



THÈSE

PRÉSENTÉE A

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX 1

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

Par Louis HERNANDO

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : MÉCANIQUE

SÉDIMENTATION DE SUSPENSIONS NON-COLLOÏDALES

POLY-DISPERSES ET CONCENTREES.

Directeurs de recherche : M. Aziz OMARI, M. David REUNGOAT

Soutenue le : 16 février 2012

Devant la commission d'examen formée de :

M. SNABRE, Patrick
Mme LEMAIRE, Élisabeth
M. CLIMENT, Éric
Mme BERGOUGNOUX, Laurence
M. OMARI, Aziz
M. REUNGOAT, David

Directeur de Recherche CRPP, Bordeaux
Directeur de Recherche LPMC, Nice
Professeur INP-ENSEEIH/IMFT, Toulouse
Maître de Conférences, IUSTI, Marseille
Professeur, I2M, Bordeaux
Maître de Conférences, I2M, Bordeaux

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Directeur
Directeur

*Université Bordeaux 1
Les Sciences et les Technologies au service de l'Homme et de l'environnement*

Remerciements

Ces travaux de thèse ont été réalisés au département TREFLE de l'Institut de Mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux (I2M). A cet égard, je remercie Monsieur Eric Arquis, directeur de l'Institut, pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire mais également accompagné au cours de quelques sessions de travail prolongé.

Je tiens à remercier les membres du jury pour avoir accepté de juger de l'intérêt scientifique de ce travail : Madame Laurence Bergounoux, maître de conférences à l'IUSTI à Marseille, Madame Élisabeth Lemaire, directrice de recherche au LPMC à Nice, Monsieur Éric Climent, professeur à l'IMFT de Toulouse, et Monsieur Patrick Snabre, directeur de recherche au CRPP à Bordeaux qui a de plus présidé ce jury.

Cette thèse n'aurait jamais pu aboutir sans un soutien appuyé de mes directeurs de thèse. Je tiens donc à signifier toute ma reconnaissance à Aziz Omari, professeur à l'I2M de Bordeaux et David Reungoat, maître de conférences à l'I2M pour m'avoir encadré et accompagné pendant ces trois années passées à leur côté mais aussi pour m'avoir fait murir dans la gestion de ce projet scientifique à long terme. Leur doute permanent, leur expertise et leur disponibilité m'a permis de me dépasser, de conduire cette thèse à terme et d'exacerber encore mon goût pour la recherche.

Je tiens ensuite à remercier l'ensemble des personnes que j'ai côtoyé au département TREFLE de l'I2M pour leurs compétences et leur bonne humeur. Une mention particulière à Cédric Lebot qui a répondu présent à chacune de mes sollicitations, qu'elles soient scientifiques ou non. Je remercie également chaleureusement Pierre Lubin et Stéphane Glockner avec lesquels j'ai passé de nombreuses pauses café qui me permettaient ensuite de repartir pour quelques heures de travail supplémentaires. Mes remerciements vont également vers Stéphane Vincent qui pense à notre condition physique en organisant quelques parties de football bien animées et Jean Toutain, qui en plus d'avoir partagé ses connaissances approfondies sur l'utilisation de MATLAB, a permis de me divertir quelques dimanches après-midis avec Cédric au travers de parties de jeux en tout genre où la mauvaise foi était de rigueur. Merci également à Valérie Thouars, pour sa patience en ce qui concerne les nombreuses commandes de matériel que j'ai effectué ou bien encore les nombreuses fois où j'ai égaré ma carte d'accès.

Un grand merci à tous les stagiaires, doctorants, CDD et post-doctorants du laboratoire que j'ai côtoyé pendant ces trois années. Je remercie particulièrement DD pour son envie perpétuelle d'animer la vie du laboratoire et son soutien : notre progression concomitante dans nos thèses respectives a permis de me rassurer. Je remercie aussi ceux devenus docteurs avant moi (Mathilde, Arthur) qui en plus d'être cruciverbistes émérites m'ont également montré la voie de la réussite d'une thèse. Enfin, un remerciement particulier pour mon indéfectible collègue de bureau, Ludovic, pour ces 3 ans de partage de bureau sans anicroche.

Je finirai en remerciant mes parents et ma sœur pour leur bienveillance et leur soutien sans faille en particulier au cours de la difficile période de rédaction. Un merci particulier à l'ensemble de mes colocataires du cours Pasteur qui m'ont successivement supporté et avec lesquels j'ai passé trois très bonnes années : Podo, Pierre, Romain et Léa. Je voudrais enfin saluer mes amis :

- d'abord les plus anciens (Auré, Jojo, Alexis, Nathalie, Jessie, Charlotte, Riadh, Anne-Laure, Mousse, Tony, Marraine, DD, Ludo, Simon, Laurence, Marcel, Margaux, Clémence, Nico...), avec lesquels j'ai passé 3 années de thèse dans la droite lignée des 3 précédentes à l'école, c'est-à-dire pleines de sympathies, de bonne humeur, de crémaillères, de repas presque parfaits, de soirées toujours animées,

- ensuite, les plus "jeunes" que j'ai rencontrés au cours de ces 3 années (Boissard, Jenn, Cadon, Valou, Caplain (que je n'ai pas oubliée cette fois-ci), Lolo, Paté, David, la team 2A) et qui ont eu la bonne idée, pour la plupart, de s'exiler (et donc de me laisser tranquille) lors de ma phase de rédaction pour ensuite mieux revenir.

SOMMAIRE

NOMENCLATURE	5
INTRODUCTION GENERALE	11
CHAPITRE 1 : CONSIDERATIONS THEORIQUES.....	15
1. Interactions de particules en suspension	16
1.1. Equations régissant le mouvement de la phase continue	16
1.1.1. Approximation de Stokes	17
1.1.2. Approximation d'Oseen	18
1.1.3. Solutions singulières du problème de Stokes	18
1.2. Particule isolée de taille finie immergée dans un fluide	20
1.2.1. Interactions fluide-particule.....	20
1.2.2. Détermination de l'écoulement autour d'une sphère en translation	22
1.2.3. Cas particulier d'une particule isolée sédimentant dans un fluide au repos.....	24
1.3. Interactions hydrodynamiques entre deux sphères identiques.....	24
1.3.1. Tenseurs de mobilité et tenseurs de résistance	25
1.3.2. Détermination des fonctions de mobilité	26
1.3.2.1. Mouvement parallèle au vecteur inter-centres.....	27
1.3.2.2. Mouvement perpendiculaire au vecteur inter-centres.....	29
1.3.3. Méthode des réflexions.....	30
1.4. Interactions hydrodynamiques entre n sphères identiques	31
1.4.1. Interactions multi-corps aux champs lointains	31
1.4.2. Prise en compte de la lubrification	32
1.4.2.1. Méthode de "Durlofsky"	32
1.4.2.2. Méthode de "Kim et Karilla"	33
1.5. Interactions hydrodynamiques entre des sphères de taille différente	34
1.6. Interactions hydrodynamiques entre une sphère et une paroi	35
1.6.1. Interactions en champs lointains.....	36
1.6.2. Interactions en champs proches	37
2. Comportement d'une suspension de particules.....	39
2.1. Quelques propriétés des suspensions	39
2.1.1. Fraction volumique.....	39
2.1.2. Viscosité d'une suspension.....	40
2.2. Théorie de la sédimentation de suspensions idéales.....	41
2.2.1. Description cinématique du problème via la "Théorie des Mélanges"	41
2.2.2. Théorie de Kynch pour la sédimentation en décantation	43
2.2.3. Théorie de Kynch pour la sédimentation continue	45
2.2.4. Fonction densité de flux	47
2.2.5. Outils mathématiques nécessaires à la résolution du problème	50
2.3. Sédimentation de suspensions idéales mono-disperses	53
2.3.1. Décantation de suspensions idéales mono-disperses	54
2.3.1.1. Modes de sédimentation	54

2.3.1.2.	Exploitation d'un profil de décantation	57
2.3.1.3.	Détermination des modes de sédimentation à partir du profil de décantation	59
2.3.2.	Sédimentation en continu de suspensions idéales mono-disperses	60
2.4.	Sédimentation de suspensions idéales poly-disperses	65
2.4.1.	Description générale du problème	65
2.4.2.	Cas particulier de la décantation de suspensions idéales bi-disperses	67

CHAPITRE 2 : PRESENTATION DE L'OUTIL NUMERIQUE 71

1.	Formulation du modèle Lagrangien	73
1.1.	Sédimentation d'une sphère isolée en milieu infini	73
1.1.1.	Forces agissant au niveau de la sphère	73
1.1.1.1.	Forces volumiques gravitationnelles	73
1.1.1.2.	Force hydrodynamique	74
1.1.2.	Résolution analytique des équations du mouvement dans le cas d'une sphère isolée	74
1.2.	Sédimentation de plusieurs sphères en milieu infini	75
1.2.1.	Interactions hydrodynamiques multi-corps aux champs lointains	75
1.2.2.	Interactions hydrodynamiques à deux corps aux champs proches	76
1.2.3.	Interactions répulsives non hydrodynamiques à deux corps	77
1.3.	Sédimentation de plusieurs sphères en milieu confiné	78
1.3.1.	Interactions entre une sphère et des parois	78
1.3.1.1.	Contribution en champs lointains	78
1.3.1.2.	Contribution en champs proches	80
1.3.2.	Interactions entre n particules et une paroi	80
1.4.	Formulation générale du problème	81
2.	Résolution numérique des équations du mouvement	82
2.1.	Adimensionnement des équations du mouvement	82
2.2.	Principe de la méthode de résolution	82
2.3.	Résultats préliminaires	83
2.3.1.	Sédimentation d'une particule isolée soumise aux forces gravitationnelles	83
2.3.2.	Sédimentation d'un triplet de particules	84
2.3.3.	Sédimentation d'une particule au voisinage d'une particule fixe	88
2.3.4.	Sédimentation d'un doublet de particules de taille différente	90
2.3.5.	Sédimentation d'une particule entre deux parois	92

CHAPITRE 3 : TECHNIQUE EXPERIMENTALE 97

1.	Dispositif expérimental	98
1.1.	Constituants de la suspension	99
1.1.1.	Fluide	99
1.1.2.	Particules	99
1.2.	Description générale des configurations expérimentales	101
1.2.1.	Dispositif en décantation	101
1.2.2.	Dispositif en alimentation continue	101
1.3.	Création de la nappe laser	102
1.4.	Filtres optiques utilisés	103
1.5.	Caméras et acquisition d'images	105
2.	Traitement numérique des images expérimentales	107
2.1.	Opérations préalables réalisées sur les images brutes	107
2.2.	Détection des fronts de sédimentation	108
2.3.	Forme du front descendant de sédimentation	111
2.4.	Détermination des concentrations en particules	114

2.5.	Obtention des champs de vitesse.....	116
2.5.1.	Principe et caractéristiques de la Vélocimétrie par Images de Particules (PIV).....	116
2.5.2.	Méthode d'analyse des images.....	118

CHAPITRE 4 : RESULTATS EXPERIMENTAUX ET NUMERIQUES ET CONFRONTATION AVEC LA LITTERATURE..... 123

I. Suspensions mono-disperses..... 124

1.	Décantation d'une suspension mono-disperse	124
1.1.	Structure de l'écoulement.....	124
1.1.1.	Sédimentation d'une suspension mono-disperse de référence.....	124
1.1.2.	Influence de la taille des particules sur la structure de l'écoulement.....	130
1.2.	Fronts de sédimentation et profils de concentration	132
1.2.1.	Sédimentation d'une suspension mono-disperse de référence.....	133
1.2.1.1.	Vitesses des fronts de sédimentation	133
1.2.1.2.	Profil de concentration	134
1.2.1.3.	Détermination du mode de sédimentation	137
1.2.2.	Influence de la taille des particules sur la décantation.....	138
1.2.2.1.	Etude du profil de sédimentation.....	138
1.2.2.2.	Profil de concentration	139
1.2.2.3.	Modes de sédimentation	142
1.2.2.4.	Structure du sédiment.....	144
2.	Sédimentation continue d'une suspension mono-disperse.....	146
2.1.	Structure de l'écoulement.....	146
2.1.1.	Sédimentation d'une suspension de référence	146
2.1.2.	Influence de la taille des particules sur la structure de l'écoulement.....	148
2.2.	Fronts de sédimentation	148

