de proposer une stratégie robuste vis-à-vis des incertitudes liées à l'architecture et aux paramètres véhicule, et donc d'en assurer sa « portabilité » sur n'importe quel véhicule ou n'importe quelle architecture de suspension. Ainsi, la stratégie développée pour la suspension CRONE sous sollicitations conducteur est utilisée sans aucune différence sur plusieurs véhicules avec différentes architectures de suspension ou différents dimensionnements : hydractive, AMVAR bi-état, KH2, Réas… Les résultats présentés pour le cas de la suspension KH2 dans ce chapitre, qui est de loin la plus différenciée en matière

de dimensionnement, illustrent bien la robustesse de la stratégie vis-à-vis des différents dimensionnements de la suspension, de son architecture et des paramètres du véhicule.

Les chapitres 3 et 4 permettent donc de dimensionner une suspension gérant la dynamique verticale du véhicule, néanmoins qu'en est-il pour les dynamiques transversale (lacet-dérive) et longitudinale ? Est-ce que la suspension est capable d'influencer le comportement du véhicule dans ces directions ? C'est à ces questions que le chapitre 5 doit répondre.

Chapitre 5.

Analyse de l'influence de la suspension sur la dynamique globale du véhicule

SOMMAIRE

5.1 Introduction 230

5.2 Le pneumatique 233
5.2.1 Introduction : quel modèle pour quelle utilisation ? 233
5.2.2 Modèle de Pacejka 234
5.2.3 Couplage avec les efforts verticaux 236
5.2.4 Conclusion : du pneumatique à la suspension 237

5.3 Critere d'analyse du comportement d'un véhicule et de sa stabilité 238
5.3.1 Introduction : quel critère choisir pour l'analyse du comportement ? 238
5.3.2 Définition du Pouvoir Directeur des Essieux : PDE 238
5.3.3 Lien entre le PDE et les différents critères présents dans l'industrie automobile et la littérature 240
5.3.4 Recherche d'un critère 241
5.3.5 Conclusion : Illustrations du PDE pour un véhicule léger citadin 244

5.4 Dynamique Laterale sous sollicitation conducteur 247
5.4.1 Introduction : dynamique latérale (lacet/dérive) 247
5.4.2 Influence de la direction sur la dynamique latérale 248
5.4.3 Influence de la suspension sur la dynamique latérale 250
5.4.4 Conclusion : comment agir sur la dynamique latérale par les organes de liaison au sol ? 256

5.5 Dynamique Longitudinale sous sollicitation conducteur 257
5.5.1 Introduction : dynamiques longitudinale et de lacet 257
5.5.2 Influence du couple freineur sur la dynamique longitudinale 263
5.5.3 Influence de la suspension sur la dynamique longitudinale 263
5.5.4 Conclusion : comment agir sur la dynamique longitudinale par les organes de liaison au sol ? 265

5.6 Strategie de loi de commande pour la suspension orientée comportement 266
5.6.1 Introduction : potentiel de la suspension hydractive sur le comportement 266
5.6.2 Stratégie en virage : contrôle du Lacet 269
5.6.3 Stratégie en freinage : contrôle du freinage 272
5.6.4 Perspectives 276

5.7 Conclusion 277

5.1 INTRODUCTION

Au cours des chapitres précédents, nous nous sommes principalement concentrés sur le confort des passagers dans une voiture. Nous avons vu que l'inconfort des passagers a deux origines :

- les sollicitations route,
- les sollicitations conducteur.

L'objectif est donc :

- d'assurer un maximum de filtrage ;
- de garantir une bonne tenue de caisse sous fortes sollicitations basses fréquences de la route ;
- de tenir la caisse en virage ou en freinage pour éviter le roulis ou les mouvements de cabrage/plongée.

Pour assurer les deux premiers objectifs (sous sollicitations route), nous avons proposé dans le chapitre 3 une suspension entièrement passive répondant au besoin. Dans le chapitre 4 et pour le troisième objectif, nous avons vu l'intérêt d'une suspension bi-état et proposé une stratégie de commande.

Néanmoins, un des objectifs fondamentaux des constructeurs de véhicules automobile est de fabriquer des véhicules stables, capables d'assurer un maximum de sécurité lors de fortes sollicitations. Dans ce domaine, l'accent est souvent mis sur les systèmes de direction et de freinage. Par exemple, pour assurer une meilleure sécurité, l'ESP ou l'ABS ont été développés dans le but respectivement de contrôler la trajectoire et de maintenir la dirigeabilité du véhicule.

A travers ce chapitre, nous nous proposons de décrire les phénomènes mis en jeu en comportement lors de sollicitations conducteur. L'objectif ici est de montrer que la suspension influence aussi le comportement du véhicule lors des régimes transitoires sous sollicitations conducteur.

Ainsi, la dynamique globale du véhicule peut se décomposer en:

- une dynamique verticale ;
- une dynamique longitudinale (freinage, accélération) associée à l'accélération longitudinale, notée γ_l dans ce chapitre (et indifféremment γ_l, γ_x, a_x dans la littérature) ;

- une dynamique latérale (lacet/dérive en virage) associée à l'accélération latérale, notée γ_t dans ce chapitre (et indifféremment γ_t, γ_y, a_y dans la littérature) et à la vitesse de lacet, notée $\dot{\psi}$.

Les dynamiques longitudinale et latérale influencent à l'ordre 1 le comportement du véhicule. Néanmoins, le couplage de la dynamique verticale avec les deux autres donne de l'importance à la suspension lorsque l'on s'intéresse au comportement. Les critères utilisés pour l'analyse de l'influence de la suspension pour le confort sont différents de ceux utilisés pour l'analyse du comportement.

De plus, les dynamiques longitudinale et transversale sont elles mêmes couplées principalement par le pneumatique. Une représentation simple de ces deux dynamiques et de leur couplage est donnée par le diagramme G-G, c'est-à-dire accélération latérale (en g) en fonction de l'accélération longitudinale (en g). Ce diagramme permet de visualiser les zones d'utilisations d'un véhicule (*Figure 5.1*). Deux analyses de ces diagrammes peuvent être faites :

- une analyse comportementale : en effet, il est possible d'identifier les classes de conducteurs en visualisant quelles zones du diagramme G-G sont parcourues lors d'un roulage. C'est par exemple l'étude faite sur la *Figure 5.1(a)* où la zone bleue représente la zone de conduite client et la zone rouge celle d'un essayeur lors d'essais ayant pour objectif de tester le véhicule à ses limites. Il apparait clairement que ce dernier cherche des accélérations plus importantes que la plupart d'entre nous.

- Une analyse des zones de fonctionnement du pneumatique telles que présentées sur la *Figure 5.1(b)*.

Par conséquent cette représentation riche en information est d'une grande aide dans l'analyse et permet de poser des hypothèses de travail en fonction des accélérations subies par le véhicule.

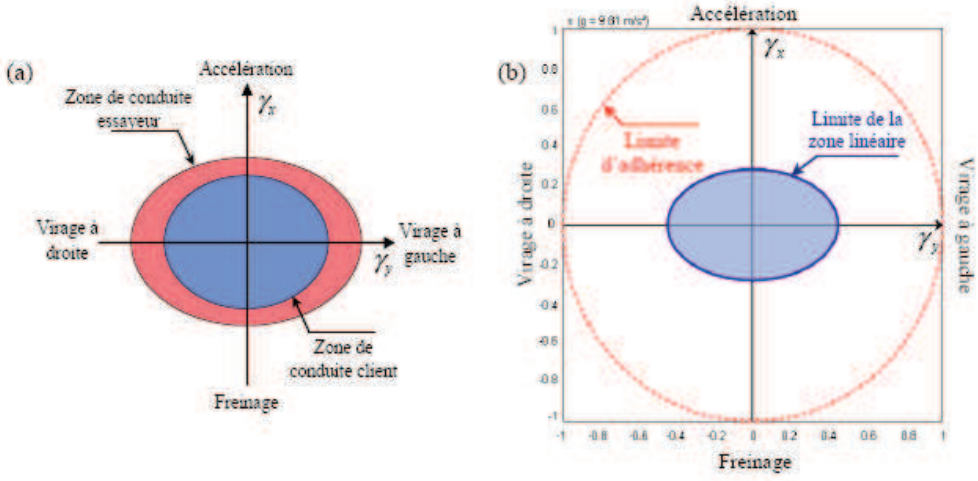


Figure 5.1 - Représentation sous la forme d'un diagramme G-G

Compte tenu de ces précisions, la première partie de ce chapitre rappelle le comportement du pneumatique. Cet organe du véhicule est tres complexe car fortement non linéaire. De plus le pneumatique est le seul élément du véhicule qui est associé à l'équipementier et non pas au constructeur. De ce fait, les équipementiers conservent précieusement le savoir faire et les données associées aux pneumatiques. Depuis presque 20 ans, un modèle simple basé sur une caractérisation expérimentale permet d'analyser le comportement du pneumatique. Ce modèle s'appelle le modèle de Pacejka ou formule magique.

Apres avoir présenté une analyse du pneumatique seul, il est necessaire d'analyser le comportement d'un véhicule équipé d'un tel élément. Pour ce faire, une étude des différents critères existants est réalisée dans la deuxième partie de ce chapitre, permettant de mettre en évidence la pertinence de l'un d'entre eux, à savoir le Pouvoir Directeur des Essieux (PDE).

Enfin, dans la troisième et quatrième partie de ce chapitre, le PDE est utilisé pour analyser le comportement d'un véhicule en matière de dynamiques longitudinale et transversale. Dans chacune de ces parties, les équations des dynamiques concernées sont rappellées. Ensuite, l'influence des organes de la liaison au sol tels que la direction pour la dynamique transversale et le système de freinage pour la dynamique longitudinale, est analysée. Enfin, le rôle de la suspension sur chacune de ces dynamiques est décrit dans une dernière sous partie.

Finalement, la dernière partie du chapitre propose une strategie de commutation pour les suspensions bi-états permettant d'optimiser le comportement du véhicule en freinage et en virage. Cette stratégie est illustrée par des résultats de simulation et des résultats expérimentaux lorsque cela est possible.

5.2 LE PNEUMATIQUE

5.2.1 Introduction : quel modèle pour quelle utilisation ?

Apres avoir étudié l'influence de la suspension sur la dynamique verticale et avant d'analyser son influence sur la dynamique globale du véhicule, il apparait essentiel de rappeler le comportement du pneumatique. En effet, le contact pneumatique-sol se réduit à une petite surface appelée *aire de contact*. C'est au niveau de cette interface que se créent tous les efforts permettant au véhicule de se mouvoir (*Figure 5.2*). Il est donc important d'analyser et de comprendre les phénomènes physiques apparaissant au niveau de cette surface de contact.

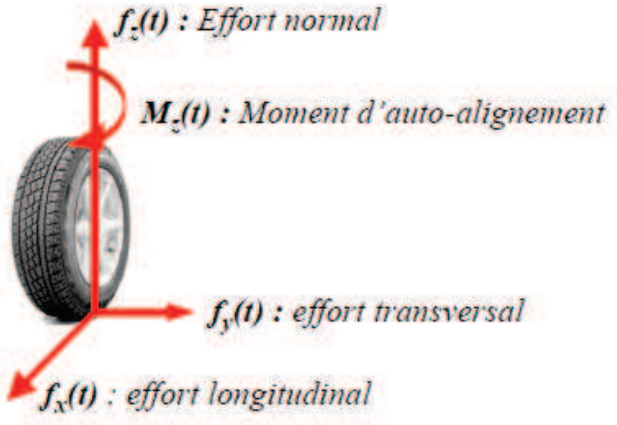


Figure 5.2 - Efforts du pneumatique sur le sol

Pour ce faire, différentes modélisations du pneumatique sont disponibles dans la littérature, mais à l'heure actuelle aucun modèle ne répond simultanément et de manière satisfaisante aux quatre points suivants :

- spécification des performances ;
- identification du comportement ;
- simulation ;
- réalisme physique.

En matière de classification, les modèles se répartissent principalement en deux familles :

- les modèles de connaissances (utilisation de lois de friction de Lugre dans [Canudas de Wit 2003], de lois de frottement avec effet Stribeck dans [Gäfvert 2005], du formalisme bond-graph dans [Zin 2002], du modèle brosse dans [Pacejka 2002]) ;

- les modèles empiriques (formule magique dans [Pacejka 2002], principe de similitude dans [Radt 1983] et [Radt 1993], modèle neuronal dans [Palkovics 1993]).

Les modèles de connaissances sont construits à partir des lois de la physique et offrent un éclairage sur les mécanismes mis en jeu dans le pneumatique. Malheureusement, ils ne sont valables que dans le cadre d'hypothèses conceptuelles, souvent restrictives, et nécessitent généralement des grandeurs difficiles, voire impossibles, à mesurer (champ de pression dans l'aire de contact, zone d'adhérence, chasse pneumatique, températures…).

Les modèles empiriques sont définis uniquement à partir de variables mesurables et pertinentes dans le cadre de la dynamique du véhicule. Ce ne sont généralement que des descriptions macroscopiques fonctionnelles qui ne permettent pas d'expliquer les mécanismes physiques générant les différents phénomènes. Ils facilitent l'expression des efforts du pneumatique qui interviennent dans la dynamique du véhicule. Parmi ces modèles, le modèle de Pacejka est celui le plus souvent utilisé.

5.2.2 Modèle de Pacejka

Certaines grandeurs étant maintenues constantes (telles que la charge verticale, la vitesse du véhicule, la pression de gonflage, le carrossage, l'adhérence, …), les efforts du pneumatique sont principalement fonction :

- du taux de glissement longitudinal
- et de la dérive latérale.

Les caractéristiques qui en découlent sont paramétrées par des macro-coefficients illustrés par la ***Figure 5.3*** [Ripert 2006], à savoir :

- un centre de symétrie paramétré par le couple (*Sh*, *Sv*) ;
- une pente à l'origine *K* ;
- un extremum paramétré par le couple (x_m, *D*),
- une asymptote *L*.

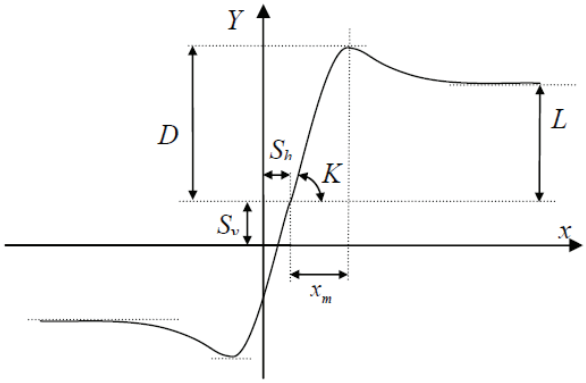


Figure 5.3 – Illustration du paramétrage de la formule magique de Pacejka

La formule magique permet de décrire ce comportement anti-symétrique à l'aide d'une expression de la forme :

$$Y = D\,\sin\left(C\ arctg(\varphi)\right) + S_v\,, \tag{5.1}$$

avec

$$\varphi = (1-E)\,B\,(x+S_h) + E\,arctg\left(B\,((x+S_h)\right), \tag{5.2}$$

où x représente la dérive ou le taux de glissement et Y l'effort latéral ou longitudinal du pneumatique en fonction de la direction étudiée.
Le facteur de forme C est donné par :

$$C = \frac{2}{\pi} arctg\left(\frac{L}{D}\right), \tag{5.3}$$

le facteur d'échelle B est lié à la pente à l'origine par :

$$B = \frac{K}{CD}, \tag{5.4}$$

quant au facteur de courbure E, son expression est de la forme :

$$E = \frac{B\,(x_m + S_h) - tg(\pi/2C)}{B\,(x_m + S_h) - arctg\left(B\,(x_m + S_h)\right)}. \tag{5.5}$$

Selon les composantes à caractériser, on a les contraintes suivantes sur C :

- pour les efforts longitudinal et latéral : $1 < C < 2$. La courbe a ainsi un seul zéro et 2 extrema ;
- pour le moment d'auto-alignement : $2 < C < 3$. La courbe a ainsi 3 zéros et 4 extrema.

De plus, pour une grande partie des pneumatiques commercialisés, les macros paramètres S_v et S_h sont souvent considérés comme nuls. Cette même hypothèse est posée dans la suite des calculs.

L'expression (5.1) de l'effort Y en fonction de x ainsi définie pour les directions transversale ou longitudinale permet de calculer sa dérivée (linéarisation), soit :

$$\left.\frac{\partial Y}{\partial X}\right|_{x=x^*} = B\cdot C\cdot D\cdot \frac{\left[1-E+\frac{E}{1+B^2\cdot x^2}\right]}{1+B^2\cdot\left[(1-E)\cdot x+\frac{E}{B}\cdot\arctan(B\cdot x)\right]^2}\cdot\cos\left[C\cdot\arctan\left(B\cdot\left[(1-E)\cdot x^*+\frac{E}{B}\cdot\arctan(B\cdot x)\right]\right)\right] \tag{5.6}$$

où x^* représente le point autour duquel la dérivée est calculée. Ces dérivées sont notées c_x pour la dérivée de l'effort longitudinal, fonction du taux de glissement τ, et c_y pour celle de l'effort transversal, fonction de la dérive δ, soit :

$$\begin{cases} f_x = c_x\ \tau \\ f_y = c_y\ \delta \end{cases}. \tag{5.7}$$

Ces dérivées sont nommées rigidités respectivement de dérive et de glissement. Le lecteur trouvera dans [Schuring 1994] une étude complète de l'influence des macro-coefficients en fonction de leurs valeurs.

5.2.3 Couplage avec les efforts verticaux

Les macro-coefficients définis précédemment dépendent des efforts verticaux f_z appliqués sur chacune des roues [Olsen 2008], comme illustré sur la *Figure 5.4*. En effet, les paramètres *K, D* et x_m sont directement liés aux f_z comme le précisent les équations du *Tableau 5.1*:

Macro-coefficients	*Pour l'effort Longitudinale*	*Pour l'effort latéral*
D	$b_1 f_z^2 + b_2 f_z$	$a_1 f_z^2 + a_2 f_z$
K	$\left(b_3 f_z^2 + b_4 f_z\right) e^{-b_5 f_z}$	$a_3 \sin\left(2\, a \tan\left(\frac{f_z}{a_4}\right)\right)\left(1 - a_5 * \left(\frac{S_h - a_9 fz - a_{10}}{a_8}\right)\right)$
x_m	$\frac{D}{K} - S_h$	
S_h	$b_9 f_z + b_{10}$	$a_9 f_z + a_{10}$

Tableau 5.1 - Dépendance des macro-coefficients du modèle de Pacejka à l'effort vertical f_z

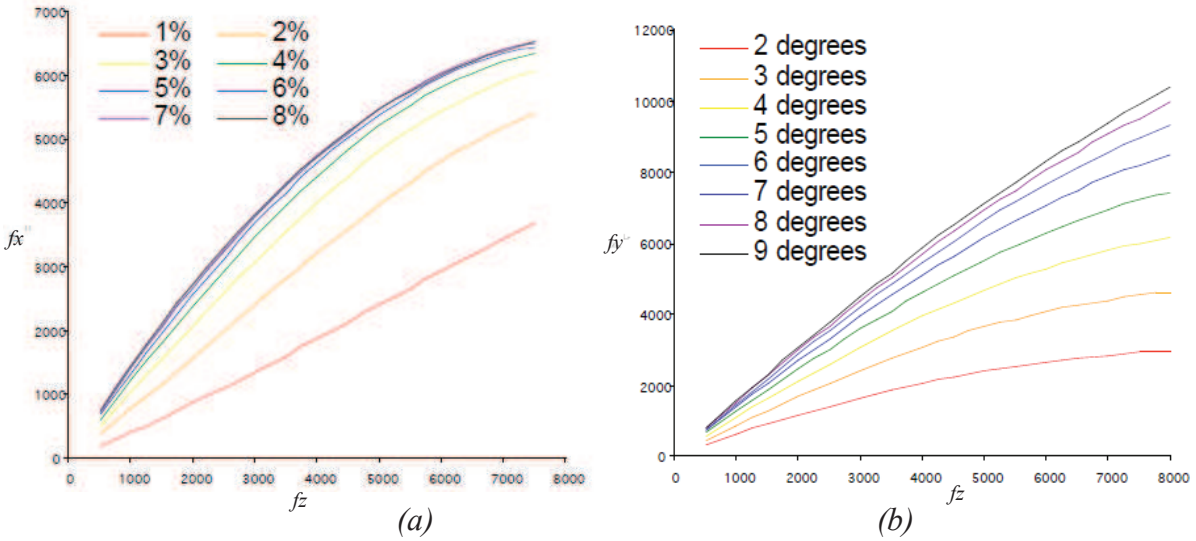


Figure 5.4 – Exemple de variations des efforts d'un pneumatique (f_x(a) et f_y(b)) en fonction de f_z pour différentes valeurs du taux de glissement (a) et de la dérive (b)

Ces efforts verticaux f_z dépendent d'une partie statique (répartition du poids du véhicule sur chacune des roues) et d'une partie dynamique (position et vitesse de la roue

(Chapitre 4, relation (4.5))). Ces données d'entrées sont directement liées aux efforts de suspension comme le montre la relation (4.4) du chapitre 4.

5.2.4 Conclusion : du pneumatique à la suspension

Le pneumatique joue un rôle essentiel en ce qui concerne la dynamique du véhicule. Son comportement dépend directement de la dérive (donc de la direction) et du taux de glissement (donc du freinage) comme l'illustrent bien les équations du modèle de Pacejka. Ce modèle a le mérite de mettre également en évidence le couplage avec les efforts verticaux qui viennent influencer la valeur des coefficients de pondération de la dérive et du taux de glissement. Ces efforts verticaux dépendent, quant à eux, indirectement de la suspension, mettant ainsi en évidence le couplage entre la suspension et la dynamique du véhicule transversale et longitudinale. La procédure de mesure des macro-coefficients est réalisée sur banc, ce qui ne représente pas vraiment le comportement routier du pneumatique [Brossard 2006].

5.3 CRITERE D'ANALYSE DU COMPORTEMENT D'UN VÉHICULE ET DE SA STABILITÉ

5.3.1 Introduction : quel critère choisir pour l'analyse du comportement ?

Dans la littérature et dans l'industrie automobile, il existe un grand nombre de critères associés à l'analyse du comportement d'un véhicule [Brossard 2006], [Genta 1997], [Kiencke 2000], [Fenaux 2005]. En effet, en dynamique du véhicule, le degré de stabilité d'un véhicule est associé aux caractères sous vireur et sur vireur. Un véhicule sous vireur est un véhicule dont la dérive des pneumatiques avant est plus importante que la dérive des pneumatiques arrière. Par conséquent, le véhicule à tendance à aller tout droit en virage. Un véhicule sur vireur est un véhicule dont la dérive arrière est plus importante que la dérive avant, ce qui a pour effet de faire tourner plus vite le train arrière que le train avant ceci pouvant induire sur forte sollicitation un tête à queue.

Le but de cette partie est de mettre en place un critère unique à travers le paragraphe 5.3.2 pouvant rassembler l'ensemble des critères déjà existants décrit dans le paragraphe 0. Puis dans le paragraphe 5.3.4, les outils de l'automatique sont utilisés de manière à identifier un critère générique lié à l'analyse des systèmes linéaires. Enfin, une application sur un petit véhicule léger citadin est réalisée dans le but de montrer la pertinence des différents critères énoncés tout au long de cette partie.

5.3.2 Définition du Pouvoir Directeur des Essieux : PDE

Compte tenu de l'étude des efforts des pneumatiques, il est possible d'écrire la dérive de chacun ($\delta_{pv}(t)$ pour la dérive avant et $\delta_{pr}(t)$ pour la dérive arrière) en fonction de l'effort transversal ($f_{yv}(t)$ à l'avant et $f_{yr}(t)$ à l'arrière) et des rigidités de dérive (c_{yav} pour l'avant et c_{yar} pour l'arrière), soit :

$$\delta_{pv}(t) - \delta_{pr}(t) = \frac{f_{yv}(t)}{c_{yav}} - \frac{f_{yr}(t)}{c_{yar}}. \tag{5.8}$$

Sachant que la dynamique en lacet du véhicule est décrite par l'équation

$$I_z\ \ddot{\psi}(t) = L_1\ f_{yv}(t) - L_2\ f_{yr}(t), \tag{5.9}$$

il vient en régime permanent ($\ddot{\psi} = 0$)

$$f_{yv}(t) = \frac{L_2}{L_1} f_{yr}(t). \tag{5.10}$$

Lors d'une action sur le volant pour la mise en virage ou un changement de file, les roues directrices font un angle proportionnel à l'angle volant, la caisse prenant alors du roulis. L'expression de la dynamique latérale du véhicule s'écrit alors

$$M\ \gamma_t(t) = f_{yv}(t) + f_{yr}(t) + f_0(t), \tag{5.11}$$

où f_0 représente un effort latéral appliqué au centre de gravité, f_{yv} et f_{yr} la somme des efforts avant gauche et droit, d'une part, et arrière gauche et droit, d'autre part, soit :

$$\begin{aligned} f_{yv}(t) &= f_{y_{avg}} + f_{y_{avd}} \\ f_{yr}(t) &= f_{y_{arg}} + f_{y_{ard}} \ . \end{aligned} \tag{5.12}$$

L'accélération transversale $\gamma_t(t)$, quant à elle, dépend de la dérivée de la vitesse latérale de la caisse $\dot{v}_y$, de la vitesse de lacet $\dot{\psi}$ et de la vitesse longitudinale v_x du véhicule supposée constante, soit :

$$\gamma_t(t) = \dot{v}_y(t) + v_x\ \dot{\psi}(t). \tag{5.13}$$

Ainsi, en combinant les équations (5.10) et (5.11) avec $f_0(t) = 0$, il vient :

$$f_{yr}(t) = M\ \gamma_T(t)\frac{L_1}{E} \tag{5.14}$$

$$f_{yv}(t) = M\ \gamma_T(t)\frac{L_2}{E}. \tag{5.15}$$

La différence des dérives des pneumatiques avant et arrière devient alors :

$$\delta_{pv}(t) - \delta_{pr}(t) = \frac{L_2\ c_{yar} - L_1\ c_{yav}}{c_{yar}\ c_{yav}}\frac{M}{E}\ \gamma_T(t). \tag{5.16}$$

Par conséquent, la différence des dérives des pneumatiques avant et arrière est liée à la valeur de l'accélération latérale subie par la caisse via un coefficient appelé gradient de sous virage K_α, soit :

$$K_\alpha = \frac{L_2\ c_{yar} - L_1\ c_{yav}}{c_{yar}\ c_{yav}}\frac{M}{E}. \tag{5.17}$$

Le signe de la différence des dérives des pneumatiques est donc donné par le signe de K_α. Le véhicule est sous vireur (ie : $\delta_{pv}(t) > \delta_{pr}(t)$) quand $K_\alpha > 0$, sur vireur quand $K_\alpha < 0$ ou neutre lorsque $K_\alpha = 0$. Le signe de K_α est fixé en fonction du signe de la relation

$$PDE = L_1\ c_{yav} - L_2\ c_{yar}. \tag{5.18}$$

Par conséquent K_α peut s'écrire :

$$K_\alpha = \frac{-PDE}{c_{yar}\ c_{yav}}\frac{M}{E}, \tag{5.19}$$

où

- si $PDE > 0$ alors véhicule sur virer
- si $PDE < 0$ alors véhicule sous virer . (5.20)
- si $PDE = 0$ alors véhicule neutre

Remarque :
Attention le PDE n'est qu'un indicateur du typage du véhicule, il ne peut pas permettre de préciser le comportement du véhicule à chaque instant. En effet un véhicule typé sous virer peut se retrouver, dans certaines situations de vie bien précies, avec un comportement sur virer.

5.3.3 Lien entre le PDE et les différents critères présents dans l'industrie automobile et la littérature

Dans la littérature et dans l'industrie automobile, il existe un grand nombre de critères associés à l'analyse du comportement d'un véhicule. Ils sont tous liés au PDE. La liste ci-dessous n'est qu'un échantillon des différents critères existants, permettant de justifier l'utilisation du PDE uniquement. En plus du gradient de sous-virage, sont utilisés :

– le rayon de virage pour un braquage donné :

$$R_D(t) = \frac{E}{\beta(t) + \delta_{pr}(t) - \delta_{pv}(t)} = \frac{E}{\beta(t) + \dfrac{PDE}{c_{y_{av}}\, c_{y_{ar}}} \dfrac{M}{E} \gamma_T(t)} \; ; \tag{5.21}$$

– l'angle de braquage pour un rayon donné :

$$\beta(t) = \frac{E}{R_D(t)} - \frac{PDE}{c_{y_{av}}\, c_{y_{ar}}} \frac{M}{E} \gamma_T(t) \; ; \tag{5.22}$$

– le point neutre :

$$X_\alpha = \frac{PDE}{c_{y_{av}}\, c_{y_{ar}}} . \tag{5.23}$$

Le point neutre N (***Figure 5.5***) est défini comme la position du centre de gravité qui permettrait à la dérive avant d'être égale à la dérive arrière en ligne droite, et donc d'avoir un comportement neutre du véhicule. La grandeur X_α correspond donc à la position du point neutre par rapport au centre de gravité. Si le point neutre est derrière le centre de gravité (CdG_2) alors X_α est positif et donc le véhicule est sur-vireur. Si le point N est devant le centre de gravité (CdG_1) alors X_α est négatif et donc le véhicule est sous-vireur.

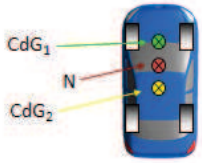


Figure 5.5 - Illustration du point neutre dans la cas d'un véhicule neutre X = N, d'un véhicule sous vireur X = CdG1 et d'un véhicule sur vireur X = CdG2.

– La marge statique

$$x_\alpha = -\frac{X_\alpha}{L} = -\frac{PDE}{L\, c_{y_{av}} c_{y_{ar}}}\,. \tag{5.24}$$

La marge statique donne exactement le même renseignement que le gradient de sous virage.

5.3.4 Recherche d'un critère

Dans la partie précédente, un inventaire des différents critères utilisés dans l'industrie automobile ainsi que dans la littérature est proposé de manière à définir au mieux le comportement d'un véhicule et plus particulièrement sa stabilité. Un système linéaire est stable si et seulement si toutes les racines de son polynôme caractéristique

$$P(\lambda) = \det[\lambda I - A] \tag{5.25}$$

sont à partie réelle strictement négative.
La représentation d'état associée aux équations (5.9) et (5.11), linéarisée autour d'un point de fonctionnement, est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x} = A\, x + B\, u \\ y = C\, x + D\, u \end{cases}, \tag{5.26}$$

avec

$$\begin{cases} x = \begin{pmatrix} \delta_G(t) = \dfrac{v_y(t)}{v_x} \\ \dot{\psi}(t) \end{pmatrix} \\ u = \begin{pmatrix} \beta(t) \\ f_0(t) \end{pmatrix} \\ y = \begin{pmatrix} \delta_G(t) = \dfrac{v_y(t)}{v_x} \\ \dot{\psi}(t) \\ \gamma_T(t) \\ \end{pmatrix} \end{cases}, \tag{5.27}$$

$$A = \begin{bmatrix} \dfrac{-(c_{yav} + c_{yar})}{M\, v_x} & -\left(1 + \dfrac{PDE}{M\, v_x^2}\right) \\ \dfrac{-PDE}{I_z} & \dfrac{-(L_2^2\, c_{yar} + L_1^2\, c_{yav})}{I_z\, v_x} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \dfrac{c_{yav}}{M\, v_x} & \dfrac{1}{M\, v_x} \\ \dfrac{L_1\, c_{yav}}{I_z} & 0 \end{bmatrix} \tag{5.28}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \dfrac{-(c_{yav}+c_{yar})}{M} & \dfrac{-PDE}{M\,v_x} \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dfrac{c_{yav}}{M} & 0 \end{bmatrix},$$

sous les hypothèses d'une vitesse véhicule v_x constante et d'un angle de braquage faible.
Dans ce cas, le polynôme caractéristique s'écrit

$$P(\lambda) = \left(\lambda + \frac{c_{yav}+c_{yar}}{M\,v_x}\right)\left(\lambda + \frac{L_2^2\,c_{yar}+L_1^2\,c_{yav}}{I_z\,v_x}\right) - \frac{PDE}{I_z}\left(1+\frac{PDE}{M\,v_x^2}\right). \tag{5.29}$$

Pour un polynôme d'ordre 2, le critère de Routh permet l'analyse de la stabilité sans le calcul explicite des 2 racines. En effet, si $P(\lambda)$est de la forme :

$$P(\lambda) = \det[\lambda I - A] = \lambda^2 + p\,\lambda + q, \tag{5.30}$$

alors le système est stable si et seulement si $p.q > 0$. Dans le cas précis qui nous intéresse, les expressions de p et q sont

$$\begin{cases} p = \dfrac{I_z\left(c_{yav}+c_{yar}\right) + M\left(L_2^2\,c_{yar}+L_1^2\,c_{yav}\right)}{M\,I_z\,v_x} > 0 \\ q = \dfrac{-M\,v_x^2\,PDE + c_{yav}\,c_{yar}\left(L_1+L_2\right)^2}{M\,I_z\,v_x^2} \end{cases}, \tag{5.31}$$

et montrent que le signe du produit $p\,q$ ne dépend que du signe de q. Ce dernier est lié au PDE car lorsque celui-ci est négatif, q est automatiquement positif et donc le véhicule est stable. Par contre, quand le PDE est positif, on ne peut pas conclure sur la stabilité du véhicule. La stabilité n'est donc pas liée à un typage sur-vireur puisqu'il peut exister des véhicules sur-vireur (PDE > 0) qui permettent d'obtenir $q > 0$. Néanmoins, il reste vrai que la limite d'instabilité ne peut être atteinte que si le véhicule est sur vireur (PDE >0). Dans ce cas il existe une vitesse limite de stabilité obtenue lorsque $q = 0$ décrite par :

$$v_{x\_\lim} = L\sqrt{\frac{c_{yav}c_{yar}}{M\,PDE}}. \tag{5.32}$$

Le critère de Routh permet donc de vérifier par la théorie des systèmes linéaires que le PDE est bien un critère lié à la stabilité du véhicule. Par ailleurs, en utilisant la relation (5.29), il est possible d'écrire le polynôme sous la forme

$$P(\lambda) = \lambda^2 + 2\zeta\omega_0\,\lambda + \omega_0^2, \tag{5.33}$$

dont la résolution ($P(\lambda) = 0$) conduit à un discriminant de la forme :

$$\begin{aligned} \Delta &= p^2 - 4\,q \\ &= 4\,\omega_0^2\left(\zeta^2 - 1\right)' \end{aligned} \tag{5.34}$$

permettant ainsi de faire apparaitre l'amortissement ζ, grandeur caractéristique lors de l'étude de la dynamique des systèmes linéaires.

Lorsque le discriminant est positif, l'amortissement est supérieur à 1 et $q < p^2/4$ donc ***potentiellement*** instable si $q < 0$. Il est alors possible d'écrire les racines du polynôme comme deux racines distinctes, soit :

$$\omega_{1\,2} = \frac{-p \pm \sqrt{\Delta}}{2}, \tag{5.35}$$

mettant ainsi en évidence la présence de deux modes distincts.

Si le discriminant est nul, alors l'amortissement est égale à 1 et $q = p^2/4 > 0$ correspondant à un véhicule stable. Les deux racines du polynôme sont confondues, soit :

$$\omega_{1\,2} = -\frac{p}{2} = \frac{I_z\left(c_{yav}+c_{yar}\right)+ M\left(L_2^2\, c_{yar}+L_1^2\, c_{yav}\right)}{M\, I_z\, v_x}. \tag{5.36}$$

Lorsque le discriminant est négatif, l'amortissement est inférieur à 1 et $q > p^2/4$, correspondant donc à un véhicule stable. Les deux racines sont complexes conjuguées, soit :

$$\omega_{1\,2} = \frac{-p \pm j\sqrt{\Delta}}{2}. \tag{5.37}$$

En résumé, l'amortissement peut être relié au critère de la dynamique du véhicule. La ***Figure 5.6*** représente l'ensemble des critères énoncés dans cette partie.

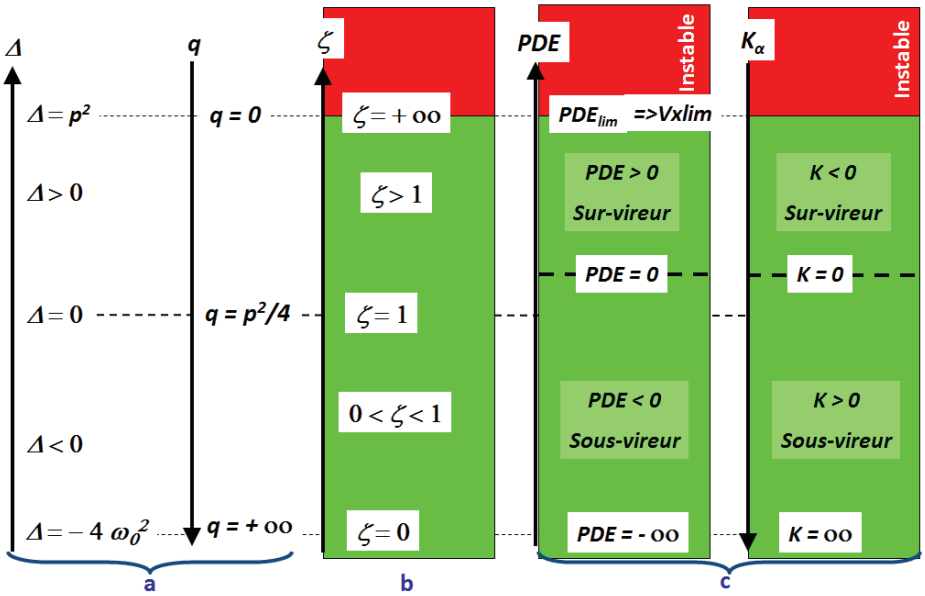


Figure 5.6 - Résumé des différents critères mis en place : critère mathématique (le discriminant ou q) (a), critère de dynamique des systèmes linéaires (l'amortissement) (b) et critère de la dynamique du véhicule (PDE) (c).

Remarque

Il est à noter qu'il n'y a pas de caractère oscillant avant un tête à queue , donc pas de signe avant-coureur pour le conducteur. Au contraire un véhicule qui oscille est par nature donc toujours stable.

5.3.5 Conclusion : Illustrations du PDE pour un véhicule léger citadin

Le PDE peut donc être l'unique indicateur du comportement d'un véhicule puisqu'il est lié à tous les critères énoncés précédemment. Néanmoins, ce critère ne permet pas à lui seul de conclure sur la stabilité, mais sur le typage.

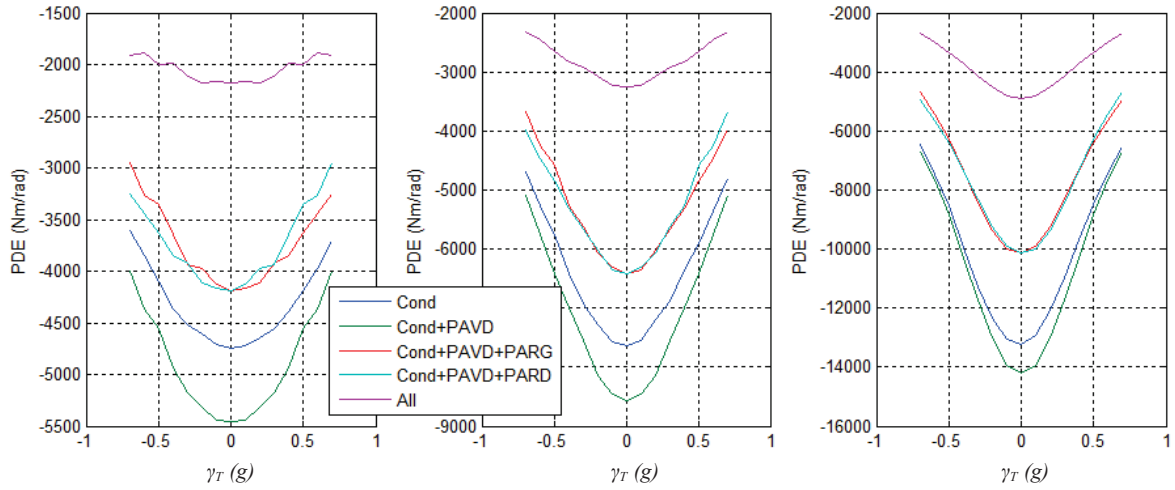
Comme l'illustrent les résultats des ***Figure 5.8*** et ***Figure 5.7*** obtenus pour un véhicule léger citadin, l'interprétation du PDE en relatif est simple, mais plus difficile dans l'absolue dans la mesure où les valeurs du PDE en Nm/rad ne sont pas directement interprétables. C'est pourquoi dans un souci de clarté, les valeurs de l'angle de sur-braquage sont également représentées sur la ***Figure 5.8***. L'angle de surbraquage correspond à l'angle qu'il est nécessaire d'ajouter pour conserver une trajectoire idéale donnée par l'angle d'Ackermann (cible donnée par le conducteur), soit :

$$\beta_{ackermann} = \frac{E}{R_D}. \tag{5.38}$$

L'angle de surbraquage $\Delta\beta$ est défini comme le produit du gradient de sur virage K_α par l'accélération latérale $\gamma_T(t)$. Cette grandeur est donc plus accessible pour la compréhension du comportement du véhicule. En effet, plus il est nécessaire d'ajouter de l'angle (angle de surbraquage > 0), plus le véhicule est sous vireur, soit, compte tenu de l'expression de équation (5.17) :

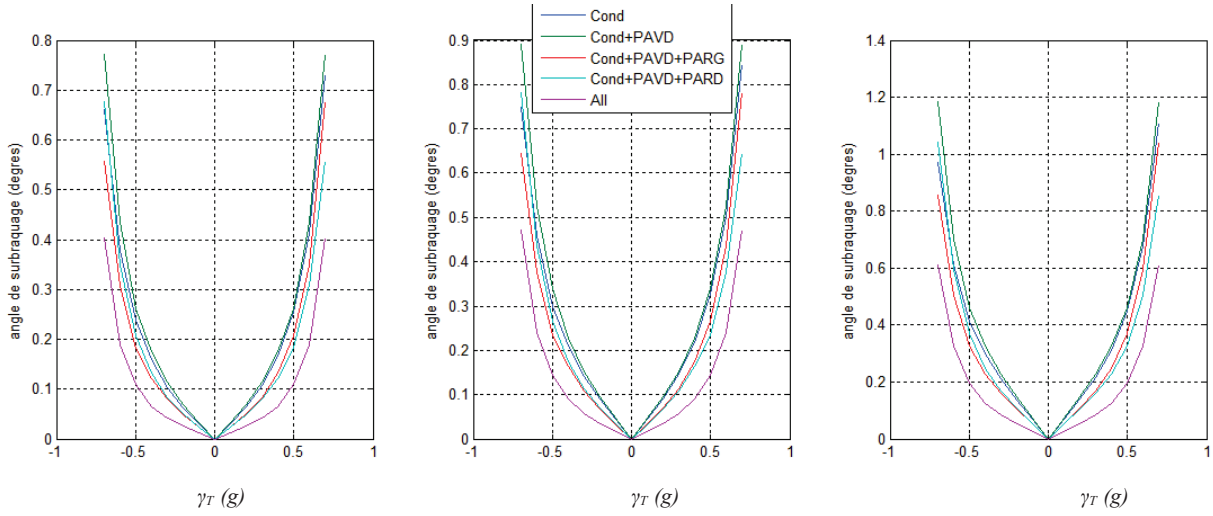
$$\Delta\beta = K_\alpha\ \gamma_T(t) = \frac{-PDE}{c_{yar}c_{yav}}\frac{M}{E}\gamma_T(t). \tag{5.39}$$

Cette grandeur plus abordable permet également de mettre en évidence qu'un véhicule stable n'est pas forcément synonyme de véhicule qui suit parfaitement sa trajectoire. En effet, la notion de stabilité est différente de celle de dirigeabilité [Nouillant 2002], cette dernière étant révélatrice de l'agrément de conduite et donc directement liée au typage d'un véhicule.
Les résultats ainsi obtenus mettent en évidence que le véhicule considéré est sous-vireur. Plus ce véhicule est chargé moins son comportement est sous-vireur. Les cas de chargement évolue du plus léger avec seulement la présence du conducteur (noté *Cond*), puis avec la présence de plus en plus de passagers (noté *PAVD* pour le passager avant droit, *PARG* et *PARD* pour les passagers arrière gauche et droit) jusqu'au chargement maximal (noté *All*). La masse des passagers est normalisé à 70Kg par personne. Par conséquent ce véhicule est toujours stable, compte tenu des critères énoncés précédemment. De plus, avec l'augmentation du chargement la dirigeabilité du véhicule est plus aisée. Les simulations sont réalisées pour trois pressions différentes des pneumatiques.



(a) *(b)* *(c)*

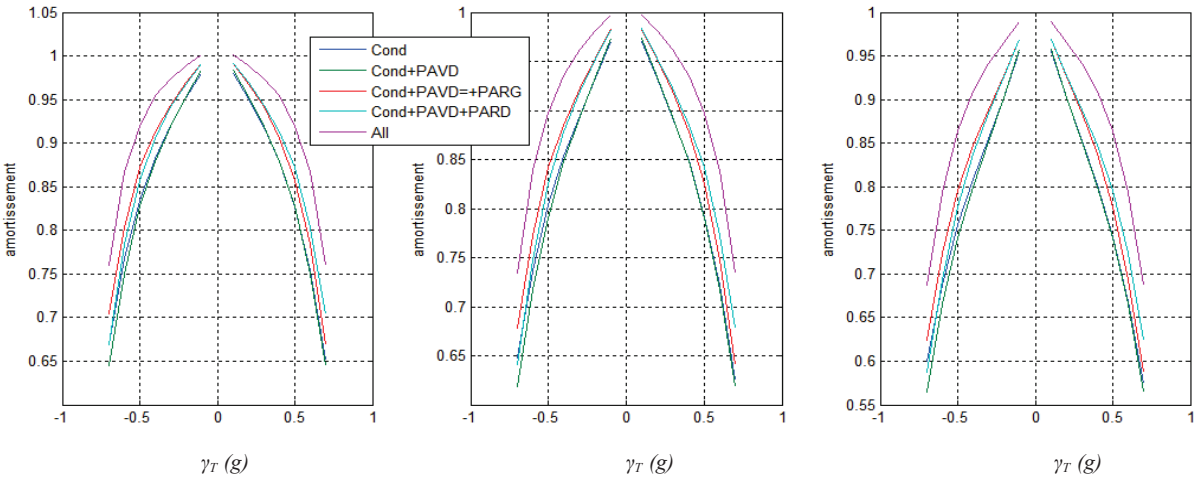
Figure 5.7 - Illustration du PDE pour un petit vehicule citadin en fonction de l'accélération latérale pour 3 pressions différentes des pneumatiques : 3 bar (a) 2.4 bar (b) et 1.8 bar (c), et 5 cas de chargement différents ; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All.



(a) *(b)* *(c)*

Figure 5.8 - Illustration de l'angle de surbraquage pour un petit vehicule citadin en fonction de l'accélération latérale pour 3 pressions différentes des pneumatiques : 3 bar (a) 2.4 bar (b) et 1.8 bar (c), et 5 cas de chargement différents ; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All

La ***Figure 5.9*** présente les résultats de l'amortissement pour le même véhicule.



(a) *(b)* *(c)*

Figure 5.9 - Illustration de l'amortissement pour un petit vehicule citadin en fonction de l'accélération latérale pour 3 pressions différentes des pneumatiques : 3 bar (a) 2.4 bar (b) et 1.8 bar (c), et 5 cas de chargement différents; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All

5.4 DYNAMIQUE LATERALE SOUS SOLLICITATION CONDUCTEUR

5.4.1 Introduction : dynamique latérale (lacet/dérive)

La dynamique latérale du véhicule est décrite par l'accélération latérale γ_T, la vitesse de lacet $\dot{\psi}$, le roulis θ et les efforts latéraux f_y à la base des roues. Lors d'une mise en virage après application d'un angle de braquage aux roues (β_v pour les roues avants et β_r pour les roues arrières), les pneumatiques génèrent des efforts latéraux permettant au véhicule de tourner sur une trajectoire. Les efforts latéraux sont calculés à partir de la vitesse de glissement latéral et de la charge verticale sur chaque pneumatique. La modélisation doit prendre en compte le phénomène du transfert de charge en faisant intervenir le mouvement de roulis et les caractéristiques de la suspension.

Les équations de la dynamique de lacet ont été présentées dans la partie 5.3.2. Le mouvement de la caisse (5.11) et la dynamique en lacet (5.9) dépendent des efforts latéraux des pneumatiques f_{yi} directement liés à la dérive de chacun des pneumatiques, soit :

$$f_{yv}(t) = \left(c_{yavg} + c_{yavd} \right) \delta_{pv}(t) = c_{yav}\, \delta_{pv}(t), \tag{5.40}$$

où

$$c_{yavg} = \left.\frac{\partial fyavg}{\partial \delta_{pv}}\right|_{\delta_{pv}=\delta_{pv}^*} \quad c_{yavd} = \left.\frac{\partial fyavd}{\partial \delta_{pv}}\right|_{\delta_{pv}=\delta_{pv}^*}, \tag{5.41}$$

et

$$f_{yr}(t) = \left(c_{y\arg} + c_{yard} \right) \delta_{pr}(t) = c_{yar}\, \delta_{pr}(t), \tag{5.42}$$

où

$$c_{yavg} = \left.\frac{\partial fy\arg}{\partial \delta_{pr}}\right|_{\delta_{pr}=\delta_{pr}^*} \quad c_{yavd} = \left.\frac{\partial fyard}{\partial \delta_{pr}}\right|_{\delta_{pr}=\delta_{pr}^*}. \tag{5.43}$$

Les expressions générales des dérives des pneumatiques s'écrivent

$$\delta_{pv}(t) = \beta_v(t) - \delta_{v\_essieu}(t), \tag{5.44}$$

où

$$\delta_{v\_essieu}(t) = \frac{v_y(t) + L_1\, \dot{\psi}(t)}{v_x} \tag{5.45}$$

et

$$\delta_{pr}(t) = \beta_r - \delta_{r\_essieu}(t), \tag{5.46}$$

où

$$\delta_{r\_essieu}(t) = \frac{v_y(t) - L_2\ \dot{\psi}(t)}{v_x}, \tag{5.47}$$

sachant bien souvent que $\beta_r = 0$ car la plupart des véhicules de tourisme n'ont que des roues directrices à l'avant. Cependant, dans un souci de généralisation, il est ainsi possible d'écrire l'expression des efforts transversaux avant et arrière appliqués au sol, soit :

- pour l'avant : $$f_{yv}(t) = c_{yav}\left(\beta_v(t) - \frac{v_y(t) + L_1\ \dot{\psi}(t)}{v_x}\right), \tag{5.48}$$

- pour l'arrière : $$f_{yr}(t) = c_{yar}\left(\beta_r - \frac{v_y(t) - L_2\ \dot{\psi}(t)}{v_x}\right). \tag{5.49}$$

5.4.2 Influence de la direction sur la dynamique latérale

Les équations (5.48) et (5.49) mettent en évidence l'influence de l'angle de braquage des roues sur la dynamique de lacet. Les véhicules à quatre roues directrices ont plus de potentiel sur les efforts transversaux que les véhicules à roues directrices avant ($\beta_r = 0$). Néanmoins, en n'agissant que sur le braquage des roues avant il est possible d'influencer le comportement du véhicule en lacet. La réponse de ce dernier peut être modifiée par des systèmes de micro-braquage . La ***Figure 5.10*** présente des résultats d'angle de braquage nécessaire pour conserver le même comportement du véhicule quelle que soit l'accélération transversale. Deux types de comportement peuvent être recherchés quelle que soit l'accélération transversale :

- un comportement neutre (PDE = 0, Taux de sur braquage = 0…) dans toutes les circonstances,
- un comportement équivalent au dimensionnement initial pour une accélération latérale nulle.