II. Suspensions bi-disperses..... 150

1.	Décantation d'une suspension bi-disperse	150
1.1.	Décantation de la suspension 1 ($\lambda=3,1$).....	150
1.1.1.	Vitesses des fronts de sédimentation	150
1.1.2.	Profils de concentration	153
1.1.3.	Constitution du sédiment.....	154
1.2.	Influence du rapport de dimension entre particules sur la sédimentation de suspensions bi-disperses	155
1.2.1.	Profils de concentration	155
1.2.2.	Structure du sédiment.....	157
1.2.3.	Vitesses de front	159
2.	Sédimentation continue d'une suspension bi-disperse.....	161

III. Décantation d'une suspension tri-disperse

IV. Quelques résultats numériques

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	167
ANNEXES.....	171
ANNEXE 1 : Protocole de greffage des particules de PMMA.....	172
ANNEXE 2 : Fluctuations de vitesse d'une suspension mono-disperse	173
ANNEXE 3 : Procédure de reconstruction du profil de sédimentation à partir des données expérimentales	174
ANNEXE 4 : Décantation des particules de taille moyenne	176
ANNEXE 5 : Structure de l'écoulement de suspensions de particules en sédimentation continue.	178
ANNEXE 6 : Evolution de la concentration dans la suspension bi-disperse dont $\lambda=3,1$	181
ANNEXE 7 : Evolution de la concentration dans la suspension bi-disperse dont $\lambda=2,0$	182
ANNEXE 8 : Evolution de la concentration dans la suspension bi-disperse dont $\lambda=1,6$	183
BIBLIOGRAPHIE.....	185

Nomenclature

Symboles mathématiques

∇		gradient
$(\nabla \cdot)$		divergence
$\otimes$		produit tensoriel
$\frac{\partial}{\partial x_i}$		dérivée partielle par rapport à la variable x_i

Lettres grecques

γ		ratio entre la densité de deux particules
$\vec{\gamma}$		accélération d'une particule
$\delta(\vec{x})$		fonction de Dirac
δ		tenseur unité
ϵ		distance inter-surfaces entre deux sphères
ϵ'		distance entre la surface d'une sphère et une paroi plane
θ		angle d'ouverture de la vague de raréfaction
λ		rapport de taille entre particules
μ		viscosité dynamique
μ_0		viscosité dynamique du fluide pur
μ_{F1}		viscosité dynamique du fluide utilisée lors des expérimentations
$\mu_r(\phi)$		viscosité dynamique relative indépendante du fluide suspendant
ξ_x		longueur de corrélation dans la direction x
ξ_z		longueur de corrélation dans la direction z
ρ		masse volumique du fluide
ρ_m		masse volumique modifié
ρ_p		masse volumique d'une particule

ρ_S		masse volumique du solide
σ		vitesse de déplacement d'une discontinuité
σ_i		vitesse de propagation d'une discontinuité dans le champ de concentration ϕ_i
σ_x		amplitude moyenne des fluctuations de vitesse dans la direction x
σ_z		amplitude moyenne des fluctuations de vitesse dans la direction z
Σ_i		erreur quadratique moyenne entre des mesures expérimentales et la fonction modèle
τ		temps caractéristique de sédimentation d'une sphère isolée
τ_0		borne temporelle inférieure de la partie linéaire d'un profil de décantation
τ_1		borne temporelle supérieure de la partie linéaire d'un profil de décantation
ϕ		fraction volumique en particules
ϕ^+		fraction volumique en solide au-dessus d'une discontinuité
ϕ^-		fraction volumique en solide au-dessous d'une discontinuité
ϕ_a		fraction volumique d'alimentation en solide
ϕ_d		fraction volumique en solide de débordement
ϕ_i		fraction volumique en solide de la classe de particules i dans une suspension poly-disperse
ϕ_i^0		fraction volumique en solide initiale de la classe de particules i dans une suspension poly-disperse
ϕ_i^+		limite de ϕ_i au-dessus de la discontinuité
ϕ_i^-		limite de ϕ_i au-dessous de la discontinuité
ϕ_L		fraction volumique en solide en $z = L$
ϕ_v		fraction volumique en solide de vidange
ϕ_0		fraction volumique solide initiale d'une suspension
ϕ^*		fraction volumique solide d'empilement dans un sédiment
ϕ_{RLP}^*		fraction volumique solide d'empilement aléatoire lâche de sphères
ϕ_{RCP}^*		fraction volumique solide d'empilement aléatoire dense de sphères
$\vec{\Phi}$		vecteur des fractions volumiques en solide de chaque classe dans une suspension poly-disperse
Ω		vitesse de rotation d'une sphère

Lettres latines

a	rayon d'une sphère
A_{ij}	fonction de mobilité suivant la direction inter-centres
A_1	fonction de mobilité pour un mouvement perpendiculaire à une paroi
B_{ij}	fonction de mobilité suivant la direction perpendiculaire au vecteur inter-centres
B_1	fonction de mobilité pour un mouvement parallèle à une paroi
C	fonction d'inter-corrélation
C_i	choc
C_x	fonction d'inter-corrélation dans la direction x
C_z	fonction d'inter-corrélation dans la direction z
D_i	discontinuité de contact
$\overrightarrow{e_n}$	normale locale
f	densité de flux solide totale
f_a	densité de flux solide d'alimentation
f_i	densité de flux solide de la classe i dans une suspension poly-disperse
f_r	densité de flux solide relative
f_v	densité de flux solide de vidange
$\vec{F}$	force
$\vec{F}_A$	poussée d'Archimède
$\vec{F}_{Ei}$	force extérieure agissant sur la sphère i
$\vec{F}_H$	résultante des interactions hydrodynamiques agissant sur la particule
$\vec{F}_i$	force exercée par le fluide sur une sphère i
$\vec{F}_M$	poids
$\vec{F}_P$	force exercée par les parois sur une particule
$\vec{F}_r$	force de répulsion assimilé à une force de contact
$\vec{F}_T$	force de trainée
$\vec{F}_V$	résultante des forces de volume agissant sur la particule

$\vec{g}$	gravité
h	distance du centre d'une particule à une paroi
h_{as}	hauteur des aspérités
H_C	hauteur de la cellule dioptrique
$\vec{i}$	vecteur unitaire d'une base cartésienne
I_t	valeur d'un pixel
$\bar{I}$	tenseur identité
$\vec{j}$	vecteur unitaire d'une base cartésienne
$\vec{J}(\vec{x})$	tenseur d'Oseen
$\vec{k}$	vecteur unitaire d'une base cartésienne
L	hauteur totale initiale de la suspension
m_p	masse d'une particule
$\bar{M}$	matrice de mobilité globale
$\bar{M}_{ij}$	tenseur de mobilité
$\bar{M}_p$	matrice de mobilité sphère-paroi
n	indice de réfraction du liquide suspendant
p	pression dynamique
p_0	paramètre i dans la fonction $z_i(t)$
$\vec{q}$	vitesse moyenne volumique pondérée
Q_a	débit volumique d'alimentation
Q_d	débit volumique de débordement
Q_v	débit volumique de vidange
$\vec{r}$	vecteur inter-centres entre deux sphères
r^*	distance adimensionnée
$\bar{R}$	matrice de résistance globale
$\bar{R}_{ij}$	tenseurs de résistance
$\bar{R}_{2P}$	matrice de résistance composée des interactions exactes à 2 corps

$\bar{\bar{R}}_{lub}$	matrice de résistance contenant les interactions en champs proches
R_{ref}	distance spécifique d'activation de la force de contact
$R(\phi)$	fonction de freinage
R_i	vague de raréfaction
Re	nombre de Reynolds
s	distance adimensionnée entre deux particules
S_0	surface d'une sphère
t	variable temporelle
t^*	temps adimensionné
t_c	temps critique marquant la fin du processus de décantation
t_i	temps donné
t_s	temps de Stokes
$\vec{t}$	force ponctuelle
T	température
$\vec{v}_F$	vitesse du fluide
$\vec{v}_i(\vec{x})$	champ de vitesse induit par le déplacement d'une sphère i
$\vec{v}_r$	vitesse relative solide-fluide
$\vec{v}_{ri}$	vitesse relative solide-fluide de la classe de particules i dans une suspension poly-disperse
$\vec{v}_S$	vitesse du composant solide
$\vec{v}_{Si}$	vitesse de la classe de particules i dans une suspension poly-disperse
$\vec{v}_\infty$	champ de vitesse du fluide en l'absence de sphère
V	vitesse du front descendant
V^*	vitesse du front montant
$\vec{V}_i$	vitesse de translation d'une sphère i
$\vec{V}_i(\phi_i)$	vitesse de déplacement de l'interface fluide clair-suspension à l'instant t_i
$\vec{V}_P$	contribution due aux parois en terme de vitesse de déplacement de la particule
$\vec{V}_S$	vitesse de sédimentation d'une particule isolée appelée vitesse de Stokes
V_{P1}	vitesse de descente du front supérieur dans une suspension bi-disperse

V_{P1+P2}	vitesse de descente du front inférieur dans une suspension bi-disperse
V_{P1}^*	vitesse de montée du front au-dessus du sédiment bi-disperse dans une suspension bi-disperse
V_{P1+P2}^*	vitesse de montée du front au-dessus du sédiment mono-disperse dans une suspension bi-disperse
V_{RZ}	vitesse de sédimentation calculée avec la loi de Richardson et Zaki
V_x	vitesse horizontale
V_z	vitesse verticale
$\vec{V}_0$	vitesse de translation de la sphère dans le fluide
x	direction horizontale
$\vec{x}$	vecteur définissant un point de l'espace dans le fluide
$\vec{x}_i$	position du centre de masse de la sphère i
$\vec{y}$	vecteur décrivant la surface d'une sphère
z	hauteur/direction verticale
$z(t)$	ligne d'iso-concentration
z_c	hauteur finale du sédiment
$z_i(t)$	fonction ajustable modélisant la partie non-linéaire d'un profil de décantation

Introduction générale

De la pâte à dentifrice au moût de fermentation en passant par la peinture, le lit d'une rivière, le propergol d'un réacteur de fusée et le sang, les suspensions sont présentes dans de nombreux usages de notre vie courante. La maîtrise de leur mise en œuvre dans de nombreux procédés industriels tout comme leur modélisation dans des phénomènes naturels nécessite la compréhension de leur comportement sous des sollicitations mécaniques extérieures et constitue un des challenges de la recherche. De manière générale, les suspensions font partie de la famille des dispersions qui sont des mélanges de plusieurs phases distinctes dont l'une est continue, tandis que l'autre est la phase dispersée répartie sous forme d'objets ou particules. Dans le cas des suspensions, des particules solides sont dispersées dans une phase continue liquide. Lorsque les fractions volumiques en phase dispersée solide deviennent significatives, les suspensions sont communément appelées "pâtes granulaires" car la présence du fluide entre les particules ou grains donne à l'ensemble une cohésion et un aspect pâteux caractéristique.