En effet, en imaginant un système actif de micro-braquage introduisant un angle additionnel, noté $\mu\beta$, l'angle de braquage des roues de l'équation (5.22) s'écrit alors :

$$\beta(t) = \frac{E}{R_D} - \frac{PDE}{c_{yav}\,c_{yar}}\frac{M}{E}\gamma_T(t) - \mu\beta(t), \tag{5.50}$$

soit

$$\beta(t) = \frac{E}{R_D} + (-\frac{PDE}{c_{yav}\,c_{yar}}\frac{M}{E} - \frac{\mu\beta(t)}{\gamma_T(t)})\gamma_T(t), \tag{5.51}$$

ou encore

$$\beta(t) = \frac{E}{R_D} - \frac{PDE'}{c_{yav}\,c_{yar}}\frac{M}{E}\gamma_T(t), \tag{5.52}$$

avec

$$PDE' = PDE + \frac{\mu\beta(t)}{\gamma_T(t)} \frac{E}{M} c_{y_{av}} c_{y_{ar}} = PDE_{cible} \quad . \tag{5.53}$$

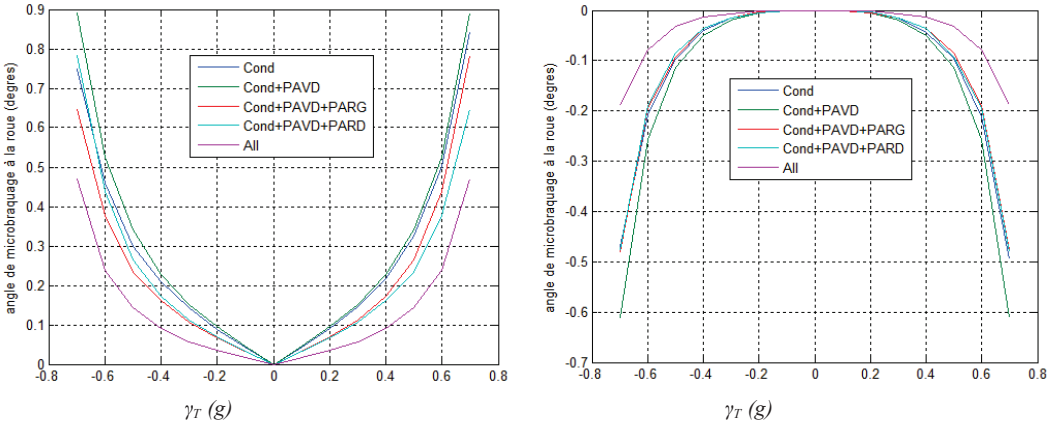
Ainsi le PDE_{cible} peut être :

- égale à 0, ce qui permet d'obtenir un véhicule neutre
- égale à $PDE\big|_{\gamma_T=0}$ afin de conserver le typage du véhicule sans accentuer, avec la vitesse, son caractère sous vireur ou sur vireur.

De la relation (5.53) il est également possible d'en déduire l'expression du micro-braquage à ajouter pour que le véhicule ait un comportement neutre ou son comportement d'origine, quelle que soit la vitesse véhicule, soit :

$$\mu\beta = (PDE_{cible} - PDE) \frac{\gamma_T}{c_{y_{av}} c_{y_{ar}}} \frac{M}{E} . \tag{5.54}$$

Les résultats obtenus et présentés à la ***Figure 5.10*** sont issus de simulations réalisées sur un véhicule léger citadin (voir Annexe 06). Il apparait que pour une variation d'accélération latérale allant de 0 à 1g, la compensation par la direction pour obtenir un comportement neutre peut aller jusqu'à 0.8° à la roue soit environ 15° au volant (pour une démultiplication de direction égale à 18.5), valeur à ajouter à celle de l'angle initial imposé par le conducteur. Concrètement, cela veut dire que si le conducteur voulait avoir un comportement neutre de son véhicule, quelle que soit la vitesse (soit un véhicule qui décrit exactement la trajectoire d'Ackermann), il devrait ajouter jusqu'à 15° à son angle d'origine pour rester sur sa trajectoire *(**Figure 5.10**(a))*. De la même manière, pour conserver le même typage à 1g qu'à 0.2g, dans le cas de notre véhicule léger citadin, il est nécessaire d'enlever jusqu'à 0.6° à la roue soit 11° au volant. Ceci implique que malgré son comportement sous vireur, plus l'accélération latérale est importante moins le véhicule est sous vireur.



(a) *(b)*

Figure 5.10 - Angle de braquage nécessaire pour conserver un comportement neutre quelle que soit l'accélération latérale a_y (a) ou pour conserver le comportement sous vireur pour une accélération latérale nulle (b), pour une pression des pneumatiques de 2.4 bars; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All

5.4.3 Influence de la suspension sur la dynamique latérale

5.4.3.1 Part des efforts verticaux sur la dynamique de lacet

Les équations (5.48) et (5.49) mettent en évidence la présence de la dérivée de l'effort latéral par rapport à la dérive, appelée c_y, dans l'expression des efforts du pneumatique, et donc dans le comportement du véhicule en lacet. Ce coefficient dépend des macro-coefficients du pneumatique (relation (5.6)) du modèle de Pacejka qui dépendent de l'effort f_z. Ce dernier est composé d'une valeur fixe (f_{z_stat}) lié au poids et d'une valeur variable appelée reports de charge (Δf_z). Par exemple, pour un virage à droite, les efforts verticaux ont pour expression :

$$\begin{cases} f_{z_{avg}} = f_{z_{avg\_stat}} + \Delta f_{z_{av}} = M_{avg} g + \Delta f_{z_{av}} \\ f_{z_{avd}} = f_{z_{avd\_stat}} - \Delta f_{z_{av}} = M_{avd} g - \Delta f_{z_{av}} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} f_{z_{arg}} = f_{z_{arg\_stat}} + \Delta f_{z_{ar}} = M_{arg} g + \Delta f_{z_{ar}} \\ f_{z_{ard}} = f_{z_{ard\_stat}} - \Delta f_{z_{ar}} = M_{ard} g - \Delta f_{z_{ar}} \end{cases} . \qquad (5.55)$$

Il est nécessaire de définir l'expression des reports de charge pour connaitre les efforts latéraux appliqués.

5.4.3.2 Transfert de charge en transversal

Le bilan des moments illustré par la ***Figure 5.11*** au centre de roulis h_i donne :

$$I_{0i}\ \ddot{\theta}_i(t) = 2m\left(r_0 - h_i\right)\gamma_T(t) + C_{ri}(t) + f_{zi_d}(t)\frac{l_i}{2} - f_{zi_g}(t)\frac{l_i}{2} + f_{yi_d}(t)\,h_i + f_{yi_g}(t)\,h_i\ , \qquad (5.56)$$

avec l_i la voie, l'indice i correspondant à l'essieu considéré. Le couple $C_r(t)$ est le couple anti roulis développé par la suspension (voir paragraphe 4.2.2 du chapitre 4).

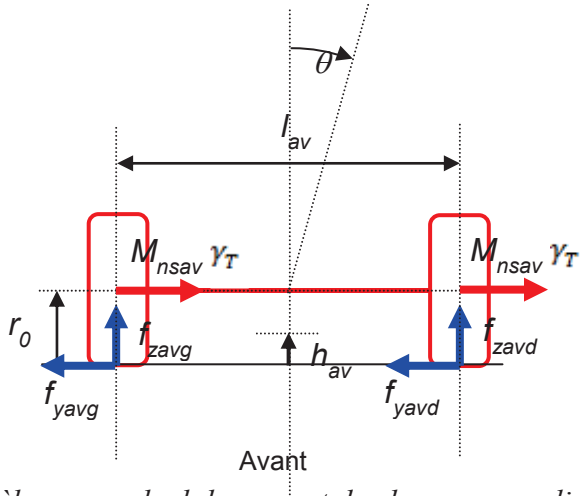


Figure 5.11 - Modèle pour calcul des report de charge en roulis sur l'essieu avant

Posons

$$RAD_K = \frac{K_{ADav}}{K_{ADav} + K_{ADar}} = \frac{K_{ADav}}{K_{ADtot}} \tag{5.57}$$

et

$$RAD_B = \frac{B_{ADav}}{B_{ADav} + B_{ADar}} = \frac{B_{ADav}}{B_{ADtot}} \,. \tag{5.58}$$

Par conséquent, le couple $C_r(t)$ correspond à la somme de deux couples :

- le couple de roulis avant

$$C_{rav}(t) = RAD_K \; K_{ADtot} \; \theta(t) + RAD_B \; B_{ADtot} \; \dot{\theta}(t) \,, \tag{5.59}$$

- et le couple de roulis arrière

$$C_{rav}(t) = (1 - RAD_K) \; K_{ADtot} \; \theta(t) + (1 - RAD_B) \; B_{ADtot} \; \dot{\theta}(t) \,. \tag{5.60}$$

Ainsi, par exemple pour l'essieu avant, la relation (5.56) devient

$$\begin{aligned} I_{\theta_{av}} \; \ddot{\theta}_{av}(t) = {} & 2m \left(r_0 - h_{av}\right) \gamma_T(t) + RAD_K \; K_{ADtot} \; \theta_{av}(t) + RAD_B \; B_{ADtot} \; \dot{\theta}_{av}(t) \\ & + f_{zavd}(t) \, \frac{l_{av}}{2} - f_{zavg}(t) \, \frac{l_{av}}{2} + f_{yavd}(t) \, h_{av} + f_{yavg}(t) \, h_{av} \end{aligned} \,. \tag{5.61}$$

Pour faciliter l'étude, concentrons-nous uniquement sur l'impact des efforts capacitifs de la suspension sur la dynamique latérale en considérant le régime permanent, soit :

$$\ddot{\theta}_{av} = \dot{\theta}_{av} = 0 \,, \tag{5.62}$$

d'où

$$0 = 2m \left(r_0 - h_{av}\right) \gamma_T + RAD_K \; K_{ADtot} \; \theta_{av} + (f_{zavd} - f_{zavg}) \frac{l_{av}}{2} + (f_{yavd} + f_{yavg}) \, h_{av} \,. \tag{5.63}$$

En virage stabilisé, la dynamique en lacet devient

$$0 = L_1 \; f_{yv} \; - L_2 \; f_{yr} \,, \tag{5.64}$$

d'où l'on tire f_{yav}, en combinant avec la relation (5.11) où f_0 vaut 0,

$$f_{y_{av}} = f_{y_{avg}} + f_{y_{avd}} = \frac{L_2}{L} \left(M_s + 4M_{ns}\right) \gamma_T \,. \tag{5.65}$$

En remplaçant dans l'équation (5.63) les f_y et les f_z par leurs expressions définies par les équations (5.65) et (5.55), ainsi que l'expression de l'angle de roulis en régime permanent (équation (4.11), chapitre 4), il est possible d'isoler l'expression des reports de charge avant, soit :

$$\Delta f_{z_{av}} = 2m_{av} \, \frac{r_0}{l_{av}} \, \gamma_T + M_s \; RAD_k \left(\frac{K_{ADtot}}{K_{ADtot} - h_r \; M_s g} \right) \frac{h_r}{l_{av}} \, \gamma_T + M_{av} \, \frac{h_{av}}{l_{av}} \, \gamma_T \,. \tag{5.66}$$

Il en va de même pour l'essieu arrière, soit :

$$\Delta f_{z_{ar}} = 2m_{ar}\frac{r_0}{l_2}\gamma_T + M_s\left(1-RAD_K\right)\left(\frac{K_{ADtot}}{K_{ADtot}-h_r\,M_s g}\right)\frac{h_r}{l_{ar}}\gamma_T + M_{ar}\frac{h_{ar}}{l_{ar}}\gamma_T\,, \qquad (5.67)$$

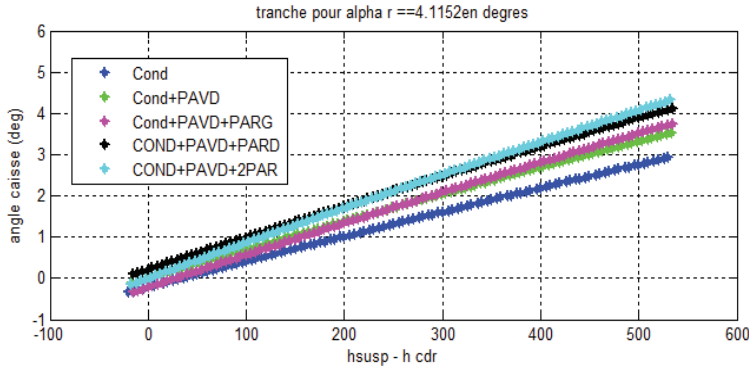
avec h_r la différence de hauteur entre le centre de gravité h_{CdG} et le centre roulis h_{CdR} considéré sur l'axe $\vec{z}$ passant par le centre de gravité.

5.4.3.3 Influence des hauteurs des centres de roulis avant et arrière des trains sur les dynamiques verticale et transversale

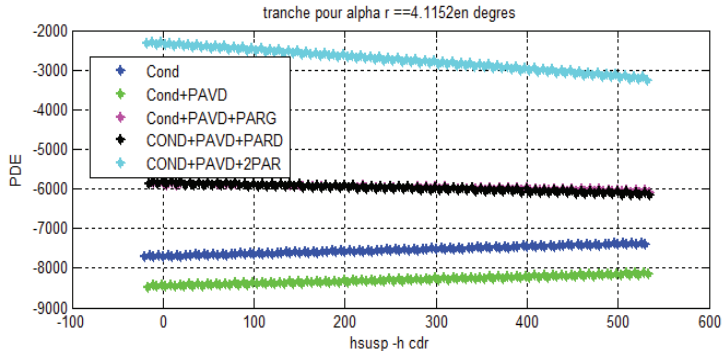
La hauteur du centre de roulis influence, non seulement la valeur de l'angle de roulis pris par la caisse sous sollicitations transversale, mais également le comportement du véhicule.

Pour un véhicule léger citadin, La ***Figure 5.12*** montre que plus la hauteur du centre de roulis est proche du centre de gravité, plus l'angle de caisse pris à 0.3g est faible. Cependant, cette même figure 5.12(b) permet de mettre en évidence que pour un centre de roulis proche du centre de gravité le comportement du véhicule est fortement dépendant de la masse. Par conséquent, l'idéal pour le confort vertical (angle de roulis faible) est d'avoir un centre de roulis égal, voire plus haut que le centre de gravité. Pour la stabilité, il est préférable que le centre de roulis soit proche du sol. Il existe donc un conflit dans le choix des hauteurs de centre de roulis. Heureusement, un degré de liberté supplémentaire permet de gérer ce dilemme. La ***Figure 5.13*** présente pour un centre de roulis fixe par rapport à la hauteur du centre de gravité la variation de l'angle de roulis en fonction de l'inclinaison de l'axe de roulis. L'angle de l'axe de roulis est négatif lorsque que le centre de roulis avant est plus haut que le centre de roulis arrière. Ces résultats permettent de mettre en évidence que l'action sur l'axe de roulis n'influence que le comportement du véhicule sans avoir aucune influence sur l'angle pris par la caisse. De ce fait, il est possible :

- - d'utiliser l'inclinaison de l'axe de roulis pour optimiser le comportement en lacet et donc la stabilité du véhicule en virage,
- - d'agir sur la hauteur du centre de roulis pour améliorer le confort vertical.

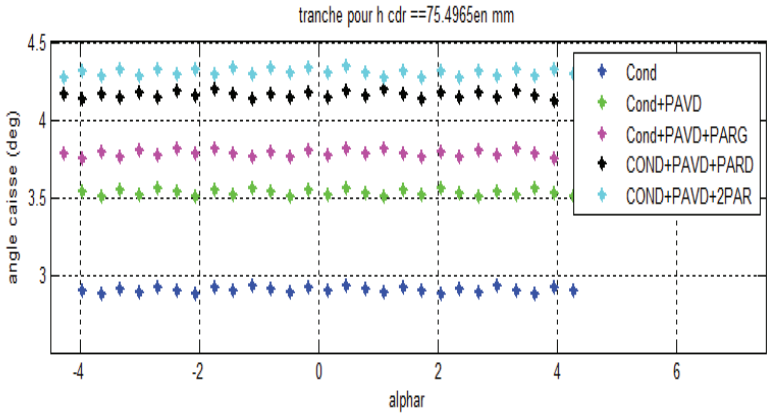


(a)

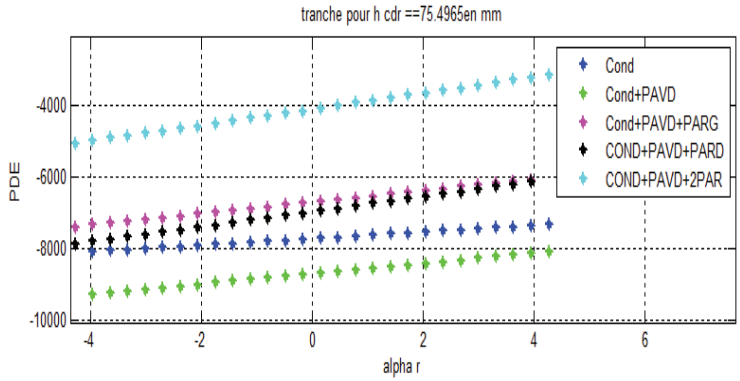


(b)

Figure 5.12 - Influence de la hauteur du centre de roulis sur l'angle pris en roulis par la caisse(a) et sur le typage du véhicule (b) pour un virage à gauche de 0.3g; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All



(a)



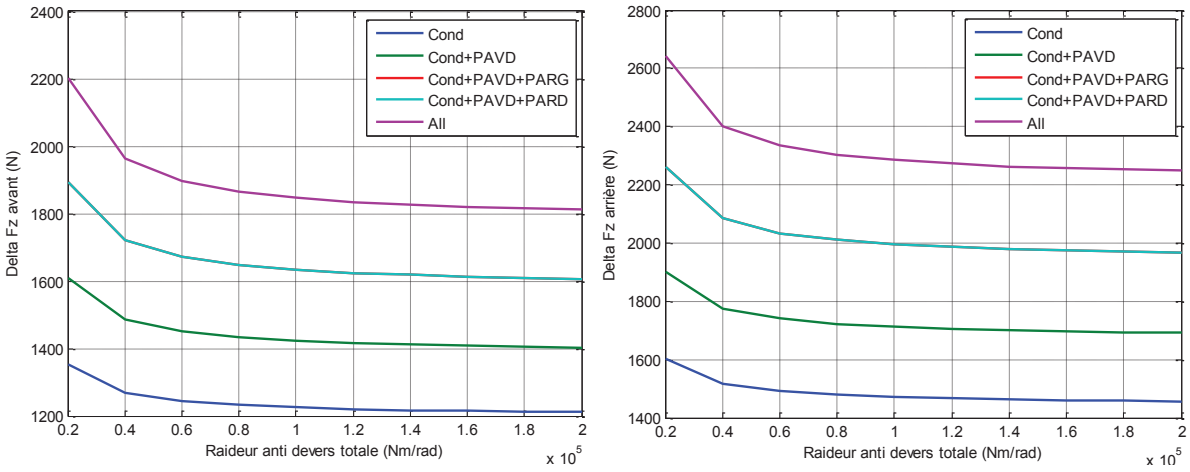
(b)

Figure 5.13 - Influence de l'orientation de l'axe de roulis sur l'angle pris en roulis par la caisse(a) et sur le typage du véhicule (b) pour un virage à gauche de 0.3g; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All

Pour conclure, compte tenu des différents résultats, le compromis confort/comportement n'est pas qu'un conflit de suspension, la géométrie des trains intervient nécessairement dans sa gestion tout en offrant une certaine plage de liberté. Un moyen pour limiter l'angle de roulis de la caisse peut être, en plus de l'augmentation de la raideur anti-devers, de placer les centres de roulis les plus haut possible. De plus, pour améliorer la stabilité du véhicule en lacet, donc avoir un PDE négatif, la meilleure solution est d'avoir un centre roulis à l'avant plus haut qu'à l'arrière.

5.4.3.4 Influence de la Raideur anti-dévers totale sur les efforts verticaux

Les équations (5.66) et (5.67) mettent en évidence le rôle de la ***raideur anti-devers totale*** (K_{ADtot}) sur le transfert de charge effectué lors d'une mise en virage, donc directement sur l'effort latéral (f_y) du pneumatique. En effet, plus la raideur anti-dévers est importante plus la variation des transferts de charge est faible comme illustré sur la ***Figure 5.14***. Les données utilisées sont toujours celles d'un petit véhicule léger citadin dont la raideur anti devers totale varie entre 20 000 et 200 000 Nm/rad.



(a) *(b)*

Figure 5.14 – Influence de la raideur anti-dévers totale sur les variations d'efforts verticaux appliqués aux pneumatiques pour une RAD_K fixe égale à 0.5 et une raideur anti-dévers comprise entre 20 000 et 200 000 Nm/rad; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All

5.4.3.5 Influence de la répartition anti-devers sur la dynamique latérale

Les équations (5.66) et (5.67) mettent en évidence le rôle de la ***répartition anti-dévers*** (RAD_K) sur le transfert de charge effectué lors d'une mise en virage, c'est à dire directement sur l'effort latéral du pneumatique. D'après la définition de la RAD donnée par la relation (5.57), les valeurs extrêmes de la répartition anti-devers sont :

- 0, c'est-à-dire un véhicule tenu en roulis uniquement par l'essieu arrière,
- 1, c'est-à-dire un véhicule tenu en roulis uniquement par l'essieu avant.

En simulant trois cas de raideurs anti-dévers : 1, 0.5 et 0, sur véhicule léger citadin, il apparait clairement l'influence de la suspension sur le PDE (***Figure 5.15***). En effet, l'analyse du PDE montre que pour une RAD_K égale à 0.5 le véhicule est sous-vireur quelle que soit la masse et l'accélération latérale. Néanmoins, pour une RAD_K égale à 0, le véhicule devient survireur, d'autant plus que l'accélération latérale est importante. A l'inverse, lorsque le potentiel anti-devers est concentré à l'avant du véhicule, ce dernier est sous-vireur pour des accélérations latérales importantes.

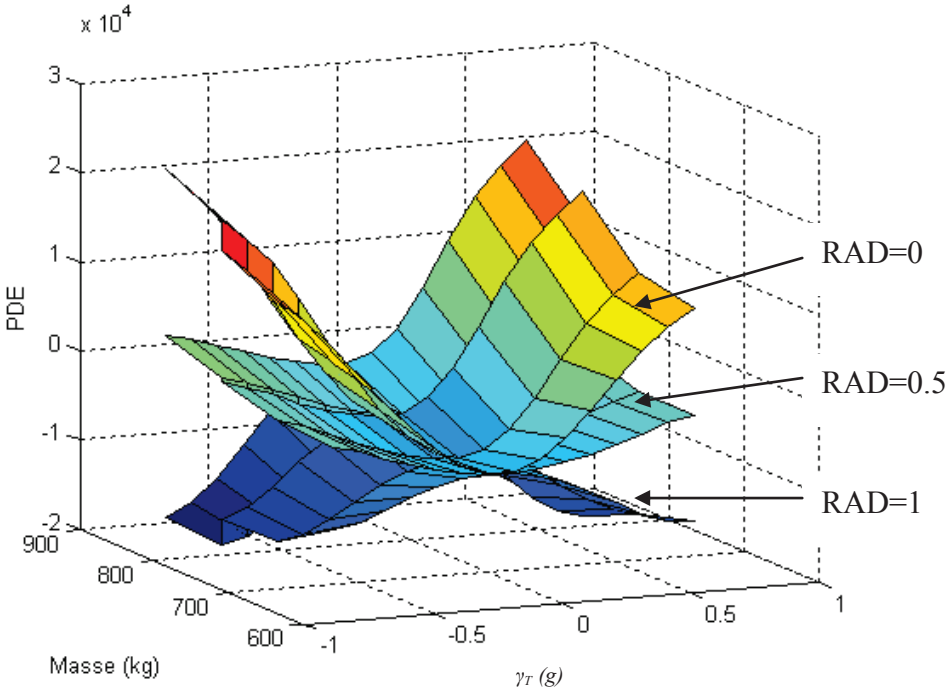


Figure 5.15 - Influence de la RAD_K sur le PDE pour un vehicule léger citadin

De manière à faciliter la compréhension, la ***Figure 16*** présente l'impact de la RAD_K sur l'angle de sur-braquage. Cet angle correspond à l'angle de braquage des roues que doit ajouter ou enlever le conducteur pour rester sur sa trajectoire d'origine. Lorsque le potentiel anti-dévers est concentré sur l'arrière du véhicule (RAD_K = 0) il est nécessaire d'enlever de l'angle de braquage. A l'inverse lorsque la RAD_K est égale à 1, il est nécessaire d'ajouter de l'angle volant pour continuer à tourner. Ces résultats donnent la même conclusion que le PDE. En fonction de la démultiplication de direction, l'angle à ajouter ou à retrancher au volant peut aller jusqu'à 108° (démultiplication égale à 18.5). Ces résultats permettent de comprendre pourquoi la RAD_K est habituellement choisie autour de 0.5 permettant ainsi d'avoir un véhicule proche du neutre par la suspension tout en assurant un minimum de variation du comportement en fonction de la valeur de l'accélération latérale.

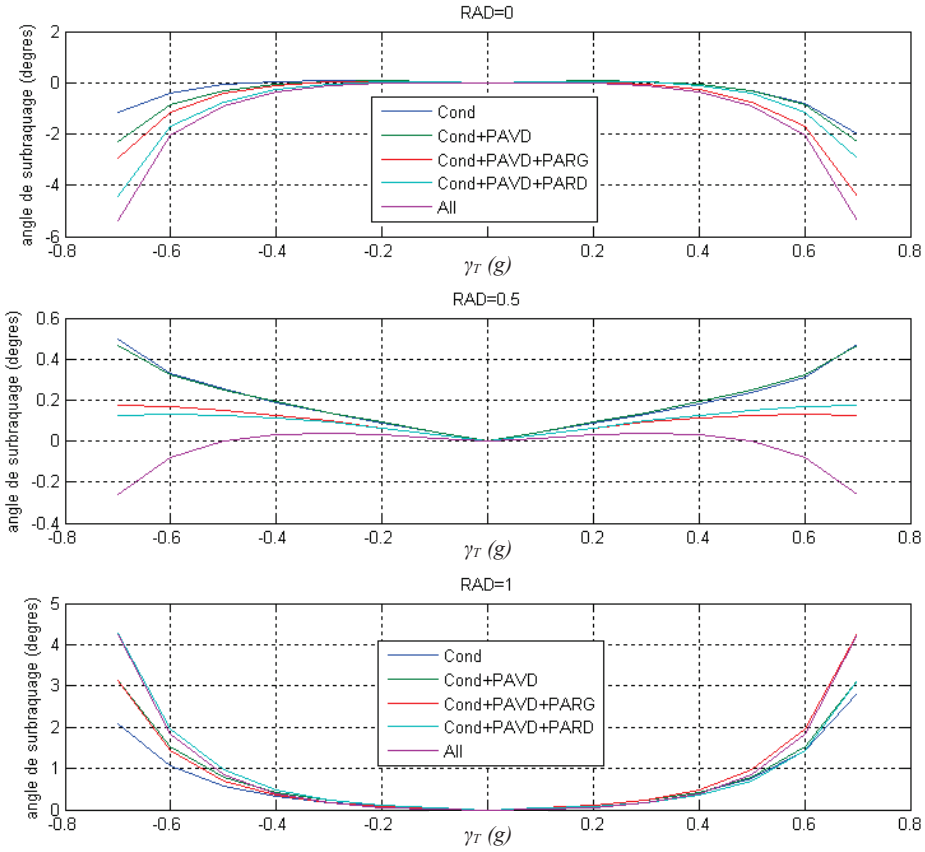


Figure 16 - Influence de la RAD_K sur le comportement du véhicule en lacet illustré par l'angle de sur-braquage; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All

5.4.4 Conclusion : comment agir sur la dynamique latérale par les organes de liaison au sol ?

La dynamique transversale de la caisse décrit la mise en virage du véhicule. La direction joue un rôle direct sur le mouvement du véhicule, c'est pourquoi pour influencer le comportement d'une voiture il est préférable d'agir directement sur l'angle de braquage. Néanmoins, la suspension permet d'influencer le comportement de ce véhicule via la RAD_K comme exploité dans la thèse d'Alessandro Zinn [Zinn 2005]. En effet, cette dernière permet soit de ne pas intervenir dans la dynamique en lacet (effort avant = effort arrière) soit au contraire d'accentuer un comportement déjà sous jacent du véhicule. Par exemple, des efforts de suspension beaucoup plus importants à l'avant qu'à l'arrière (RAD_K = 1) accentuent un comportement sous-vireur. A l'inverse, des efforts plus importants à l'arrière qu'à l'avant (RAD_K < 0.5) diminuent le typage sous-vireur du véhicule. Il est possible également dans certains cas de dimensionnement extrêmes (RAD_K = 0) que la suspension transforme un typage sous-vireur en sur-vireur comme c'est le cas dans l'exemple du véhicule léger citadin.

5.5 DYNAMIQUE LONGITUDINALE SOUS SOLLICITATION CONDUCTEUR

5.5.1 Introduction : dynamiques longitudinale et de lacet

La dynamique longitudinale du véhicule est décrite par l'accélération longitudinale $\gamma_L(t)$, le tangage $\varphi(t)$ et les efforts longitudinaux $f_x(t)$ à la base de roues. L'accélération longitudinale résulte de l'application d'un couple accélérateur fourni par le moteur ou d'un couple freineur fourni par les organes de freinage. L'angle de tangage est déterminé par les caractéristiques de la suspension (voir chapitre 4). Ainsi, l'équation décrivant la dynamique longitudinale en freinage s'écrit :

$$M\,\gamma_L(t) = f_{x_{av}}(t) + f_{x_{ar}}(t), \tag{5.68}$$

les efforts f_x étant signés négativement en freinage. La dynamique de la roue, quant à elle, est décrite par :

$$J_r\,\dot{\omega}_r(t) = r_0\,f_x(t) + c_f(t), \tag{5.69}$$

où r_0 correspond au rayon de roue sous charge et $c_f(t)$ le couple appliquée à la roue, en freinage ce couple étant négatif.

La formule magique de Pacejka (relation (5.1)) met en évidence l'importance des efforts verticaux sur les efforts longitudinaux (***Figure 5.4***). Il est donc possible d'exprimer, pour un point de fonctionnement donné, les efforts longitudinaux en fonction du coefficient de rigidité de glissement c_x lié aux macrocoefficients de la formule magique de Pacejka. Ces derniers sont eux-mêmes dépendant de la valeur des efforts verticaux appliqués à chacune des roues, soit :

$$f_{x_{AV}}(t) = \left.\frac{\partial f_{x_{AV}}}{\partial \tau_{AV}}\right|_{\tau_{AV}=\tau_{AV}^*} \tau_{AV}(t) = c_{x_{AV}}\,\tau_{AV}(t). \tag{5.70}$$

La même relation existe pour les efforts des pneumatiques arrière. L'expression du taux de glissement sur chacune des roues en freinage est donnée par la relation :

$$\tau(t) = 1 - \frac{r_0\,\omega_r(t)}{v_x(t)}. \tag{5.71}$$

Il est ainsi possible d'écrire l'expression des efforts transversaux avant $f_{xav}(t)$ et arrière $f_{xar}(t)$ sous la forme :

- pour l'avant $f_{x_{AV}}(t) = c_{x_{AV}}\left(1 - \frac{r_0\,\omega_{r_{AV}}(t)}{v_x(t)}\right)$, (5.72)

- pour l'arrière $f_{x_{AR}} = c_{x_{AR}}\left(1 - \frac{r_0\,\omega_{r_{AR}}(t)}{v_x(t)}\right)$. (5.73)

La stabilité en freinage est aussi importante que la stabilité en virage. En effet, la dynamique en lacet peut être activée en freinage en ligne droite en raison d'une dissymétrie du chargement. Un centre de gravité non centré sur l'axe longitudinal implique des efforts normaux différents entre les roues gauche et droite, et par conséquent une différence gauche/droite entre les efforts longitudinaux. Le couplage entre les dynamiques latérale et longitudinale s'écrit dans l'équation de la dynamique de lacet sous la forme :

$$I_z\ \ddot{\psi}(t) = L_1\ f_{yv}(t) - L_2\ f_{yr}(t) + \frac{l_1}{2}\Delta f_{xav}(t) + \frac{l_2}{2}\Delta f_{xar}(t)\,, \tag{5.74}$$

avec

$$\Delta f_{x_{AV}}(t) = f_{x_{AVG}}(t) - f_{x_{AVD}}(t) \quad \text{et} \quad \Delta f_{x_{AR}}(t) = f_{x_{ARG}}(t) - f_{x_{ARD}}(t)\,. \tag{5.75}$$

$\Delta f_x(t)$ peut être également provoqué par une dissymétrie des efforts de freinage gauche/droite, telle que celle qui se produit lors de la régulation par l'ESP.

Sous l'hypothèse d'un régime stabilisé, soit $\ddot{\psi}(t) = \dot{\psi}(t) = 0$, l'expression de la dynamique en lacet se réduit à :

$$f_{yr} = \frac{L_1}{L_2}\ f_{yv} + \frac{l_1}{L_2 2}\Delta f_{xav} + \frac{l_2}{L_2 2}\Delta f_{xar}\quad . \tag{5.76}$$

La relation (5.76) introduite dans l'équation de la dynamique transversale en régime permanent (5.64) permet d'écrire :

- pour l'avant $$f_{y\,AV} = \frac{L_2}{L} M\,\gamma_L - \frac{l_1}{2L}\Delta f_{x_{AV}} - \frac{l_2}{2L}\Delta f_{x_{AR}}\,, \tag{5.77}$$

- pour l'arrière $$f_{y\,AR} = \frac{L_1}{L} M\,\gamma_L - \frac{l_1}{2L}\Delta f_{x_{AV}} - \frac{l_2}{2L}\Delta f_{x_{AR}}\,. \tag{5.78}$$

Sachant que les efforts transversaux des pneumatiques sont liés à la dérive par les expressions (5.40) et (5.42), il vient :

- pour l'avant $$\delta_{av} = \frac{L_2}{c_{y_{av}} L} M\,\gamma_L - \frac{l_1}{2Lc_{y_{av}}}\Delta f_{x_{AV}} - \frac{l_2}{2Lc_{y_{av}}}\Delta f_{x_{AR}}\,, \tag{5.79}$$

- pour l'arrière $$\delta_{ar} = \frac{L_1}{c_{y_{ar}} L} M\gamma_L + \frac{l_1}{2Lc_{y_{ar}}}\Delta f_{x_{AV}} + \frac{l_2}{2Lc_{y_{ar}}}\Delta f_{x_{AR}}\,. \tag{5.80}$$

L'influence de la dynamique longitudinale sur la dynamique de lacet à travers les Δf_x apparait clairement, justifiant l'étude de la stabilité d'un freinage en ligne droite. Une répartition des charges statiques dissymétriques induit des efforts verticaux différents entre les roues gauche et droite d'un même essieu comme l'illustre les ***Figure 5.17*** et ***Figure 5.18***. Dans ce cas, le comportement du véhicule est à surveiller. En effet, la différence des efforts gauche/droite provoque une différence des efforts longitudinaux, et donc crée une dérive sur chacun des pneumatiques d'après les équations (5.79) et (5.80) (***Figure 5.19*** et ***Figure 5.20***). Ces dérives avant et arrière génèrent ainsi du lacet. Il est donc possible de calculer un PDE en fonction du

temps pour ce véhicule (***Figure 5.21*** et ***Figure 5.22***). Dans le cas de notre véhicule d'étude, il apparaît que pour une décélération égale à 0.9g le véhicule est instable ce qui est bien visible sur la ***Figure 5.24*** qui présente la trajectoire du centre de gravité.

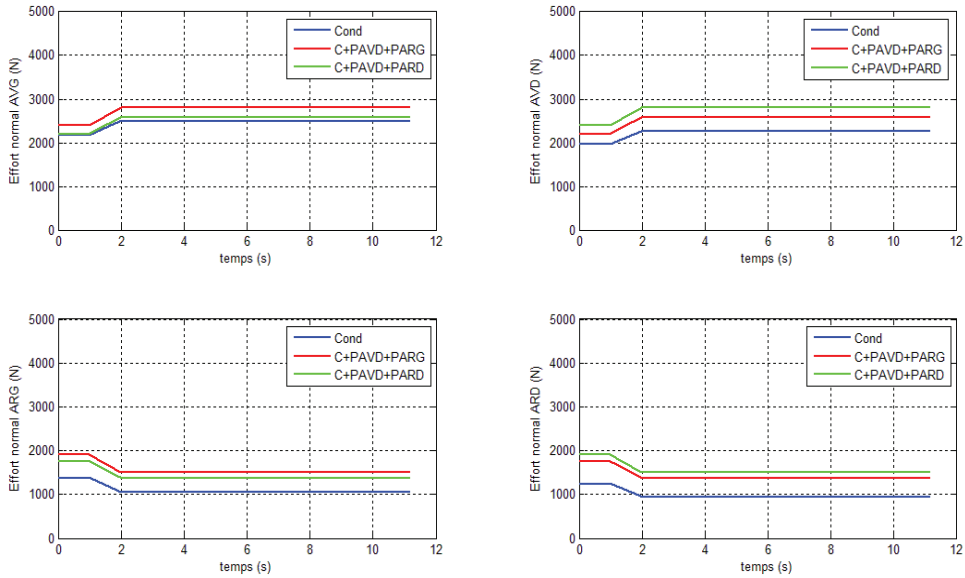


Figure 5.17 – Effort verticaux du pneumatique pour un véhicule léger citadin lors d'une décélération en ligne droite de 0.3g ; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All

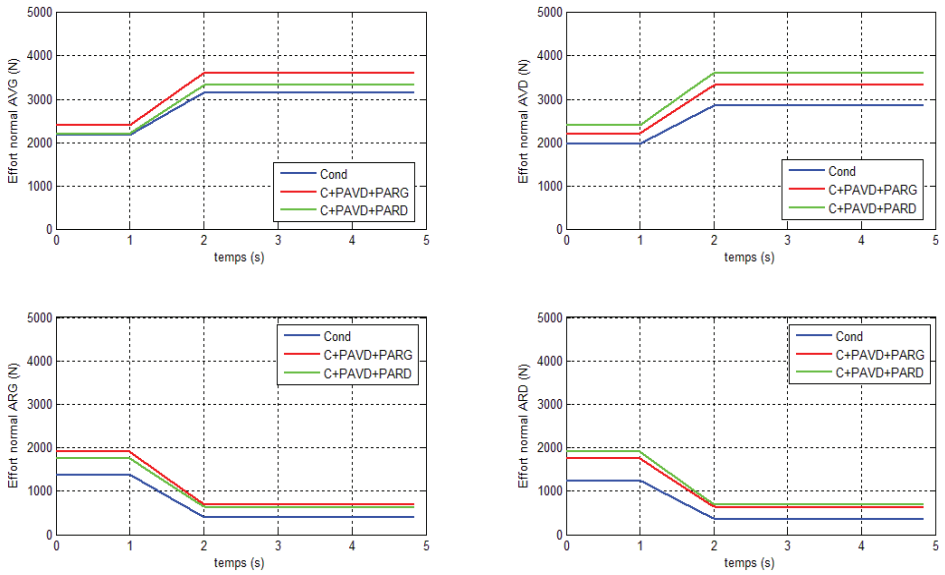


Figure 5.18 – Effort verticaux du pneumatique pour un véhicule léger citadin lors d'une décélération en ligne droite de 0.9g; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All

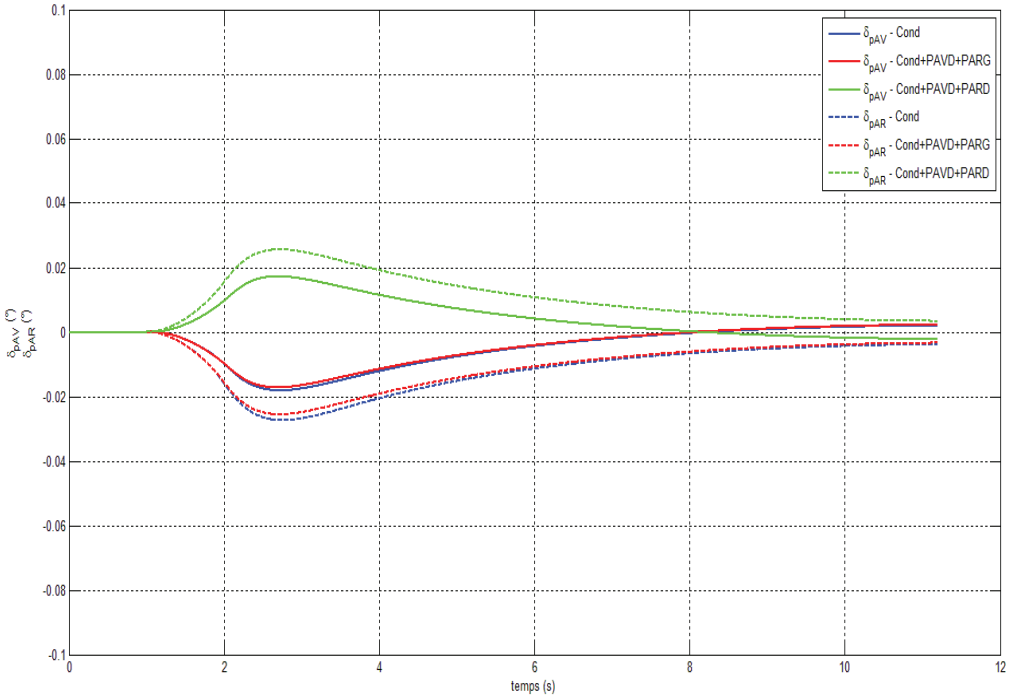


Figure 5.19 – Dérives des pneumatiques avant et arrière pour un véhicule léger citadin lors d'une décélération en ligne droite de 0.3g ; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All

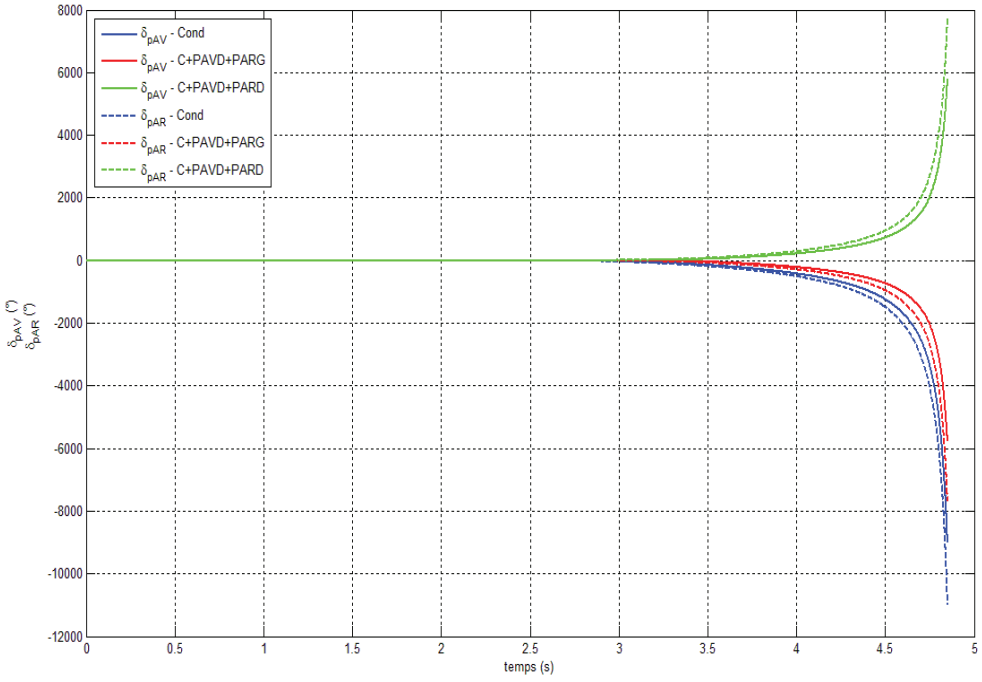


Figure 5.20 – Dérives des pneumatiques avant et arrière pour un véhicule léger citadin lors d'une décélération en ligne droite de 0.9g ; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All

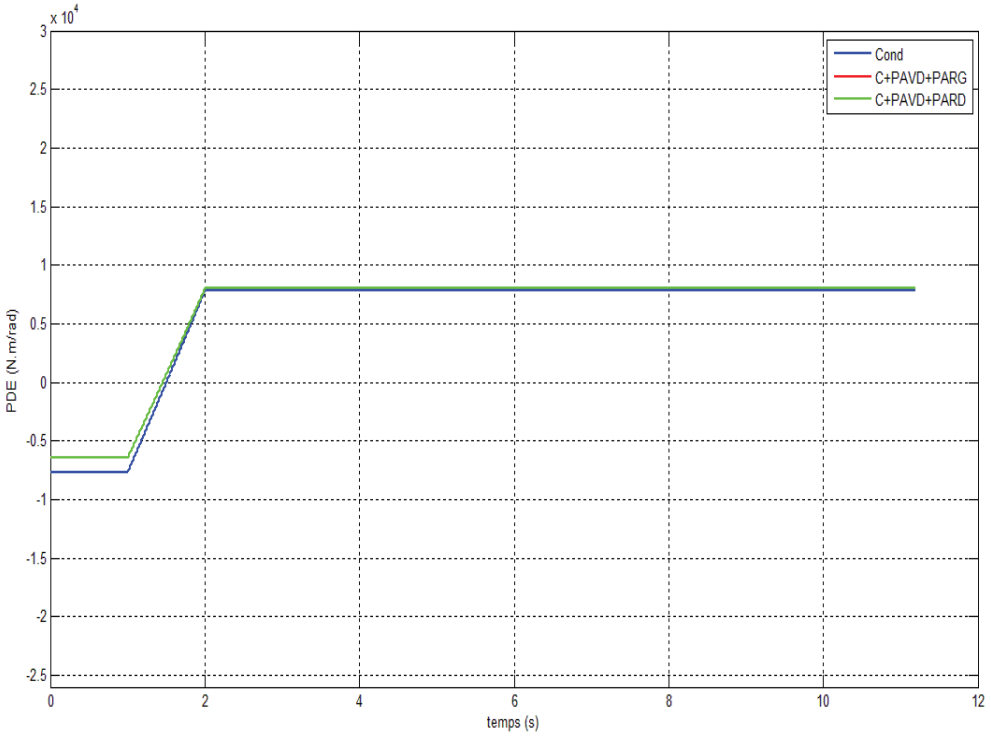


Figure 5.21 – PDE pour un véhicule léger citadin lors d'une décélération en ligne droite de 0.3g ; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All

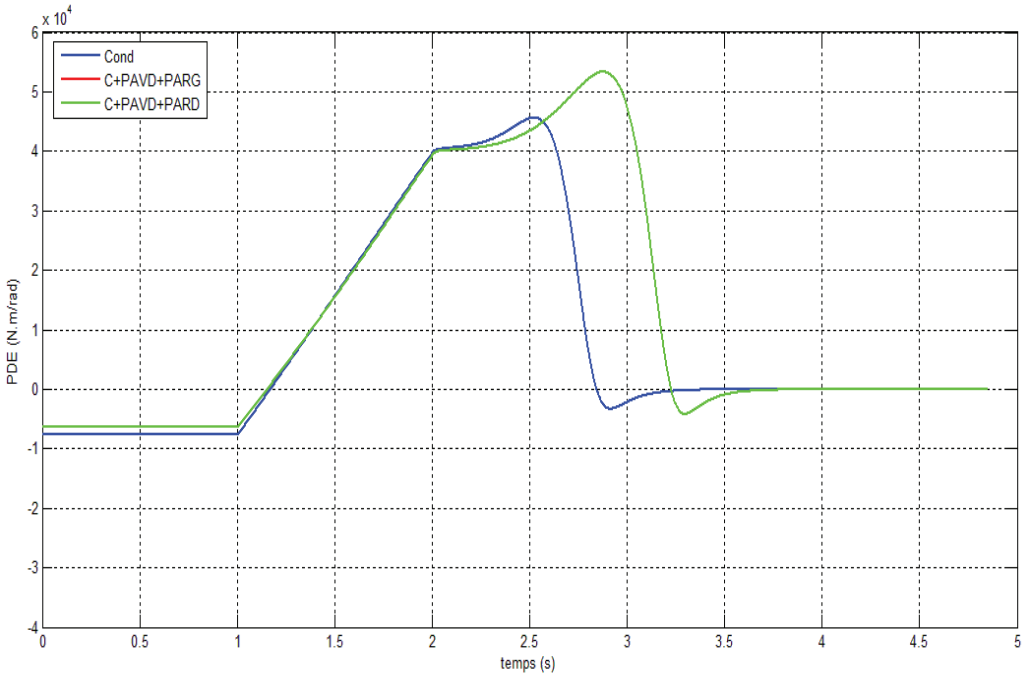


Figure 5.22 – PDE pour un véhicule léger citadin lors d'une décélération en ligne droite de 0.9g ; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All

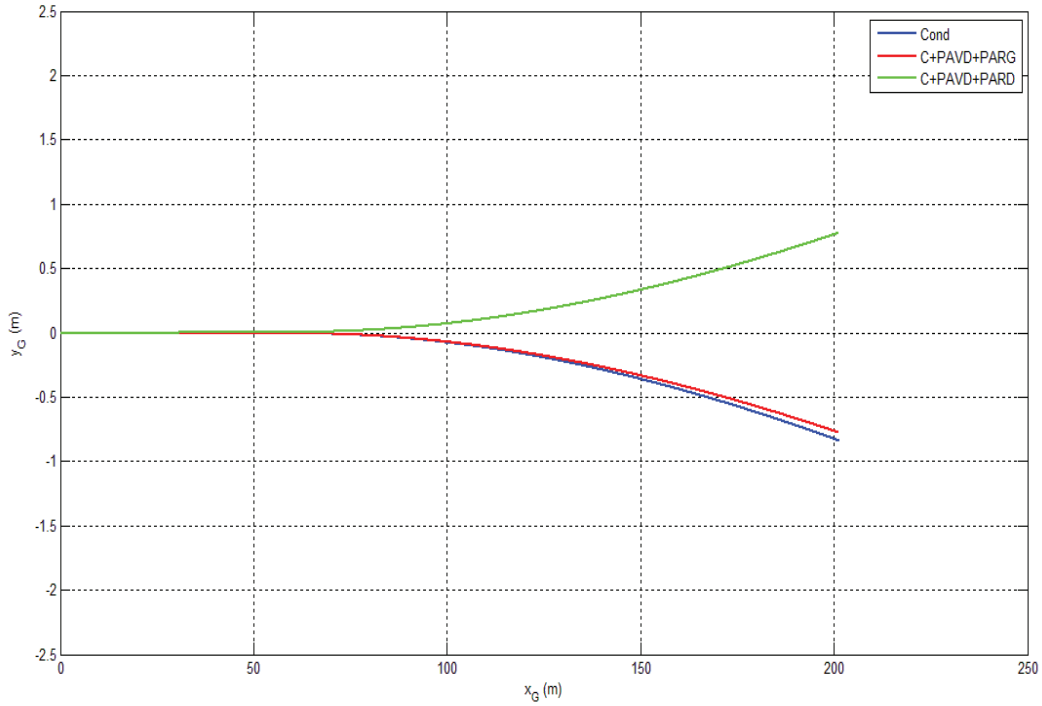


Figure 5.23 – Trajectoire du centre de gravité pour un véhicule léger citadin lors d'une décélération en ligne droite de 0.3g ; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All

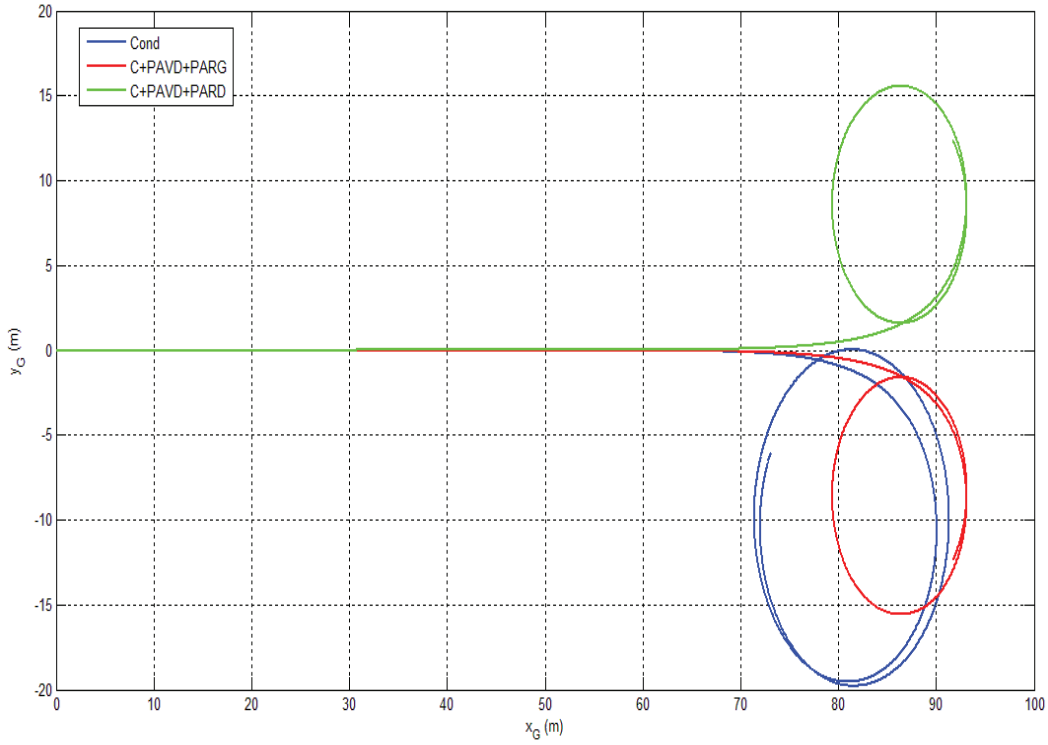


Figure 5.24 – Trajectoire du centre de gravité pour un véhicule léger citadin pour une décélération en ligne droite de 0.9g ; les passagers sont notés P avec le suffixe AVD pour avant droit,ARG pour arrière gauche et ARD pour arrière droit, le conducteur Cond et lorsque la voiture est contient le maximum de passagers All

5.5.2 Influence du couple freineur sur la dynamique longitudinale

La répartition en freinage habituellement utilisée chez les constructeurs est de l'ordre de 80% sur l'essieu avant contre seulement 20% sur l'essieu arrière. Ceci s'explique de différentes manières. Tout d'abord en observant les courbes de la ***Figure 5.4***, il apparait rapidement que plus l'effort f_z est important plus l'effort f_x est grand. Or l'essieu avant est généralement plus lourd que l'essieu arrière (moteur à l'avant). De plus, la dynamique verticale en freinage induit un mouvement de plongée, le transfert de charge provoqué par ce mouvement augmente l'effort vertical de l'essieu avant et diminue celui de l'essieu arrière. Par conséquent, lors d'un freinage, l'essieu qui a le plus de potentiel de freinage est l'essieu avant. C'est pour cela qu'il est plus intéressant de fournir une plus grande pression sur les disques avant qu'arrière.

5.5.3 Influence de la suspension sur la dynamique longitudinale

5.5.3.1 Part des efforts verticaux sur la dynamique longitudinale

L'équation (5.70) met en évidence la présence de la dérivée de l'effort longitudinale par rapport au taux de glissement, c_x, dans l'expression des efforts du pneumatique et donc dans le comportement du véhicule en lacet. Ce coefficient dépend des macrocoefficients du pneumatique (équation (5.6)). Comme expliqué précédemment, les macrocoefficients du modèle de Pacejka dépendent de l'effort f_z, soit :

$$\begin{cases} f_{z_{AV}}(t) = f_{z_{AV\_stat}} + \Delta f_Z(t) = M_{av}g + \Delta f_z(t) \\ f_{z_{AR}}(t) = f_{z_{AR\_stat}} - \Delta f_z(t) = M_{AR}g - \Delta f_z(t) \end{cases} \tag{5.81}$$

Il est donc nécessaire de définir l'expression des reports de charge pour connaitre les efforts longitudinaux appliqués.

5.5.3.2 Transfert de charge en longitudinal

Le bilan des moments au centre de tangage h_{CdT} donne :

$$\begin{aligned} I_\varphi\, \ddot{\varphi}(t) = {} & 4m\left(r_0 - h_{CdT}\right)\gamma_L(t) + C_T(t) \\ & - 2f_{z_{AV}}(t)\, L_1 + 2f_{z_{AR}}(t)\, L_2 + 2f_{x_{AV}}(t)\, h_{CdT} + 2f_{x_{AR}}(t)\, h_{CdT}\,, \end{aligned} \tag{5.82}$$

avec m la masse non suspendue, r_0 le rayon de roue. Le couple $C_T(t)$ est le couple anti-tangage développé par la suspension (***Figure 5.25***).

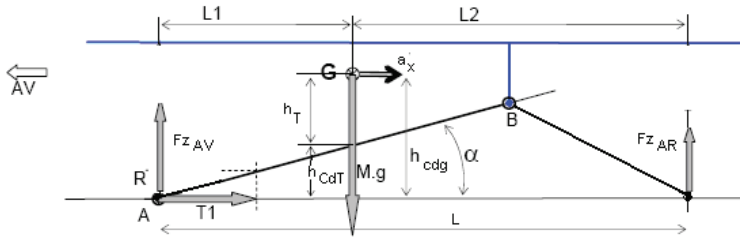


Figure 5.25 -Modèle bicyclette pour le calcul des reports de charge en tangage

L'expression du couple anti-tangage donné par l'équation (4.13) du chapitre 4 permet d'écrire

$$\begin{aligned} I_\varphi\, \ddot{\varphi}(t) = {} & 4m\,(r_0 - h_{CdT})\,\gamma_L(t) + K_{AT}\,\varphi(t) + B_{AT}\,\dot{\varphi}(t) \\ & - 2f_{z_{AV}}(t)\,L_1 + 2f_{z_{AR}}(t)\,L_2 + 2(f_{x_{AV}}(t) + f_{x_{AR}}(t))h_{CdT} \end{aligned} . \tag{5.83}$$

Pour faciliter l'étude, concentrons-nous uniquement sur l'impact des efforts capacitifs de suspension sur la dynamique longitudinale en considérant que le régime permanent, soit :

$$0 = 4m\,(r_0 - h_{CdT})\,\gamma_L + K_{AT}\,\varphi - 2f_{z_{AV}}L_1 + 2f_{z_{AR}}L_2 + 2(f_{x_{AV}} + f_{x_{AR}})h_{CdT} . \tag{5.84}$$

A partir de l'expression de l'angle de tangage donnée par l'équation (4.19) du chapitre 4, soit :

$$0 = 4m\,(r_0 - h_{CdG})\,\gamma_L + M_s\left(\frac{K_{AT}}{K_{AT} - h_T\,M_s g}\right)\frac{h_T}{L}\,\gamma_L + M\,\frac{h_{CdT}}{L}\,\gamma_L , \tag{5.85}$$

et en remplaçant dans l'équation (5.85) les expressions des demi-empattements par leurs expressions en fonction de la masse (équations (4.20) et (4.21)) ainsi que l'expression des efforts verticaux par leur expression (5.81), il vient:

$$\Delta f_z = 4m\,\frac{r_0}{L}\,\gamma_L + M_s\left(\frac{K_{AT}}{K_{AT} - h_T\,M_s g}\right)\frac{h_T}{L}\,\gamma_L + M\,\frac{h_{CdT}}{L}\,\gamma_L . \tag{5.86}$$

La suspension a donc une influence sur les reports de charge qui eux-mêmes interviennent sur les efforts longitudinaux. Il est à noter que le contrôle du transfert de charge avant/arrière durant le transitoire peut également permettre une amélioration des performances de freinage.

Lorsque le centre de tangage est confondu avec le centre de gravité, hypothèse de travail défini au chapitre 4, l'expression (5.86) devient alors :

$$\Delta F_z = 2m\,\frac{r_0}{L}\,\gamma_L + M\,\frac{h_{CdG}}{L}\,\gamma_L . \tag{5.87}$$

Dans ce cas, seuls les transferts de charge en transitoire, fortement dépendant de l'amortisseur de suspension, peuvent permettre d'influencer le comportement du véhicule.

5.5.4 Conclusion : comment agir sur la dynamique longitudinale par les organes de liaison au sol ?

La dynamique longitudinale de la caisse décrit le freinage et l'accélération du véhicule. La dynamique longitudinale est fortement couplée à la dynamique de lacet à partir du moment où les efforts longitudinaux gauche/droite ne sont pas égaux. Ces efforts sont très souvent différents en raison de la répartition des masses dans le véhicule comme le montre le paragraphe 5.5.1. Le couple freineur permet donc d'agir sur le freinage en tant que tel, mais également sur la dynamique en lacet lors d'un freinage en virage ou lors d'une répartition fortement dissymétrique des masses dans le véhicule. Cet intérêt non négligeable pour le couple freineur est étudié depuis maintenant quelques décennies par les équipementiers via l'ESP. En effet, ce système agit de manière indépendante sur les roues droite ou gauche en faisant du micro-freinage, permettant ainsi de contrôler la trajectoire du véhicule. La suspension peut aussi jouer un rôle dans la dynamique longitudinale. Son principal intérêt réside dans le transitoire. En effet, sur la plupart des véhicules le couple freineur est prépondérant sur l'essieu avant. De ce fait, il suffit d'accentuer le transfert de charge vers l'avant du véhicule pour accentuer les efforts avant encore un peu plus. Avec une suspension active, il peut être envisagé de dissymétriser les transferts de charge des roues gauche et droite dans la phase transitoire du mouvement pour influencer également la dynamique en lacet.

5.6 STRATEGIE DE LOI DE COMMANDE POUR LA SUSPENSION ORIENTÉE COMPORTEMENT

5.6.1 Introduction : potentiel de la suspension hydractive sur le comportement

La suspension utilisée lors des essais est la suspension Hydractive d'un véhicule C5. Ce véhicule a été modifié de manière à pouvoir bloquer l'état de la suspension de chacun des essieux indépendamment l'un de l'autre. Cette modification permet de faire des tests pour un état imposé ou avec une stratégie de commande. Le nombre d'états imposés correspond au nombre de combinaisons possibles, soit

- les deux essieux bloqués en souple,
- les deux essieux bloqués en ferme,
- l'essieu avant bloqué en souple et l'essieu arrière bloqué en ferme,
- l'essieu avant bloqué en ferme et l'essieu arrière bloqué en souple.

Chacune de ces combinaisons correspond à une raideur anti-dévers et une raideur anti-tangage présenté dans le *Tableau 5.2* pour ce véhicule (cf. Donnée véhicule en Annexe 2).

Essieu avant	**Souple**	**Souple**	**Ferme**	**Ferme**
Essieu arrière	**Souple**	**Ferme**	**Souple**	**Ferme**
Raideur anti devers (Nm/rad)	137 300	143 000	147 100	152 800
Répartition de la raideur anti devers	0,5628	0,5403	0,592	0,5699
Raideur anti tangage(Nm/rad)	99 000	122 000	122 500	145 500
Raideur pompage avant/Raideur pompage arrière	32 170 /20 560	32 170/29 950	47 760/20 560	47 760 /29 950

Tableau 5.2 : Répartition anti-dévers et anti-tangage pour chacune des combinaisons imposées à la suspension

En utilisant les équations (5.66) et (5.67), il est possible de quantifier la part de la suspension sur les transferts de charge en latéral. Les ***Figure 5.26***, ***Figure 5.27*** et ***Figure 5.28*** présentent les résultats obtenus pour les 4 combinaisons possibles de la suspension en mode imposé pour les deux cas de chargement extrémaux lors d'un virage à droite.

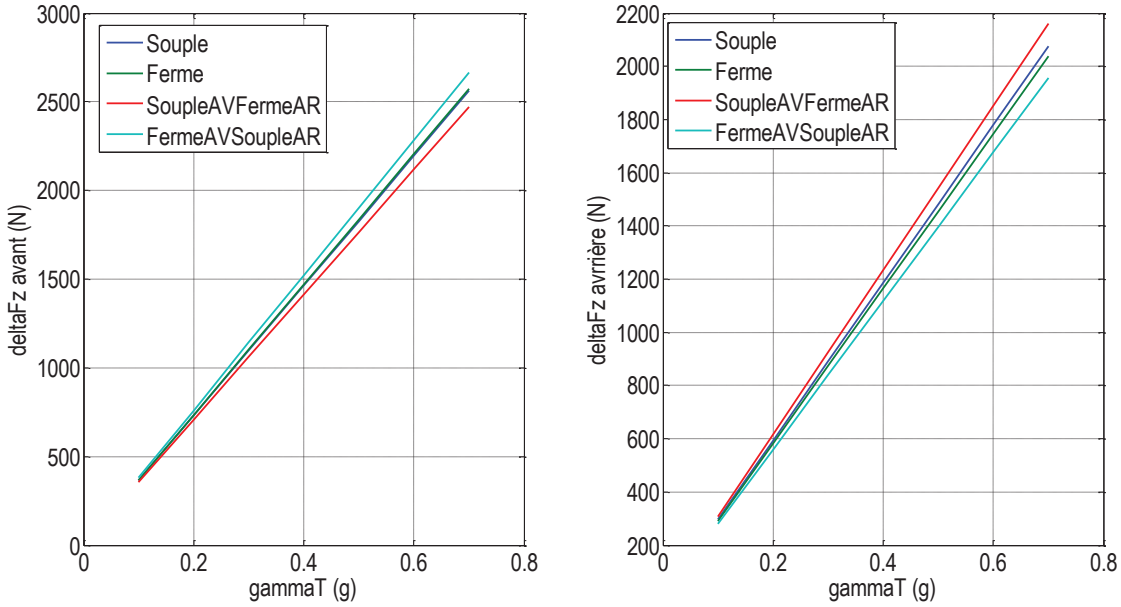


Figure 5.26 - Efforts verticaux avant et arrière en fonction de l'accélération latérale pour les quatre combinaisons imposées de la suspension hydractive, pour un cas de chargement à vide

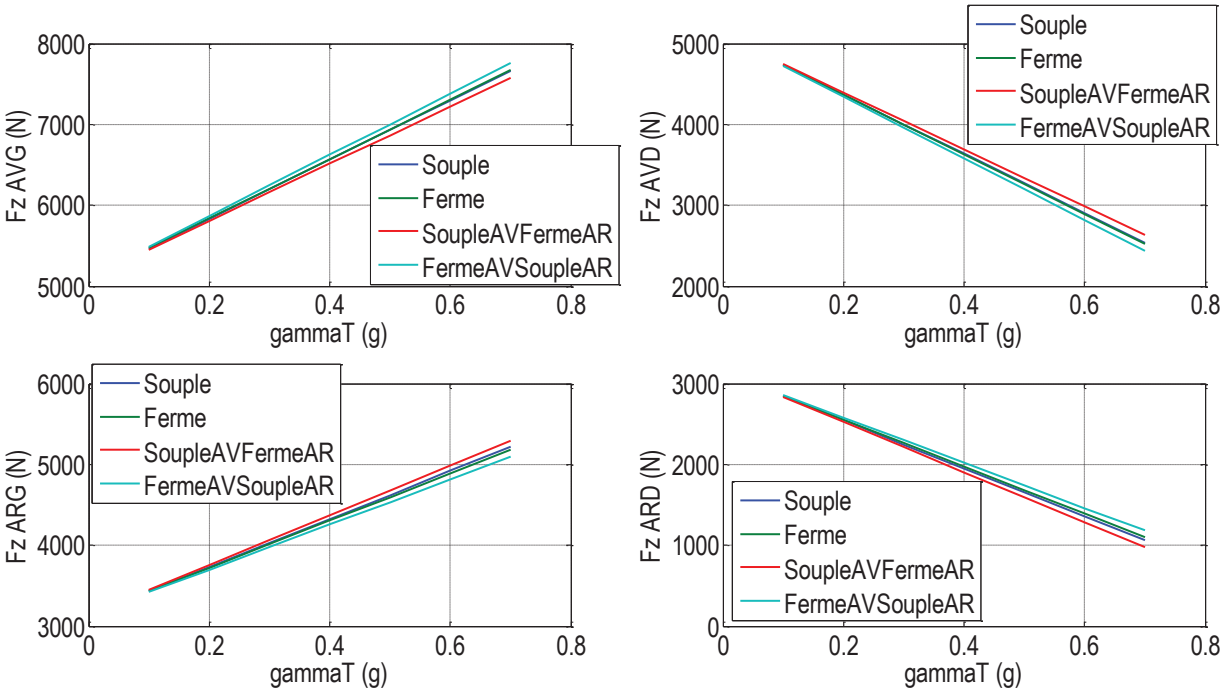


Figure 5.27 - Efforts verticaux sur chacun des pneumatiques en fonction de l'accélération latérale pour les quatre combinaisons imposées de la suspension hydractive,pour un cas de chargement à vide

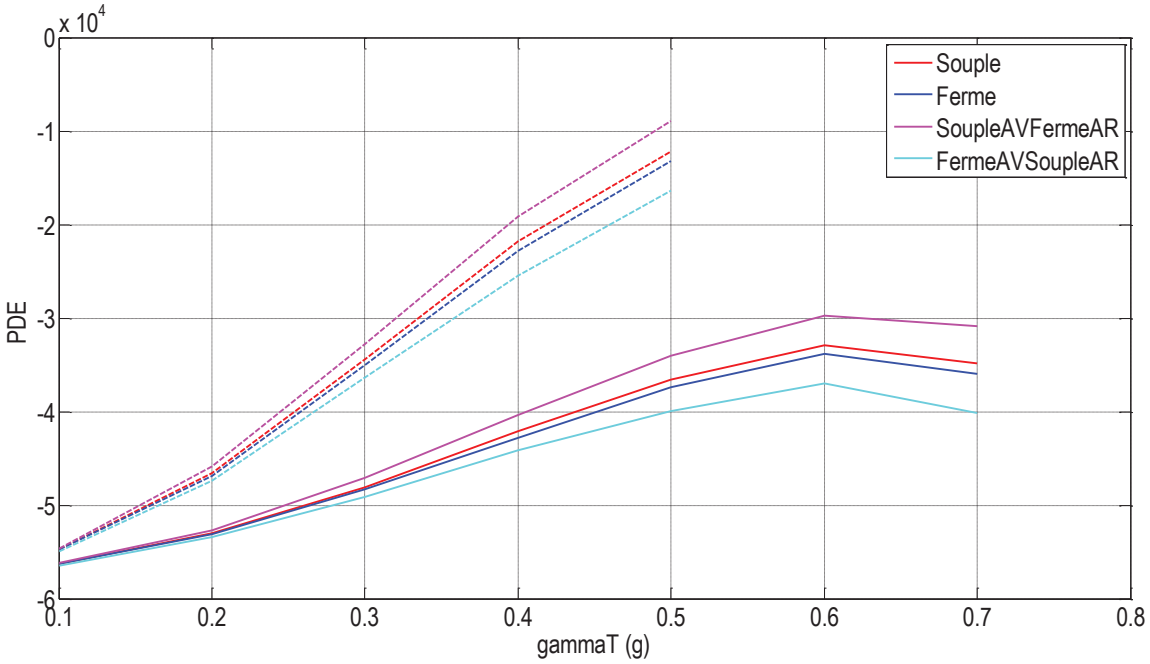


Figure 5.28 - PDE en fonction de l'accélération latérale pour les quatre combinaisons imposées de la suspension hydractive, pour un cas de chargement à vide (trait plein) et un cas de chargement maximal (pointillé).

Plus les efforts verticaux sont importants, plus les efforts transversaux sont importants. Par rapport aux modes souple ou ferme, qui sont très proches en terme de transfert de charge, le mode souple à l'avant et ferme à l'arrière a pour effet d'augmenter les $\Delta f_{z_{ar}}$ et de diminuer ceux de l'avant, donc d'augmenter le potentiel arrière par rapport à l'avant (Figure 5.26). A l'inverse le mode souple à l'arrière et ferme à l'avant augmente le potentiel de $\Delta f_{z_{av}}$ par rapport à $\Delta f_{z_{ar}}$.

La ***Figure 5.27***, qui représente les efforts verticaux à chacune des roues, montre que pour les modes souple et ferme la répartition des efforts est équivalente. Les efforts verticaux à droite diminuent, alors que les efforts à gauche augmentent. Pour l'état imposé souple avant et ferme arrière, les efforts verticaux sur le pneumatique arrière gauche augmentent alors que ceux du pneumatique avant gauche diminuent, donnant ainsi plus de potentiel à l'arrière. A l'inverse, l'état imposé souple arrière et ferme avant donne plus de potentiel à l'avant.

Ceci se vérifie sur la ***Figure 5.28*** où le PDE pour le mode souple à l'avant et ferme à l'arrière est plus faible que pour le mode souple. De même, le PDE pour le mode ferme à l'avant et le mode souple à l'arrière est plus important que celui du mode souple. Enfin, le PDE du mode ferme est très proche de celui du mode souple.

En freinage compte tenu de l'hypothèse d'un centre de tangage confondu avec le centre de gravité, la raideur anti-dévers ne joue pas de rôle sur la répartition des efforts verticaux. Les efforts verticaux avant sont augmentés de $\Delta f_z = 2m\frac{r_0}{L}\gamma_L + M\frac{h_{CdG}}{L}\gamma_L$ et les

efforts arrières sont diminués de la même quantité. En réalité, le fait d'avoir une raideur plus ou moins importante sur chacun d'eux permet d'accentuer les mouvements de chacun des essieux dans le transitoire. En effet, l'effort vertical du pneumatique $f_{z\,pneu}$ décrit par l'équation (4.5) du chapitre 4 se résume à :

$$f_{z\,pneu}(t) = k_p\ z_1(t) + b_p\ \dot{z}_1(t)\ , \tag{5.88}$$

sous l'hypothèse de sollicitation route nulle. La dynamique de la roue est entièrement décrite par l'équation (4.4) du chapitre 4 dépendant de l'effort de suspension. Par définition, plus la raideur est importante plus l'effort de suspension est grand. Or plus ce dernier est important, plus les mouvements de la roue sont faibles et donc plus f_{zpneu} est petit. Cette approche qualitative est illustrée par des résultats expérimentaux dans le paragraphe 5.6.3.

5.6.2 Stratégie en virage : contrôle du Lacet

5.6.2.1 Principe de fonctionnement

Le principe de cette stratégie est basée sur la surveillance de l'écart entre une vitesse de lacet cible $\dot{\psi}_{cible}(t)$ et une vitesse de lacet mesurée $\dot{\psi}_{mesuré}(t)$ (information fournie par le tricapteur du véhicule utilisé par l'ESP). La stratégie envisagée pour cette fonction est décomposée en 2 parties :

- un calcul du lacet cible estimé par rapport à l'accélération latérale estimée (calcul présenté dans le chapitre 4) et la vitesse véhicule $v_x(t)$, soit :

$$\dot{\psi}_{cible}(t) = \frac{\gamma_{T\_estimée}(t)}{v_x(t)}, \tag{5.89}$$

- un contrôle de lacet fonction de la valeur de la variation de la vitesse de lacet $\Delta\dot{\psi}(t)$ correspondant à la différence entre le lacet cible et le lacet mesuré par le tricapteur, soit :

$$\Delta\dot{\psi}(t) = \dot{\psi}_{cible}(t) - \dot{\psi}_{mesuré}(t)\,. \tag{5.90}$$

Dans le cas où $\Delta\dot{\psi}(t)$ est positive, c'est-à-dire que le lacet mesuré est plus faible que le lacet cible, le véhicule tourne moins que la cible : il est sous-vireur. Dans le cas contraire, le véhicule est sur-vireur. Cette stratégie ne fonctionne que lorsque le lacet cible et le lacet mesuré ont le même signe. De plus, à cause du bruit présent sur la mesure du lacet réel, le seuil sur l'écart de lacet n'est pas rigoureusement 0, mais $\Delta\dot{\psi}_{seuil}$.

Lors d'un enchaînement de virages, le lacet cible et le lacet mesuré peuvent être de signe opposé. Dans ce cas, si la différence dépasse $\Delta\dot{\psi}_{seuil}$, alors le véhicule est supposé sous-vireur. En effet, le lacet cible est calculé à partir de l'accélération estimée qui elle-même dépend de l'angle volant. Par conséquent, ce lacet cible est anticipé par rapport au lacet réel du véhicule. De ce fait, sur un changement de signe de la vitesse volant, c'est à dire un enchainement de virage, le lacet réel ne peut être qu'en retard par rapport à la cible fixée par le conducteur, ce qui revient à du sous-virage.

La sortie du module Contrôle de lacet renvoie donc 1 lorsque le véhicule est estimé sous vireur et -1 lorsqu'il est survireur. Lorsque le module renvoie 1 alors seul l'essieu arrière passe en ferme permettant de modifier la RAD passant alors de 0.56 (les deux essieux dans le même état souple ou ferme) à 0.54 dans la cas applicatif de la C5 Hydractive. De même, lorsque le module de contrôle de lacet renvoie -1 alors seul l'essieu avant passe en ferme passant alors de 0.56 à 0.59.

5.6.2.2 Résultats du contrôle de lacet

Comme expliqué dans le paragraphe 5.6.1, la suspension utilisée lors des essais est la suspension hydractive d'un véhicule C5. La stratégie est illustrée sur un test véhicule (***Figure 5.29***). Le module contrôle de Lacet passe à 1 lorsqu'il y a détection de sous-virage, c'est à dire quand la vitesse de lacet cible moins la vitesse de lacet réel est supérieur à $\Delta\dot{\psi}_{seuil}$, et passe à -1 dans le cas de la détection d'un sur-virage (vitesse de lacet cible moins la vitesse de lacet réel est inférieur à $\Delta\dot{\psi}_{seuil}$) comme illustré par la ***Figure 5.29*** *(b)*. Lors des enregistrements sur véhicule, il apparaît que le module détecte plus souvent du sous-virage que du sur-virage. Ceci est cohérent avec le dimensionnement habituellement fait par les constructeurs automobiles qui ont tendance à typer les véhicules sous-vireur (RAD > 0.5).

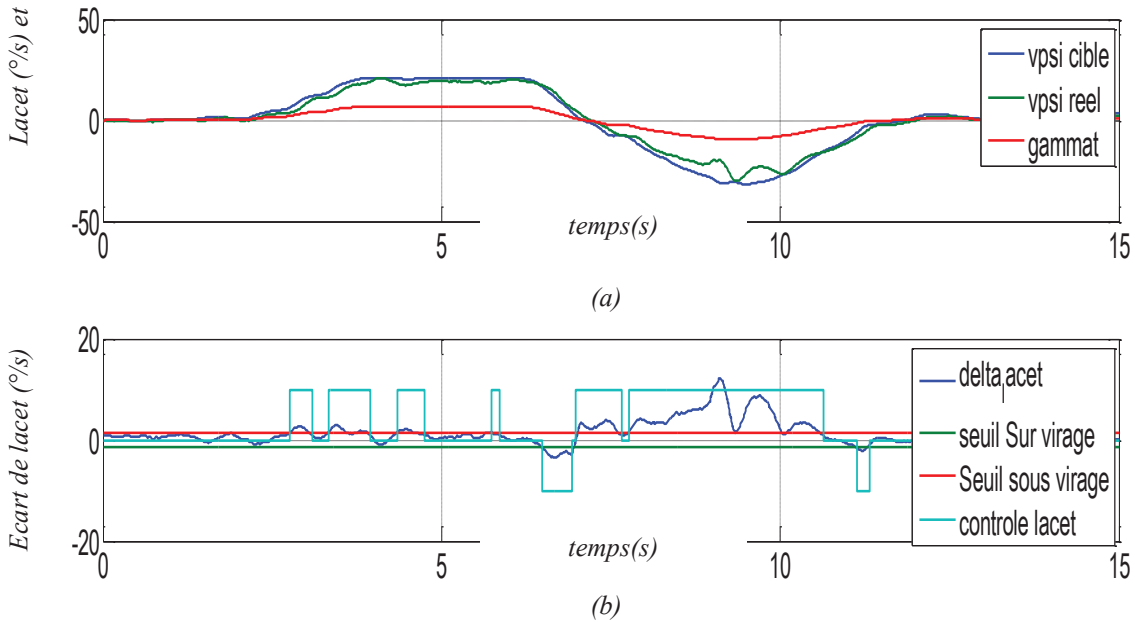


Figure 5.29 - Illustration de la stratégie mise en place pour le contrôle du lacet à l'aide de la suspension : grandeurs physiques pour prise de décision (a) : vitesse de lacet cible (___), vitesse de lacet réelle(___), accélération latérale (___), action de la loi de commande (___) (b) en fonction de la variation de lacet (___) et des seuil d'activation (sous virage et sur virage).

Les tests sont réalisés par des essayeurs professionnels de chez PSA pour les différents modes imposés, ainsi que pour la stratégie de commande développée. La ***Figure 5.30*** présente toutefois des résultats d'enregistrement de l'angle volant. Avec la stratégie de commande développée, le conducteur enlève de l'angle volant que ce soit à gauche ou à droite (variation de l'angle volant au changement de signe) en inscription ou en changement de virage. En mode imposé, ce phénomène ne se produit pas ***Figure 5.30***. Les résultats de l'écart de lacet

(***Figure 5.31***) montrent que grâce à la stratégie il est possible de diminuer l'écart en lacet par rapport au mode ferme. Les modes imposés ne sont là qu'à titre indicatif mais ne représentent en aucun cas des modes de fonctionnement possible. En effet, nous avons vu précédemment que le mode par défaut est le mode souple car dimensionné pour le confort. De ce fait la seule comparaison réaliste est celle avec le mode souple afin de montrer ce qu'une commutation permet de gagner. Sur ce point la stratégie développée permet d'améliorer sensiblement la réponse en lacet (écart en lacet faible). Néanmoins nous avons vu dans le chapitre 4 qu'une stratégie sur la tenue de caisse en virage est mise en place par une commutation en ferme des deux essieux sur un seuil d'accélération latérale anticipée. C'est pourquoi, la comparaison avec le mode ferme imposé est intéressante bien que ce dernier soit néanmoins plus anticiper que le ferme dû à la tenue de caisse en virage du fait du temps de prise de décision et du temps de commutation. Il est intéressant de noter également que le mode permettant un écart de lacet faible est le mode imposé ferme à l'arrière et souple à l'avant démontrant l'intérêt de typer la suspension moins sous vireuse en virage (voir *Tableau 5.2*).

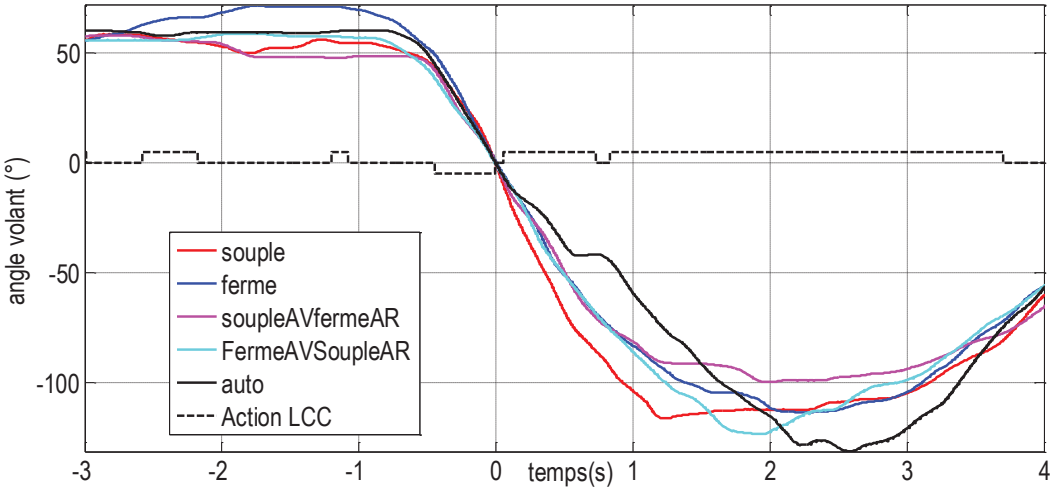


Figure 5.30 – Angle volant pour des essais véhicules réalisés en modes imposés et avec la strategie de contrôle de lacet

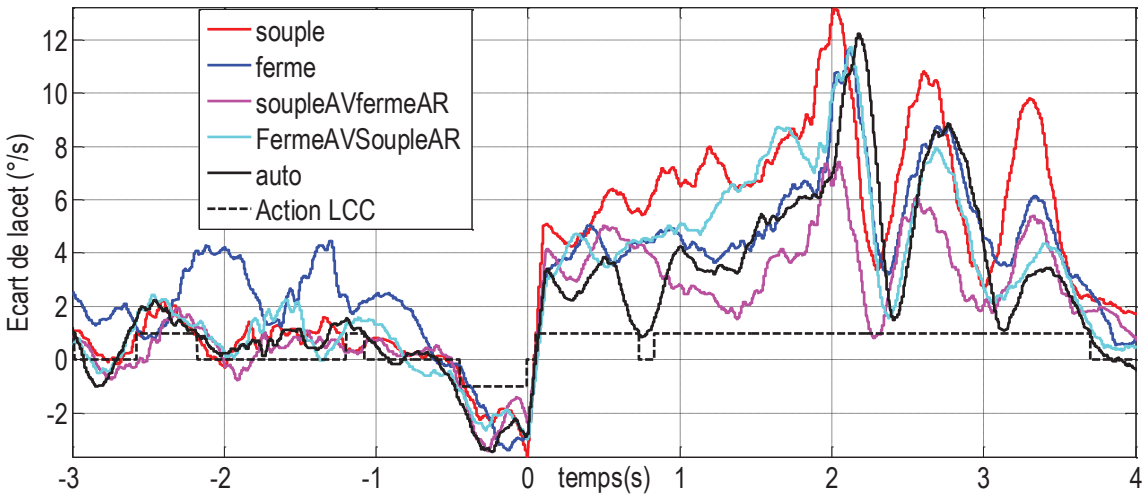


Figure 5.31 – Ecart entre le lacet cible et le lacet réel pour les quatre modes imposés : souple, ferme, soupleAV/ferme AR et souple AR/ferme AV, et pour la strategie contrôle developpée (auto) avec sa commande associée en pointillé.

5.6.3 Stratégie en freinage : contrôle du freinage

5.6.3.1 Principe de fonctionnement

Pour comprendre la stratégie mise en place, il est nécessaire de connaître certains principes :

- la répartition du circuit de freinage est 80% sur l'essieu avant et donc 20% sur l'essieu arrière,
- l'essieu arrière doit toujours rester en contact avec le sol pour assurer le guidage du véhicule et ainsi éviter la perte de contrôle en freinage.

Par conséquent, pour accentuer le freinage d'un véhicule il est nécessaire d'augmenter dans le transitoire les efforts des pneumatiques avant sans pour autant annuler ceux des pneumatiques arrière. Une stratégie envisagée est de laisser l'essieu avant en souple pour permettre un maximum de mouvement à la caisse et ainsi d'augmenter temporairement les efforts des pneumatiques avant. Dans le même temps, l'essieu arrière est maintenue en ferme ce qui limite le déplacement de la caisse. Cette stratégie a deux effets. Tout d'abord l'angle de tangage étant dimensionné par la raideur anti-tangage, cette dernière avec un dimensionnement souple à l'avant et ferme à l'arrière conduit au même angle de caisse que pour le dimensionnement ferme avant et souple arrière. De plus, l'essieu arrière étant en ferme, cela implique que le centre de gravité du véhicule est rabaissé durant le freinage, améliorant ainsi la stabilité du véhicule. Pour s'en convaincre, imaginons un mode ferme très ferme bloquant tous les mouvements de la caisse, pour pouvoir faire un angle φ fixé par l'accélération longitudinale, il n'y a pas d'autre moyen que de baisser autant que nécessaire l'essieu avant. Dans le cas du dimensionnement souple arrière et ferme avant, c'est l'essieu arrière qui se lève diminuant ainsi les efforts appliqués au sol. Ce dimensionnement est dangereux car il risque d'annuler les efforts arrière sous fortes sollicitations longitudinales. Bien sûr, le blocage d'un essieu dépend énormément du dimensionnement du mode ferme. C'est pourquoi le mode ferme de la C5 série ne conduit pas à des situations de perte de contrôle en freinage.

Attention, les avantages que procure le dimensionnement souple avant et ferme arrière ne sont vrais que dans les premiers instants du freinage. Lorsque l'essieu avant a atteint son maximum de débattement il repart dans le sens inverse diminuant les efforts au sol. Par conséquent, la stratégie mise en place consiste à commuter l'essieu avant en ferme sur un changement de signe de la vitesse de débattement. Cette stratégie permet de terminer ainsi le freinage en ferme sur les deux essieux, limitant les mouvements de la caisse.

5.6.3.2 Résultats du contrôle de freinage

Plusieurs essais ont été réalisés sur véhicule de manière à vérifier l'intérêt de cette stratégie. La ***Figure 5.32*** présente les résultats obtenus. Pour une accélération longitudinale supérieure à 0.7g, la détection de fort freinage se déclenche, le module contrôle de lacet s'active. Puis, au changement de signe de la vitesse de débattement, la détection de fin de plongée passe à 1, désactivant le module contrôle de freinage. Lorsque le module contrôle de freinage est actif, l'essieu avant est en souple et l'essieu arrière est en ferme. Lorsque le

module est désactivé, la stratégie classique de tenue de caisse présentée au chapitre 4 reprend le contrôle.

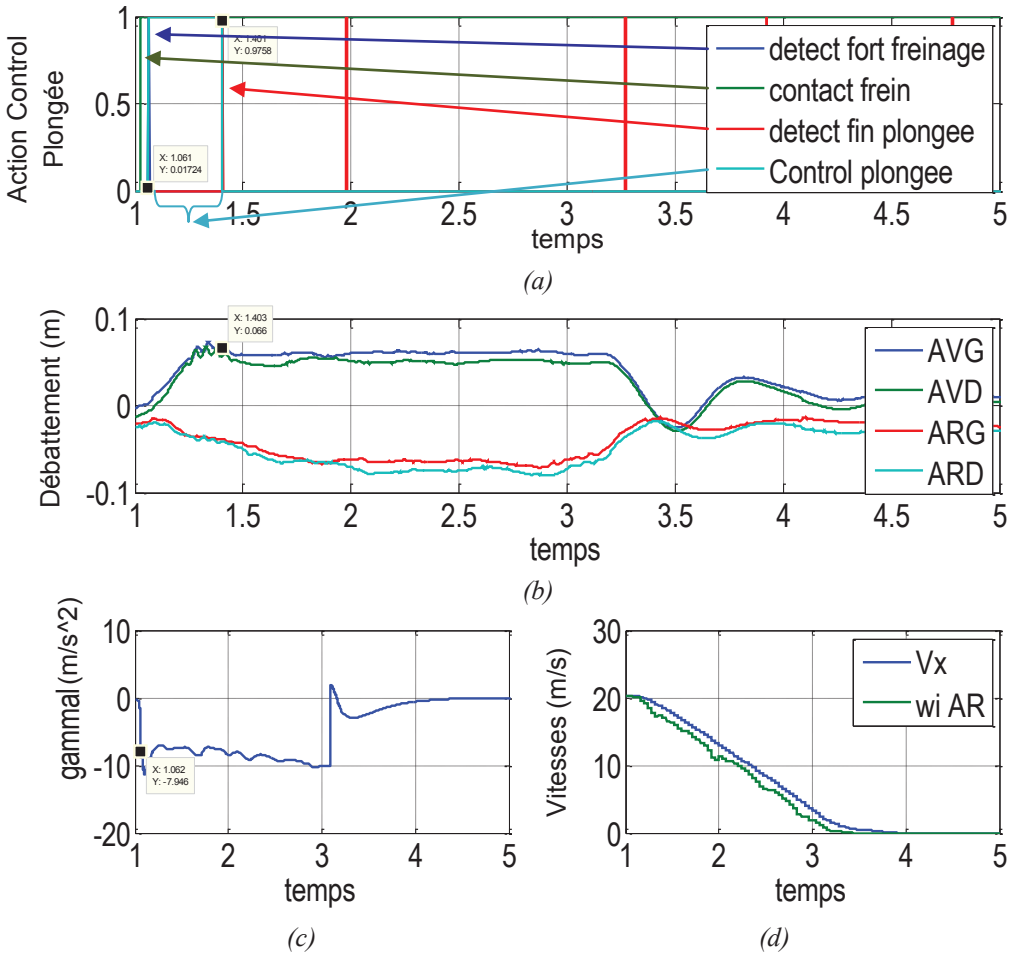


Figure 5.32 – Résultats obtenus lors d'un fort freinage avec le module de contrôle de transfert de charge en freinage : action de la loi de commande (a), débattements (b), accélération longitudinale (c) et vitesses de roue (__) et de caisse (__) (d).

La stratégie en freinage étant fonctionnelle, différents tests ont été réalisés de manière à vérifier la répétabilité. La ***Figure 5.33*** montre que pour une même pression maitre-cylindre (PMC max), la réponse de la vitesse roue (w_i) et de la vitesse véhicule (V_x) est différente en fonction du mode dans lequel se trouve la suspension. Un indicateur utile est le déclanchement de l'ABS qui est un simple booléen passant à 1 lors d'un déclanchement (cf ***Figure 5.33*** superposé à w_i). En effet, l'ABS se déclenche lorsque le glissement dépasse 10%. Le mode ferme à l'avant et souple à l'arrière déclenche l'ABS assez rapidement et le maintien tout au long du freinage. Le mode ferme déclenche l'ABS aussi rapidement que le mode précédent, mais le désactive plus tôt que tous les modes imposés. La stratégie développée permet de déclencher le mode ABS plus tard et de le maintenir moins longtemps. De même, en se focalisant sur la vitesse véhicule (***Figure 5.34***), il apparaît que le mode automatique permet d'obtenir une décélération plus importante, ce qui entraine une diminution de la distance de freinage (***Tableau 5.3***).

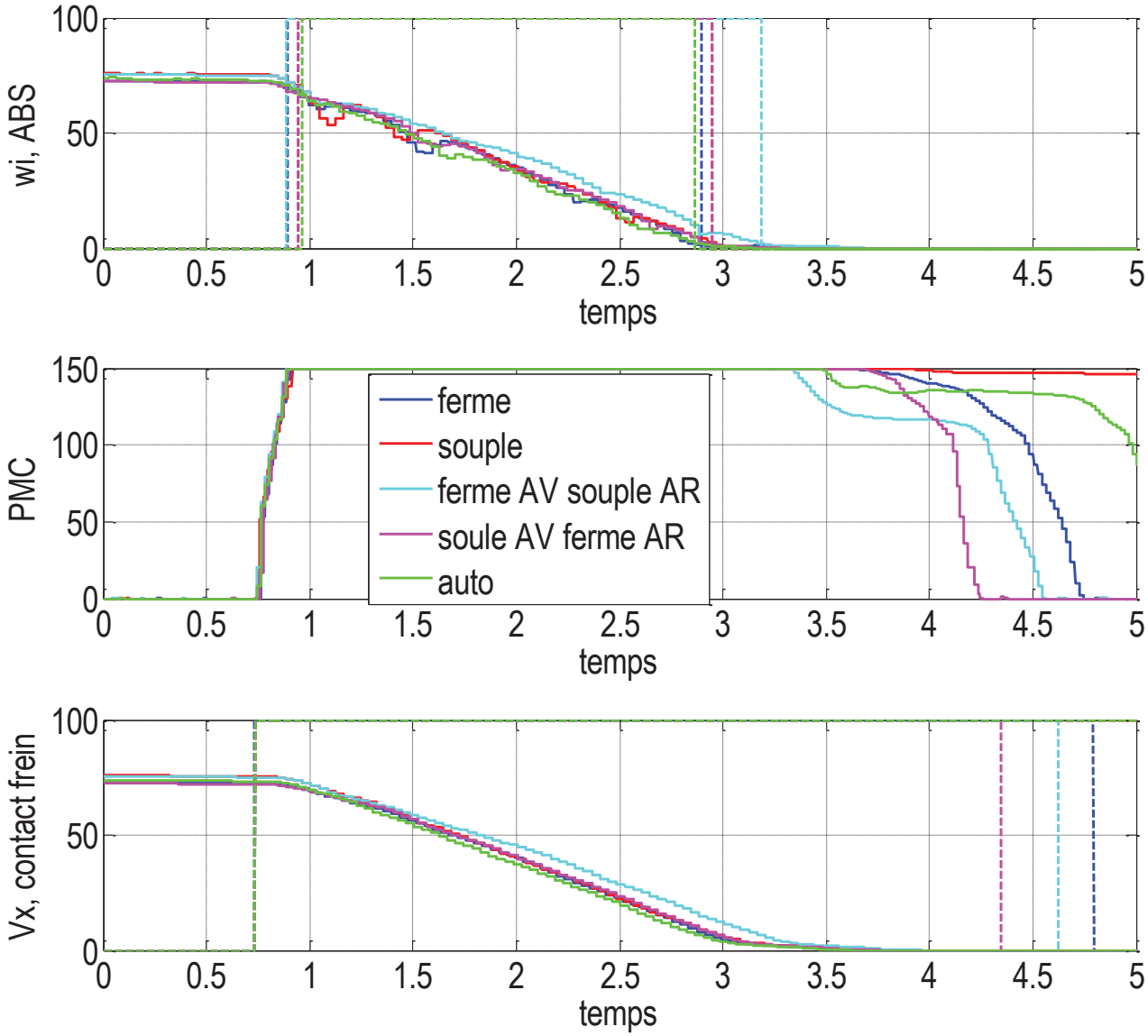


Figure 5.33 – Comparatif vitesses roues (ω_i), Pression Maitre Cylindre (PMC) et vitesse véhicule (V_x) lors d'un freinage ABS pour les quatre modes imposés et la strategie automatique

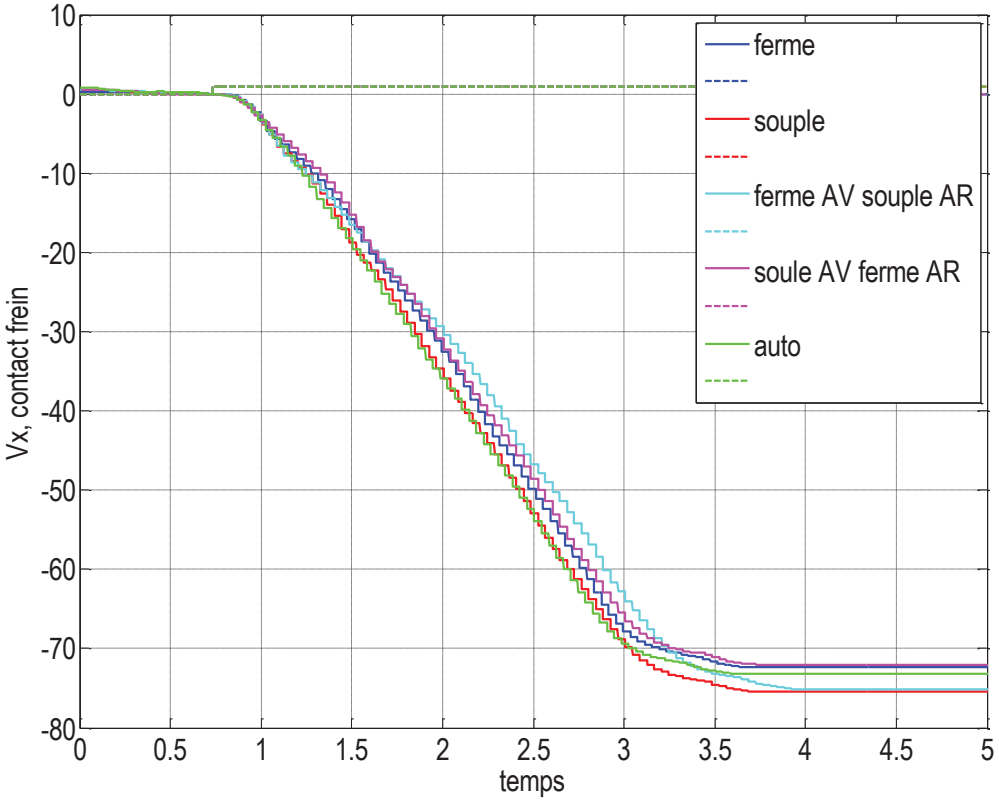


Figure 5.34 – Comparatif vitesse véhicule lors d'un freingae ABS pour les quatre modes imposés et la strategie automatique

Pour valider ces résultats, une série de mesures est réalisée avec une cinquième roue (***Figure 5.35***) permettant de mesurer de manière objective la distance de freinage. La procédure consiste à entrer sur la piste d'essai à 90km/h, puis à faire un freinage déclenchant l'ABS jusqu'à l'arrêt complet du véhicule. Chaque essai est effectué 5 fois pour vérifier la répétabilité des résultats. La moyenne pour chacun de ces tests est donnée dans le ***Tableau 5.3***. Il apparaît que le mode automatique permet de gagner 1,4m par rapport au mode souple et 0,86m par rapport au mode ferme, mode qui est habituellement utilisé pour les stratégies classiques.

	Souple	***Ferme***	***Ferme AV Souple AR***	***Souple AV Ferme AR***	***Automatique***
Distance de freinage (m)	*45,89*	*45,35*	*44,60*	*45,42*	*44,49*
Ecart de la distance de freinage par rapport au mode ferme (m)	*+0.54*	-	*-0.75*	*+0.07*	*-0.86*

Tableau 5.3 – Résultats de distance de freinage lors d'un freinage ABS à 90Km/h

Figure 5.35 – Illustration des mesures de distance de freinage avec une cinquième roue

5.6.4 Perspectives

L'étude de l'influence de la suspension sur les dynamiques latérale et longitudinale permet de construire des stratégies de commande pour améliorer l'inscription en virage et la distance de freinage. Les résultats obtenus avec une suspension bi-état sont encourageants mais relativement limités, surtout pour la dynamique latérale.

Néanmoins, avec des systèmes de suspension plus complexes et des véhicules moins lourds, l'influence de la suspension sur le comportement du véhicule sera plus importante et son contrôle couplé à ceux de l'ESP ou de l'ABS permettra d'améliorer les performances du véhicule en matière de sécurité active.

5.7 CONCLUSION

Le comportement est la première performance recherchée par les utilisateurs. En effet, il est fortement couplé aux notions de sécurité. Avec l'envolée des prix de l'essence, la réduction de la masse du véhicule est un des objectifs prioritaires des constructeurs. Depuis quelques années pour répondre à cet objectif, apparaissent de petits véhicules citadin (Citroën C0, Peugeot iON,Toyota IQ, Exid Micron, Renault Twizy, Peugeot BB1, projet VéLV PSA). Or plus le véhicule est léger, plus la masse des passagers influence son comportement car le ratio entre masse à vide et pleine charge passe du simple au double. Les parties 5.4 et 5.5 montrent, sur des exemples, l'influence de la variation de masse sur le comportement d'un petit véhicule léger.