En mécanique des fluides, la recherche expérimentale et théorique s'oriente plus spécifiquement vers des problématiques liées à la compréhension des interactions intra et interphases qui sont à l'origine de phénomènes tels que le réarrangement, la ségrégation, la migration, la déplétion, etc. pouvant influencer sur le comportement mécanique macroscopique et la rhéologie de la suspension. A titre d'exemple, dans le domaine de traitement des eaux, l'intérêt porte particulièrement sur l'élimination par décantation d'impuretés solides, de polluants ou de matières organiques dégradées. Des études sont ainsi menées afin de maîtriser la sédimentation de suspensions à travers la conception et l'optimisation de réservoirs destinés à être le siège de tels processus. Dans l'industrie aéronautique, d'autre part, le remplissage de réacteurs de fusées et missiles avec du combustible solide ou propergol constitue une étape cruciale car, là, les phénomènes de ségrégation de charges peuvent prédominer avec pour conséquence la non-maîtrise de la vitesse de combustion locale du propergol et donc de la poussée.

S'agissant des propriétés macroscopiques des suspensions, la distribution spatiale des particules dans le fluide suspendant conditionne leurs caractéristiques. Ainsi, la viscosité apparente est une fonction complexe de la fraction volumique solide ϕ et est généralement dépendante de sa valeur locale. Lorsque la valeur de ϕ dépasse 0,2, les suspensions formées de particules inertes sont considérées comme concentrées. Outre la description de la suspension elle-même, l'intérêt de la recherche réside actuellement dans l'étude du transport et donc de la dynamique de ces fluides chargés

dans diverses configurations d'écoulement dont la sédimentation. Le processus de sédimentation des suspensions diffère selon la configuration : une suspension dans un volume fini peut décanter librement jusqu'à l'état de séparation complète de phases, c'est la sédimentation en *batch*. Alternativement, dans le but de concentrer des suspensions, une alimentation continue en particules peut être adjointe au précédent dispositif. Si comme dans ces procédés de séparation, le moteur de l'écoulement est parfaitement connu, la sédimentation est assez complexe à appréhender car certains phénomènes n'existent que dans cet écoulement particulier. Par exemple, pour deux particules en sédimentation, leurs interactions induisent une augmentation de leur vitesse respective, mais pour une suspension homogène, cet effet est masqué par l'existence d'un écoulement de retour ou "backflow" assurant la conservation du débit volumique dans toute section normale à la direction du mouvement. Le comportement global des suspensions durant ces processus est assez bien décrit par des systèmes d'équations de conservation de la masse. Théoriquement, le processus de sédimentation, que ce soit en décantation ou avec une alimentation continue, peut se dérouler de plusieurs manières ou modes de sédimentation qui sont détaillés plus loin dans le manuscrit. Cette description est rendue plus ardue lorsque plusieurs populations de taille de particules différente sont présentes.

A l'échelle locale la nature des particules, leur forme et leurs dimensions sont des paramètres qui conditionnent les interactions entre la phase dispersée et la phase continue. Suivant le type de suspension considéré, des hypothèses spécifiques aux différentes phases sont alors adoptées pour appréhender le comportement de la suspension. Ainsi, pour des particules dont la taille est comprise entre $0,01\ \mu\text{m}$ et $100\ \mu\text{m}$ suspendues dans un liquide visqueux, les forces inertielles sont négligeables devant les forces visqueuses et le nombre de Reynolds $Re = \rho VL/\mu$ (ρ est la masse volumique du fluide, V la vitesse de sédimentation de la particule isolée, L la longueur caractéristique de la particule et μ la viscosité dynamique du liquide) est petit devant l'unité. Les équations de Stokes, dérivant des équations de Navier-Stokes, régissent alors le mouvement de la phase continue. Lorsque la taille caractéristique des particules est inférieure à $1\ \mu\text{m}$, les forces de volume peuvent être négligées devant les forces surfaciques comme les frottements visqueux fluide-particule, lesquelles forces coexistent avec les forces d'agitation thermique responsables du mouvement brownien et la suspension est alors qualifiée de "colloïdale". A l'inverse, lorsque la longueur caractéristique L des particules est suffisamment grande, les forces de volumes agissant sur les particules ne peuvent plus être négligées devant les forces surfaciques et les dispersions sont qualifiées de "non-colloïdales". Dans cette situation, les effets volumiques comme ceux issus de la gravité sont prédominants. Dans le cas le plus général, l'écoulement de la suspension est principalement déterminé par les interactions hydrodynamiques entre particules via le fluide suspendant. Pour des suspensions suffisamment diluées, les efforts exercés sur une particule donnée résultent principalement des actions dues aux particules situées en son voisinage immédiat : ce sont les interactions dites à deux corps. Pour des suspensions concentrées, ces seules interactions à deux corps ne suffisent plus et les interactions multi-

corps doivent alors être considérées. A cela, s'ajoutent des complications supplémentaires qui émergent dès que la population de particules ne peut plus être considérée comme mono-disperse. Par ailleurs, il existe des configurations d'écoulement où la dimension caractéristique de la particule est non négligeable devant la dimension géométrique de l'écoulement et le confinement de la suspension ne peut être ignoré dans la définition des conditions limites. Quelle que soit la situation, l'écoulement de la suspension peut être caractérisé à travers l'adoption d'une formulation Lagrangienne donnant accès aux positions et vitesses des particules. En principe, la prise de moyenne effectuée sur un grand nombre de particules permet de remonter aux propriétés macroscopiques de la suspension comme sa viscosité.

Dans le présent travail de thèse, nous nous sommes concentrés exclusivement sur le mouvement de sédimentation. Ce manuscrit traite donc de suspensions concentrées de particules non-colloïdales et inertes dont la distribution de taille est mono, bi ou tri-disperse aussi bien en décantation qu'en alimentation continue. Les travaux expérimentaux publiés dans la littérature sont en grande majorité relatifs à la sédimentation de suspensions mono-disperses pour des fractions volumiques en solide faibles à modérées. Les résultats disponibles sont encore plus rares lorsqu'il s'agit de suspensions poly-disperses et concentrées. Généralement, dans ces travaux, l'intérêt est porté selon le cas à la vitesse des fronts, la structure de l'écoulement ou à la sédimentation compétitive entre particules de tailles différentes. Aussi l'objectif est de mener une étude expérimentale et dans une moindre mesure numérique pour caractériser de la façon la plus complète possible la sédimentation de suspensions poly-disperses concentrées avec une attention particulière à la structure de l'écoulement et du dépôt, aux profils de concentration et à la détermination des modes de sédimentation.

D'un point de vue expérimental, les moyens expérimentaux dont nous disposons sont les techniques usuelles de mesure bidimensionnelle (vélocimétrie laser et visualisation directe) qui autorisent l'acquisition de données d'intérêt pour des configurations où les particules évoluent dans le plan. Ces techniques laser sont améliorées pour permettre le suivi simultané de populations de différentes particules et l'accès à des grandeurs diverses telles que le champ de vitesse de l'écoulement, la fraction volumique locale, et les vitesses des divers fronts de sédimentation.

D'un point de vue numérique, le choix s'est porté sur les méthodes issues des calculs analytiques rigoureux menant à la modélisation des interactions hydrodynamiques. Un outil numérique simple est construit, utilisant la Dynamique Stokesienne et saisissant l'essentiel des phénomènes physiques mis en jeu. Il est conçu pour l'étude de la sédimentation en régime non inertiel de suspensions concentrées dans des conditions représentant les expériences physiques.

Dans le premier chapitre de ce mémoire, nous présentons d'abord les fondements théoriques sur lesquels se base la représentation en régime de Stokes de la résultante des forces hydrodynamiques

subies par une particule en présence d'autres particules et de parois imperméables. La seconde partie de ce chapitre est dévolue à la description macroscopique du processus de sédimentation. Les équations régissant la décantation et la sédimentation en alimentation permanente sont décrites et les outils nécessaires à leur résolution sont présentés. Les différents comportements pour une suspension initialement homogène (ou modes de sédimentation) sont alors décrits dans le détail.

Le second chapitre de ce mémoire est dédié à la mise en œuvre de l'outil numérique. Dans une première partie nous proposons une méthode pour représenter les forces d'interactions hydrodynamiques appliquées à des particules sédimentant en régime de Stokes entre deux parois planes et parallèles et en présence d'un fond imperméable. La seconde partie concerne plus spécifiquement la formulation et la résolution numérique des équations du mouvement des particules. Enfin, dans la troisième et dernière partie de ce chapitre, nous proposons les premiers tests de l'outil numérique dans des configurations simples et une comparaison avec les résultats de la littérature.

Dans le troisième chapitre, sont présentés le matériel, le dispositif et les méthodes expérimentales utilisés pour permettre l'acquisition des données d'intérêt pour le suivi simultané du comportement de plusieurs populations de particules. Ce chapitre se termine par la présentation des outils de traitement des données acquises et l'évaluation de l'incertitude de la mesure.

Dans le quatrième et dernier chapitre de ce mémoire, l'ensemble des résultats est présenté et discuté au regard des éléments théoriques présentés dans le chapitre 1. Sont successivement étudiés le cas d'une suspension mono-disperse en décantation puis en alimentation continue, le cas d'une suspension bi-disperse dans les mêmes configurations d'écoulement et enfin la décantation d'une suspension tri-disperse. Quand cela est possible, les résultats de simulation numérique sont également présentés pour comparaison.

Une conclusion générale reprend les principaux points de la présente étude tout en se plaçant dans une perspective des améliorations qui peuvent y être apportées.

Chapitre 1

Considérations Théoriques

Ce chapitre est décomposé en deux parties. Dans la première, sont présentées les forces agissant à l'échelle locale, c'est-à-dire à l'échelle d'une particule dans la limite d'un nombre de Reynolds nul. L'ensemble de ces forces est d'abord présenté dans le cas de particules de même taille avant de considérer des ensembles de particules poly-disperses. La notion de confinement est également traitée. Ces outils théoriques nous ont permis de mettre en œuvre un code numérique simulant le comportement dynamique d'un nuage de particules en sédimentation. Cependant, cette approche qui se concentre sur la description locale, n'est pas suffisante pour décrire complètement le comportement d'une suspension en sédimentation. C'est pourquoi, dans une deuxième partie, la phénoménologie macroscopique de la sédimentation d'une suspension initialement homogène est présentée. Après avoir posé les équations régissant le problème, les différents comportements possibles sont listés. Ainsi, la sédimentation de suspensions mono-disperses et bi-disperses est traitée que ce soit en décantation, ou plus souvent appelé *en batch*, ou en continu.

Durant le processus de sédimentation d'une suspension non colloïdale, différentes forces inter-particulaires sont en jeu, ce qui entraîne une complexité dans l'appréhension du phénomène. L'interaction la plus simple est celle qui empêche les particules de s'interpénétrer, c'est la répulsion de sphères dures. Les interactions hydrodynamiques peuvent dominer le comportement d'ensemble d'une suspension tandis que lorsque la concentration en particules augmente, des effets supplémentaires apparaissent et deviennent prépondérants dans la dynamique de sédimentation : la prise en compte de la lubrification des contacts s'avère alors indispensable. Des contacts, frottant ou non, peuvent être ajoutés. La capillarité peut intervenir sous certaines conditions. Si les particules sont en suspension dans un fluide contenant des ions, une charge électrique apparaît en surface, et on peut être amené à tenir compte d'interactions répulsives entre grains. Enfin, la forme et la déformabilité des particules peut également influencer le processus de sédimentation.

Les comportements observables sont donc à priori nombreux, mais nous nous limitons aux cas où les particules sont des sphères dures soumises à la gravité, les interactions hydrodynamiques et la lubrification liées à la présence d'un fluide interstitiel étant les seules interactions présentes.