Face à ce phénomène, il est nécessaire de vérifier que tous les organes de la liaison au sol participent, à leur niveau, à un comportement stable du véhicule. Pour ce faire un critère est présenté dans la partie 5.3 : le Pouvoir Directeur des Essieux (PDE). Ce critère assure que pour des valeurs négatives du PDE, le véhicule est stable. Des valeurs positives du PDE n'impliquent pas automatiquement que le véhicule est instable, mais qu'il est sur-vireur, permettant ainsi de définir une vitesse critique pour laquelle le véhicule est instable. Au delà, il est envisageable de dimensionner les organes de liaison au sol pour s'adapter et ainsi assurer la stabilité du véhicule en temps réel.

Comme l'illustre la partie 5.6, la suspension est adaptée pour améliorer le comportement du véhicule à travers sa réponse en lacet et la distance de freinage sur forte décélération. Grâce à ce chapitre, une introduction à l'influence des suspensions sur le comportement est apportée. En effet, à travers l'étude théorique de la dynamique latérale et longitudinale, l'influence de la suspension via les variations de transfert de charge est abordée. Puis, cette influence est utilisée via la suspension hydractive proposant ainsi des stratégies de commande binaire permettant d'agir, à leur niveau, sur le comportement. Ces stratégies viennent ainsi compléter celles déjà mise en place sous sollicitations conducteur présentées au chapitre 4. Ainsi ce dernier chapitre propose une solution au dernier verrou entre tenue de caisse et comportement comme l'illustre la *Figure 5.36*. En effet, en utilisant une stratégie de commande sur forte sollicitations qui accentue les reports de charge en transitoire il est possible, par exemple, de diminuer la distance de freinage, tout en conservant sur des sollicitations conducteur usuelles une très bonne tenue de caisse en limitant ces mêmes transferts de charge.

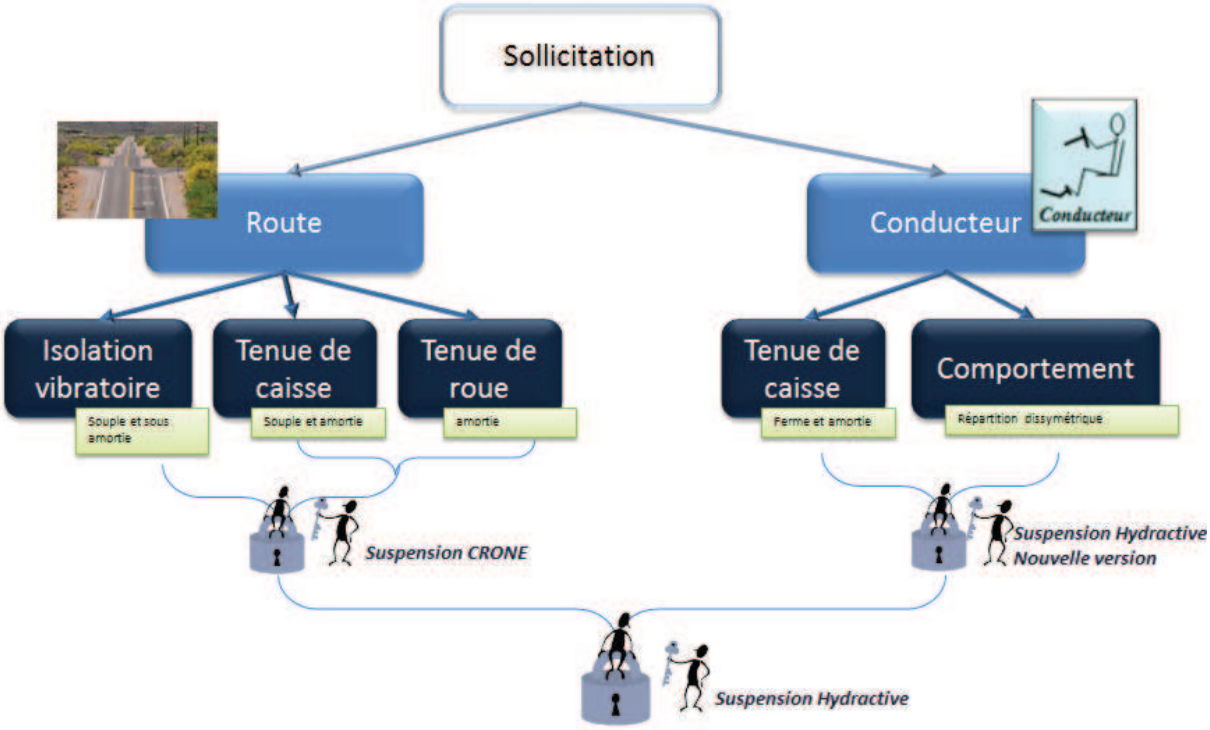


Figure 5.36 - Gestion du comportement par une suspension bi-état

Conclusion générale et perspectives

L'interprétation et la discussion des principaux résultats présentés dans ce mémoire de thèse font l'objet de la conclusion.

Le ***chapitre 1*** constitue un tutorial sur la suspension dans la mesure où il est consacré aux définitions et à l'explication de la constitution de ce l'on appelle une suspension. L'analyse des phénomènes mis en jeu facilite ensuite la compréhension du rôle de la suspension sur la dynamique verticale. Les exemples proposés pour illustrer la dynamique de la caisse et de la roue montrent l'influence de la variation de la masse sur la tenue de caisse et le filtrage de la route, permettent également de mettre en évidence l'avantage d'une technologie plutôt qu'une autre pour la réalisation de la suspension. Ce chapitre rappel ainsi les enjeux d'une suspension, leur influence sur le ressenti des passagers et sensibilise le lecteur au choix de la technologie de suspension ainsi qu'à l'influence de la masse.

Le ***chapitre 2*** constitue un second tutorial dans la mesure où il est consacré à l'explication de l'approche CRONE pour la suspension automobile, à l'étude des SDNE permettant de mettre en évidence leurs propriétés les plus remarquables ainsi qu'au développement de deux méthodes permettant la réalisation de SDNE. L'utilisation des grandeurs caractéristiques de l'automatique fréquentielle pour la commande (pulsation au gain unité, marge de phase) associée aux propriétés de robustesse du degré de stabilité des SDNE permettent l'analyse des performances de la caisse en terme de tenue de caisse et de filtrage de la route sachant que la suspension est présentée comme un régulateur de système bouclé ayant pour procédé la caisse dans l'approche CRONE. L'objectif de ce chapitre est de familiariser le lecteur à la représentation de la suspension comme un régulateur de système naturellement bouclé, puis à utiliser les outils de l'automatique fréquentielle pour analyser les réponses en boucle ouverte permettant de prédire la réponse de la caisse, enfin à présenter les SDNE et leur propriété ainsi que des méthodologies de réalisations pour préparer le lecteur au chapitre 3.

Le ***chapitre 3***, s'inscrit dans la continuité des deux précédents avec le développement de la suspension CRONE allant du concept à la réalisation. Les propriétés des SDNE sont utilisées pour assurer une bonne tenue de caisse quelle que soit la variation de la masse. L'analyse de la dynamique de la roue permet de mettre en place un nouveau critère relatif

définissant la phase et le gain du transfert de suspension autour de la pulsation de roue pour assurer une bonne tenue de roue. Les résultats de simulation du transfert non entier de la suspension CRONE sont ensuite présentés de manière à mettre en évidence l'amélioration des prestations par rapport à une suspension hydractive série à savoir : amélioration de la tenue de caisse, robustesse de la tenue de caisse aux variations de masse, filtrage aussi bon que le véhicule série aux moyennes (2-8Hz) et hautes fréquences (20-40Hz), tenue de roue équivalente à la série. La réalisation de la suspension CRONE est illustrée par des résultats expérimentaux permettant de vérifier pour la plupart les résultats obtenus en simulations. Ce chapitre résulte de la volonté d'étendre les prestations de la suspension CRONE, qui initialement était uniquement dimensionnée pour assurer la tenue de caisse et le filtrage hautes fréquences de la route ce qui avait pour conséquences de dégrader le filtrage des moyennes fréquences ainsi que la tenue de roue. L'objectif est de montrer qu'il est possible, avec un dimensionnement passif, de repousser le dilemme tenue de caisse/isolation vibratoire grâce à l'approche CRONE développé sur un modèle quart de véhicule.

Le ***chapitre 4*** s'inscrit dans le prolongement en proposant une stratégie de loi de commande utilisant la théorie des systèmes dynamiques hybrides permettant de gérer les commutations du mode souple au mode ferme de la suspension CRONE Hydractive afin de repousser le dilemme confort/comportement. La stratégie ainsi développée met en évidence une généricité de la loi de commande quels que soit l'architecture de suspension, son dimensionnement ou encore les paramètres du véhicule. Les résultats de simulations proposés montrent bien l'intérêt d'une commutation localisée en ferme sous sollicitation conducteur et illustrent la répétitivité de ces résultats quelle que soit l'architecture ou le dimensionnement de suspension permettant ainsi la portabilité du système de commande sur tout type de véhicule. Ainsi ce chapitre présente là une partie des travaux réalisés chez PSA Peugeot Citroën dans le cadre du projet « suspension complexes », permettant de définir une stratégie de commande de haut niveau générique à tous types de suspensions pilotées. Ces travaux ne sont pas complétement détaillés dans cette thèse car ils sont actuellement réutilisé et développés pour des applications séries. Néanmoins l'objectif de ce chapitre est de présenter une approche de développement de loi de commande générique pour l'industrie pour les systèmes de suspension à états discrets.

Enfin, le ***chapitre 5*** poursuit les travaux de loi de commande sur la dynamique horizontale du véhicule, mettant ainsi en évidence l'influence de la suspension sur la dynamique transversale (lacet-dérive) et longitudinale. Les résultats obtenus à la fois en simulation et expérimentalement montrent bien qu'en utilisant uniquement la suspension et avec une loi de commande adaptée il est possible d'influencer la dynamique horizontale du véhicule et ainsi par exemple diminuer les distances de freinage. L'objectif de ce chapitre est ainsi d'étendre l'approche développée au chapitre 4 à la dynamique horizontale et de montrer l'influence de la suspension allant de l'agrément en comportement jusqu'à la sécurité active

en freinage ABS. Ces travaux sont également réutilisés dans le cadre des suspensions complexes.

Les perspectives à moyen terme s'inscrivent directement dans la continuité des travaux en cours, c'est-à-dire dans le cadre de l'amélioration du dimensionnement des suspensions passives avec l'application du mode souple de la suspension CRONE hydractive et dans le développement d'une loi de commande générique pour des suspensions pilotées.

Une première perspective est de valider le dimensionnement idéal de la suspension CRONE sur un véhicule réel et ainsi de vérifier la robustesse de la tenue de caisse aux variations de masse. Pour la réalisation du mode souple de la suspension CRONE hydractive, certaines difficultés de fabrication d'un des amortisseurs de suspension furent rencontrées expliquant la non robustesse obtenue expérimentalement contrairement aux simulations théoriques. Malgré la création d'un outil informatique d'aide à la conception pour le dimensionnement organique (combinaison clapets - trou de fuite) nous nous sommes heurtés aux limites de la technologie de l'amortisseur Citroën. Néanmoins, il existe d'autres fournisseurs d'amortisseurs qui pourraient proposer un dimensionnement convenable. C'est le cas, par exemple de Tenneco, qui utilise une technologie différente (ressort de précharge, Blow off,…) ajoutant des degrés de liberté supplémentaires dans la réalisation de l'amortisseur. Par conséquent il serait intéressant de vérifier les résultats de simulations y compris la robustesse en utilisant un amortisseur correspondant au dimensionnement idéal de la suspension CRONE. Une autre solution pour parvenir à valider le dimensionnement idéal sur un véhicule réel serait de changer l'architecture de suspension pour contourner le problème, car si l'amortisseur a une loi moins importante en effort alors il est plus facilement réalisable avec la technologie Citroën.

Une seconde perspective consiste à travailler le dimensionnement du mode ferme. Pour la suspension CRONE, l'état ferme est choisi rigoureusement identique à l'état ferme de la suspension Hydractive d'une C5 série, pour montrer l'avantage de la suspension CRONE par rapport à la suspension Hydractive de C5 série. En effet, toutes améliorations de prestations sous sollicitations route sont dues au dimensionnement passif de l'état souple via l'approche CRONE et toutes améliorations sous sollicitations conducteurs sont dues à la loi de commande uniquement. Cependant, grâce à l'approche CRONE, l'état ferme de la suspension CRONE Hydractive ne gère que les sollicitations conducteur. De ce fait, il pourrait être dimensionné de manière très différencié avec un état ferme dimensionné spécifiquement pour répondre aux objectifs sous sollicitations conducteur. En effet, au vu des resultats obtenus dans le chapitre 5, pourquoi ne pas dimensionner l'état ferme avant et arrière de manière différente pour disposer de plusieurs combinaisons de RAD ? En effet, sur un véhicule typé sous vireur dans l'état souple (RAD = 0.54) cela permettrait d'avoir une RAD très inférieur à 0.54 pour l'inscription en virage (via l'état ferme arrière), puis une RAD légèrement supérieur à 0.54 pour la sortie du virage (via l'état ferme avant). De plus, un état

ferme très différencié permettrait d'obtenir une Répartition Anti-Devers (RAD) franchement éloignée de 0.54 (valeur à l'état souple ou ferme) et ainsi d'améliorer le potentiel de la suspension sur la dynamique de lacet. Il serait néanmoins nécessaire dans ce cas de vérifier la tenue de caisse sous sollicitation conducteur. Il serait alors intéressant de vérifier que la loi de commande développée gère toujours le dilemme confort/comportement sans à-coup.

C'est pourquoi une dernière perspective serait d'améliorer la stratégie de commande par deux manières. Tout d'abord en réalisant, par exemple, une étude des phénomènes physiques mis en jeu lors des commutations qui permettrait ainsi de fixer des critères de passage d'un état à l'autre. Une autre voie d'amélioration de la loi de commande est dans l'étude de la dynamique horizontale. Il serait intéressant d'étudier le couplage de la suspension avec l'ESP et l'ABS ou tout autre système de sécurité active de manière à assurer l'optimum en termes de fonctionnement lors d'un évitement ou d'un fort freinage.

Production scientifique d'Audrey RIZZO

A - Publications Internationales avec Comité de Lecture

2009

[A1.09.1] X. MOREAU, **A. RIZZO** and A. OUSTALOUP – Application of the CRONE control-design method to a low frequency active suspension system – International Journal of Vehicle Autonomous Systems, IJVAS, ISSN: 14710226, Vol.7, N°3/4, pp.172-200, Dec. 2009. *Facteur d'Impact SCOPUS 2010 (SNIP) :* ***0.976*** (http://www.inderscience.com/browse/index.php?journalID=30&year=2009&vol=7&issue=3/4) (http://cyber.bu.u-bordeaux1.fr:2166/source/eval.url)

C - Communications dans des colloques internationaux avec actes et comité de lecture

2009

[C.09.1] - X. MOREAU, **A. RIZZO**, A. OUSTALOUP and V. HERNETTE – Improvement of hydractive suspension hard mode comfort thanks to a low frequency active CRONE system - Part 1: Problematic, Strategy and modelling – Proceedings of IDETC/CIE 2009: **ASME** 2009 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, San Diego, California, USA, August 30 - September 2, 2009.

[C.09.2] - X. MOREAU, **A. RIZZO**, A. OUSTALOUP and V. HERNETTE – Improvement of hydractive suspension hard mode comfort thanks to a low frequency active CRONE system - Part 2: Control part and simulation results – Proceedings of IDETC/CIE 2009: **ASME** 2009 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, San Diego, California, USA, August 30 - September 2, 2009.

[C.09.3] - , **A. RIZZO**, X. MOREAU, A. OUSTALOUP and V. HERNETTE – A new CRONE suspension: more compact and more efficient - Part 1: Problematic and specifications – Proceedings of IDETC/CIE 2009: **ASME** 2009 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, San Diego, California, USA, August 30 - September 2, 2009.

[C.09.4] - **A. RIZZO**, X. MOREAU, A. OUSTALOUP and V. HERNETTE – A new CRONE suspension: more compact and more efficient - Part 2: Synthesis and achievement – Proceedings of IDETC/CIE 2009: **ASME** 2009 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, San Diego, California, USA, August 30 - September 2, 2009.

2010

[C.10.1] - **A. RIZZO**, X. MOREAU, V. HERNETTE et A. OUSTALOUP - De la suspension CRONE hydractive à la suspension CRONE électrique - 6ème **IEEE** Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2010 - Nancy, France, 2-4 Juin 2010.

2011

[C.11.1] **A. RIZZO**, X. MOREAU, V. HERNETTE and A. OUSTALOUP - Criterion for Wheel Holding Analysis - 18th World Congress of the International Federation of Automatic Control, **IFAC**, Milano, Italy, August 18 – September 2, 2011.

2012

[C.12.1] - X. MOREAU, **A. RIZZO**, J. L. MERMOZ, A. LETEVE, A. MORAND et P. MELCHIOR – Etude de l'influence de la dissymétrie du chargement sur de la tenue de route. Partie 1 : du modèle de validation au modèle d'analyse - 7ème **IEEE** Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2012 - Grenoble, France, 4-6 Juillet 2012.

[C.12.2] - X. MOREAU, **A. RIZZO**, J. L. MERMOZ, A. LETEVE, A. MORAND et P. MELCHIOR – Etude de l'influence de la dissymétrie du chargement sur de la tenue de route. Partie 1 : analyse de la stabilité - 7ème **IEEE** Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2012 - Grenoble, France, 4-6 Juillet 2012.

E - Communications dans des groupes de travail du CNRS

2011

[E.11.1] - **A. RIZZO**, X. MOREAU, V. HERNETTE et A. OUSTALOUP – Suspension CRONE Hydractive : du concept au véhicule démonstrateur - Réunion du Groupe de Travail « Automatique et Automobile » du GdR MACS du CNRS et Journées d'étude Automatique et Automobile du club EEA, GdR MACS et ISIS du CNRS - MENRT - Action "Automatique et Applications" – Bordeaux, 11-13 Juillet 2011.

BIBLIOGRAPHIE

A

[Abadie 1998] Abadie V. (PSA), Moreau X., Nouillant M. et Oustaloup A. (LAP) - *Système d'amortissement réglable en continu* - Brevet déposé le 24 Avril 1997 sous le n° 97 05089, publié le 30 octobre 1998 sous le n° FR 2762655, en copropriété avec PSA.

[Abadie 1999] Abadie V. (PSA), Nouillant M., Oustaloup A., Moreau X. et David P. (LAP) - *Sphère d'un dispositif de suspension d'un véhicule automobile intégrant des moyens amortisseurs* - Brevet déposé le 13 mars 1998 sous le n° 98 03144, publié le 17 septembre 1999 sous le n° FR 2776031, en copropriété avec PSA.

[Abadie 2001] Abadie V. (PSA), Nouillant M., Moreau X. et Oustaloup A. (LAP) - *Agencement d'amortissement des mouvements d'une masse par rapport à un support* - Brevet déposé le 5 novembre 1999 sous le n° 99 13904, publié le 11 mai 2001 sous le n° FR 2800822, en copropriété avec PSA.

[AFCET 1995] Trophée AFCET 95 décerné à une application particulièrement innovante en milieu industriel et résultant d'un exemple de réussite d'une collaboration entre chercheurs et industriels - *La suspension CRONE : du concept à la réalisation* - Projet menrrré en collaboration avec la DRAS PSA (Vélizy) - Toulouse, 26 Octobre 1995.

[AFNOR 1980] Afnor, *Guide pour l'évaluation de l'exposition des individus à des vibrations globales du corps,* NF E 90-401, 1980.

[AFNOR 1994] Afnor, *Méthode en laboratoire pour l'évaluation des vibrations du siège de véhicule*, E 90-451-1, 1994.

[AFNOR 1998] Afnor, *Effet des vibrations mécaniques sur l'homme*, VDI 2057, 1998.

[Ahmadian 2007] Ahmadian M. et Blanchard E., *Non-dimensional analysis of the performance of semi-active vehicle suspensions*, Proceedings of the ASME 2007, DETC2007-35689, Las Vegas, Nevada, USA, September 4-7, 2007.

[Alirand 1993] Alirand M., Lachaize H. and Lebrun M., *Study and analysis of an active self levelling suspension*, Proceedings of the International Congress IEEE, International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Le Touquet, France, October 17-20, Vol. 2, pp. 222-227, 1993.

[Altet 2004] Altet O.,*Vers les systemes dynamiques hybrides non entiers : application au controle global du chassis de vehicules equipes de la suspension CRONE Hydractive,* These de Doctorat, Universite Bordeaux 1 en collaboration avec PSA, 2004.

[Alur 1995] Alur R., Courbetis C., Halbwachs N., Henzinger T.A., Ho P.H., Nicollin X., Olivero A., Sifakis J., Yovine S., *The algorithmic analysis of hybrid systems, Theoritical computer scienc*e, n°138, pp.3-34, 1995.

[Aoun 2004] Aoun M., Malti R., Levron F. et Oustaloup A., *Numerical Simulations of Fractional Systems: An Overview of Existing Methods and Improvements*, Journal of Nonlinear Dynamics, Vol. 38, pp. 117-131, Kluwer Academic Publishers, 2004.

B

[Balluchi 2000] Balluchi A., Benvenuti L., Domenica di Benetto M., Pinello C., *Automotive Engine Control and Hybrid Systems: Cahlenges and Opportunities*, Proceeding of the IEEE, Vol.88, n°7, Juillet 2000.

[Bemporad 1999] Bemporad A., Morari M., *Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints*, Automatica, Vol.35, p.407-427, 1999.

[Berthoz 1967] Berthoz A. *Effets biomécanique et physiologiques des vibrations sur l'homme*, Ingénieurs de l'automobile, – C.R.de la 7ème Section Technique de la S.I.A, 1967.

[Berthoz 1971] Berthoz A. *Le corps humain et les vibrations*, La Recherche, N°9 volume 2, 1971.

[Berthoz 1992] Berthoz A. *Effet des vibrations sur l'Homme*, In Scherrer J : Précis de physiologie du travail, 2ème édition, Masson édit, Paris, 1992.

[Biannic 1996] Biannic J.M. *Commande robuste des systemes a parametres variables: application a l'aeronautique,* These de Doctorat, DERA, Centre d'etude et de recherche de Toulouse. Chapitre I, 1996.

[Bombarda 2000] Bombarda G., Gaviani G., Marceca P., *Power train System Design : Functional and Architectural Specifications*, Magneti Marelli Power train systems, SAE paper n°2000-01-C049, 2000.

[Bluteau 1989] Bluteau B. - *Obtention d'un amortisseur d'ordre non entier à travers la non-stationnarité d'un amortisseur traditionnel* - Rapport de stage du DEA « Systèmes de Productique et Robotique », Equipe CRONE, LARFRA-ENSERB, Université Bordeaux I, 1989.

[Bohannan 2000] Bohannan G.W., *Application of Fractional Calculus to Polarization Dynamics in Solid Dielectric Materials*, Ph. D. Dissertation, Montana State University, Nov. 2000.

[Bourcier de Carbon 1950] Bourcier de Carbon C., *Théorie Mathématique et Réalisation Pratique de la Suspension Amortie des Véhicules Terrestres*, Communication au 3e Congrès technique international de l'automobile, Paris, octobre 1950

[Branicky 1994] Branicky M., *Stability of Switched and Hybrid Systems*, Proceeding of CDC'94, 1994.

[Brogliato 2001] Brogliato B., *On the control of non-smooth complementarity dynamical systems*, Phil.trans.Royal society London, Vol.359, p.2369-2383, 2001.

[Brossard 2006] Brossard JP, *Dynamique du véhicule: modélisation des systèmes complexes,* Presses polytechniques et universitaires romandes, 2006.

[BSI 1987a] British Standard Institution, *Measurement and evaluation of human exposure to the whole body mecanical vibration and repaeted shock*s, BS 6841, 1987.

[BSI 1987b] British Standard Institution, *Measurement and evaluation of human exposure to vibration transmitted to the hand*, BS 6842, 1987.

C

[Canale 2006] Canale M., Milanese M. et Novara C, *Semi-active suspension control using fast modelpredictive techniques,* IEEE Transaction on Control System Technology 14(6), 1034-1046, 2006.

[Carriou 2010] Carriou A., *Etude cinématique d'un chassis de véhicule de compétition, optimisation des régalges à l'aide d'un modèle numérique et de mesures sur circuit,* Mémoire présenté en vue d'obtenir le Diplôme d'ingénieur CNAM, 17 décembre 2010.

[Canudas de Wit 2003] Canudas-de-Wit C, Tsiotras P, Velenis E, Basset M, Gissinger G, *Dynamic Friction Models for Road/Tire Longitudinal Interaction*, Vehicle SystemDynamics, Vol 39 N° 3, p189-226, 2003

[Cao 2008] Cao J., Liu H., Li P. et Brown, D. State of the art in vehicle active suspension adaptive control systems based on intelligent methodologies, IEEE Transactions of Intelligent Transportation Systems 9(3): 392–405, 2008.

[Charef 2010] Charef A. et·Nezzari H., *On the fundamental linear fractional order differential equation*, Journal of Nonlinear Dynamics, DOI10.1007/s11071-010-9895-z, 2010.

[CLS_CARE01_0223] CLS_CARE01_0223-Référentiel BCT - *Elasto-cinématique des trains Version 4.0*, PSA Peugeot Citroen.

[Cois 2002] Cois O., *Systèmes linéaires non entiers et identification par modèle non entier : application en thermique*, Thèse de Doctorat de l'Université Bordeaux 1, 2002.

[CREUAT siteweb] www.creuat.com

[Cucuz 1994] Cucuz S., *Evaluation of ride comfort* , Int.J of Vehicule Design, Vol 15, N°3/4/5, pp318-325, 1994.

D

[Dauphin-Tanguy 2000] Dauphin-Tanguy G., *Les bond-graphs*, Edition Hermès, Paris, 2000.

[David 2001] David P. - *Synthèse d'une impédance à comportement local d'ordre non entier : application dans le domaine des suspensions de véhicule* - Thèse de Doctorat soutenue le 6 Décembre 2001 à l'Université Bordeaux 1.

[Dignac 2011] Dignac D., *Guide de compréhension et de conception en trépidations*, PSA Peugeot Citroën, 2011.

[Do 2010] Do A, Sename O et Dugard L, *An LPV Control Approach for Semi-active Suspension Control with Actuator Constraints*, American Control Conference - ACC2010 US 2010.

[Doré 1996] Doré J. (PSA), Moreau X., Nouillant M. et Oustaloup A. (LAP) - *Amortisseur piloté : Agencement d'amortissement par laminage d'un fluide et système de suspension, notamment de véhicule automobile, équipé d'un tel agencement d'amortissement* - Brevet déposé le 27 avril 1995 sous le n° 95 05084, publié le 31 octobre 1996 sous le n° FR 2733564, en copropriété avec PSA. Extension au Japon et aux Etats-Unis en 1996.

[Dugowson 1994] Dugowson S., *Les différentielles métaphysiques : histoire et philosophie de la généralisation de l'ordre de dérivation*, Thèse de Doctorat de l'Université Paris Nord, 1994.

E

[ElMadany 1988] ElMadany M. M., *Active Damping and Load Leveling for Ride Improvement*, Computers and Structures, Vol. 29, n°1, pp. 88-97, 1988.

[ElMadany 1990] ElMadany M. M., *Ride Performance Potential of Active Fast Load Leveling Systems*, Journal of Vehicle System Dynamics, Vol. 19, pp. 19-47, 1990.

[Emura 1994] Emura J., Kakizaki S., Yamaoka F. et Nakamura M., *Development of the semi-active suspension based on the sky-hook damper theory*, SAE paper 940863, 1994.

[Evrot 2003] Evrot F, Debains O *Equations de la dynamique du véhicule : Travaux de fond pour la compétence dynamique route ;* PSA-Peugeot Citroën automobiles, INSA-Lyon, Villeurbanne, 2003.

[Ezzine 2009] Ezzine J., Tedesco T., H∞ approach Control for Regulation of Active Car Suspension, International journal of mathematical models and methods in applied sciences, issue 3, volume ", p 309-316, 2009.

F

[Fenaux 2005] Fenaux E., Dynamique du véhicule ; Cours interne PSA Peugeot-Citroën automobiles, 2005.

G

[Gäfvert 2005] Gäfvert M., Svendenius J., *A novel semi-empirical tyre model for combined slips*, Vehicle System Dynamics, Vol. 43, No 5, May 2005, p351-384.

[Gao 2006] Gao B., Darling J. et Tilley, D., 2006. Modelling and simulation of a semi-active suspension system. In: 18th Int. Conf. on Systems Engineering, ICSE '2006', Coventry University, UK, 2006.

[Gay 2000] Gay F., *Lois de commande en vue du Contrôle Global de châssis d'un Véhicule : le CGC*; Thèse de Doctorat, IrCyn Nantes,2000.

[Genta 1997], Genta, *Motor vehicle dynamics : modelling and simulation*, Word scientific publishing, Singapore, 1997

[Gillespie 1992] Gillespie T., *Fundamentals of Vehicle Dynamic*, Society of Automotive engineers, 1992

[Giorgetti 2006] Giorgetti N., Bemporad A, Tseng H.E et Hrovat D, *Hybrid model predictive control application toward optimal semi-active suspension,* International Journal of Robust and Nonlinear Control 79(5), 521-533, 2006..

[Griffin 1976] Griffin M.J., *Subjective equivalence of sinuzoidal and random whole body vibration*, Human Factors Research Unit, Institute of Science and Vibration Research, Universityr of Southampton, 1976.

[Griffin 1977] Griffin M.J., Whitham E.M., *Assessing the discomfort of dual-axis whole-body vibration*, Journal of Sound and Vibration, 54(1), 107-116, 1977.

[Griffin 1986] Griffin M.J., *An objective method of assessing the vibration discomfort in vehicles*, Seminair international sur le confort, vol 39, N°3, 1986.

[Griffin 1988] Griffin M.J., Parsons K.C., *Whole-body vibration perception thresholds*, Journal of sound and Vibration, 121(2), 237-258,1988

[Griffin 1996] Griffin M.J., *Handbook of human vibrations*, Academic Press, London, ISBN : 0-12-303040-3, 1990, 1996.

[Gurvits 1994] Gurvits L., *Stability of linear inclusions*. part 2. Tech. rep., NECI., 1994.

[Guyot 1995] Guyot, *Xantia – un penchant maitrisé*, Auto concept, n)1, p.28-31, 1995.

H

[Harel 1987] Harel D., *StateCharts : A visual formalism for complex systems, Science of Computer Programming*, Vol. 8, pp. 231-274, North Holland, 1987.

[Hartley 2002] Hartley T.T. et C.F. Lorenzo. *Dynamics and Control of Initialized Fractional-Order Systems*. Journal of Nonlinear Dynamics, Vol. 29, pp. 201-233, Kluwer Academic Publishers, 2002.

[Hartley 2007] Hartley T.T. et C.F. Lorenzo. *Application of incomplete gamma functions to the initialization of fractional-order systems*. Proceedings of the ASME 2007, DETC2007-35843, Las Vegas, Nevada, USA, September 4-7, 2007.

[Hetel 2007] Hetel L., *Stabilite et commande robuste des systemes a commutations*, These de Doctorat, CRAN, INPL. Chapitre I & II, 2007.

[Hontschik 1972] Hontschik H., Schmid I., *Le siège élément de liaison entre l'Homme et la voiture automobile*, A.T.Z., N°4, 1972.

[Hontschik 1974] Hontschik H., Kinkel H.J.., *Etude des vibrations et ergonomie de différents types de sièges pour automobile*, A.T.Z., N°7, 1974.

[Hrovat 1988] Hrovat D., Margolis D. L. and Hubbard M., *An Approach Toward the Optimal Semi-Active Suspension*, Transactions of the ASME, Vol.110, pp. 289-296, September 1988.

I

[ILSI_CSLS04_0295] ILSI_CSLS04_0295-*SSTG générique de l'organe suspension*, PSA Peugeot Citroen.

[ILSI_CSLS04_0166] ILSI_CSLS04_0166-*SSTG générique Architecture Train - Organe Essieu*, PSA Peugeot Citroen.

[ILSI_CSLS05_0385] ILSI_CSLS05_0385 *Comportement des articulations en caoutchouc*, PSA Peugeot Citroen.

[INRS 2001] INRS, *Vibrations, plein le dos*, Edition INRS, ED 864, 2001.

[ISO 5349 1986] Norme international, *Principes directeurs pour le mesurage et l'évaluation de l'exposition des individus aux vibrations transmises par la main*, ISO 5349, 1986.

[ISO 8608 1995] Norme international, *Vibration mécanique- Profil de routes- Méthodes de présentation de résultats*, ISO 8608, 1995.

J

[Jampi 2001] Jampi D., Guilhem E., Aubry J.F., *Conception et sureté de fonctionnement : deux activités indissociables*, 13e Conférence Francophone de Modélisation et Simulation, "Conception, Analyse et Gestion des Systèmes Industriels" MOSIM'01, du 25 au 27 avril 2001, Troyes, France, 2001

[Jones 1974] Jones A.J., Saunders D.J, *A scale of human reaction of the whole body*, sinusoidal vibration, Journal of Sound and Vibration, 35(4), 503-520, 1974.

[Jurr 2002] Jurr, Alii, *Le système actif de stabilization du roulis Dynamic Drive (Te Active Roll Stabilisation…)*, ATZ-MTZ, BMW Série 7, supplement anglais 2002,p.35-38, 2002.

K

[Karnopp 1974] Karnopp D., Crosby M. J. and Harwood R. A., *Vibration Control Using Semi-Active Force Generators*, Journal of Engineering for Industry, Vol. 96, n° 2, pp. 619-626, May 1974.

[Karnopp 1983] Karnopp D., *Active Damping in Road Vehicle Suspension Systems*, *Journal of Vehicle System Dynamics*, Vol. 12, pp. 291-316, 1983.

[Karnopp 1987] Karnopp, D., *Force Generation in Semi-Active Suspensions Using Modulated Dissipative Elements*, Journal of Vehicle System Dynamics, Vol. 16, pp. 333-343, 1987.

[Karnopp 1989] Karnopp D., *Analytical Results for Optimum Actively Damped Suspensions Under Random Excitation*, Journal of Vibration, Acoustic, Stress and Reliability in Design, Vol. 111, pp. 279-282, July 1989.

[Kiencke 2000] Kiencke U., Nielsen L., *Automotive control systems: for engine, driveline and vehicle*, Springer Verlag, 2000.

[Krishna 2011] Krishna B.T., *Studies on fractional order differentiators and integrators: a survey*. Signal Processing, Vol.91, pp. 386-426, 2011.

[Kruczek 2004] Kruczek, A. and Stribrsky, A.: *H∞ Control of Automotive Active Suspension with Linear Motor*, In Proccedings of the 3rd IFAC Symposium on Mechatronic Systems, Sydney, Australia, 2004.

L

[Le Méhauté 1998] Le Méhauté A., Nigmatullin R. et Nivanen L.. *Flêche du temps et géométrie fractale*, Edition Hermès, Paris, 1998.

[Liberzon 2003] Liberzon D., *Swithcing in Systems and Control. Systems and Control: Foundation and Applications,* Birkhauser, 2003.

[Lin 2010] Lin T.C., Roopaei M., Chen M.C., Car suspension control By Indirect Adaptive Interval Type-2 Fuzzy Neural Network Control, World Applied Sciences Journal 8 (5) : 555-564, 2010.

[Lorenzo 2007a] Lorenzo C.F. et Hartley T.T.. *Initialization of fractional differential equations: background and theory*. Proceedings of the ASME 2007, DETC2007-34810, Las Vegas, Nevada, USA, September 4-7, 2007a.

[Lorenzo 2007b] Lorenzo C.F. and Hartley T.T.. *Initialization of fractional differential equations: theory and application*. Proceedings of the ASME 2007, DETC2007-34814, Las Vegas, Nevada, USA, September 4-7, 2007b.

M

[Maachou 2011] Maachou A, Malti R, Melchior P, Battaglia J.L, Oustaloup A, Hay B.,*Thermal system identification for large temperature variations using fractional Volterra series*, 18th IFAC World Congress, Milan : Italie, 2011.

[Malmborg 1998] Malmborg J., *Analysis and Design of hybrid control systems*, These de Doctorat, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology. Chapitre I, 1998.

[Malti 2011] Malti R., Melchior P., Lanusse P., *Towards an object oriented toolbox for fractional systems*, Proceedings of the 18th IFAC World Congress, Milan, Italy, 2011.

[Margolis 1982] Margolis D. L., *The Response of Active and Semi-active Suspensions to Realistic Feedback Signals*, Journal of Vehicle System Dynamics, Vol. 11, pp. 267-282, 1982.

[Margolis 1983] Margolis D. L., *Semi-active control of wheel hop in ground vehicles*, Journal of Vehicle System Dynamics, Vol. 12, N° 6, pp. 291-311, 1983.

[Martin 05] Martin M., *Cinématique de suspension anti plongée*, educauto.org , Info Tech n°15, Périgueux, 2005.

[Marty 2005a] Marty G.,*CLS_CFLS01_0041-Caractérisation du confort de suspension en basses fréquences sur banc 4 vérins (pompage et tangage)*, PSA Peugeot Citroën,2005.

[Marty 2005b] Marty G.,*CLS_CFLS01_0042-Caractérisation du confort de suspension en basses fréquences sur banc 4 vérins (roulis)*, PSA Peugeot Citroën, 2005.

[Marty 2005c] Marty G.,*CLS_CFLS01_0072-Mesure des battements verticaux de roue sur banc 4 vérins*, PSA Peugeot Citroën, 2005.

[Marty 2005d] Marty G.,*CLS_CFLS01_0073-Mesure des trépidations sur banc 4 vérins*, PSA Peugeot Citroën, 2005.

[Matignon 1996] Matignon D., *Stability results on fractional differential equations with applications to control processing*, Proceedings of Computational Engineering in Systems and Application Multiconference, Vol.2, IMACS, IEEE-SMC, pp.963-968, 1996.

[Matignon 1998] Matignon D., *Stability properties for generalized fractional differential systems*, Systèmes Différentiels Fractionnaires, Modèles, Méthodes et Applications, ESAIM, Vol.5, 1998.

[Matignon 2005] Matignon D. et Prieur C., *Asymptotic stability of linear conservative systems when coupled with diffusive systems*, ESAIM, Control, Optimisation and Calculus of Variation, Vol. 11, pp. 487-507, 2005.

[Merlet 1996] Merlet J.P, *Modélisation géométrique de mécanismes de suspension automobile*, Programme 4 |Robotique, image et vision, Projet Prisme, Rapport de recherche n°2817, Mars 1996.

[Merveillaut 2010] Merveillaut M, Cadelguen JM, Oustaloup A, *Study of the peroneus digiti quarti muscle length effect on a motor unit fractional multi model*, Thèse de doctorat, Bordeaux, 2010.

[Miller 1993] Miller K.S. et Ross B., *An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations*, A Wiley-Interscience Publication, 1993.

[Mitchel 2007] Mitchel Wm.C., *Roll Center Myths and Reality* , Mars 2007.

[Mitsche 1995] Mitsche M., Cucuz S., Hennecke D., *Evaluation et mecanismes d'addition des vibrations aléatoires non uniformes*, ATZ Automobiltechnische Zeitschritt 97, N°11, pp 784-791, 1995.

[Moirot 2003] Moirot F., *Proposition technique de Paulstra et Trelleborg pour une cale pilotee a 2etats*, Note interne PSA, CLS_CFLS03_1097*.,* 2003.

[Momami 2004] Momani S., *Lyapunov stability solution of fractional integrodifferential equations*, International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences, Vol.7, pp. 2503-2507, 2004.

[Moreau 1995] Moreau X. – *La dérivation non entière en isolation vibratoire et son application dans le domaine de l'automobile. La suspension CRONE : du concept à la réalisation* - Thèse de Doctorat soutenue le 1 Février 1995 à l'Université Bordeaux I

[Moreau 2002] Moreau X., Ramus-Serment C. and Oustaloup A. *Fractional Differentiation in Passive Vibration Control*, *Journal of Nonlinear Dynamics*, Vol. 29, pp. 343-362, Kluwer Academic Publishers, 2002.

[Moreau 2008] Moreau X., P. Serrier and A. Oustaloup . *From fractional systems to localised parameter systems: synthesis and analysis*. Special Issue on APII-JESA, N° 6-7-8, Vol. 42, September, 2008.

[Moze 2005] Moze M. and Sabatier J., *LMI tools for stability analysis of fractional systems*, Proceedings of ASME 2005 IDET/CIE Conferences, Long-Beach, USA, pp.1-9, September 24-28, 2005.

N

[Nelson Gruel 2009] Nelson Gruel D., *The fractional calculus*, Academic Press, New-York and London, Thèse de doctorat, Bordeaux, 2009.

[Nouillant 2002] Nouillant C., *Contribution au pilotage cooperatif des systemes de liaisons au sold'une automobile par commande hybride hierarchies*, These de Doctorat, Universite Bordeaux 1 en collaboration avec PSA, 2002.

O

[Okada 2007] Okada Y., Suzuki K. and Kondo Ryou., *Energy regenerative and active control of automobile suspension*, Proceedings of the ASME 2007, DETC2007-34112, Las Vegas, Nevada, USA, September 4-7, 2007.

[Oldham 1974] Oldham K.B. and Spanier J., *The fractional calculus*, Academic Press, New-York and London, 1974.

[Olsen 2008] Olsen J., Page J., Vulovic Z., *Initial Investigations Into Simulating An Open-Wheeler Racing Car*, SimTecT 2008.

[Olsson 1997] Olsson.H, Astrom. K.J, Canudas de Wit. C., Gafvert.M, Linschinsky.P, *Friction models and friction compensation*, 1997.

[Oustaloup 1990] Oustaloup A. et Nouillant M., *Nouveau Système de Suspension : La Suspension CRONE* - Brevet déposé le 30 Avril 1990 sous le n° 90 046 13, publié sous le n° FR 2660386.

[Oustaloup 1991] Oustaloup A , *The CRONE control*, ECC'91, Grenoble, France, July 2-5 1991.

[Oustaloup 1995] Oustaloup A., *La dérivation non entière : théorie, synthèse et applications*, Edition Hermès, Paris, 1995.

[Oustaloup 1996] Oustaloup A, Moreau X et Nouillant M (1996), *The CRONE suspension* , Control Engineering Practice, Journal of the International Federation of Automatic Control, Vol. 4, n°8, 1996, pp 1101-1108.

P

[Pacejka 2002] Pacejka H.B., Tyre and Vehicle Dynamics, Butterworth-Heinemann, 2002.

[Palkovics 1993] Palkovics L., El-Gindy M., *Neural Network Representation of Tyre Characteristics: The NeuroTyre*, Int. J. Vehicle Des. 14, pp 563-591, 1993.

[Park 2009] Bong Jun Park, Kang Hyun Song, Hyoung Jin Choi, *Magnetic carbonyl iron nanoparticle based magnetorheological suspension and its characteristics,* Materials Letters, Volume 63, Issue 15, 15 June 2009.

[Parlement européen 2002] Directive 2002/44/EC du Parlement européen et du conseil du 22 juin 2002 relatives aux *exigences minimales d'hygiène et de sécurité relatives à l'exposition des employés à des riques résultants d'agents physiques (vibrations),* seizième directive individuelle au sens de l'article 16(1) La Directive 89/391/EEC, 2002.

[Paulstra 2007] Presentation Paulstra : *Articulation bi-etat a fluide MR Essai véhicule sur Citroen C4*, 2007.

[Paynter 1961] Paynter H., *Analysis and design of engineering systems*, MIT Press, 1961.

[Pellet 2010] Pellet M, Melchior P, Petit J, Cadelguen JM, Oustaloup A, *Study of the peroneus digiti quarti muscle length effect on a motor unit fractional multi model*, ASME IEEE MESA, Qingdao , Chine, 2010.

[Peruzzetto 1989] Peruzzetto P., *Objective assesment of comfort with respect to tyres mounted on vehicules*, CERL, Advanced Research Dept – Manufacture MICHELIN, 1989.

[Plisson 2009] Plisson A., *Etude comparative entre différentes technologies de suspension, Métallique / Hydropneumatique / Pneumatique*, PSA Peugeot Citroen, 2009.

[Podlubny 2002] Podlubny I., Petras I., Vinagre B.M., O'Leary P. et Dorcak L., "Analogue Realizations of Fractional-Order Controllers", *Journal of Nonlinear Dynamics*, Vol. 29, pp. 281-296, Kluwer Academic Publishers, 2002.

[Pollone 1986] Pollone A., Veroni G., *Accroissement du confort des véhicules automobiles par le contrôle des vibrations*, A.T.A. – FIAT Auto, Torino, 1986.

[Porcel 2003] Porcel A., *Contribution a la commande multivariable des systèmes complexes rapides, instables ou pseudostables. Application au contrôle de stabilité de véhicules par approche '12 forces' ;* Thèse de doctorat, Université de haute alsace, 2003.

[Posinot 2004] Poinot T. et Trigeassou J.C., *Identification of Fractional Systems Using an Output-Error Technique*, Journal of Nonlinear Dynamics, Vol. 38, pp. 133-154, Kluwer Academic Publishers, 2004.

[Poussot-Vassal 2008] Poussot-Vassal C.,Sename O, Dugard L, Gaspar L, Szabo Z and Bokor J, *New semi-active suspension control strategy though LPV technique*, Control Engineering Practice 16(12), 1519-1534, 2008.

[Poussot-Vassal 2008] Poussot-Vassal C., *Commande Robuste LPV Multivariable de Châssis Automobile*, Thèse pour obtenir le grade de docteur en Automatique, 2005.

[PSA 2002] Dossier de Presse. PSA, *Peugeot Citroen et la securite automobile*, Paris, Septembre 2002.

[PSA 2001] Dossier de Presse PSA, *Les technologies issues de la collaboration PSA Peugeot Citroen/Delphi*, Paris,28 Novembre 2001.

R

[Radt 1983] Radt H.S., et Milliken W.F., *Non-dimensionalizing Tyre Data for Vehicle Simulation, Road Vehicle Handling*, Institute of Mechanical Engineering, C133/83, 1983.

[Radt 1993] Radt H.S., David JR, Glemming A., *Normalization of tire force and moment data*, Tire science and technology TSTCA. New York 93.

[Ramus-Serment 2002] Ramus-Serment C., Moreau X., Nouillant M., Oustaloup A. and Levron F., *Generalised approach on fractional response of fractal networks,* Journal of Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 14, pp. 479-488, 2002.*

[Riedinger 2000] Riedinger P., *Contribution à la commande optimale des systèmes dynamiques hybrides,* Thèse de Doctorat, CRAN, INPL, 2000.

[Ripert 2006] Ripert J.P, *Modélisation et identification paramétrique de l'effort de contact pneumatique/sol pour la dynamique véhicule*, Thèse de doctorat en automatique, robotique et traitement du signal ; Octobre 2006.

S

[Sabatier 2006] Sabatier J., Aoun M., Oustaloup A., Grégoire G., Ragotand F. et Roy P., *Fractional system identification for lead acid battery sate charge estimation*. Signal Processing 86 (10), pp. 2645–2657, 2006.

[Sabatier 2010] Sabatier J., Moze M., Farges Ch., *LMI stability conditions for fractional order systems*, Computers & Mathematics with Applications, Vol.(59) N. 5, 1594-1609, 2010.

[Salem 2009] Salem A.A.A. et Aly A.A, *Fuzzy control of a quarter-car suspension systems*, Proceedings of the World Academy of Science, Engineering and Technology (53): 258–263, 2009.

[Samko 1993] Samko S.G., Kilbas A.A, et Marichev O.I., *Fractional integrals and derivatives: theory and applications*, Gordon and Breach Science Publishers, 1993.

[Savaresi 2005] Savaresi S.M., Siciliani E and Bittanti S, *Acceleration driven damper (ADD): an optimal control algorithm for comfort oriented semi-active suspension,* ASME Transactions: Journal of Dynmic Systems, Measurements and Control 127(2), 218-229, 2005.

[Savaresi 2007] Savaresi S.M. and Spelta C, *Mixed sky-hook and ADD: Approaching the filtering limits of a semi-active suspension,* ASME Transactions: Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control 129(4), 382-392, 2007.

[Schuring 1994] Schuring D., Pelz W., Pottinger M., *The BNPS Model – An Automated Implementation of the "Magic Formula" concept, Society of automotive engineers*, SP-1016,Feb 1994.

[Serrier 2007] Serrier P., Moreau X. and Oustaloup A., *Limited-Bandwidth Fractional Differentiator: Synthesis and Application in Vibration Isolation,* Chapter in *Advances in Fractional Calculus*, Springer Edition, pp. 287-302, 2007.

[Serrier 2008] Serrier P., *Analyse de l'influence des non-linéarités dans l'approche CRONE : Application en isolation vibratoire*, Thèse pour obtenir le grade de docteur en Automatique, 2008.

[Sharp 1987] Sharp R. S. and Hassan S. A., *On the Performance Capabilities of Active Automobile Suspension Systems of Limited Bandwidth*, Journal of Vehicle System Dynamics, Vol. 16, pp. 213-225, 1987.

[Song 2009] Song X., *Cost-Effective Skyhook Control fort Semiactive Vehicle Suspension Applications*, The open Mechanical Engineering Journal, 3, p17-25, 2009.

[Shorten 1999] Shorten R.N, Narendra K.S., *Necessary and sufficient conditions for the existence of a common quadratic Lyapunov function for two stable second order linear time-invariant systems,* in Proc. of the 1999 Amer. Contr. Conf., pages 1410–1414, 1999.

T

[Tavazoei 2010] Tavazoei M.S., Haeri M., *Rational approximations in the simulation and implementation of fractional-order dynamics: A descriptor system approach*. Automatica 46(1), 94-100, 2010.

[Tenneco Kinetic] http://www.tenneco.com/assets/1/7/Kinetic_Brochure.pdf

[Trelleborg 2003] PresentationTrelleborg : *Articulation essieu arriere 2 etats,*2003.

[Trigeassou 1999] Trigeassou J.C., T. Poinot, J. Lin, A. Oustaloup, F. Levron. *Modeling and identification of a non integer order system*. Proceedings of ECC'99, European Control Conference, Karlsruhe, Germany, 1999.

[Trigeassou 2011] Trigeassou J.C., et Maamri N., *Initial conditions and initialization of linear fractional differential equations*, Signal Processing, Vol. 91, N. 3, March 2011.

V

[Vercellotti 1986] Vercellotti E., *Human Response to Vibrations, Applicability of modern knowledge to motor vehicule ergonimics,* Motor industry Research Association, 1986.

[Vieille 1998] Vieille P., *Confort Basses Fréquences, pompage composition d'un critère,* PSA Peugeot Citroën, 1998.

Y

[Yue 1989] Yue C., Butsuen T. et Hedrick J. K., *Alternative control laws for automotive active suspensions*, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 111, pp. 286-291, 1989.

W

[Wilson 1986] Wilson D.A., Sharp R. S. et Hassan S. A., *The Application of Linear Optimal Control Theory to the Design of Active Automotive Suspensions*, Journal of Vehicle System Dynamics, Vol. 15, pp. 105-118, 1986.

Y

[Yoshihiro 1997] Yoshihiro Mori T.M, Kuroe Y., *A solution to the common Lyapunov function problem or continuous-time systems*, in Proceedings of the 36th Conference on Decision and Control, volume 3, pages 3530–3531, 1997.

Z

[Zaytoon 2001] Zaytoon J., *Systemes Dynamiques Hybrides*, Publications Hermes Sciences.ISBN 2-7462-0247, 2011.

[Zin 2002] Zin A., *Investigation de la modélisation des phénomènes de dérive du pneumatique de l'automobile dans le contexte de la représentation Bond Graph*, rapport DEA Automatique, LAI, tutelle : W. Marquis-Favre, 2002.

[Zin 2005] Zin A., *Sur la commande robuste de suspensions automobiles en vue du contrôle global de châssis*, Thèse pour obtenir le grade de docteur en Automatique, 2005.

[Zin 2006] Zin A., Sename O., Gaspar P., Dugard L., Bokor J. , *An LPV/H∞ Active Suspension Control for Global Chassis Technology : Design and Performance Analysis*, Proceeding of the 2006 Amrerican Cntrol Conference, Minneapolis, Minnesota, USA, June 14-16, 2006.

ANNEXE 1

Etude de l'amortisseur de suspension non linéaire et dissymétrique

LOI D'AMORTISSEUR

Loi à l'organe

Les amortisseurs de suspension sont constitués pour la plupart d'un trou de fuite et de clapets obstruant le passage du fluide. En suspension hydropneumatique, les amortisseurs (propriété PSA : *Figure A1.1*) ont la forme d'une rondelle de manière à pouvoir être disposés à l'entrée des sphères ou encore dans les canalisations. Il existe plusieurs types de clapets (A, B et C) allant du plus fin au plus épais, c'est à dire du moins raide au plus raide. Il est possible d'empiler plusieurs clapets différents en compression et en détente de manière à sculpter la loi d'amortissement nécessaire. L'explication du dimensionnement des amortisseurs Citroën est détaillée dans l'*Annexe 05*. Néanmoins, l'allure d'une loi d'amortisseur est donnée par la *Figure A1.2*. La loi est fortement non linéaire du fait de la construction organique de l'amortisseur. Par contre, elle peut être symétrique (même clapets en compression et en détente) ou dissymétrique.

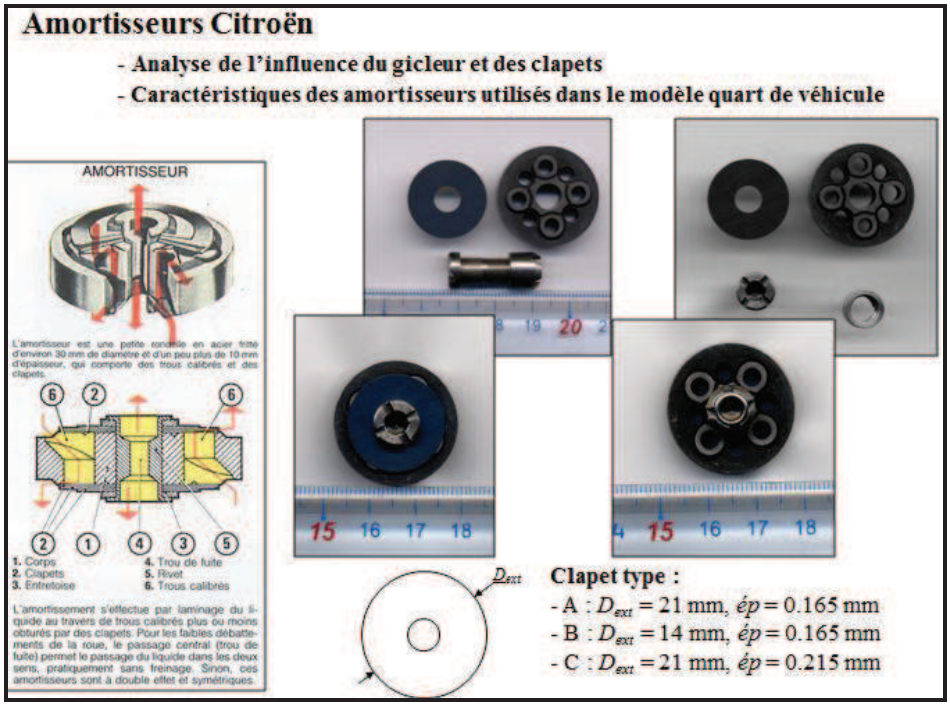


Figure A1.1 - Amortisseurs Citroën

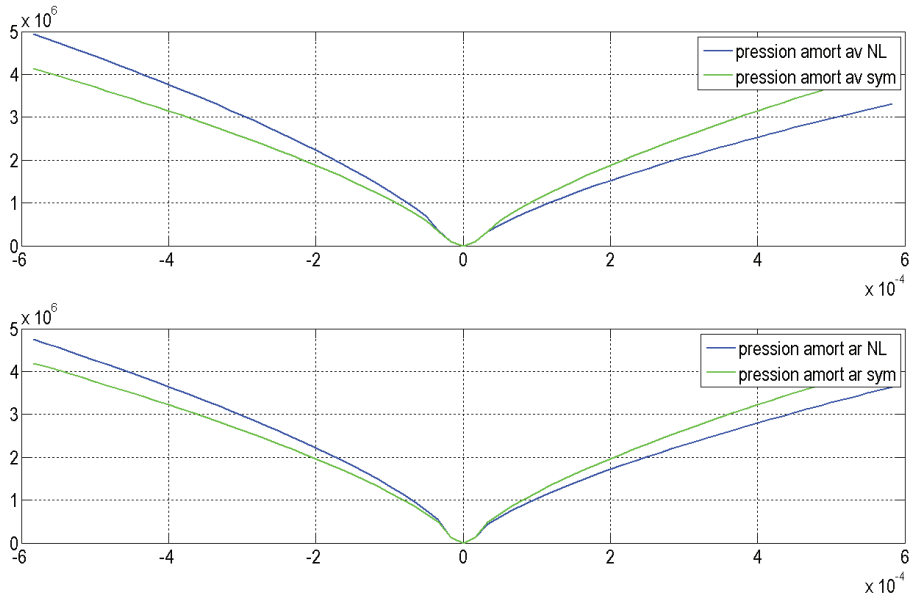


Figure A1.2 - Exemple de lois d'amortisseur Pression (Pa) = f(Débit (m^3/s)) symétriques ou dissymétriques à l'organe

Bien souvent lors de l'étude ¼ de véhicule, la loi d'amortissement est considérée linéaire. Dans le cas de la loi d'amortissement symétrique non linéaire cette approximation revient à faire l'égalité des surfaces décrites par la courbe *Effort de suspension=f(débattement)* et d'en déduire la forme de la loi *Pression = f(Débit)* linéaire (*Figure A1.3*). Il apparaît que cette approximation, bien qu'utile dans la synthèse d'une suspension, apporte un certain nombre d'erreurs. En effet, cette approximation a tendance à sous-estimer l'amortissement aux faibles vitesses et à le sur-estimer pour des vitesses de débattement plus importantes.

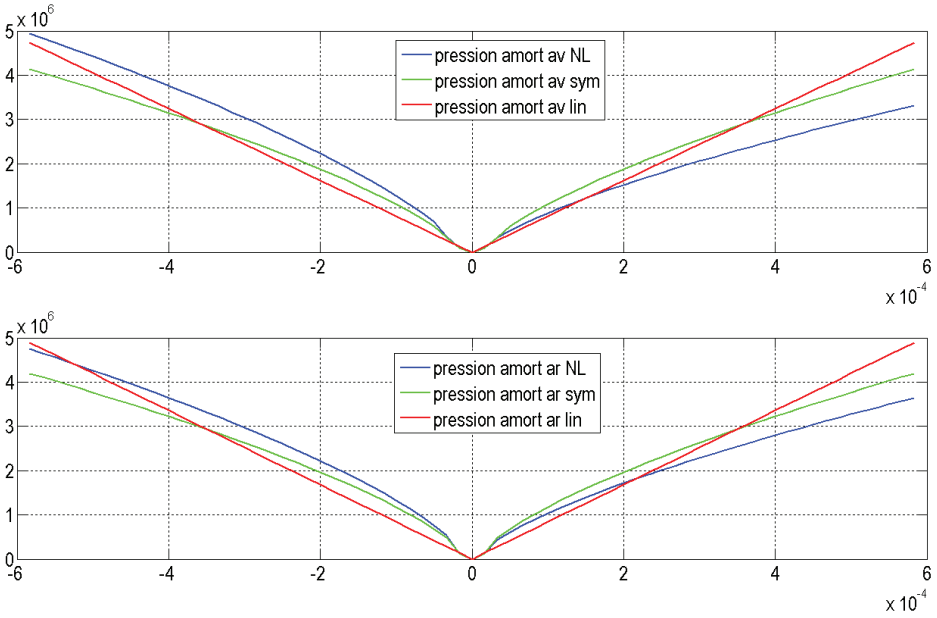


Figure A1.3 - Lois d'amortissement linéaires symétriques par rapport aux lois non linéaires symétriques et dissymétriques

Loi à la roue

La loi d'amortisseur à l'organe doit être ramenée à la roue pour être exploitée en tant qu'organe de suspension agissant entre la masse suspendue et la masse non suspendue. Les relations entre la pression et l'effort, d'une part, et la vitesse de débattement et le débit, d'autre part, sont proportionnelles via la section de tige du vérin et la démultiplication des trains. Le cas d'étude étant le véhicule C5, la conversion à la roue est calculée pour les valeurs de démultiplication et de section de tige des vérins de ce véhicule (cf Annexe 02). Chacune des lois à l'organe est traduite à la roue comme le montre la *Figure A1.4*.

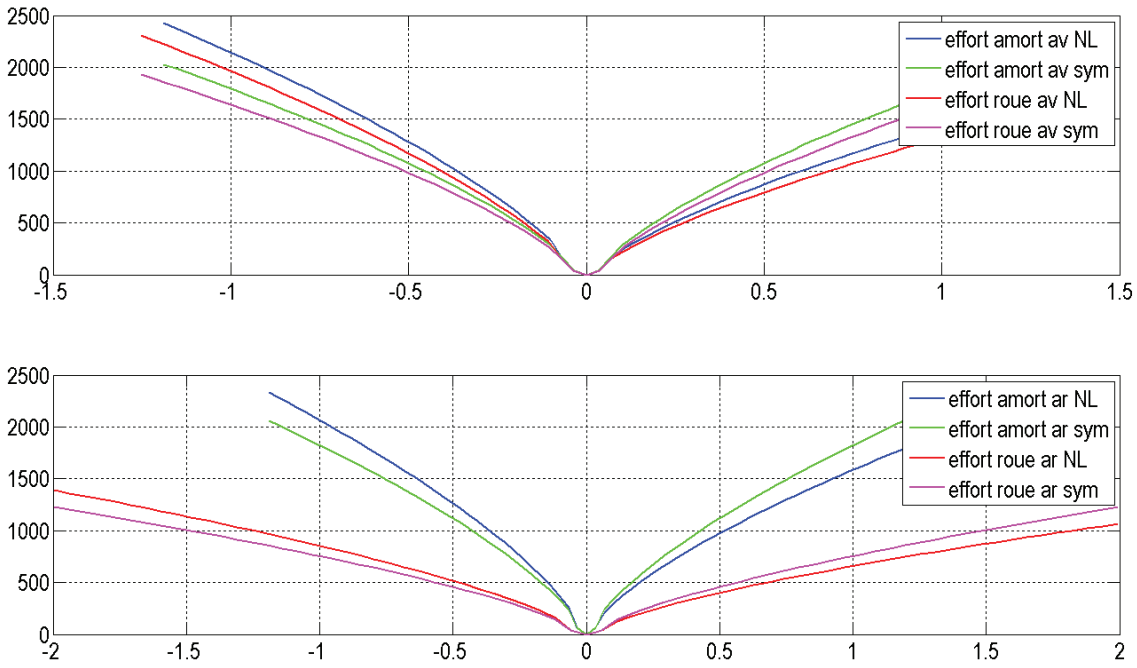


Figure A1.4 - Transformation de la loi à l'organe en loi Effort (N)=f(vitesse débattement (m/s)) à chacune des roues avant, notée av, et arrière, notée ar

MODÈLE DE SIMULATION

Modèle ¼ de véhicule : étude du confort vertical

Différents modèles sont utilisés en fonction de la sollicitation route considérée. Néanmoins, tous ces modèles sont issus du modèle ¼ de véhicule à 3 degrés de liberté tel que présenté à la *Figure A1.5*.

- Les entrées :

$$\underline{u} = \begin{matrix} u_1 = f_0(t) : \text{sollicitation conducteur(perturbation)} \\ u_2 = z_0(t) : \text{élongation du profil routier (perturbation)} \end{matrix}$$

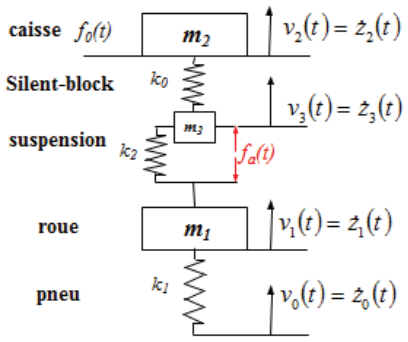


Figure A1.5 - Etude de l'amortissement dans un modèle ¼ de véhicule

L'étude de l'influence de l'amortissement à la fréquence de caisse permet de considérer que la roue suit parfaitement la route et donc le modèle de la *Figure A1.5* se simplifie par celui de la *Figure A1.6*.

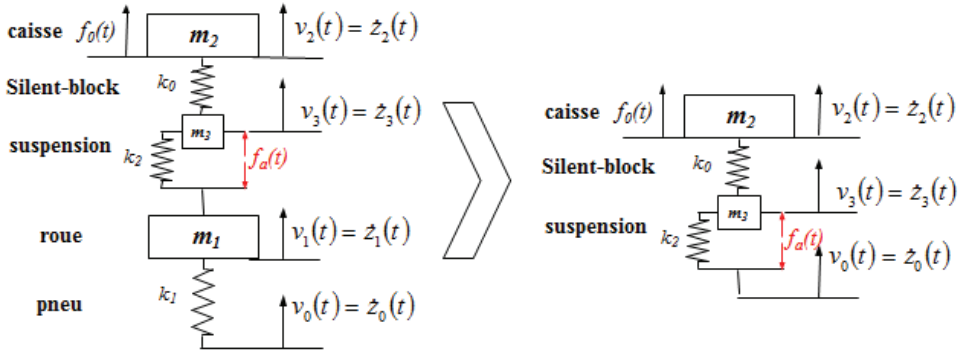


Figure A1.6 - Modèle utilisé pour l'étude de l'amortissement dans un modèle ¼ de véhicule à la fréquence de caisse

L'étude de l'influence de l'amortissement à la fréquence de roue permet de considérer que la caisse est bloquée et donc le modèle de la *Figure A1.5* se simplifie par celui de la *Figure A1.7*.

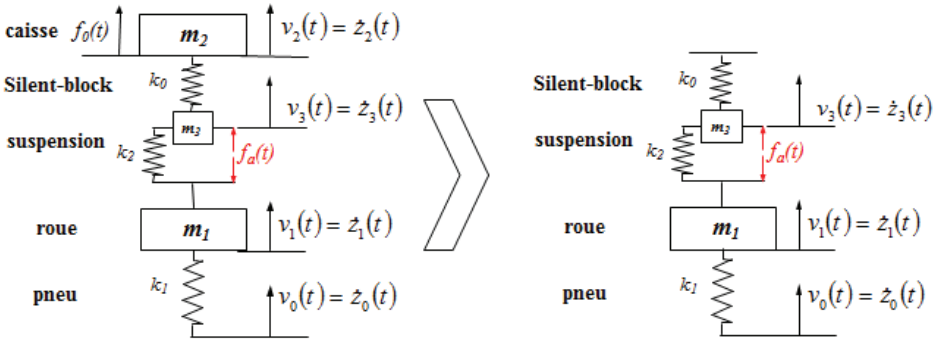


Figure A1.7 - Modèle utilisé pour l'étude de l'amortissement dans un modèle ¼ de véhicule à la fréquence de roue

Pour chaque type de sollicitation le modèle le plus adapté est simulé. Deux modèles de structure identiques tournent en parallèle (*Figure A1.8*) :

- un avec la loi d'amortissement linéaire symétrique ;
- un avec la loi d'amortissement dissymétrique.

La loi dissymétrique utilisé lors de ces simulations et celle présente sur véhicule (*Figure A1.4*), pour laquelle l'effort en détente et plus important que l'effort en compression.

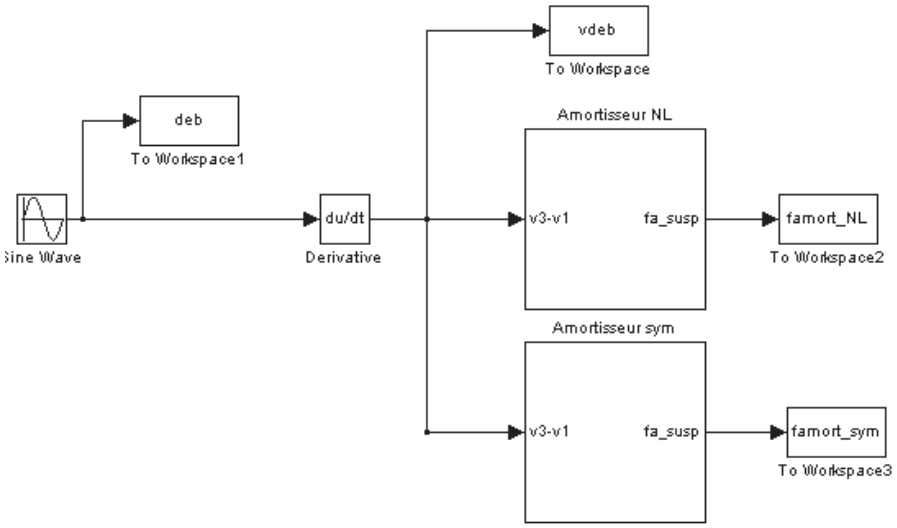


Figure A1.8 - Modèle de simulation pour comparaison de l'influence de la dissymétrie de la loi d'amortissement par rapport à une loi symétrique

Modèle bicyclette : étude du comportement et du confort vertical

Pour l'étude du comportement, le modèle le plus simple est le modèle bicyclette. Il permet l'étude du lacet et du freinage et permet un modélisation fine de la suspension comme le montre la *Figure A1.9*. Ce modèle est également utilisé pour l'étude du confort vertical. Afin de pousser l'étude un peu plus loin, la dissymétrie attaque/détente est exploitée pour

différentes valeurs allant de 10/90% pour la répartition attaque/détente jusqu'à 90/10%. Chacune des lois d'amortisseur ainsi définie ont une aire sous la courbe *effort=f(vitesse de débattement*) égale, ce n'est que la répartition qui change entre l'attaque et la détente. C'est pourquoi il s'agit bien de pourcentage.

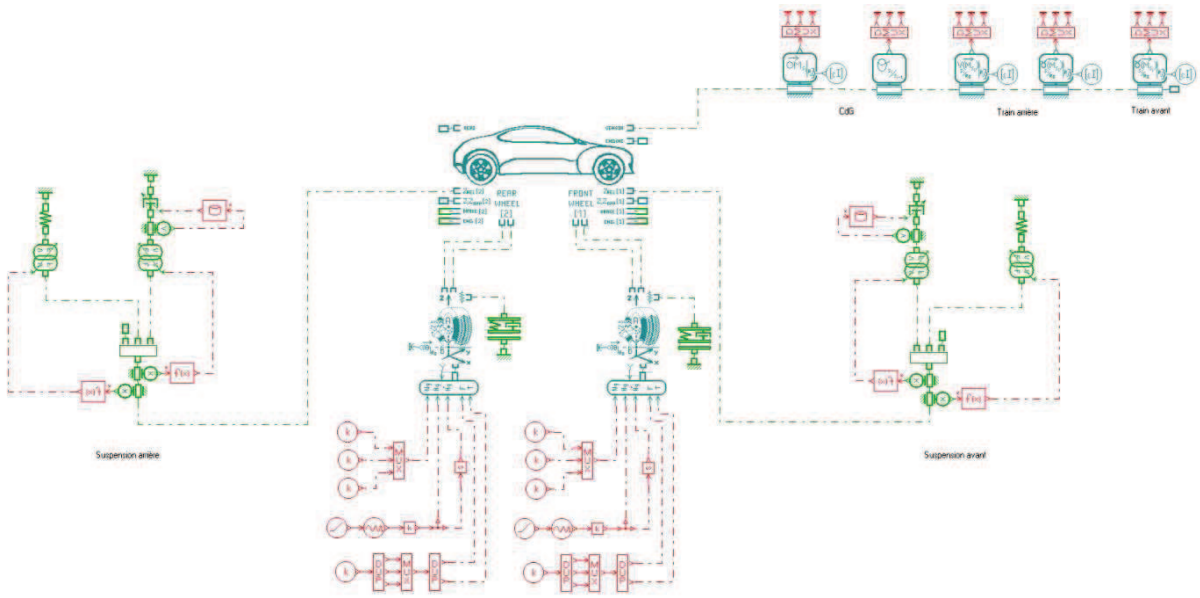


Figure A1.9 - Modèle de simulation pour l'étude du comportement

CONFORT VERTICAL

Sollicitation à la fréquence de caisse

Le confort vertical basses fréquences, aussi connue sous le nom de confort vertical de suspension ou encore confort B.F., fait référence au confort ressenti lorsque les suspensions du véhicule débattent de manière significative. Le domaine où la suspension (système ressort/amortisseur) amplifie ou isole la caisse des excitations de la route est généralement situé dans la bande de fréquences comprises entre 0 et 5-6Hz, d'où l'appellation basses fréquences. Subjectivement, le ressenti provient de l'amplitude et de la vitesse des mouvements de caisse dues aux débattements des suspensions.

La première simulation consiste à solliciter le véhicule par une entrée route à la fréquence de caisse avec une amplitude 15mm comme présenté sur la *Figure A1.10*. Pour ce type de sollicitation il n'y a pas de différence notable entre les résultats obtenus avec un amortisseur symétrique en attaque et en détente et un amortisseur dissymétrique. En s'intéressant de plus près aux résultats issus des simulations avec la loi non linéaire dissymétrique (*Figure A1.11*), il apparaît que pour une telle sollicitation les vitesses de débattement sont tellement faibles +/-0,07m/s que seul le début de la loi d'amortisseur agit. Or du fait du trou de fuite, il n'y a pas énormément de différence dans cette plage de fonctionnement entre la loi symétrique et la loi dissymétrique. Bien sûr si le trou de fuite était plus petit, alors la dissymétrie interviendrait plus tôt et sans doute que la différence entre les deux lois serait plus notable.

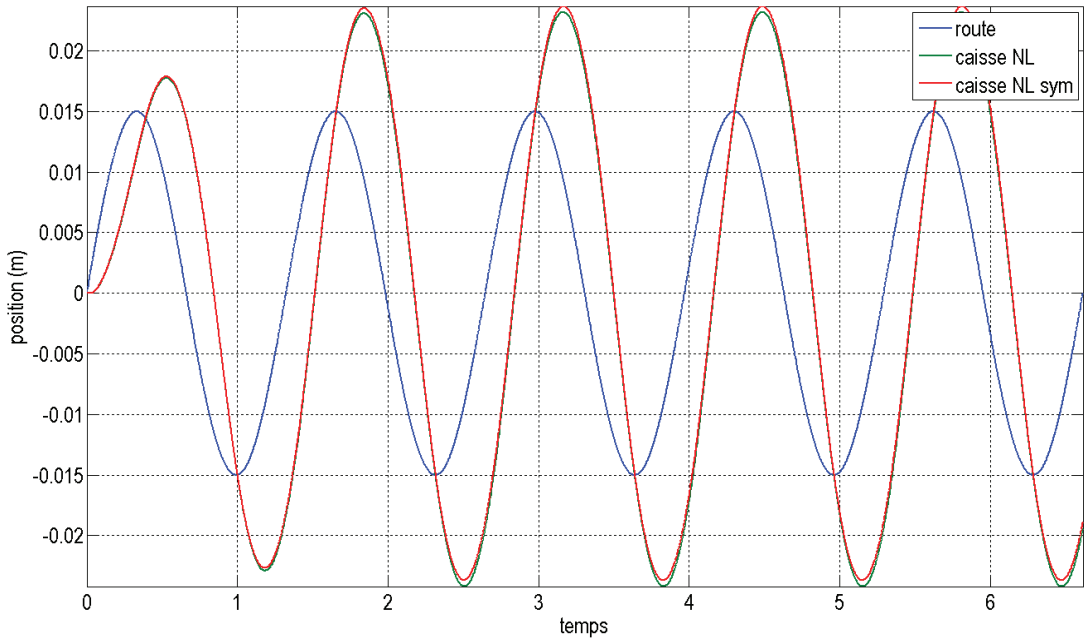


Figure A1.10 - Comparaison de l'évolution de la position du centre de gravité issu de simulation d'un modèle ¼ de véhicule pour une sollicitation d'entrée à la fréquence de caisse et d'amplitude 15mm obtenue avec une loi d'amortisseur non linéaire symétrique et avec une loi non linéaire dissymétrique

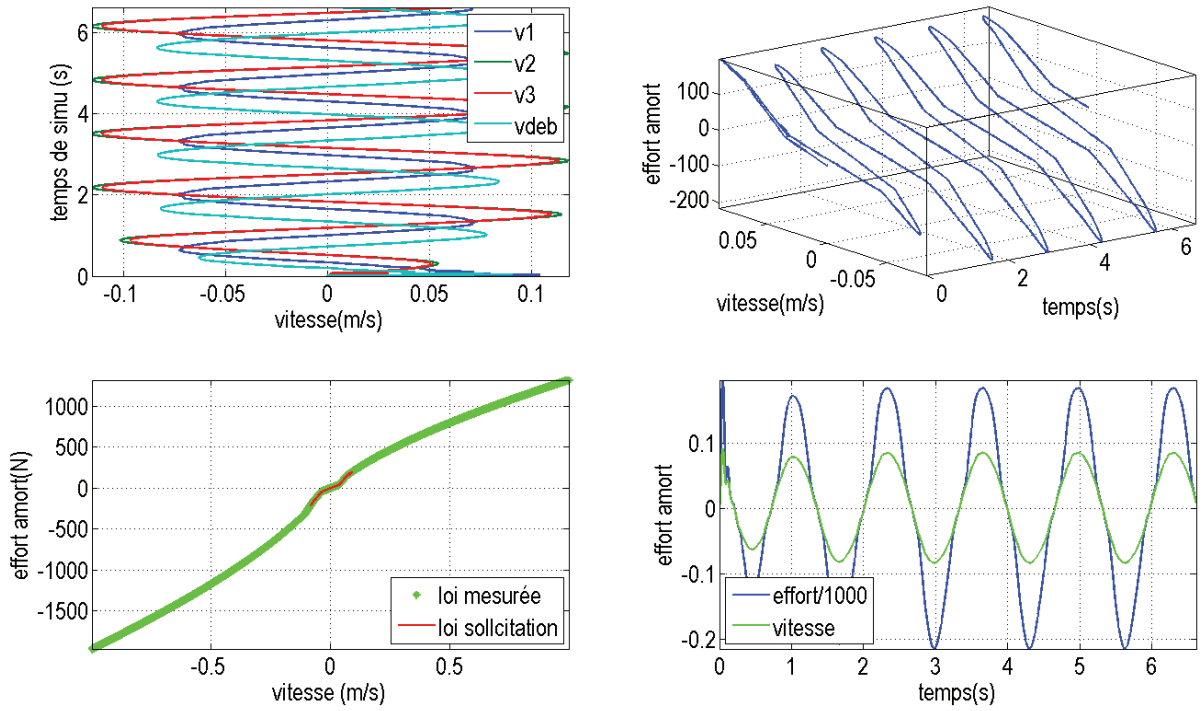


Figure A1.11 - Résultats de simulation d'un modèle ¼ de véhicule pour une sollicitation d'entrée à la fréquence de caisse et d'amplitude 15mm obtenus avec une loi d'amortisseur dissymétrique

Le modèle bicyclette à sept dégrées de liberté (représentation courante de la moitié du véhicule) permet d'obtenir des résultats plus représentatifs d'un véhicule réel du fait du couplage avant/arrière.

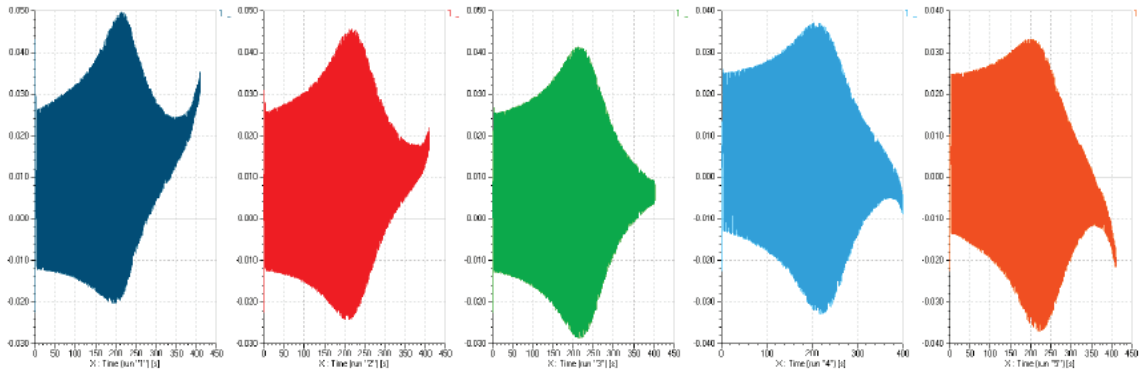


Figure A1.12 - Positions du centre de gravité issues de simulations avec un modèle bicyclette pour une sollicitation de fréquence allant de 0 à 5Hz et d'amplitude 15mm avec une répartition attaque/détente de 90%/10% (bleu foncé), 70%/30% (rouge), 50%/50% (vert),30%/70% (cyan), 10%/90% (orange)

Il apparaît que plus l'amortissement est important en détente, plus la position du centre gravité en *z* à tendance à s'abaisser. De la même manière, si l'amortissement est essentiellement fait par la compression, la position du centre gravité augmente au fil du temps. Dans le cas d'une dissymétrie sur la loi d'amortisseur réaliste (C5) avec une répartition plus importante en détente qu'en attaque, le même phénomène sur la position du centre de gravité se retrouve (*Figure A1.11*).

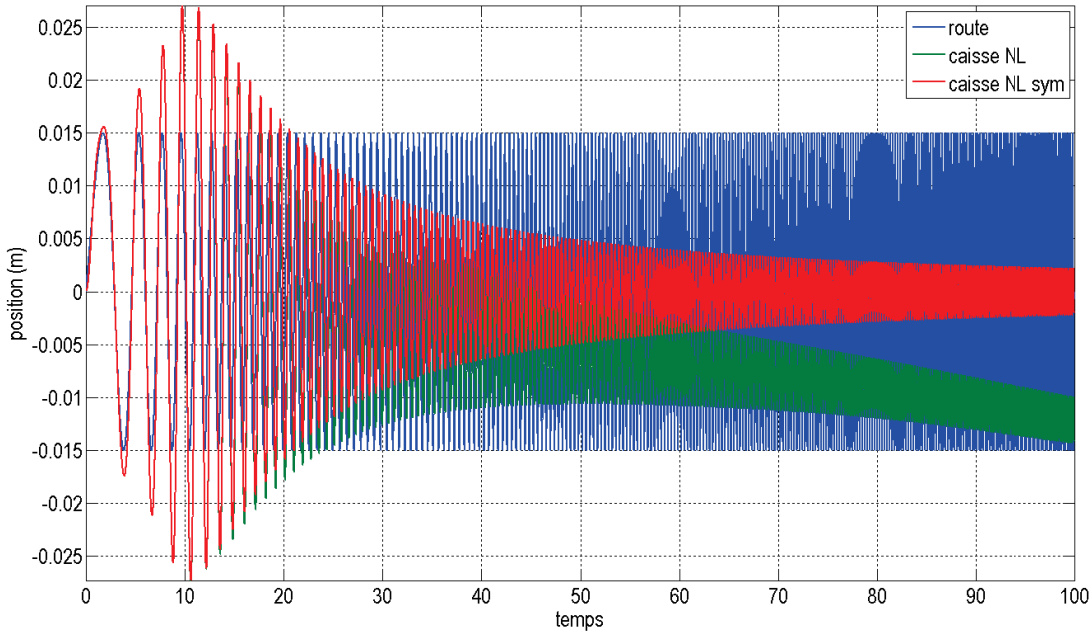


Figure A1.13 - Comparaison de l'évolution de la position du centre de gravité entre une loi d'amortisseur symétrique et la loi réelle dissymétrique pour une sollicitation d'entrée de fréquence évoluant linéairement en fonction du temps entre 0 et 5Hz d'amplitude 15mm

Bien sûr, ce type de sollicitation se rencontre rarement sur route ouverte, néanmoins cela correspond aux essais réalisés lors de caractérisation sur banc 4 vérins. La loi d'amortissement est donc utilisée jusqu'à des vitesses de debattement de 0,5m/s (*Figure A1.14*).

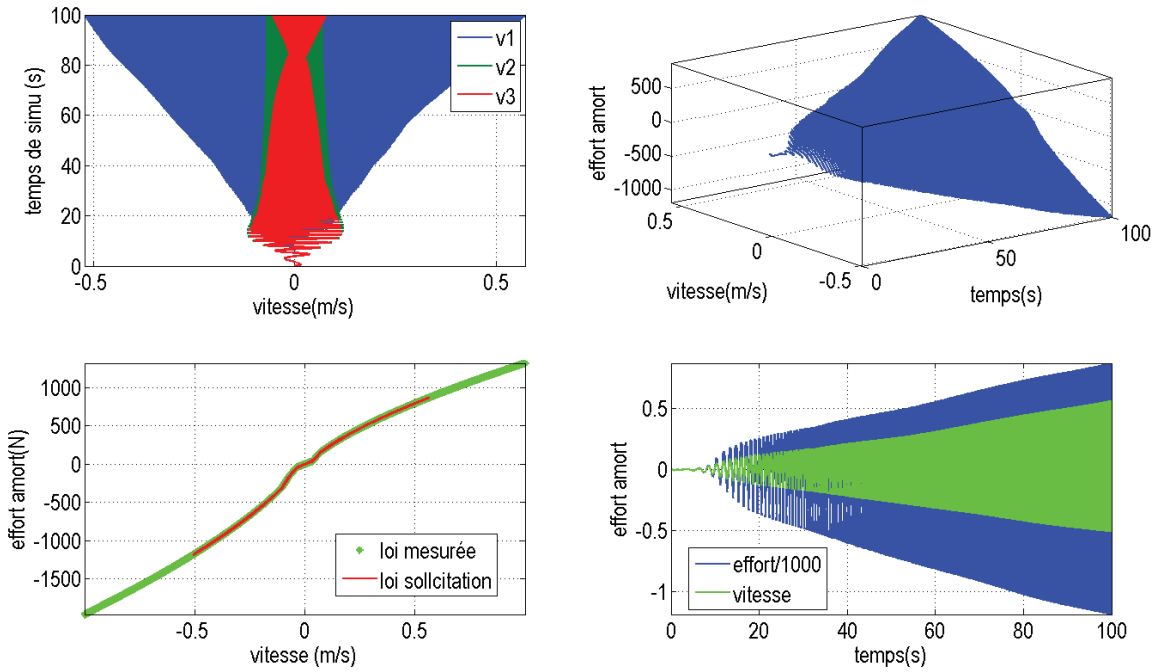


Figure A1.14 - Résultats de simulation pour une suspension avec une loi d'amortisseur non linéaire dissymétrique, pour une sollicitation d'entrée de fréquence évoluant linéairement en fonction du temps entre 0 et 5Hz d'amplitude 15mm

Sollicitation à la fréquence de roue

Le confort vertical hautes fréquences, fait référence à la bande de fréquences comprises entre 10 et 40Hz. Dans cette zone de fréquence, la roue amplifie les sollicitations route et peut donc les transmettre à la caisse.

La première simulation consiste à solliciter le véhicule par une entrée route à la fréquence de roue avec une amplitude de 1mm (*Figure A1.15*). Pour ce type de sollicitation, il y a une différence notable entre les résultats obtenus avec un amortisseur symétrique en attaque et en détente, et un amortisseur dissymétrique. En effet, l'amortisseur dissymétrique, avec une répartition plus importante en detente qu'en attaque, modifie sensiblement la valeur statique de la position du centre de gravité. Comme remarqué pour les basses fréquences, la caisse a tendance à descendre. En s'intéressant de plus près aux résultats issus des simulations avec la loi non linéaire dissymétrique (*Figure A1.16*), il apparaît que pour une telle sollicitation les vitesses de débattement sont suffisamment importantes +/-0,1m/s pour visualiser une différence. Bien sur ces résultats ne sont pas représentatifs de la réalité sur véhicule du fait de la non présence de frottement, de raideurs parasites, de butée… dans le modèle ¼ de véhicule utilisé pour la simulation. Néanmoins, ils permettent de mettre en evidence l'influence de la dissymétrisation des lois d'amortisseur.

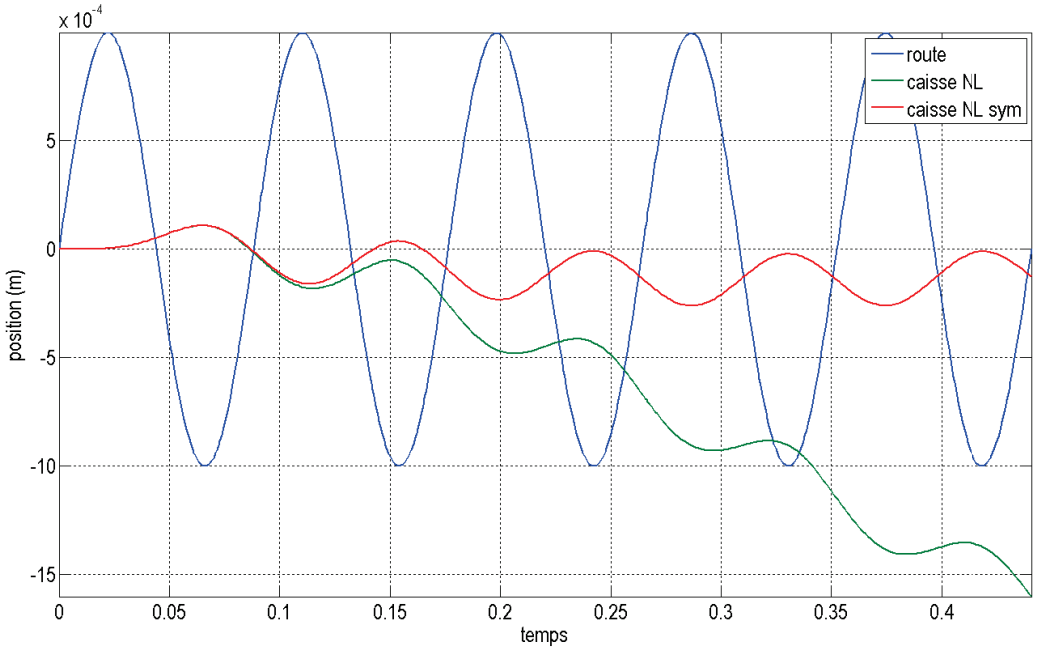


Figure A1.15 - Comparaison de l'évolution de la position du centre de gravité issu de simulation d'un modèle ¼ de véhicule pour une sollicitation d'entrée à la fréquence de roue et d'amplitude 1mm pour une loi d'amortisseur non linéaire symétrique et une loi non linéaire dissymétrique

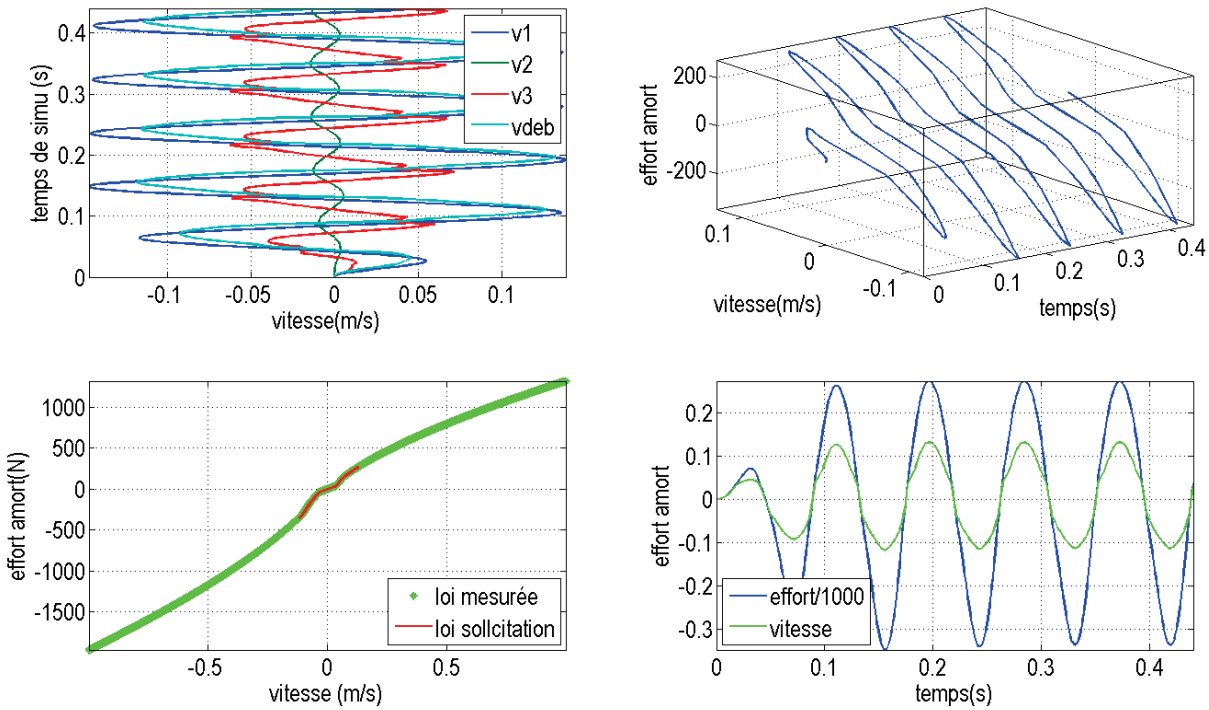


Figure A1.16 - Résultats de simulation sur un modèle ¼ de véhicule pour une sollicitation d'entrée à la fréquence de roue et d'amplitude 1mm pour une loi d'amortisseur dissymétrique

De la même manière que pour la caisse, des simulations type banc 4 vérins sont effectuées. Elles consistent à solliciter la véhicule avec un sinus d'amplitude variable proportionnel au temps entre 0 et 30Hz et d'amplitude 1mm. Il apparaît que, plus l'amortissement est important en détente, plus la position du centre gravité en *z* à tendance à s'abaisser jusqu'au temps 40s qui correspond à une fréquence de 12Hz (la fréquence de roue) avant de remonter pour retrouver sa position d'origine à 18Hz environ. La *Figure A1.17* présente les positions de la roue et de l'appui supérieur pour cette même sollicitation. La loi d'amortissement est utilisée jusqu'à des vitesses de debattement d'environ 0,15m/s (*Figure A1.19*).

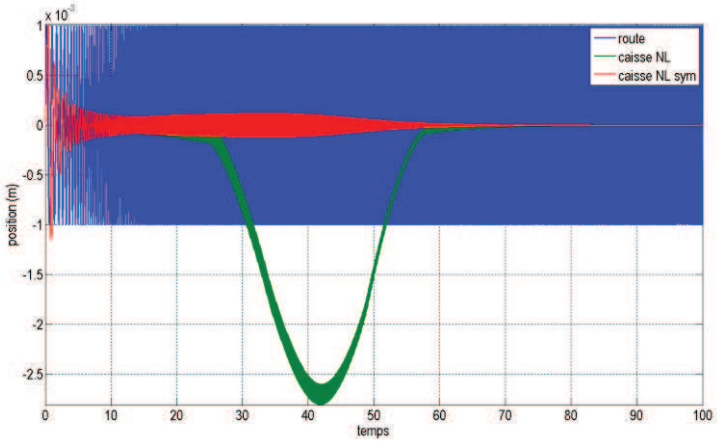


Figure A1.17 - Comparaison de l'évolution de la position du centre de gravité entre une loi d'amortisseur symétrique et la loi réelle dissymétrique pour une sollicitation d'entrée de fréquence évoluant linéairement en fonction du temps entre 0 et 30Hz d'amplitude 1mm

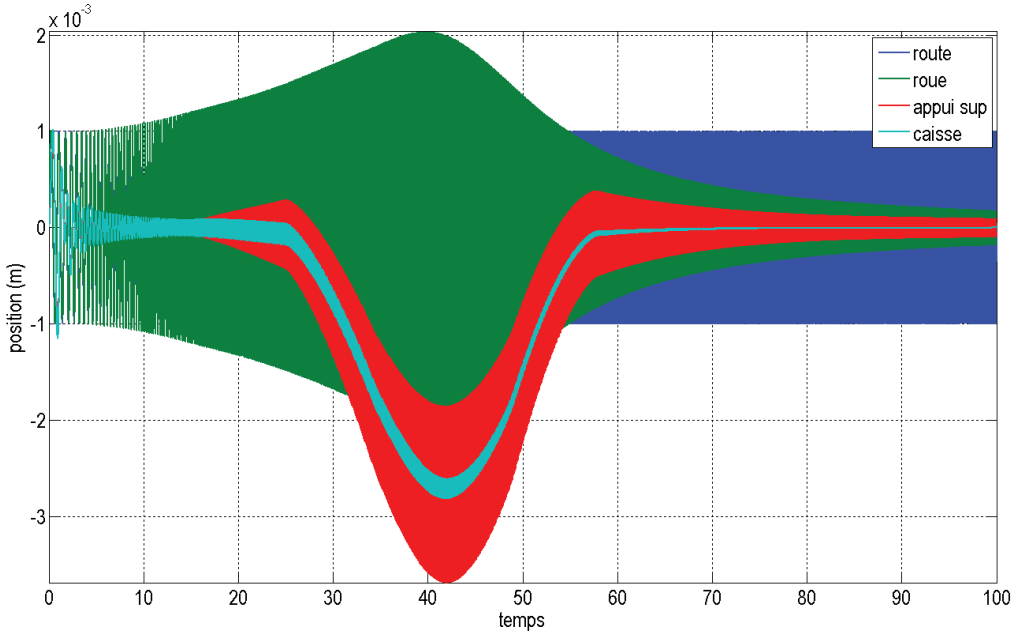


Figure A1.18 - Comparaison de l'évolution de la position des différentes masses pour une loi d'amortisseur non linéaire dissymétrique sur une sollicitation d'entrée de fréquence évoluant linéairement en fonction du temps entre 0 et 30Hz d'amplitude 1mm

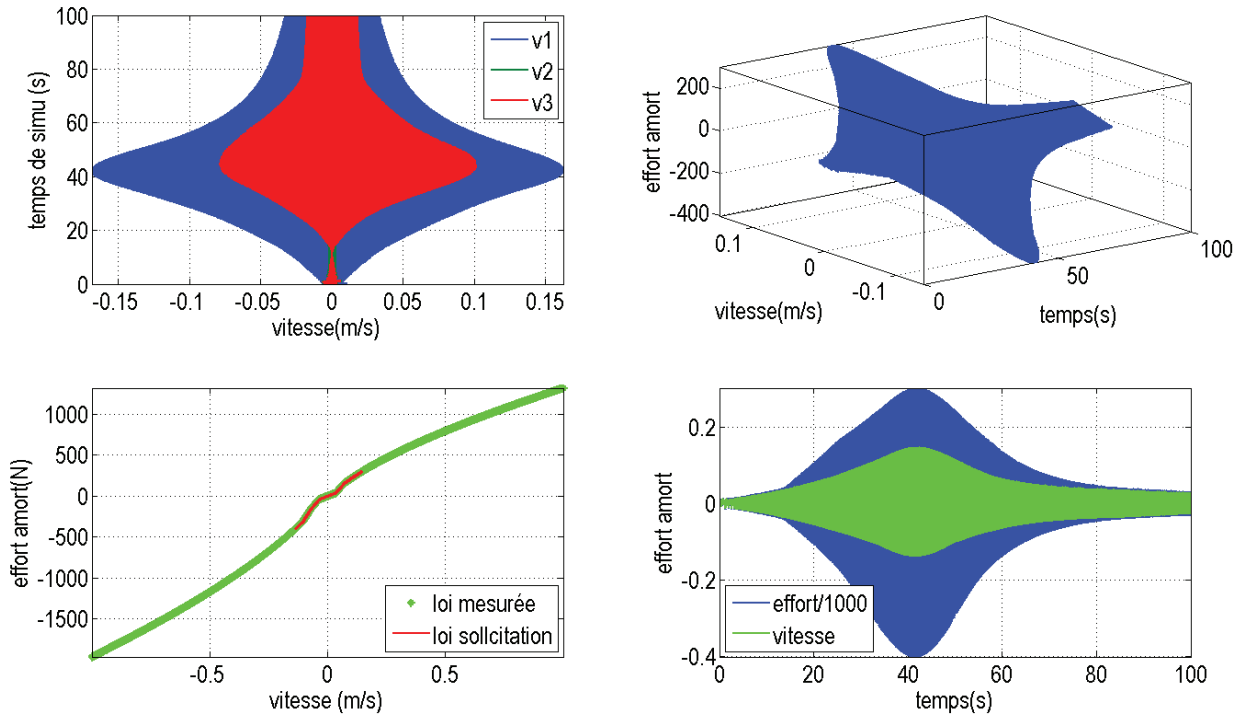


Figure A1.19 - Résultats de simulation pour une suspension avec une loi d'amortisseur non linéaire dissymétrique pour une sollicitation d'entrée de fréquence évoluant linéairement en fonction du temps entre 0 et 30Hz d'amplitude 1mm

Obstacles Isolé

Dans le cadre de simulations d'obstacles isolés, il est nécessaire de modéliser un obstacle réaliste, c'est-à-dire avec une dérivée pas trop important. Un tel obstacle est défini par la *Figure A1.20*.