1. Interactions de particules en suspension

Dans cette première partie, après avoir rappelé les équations de bases de la mécanique des fluides, nous présentons les interactions existants entre une particule isolée en mouvement et le fluide environnant, avant de considérer la présence d'autres particules de même taille, ce qui est bien entendu le cas dans une suspension mono-disperse. Lorsque le nombre de ces particules devient conséquent, les forces de lubrifications liées au déplacement du fluide interstitiel se font importantes. L'écriture de ces forces change lorsque les particules en interaction sont de tailles différentes. Ceci permet d'étendre l'étude à des suspensions poly-disperses. La notion de confinement est introduite par l'investigation des interactions existantes entre une particule et une paroi plane. L'ensemble des interactions présenté dans cette partie a servi de base pour la construction du code numérique présenté dans le chapitre 2.

1.1. Equations régissant le mouvement de la phase continue

Le point de départ de cette étude est le système d'équations qui régit le mouvement de la phase fluide continue. Le fluide est considéré comme un milieu continu newtonien et incompressible. Les équations sont obtenues par conservation de la quantité de mouvement et pour un écoulement permanent conservatif et iso-volume. Lorsque la vitesse du fluide $\vec{v}_F$ est faible devant la vitesse du son, on peut utiliser les équations de Navier-Stokes. Le système d'équations de départ utilisé est donc le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}_F \cdot \nabla) \vec{v}_F = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \vec{v}_F \\ \nabla \cdot \vec{v}_F = 0 \end{array} \right. \quad (1.1)$$

où ρ et μ sont respectivement la masse volumique et la viscosité dynamique du fluide et p est la pression dynamique.

A ces équations, il faut adjoindre les conditions aux limites du problème traité comme celles sur les surfaces extérieures, intérieures ou à l'infini. Dans le cas d'un solide ou mur imperméable, le fluide ne peut pas passer à travers la frontière. Ainsi, la composante normale de la vitesse à la frontière doit

être égale à la vitesse du solide. La deuxième condition pour la composante tangentielle de la vitesse est indépendante de la condition sur la composante normale de la vitesse et est appelée condition de non-glissement : la composante tangentielle de la vitesse à la frontière doit être égale à la vitesse du solide.

Obtenir les solutions exactes des équations de Navier-Stokes est très difficile à cause de la présence des termes non-linéaires. Le système d'équations est alors généralement dégénéré selon les conditions d'écoulement pour obtenir analytiquement des solutions approximées [1]. Les approximations les plus souvent rencontrées dans la littérature sont l'approximation de Stokes et l'approximation d'Oseen dans le cadre d'écoulement à faible nombre de Reynolds. Ces régimes sont abordés ci-après.

1.1.1. Approximation de Stokes

Dans le cadre de l'approximation de Stokes, les effets inertiels dans le fluide sont négligés par rapport aux effets visqueux. Cela permet de résoudre la physique de tout écoulement incompressible dans la limite d'un nombre de Reynolds nul. Dans la pratique, l'approximation de Stokes est étendue pour résoudre la plupart des problèmes correspondant à un nombre de Reynolds très faible devant l'unité. La simplification des équations de Navier-Stokes est ainsi justifiée dans notre cas lorsque les particules considérées ont une taille micrométrique car même si leur vitesse par rapport aux parois est grande (de l'ordre du dixième de m/s), leur vitesse relative par rapport au fluide les entourant et aux autres particules reste faible [2]. Si de plus, on considère l'écoulement comme quasi-stationnaire, le terme lié à l'instationnarité peut également être négligé. Ce régime d'écoulement est appelé régime de Stokes. Le comportement est dominé par les forces visqueuses et le système d'équation qui découle des hypothèses est le suivant [3] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu \nabla^2 \vec{v}_F - \nabla p = 0 \\ \nabla \cdot \vec{v}_F = 0 \end{array} \right. \quad (1.2)$$

Les conditions aux limites à satisfaire sont les mêmes que pour l'équation de Navier-Stokes. A la différence du système de Navier-Stokes, ces équations sont maintenant linéaires par rapport aux variables dépendantes $\vec{v}$ et p . Ainsi, même pour des géométries complexes, des solutions exactes sont possibles en utilisant le principe de superposition : la solution générale du problème est construite par addition des différentes contributions élémentaires. De plus, pour des conditions aux limites données, il existe un et un seul écoulement vérifiant l'équation de Stokes. Autour d'une sphère immobile de

taille finie, il y a symétrie de l'écoulement. Les solutions singulières présentées par la suite sont donc combinées pour vérifier les conditions aux limites et ainsi répondre au problème donné.

1.1.2. Approximation d'Oseen

L'approximation d'Oseen permet, elle, de résoudre le problème lorsque les effets inertiels ne peuvent plus être négligés devant les effets visqueux. Lorsque le nombre de Reynolds est faible devant l'unité, dans le cas, par exemple, d'une sphère en translation uniforme à la vitesse $\vec{V}_0$ dans un fluide, l'hypothèse de quasi-stationnarité cesse d'être valable à une distance de la sphère suffisamment grande. Oseen apporte donc une correction aux équations de Stokes pour calculer la perturbation de champ de vitesse autour d'une sphère à des distances où les effets inertiels cessent d'être négligeables. Les équations permettant de représenter cet écoulement ont la forme suivante :

$$\begin{cases} \mu \nabla^2 \vec{v}_F - \nabla p = -\rho \vec{V}_0 \cdot \nabla \vec{v}_F \\ \nabla \cdot \vec{v}_F = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

Ce système d'équations est, tout comme le système de Stokes, linéaire par rapport aux variables dépendantes $\vec{v}_F$ et p . La condition aux limites à appliquer est celle de la vitesse nulle à l'infini. Le nombre de Reynolds pour lequel le problème peut être résolu varie suivant le degré d'approximation [4] [5] [6]. Autour d'une sphère immobile de taille finie, l'écoulement est dissymétrique à la différence du régime de Stokes.

Par la suite, nous considérerons que les effets inertiels sont négligeables devant les effets visqueux, c'est-à-dire que les problèmes que l'on considère ont des nombres de Reynolds très faibles ($Re \ll 1$). Nous utiliserons donc uniquement les équations de Stokes.

1.1.3. Solutions singulières du problème de Stokes

Il existe un certain nombre de solutions particulières aux équations de Stokes comme les solutions générées par un point-force, ou un dipôle de force. Comme nous l'avons vu, une des approches pour résoudre un problème particulier consiste à combiner, grâce à la linéarité des équations, ces solutions particulières pour vérifier les conditions aux limites. Cette approche est particulièrement adaptée aux problèmes associés à la dynamique des colloïdes [2].

La solution aux équations de Stokes certainement la plus utilisée est celle qui donne la propagation de la perturbation causée par une force ponctuelle $\vec{t}$ dans un fluide visqueux initialement au repos. La force ponctuelle exercée à l'origine est définie à l'aide d'une fonction de Dirac $\delta(\vec{x})$:

$$\begin{cases} \int \vec{t} \delta(\vec{x}) dV = \vec{t}(\vec{0}) = \vec{t} \\ \int \delta(\vec{x}) dV = 1 \end{cases} \quad (1.4)$$

Les équations de Stokes peuvent alors s'écrire :

$$\begin{cases} \mu \nabla^2 \vec{v}_F + \vec{t} \delta(\vec{x}) - \nabla p = 0 \\ \nabla \cdot \vec{v}_F = 0 \end{cases} \quad (1.5)$$

Le système (1.5) peut être résolu à l'aide la transformée de Fourier. Les expressions du champ de pression et du champ de vitesse produits par la propagation de la perturbation due à $\vec{t}$, après transformée de Fourier inverse pour revenir dans l'espace de départ et utilisation du théorème de Green [2], ont la forme suivante :

$$p(\vec{x}) = \frac{\vec{x} \cdot \vec{t}}{4\pi x^3} \quad \vec{v}_F(\vec{x}) = \frac{1}{8\pi\mu} \left(\frac{\vec{\delta}}{x} - \frac{\vec{x} \cdot \vec{x}}{x^3} \right) \cdot \vec{t} \quad (1.6)$$

où $\vec{\delta}$ est le tenseur unité. En coordonnées cartésiennes dans la base $\vec{i}, \vec{j}$ et $\vec{k}$, $\vec{\delta} = \vec{i}\vec{i} + \vec{j}\vec{j} + \vec{k}\vec{k}$ et $\vec{x}$ définit une position. Le lecteur intéressé par de plus amples détails sur la résolution du système (1.5) peut se référer à l'ouvrage de Russel *et al.* [2]. Cette solution en point-force est nommée Stokeslet. Elle est l'approximation des champs hydrodynamiques engendrés par le déplacement d'une particule de très petite dimension ou d'une particule de dimension quelconque située à très grande distance, c'est l'approximation aux champs lointains. $\vec{v}_F(\vec{x})$ représente le champ de vitesse engendré par la force ponctuelle d'intensité $\|\vec{t}\|$ appliquée à l'origine. Cette solution pour le champ de vitesse fait apparaître ce que l'on désigne comme le tenseur d'Oseen, noté $\vec{J}(\vec{x})$. C'est le propagateur de l'écoulement de Stokes. C'est le terme multiplicateur de $\vec{t}$ et son expression est donc la suivante :

$$\vec{J}(\vec{x}) = \frac{1}{8\pi\mu} \left(\frac{\vec{\delta}}{x} - \frac{\vec{x} \cdot \vec{x}}{x^3} \right) \quad (1.7)$$

Le Stokeslet n'est pas l'unique solution particulière des équations de Stokes. On peut également exprimer la perturbation induite par la propagation d'un dipôle de forces ponctuel. Cette perturbation est composée d'une contribution symétrique, le Stresslet qui correspond à un mouvement de déformation pure et une contribution antisymétrique, le Rotlet, qui représente un mouvement de rotation pure [2].

1.2. Particule isolée de taille finie immergée dans un fluide

Dans cette section, nous nous intéressons maintenant à l'écoulement d'un fluide visqueux en présence d'une particule sphérique. Les calculs analytiques sont seulement possibles dans la limite d'un faible nombre de Reynolds pour lequel les équations de Stokes sont encore valides. La plupart du temps, en résolvant les équations de Stokes, le calcul de l'ensemble des champs de vitesse et de pression n'est pas nécessaire. Seule la force exercée sur une particule est utile. C'est pourquoi dans un premier temps nous évaluerons la résultante des contraintes visqueuses et de pression exercée par le fluide sur la surface de la particule aussi appelée force de trainée avant de déterminer le champ de vitesse généré par le mouvement d'une particule dans un fluide.

1.2.1. Interactions fluide-particule

Le mouvement d'une sphère de rayon a centrée en $\vec{x}_0$ et de surface S_0 est exprimé comme la combinaison de sa vitesse de translation $\vec{V}_0$ et de sa vitesse de rotation $\vec{\Omega}$. Ici, nous considérons une sphère en translation pure donc $\vec{\Omega} = 0$ et le mouvement de la sphère est donc uniquement défini par sa vitesse de translation. Cette sphère est immergée dans un fluide dont le champ de vitesse serait $\vec{v}_\infty$ en l'absence de la sphère. De par son déplacement, la sphère affecte le mouvement du fluide au travers d'une densité de force surfacique $\vec{t}$ distribuée sur l'ensemble de la surface de la sphère. Le champ de vitesse en $\vec{x}$ est maintenant celui en l'absence de sphère $\vec{v}_\infty$ plus celui généré par la superposition des contributions des forces $\vec{t}(\vec{y})d\vec{y}$ déduites de (1.6) :

$$\vec{v}_F(\vec{x}) = \vec{v}_\infty(\vec{x}) - \int_{S_0} \vec{J}(\vec{x} - \vec{y}) \cdot \vec{t}(\vec{y}) dS_y \quad (1.8)$$

où $\vec{y}$ décrit la surface de la sphère.