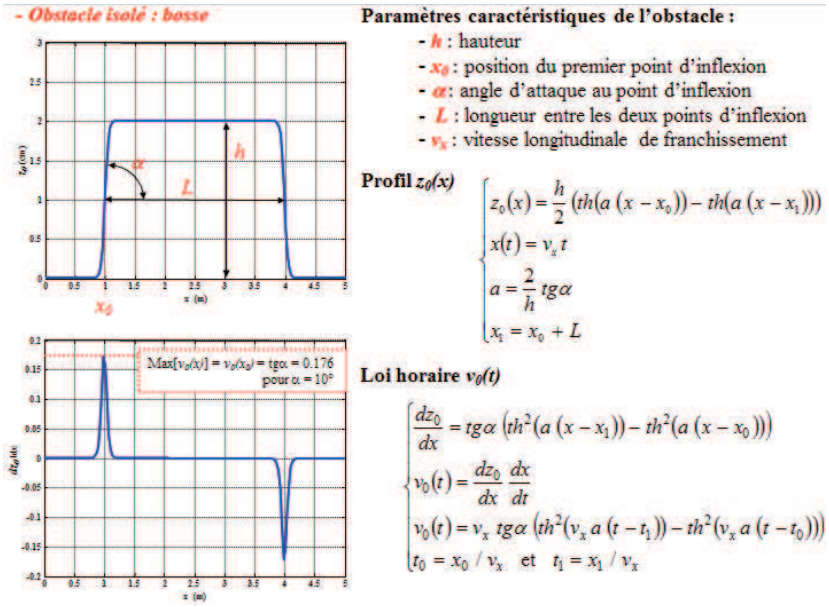
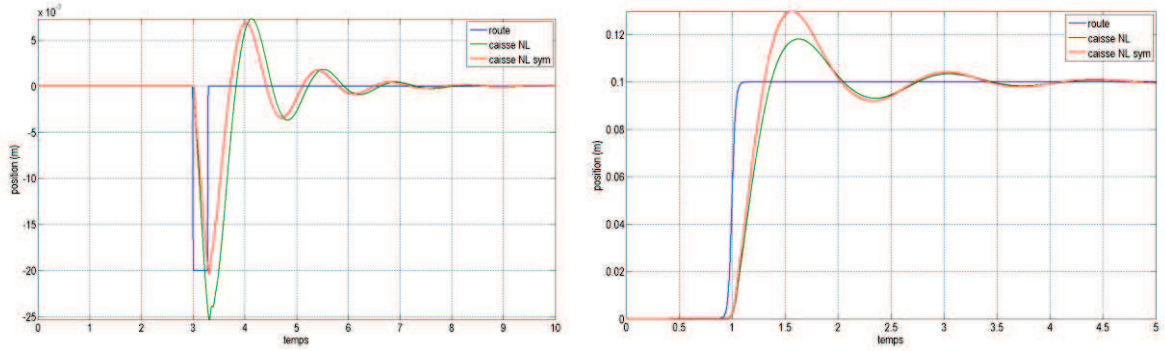


Figure A1.20 - Définition numérique d'un obstacle isolé

En utilisant la définition de l'obstacle isolé décrite par la Figure A1.*20*, il est ainsi possible de simuler un nid de poule d'amplitude 2cm et un trottoir d'amplitude 10cm (Figure A1.*21*). La loi dissymétrique avec une répartition des efforts plus importante en détente qu'en attaque permet de limiter l'amplitude de la caisse sur la montée d'un trottoir, mais augmente la compression sur le nid de poule. En effet, les phénomènes de nid de poule et de montée de trottoir ne font pas appel à l'amortisseur de la même manière. Prenons tout d'abord le nid de poule : la roue tombe d'abord dans le nid de poule (détente de suspension), puis très rapidement la caisse suit (compression). Or en compression, l'amortissement est moins important avec la loi dissymétrique qu'avec la loi symétrique ce qui explique que la caisse descende plus et plus vite avec l'amortisseur dissymétrique. A contrario, dans le cas du trottoir : la roue monte d'abord très rapidement vers la caisse (car compression moins tenue avec la loi dissymétrique qu'avec la loi symétrique), mais après c'est la caisse qui doit suivre, s'élever à son tour (par conséquent détendre la suspension. Dans ce cas, l'effort de suspension est plus important avec la loi dissymétrique qu'avec la loi symétrique, ne permettant donc pas à la caisse de monter.



(a) (b)

Figure A1.21 - Comparaison de l'influence d'une loi dissymétrique par rapport à une loi symétrique pour des obstacles isolés type nid de poule (a) et trottoir (b)

Sur ces types d'obstacle, la loi *effort de suspension=f(vitesse de débattement)* est utilisée dans son intégralité comme le montre la *Figure A1.22* illustrant les résultats de simulation pour le passage du nid de poule et la pour le passage du trottoir.

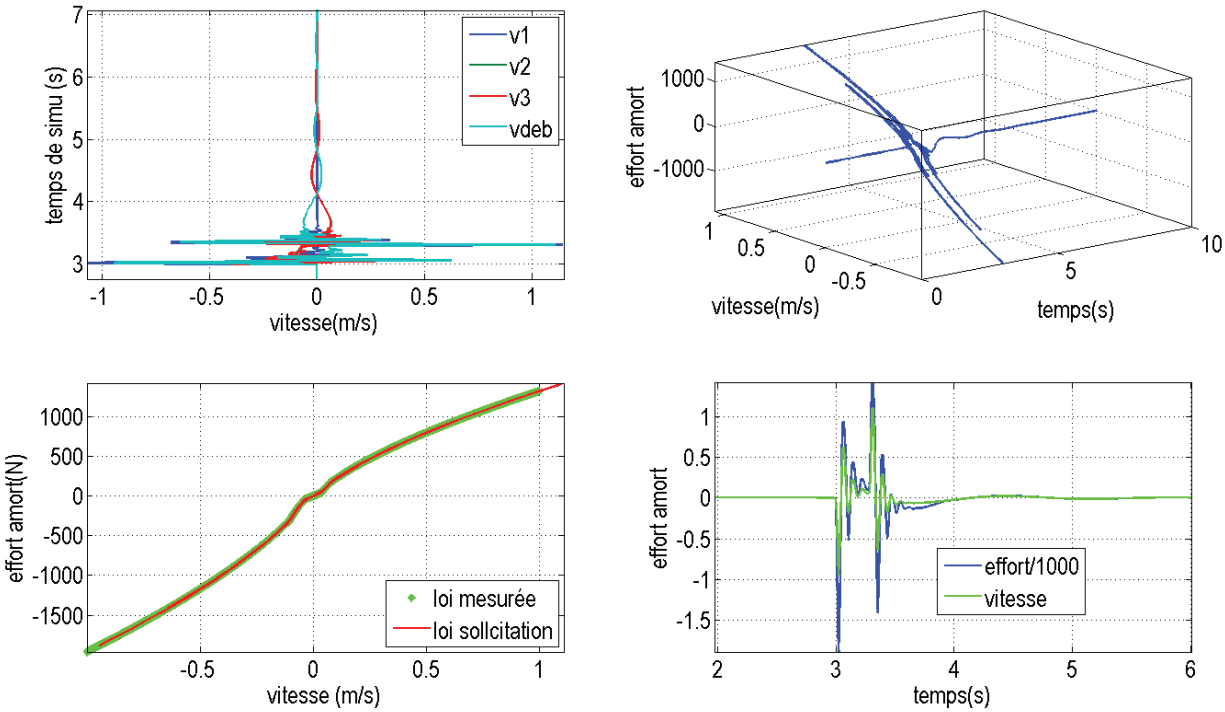


Figure A1.22 - Résultats de simulation pour le passage d'un nid de poule de 2cm

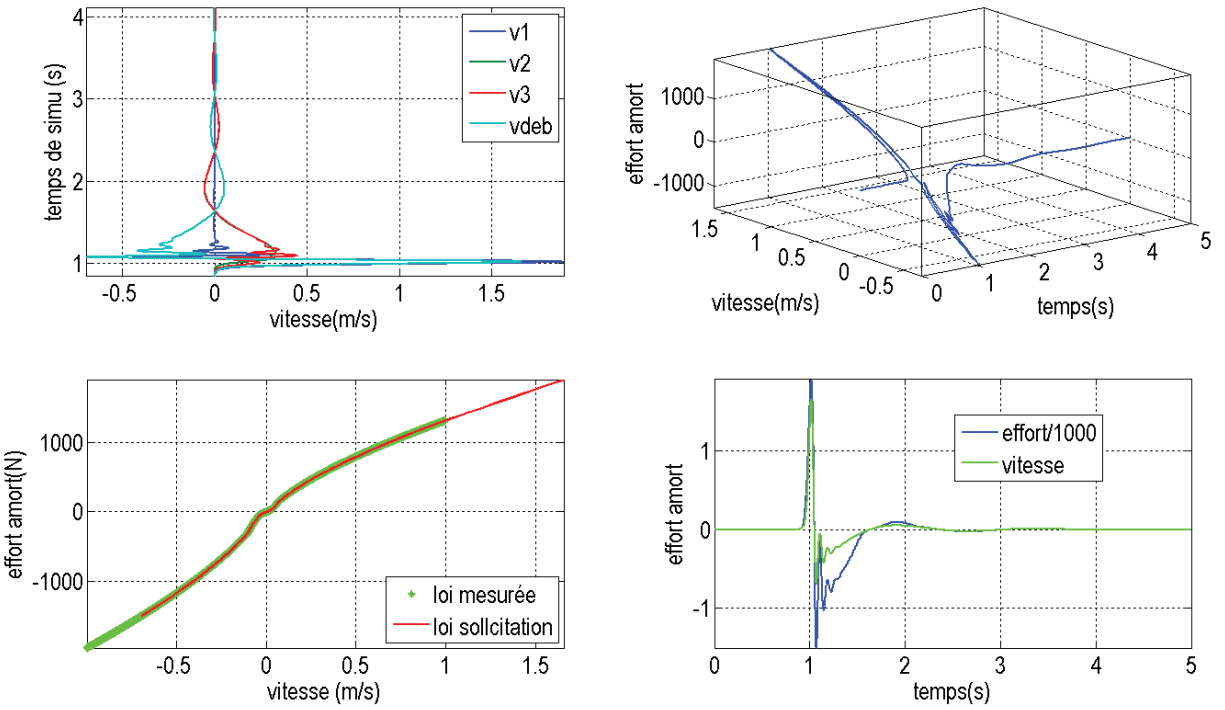


Figure A1.23 - Résultats de simulation pour la montée sur un trottoir de 10cm

VIRAGE

Levé de pied en courbe

On s'intéresse au comportement de la voiture au levé de pied en courbe quand elle est inscrite en virage sur un rayon de cent mètres. On réalise l'essai pour différentes accélérations transversales (0,7g, 0,8g, 0,9g), jusqu'à la limite des possibilités du véhicule à se maintenir sur la trajectoire en régime stabilisé. On mesure la dérive arrière maximale, le temps nécessaire pour la mise en dérive ainsi que la dérive arrière stabilisée.

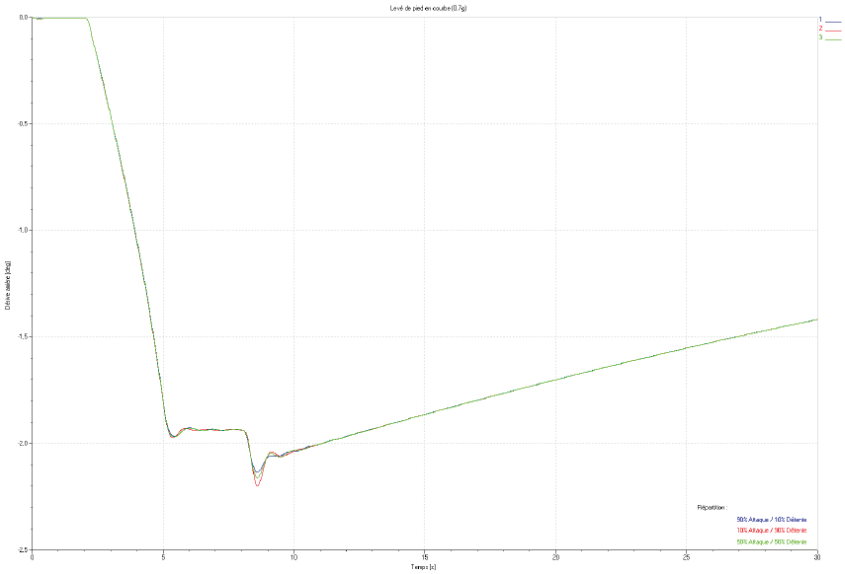


Figure A1.24 – Dérive arrière en levé de pied en courbe avec une accélération latérale de 0,7g pour une répartition attaque/détente de la loi d'amortissement 90%/10% (bleu), 50%/50% (vert) et 10% /90% (rouge)

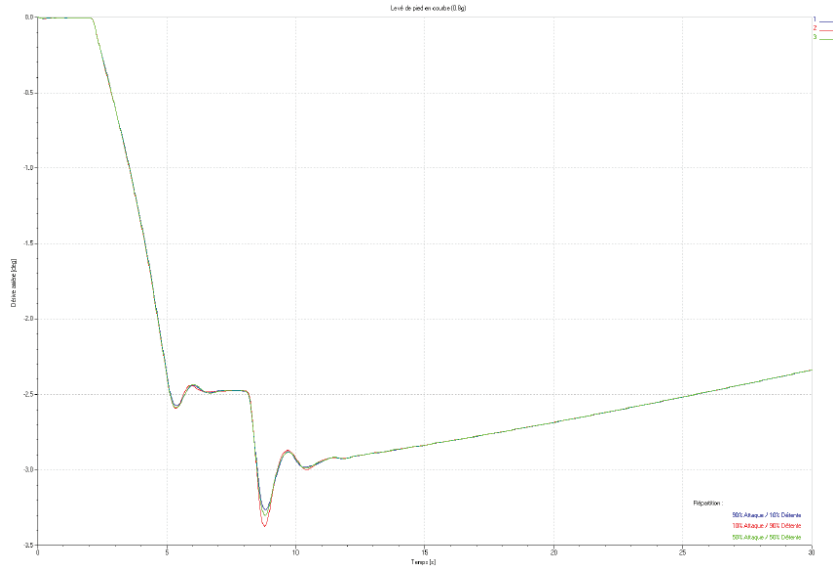


Figure A1.25 – Dérive arrière en levé de pied en courbe avec une accélération latérale de 0,8g pour une répartition attaque/détente de la loi d'amortissement 90%/10% (bleu), 50%/50% (vert) et 10% /90% (rouge)

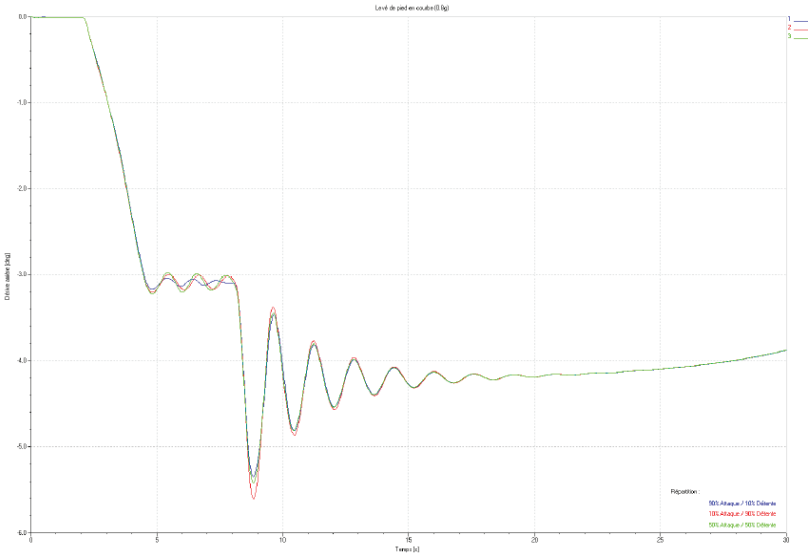


Figure A1.26 – Dérive arrière en levé de pied en courbe avec une accélération latérale de 0,9g pour une répartition attaque/détente de la loi d'amortissement 90%/10% (bleu), 50%/50% (vert) et 10% /90% (rouge)

Répartition attaque/détente	Accélération latérale	50% /50%	90% /10%	10% /90%
Dérive arrière maximale	0,7g	2,168°	2,135°	2,198°
	0,8g	3,29°	3,26°	3,38°
	0,9g	5,415°	5,38°	5,61°
Temps de mise en dérive	0,7g	0,60s	0,55s	0,60s
	0,8g	0,77s	0,79s	0,75s
	0,9g	0,82s	0,83s	0,82s
Dérive arrière stabilisée	0,7g	1,94°	1,94°	1,94°
	0,8g	2,50°	2,49°	2,47°
	0,9g	3,08°	3,10°	3,05°

Tableau 1 - Récapitulatif des résultats en levé de pied

Calage au coup de volant

Cet essai fait partie des tests qui ont pour but d'évaluer la performance et la réaction du véhicule face aux manœuvres d'urgence. Il consiste à inscrire le véhicule en virage en appliquant un échelon volant de manière à obtenir une accélération transversale stabilisée de 0,6g. La vitesse de départ du véhicule est fixée à 100km/h. La montée de l'échelon volant doit se réaliser pour 90% de l'angle total en un temps inférieur à 0,15s. On observe les grandeurs suivantes afin d'obtenir un coefficient pondéré représentatif du calage : le retard de roulis, la vitesse moyenne de roulis et le temps mis pour atteindre la vitesse de lacet maxi. On s'intéresse en particulier au pic de la vitesse de lacet.

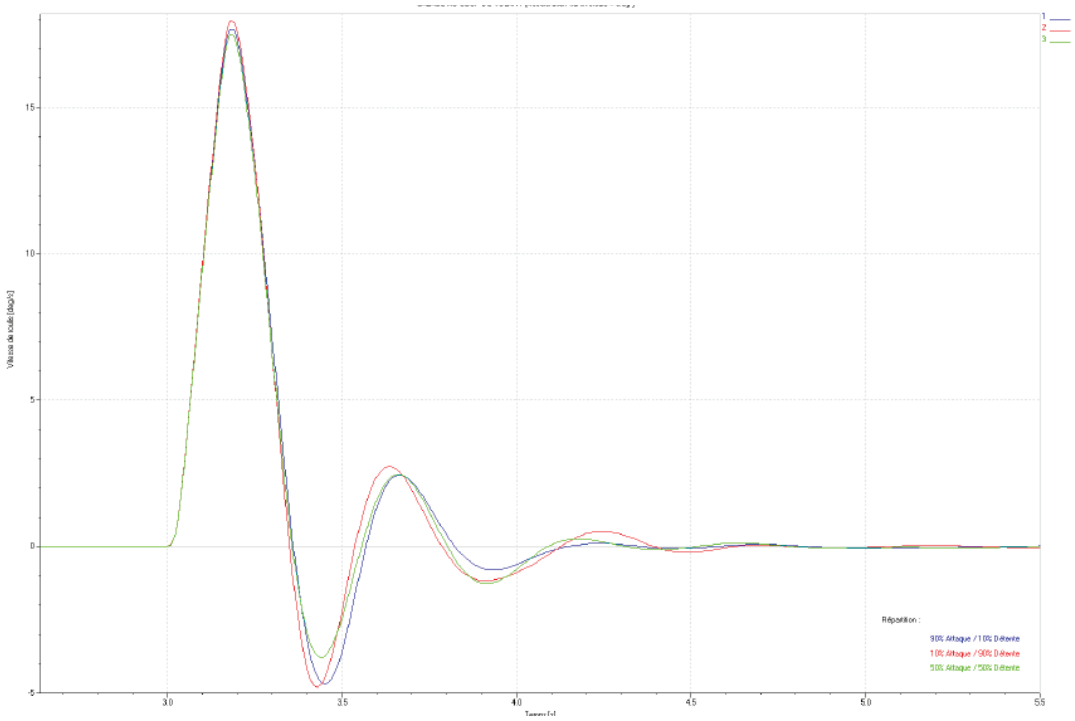


Figure A1.27 – Vitesse de roulis sur un coup de volant pour une répartition attaque/détente de la loi d'amortissement 90%/10% (bleu), 50%/50% (vert) et 10% /90% (rouge)

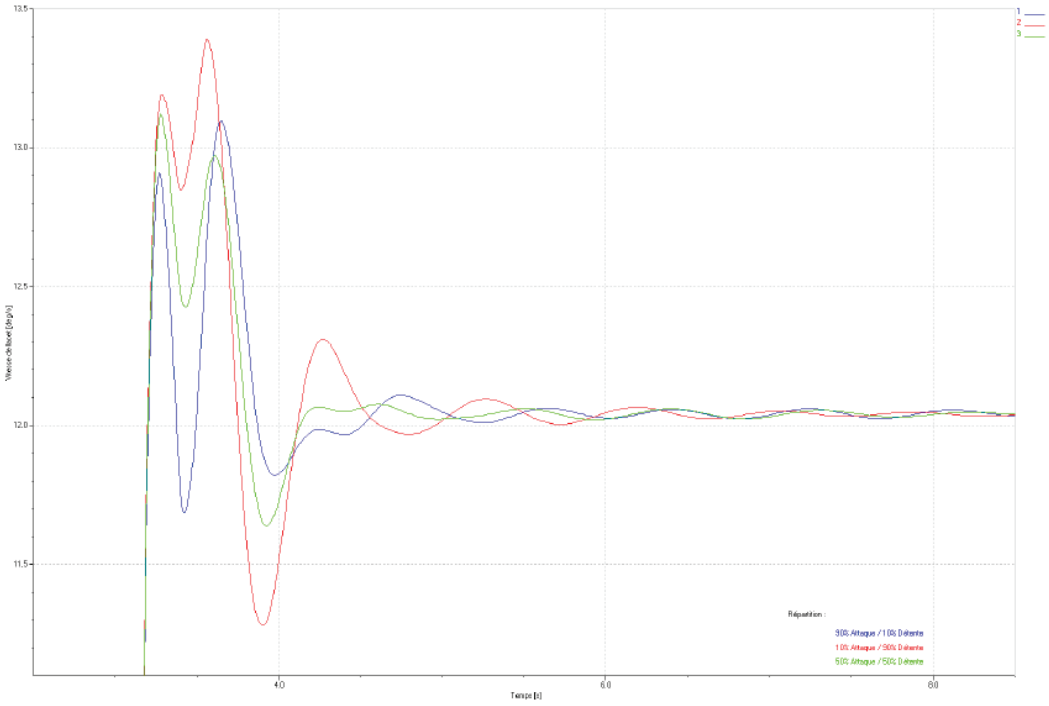


Figure A1.28 – Vitesse de lacet sur un coup de volant pour une répartition attaque/détente de la loi d'amortissement 90%/10% (bleu), 50%/50% (vert) et 10% /90% (rouge)

Répartition attaque/détente	50% /50%	90% /10%	10% /90%
Retard de roulis	-0,19s	-0,18s	-0,18s
Vitesse de Roulis maximale	17,5°/s	17,75°/s	18,0°/s
Vitesse de lacet maximale (temps mis pour l'atteindre)	13,13°/s (0,255s)	12,9°/s (0,22s)	13,2°/s (0,25s)

Tableau 2 - Récapitulatif des résultats sur un coup de volant

Essai VDA (Verband der Automobilindustrie)

Cet essai, aussi nommé test d'évitement VDA ou encore test de la baïonnette, est une épreuve de sécurité active issue des associations de consommateurs en Allemagne (Verband der AutomobilIndustrie). Le positionnement des cônes nécessaire à la définition des couloirs pour ce test est représenté dans le diagramme de la *Figure A1.29*.

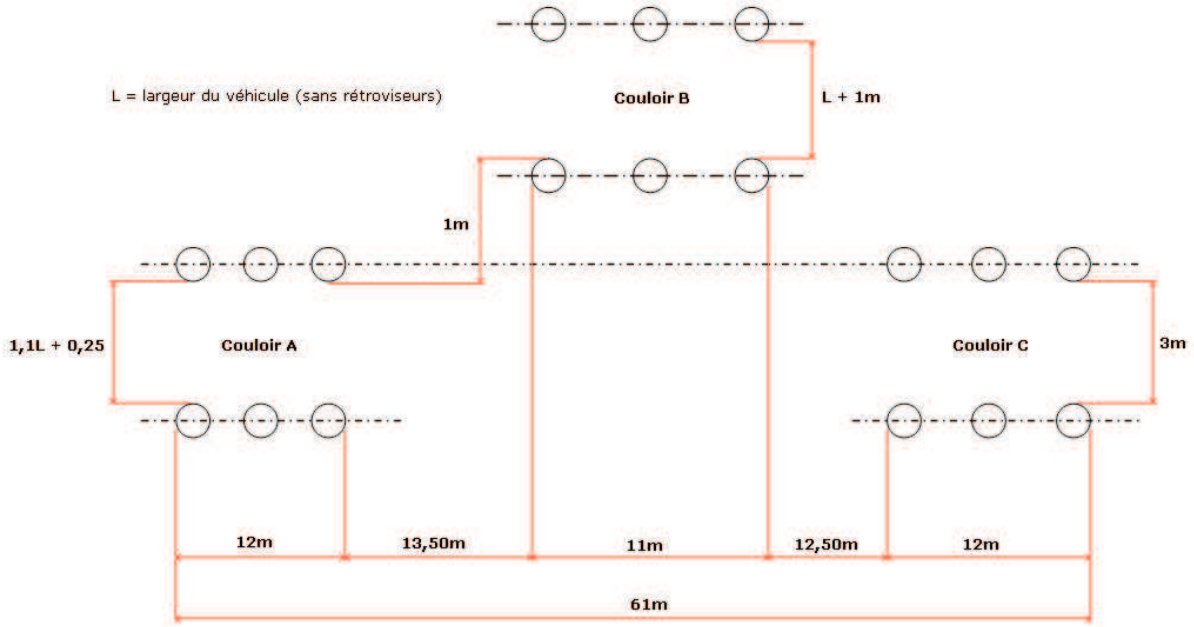


Figure A1.29 – Illustration du positionnement des cônes lors d'un test VDA

La grandeur paramétrable que l'on cherche à définir est le profil d'angle volant, laquelle est une fonction constituée des sept paramètres équivalents à sept portions de fonctions sinusoïdales définies de la manière suivante :

Condition	Fonction	Avec
$t \le t_1$	$V_{vol}(t) = 0$	
$t_1 \le t \le t_2$	$V_{vol}(t) = a_a \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{t-t_1}{t_a}\right)$	$t_1 = t_0$
$t_2 \le t \le t_3$	$V_{vol}(t) = -a_b \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{t-t_2}{t_a}\right)$	$t_2 = t_1 + \frac{t_a}{2}$
$t_3 \le t \le t_4$	$V_{vol}(t) = -a_b$	$t_3 = t_2 + \frac{t_a}{4}$
$t_4 \le t \le t_5$	$V_{vol}(t) = -a_b \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{t-t_4}{t_a}\right)$	$t_4 = t_3 + t_b$
$t_5 \le t \le t_6$	$V_{vol}(t) = a_c \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{t-t_5}{t_c}\right)$	$t_5 = t_4 + \frac{t_a}{4}$
$t_6 \le t$	$V_{vol}(t) = 0$	$t_6 = t_5 + \frac{t_c}{2}$

Le profil d'angle volant obtenu d'après ces fonctions est présenté *Figure A1.30* :

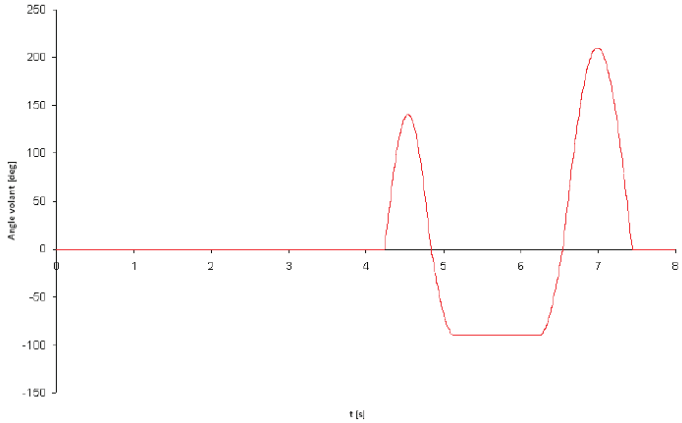
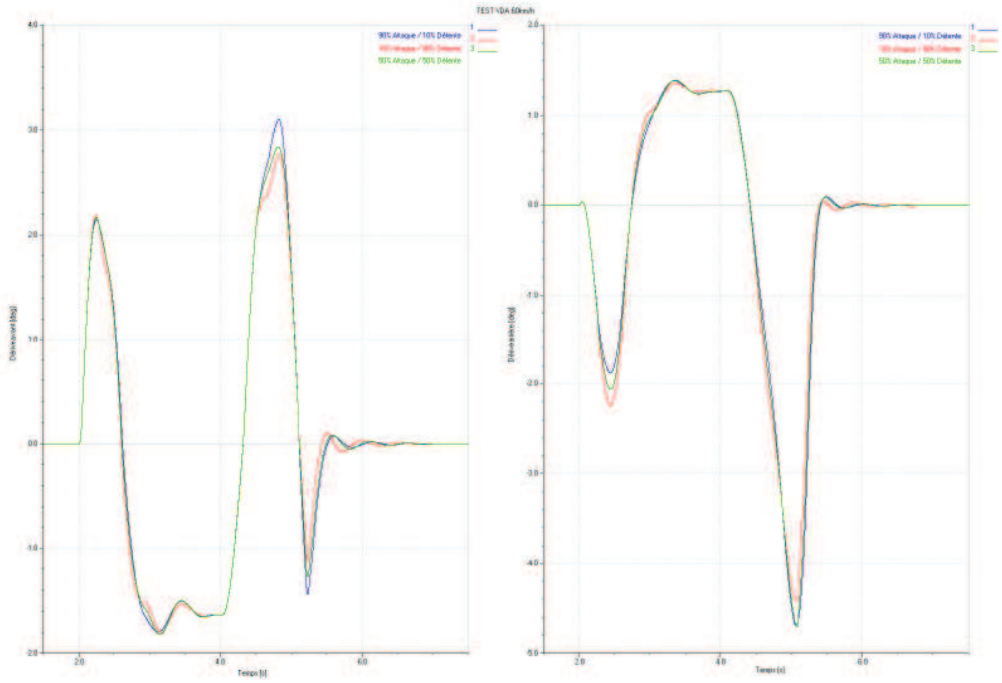


Figure A1.30 – Profil d'angle volant lors de la réalisation d'un VDA

Le véhicule doit rentrer dans le premier couloir à 55km/h (on ne dépasse pas cette vitesse à cause du domaine de validité des pneumatiques, il faut noter que le niveau de corrélation calcul/essai n'est pas parfait, mais permet quand même de classer les pneumatiques). Le rapport engagé correspond au plus élevé pour un régime minimum de 2000tr/min. Ensuite, on lève le pied à l'entrée du couloir et on enchaîne les trois couloirs sans toucher les cônes. La modélisation du levé de pied s'est faite en additionnant une décélération (définie à partir des différents résultats d'essais) à partir du premier plot. La sollicitation volant se fait en boucle ouverte. La vitesse compteur est augmentée d'un pas de 5km/h. Trois essais sont effectués pour chaque pas de vitesse. Un essai est considéré comme réussi lorsque le véhicule ne touche aucun cône et lorsque les conditions précédentes sont respectées. Le passage à un palier de vitesse supérieure est fait si au moins deux essais sur les trois sont réussis. Si cette condition n'est pas respectée, trois essais à un palier de vitesse intermédiaire seront réalisés (de 2 à 3km/h entre le précédent palier et le palier échoué). Si le palier de vitesse est passé avec succès, l'essayeur renouvelle les trois essais du palier de vitesse échoué précédemment. L'intérêt de l'essai VDA repose sur son aptitude à apprécier le comportement du véhicule en termes de sécurité active. Les différentes grandeurs caractéristiques qui permettent d'effectuer une analyse de ce comportement sont les suivantes :

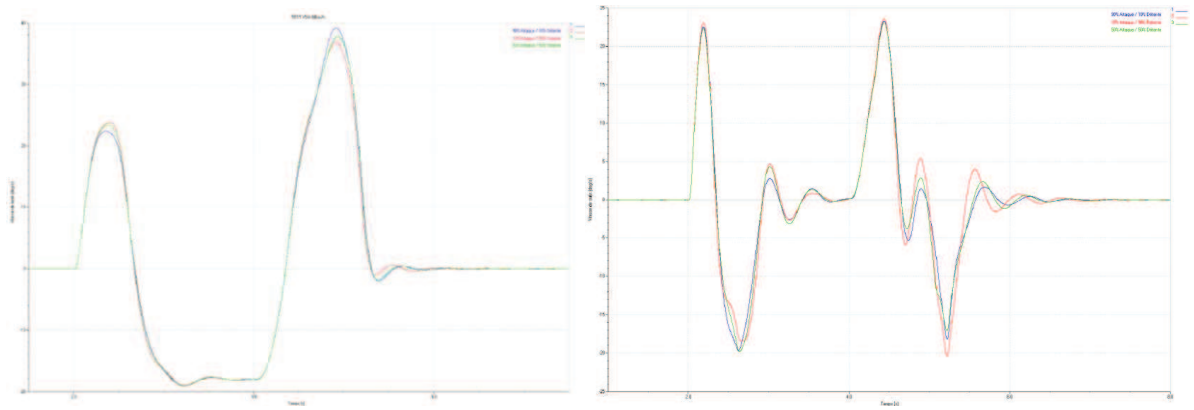
- la vitesse de passage maximum pour réussir le test : premier constat du potentiel du véhicule (relevée par les médias) ;
- le surbraquage dynamique : écart entre les maxima de dérive avant et arrière sur le deuxième coup de volant. Cet écart permet de juger l'équilibre dynamique du véhicule lors du passage dans le deuxième couloir ;

- la dérive avant : angle entre la vitesse véhicule calculée au milieu de l'axe d'essieu avant et l'angle de la roue moyenne (angle volant / démultiplication volant-roue mesurée sur le véhicule) ;
- la dérive arrière calculée au milieu de l'axe. Un graphique écart de dérive avant/arrière en fonction de la vitesse de passage permet d'observer l'évolution du comportement véhicule lorsque les sollicitations conducteur augmentent ;
- les angles de dérive avant et arrière. Dans le cas d'un véhicule neutre (même dérive avant et arrière), c'est la valeur même des dérives qui explique l'impossibilité de passer le test pour des vitesses élevées.
- les pics de vitesse de lacet permettent de caractériser la vivacité naturelle du véhicule dans ce type de manœuvre ;
- les pics de roulis et de vitesse de roulis permettent d'observer le typage du véhicule en termes de tenue de caisse ;
- les pics de vitesse volant et de couple volant peuvent mettre en évidence une direction mise en défaut par des vitesses du volant élevées.
- l'angle volant ;
- les vitesses longitudinale et transversale ;
- l'accélération transversale.



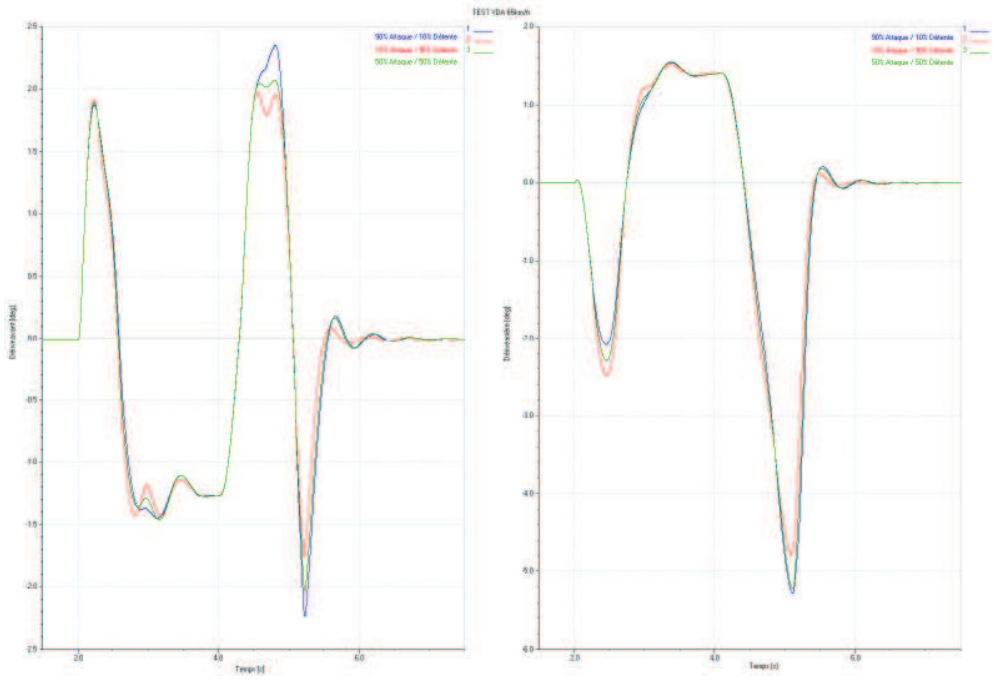
(a) *(b)*

Figure A1.31 – Dérive avant (a) et arrière (b) sur un test VDA à 60km/h pour une répartition attaque/détente de la loi d'amortissement 90%/10% (bleu), 50%/50% (vert) et 10% /90% (rouge)



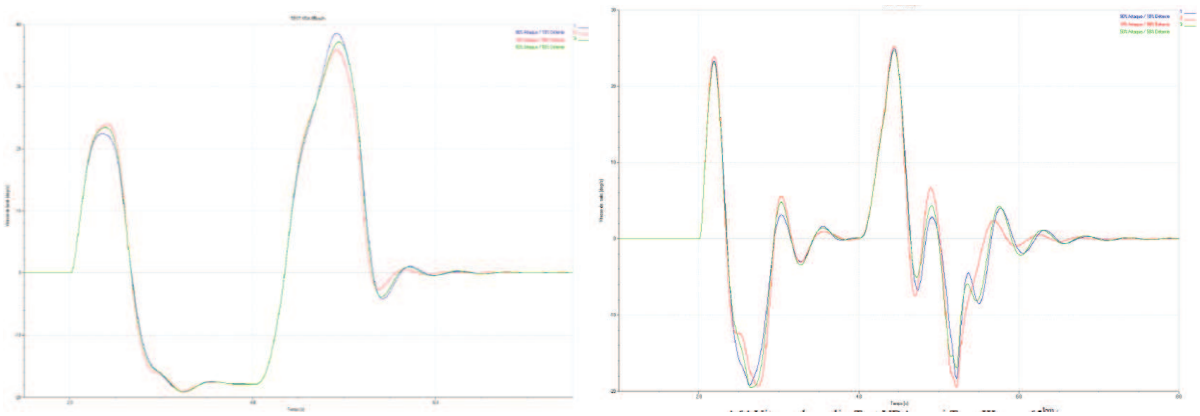
(a) (b)

Figure A1.32 – Vitesse de lacet (a) et vitesse de roulis (b) sur un test VDA à 60km/h pour une répartition attaque/détente de la loi d'amortissement 90%/10% (bleu), 50%/50% (vent) et 10% /90% (rouge)



(a) (b)

Figure A1.33 – Dérive avant (a) et arrière (b) sur un test VDA à 65km/h pour une répartition attaque/détente de la loi d'amortissement 90%/10% (bleu), 50%/50% (vent) et 10% /90% (rouge)



(a) (b)

Figure A1.34 – Vitesse de lacet (a) et vitesse de roulis (b) sur un test VDA à 65km/h pour une répartition attaque/détente de la loi d'amortissement 90%/10% (bleu), 50%/50% (vert) et 10% /90% (rouge)

Répartition attaque/détente	Accélération latérale	50% /50%		90% /10%		10% /90%	
		Avant	Arrière	Avant	Arrière	Avant	Arrière
Dérive au 2ème pic (temps)	60km/h	1,835° (2,2s)	1,39° (3,15s)	1,8° (2,1s)	1,4° (3,15s)	1,8° (2,3s)	1,38° (3,2s)
	65km/h	1,35° (2,85s)	1,58° (3,25s)	1,45° (2,75s)	1,58° (3,25s)	1,4° (2,95s)	1,56° (3,25s)
Vitesse de lacet au 3ème pic	60km/h	38°/s (4,75s)		39°/s (4,8s)		37°/s (4,9s)	
	65km/h	37°/s (4,9s)		39°/s (4,8s)		36°/s (4,8s)	
Vitesse de roulis au 2ème et 3ème pic (temps)	60km/h	19,9°/s (2,6s) 23,0°/s (4,4s)		19,7°/s (2,6s) 23°/s (4,4s)		18,5°/s (2,7s) 23,2°/s (4,4s)	
	65km/h	19,5°/s (2,65s) 24,8°/s (4,4s)		19,1°/s (2,6s) 24,9°/s (4,4s)		19,3°/s (2,7s) 25,0°/s (4,4s)	

Tableau 3 - Récapitulatif des résultats en VDA

FREINAGE

Freinage en ligne droite

L'objectif de l'essai est d'évaluer le comportement du véhicule lors d'un freinage sévère à haute vitesse (v_x = 0,8 v_{xmax}). On s'intéresse aux grandeurs suivantes : l'angle de tangage maximal du véhicule, le déport latérale (déplacement suivant l'axe Y), ainsi que la vitesse de lacet (qui est un indicateur de la stabilité véhicule). L'essai consiste à faire rouler le véhicule à la vitesse stabilisée calculée. Ensuite, on freine à t = 8s à la puissance maximale disponible en allant jusqu'au déclenchement de l'ABS (Anti-lock Braking System) qui est régulé pour un taux de glissement de 10%. La vitesse pédale doit être maximum de manière à rentrer en régulation ABS le plus tôt possible. Il faut remarquer que tout au long de l'essai le volant est tenu sans correction.

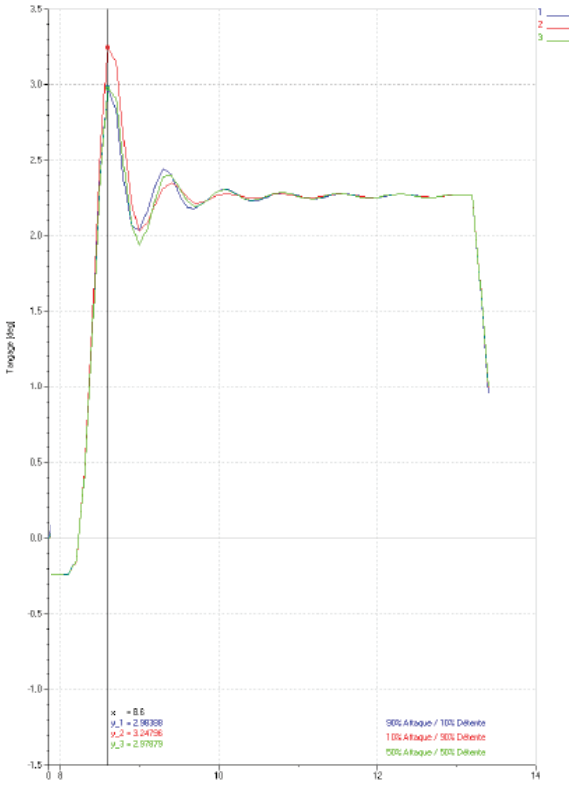


Figure A1.35 - Angle de tangage en freinage ligne droite pour une répartition attaque/détente de la loi d'amortissement 90%/10% (bleu), 50%/50% (vert) et 10% /90% (rouge)

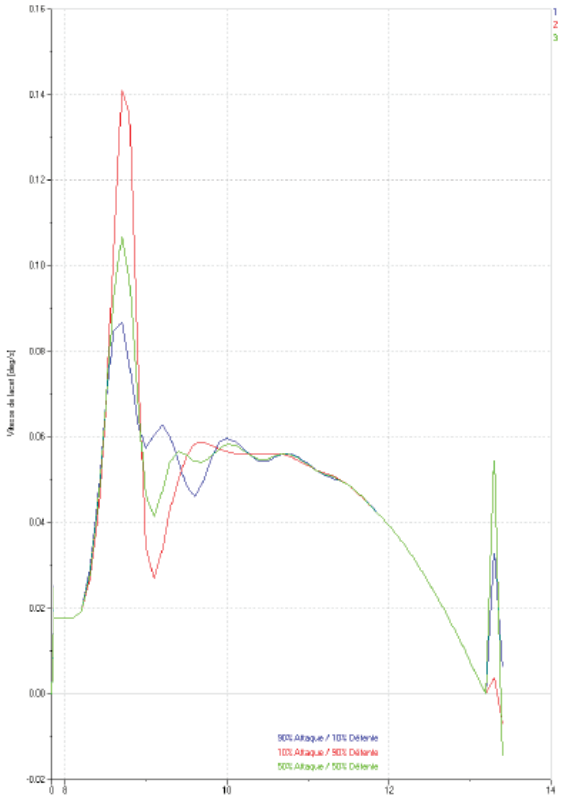


Figure A1.36 – Vitesse de lacet sur un freinage en ligne droite pour une répartition attaque/détente de la loi d'amortissement 90%/10% (bleu), 50%/50% (vert) et 10% /90% (rouge)

Répartition attaque/détente	50% /50%	90% /10%	10% /90%
Tangage maximal (en freinage à 0,85g)	2,979°	2,984°	3,248°
Déport latéral du véhicule (selon *y*)	0,437m	0,433m	0,444m
Vitesse de lacet maximale (temps mis pour l'atteindre)	0,107°/s (0,7s)	0,087°/s (0,7s)	0,141°/s (0,7s)
Distance d'arrêt (selon *x)*	113,504m	113,500m	113,509m

Tableau 4 - Récapitulatif des résultats en freinage ligne droite

Freinage en courbe

L'essai requiert les conditions initiales suivantes : une vitesse de 120km/h en virage stabilisé à une accélération transversale de 0,6g. Ensuite, on effectue un levé de pied à 4s suivi d'un freinage à 8s jusqu'au déclenchement de l'ABS. On observe la surtension de vitesse de lacet par rapport à la vitesse de lacet moyenne stabilisée avant le freinage.

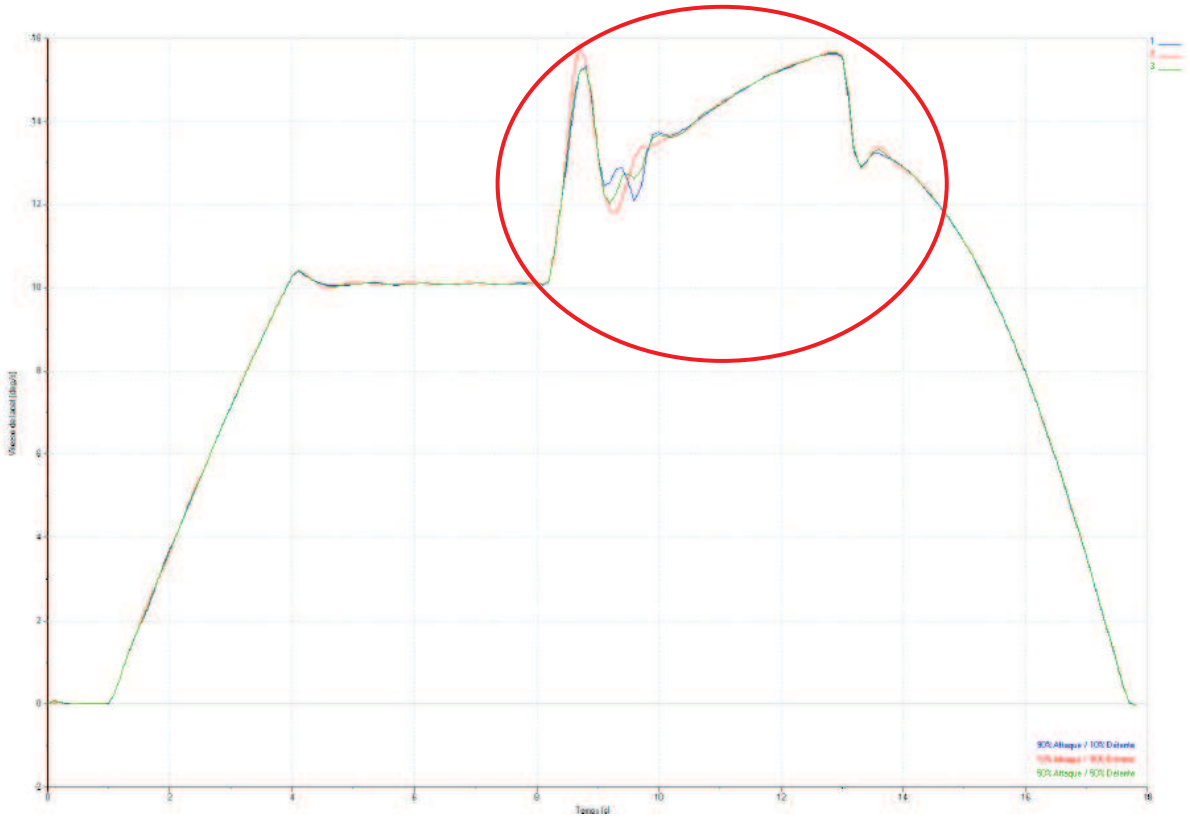


Figure A1.37 – Vitesse de lacet sur un freinage en courbe pour une répartition attaque/détente de la loi d'amortissement 90%/10% (bleu), 50%/50% (vert) et 10% /90% (rouge)

Répartition attaque/détente	50% /50%	90% /10%	10% /90%
Vitesse de lacet maximale	15,3253°/s	15,3423°/s	15,8471°/s
Vitesse de lacet stabilisée	10,0993°/s	10,1037°/s	10,0945°/s
Surtension	51,7462%	51,8483%	56,9875%

Tableau 5 - Récapitulatif des résultats en freinage en courbe

ANNEXE 2

Paramètres de la C5 et C6 Hydractive Série

ARCHITECTURE ET DIMENSIONNEMENT DE LA SUSPENSION HYDRACTIVE DE CITROËN

Il existe deux types d'architecture selon le véhicule considérée (*Figure A2.1* et *Figure A2.2*). Les valeurs d'amortissement dépendent du modèle de véhicule considéré et du moteur. A titre d'exemple, les lois d'amortissement pour la Citroën C6 sont présentées sur les *Figure A2.1* et *Figure A2.2*.

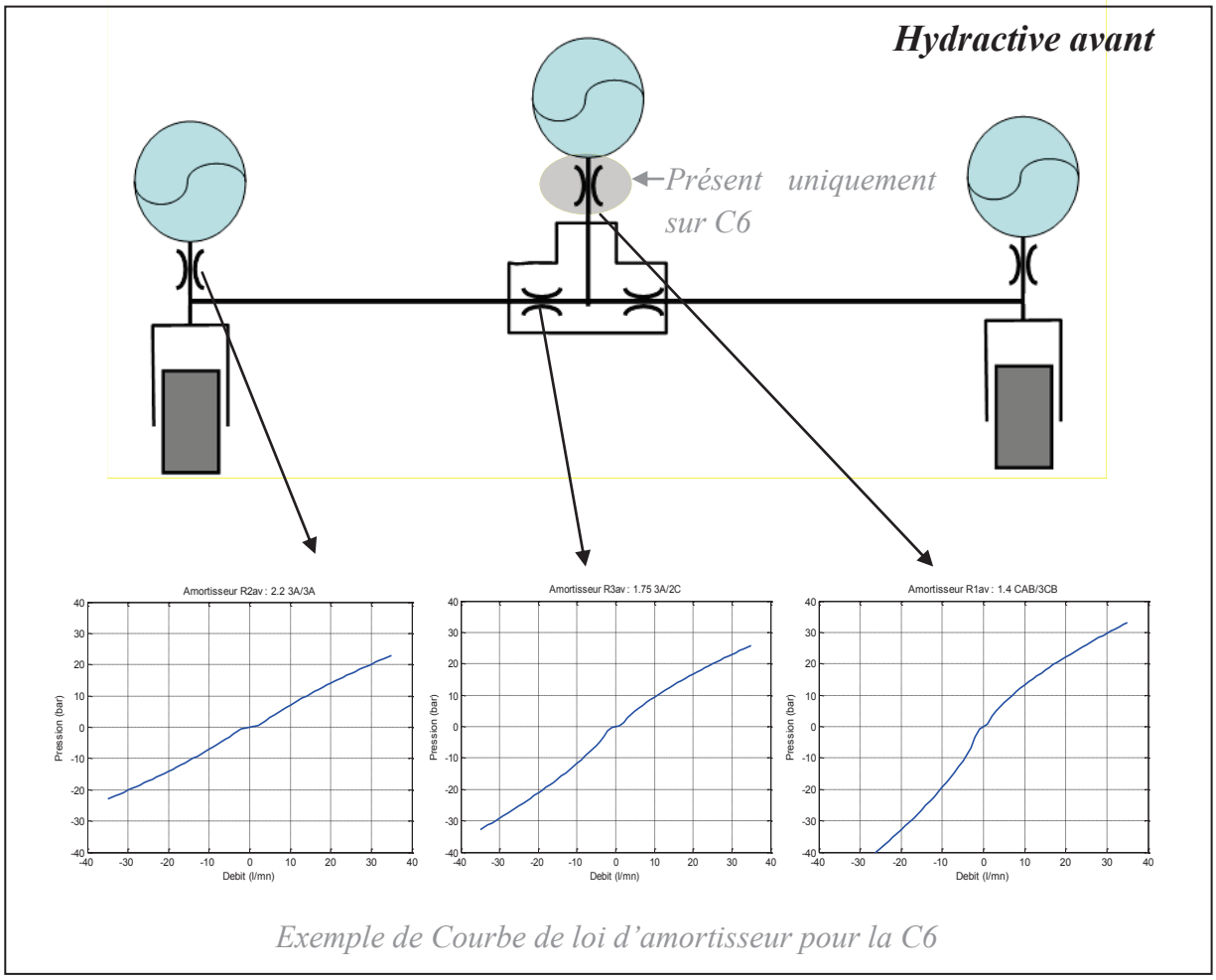


Figure A2.1 - Hydractive pour l'essieu avant

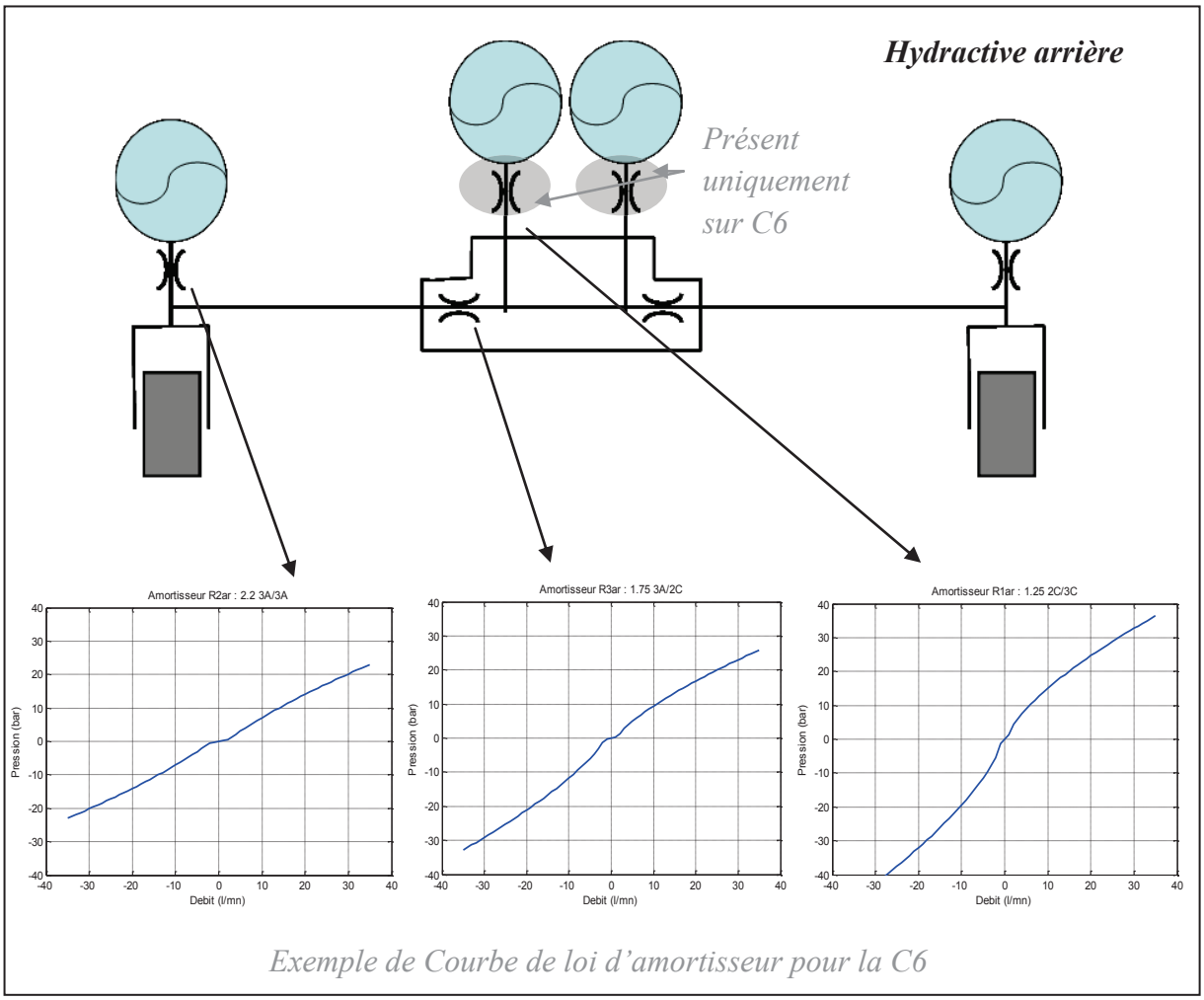


Figure A2.2 - Hydractive pour l'essieu arrière

PARAMETRES VEHICULE

Le véhicule servant à l'application expérimentale est une C5 diesel 2.0L (*Tableau A2.1*).

	Avant	Arrière	Unité
Masses et Inerties			
A vide			
Masse	1040	640	kg
Inertie de roulis	693		$kg.m^2$
Inertie de tangage	3337		$kg.m^2$
MTAC			
Masse	1307.1	943.3	kg
Inertie de roulis	751		$kg.m^2$
Inertie de tangage	3777		$kg.m^2$
ODM (ordre de marche : uniquement le conducteur)			
Masse	1100	640	kg
Inertie de roulis	707		$kg.m^2$
Inertie de tangage	3380		$kg.m^2$
Paramètres masses non suspendues			
Masse non suspendues	130	97	kg
Raideur pneumatique	350 000	350 000	N/m
Géométrie			
Hauteur du centre de gravité	0.56		m
Hauteur du centre de roulis avant	0.056		m
Hauteur du centre de roulis arrière	0.091		m

Tableau A2.1 - Caractéristiques du véhicule C5

PARAMETRES SUSPENSION POUR LA C5 HYDRACTIVE SERIE

	Avant	Arrière	Unité
Paramètres de la suspension			
Démultiplication	0,9378	0,5882	-
Dérivée de la démul.	-1.05	0.48	1/m
Section tige du vérin	4,9	4,9	cm^2
Diamètre tige du vérin	25	25	mm
Sphère de roue			
Volume de tarage	385	385	cm^3
Pression de tarage	50	40	bar
Amortissement linéaire de chaque sphère	2 300	1 000	Ns/m
Sphère centrale			
Volume de tarage	385	2*385	cm^3
Pression de tarage	70	44	bar
Amortissement canalisation transversale			
Amortissement linéaire	3 500	1 400	Ns/m

Tableau A2.2: Caractéristiques de la suspension de la C5.

Les courbes d'amortissements (voir *Figure A2.1* et *Figure A2.2*) sont définies comme des lois non linéaires fournies par PSA après une caractérisation expérimentale. Leurs linéarisations sont réalisées de la manière suivante : pour une fréquence donnée, la courbe représentant l'effort de suspension par rapport au déplacement du vérin a la forme d'une « patatoïde ». Pour une suspension linéaire, cette courbe a une forme d'ellipse. L'aire de ces courbes représente l'énergie du système dont l'expression est connue, pour le système linéaire, et dépend de la raideur et du coefficient d'amortissement. Donc pour approximer l'amortissement non linéaire par un coefficient linéaire il suffit d'égaler l'expression de l'énergie à l'aire de la « patatoïde » de manière à obtenir pour une suspension linéaire ou non linéaire les mêmes niveaux d'énergie mis en jeu, donc les mêmes aires pour la courbe : effort de suspension/signal d'entrée.

ANNEXE 3

Construction du transfert mathématique idéal

Le transfert idéal de la suspension CRONE est nommé ainsi car il n'a, à ce stade de l'analyse, aucune réalisation technologique. Il est donc représenté par un transfert mathématique non entier. Le but ici est de représenter l'allure idéale du transfert force-débattement de la suspension de manière à vérifier au mieux les objectifs de tenue de caisse, de tenue de roue et de stabilité.

TRANSFERT IDEAL VERIFIANT LES OBJECTIFS SUR LA TENUE DE CAISSE

Le transfert de la suspension CRONE pour la tenue de caisse s'écrit :

$$D_{CRONE}(s) = D_0 \left(\frac{1+\frac{s}{\omega_b}}{1+\frac{s}{\omega_h}} \right)^n \cdot \qquad \text{(A3.1)}$$

Ce transfert non entier $D_{CRONE}(s)$ est suffisant pour vérifier tous les objectifs en termes de tenue de caisse et de robustesse du degré de stabilité.

AJOUT D'AVANCE DE PHASE POUR VERIFIER LES OBJECTIFS DE TENUE DE ROUE

Ajout d'une cellule à avance de phase sur le mode de roue

De manière à vérifier les conditions sur la tenue de roue le transfert suivant est envisagé avec l'ajout d'une cellule à avance de phase bornée en fréquence :

$$D_1(s) = D_0 \left(\frac{1+\frac{s}{\omega_b}}{1+\frac{s}{\omega_h}} \right)^n \left(\frac{1+\frac{s}{\omega_{bd}}}{1+\frac{s}{\omega_{hd}}} \right)^{n_{av}} = D_{CRONE}(s) * C_{av}(s), \qquad \text{(A3.2)}$$

n_{av} correspond à l'ordre de la cellule à avance de phase. Il peut être entier ou non entier.

L'expression de la phase de la cellule à avance de phase est :

$$\arg C_{av}(j\omega) = n_{av} \left(\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_{bd}}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_{hd}}\right) \right), \qquad \text{(A3.3)}$$

avec

$$\arg C_{av}(j\omega_1) = n_{av}\left(\arctan\left(\frac{\omega_1}{\omega_{bd}}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_1}{\omega_{hd}}\right)\right) = 15°, \tag{A3.4}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_{bd}\ \omega_{hd}}, \tag{A3.5}$$

soit :

$$a = \frac{1+\sin(15/n_{av})}{1-\sin(15/n_{av})}, \quad \omega_{bd} = \frac{\omega_1}{\sqrt{a}} \quad \text{et} \quad \omega_{hd} = \omega_1\sqrt{a}. \tag{A3.6}$$

Idéalement, il faut que la cellule à avance de phase n'apporte de la phase qu'a partir d'environ 5Hz (32rad/s) de manière à ne pas perturber le comportement de $D_{CRONE}(s)$ autour du mode de caisse.

L'étude de la cellule à avance de phase montre que, quelle que soit l'ordre utilisé (voir *Figure A3.**1***), cette cellule amène de la phase non négligeable autour du mode de caisse qui dégrade le blocage de phase (voir *Figure A3.**2***).

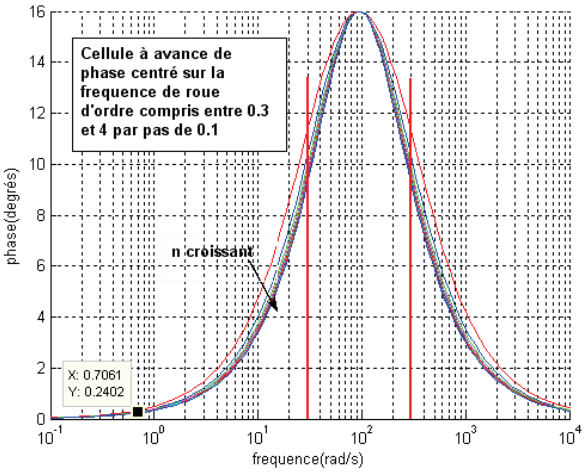


Figure A3.1 - Avance de phase apportée par une cellule à avance de phase pour différents ordres n_{av} allant de 0.3 à 4.

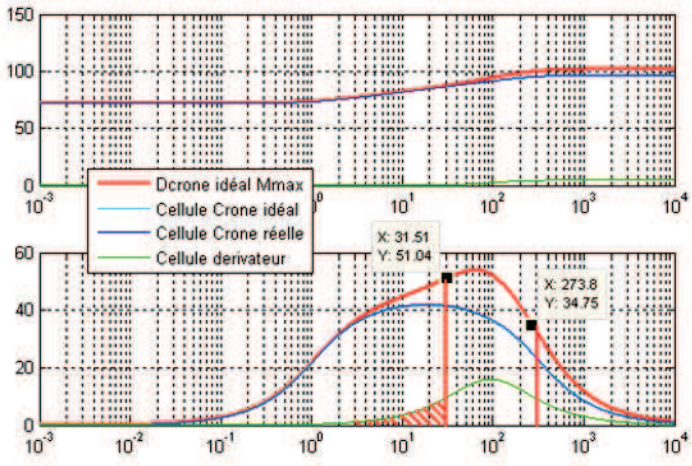


Figure A3.2 - Diagrammes de Bode du transfert $D_1(s)$ avec une simple cellule à avance de phase d'ordre 1

Les fréquences de caisse et de roue étant séparées d'environ une décade, l'avance de phase apportée sur le mode de roue doit nécessairement être très localisée de manière à ne pas dégrader le blocage de phase autour de la fréquence de caisse comme cela a été constaté avec le transfert $D_1(s)$. Une simple cellule avance de phase est trop « étalée » fréquentiellement. C'est la raison pour laquelle le transfert envisagé, $D_1(s)$, ne peut être retenu.

Avance de phase localisée

Pour se faire, on utilise le principe du PID et on ajoute à la cellule à avance de phase une cellule à retard de phase. Le transfert idéal n'a pas besoin d'être compliqué, il suffit juste qu'il réponde aux objectifs fixés, ce que permet aisément l'expression d'un PID. C'est pourquoi, par la suite, seule l'approche PID, à savoir une cellule à avance de phase concaténée avec une cellule à retard de phase, est étudiée.

Le transfert de la cellule à avance et retard de phase bornée en fréquence s'écrit :

$$H(s) = \left(\frac{1 + \dfrac{s}{\omega_{hi}}}{1 + \dfrac{s}{\omega_{bi}}} \right) \left(\frac{1 + \dfrac{s}{\omega_{bd}}}{1 + \dfrac{s}{\omega_{hd}}} \right), \tag{A3.7}$$

avec

$$\sqrt{\omega_{hi}\ \omega_{bi}} = \omega_i\ , \qquad \sqrt{\omega_{hd}\ \omega_{bd}} = \omega_d = \omega_{roue} \quad \text{et} \quad \sqrt{\omega_d\ \omega_i} = \omega_m\,, \tag{A3.8}$$

où

$$\begin{cases} \omega_{hi} = \omega_i\ \sqrt{a_i}\,, \quad \omega_{bi} = \omega_i\ \dfrac{1}{\sqrt{a_i}} \\ \omega_{di} = \omega_d\ \sqrt{a_d}\,, \quad \omega_{bd} = \omega_{di}\ \dfrac{1}{\sqrt{a_d}} \end{cases}\ , \tag{A3.9}$$

et où ω_m correspond à la pulsation à partir de laquelle on souhaite amener de l'avance de phase, a_i et a_d les dispersions fréquentielles des cellules à retard et avance de phase.

L'expression de la phase de $H(s)$ est donc :

$$\arg(H(j\omega)) = \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_{hi}}\right) + \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_{bd}}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_{bi}}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_{hd}}\right)\cdot \tag{A3.10}$$

A la pulsation ω_m, on souhaite $arg(H(s))$ nul, soit :

$$0 = \arctan\left(\frac{\omega_m}{\omega_{hi}}\right) + \arctan\left(\frac{\omega_m}{\omega_{bd}}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_m}{\omega_{bi}}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_m}{\omega_{hd}}\right)\cdot \tag{A3.11}$$

En utilisant les relations (A3.8) et (A3.9), le second membre de l'expression (A3.11) s'écrit :

$$\arctan\left(\sqrt{\frac{\omega_d}{\omega_i\ a_i}}\right)+\arctan\left(\sqrt{\frac{\omega_i\ a_d}{\omega_d}}\right)-\arctan\left(\sqrt{\frac{\omega_d\ a_i}{\omega_i}}\right)-\arctan\left(\sqrt{\frac{\omega_i}{\omega_d\ a_d}}\right). \quad \text{(A3.12)}$$

En choisissant

$$a_d = a_i = a, \quad \text{(A3.13)}$$

la relation (A3.12) devient :

$$\arctan\left(\sqrt{\frac{\omega_d}{\omega_i\ a}}\right)+\arctan\left(\sqrt{\frac{\omega_i\ a}{\omega_d}}\right)-\arctan\left(\sqrt{\frac{\omega_d\ a}{\omega_i}}\right)-\arctan\left(\sqrt{\frac{\omega_i}{\omega_d\ a}}\right). \quad \text{(A3.14)}$$

Or

$$\arctan\left(\sqrt{x}\right)+\arctan\left(\sqrt{\frac{1}{x}}\right)=\frac{\pi}{2}. \quad \text{(A3.15)}$$

Par conséquent, la relation (A3.14) devient :

$$\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}=0\ , \quad \text{(A3.16)}$$

vérifiant ainsi l'égalité de l'expression (A3.11).

La phase à apporter au niveau du mode de roue par la cellule à avance de phase est de 15°, soit :

$$a_d=\frac{(1+\sin(15))}{(1-\sin(15))}=a_i=a. \quad \text{(A3.17)}$$

De ce fait, il vient :

$$\begin{cases}\omega_{hi}=\omega_i\sqrt{a}=18.79\,rad/s\\ \omega_{bi}=\omega_i\dfrac{1}{\sqrt{a}}=11.06\,rad/s\\ \omega_{hd}=\omega_d\sqrt{a}=110.7\,rad/s\\ \omega_{bd}=\omega_d\dfrac{1}{\sqrt{a}}=65.18\,rad/s\end{cases}. \quad \text{(A3.18)}$$

Le dimensionnement ainsi fait permet de n'apporter de l'avance de phase qu'à partir de la fréquence de 5.6Hz (voir *Figure A3.3*). Néanmoins, du fait de la cellule à retard de phase l'avance de phase maximale apportée sur le mode de roue est égale à 10° et de manière symétrique ce dimensionnement apporte un retard de phase autour de la pulsation ω_i de 10°. Il est donc nécessaire de combiner cette cellule à une cellule non entière amenant plus de 45°pour avoir un blocage de phase à 45°.

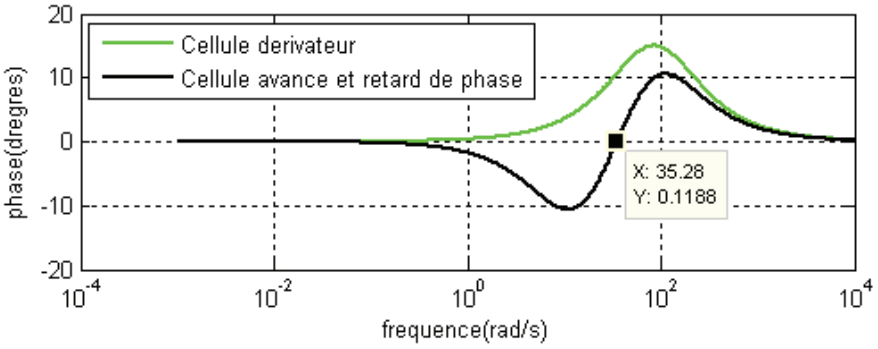


Figure A3.3 - *Phase de la cellule avance et retard de phase H(s)*

La cellule *H(s)* concaténée à $D_{CRONE}(s)$ donne le nouveau transfert, *Crone(s)*, qui s'écrit :

$$Crone(s) = D_0 \left(\frac{1+\frac{s}{\omega_b}}{1+\frac{s}{\omega_h}} \right)^n \left(\frac{1+\frac{s}{\omega_{hi}}}{1+\frac{s}{\omega_{bi}}} \right) \left(\frac{1+\frac{s}{\omega_{bd}}}{1+\frac{s}{\omega_{hd}}} \right). \qquad \text{(A3.19)}$$

Ce transfert doit vérifier les spécifications suivantes :

- une marge de phase de 45° ;
- une pulsation au gain unité égale au mode de caisse, soit environ 4rad/s,
- une avance de phase de 60° à la pulsation ω_{roue}.

De ce fait, l'argument de *Crone(s)* aux pulsations de caisse et de roue s'écrit :

$$45^\circ = n\left(\arctan\left(\frac{\omega_u}{\omega_b}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_u}{\omega_h}\right) \right) + \arg(H(j\omega_u)) \qquad \text{(A3.20)}$$

$$60^\circ = n\left(\arctan\left(\frac{\omega_{roue}}{\omega_b}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_{roue}}{\omega_h}\right) \right) + \arg(H(j\omega_{roue})) \qquad \text{(A3.21)}$$

De manière à éviter trop de dispersion fréquentielle, la plage de fréquences de la cellule non entière est fixée arbitrairement entre : $\omega_b = \omega_u/4$ et $\omega_h = 4\ \omega_{roue}$.

L'ordre vérifiant les deux équations (A3.20) et (A3.21) est $n = 0.67$. Pour un transfert non entier classique, avec une dispersion des fréquences transitionnelles suffisante, cet ordre correspondrait à un blocage de phase à 60°, valeur qui correspond au maximum de phase souhaité pour le transfert idéal de la suspension CRONE. Evidemment, le choix de ω_b et ω_h, très proche, implique que la cellule non entière ne peut atteindre seule les 60° théorique (courbe bleue sur la *Figure A3.4*). Néanmoins, le transfert force-débattement de la suspension CRONE idéale ainsi paramétré a bien une phase bloquée à 45° sur environ 1 décade, puis une

phase croissante jusqu'à 60° pour le mode de roue, avant de revenir à 0° de manière à filtrer les hautes fréquences (voir *Figure A3.4*).

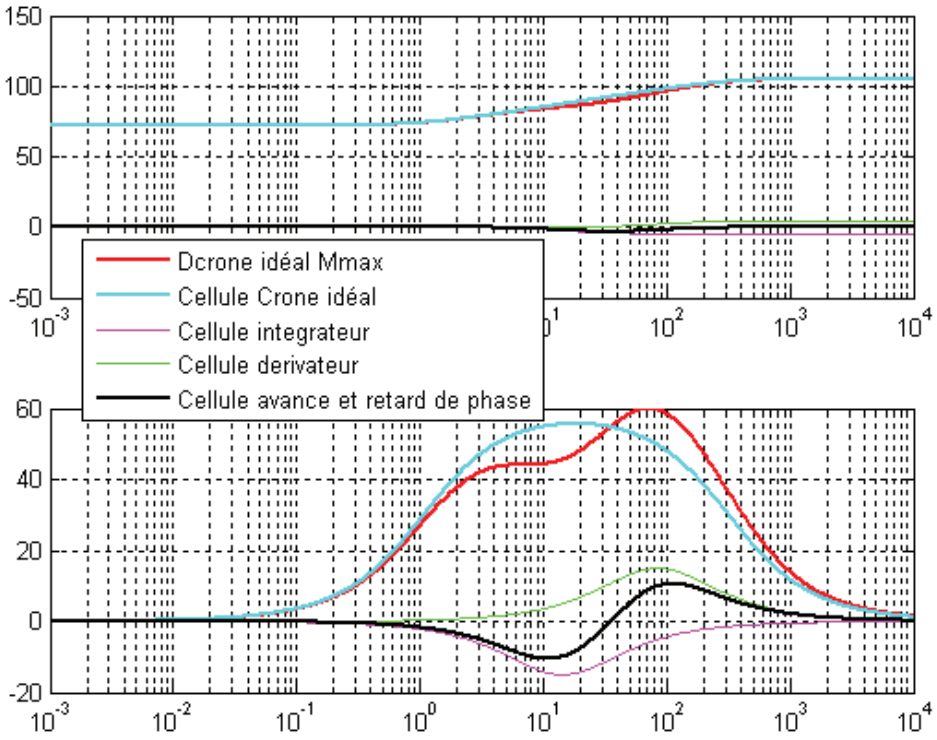


Figure A3.4 - *Transfert Force-débattement de la suspension CRONE idéale décomposé suivant toutes ces cellules*

ANNEXE 4

Approche métier pour définir les paramètres haut niveau de la réalisation technologique de la suspension CRONE

Une autre approche que l'utilisation de la toolbox CRONE pour obtenir les paramètres de haut niveau de la réalisation technologique consiste à considérer une cellule RC dédiée à la tenue de caisse et une cellule RC dédiée à la tenue de roue. Le transfert de la réalisation technologique peut donc s'écrire sous la forme :

$$D_{tech}(s) = D_0 \left(\frac{1 + \dfrac{s}{\omega_{z2}}}{1 + \dfrac{s}{\omega_{p2}}} \right) \left(\frac{1 + \dfrac{s}{\omega_{z1}}}{1 + \dfrac{s}{\omega_{p1}}} \right) = D_0 \, C_2(s) \, C_1(s), \tag{A4.1}$$

avec $C_2(s)$ dimensionné pour assurer une meilleure tenue de caisse et $C_1(s)$ paramétré pour assurer au minimum une tenue de roue équivalente à celle de la suspension hydractive.

La cellule $C_2(s)$ étant une simple cellule à avance de phase, le dimensionnement des paramètres ω_{z2} et ω_{p2} vérifie donc les équations suivantes :

$$\omega_2 = \sqrt{\omega_{z2} \, \omega_{p2}}, \quad \omega_{p2} = a_2 \, \omega_{z2} = \alpha_2^{\,2} \, \omega_{z2}, \tag{A4.2}$$

$$\varphi_2 = \max\left[\arg C_2(j\omega)\right] = \arg C_2(j\omega_2) = \arcsin\left(\frac{\alpha_2 - 1}{\alpha_2 + 1}\right), \tag{A4.3}$$

avec α_2 la dispersion fréquentielle de la cellule à avance de phase $C_2(s)$, ω_2 la pulsation au gain unité de la boucle ouverte $D_{tech}(s)G_2(s)$ correspondant à la pulsation de la caisse et φ_2 la phase de la cellule $C_2(s)$ à la pulsation ω_2.

La cellule $C_1(s)$ est également une cellule à avance de phase centrée sur ω_1, néanmoins un paramètre de cette cellule, en l'occurrence ω_{z1}, est déjà fixé en anticipant les performances désirées en mode ferme pour une architecture en parallèle, soit :

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_{z1} \, \omega_{p1}}; \; \omega_{p1} = a_1 \, \omega_{z1} = \alpha_1^{\,2} \, \omega_{z1}, \tag{A4.4}$$

$$\varphi_1 = \arg C_1(j\omega_1) = \arcsin\left(\frac{\alpha_1 - 1}{\alpha_1 + 1}\right), \tag{A4.5}$$

avec α_1 la dispersion fréquentielle de la cellule à avance de phase $C_1(s)$, ω_1 la pulsation du mode roue et φ_1 la phase maximale de la cellule $C_1(s)$ pour la pulsation ω_1.

Les spécifications définies dans le chapitre 3 sont rappelées ci-dessous :

1. $\omega_u = \omega_2$,
2. $M_\Phi = 45°$,
3. $\arg D_{tech}(j\omega_1) = 60°$.

Les points 1 et 2 ainsi que la définition du procédé $G_2(s)$ permettent d'écrire :

$$M_\Phi = \pi + \arg \beta(j\omega_2) \text{ ,} \tag{A4.6}$$

soit

$$M_\Phi = \pi + \arg D_{tech}(j\omega_2) + \arg G(j\omega_2) \text{ ,} \tag{A4.7}$$

où encore

$$M_\Phi = \arg D_{tech}(j\omega_2) . \tag{A4.8}$$

L'argument de $D_{tech}(s)$ à la pulsation de la caisse s'écrit :

$$\arg D_{tech}(j\omega_2) = \arg C_2(j\omega_2) + \arg C_1(j\omega_2) \text{ ,} \tag{A4.9}$$

soit

$$\arg D_{tech}(j\omega_2) = \varphi_2 + arctg\left(\frac{\omega_2}{\omega_{z1}}\right) - arctg\left(\frac{\omega_2}{\omega_{p1}}\right). \tag{A4.10}$$

De plus, sachant que $\omega_2 << \omega_{p1}$,

$$arctg\left(\frac{\omega_2}{\omega_{p1}}\right) \to 0 \text{ .} \tag{A4.11}$$

Ansi, l'expression (A4.7) devient :

$$\arg D_{tech}(j\omega_2) \approx \varphi_2 + arctg\left(\frac{\omega_2}{\omega_{z1}}\right), \tag{A4.12}$$

soit

$$\varphi_2 = M_\Phi - arctg\left(\frac{\omega_2}{\omega_{z1}}\right) \text{ .} \tag{A4.13}$$

Finalement

$$\varphi_2 = \arcsin\left(\frac{\alpha_2 - 1}{\alpha_2 + 1}\right) \Rightarrow \alpha_2 = \frac{1 + \sin\varphi_2}{1 - \sin\varphi_2} \Rightarrow \begin{cases} \omega_{z2} = \dfrac{\omega_2}{\sqrt{\alpha_2}} \\ \omega_{p2} = \omega_2 \sqrt{\alpha_2} \end{cases} . \tag{A4.14}$$

De plus, à la pulsation ω_2 le gain de la boucle ouverte est égal à 1, soit :

$$\left\| \beta(j\omega_2) \right\| = \left\| D_{tech}(j\omega_2) \right\| \left\| G(j\omega_2) \right\| = 1, \tag{A4.15}$$

ou encore, en introduisant les expressions des gains à ω_2,

$$D_0 \sqrt{\frac{1+(\omega_2/\omega_{z2})^2}{1+(\omega_2/\omega_{p2})^2}} \sqrt{\frac{1+(\omega_2/\omega_{z1})^2}{1+(\omega_2/\omega_{p1})^2}} \frac{1}{M\ \omega_2^2} = 1. \tag{A4.16}$$

Comme $\omega_2 << \omega_{p1}$, l'équation (A4.16) se simplifie, soit :

$$D_0 \sqrt{\frac{1+(\omega_2/\omega_{z2})^2}{1+(\omega_2/\omega_{p2})^2}} \sqrt{1+(\omega_2/\omega_{z1})^2} \frac{1}{M\ \omega_2^2} \approx 1, \tag{A4.17}$$

$$D_0 \sqrt{\alpha_2} \sqrt{1+(\omega_2/\omega_{z1})^2} \frac{1}{M\ \omega_2^2} \approx 1, \tag{A4.18}$$

d'où l'on obtient l'expression du gain D_0, soit :

$$D_0 = \frac{M{\omega_2}^2}{\sqrt{\alpha_2} \sqrt{1+(\omega_2/\omega_{z1})^2}}. \tag{A4.19}$$

Enfin, ω_{p1} est déterminée à partir de l'argument de $D_{tech}(s)$ à la pulsation ω_1, *soit :*

$$\arg D_{tech}(j\omega_1) = arctg\left(\frac{\omega_1}{\omega_{z2}}\right) - arctg\left(\frac{\omega_1}{\omega_{p2}}\right) + arctg\left(\frac{\omega_1}{\omega_{z1}}\right) - arctg\left(\frac{\omega_1}{\omega_{p1}}\right), \tag{A4.20}$$

$$arctg\left(\frac{\omega_1}{\omega_{p1}}\right) = arctg\left(\frac{\omega_1}{\omega_{z2}}\right) - arctg\left(\frac{\omega_1}{\omega_{p2}}\right) + arctg\left(\frac{\omega_1}{\omega_{z1}}\right) - \arg D_{tech}(j\omega_1), \tag{A4.21}$$

$$\omega_{p1} = \frac{\omega_1}{arctg\left(\frac{\omega_1}{\omega_{z2}}\right) - arctg\left(\frac{\omega_1}{\omega_{p2}}\right) + arctg\left(\frac{\omega_1}{\omega_{z1}}\right) - \arg D_{tech}(j\omega_1)}. \tag{A4.22}$$

Les paramètres de synthèse de haut niveau pour la réalisation $D_{tech}(s)$ ainsi obtenus sont :

$$\begin{cases} D_0 = 3985.7 = 72.01dB \\ \omega_{z1} = 1.65\ \ rad/s \ \ ; \ \ \omega_{p1} = 6.51 \ \ \ rad/s \\ \omega_{z2} = 22.1351\, rad/s \ \ \ fixée \ \ ; \ \ \omega_{p2} = 265.62 \ \ \ rad/s \end{cases}. \tag{A4.23}$$

Les valeurs des paramètres de synthèse de haut niveau ainsi trouvés sont très proches des valeurs obtenues par la méthode du « fittage » de courbe présentée dans le chapitre 3. La nuance vient du fait que le blocage de phase n'est pas parfaitement à 45° avec cette méthode comme le montre la Figure A4.1.

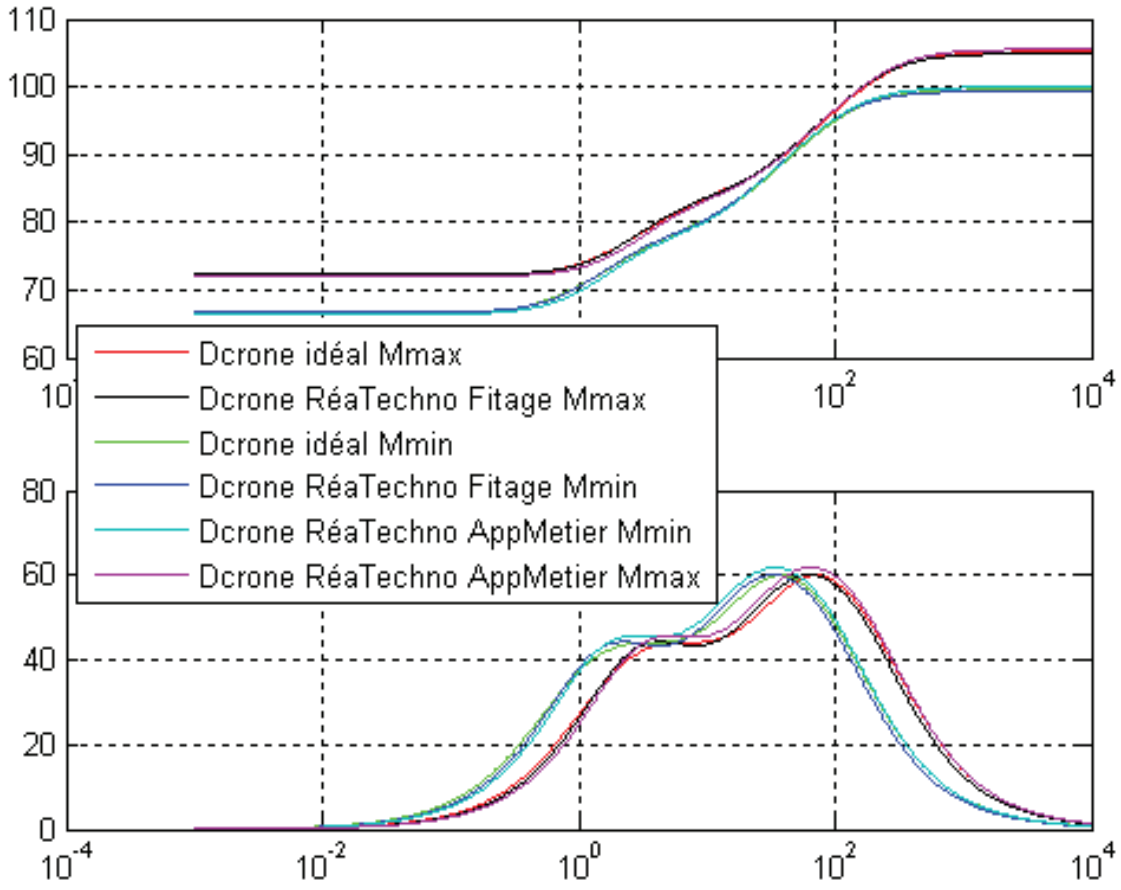


Figure A4.1 - *Diagrammes de Bode du transfert force/débattement de la réalisation technologique avec les 2 approches*

ANNEXE 5

Recherche de l'amortisseur technologique permettant d'obtenir la loi d'amortissement théorique dimensionné par la méthodologie CRONE pour la suspension CRONE arrière parallèle de la C5 Hydractive

ZONE DE FONCTIONNEMENT DE L'AMORTISSEUR EN FONCTION DE LA SOLLICITATION

Le dimensionnement réalisé dans le chapitre 3 défini un amortissement B_1 pour l'amortisseur de sphère à la roue. Cette amortissement est linéaire et égale à 3 452 Ns/m. Connaissant a priori le frottement du véhicule (correspondant à une partie de l'amortissement global), il est possible de définir une loi réelle à la roue pour l'amortissement réalisé par la suspension (*Figure A5.1*).

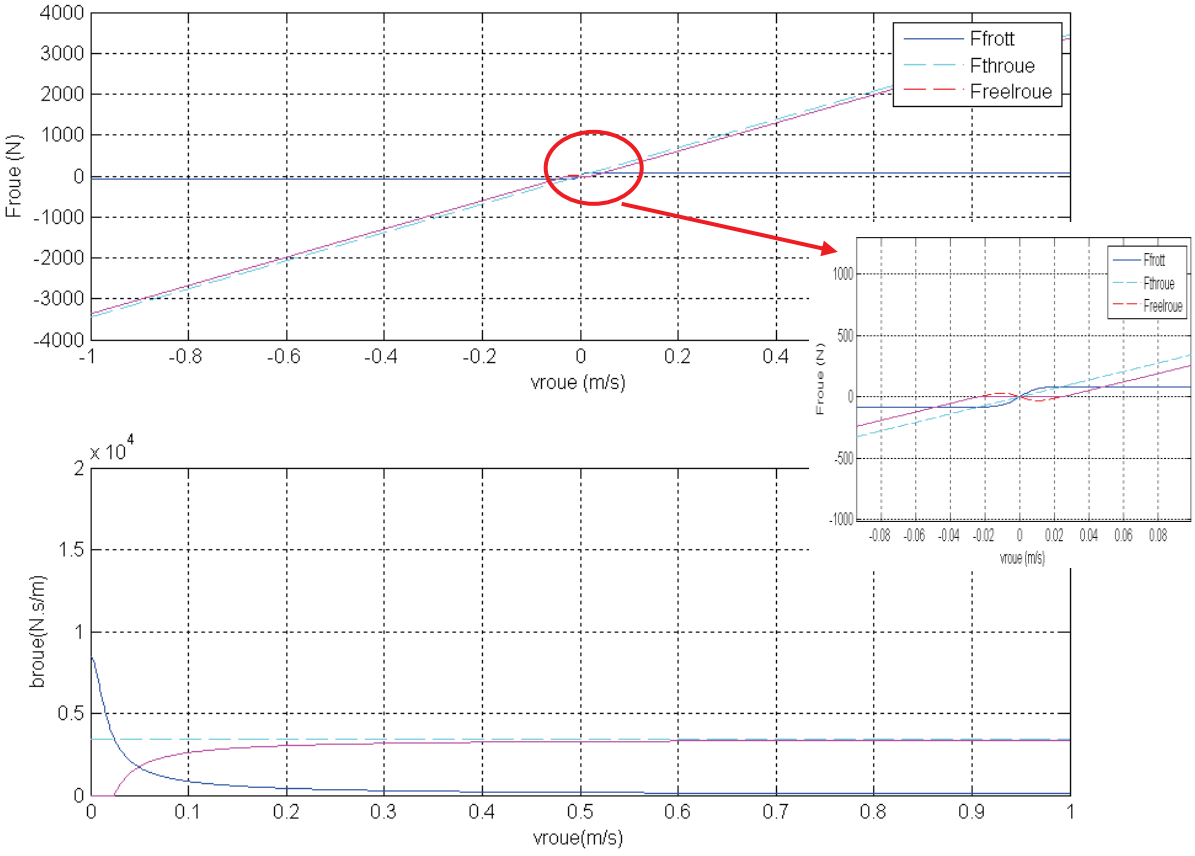


Figure A5.1 - De la loi théorique effort/vitesse à la loi réelle en prenant en compte le frottement sec

La loi en rose définit donc la loi de l'amortisseur ramenée à la roue. Ensuite, il suffit de remonter à l'organe via la section utile et la démultiplication.

Des modèles AMESim sont utilisés (*Figure A5.2*) pour définir la plage de fonctionnement de l'amortisseur égale à 3 452 Ns/m en linéaire en fonction de la sollicitation. En effet, il existe deux types de sollicitation selon la plage de fréquences considérée :

- sollicitation basses fréquences : 0-5Hz, amplitude = 15mm ;
- sollicitation hautes fréquences: 0-30Hz, amplitude = 2mm.

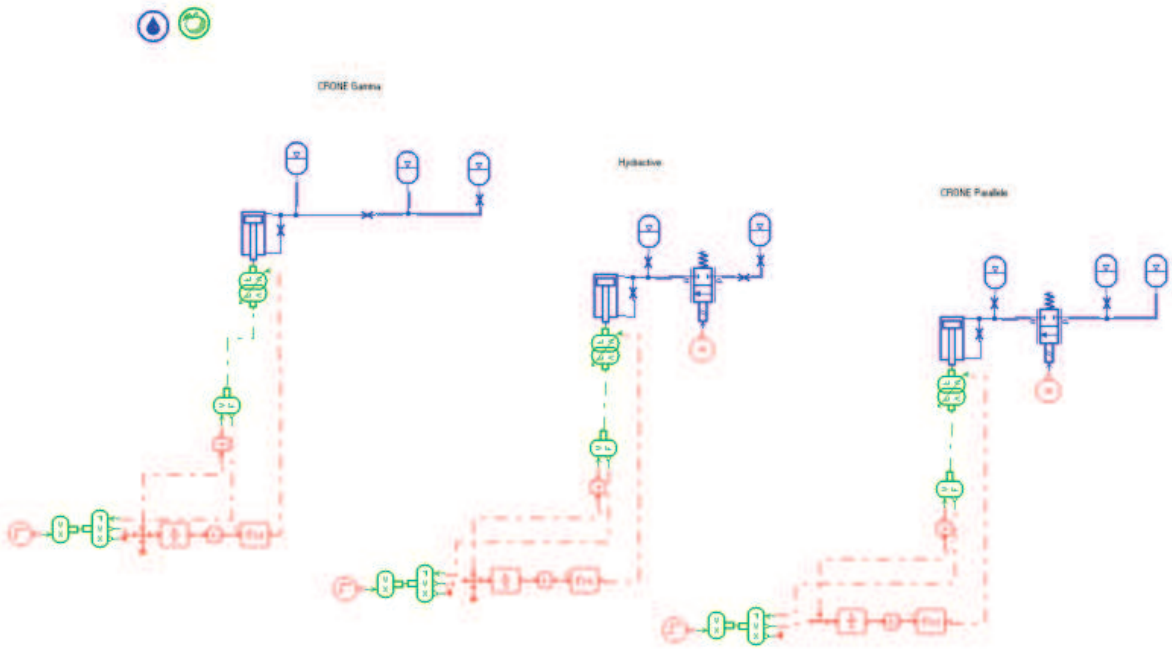


Figure A5.2 - Modèle AMESim pour la simulation

Les plages de fonctionnement de chacun des amortisseurs théoriques en entrée de chacune des cellules sont résumées dans le *Tableau A5.1* pour une sollicitation aux basses fréquences et dans le *Tableau A5.2* pour une sollicitation aux hautes fréquences.

Suspension	Cellule de roue	Cellule Souple	Cellule capacitive
Hydractive	$Q = 0 \rightarrow 4.5$ L/min	$Q = 0 \rightarrow 4.9$ L/min	-
Multi sphères	$Q = 0 \rightarrow 6.5$ L/min	$Q = 0 \rightarrow 2$ L/min	$Q = 0 \rightarrow 2$ L/min

Tableau A5.1 - Plage de fonctionnement des amortisseurs théoriques pour une sollicitation d'entrée sinusoïdale de fréquence variant entre 0 et 5Hz et d'amplitude 15mm

Suspension	Cellule de roue	Cellule Souple	Cellule capacitive
Hydractive	$Q = 0 \rightarrow 12$ L/min	$Q = 0 \rightarrow 13.5$ L/min	-
Multi sphères	$Q = 0 \rightarrow 15.8$ L/min	$Q = 0 \rightarrow 5$ L/min	$Q = 0 \rightarrow 10.7$ L/min

Tableau A5.2 - Plage de fonctionnement des amortisseurs théoriques pour une sollicitation d'entrée sinusoïdale de fréquence variant entre 0 et 30Hz et d'amplitude 2mm

Néanmoins, le dimensionnement correspondant à une cellule de 385 cm^3 pour réaliser la sphère souple de la suspension CRONE ne permet pas un fonctionnement optimal de cette sphère (cf chapitre 3). En effet, en raison de la pression statique due à la charge portée, il est nécessaire d'augmenter le volume pour assurer un fonctionnement correct de cette cellule. Dans le chapitre 3, une réalisation de cette cellule est présentée. Elle consiste à mettre 3 sphère de 385 cm^3 en parallèle amortie chacune de 3 fois l'amortissement d'origine. Dans ce cas, la plage de fonctionnement des amortisseurs de la cellule souple change et devient celle présentée dans le tableau A5.3.

B_1 amortisseur ramené à la roue en Ns/m	Basses fréquences	Hautes fréquences
3 450	$Q = 0 \rightarrow 2$ L/min	$Q = 0 \rightarrow 5$ L/min
10 500=3*3 450	$Q = 0 \rightarrow 0.6$ L/min	$Q = 0 \rightarrow 1.6$ L/min

Tableau A5.3 - Plage de fonctionnement de l'amortisseur B_1 en fonction de sa réalisation pour une sollicitation d'entrée sinusoïdale de fréquence variant entre 0 et 5Hz et d'amplitude 15mm

ETAT DE L'ART D'UN AMORTISSEUR ORGANIQUE

Un amortisseur est constitué d'un ensemble de restrictions combinées en parallèle et/ou en série. La présence d'une gamme de composants pour chaque type de restriction permet un nombre très élevé des combinaisons pour atteindre la caractéristique recherchée en mise au point. Les restrictions sont de type orifice fixe (section de passage indépendante de la pression, donc de la vitesse) ou de type orifice variable (section de passage dépendante de la pression, donc de la vitesse). Cette restriction de type orifice fixe, permet d'ajuster la caractéristique d'amortissement à basse vitesse (jusqu'à environ 0,2m/s), c'est-à-dire avant l'ouverture des orifices variables. Les modes préférés de réalisation sont des ouvertures dans les diaphragmes (crans ou trous) ou des crans frappés sur les sièges du corps (ou de la compensation) qui assurent l'étanchéïté avec les diaphragmes. La précision géométrique de cette restriction est également clé pour la maîtrise des dispersions de la loi effort-vitesse. Sa section est généralement de l'ordre de 0,5 à 5mm^2. Dans le cas de notre étude, cette restriction apparaît sous la forme d'un trou de passage, connu couramment sous le nom de « trou de fuite ». Il est à noter que le passage aux basses vitesses peut-être différencié selon le sens de déplacement à l'aide d'un clapet d'orifice (check valve). Deux architectures sont possibles :

- deux orifices aux basses vitesses unidirectionnels par le moyen de deux clapets d'orifices,
- ou alors un passage permanent bidirectionnel combiné à un passage aux basses vitesses unidirectionnel par le moyen d'un clapet d'orifice (orifice de différenciation basses vitesses).

Plusieurs technologies concernant les orifices variables ont été développées au cours des années, parmi lesquelles ont peut trouver les suivantes :

- Pointeau - ressort (dont la technologie Multiclapets Existante et Multiclapets Optimisés chez PSA).
- Diaphragmes pincés (dont notre étude porte un intérêt particulier, que nous allons approfondir par la suite).
- Diaphragmes flottants (dont les mécanismes De Carbon).
- Hybrides :
    - Diaphragmes coulissants avec ressort de préchage en détente (dont la Monroe Blow off Valve).
    - Diaphragmes coulissants avec ressort de préchage en compression (dont le Delphi Superdigressive).
    - Diaphragmes pincés avec ressort de préchage (dont le mécanisme Kayaba DEP19).

Les diaphragmes pincés cités précédemment, constituent la solution la plus économique du fait de sa simplicité. Il existe deux types d'architecture qui se différencient par leur fonctionnement hydraulique :

- les diaphragmes pincés sur piston alvéolé (auxquels notre étude fait appel, technologie Citroën)
- les diaphragmes pincés sur anneau d'étanchéité annulaire (dont le mécanisme Delphi Multidisc).

Les diaphragmes pincés sur piston alvéolé sont employés dans le cas des amortisseurs de suspension hydropneumatique Citroën. Les diaphragmes obturent plusieurs passages d'huile sur leur périphérie complète (appelé alvéole) qui forme une excroissance pour permettre l'alimentation d'huile dans l'autre sens. Ce type de montage de diaphragme est hyperstatique (le contact entre les alvéoles et le diaphragme se fait sur deux surfaces de distance variable à la zone d'encastrement). Il en résulte une grande difficulté à maîtriser l'étanchéité du diaphragme sur les alvéoles (les corps d'amortisseurs C5 sont rodés pour cette raison).

Actuellement, les ingénieurs en poste sont contraints à commander une quantité considérable d'amortisseurs d'essai avec les différents paramétrages organiques qu'ils souhaitent étudier. Les inconvénients de cette démarche sont le délai et le coût de fabrication en atelier usine, qui ne sont pas négligeables. Ensuite, la disponibilité limitée des bancs d'essais demande une réservation à l'avance afin de pouvoir tester chaque amortisseur. Essais qui en plus peuvent requérir un temps très variable dû aux situations allant du simple prétraitement des données jusqu'à l'obligation de refaire complètement le test à cause des erreurs dans la procédure de caractérisation, d'une éventuelle défaillance du banc d'essai ou encore de la casse de l'amortisseur. De cette problématique ressort le besoin d'avoir un outil performant, permettant de calculer les valeurs de la loi d'amortissement résultante du paramétrage organique d'un amortisseur hydraulique quelconque, sans avoir à passer par des tests physiques à chaque modification de réglages. Pour ce faire, il est indispensable d'avoir la sureté de la précision des valeurs calculées par le logiciel, c'est-à-dire, leur concordance avec le comportement réel de l'amortisseur évalué. Afin de pouvoir développer cet outil, on s'est basé sur une documentation de référence incluant un cahier des charges d'origine ainsi que des équations de base du modèle de calcul pour l'amortisseur. Cette documentation fut crée par Stéphane Barale, Spécialiste Architecture Organique Liaison au Sol (LAS) et systèmes pilotés LAS – Suspension Pneumatique et Hydropneumatique chez PSA Peugeot Citroën.

Dans le cadre de notre étude, le modèle mathématique de Idel'cik fut retenue pour décrire les équations de l'amortisseur.

CRÉATION D'UN OUTIL D'AIDE AU DIMENSIONNEMENT

Cahier des charges

A partir des données géométriques du véhicule, des valeurs organiques de l'amortisseur et ainsi que des données de nature hydraulique relatives à l'huile employée à l'intérieur de l'amortisseur, l'outil doit permettre de :

- calculer et tracer les lois d'amortissement :
  - effort-vitesse,
  - débit-pression,
  - amortissement-vitesse,
  - taux d'amortissement-vitesse

  à partir de la définition organique de l'amortisseur ;
- définir le nombre de clapets et le trou de fuite correspondant à une loi d'amortissement spécifiée en :
  - effort-vitesse,
  - débit-pression,
  - amortissement-vitesse,
  - taux d'amortissement-vitesse.

Principe de l'outil

Il est nécessaire de fixer d'abord un débit Q comme référence, puis de déterminer la perte de charge comme illustré à la *Figure A5.4*. Cependant, il est plus simple mathématiquement de faire l'inverse. La modélisation considérée est présentée sur la *Figure A5.3*.