La sphère étant solide, la condition de non-glissement (ou condition d'adhérence à la sphère) doit être vérifiée à la surface la sphère. La sphère étant en translation pure, la condition de non-glissement s'écrit de la manière suivante :

$$\vec{V}_0 = \vec{v}_\infty(\vec{x}) - \int_{S_0} \vec{J}(\vec{x} - \vec{y}) \cdot \vec{t}(\vec{y}) dS_y \quad (1.9)$$

En intégrant la distribution surfacique de forces sur la surface de la particule, on retrouve la force totale $\vec{F}$ exercée par la particule sur le fluide. En intégrant (1.9) sur l'ensemble de la surface de la sphère [2], il résulte :

$$\int_{S_0} \vec{t}(\vec{y}) dS_y = -\vec{F} = \frac{3\mu}{2a} \int_{S_0} [\vec{v}_\infty(\vec{x}) - \vec{V}_0] dS_y \quad (1.10)$$

En développant $\vec{v}_\infty(\vec{x})$ par rapport au centre de la particule et en remarquant que pour un écoulement rampant $\nabla^2 \nabla^2 \vec{v} = 0$, on obtient l'expression suivante :

$$\vec{F} = -6\pi\mu a \left[\left(\vec{v}_\infty + \frac{1}{6} a^2 \nabla^2 \vec{v}_\infty \right)_{\vec{x}=\vec{x}_0} - \vec{V}_0 \right] \quad (1.11)$$

Cette formule permet notamment de déterminer la force de trainée exercée sur une sphère. La force trainée $\vec{F}_T$ représente la résultante des contraintes visqueuses et de pression exercée par le fluide sur la surface de la sphère. Ici, il découle $\vec{F}_T = -\vec{F}$. En utilisant (1.11), on obtient l'expression de la force de trainée immédiatement :

$$\vec{F}_T = 6\pi\mu a \left[\left(\vec{v}_\infty + \frac{1}{6} a^2 \nabla^2 \vec{v}_\infty \right)_{\vec{x}=\vec{x}_0} - \vec{V}_0 \right] \quad (1.12)$$

Cette formule est la première loi de Faxén et permet d'exprimer la relation entre la vitesse de déplacement d'une particule, la force de trainée et le champ de vitesse ambiant. Dans le cas où on considère une particule en translation dans un fluide initialement au repos ($\vec{v}_\infty = 0$), la force de trainée se réduit à :

$$\vec{F}_T = -6\pi\mu a \vec{V}_0 \quad (1.13)$$

1.2.2. Détermination de l'écoulement autour d'une sphère en translation

Reprenons l'expression du champ de vitesse donnée par l'équation (1.8). Le fluide est considéré comme initialement au repos. La densité de force surfacique $\vec{t}$ distribuée sur l'ensemble de la sphère est donc définie de la manière suivante :

$$\vec{t}(\vec{y}) = \frac{\vec{F}}{4\pi a^2} = -\frac{3\mu}{2a}\vec{V}_0 \quad (1.14)$$

Le champ de vitesse généré par le mouvement de translation du fluide est alors défini comme suit :

$$\vec{v}_F(\vec{x}) = \frac{3\mu}{2a}\vec{V}_0 \int_{S_0} \vec{J}(\vec{x} - \vec{y}) dS_y \quad (1.15)$$

où le tenseur d'Oseen développé en série de Taylor autour de $\vec{x} - \vec{x}_0$ est :

$$\vec{J}(\vec{x} - \vec{y}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\nabla^{(n)} \vec{J}(\vec{x} - \vec{x}_0)}{n!} (\vec{x}_0 - \vec{y})^n \quad (1.16)$$

Nous avons ici une expression du champ de vitesse développée en multipôles. Lorsque nous nous intéressons uniquement aux champs lointains, seuls les premiers termes de ce développement peuvent être pris en compte. Pour une particule de forme quelconque, cela nécessite une infinité de termes, or, dans le cas qui nous importe actuellement, celui de la sphère, seuls quelques termes apparaissent dans le développement. En effet, la plupart des termes du développement disparaissent dans (1.15) du fait de la sphéricité de la particule : $\int_{S_0} (\vec{x}_0 - \vec{y})^n dS_y = 0$ pour n impair par propriété des intégrales sur la surface d'une sphère ; $\nabla \vec{J}(\vec{x} - \vec{x}_0) = 0$ et $\nabla^2 \nabla^2 \vec{J}(\vec{x} - \vec{x}_0) = 0$. De plus :

$$\begin{cases} \int_{S_0} dS_y = 4\pi a^2 \\ \int_{S_0} (\vec{x}_0 - \vec{y})^2 dS_y = \frac{4\pi a^4}{3} \vec{\delta} \end{cases} \quad (1.17)$$

Le champ de vitesse a alors pour expression:

$$\vec{v}_F(\vec{x}) = 6\pi\mu a \vec{V}_0 \cdot \left(1 + \frac{a^2}{6} \nabla^2\right) \vec{J}(\vec{x} - \vec{x}_0) \quad (1.18)$$

Cette relation exprime qu'une sphère en translation à vitesse $\vec{V}_0$ génère un champ de vitesse représenté par une contribution monopolaire et un quadripôle dégénéré. Le monopôle correspond au Stokeslet dont l'intensité est $\vec{F} = 6\pi\mu a\vec{V}_0$ transportée par le tenseur d'Oseen. En remplaçant $\vec{J}(\vec{x} - \vec{x}_0)$ dans (1.18) par son expression donnée par (1.7) et en posant $\vec{R} = \vec{x} - \vec{x}_0$, on obtient [2] :

$$\vec{v}_F(\vec{R}) = \frac{3a}{4R} \left(1 + \frac{a^2}{3R^2}\right) \vec{V}_0 + \frac{3a}{4R} \left(1 - \frac{a^2}{R^2}\right) \frac{\vec{R} \cdot \vec{V}_0 \otimes \vec{R}}{R^2} \quad (1.19)$$

Ce champ de vitesse satisfait les conditions aux limites c'est-à-dire nul à l'infini, et égal à $\vec{V}_0$ à la surface de la sphère en translation. On peut également écrire ce champ de vitesse en coordonnées sphériques (R, θ, φ) . L'axe où $\theta = 0$ est colinéaire à la vitesse $\vec{V}_0$ de la sphère comme indiqué sur la figure 1.1.

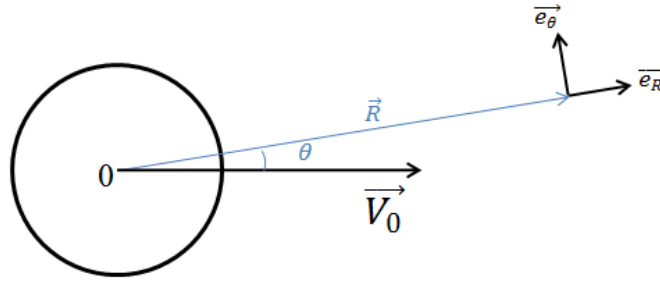


Figure 1.1 Système de coordonnées pour une sphère en translation en 2D

Le champ de vitesse avec ces coordonnées est axisymétrique c'est-à-dire que la composante azimutale est identique quel que soit φ . La topologie de l'écoulement est donnée par la figure 1.2. L'expression du champ de vitesse dans ce repère sphérique est donnée par le système (1.20).

$$\left\{ \begin{array}{l} v_R = V_0 \cos \theta \left(\frac{3a}{2R} - \frac{a^3}{2R^3} \right), \\ v_\theta = -V_0 \sin \theta \left(\frac{3a}{4R} + \frac{a^3}{4R^3} \right), \\ v_\varphi = 0. \end{array} \right. \quad (1.20)$$

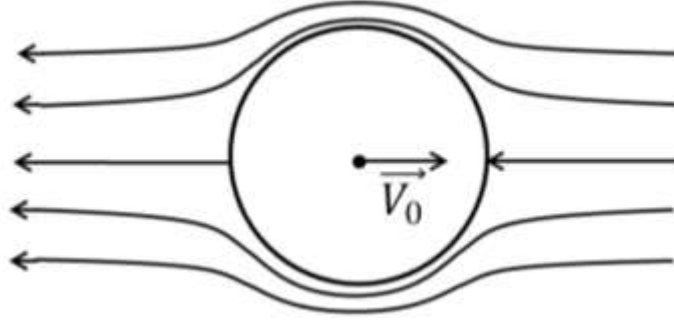


Figure 1.2 Ecoulement de Stokes autour d'une sphère solide en translation.

1.2.3. Cas particulier d'une particule isolée sédimentant dans un fluide au repos

Nous considérons maintenant que la particule de masse volumique ρ_P sédimente dans un fluide de masse volumique ρ plus faible sous l'effet de la gravité $\vec{g}$, l'ensemble des forces extérieures agissant sur la sphère peut être assimilée à une seule force :

$$\vec{F}_E = \frac{4}{3}\pi a^3(\rho_P - \rho)\vec{g} \quad (1.21)$$

En régime stationnaire, $\vec{F}_E$ équilibre la trainée $\vec{F}_T$, on en déduit donc la vitesse de Stokes qui est la vitesse de sédimentation d'une particule isolée dans un fluide infini en régime établi :

$$\vec{V}_S = \frac{2a^2}{9\mu}(\rho_P - \rho)\vec{g} \quad (1.22)$$

1.3. Interactions hydrodynamiques entre deux sphères identiques

Lorsque deux particules sont immergées dans un fluide visqueux, le mouvement de chacune d'entre elles est susceptible d'être perturbé par le mouvement de l'autre si elles ne sont pas trop éloignées. Happel et Pfeffer [7] observèrent expérimentalement les conséquences de ces interactions hydrodynamiques entre deux sphères en sédimentation. Dans le cas de deux particules sédimentant dans une direction parallèle à leur ligne inter-centre, la vitesse de chute de ces deux sphères est plus grande que celle de la sphère isolée et la force de trainée exercée sur chaque sphère est moindre que dans le cas d'une sphère isolée.

En général, les perturbations hydrodynamiques à courte et longue portée sont découplées. Les forces hydrodynamiques entre deux particules peuvent ainsi être représentées comme la somme de deux contributions. La première est une contribution aux champs lointains qui rend compte des effets d'entraînement provoqués par les perturbations de champs de vitesse. La seconde contribution se

manifeste lorsque deux sphères sont suffisamment proches et représente les efforts nécessaires pour déplacer le fluide visqueux présent entre les deux sphères.

1.3.1. Tenseurs de mobilité et tenseurs de résistance

Pour décrire les interactions hydrodynamiques entre particules en sédimentation, deux approches sont possibles : la première consiste à déduire les forces et les couples appliqués aux particules à partir des vitesses de translation et de rotation de ces dernières et le problème est alors exprimé en résistance. La seconde consiste à déterminer les vitesses de chaque particule en fonction des forces qui leur sont imposées et le problème est exprimé en termes de mobilité. Le problème formulé en termes de mobilité est le plus difficile à résoudre car les conditions de vitesse sur la surface des particules ne sont pas connues a priori. Cependant, c'est la formulation utilisée dans la pratique puisque les efforts extérieurs sont les données du problème.

Nous considérons deux sphères identiques 1 et 2 de même rayon a dans un fluide visqueux initialement au repos et soumises respectivement à des forces extérieures $\vec{F}_{E1}$ et $\vec{F}_{E2}$. La position des centres des deux sphères est $\vec{x}_1$ et $\vec{x}_2$ et leur vitesse est $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ comme l'illustre la figure 1.3. Les forces exercées par le fluide sur les sphères 1 et 2 sont donc $\vec{F}_1 = -\vec{F}_{E1}$ et $\vec{F}_2 = -\vec{F}_{E2}$.

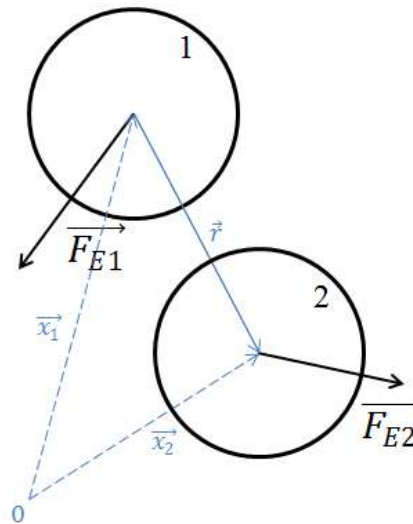


Figure 1.3 Schéma représentant deux sphères en mouvement dans un fluide en 2D

La linéarité des équations permet d'exprimer les vitesses de déplacement des sphères en fonction des forces qui leur sont appliquées. La première loi de Faxén (1.12) est utilisée pour calculer

la vitesse de déplacement de la particule 1 engendrée par une perturbation du champ de vitesse provoquée par la sphère 2 [8] [9] [10] :

$$\vec{V}_1 = \frac{\vec{F}_{E1}}{6\pi\mu a} + \left[\vec{v}_2(\vec{x}) + \frac{1}{6} a^2 \nabla^2 \vec{v}_2(\vec{x}) \right]_{\vec{x}=\vec{x}_1} \quad (1.24)$$

Ainsi, la vitesse de la sphère 1 est la somme de sa vitesse $\frac{\vec{F}_{E1}}{6\pi\mu a}$ si elle était isolée et de la vitesse $\vec{v}_2(\vec{x})$ engendrée par la perturbation du champ de vitesse induit par le déplacement de la sphère 2 exprimée en son centre de masse $\vec{x}_1$. On peut écrire la même chose pour la sphère 2 en intervertissant les indices. Les équations de Stokes étant linéaires, la vitesse de translation d'une des sphères dépend linéairement de $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ et le problème peut alors être écrit sous la forme tensorielle suivante :

$$\vec{V}_i = \sum_{j=1}^2 \bar{\bar{M}}_{ij} \vec{F}_{Ej} = - \sum_{j=1}^2 \bar{\bar{M}}_{ij} \vec{F}_j \quad (1.23)$$

Les tenseurs $\bar{\bar{M}}_{ij}$ sont les tenseurs de mobilité.

Le problème peut également s'écrire en termes de résistance et l'on a :

$$\vec{F}_{Ei} = -\vec{F}_i = \sum_{j=1}^2 \bar{\bar{R}}_{ij} \vec{V}_j \quad (1.25)$$

où $\bar{\bar{R}}_{ij}$ sont les tenseurs de résistance.

Puisque les sphères sont de même taille, la symétrie du problème impose $\bar{\bar{M}}_{11} = \bar{\bar{M}}_{22}$ et $\bar{\bar{M}}_{12} = \bar{\bar{M}}_{21}$. De plus, dans le cadre de la sédimentation de deux particules identiques, $\vec{F}_{E1} = \vec{F}_{E2}$. On en déduit alors qu'elles ont la même vitesse $\vec{V}_1 = \vec{V}_2$. Donc, lorsque les effets inertiels peuvent être négligés, c'est-à-dire pour des nombres de Reynolds très petits devant l'unité, deux particules identiques sédimentent à la même vitesse, leur distance inter-centres et leur orientation relative sont conservées. La détermination précise des tenseurs de mobilité est l'objet du paragraphe suivant.

1.3.2. Détermination des fonctions de mobilité

Les tenseurs de mobilité expriment en termes de vitesse la réponse de la sphère i aux forces agissantes. Le mouvement de deux particules peut être défini comme la composition de deux mouvements : un mouvement suivant $\vec{r}$ le vecteur inter-centre et un second mouvement dans la

direction perpendiculaire à $\vec{r}$. Les forces agissantes sur les particules peuvent se décomposer de la même façon comme l'illustre la figure 1.4.

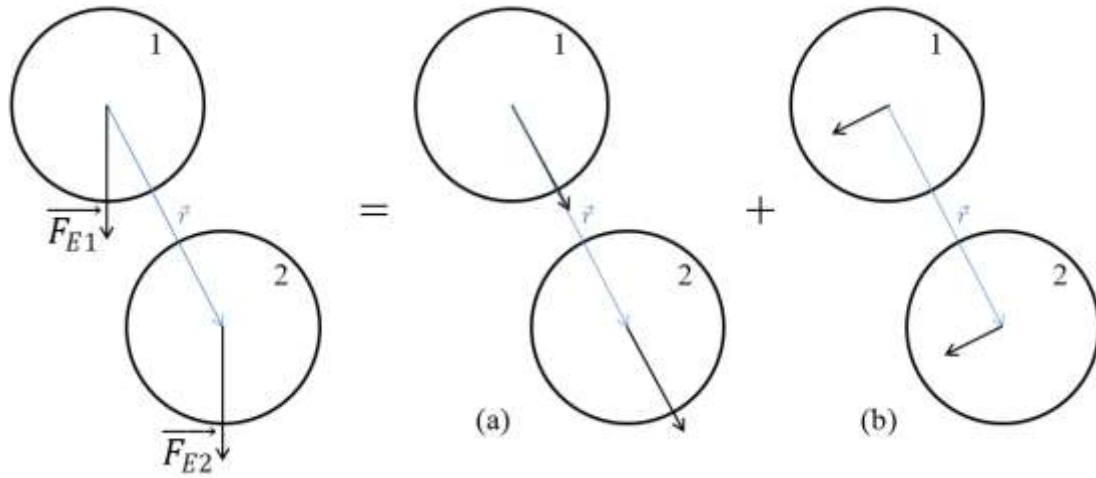


Figure 1.4 Décomposition des forces extérieures en (a) une force suivant $\vec{r}$ et (b) une force perpendiculaire à $\vec{r}$.

Les tenseurs de mobilité prennent alors la forme suivante [11] :

$$\bar{M}_{ij} = \frac{1}{6\pi\mu a} \left[A_{ij} \frac{\vec{r} \otimes \vec{r}}{r^2} + B_{ij} \left(\bar{I} - \frac{\vec{r} \otimes \vec{r}}{r^2} \right) \right]_{\vec{x}=\vec{x}_i} \quad (1.26)$$

où $\bar{I}$ est le tenseur identité d'ordre 2 et où A_{ij} et B_{ij} sont les fonctions de mobilité dont la détermination fait l'objet des deux paragraphes suivants. $\frac{\vec{r} \otimes \vec{r}}{r^2}$ définit la direction inter-centres et $\bar{I} - \frac{\vec{r} \otimes \vec{r}}{r^2}$ la direction perpendiculaire.

1.3.2.1. Mouvement parallèle au vecteur inter-centres

Le problème peut être ramené ici à la sédimentation de deux particules suivant la direction de la ligne inter-centres (figure 1.5).

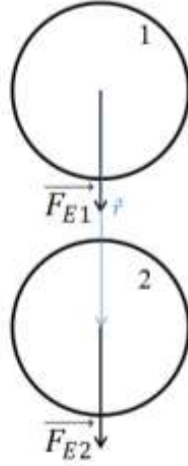


Figure 1.5 Sédimentation de deux particules parallèlement au vecteur inter-centres

Comme nous l'avons vu précédemment, la sphère 1 en sédimentant perturbe le fluide et génère un champ de vitesse. En utilisant l'expression de ce champ en coordonnées sphériques (1.20), et grâce à la relation de Faxén (1.12), il est possible d'accéder à la vitesse de déplacement de la particule 2 de façon analogue à la relation (1.24). La composante radiale du Laplacien de la vitesse, suffisante pour décrire les interactions entre les deux particules dans cette configuration, est donnée par (1.27).

$$\nabla_R^2 \vec{v}(\vec{R}) = \left(\Delta v_R - \frac{2v_R}{R^2} - \frac{2v_\theta \cos \theta}{R^2 \sin \theta} - \frac{2}{R^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{2}{R^2 \sin \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right) \vec{e}_R \quad (1.27)$$

Lorsque nous calculons le Laplacien sphérique de $\vec{v}_1(\vec{r})$ en $\vec{x}_2$ à une distance $R = r$, et un angle $\theta = 0$ (avec un développement jusqu'à l'ordre 3), nous obtenons $\nabla_R^2 \vec{v}(\vec{R})|_{\vec{R}=\vec{x}_2} = -\frac{3a}{r^3} V_0 \vec{e}_R$. La vitesse de la particule 2 est alors donnée par :

$$\vec{V}_2 = \frac{\vec{F}_{E2}}{6\pi\mu a} + \left[\left(\frac{3a}{2r} - \frac{a^3}{2r^3} \right) + \frac{1}{6} a^2 \left(-\frac{3a}{r^3} \right) \right] \frac{\vec{F}_{E1}}{6\pi\mu a} \quad (1.28)$$

A partir de cette dernière relation, les expressions des deux fonctions de mobilité des sphères suivant la ligne inter-centres peuvent être identifiées :

$$\begin{cases} A_{22} = 1 + O\left(\frac{a^4}{r^4}\right) \\ A_{21} = \frac{3a}{2r} - \frac{a^3}{r^3} + O\left(\frac{a^4}{r^4}\right) \end{cases} \quad (1.29)$$

Comme mentionné précédemment, le problème traité étant rigoureusement symétrique, pour deux particules identiques, on a : $A_{21} = A_{12}$ et $A_{22} = A_{11}$.

1.3.2.2. Mouvement perpendiculaire au vecteur inter-centres

Dans cette configuration, les coefficients B_{ij} de $\bar{\bar{M}}_{ij}$ peuvent être évalués. La situation est analogue à la sédimentation de deux particules perpendiculairement à la direction de la ligne inter-centres (figure 1.6).

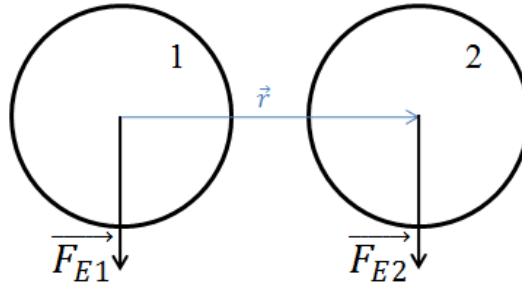


Figure 1.6 Sédimentation de deux particules perpendiculairement au vecteur inter-centres

Dans ce cas, le Laplacien sphérique selon la direction $\vec{e}_\theta$ (1.30) est suffisant pour décrire les interactions entre les deux particules dans cette configuration. Il est donné par :

$$\nabla_\theta^2 \vec{v}(\vec{R}) = \left(\Delta v_\theta - \frac{v_\theta}{R^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{R^2} \frac{\partial v_R}{\partial \theta} - \frac{2 \cos \theta}{R^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right) \vec{e}_\theta \quad (1.30)$$

Le calcul du Laplacien sphérique de $\vec{v}_1(\vec{r})$ en $\vec{x}_2$ à une distance $R = r$, et un angle $\theta = -\frac{\pi}{2}$ (avec un développement jusqu'à l'ordre 3 inclus) aboutit à $\nabla_R^2 \vec{v}(\vec{R})|_{\vec{R}=\vec{x}_2} = \frac{3a}{2r^3} V_0 \vec{e}_\theta$. La vitesse de la particule 2 est alors donnée par :

$$\vec{V}_2 = \frac{\vec{F}_{E2}}{6\pi\mu a} + \left[\left(\frac{3a}{4R} + \frac{a^3}{4R^3} \right) + \frac{1}{6} a^2 \left(\frac{3a}{2r^3} \right) \right] \frac{\vec{F}_{E1}}{6\pi\mu a} \quad (1.31)$$

A partir de cette dernière relation, les expressions des deux fonctions de mobilité des sphères pour un mouvement perpendiculaire à la ligne inter-centres sont cette fois-ci :

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{22} = 1 + O\left(\frac{a^4}{r^4}\right) \\ B_{21} = \frac{3a}{4r} + \frac{a^3}{2r^3} + O\left(\frac{a^4}{r^4}\right) \end{array} \right. \quad (1.32)$$

Là aussi, le problème est rigoureusement symétrique pour deux particules identiques : $B_{21} = B_{12}$ et $B_{22} = B_{11}$. Ainsi, quelle que soit la configuration géométrique, on a : $\bar{M}_{12} = \bar{M}_{21}$, $\bar{M}_{11} = \bar{M}_{22}$.