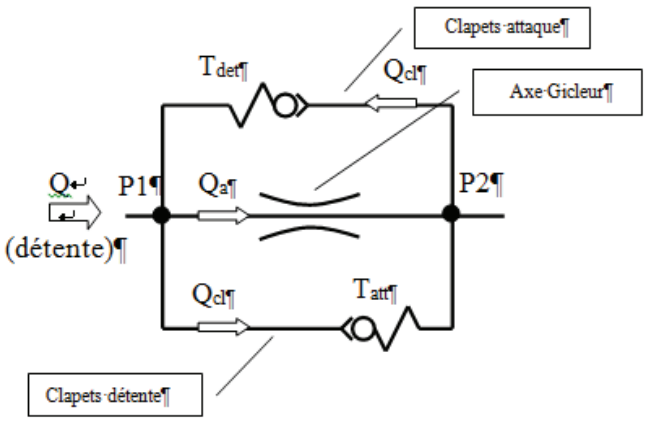


Figure A5.3 - Modélisation simplifiée de l'amortisseur

La perte de charge du circuit $\Delta P = P1\text{-}P2$ créée par l'axe est la même que celle créée par le clapet. Par conséquent, les débits Q_{cl} et Q_a peuvent être déterminés en fonction de ΔP tel que :

$$\Delta P = f(Q_{cl}) = f(Q_a). \tag{A5.1}$$

Or le débit Q, entrant dans le circuit, est égal à la somme des débits passant dans le circuit. Soit :

$$Q = Q_{cl} + Q_a = f(\Delta P). \tag{A5.2}$$

Connaissant donc la perte de charge ΔP du circuit, il est possible de déterminer le débit Q passant à travers l'amortisseur.

Remarque

- *pour le débit Q_a, le calcul s'effectue sur l'ensemble des valeurs fixées par le débit de référence Q_{th}*
- *pour le débit Q_{cl}, on en tient compte dans le calcul uniquement lorsque le débit est assez important pour lever les clapets soit quand la lévée des clapets est supérieure à la flèche de précharge.*

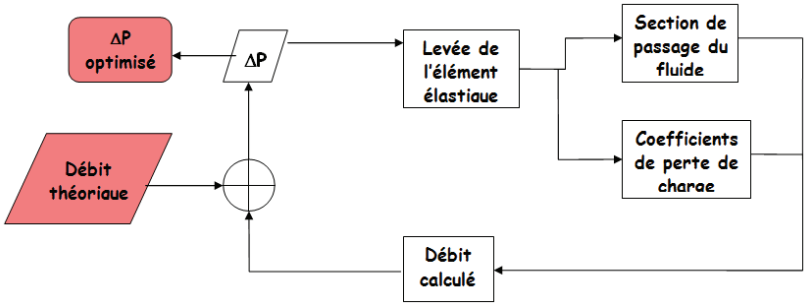


Figure A5.4 - Principe de l'outil de calcul

Démarche de calcul

Valeur d'initialisation

Le point de départ est défini par un débit théorique Q_{th} et une perte de charge ΔP.

Calcul du débit Q

L'objectif est ensuite de calculer le vrai débit Q à partir des débits Q_{cl} et Q_a. Pour définir à quel moment on a une perte de charges créée par les clapets et par l'axe, on définit avant tout la levée des clapets au niveau de la génératrice externe du trou de passage (*Figure A5.5*).

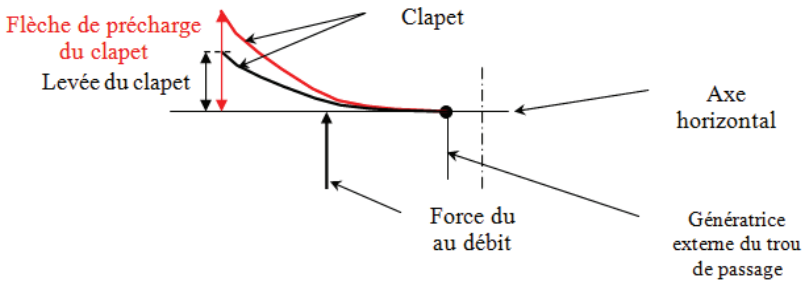


Figure A5.5 - Illustration de la levée du clapet

Soit h la hauteur de levée, on a :

- Si la levée de clapet > flèche de précharge du clapet, alors :

$$h = \text{levée de clapet} - \text{flèche de précharge}, \quad \text{(A5.3)}$$

- Sinon $h = 0$.

Suivant la valeur de h on a :

- Pour $h = 0$ ➔ $Q = Q_a$
- Pour h non nul➔ $Q = Q_a + Q_{cl}$

Débit Q_a traversant l'axe

La perte de charge créée est due au passage du fluide à travers un changement de section. Le trou de passage de l'axe est associé à un comportement de gicleur dont la formule est définie par le modèle d'Idelcik :

$$Q_a = S.(2.\Delta P/(\rho.\xi))^{1/2}, \quad \text{(A5.4)}$$

avec ξ coefficient de perte de charge et ρ masse volumique du fluide. Pour déterminer Q, il faut avant tout calculer ξ. Ce calcul est valable si $l/Dh > 0.2$ avec Dh = (surface du fluide)/(périmètre du fluide) et l = épaisseur du gicleur.

Débit Q_{cl} traversant le corps et poussant les clapets

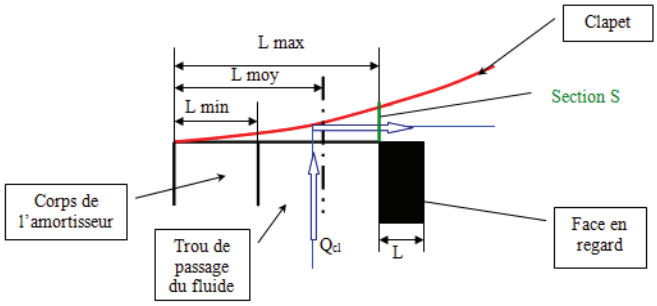


Figure A5.6 - Géométrie de passage du fluide

On connaît les sections de la géométrie du corps de l'amortisseur et du clapet (*Figure A5.6*). On a deux postes de perte de charges :

- le premier poste concerne uniquement $\Delta P1$ (*Figure A5.9*) du à la forme de coude du fluide (voir *Figure A5.7*). La formule est de la forme :

$$Q_{cl} = S.(2.\Delta P1/(\rho.\xi))^{1/2}, \tag{A5.5}$$

ξ est déterminé par la formule :

$$\xi = A.\cos(\theta), \tag{A5.6}$$

avec $1{,}5 < A < 2{,}5$ et θ angle que fait la trajectoire du débit par rapport à l'axe horizontal comme le montre la *Figure A5.7*.

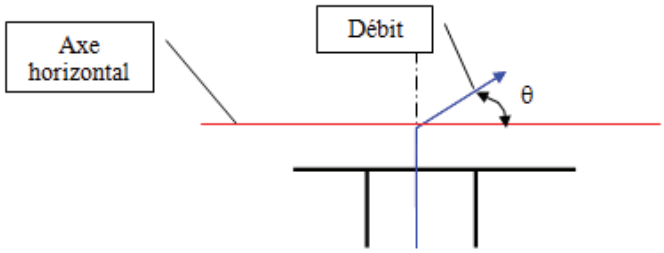


Figure A5.7 - Illustration de l'angle θ nécessaire pour le calcul de ξ

- Le deuxieme poste concerne $\Delta P2$ (*Figure A5.9*) due à la géométrie de la section de passage entre la déformée du clapet et le corps.

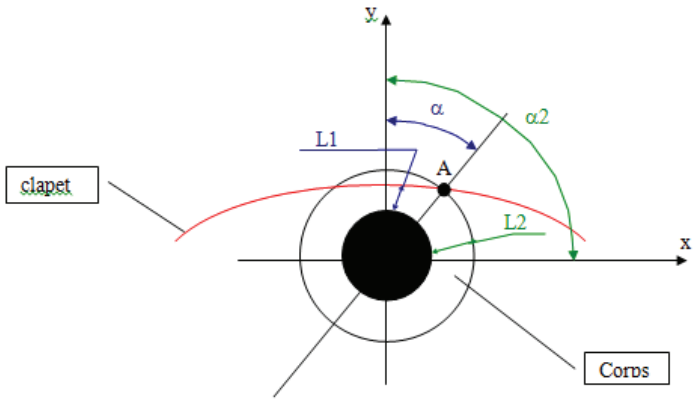


Figure A5.8 - Géométrie du clapet et du corps vue de dessus

La formule utilisée est celle de l'écoulement du fluide en film mince ou encore appelée écoulement de ***Poiseuille*** **.** Elle est de la forme :

$$\Delta P = a.Q + b\,, \tag{A5.7}$$

a et *b* dépendent de *S* et de *L* (géométrie passage fluide). Il existe une différence de la longueur *L* autour de la section de passage. On fixe ainsi deux zones (voir *Figure A5.8*) :

- Zone L_{mini} (L1) entre 0 et α
- Zone L_{maxi} (L2) entre α et α_2

Le débit Q_{cl} peut se décomposer en deux débits différents *Q1 et Q2 (Figure A5.9)*, soit :

$$\Delta P1 = a1.Q1 + b1, \tag{A5.8}$$

$$\Delta P2 = a2.Q2 + b2\,, \tag{A5.9}$$

avec

$$Q1 + Q2 = Q_{cl} \tag{A5.10}$$

et

$$\Delta P1 + \Delta P2 = \Delta P, \tag{A5.11}$$

de plus on a : $Q_{cl} = S.(2.\Delta P1/(\rho.\xi))^{1/2}$.

Les coefficients ***a1*** et ***b1*** sont déterminés par $\boldsymbol{\alpha}$ (*Figure A5.8*)et **la levée du clapet en Lmoy (***Figure A5.6***).**

Les coefficients ***a2*** et ***b2*** sont déterminés par $\boldsymbol{\alpha_2}$ (*Figure A5.8*)et **la levée du clapet en Lmax(***Figure A5.6***).**

On obtient alors un systeme de cinq équations à cinq inconnues *(ΔP1, ΔP2, Q1, Q2,* Q_{cl}) et l'on trouve une équation de type

$$aX^2+bX+c = Q_{cl} = f(\Delta P, a1, b1, a2, b2). \tag{A5.12}$$

La determination du discriminant permet d'obtenir les solutions à cette équation.

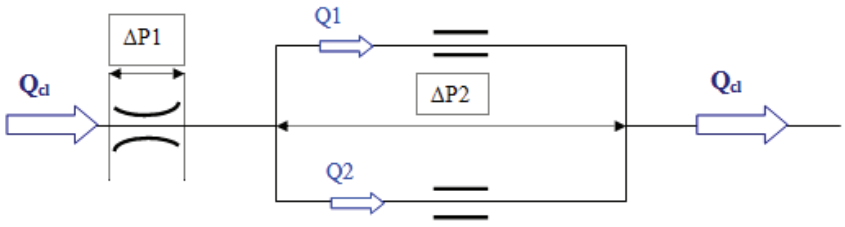


Figure A5.9 - Schéma Hydraulique associé au clapet

Effort exercé par la perte de charge ΔP sur le clapet

La formule définissant l'effort exercé par la perte de charge sur le clapet est

$$F = \Delta P \, S_{appui} = \Delta P \, \pi \, x \, r^2 \, 4, \qquad \text{(A5.13)}$$

avec F : force en N, S_{appui} la surface du trou de passage du corps et r le rayon d'un trou de passage.

Déformée du clapet associée à celle d'une poutre équivalente

Le diaphragme a un comportement proche d'un comportement d'une simple poutre. Pour des raisons de simplification de calcul, on assimile la déformée (δ) d'un diaphragme à celle d'une poutre de raideur équivalente.

Le clapet est une pièce dont le rôle est de limiter le passage du fluide par les trous de sortie du corps de l'amortisseur. Le fluide pousse donc le clapet, et la section de passage ainsi dégagée crée une perte de charge (changement de section). On sait qu'un ressort se caractérise par sa flèche X obtenue par :

$$X = F/K, \qquad \text{(A5.14)}$$

avec F l'effort du ressort et K le coefficient de raideur.

Pour définir la raideur, un modèle de calcul de diaphragme est utilisé considérant la charge uniformément répartie sur la périphérie d'un anneau encastré à son diamètre intérieur.

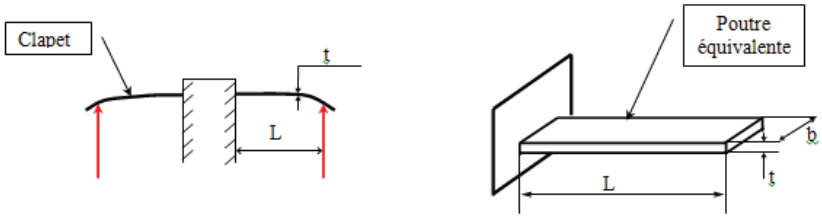
Un rapport A défini par :

$$\delta(max) = F \, A, \qquad \text{(A5.15)}$$

est associé à K le coefficient de raideur avec:

$$K = 1/A = F / \delta(max). \qquad \text{(A5.16)}$$

Le clapet est assimilé à une poutre droite immobilisée à l'une des extrémités (*Figure A5.10*) dont on connaît mieux le fonctionnement. La largeur correspondante de la poutre est déterminée sachant que l'on connaît sa longueur L et son épaisseur t identiques aux dimensions du clapet.



(a) *(b)*

Figure A5.10 - Clapet de longueur L et d'épaisseur t (a) assimilé à une poutre droite imobilisée à l'une de ces extrémitésdont on recherche la largeur b (b)

L'équation pour un ressort droit avec une charge uniformément répartie sur la périphérie d'un anneau encastré à son diamètre intérieur est donnée par :

$$\delta_{(Max)} = \frac{-(3.(m^2-1))}{(4.m^2.\pi\ E\ t^3)}\left(\frac{a^4\,(3m+1)-b^4(m-1)-2a^2b^2(m+1)-8ma^2b^2\ln(a/b)-4a^2b^2(m+1)(\ln(a/b))^2}{a^2\,(m+1)+b^2(m-1)}\right).F \qquad \text{(A5.17)}$$

Ce ressort immobilisé à l'une de ces extrémités avec une charge P_{ch} répartie sur toute la poutre a un moment d'encastrement :

$$M_{max} = P_{ch}\,L/2\ . \qquad \text{(A5.18)}$$

La déflexion pour la poutre de longueur L est de la forme :

$$\delta_{(L)} = (F.L^3)\,/\,(8\,E.I) = 4.(F.L^3)\,/(E.b.t^3)\ , \qquad \text{(A5.19)}$$

avec

$$b = (3/2).K\ .(L^3/(E.t^3)) \qquad \text{(A5.20)}$$

et

$$K = 1/A = F\,/\,\delta(max.). \qquad \text{(A5.21)}$$

Ces équations permettent donc de déduire la largeur de poutre associée :

$$b = (4.F.L^3)/(\,\delta(max.).E.t^3) = (4.L^3)\,/\,(\,A.E.t^3)\ . \qquad \text{(A5.22)}$$

La déformation de notre poutre en flexion comporte les efforts suivants : F (force du fluide), F_b (force du clapet B), L_b (longueur du clapet B), L_0 (distance d'action du fluide à l'encastrement) et L_C (longueur du clapet C) comme illustré sur la *Figure A5.11*..

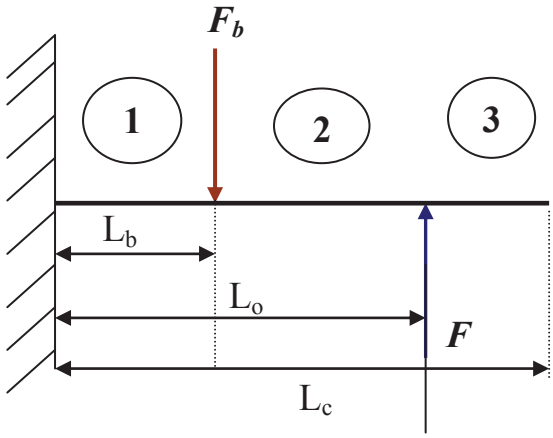


Figure A5.11 - Représentation de la poutre en flexion

La définition de la flèche pour chacune des zones est donnée par les équations :

- pour $0<x<L_b$:

$$y(x) = \frac{1}{E.I_0}\left(\frac{x^3}{6}(F_b - F) + \frac{x^2}{2}(F.L_o - F_b.L_b)\right) ; \quad \text{(A5.23)}$$

- pour $L_b <x<L_0$:

$$y(x) = \frac{1}{E.I_0}\left(-\frac{x^3}{6}F + F.L_0\frac{x^2}{2} - \frac{F_b.L_b^{\,2}}{2}x + \frac{L_b^{\,3}}{6}F_b\right) ; \quad \text{(A5.24)}$$

- pour $L_0 <x<L_c$:

$$y(x) = \frac{1}{E.I_0}\left(\frac{F.L_0^{\,2}}{2} - \frac{F_b.L_b^{\,2}}{2}x + \frac{F_b.L_b^{\,3} - F.L_0^{\,3}}{6}\right). \quad \text{(A5.25)}$$

D'où l'expression de l'effort F_b

$$F_b = y(L_b)\frac{3.E.I_b.L}{L_b^{\,3}} , \quad \text{(A5.26)}$$

avec

$$y(L_b) = \frac{1}{E.I_0}\left(\frac{L_b^{\,3}}{6}(F_b - F) + \frac{L_b^{\,2}}{2}(F.L_o - F_b.L_b)\right). \quad \text{(A5.27)}$$

Par conséquent, il est possible d'écrire

$$F_b = 3\frac{I_b}{I_0}\left(\frac{F_b - F}{6} + \frac{(F.L_o - F_b.L_b)}{2L_b}\right), \quad \text{(A5.28)}$$

Soit finalement

$$F_b = \frac{3}{2}F\frac{I_b\left(\frac{L_o}{L_b} - \frac{1}{3}\right)}{I_0 + I_b}, \quad \text{(A5.29)}$$

avec

$$I_b = \frac{P_b.t^3}{12}, \quad \text{(A5.30)}$$

$$I_0 = I_A + n_c.I_c . \quad \text{(A5.31)}$$

La résolution du débit Q peut alors s'effectuer en résolvant toutes les inconnues liées au débit passant par les clapets.

Validation de l'outil

Dans un premier temps, il est nécessaire de vérifier que l'outil donnant les courbes théoriques (th) ne soit pas trop éloigné des mesures réelles de caractérisation de l'amortisseur sur banc.

Sur la *Figure A5.12*sont tracées des mesures pour des changements de clapets à iso trou de fuite avec leurs équivalents théoriques. Il apparait que l'outil sur estime la raideur équivalente au clapet. Il faut donc considérer que les résultats théoriques correspondent en réalité à un organe amortisseur avec un clapet C en plus de chaque coté (attaque/détente).

Grace aux mesures, on s'aperçoit également que le potentiel de levée des clapets n'est pas à son maximum avec 5 clapets C. Cela implique qu'il est possible de continuer d'empiler des clapets C pour raidir encore un peu plus l'amortisseur. Il est tout de même intéressant de définir à quel moment l'empilage de clapets supplémentaires n'a plus d'impact sur la loi. Pour pouvoir empiler plus de clapets il est envisager de fabriquer un rivet plus long ceci n'influençant pas le sertissage paramétré en effort et non pas en déplacement.

Sur la *Figure A5.13*sont représentées des mesures de différents amortisseurs à iso clapets mais divers axes (trou de fuite) et leurs correspondances théoriques. Dans ce cas précis on peut remarquer que l'outil est suffisamment représentatif dans la modélisation du trou de fuite.

Le débit pour lequel les clapets commence à s'ouvrir (changement de forme : passage d'une caractéristique quadratique à une caractéristique linéaire) parait également relativement proche de la réalité surtout pour les mesures des petits débits.

En effet sur la *Figure A5.14*, on peut remarquer qu'en fonction du banc utilisé pour faire la caractéristique ainsi que l'échelle de débit employée pendant la mesure les résultats divergent. Apres avoir comparé les différents résultats pour un type d'amortisseur et en fonction du retour des différents utilisateurs, j'ai choisi de baser mon analyse et mon comparatif sur les résultats issus du banc de caractérisation de La Garenne pour une plage de débits allant de 0 à 5, c'est à dire pour des petits débits.

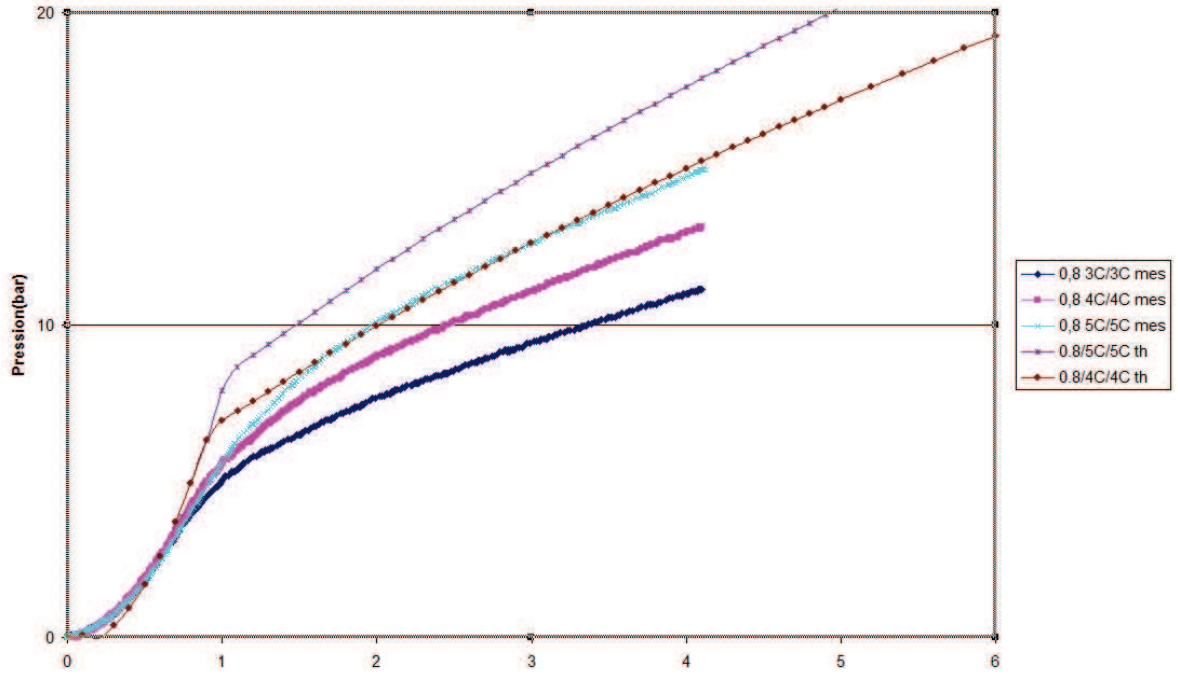


Figure A5.12 - Corrélation de l'outil avec des mesures expérimentales sur la variation du nombre de clapets

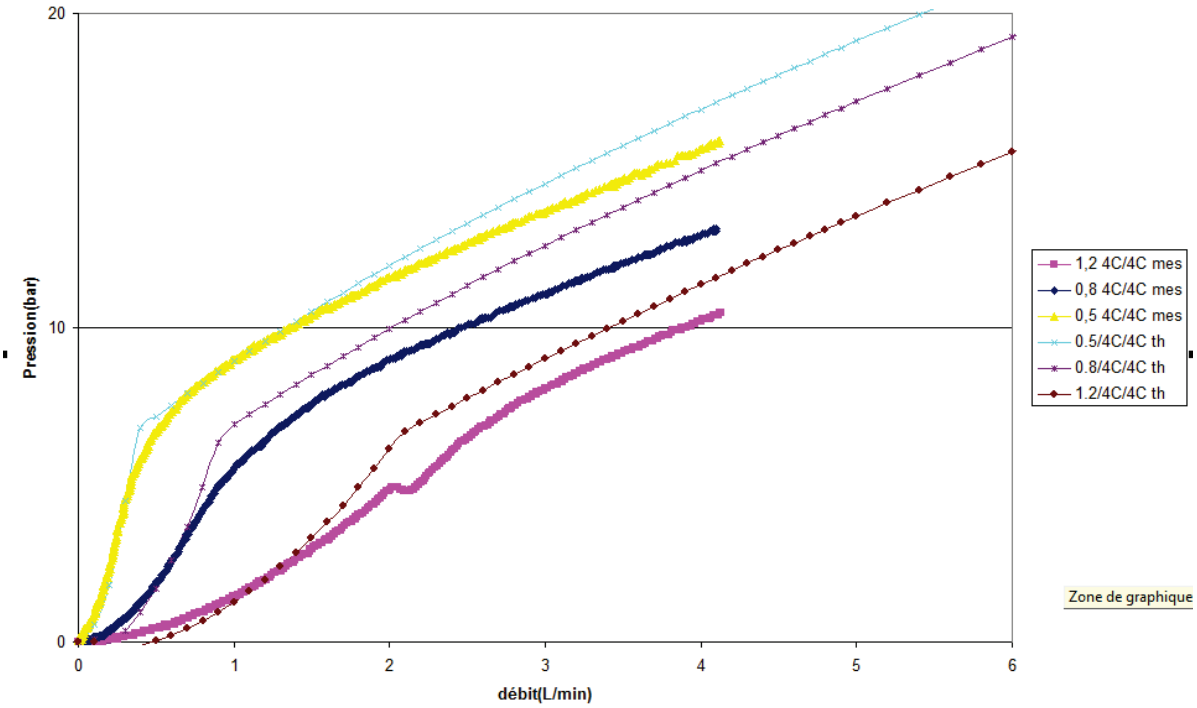


Figure A5.13 - Corrélation de l'outil avec des mesures expérimentales sur la variation du diamètre du trou de fuite

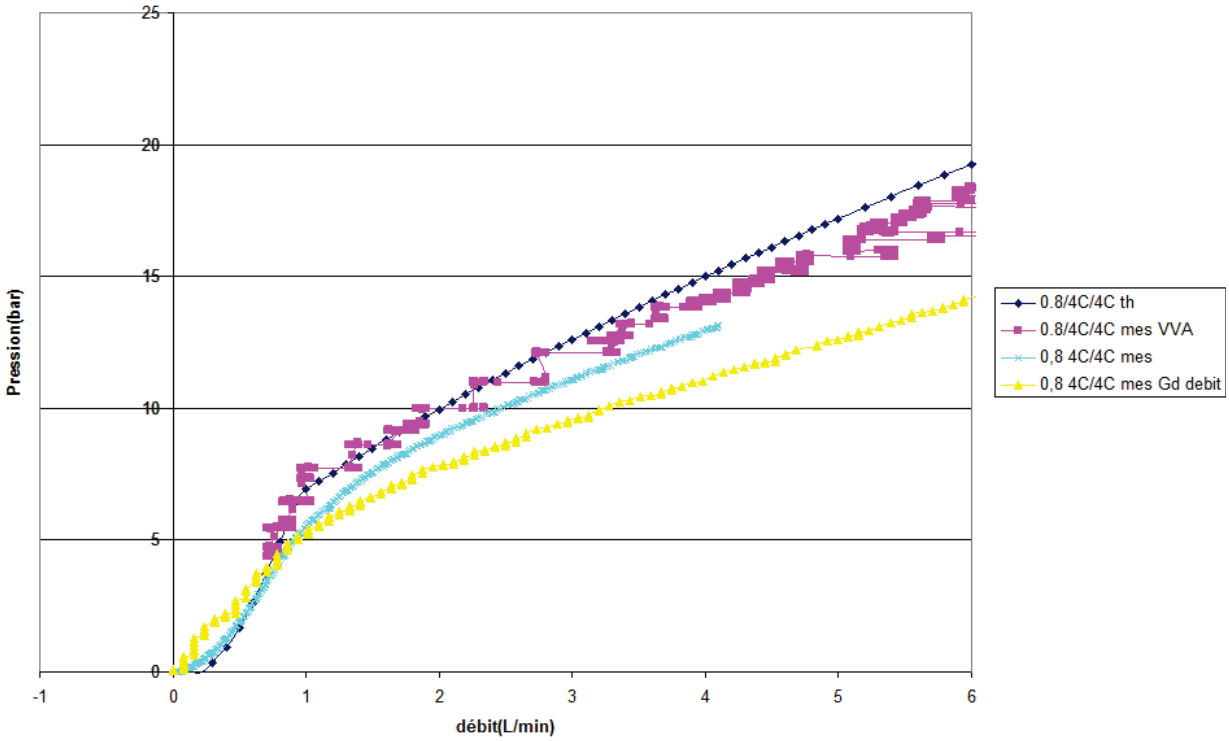


Figure A5.14 - Fiabilité de la mesure

RÉALISATION TECHNOLOGIQUE À BASE DE LA TECHNOLOGIE CITROEN

On s'aperçoit assez vite que les amortisseurs Citroën ne sont pas facilement dimensionnables pour de forts amortissements. Par conséquent, pour l'architecture nécessitant 3 sphères en parallèle avec pour chacune d'elle un amortisseur 3 fois plus raide que celui d'origine, la technologie Citroën doit être retravaillée.

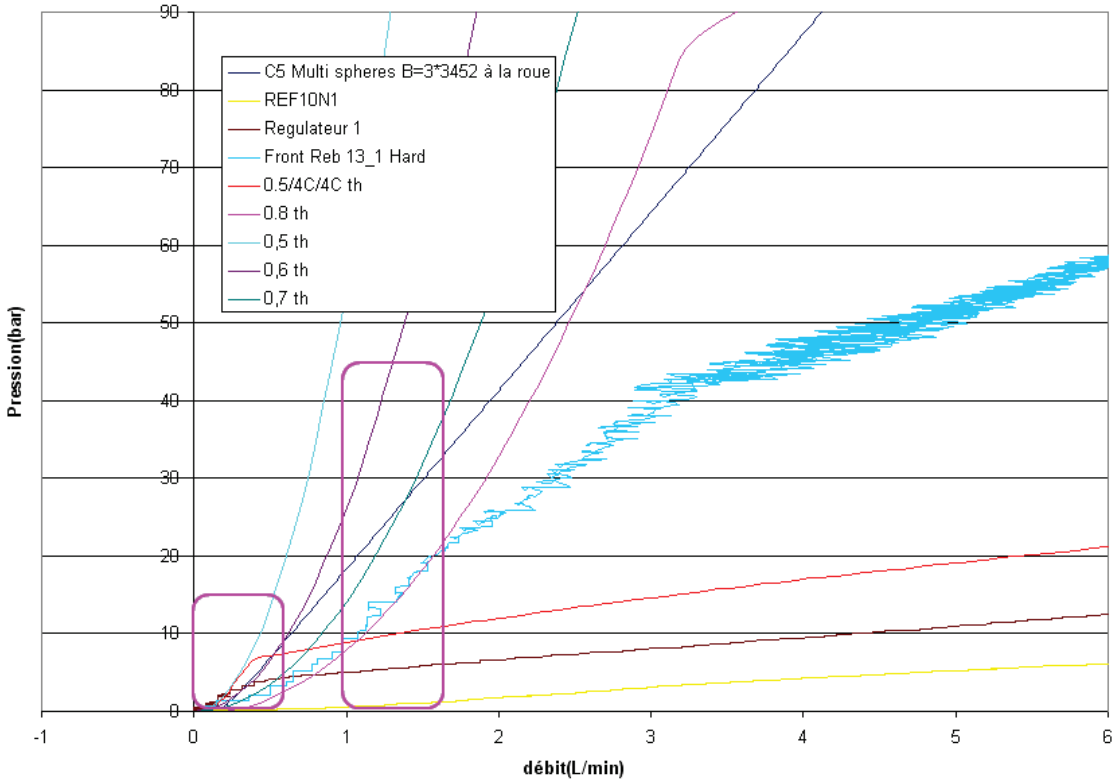


Figure A5.15 - Lois possibles d'amortissement pour B_1''=10 350Ns/m

Il apparait clairement, d'après *Figure A5.15* que les amortisseurs Citroën tel que réalisables actuellement ne correspondent pas à la demande pour le C5 multi sphères, surtout pour l'amortissement de 10 350 Ns/m.

ANNEXE 6

Paramètres du véhicule léger citadin

PARAMETRES VEHICULE

Les paramètres du véhicule léger citadin sont rassemblés dans le *Tableau A6.1*.

	Avant	Arrière	Unité
Masses et Inerties			
A vide			
Masse	378	222	kg
Inertie de roulis	200		$kg.m^2$
Inertie de tangage	370		$kg.m^2$
Inertie en lacet	400		$kg.m^2$
Paramètres masses non suspendues			
Masse non suspendues	130	97	kg
Raideur pneumatique	200 000	200 000	N/m
Géométrie			
Empattement	1.810		m
Voie	1.33	1.31	m
Hauteur du centre de gravité	0.5		m
Hauteur du centre de roulis avant	0.025		m
Hauteur du centre de roulis arrière	0.155		m

Tableau A6.1 - Caractéristiques du véhicule léger citadin

PARAMETRES SUSPENSION

Les paramètres de suspension du véhicule léger citadin sont rassemblés dans le *Tableau A6.2*.

	Avant	Arrière	Unité
Paramètres de la suspension			
Raideur à la roue	10 528	15 472	N/m
Raideur anti-devers faite par la suspension	9 310	13 200	Nm/rad
Raideur barre anti-devers	32 000	18 000	Nm/rad

Tableau A6.2 - Caractéristiques de la suspension du véhicule léger citadin

ANNEXE 7

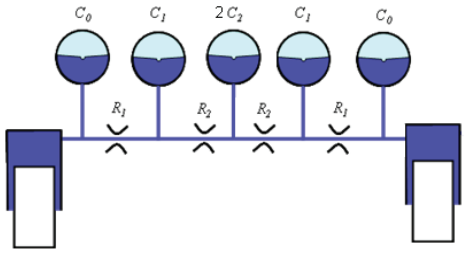
Mode ferme pour la solution en gamma

MODE FERME POSSIBLE POUR LA SUSPENISON CRONE EN GAMMA

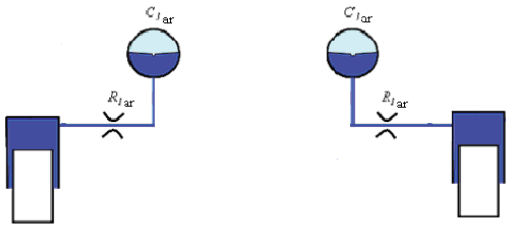
En mode ferme, les résultats diffèrent largement de l'hydractive en mode ferme. En effet, pour l'architecture parallèle le mode ferme est imposé et égal au mode ferme de la référence, puis le dimensionnement du mode souple est réalisé. Pour l'architecture en gamma, c'est le mode souple qui fixe l'ensemble des paramètres, y compris ceux du mode ferme. Le fait que la cellule C_1R_1 ou la cellule C_2R_2 soit choisie pour le mode ferme donne des résultats très différents de ceux obtenus avec la suspension hydractive (voir Tableau A7.***1***, Tableau A7.***2***, Tableau A7.***3***).

Néanmoins, grâce à l'architecture en gamma une suspension hydractive CRONE possédant plus de 2 états peut être envisagée. Les différents états possibles sont :

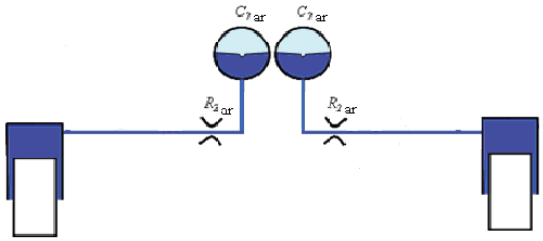
- le mode souple configuré conformément aux attentes en tenue de caisse et de roue de manière à privilégier le confort :



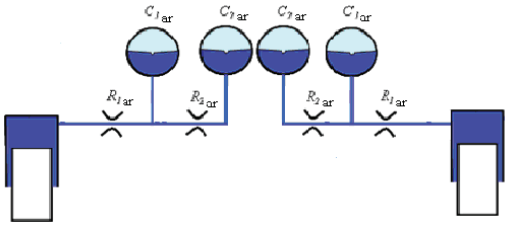
- des modes induits du dimensionnement du mode souple
  - un mode 1 imposé par la cellule C_1R_1 :



  - un mode 2 imposé par la cellule C_2R_2 :



- un mode 3 imposé par les deux cellules C_1R_1 et C_2R_2 :



Il faut donc dans ce cas, grâce à une analyse linéaire, déterminer si c'est mode sont plutôt des modes fermes privilégiant la tenue de route ou des modes souples privilégiant le confort.

De l'analyse linéaire vient :

- le ***mode 1*** conduit à une réponse de caisse équivalente à la suspension hydractive en mode ferme, mais le rebond de roue est plus relâché,
- le ***mode 2*** est, quant à lui, complètement à l'opposé, le rebond de roue est très tenue ainsi que la caisse, mais l'isolation vibratoire est très mauvaise : ce mode s'apparente à un mode très sécuritaire qui ne s'enclencherait que dans les situations d'urgence,
- le ***mode 3,*** quant à lui, améliore la réponse de la caisse, mais relâche le rebond de roue : ce mode s'apparente plus à un mode confort. En effet, les réponses de la caisse ressemblent aux réponses du mode souple. Ceci est logique puisque un tel mode correspond à la structure du mode souple sans la sphère capacitive. Or cette sphère n'agit qu'aux hautes fréquences pour isoler la caisse. Ce mode ne présente donc pas un intérêt en soit puisqu'il donne aux basses et moyennes fréquences les résultats du mode souple sans l'isolation vibratoire aux hautes fréquences : autant utiliser directement le mode souple.

COMPARAISON ENTRE L'HYDRACTIVE ET LA SUSPENSION CRONE EN GAMMA DANS LEURS MODES FERMES

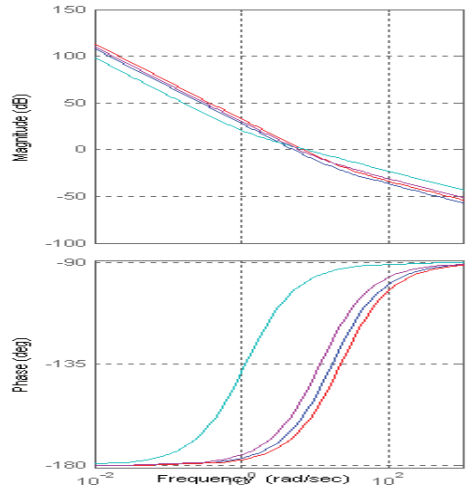
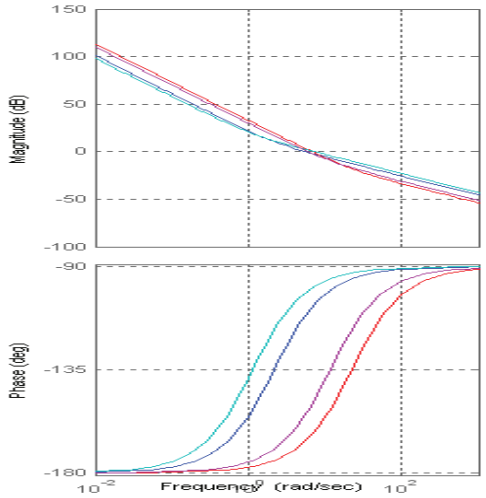
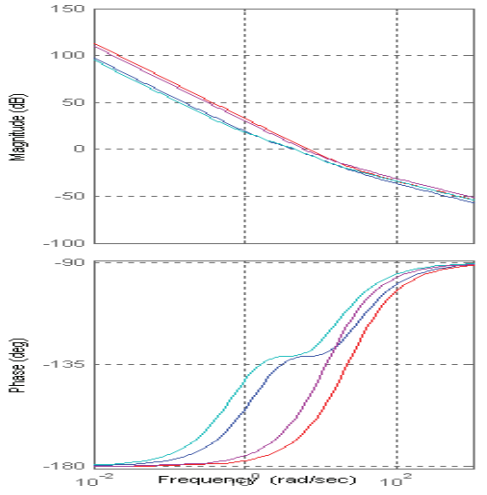
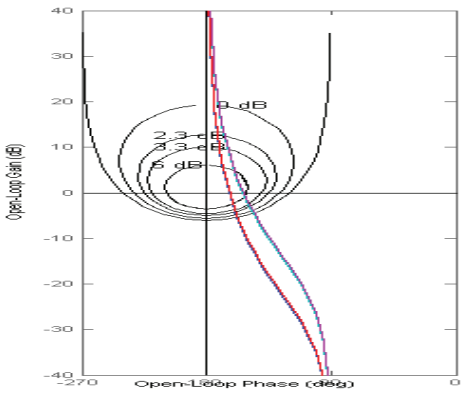
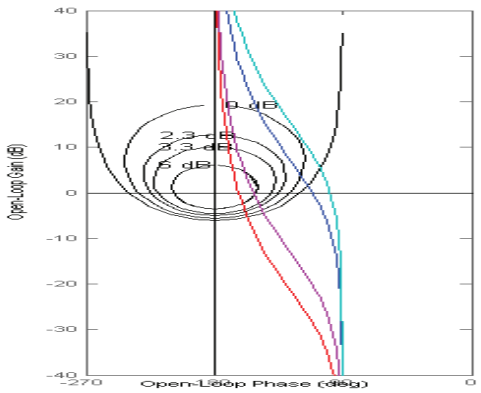
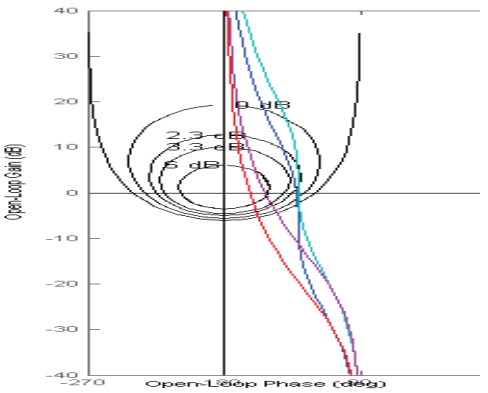
	MODE1	MODE2	MODE3
BOUCLE OUVERTE DANS BODE			
BOUCLE OUVERTE DANS BLACK			

Tableau A7.1 - *Analyse de la boucle ouverte pour l'architecture en gamma dans ces différents modes fermes 1,2,3*

COMPARAISON DES REPONSES DE LA CAISSE AVEC L'HYDRACTIVE ET AVEC LA SUSPENSION CRONE EN GAMMA EN MODE FERME

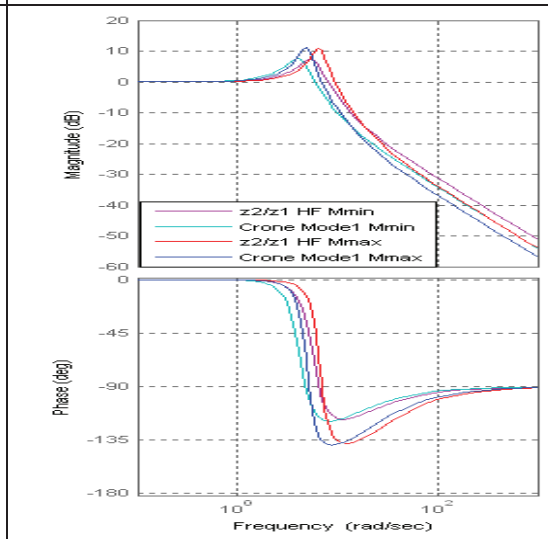
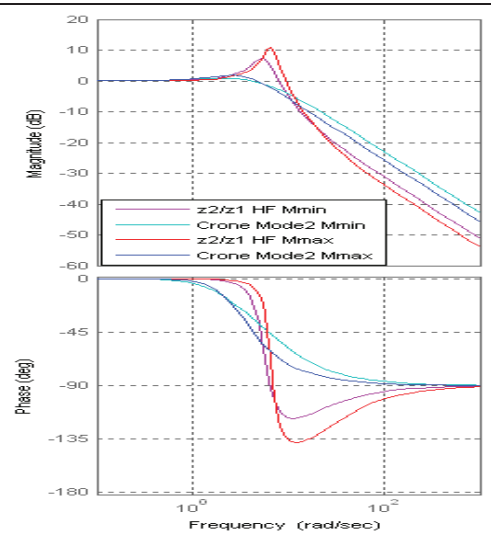
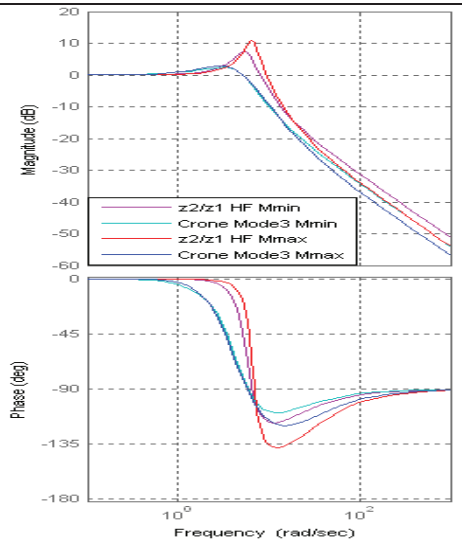
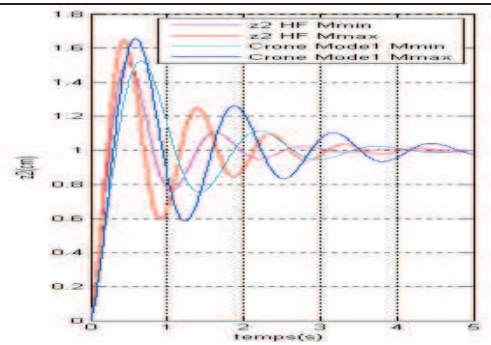
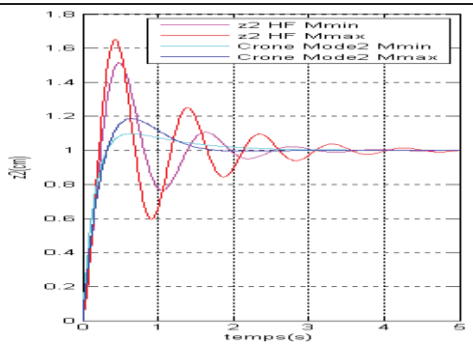
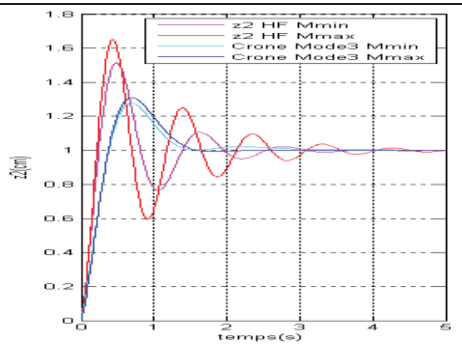
	MODE1	MODE2	MODE3
TRANSFERT Z2/Z1			
REPONSE INDICIELLE $z_2(t)$			

Tableau A7.2 - *Analyse de la réponse de la caisse pour l'architecture en gamma dans ces différents modes fermes 1,2,3*

COMPARAISON DES REPONSES DE LA ROUE AVEC L'HYDRACTIVE ET AVEC LA SUSPENSION CRONE EN GAMMA EN MODE FERME

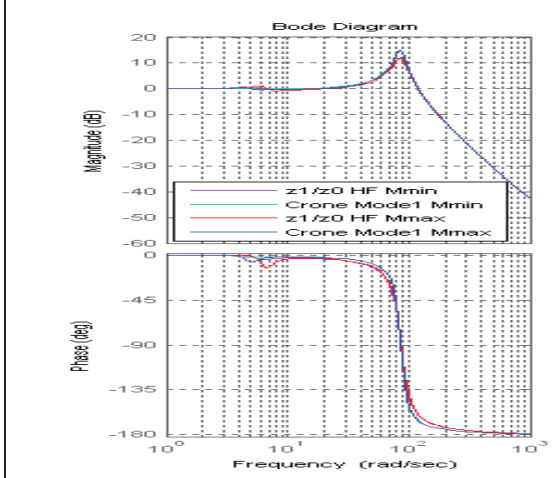
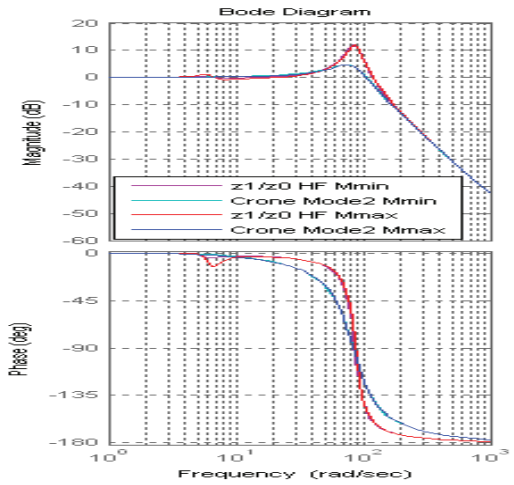
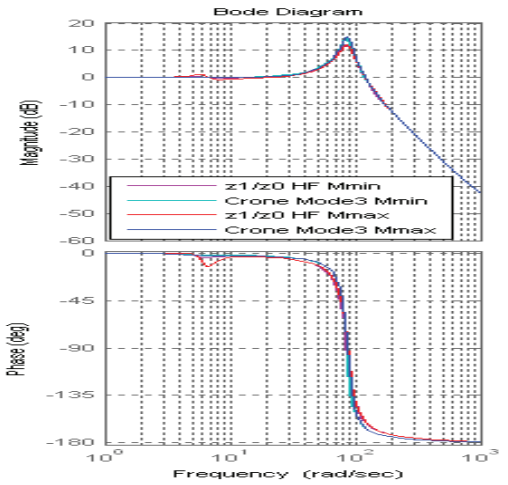
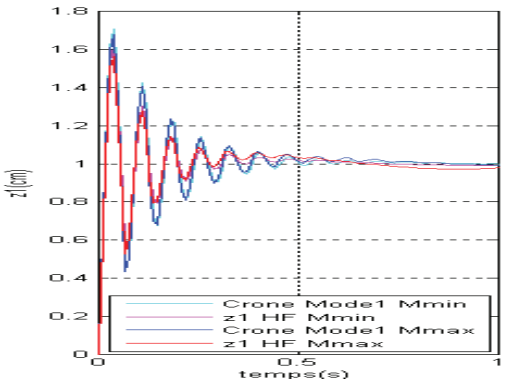
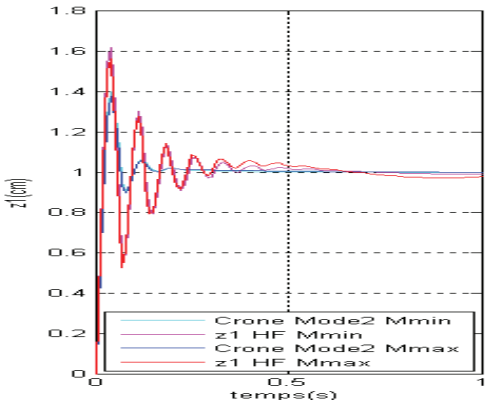
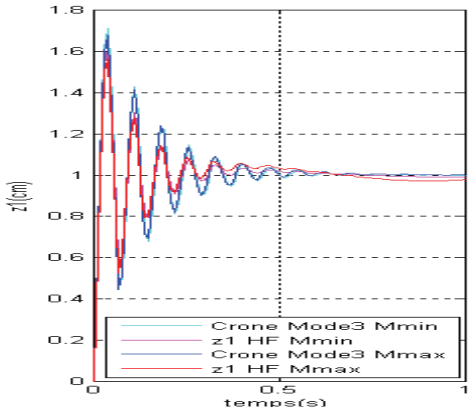
	MODE 1	MODE 2	MODE 3
TRANSFERT Z1/Z0			
REPONSE INDICIELLE $z_1(t)$			

*Tableau A7.3 - Analyse de la réponse de **la roue** pour l'architecture en gamma dans ces différents modes fermes 1, 2, 3*