Avec ces coefficients (1.29) et (1.32), les tenseurs de mobilité $\bar{M}_{ij}$ (1.26) sont parfaitement déterminés. Ils permettent d'exprimer la vitesse d'une particule i en fonction des perturbations qu'elle ressent. Une matrice de mobilité construite à partir des expressions de ces tenseurs de mobilité, permet d'exprimer les vitesses des deux particules en fonction des forces qui leur sont appliquées de la façon suivante :

$$\vec{V} = \bar{M} \cdot \vec{F}_E \quad (1.33)$$

où $\vec{V} = \begin{bmatrix} \vec{V}_1 \\ \vec{V}_2 \end{bmatrix}$, $\vec{F}_E = \begin{bmatrix} \vec{F}_{E1} \\ \vec{F}_{E2} \end{bmatrix}$ et $\bar{M} = \begin{bmatrix} \bar{M}_{11} & \bar{M}_{12} \\ \bar{M}_{21} & \bar{M}_{22} \end{bmatrix}$. Dans ce qui précède, seule la perturbation au 1^{er} ordre induite par la présence simultanée des particules est prise en compte en ignorant les réflexions multiples des champs de vitesse propagées dans le fluide par les particules. Celles-ci doivent être prises en considération pour une meilleure précision du calcul des vitesses des particules.

Dans certains cas, il peut être nécessaire d'exprimer les forces déduites des interactions hydrodynamiques. C'est alors le problème inverse qui doit être résolu. Les forces sont alors exprimées par inversion de la formule (1.33) :

$$\vec{F}_E = \bar{M}^{-1} \cdot \vec{V} \quad (1.34)$$

1.3.3. Méthode des réflexions

La méthode des réflexions permet d'augmenter l'ordre de précision de la détermination des fonctions de mobilité. Cette méthode est basée sur la linéarité des équations de Stokes. Le mouvement de la sphère 1 provoque un champ de vitesse initial en l'absence de la particule 2. Ce champ induit une vitesse au centre de la seconde sphère qui en retour exerce une réaction sur la sphère 1 et ainsi de suite. Selon le degré d'approximation désiré, cette opération est réitérée. Ainsi, les tenseurs de mobilité

peuvent être écrits à une précision d'ordre supérieur [12] [13]. Nous donnons pour exemple les résultats obtenus par Jeffrey et Onishi [12] pour deux sphères identiques en translation seulement:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{11} = 1 - \frac{15 a^4}{4 r^4} + \frac{11 a^6}{2 r^6} + \frac{21 a^8}{2 r^8} - \frac{167 a^{10}}{2 r^{10}} + O\left(\frac{a^{12}}{r^{12}}\right) \\ A_{12} = \frac{3 a}{2 r} - \frac{a^3}{r^3} + \frac{75 a^7}{4 r^7} - \frac{15 a^9}{2 r^9} - \frac{393 a^{11}}{4 r^{11}} + O\left(\frac{a^{13}}{r^{13}}\right) \\ B_{11} = 1 - \frac{17 a^6}{16 r^6} - \frac{5 a^8}{4 r^8} - \frac{69 a^{10}}{16 r^{10}} + O\left(\frac{a^{12}}{r^{12}}\right) \\ B_{12} = \frac{3 a}{4 r} + \frac{1 a^3}{2 r^3} + \frac{567 a^{11}}{128 r^{11}} + O\left(\frac{a^{13}}{r^{13}}\right) \end{array} \right. \quad (1.35)$$

Lorsque c'est le problème inverse qui doit être résolu (1.34), il n'est pas nécessaire de prendre en compte explicitement les réflexions des perturbations. Inverser la matrice de mobilité revient en effet à sommer l'infinité des réflexions. Durlofsky et *al.* [10] ont montré cette équivalence en considérant deux sphères identiques et uniquement pour la solution en point-force. Le calcul des interactions par la méthode des réflexions est comparé au résultat obtenu par inversion de $\bar{\bar{M}}$. Cet exemple montre l'équivalence entre les deux procédés et peut être généralisable pour les solutions singulières d'ordre supérieur.

1.4. Interactions hydrodynamiques entre n sphères identiques

1.4.1. Interactions multi-corps aux champs lointains

Les matrices de mobilité sont déterminées pour des doublets de sphères identiques immergées dans un fluide newtonien. Le principe d'additivité des vitesses est utilisé pour tenir compte des interactions hydrodynamiques multi-corps présentes dans un système à n particules [10]. La matrice de mobilité globale $\bar{\bar{M}}$ est construite à partir des expressions des tenseurs de mobilités $\bar{\bar{M}}_{ij}$ de chacun des doublets tels qu'ils sont déterminés précédemment. Cette matrice ne dépend donc que de la configuration spatiale du système et la vitesse de chaque particule peut alors être donnée par :

$$\vec{V}_i = \sum_{j=1}^n \bar{\bar{M}}_{ij} \vec{F}_{Ej} \quad (1.36)$$

Etant donné que la suspension est mono-modale, la matrice $\bar{\bar{M}}$ est symétrique et définie positive. Cette dernière propriété en fait une matrice inversible quelle que soit la configuration du système. Les forces $\vec{F}$ appliquées aux particules peuvent donc être déterminées en utilisant la relation (1.34), connaissant la vitesse des particules $\vec{V}$, par inversion de la matrice de mobilité. Durlofsky *et al.* [10] ont montré que l'inversion de cette matrice de mobilité construite à partir des tenseurs de mobilité 2 à 2 à l'ordre 1 revient à tenir compte des interactions multi-corps lorsque le problème est formulé en résistance.

Il est important de noter, que ces fonctions de mobilité ne permettent pas de résoudre le problème lorsque les sphères sont très proches (distance inter-centres inférieure ou égale à 3 rayons). Dans le cas de sédimentation de suspensions non-diluées, objet de la présente étude, les interactions aux champs lointains sont donc insuffisantes et il devient impératif de prendre en compte les interactions en champs proches dues à la lubrification.

1.4.2. Prise en compte de la lubrification

Lorsque la distance entre deux sphères est suffisamment faible, tout mouvement relatif de ces sphères provoque le déplacement du fluide situé dans la zone interstitielle. Dans le cas d'un éloignement, la phase continue doit combler l'espace créé générant une force de résistance à l'éloignement des deux sphères. Dans le cas d'un rapprochement, le déplacement relatif des sphères nécessite l'expulsion du fluide de la zone interstitielle et leur rapprochement s'en trouve ralenti. Les forces de lubrification divergent au contact, empêchant l'interpénétration de particules parfaitement lisses. Elles sont par nature des forces à deux corps. Ces interactions sont appelées alternativement des interactions en champs proches ou interactions de lubrification.

1.4.2.1. Méthode de "Durlofsky"

Plusieurs méthodes sont possibles pour prendre en compte les interactions de lubrification. Celle proposée par Durlofsky *et al* [10] consiste à exprimer les effets de lubrification par l'intermédiaire d'une formulation en résistance à deux corps. Plus concrètement, la matrice de mobilité $\bar{\bar{M}}$ est inversée pour fournir l'approximation de la matrice de résistance aux champs lointains. Cette matrice, comme signalé plus haut, contient toutes les réflexions de toutes les interactions entre particules mais ne prend pas en compte la lubrification. Pour cela il faudrait que tous les multipôles (et pas seulement le point-force par exemple) soient inclus dans la formulation. Pour remédier à ce problème, les interactions en résistance exactes à 2 corps, disponibles dans divers articles de la littérature [12] [14], sont rajoutées à chaque membre de $\bar{\bar{M}}^{-1}$. La matrice constituée de l'ensemble de ces interactions est notée $\bar{\bar{R}}_{2p}$. Or, une partie de ces interactions est déjà incluse dans $\bar{\bar{M}}^{-1}$. Pour ne pas les compter deux fois, il faut

retrancher les interactions réfléchies obtenues en inversant la matrice de mobilité à deux corps contenant les termes jusqu'au même ordre que dans $\bar{\bar{M}}$. La matrice composée de ces éléments est notée $\bar{\bar{R}}_{2P}^\infty$. Donc, dans cette méthode, la matrice de résistance $\bar{\bar{R}}$ contenant à la fois les interactions en champs lointains et en champs proches s'écrit :

$$\bar{\bar{R}} = \bar{\bar{M}}^{-1} + \bar{\bar{R}}_{2P} - \bar{\bar{R}}_{2P}^\infty = \bar{\bar{M}}^{-1} + \bar{\bar{R}}_{2P} - \bar{\bar{M}}_{2P}^\infty{}^{-1} \quad (1.37)$$

Les interactions en champs proches sont représentées sans aucune restriction sur la distance inter-particulaire. C'est ce qui constitue le principal avantage de cette méthode. A contrario, l'utilisation des fonctions scalaires exactes de Jeffrey *et al* [12] qui ne contiennent qu'un nombre fini de réflexions est son principal défaut. En effet, l'inverse de $\bar{\bar{M}}_{2P}^\infty$ contient la somme de toutes les réflexions. Ainsi pour être suffisamment précis, il est nécessaire d'utiliser dans $\bar{\bar{R}}_{2P}$ les développements des fonctions scalaires à des ordres élevés. De plus, cette méthode nécessite l'inversion d'une matrice supplémentaire par doublet de particules, ce qui peut considérablement alourdir le calcul dans le cas d'un grand nombre de particules.

1.4.2.2. Méthode de "Kim et Karilla"

La méthode présentée succinctement ici est due à Kim *et al.* [15] et a été reprise dans de nombreux travaux [16]. Dans cette méthode, la quantification des forces de lubrification agissant sur un doublet de particules fait intervenir un terme supplémentaire déduit du mouvement relatif d'une sphère par rapport à l'autre lorsque les distances inter-surfaces $\epsilon = \frac{r-2a}{a}$ sont très faibles et dépend donc de la vitesse relative $\vec{V}_{ij} = \vec{V}_j - \vec{V}_i$ entre les deux particules. Dans une démarche analogue à celle adoptée pour le calcul des tenseurs de mobilité $\bar{\bar{M}}_{ij}$ pour les interactions hydrodynamiques en champs lointains (paragraphe 1.3.2), le mouvement est décomposé en un mouvement parallèle au vecteur inter-centres $\vec{r}$ et un mouvement perpendiculaire à $\vec{r}$ (figure 1.7). La particule 1 est considérée comme fixe et la particule 2 évolue à la vitesse $\vec{V}_{12}$.

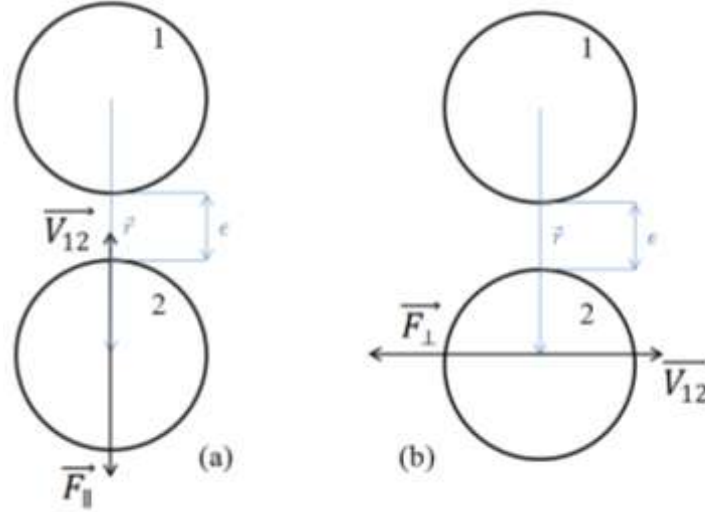


Figure 1.7 Décomposition du mouvement relatif entre deux sphères en (a) une translation suivant $\vec{r}$ et (b) une translation perpendiculaire à $\vec{r}$.

On obtient alors pour un mouvement le long du vecteur inter-centres :

$$\frac{\|\vec{F}_{\parallel}\|}{6\pi\mu a} = \left[-\frac{1}{4\epsilon} - 0,225 \ln\left(\frac{1}{\epsilon}\right) - \frac{3\epsilon}{112} \ln\left(\frac{1}{\epsilon}\right) \right] \cdot \|\vec{V}_{12}\| \quad (1.38)$$

L'expression de la force de lubrification pour une translation perpendiculaire à $\vec{r}$ est la suivante :

$$\frac{\|\vec{F}_{\perp}\|}{6\pi\mu a} = \frac{1}{6} \ln\left(\frac{1}{\epsilon}\right) \cdot \|\vec{V}_{12}\| \quad (1.39)$$

En plus de la force d'attraction-répulsion générée, un couple dû au gradient de vitesse existant de part et d'autre de la sphère est généré pour un mouvement perpendiculaire à $\vec{r}$.

Contrairement à la méthode précédente, celle-ci ne s'applique que pour une distance inter-particulaire faible.

1.5. Interactions hydrodynamiques entre des sphères de taille différente

Jusqu'à présent, seules des sphères identiques en taille sont considérées, ce qui permet de représenter des suspensions mono-modales. Nous considérons maintenant une suspension composée d'au moins deux populations de particules de rayons différents a_i et a_j . Dans le cadre de telles suspensions, les interactions hydrodynamiques entre les sphères font intervenir le paramètre $\lambda = \frac{a_j}{a_i}$,

rapport entre les tailles de particules, et la distance adimensionnée entre deux particules : $s = \frac{2r}{a_i + a_j}$.

Les tenseurs de mobilité prennent alors la forme suivante [11]:

$$\bar{M}_{ij} = \frac{1}{3\pi\mu(a_i + a_j)} \left[A_{ij} \frac{\vec{r} \otimes \vec{r}}{r^2} + B_{ij} \left(\bar{I} - \frac{\vec{r} \otimes \vec{r}}{r^2} \right) \right] \quad (1.41)$$

où les coefficients A_{ij} et B_{ij} sont donnés par [12] :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{ii} = 1 - \frac{60\lambda^3}{(1+\lambda)^4 s^4} + \frac{480\lambda^3 - 128\lambda^5}{(1+\lambda)^6 s^6} + O\left(\frac{1}{s^8}\right) \\ A_{ij} = \frac{3}{2s} - \frac{2 + 2\lambda^2}{(1+\lambda)^2 s^3} + \frac{1200\lambda^3}{(1+\lambda)^6 s^7} + O\left(\frac{1}{s^9}\right) \\ B_{ii} = 1 - \frac{68\lambda^5}{(1+\lambda)^6 s^6} + O\left(\frac{1}{s^8}\right) \\ B_{ij} = \frac{3}{4s} - \frac{1 + \lambda^2}{(1+\lambda)^2 s^3} + O\left(\frac{1}{s^9}\right) \end{array} \right. \quad (1.40)$$

Le théorème de réciprocité permet de définir certaines relations pour ces coefficients de mobilité : $A_{ij} = A_{ji}$ et $B_{ij} = B_{ji}$. Ces coefficients permettent de déterminer les interactions en champ lointain que subissent les particules sphériques de rayon différent. En ce qui concerne les interactions en champ proche, elles prennent la forme suivante [17] :

$$\frac{\|\vec{F}_{\parallel}\|}{6\pi\mu a} = -\frac{\lambda^2}{(1+\lambda)^2} \left(\frac{1}{\epsilon}\right) \cdot \|\vec{V}_{12}\| \quad (1.43)$$

$$\frac{\|\vec{F}_{\perp}\|}{6\pi\mu a} = \frac{4\lambda(2 + \lambda + 2\lambda^2)}{15(1+\lambda)^3} \ln\left(\frac{1}{\epsilon}\right) \cdot \|\vec{V}_{12}\| \quad (1.42)$$

1.6. Interactions hydrodynamiques entre une sphère et une paroi

Après avoir décrit les interactions agissant au sein d'une suspension en milieu infini, nous allons décrire celles intervenant entre une particule et une paroi fixe. Généralement, les mêmes méthodes que celles utilisées pour représentées les interactions entre deux particules sont employées. La paroi plane

est alors considérée comme un plan infini et donc approximée comme étant une particule de rayon infinie. Ainsi, les modèles de force particule-particule de rayon différent présentés précédemment sont extrapolés pour obtenir des modèles représentant une interaction particule-paroi.

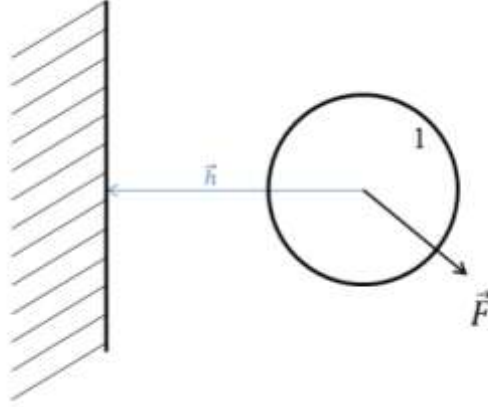


Figure 1.8 Sphère à proximité d'une paroi plane

1.6.1. Interactions en champs lointains

Les formules servant de base à la description en champs lointains des interactions entre une particule et une paroi sont celles utilisées pour décrire les interactions entre deux sphères distinctes. Ainsi, de façon analogue au cas de deux particules, la vitesse $\vec{V}$ d'une particule en translation à proximité d'une paroi est exprimée en fonction de la force $\vec{F}_E$ appliquée en son centre, sous la forme tensorielle suivante :

$$\vec{V} = \bar{\bar{M}}_P \vec{F}_E \quad (1.44)$$

où $\bar{\bar{M}}_P$ est le tenseur de mobilité sphère paroi. Il est défini de la manière suivante :

$$\bar{\bar{M}}_P = \frac{1}{6\pi\mu a} \left[A_1 \frac{\vec{h} \otimes \vec{h}}{r^2} + B_1 \left(\bar{\bar{I}} - \frac{\vec{h} \otimes \vec{h}}{r^2} \right) \right] \quad (1.45)$$

où $h = \|\vec{h}\|$ est la distance du centre de la particule à la paroi (figure 1.8).

A partir de ces expressions, les formules des coefficients de mobilité entre une sphère et une paroi plane immobile sont calculées en effectuant des développements asymptotiques ($\lambda \rightarrow \infty$) [2]. En reprenant des notations similaires aux cas d'interactions particulières, les coefficients A_1 et B_1

définissent respectivement la mobilité pour un mouvement perpendiculaire à la paroi et la mobilité pour un mouvement parallèle à cette dernière. Nous obtenons :

$$\begin{cases} A_1 = 1 - \frac{9a}{8h} \\ B_1 = 1 - \frac{9a}{16h} \end{cases} \quad (1.46)$$

1.6.2. Interactions en champs proches

Les interactions en champs proches ici décrites ont la même origine que dans le cas de 2 sphères. Lorsque la distance entre la sphère et la paroi plane est faible, tout mouvement relatif de la sphère provoque le mouvement du fluide situé dans la zone interstitielle. La théorie de la lubrification permet d'obtenir une solution approchée pour des distances à la paroi telles que $\epsilon' < 1$ où $\epsilon' = \frac{h-a}{a}$. Comme cela a été fait précédemment, le mouvement est décomposé entre le mouvement perpendiculaire à la paroi et le mouvement parallèle à celle-ci (figure 1.9).

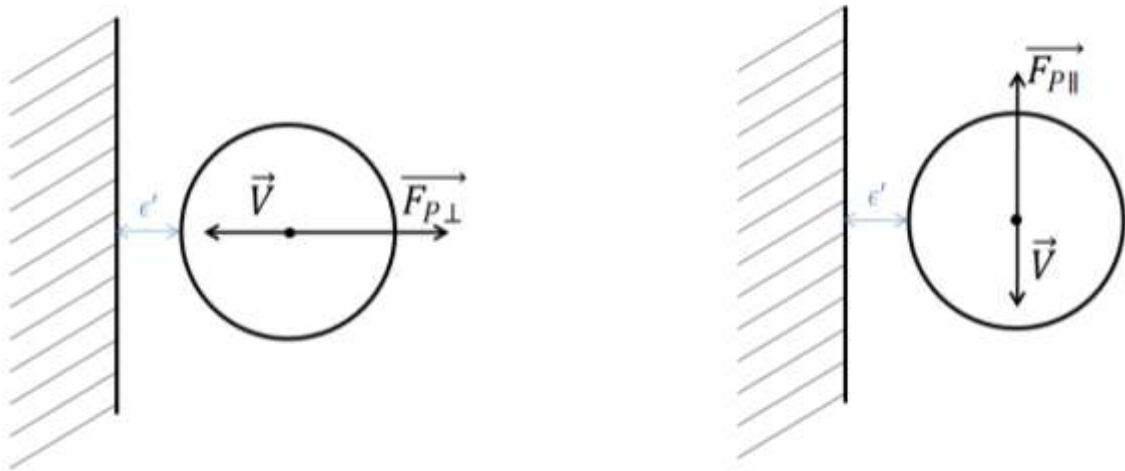


Figure 1.9 Translation d'une particule très proche d'une paroi : décomposition en un mouvement perpendiculaire à la paroi sur l'image de gauche et un mouvement parallèle à la paroi sur l'image de droite.

L'expression de la force de lubrification pour un mouvement perpendiculaire à la paroi est la suivante :

$$\frac{\overrightarrow{F_{P\perp}}}{6\pi\mu a} = \left[\frac{1}{\epsilon'} + \frac{1}{5} \ln\left(\frac{1}{\epsilon'}\right) + \frac{\epsilon'}{21} \ln\left(\frac{1}{\epsilon'}\right) \right] \cdot \vec{V} \quad (1.47)$$

Une translation de la sphère parallèlement à la paroi génère une force $\overrightarrow{F_{P\parallel}}$ donnée par (1.48) mais aussi un couple.

$$\frac{\overrightarrow{F_{P\parallel}}}{6\pi\mu a} = \left[\frac{8}{15} \ln\left(\frac{1}{\epsilon'}\right) \right] \cdot \vec{V} \quad (1.48)$$

2. Comportement d'une suspension de particules

Dans cette partie, nous nous intéressons au comportement global d'une suspension en décantation que ce soit dans le cadre d'une décantation appelée aussi sédimentation en *batch* ou dans le cadre d'une sédimentation entretenue. Après la description précédente des interactions entre particules, la description se concentre maintenant sur un ensemble plus large de particules permettant de définir une fraction volumique solide locale ϕ . A partir d'une suspension homogène constituée d'une, deux voire trois tailles de particules, plusieurs comportements sont possibles et sont ici décrits à travers l'observation de l'évolution de la fraction volumique en solide.

2.1. Quelques propriétés des suspensions

2.1.1. Fraction volumique

Une suspension de particules est caractérisée par sa fraction volumique ϕ , qui est le rapport entre le volume de l'ensemble des particules et le volume de la suspension. La fraction volumique en particules est parfois appelée concentration en particules et peut être définie de manière locale ou globale.

En fin de sédimentation, les particules forment un sédiment caractérisé par une fraction d'empilement ϕ^* . La valeur de cette fraction volumique dépend des conditions de sédimentation (avalanches simples ou successives, pluviation, sous vibration...). Pour des grains sphériques parfaitement mono-disperses, l'empilement aléatoire le plus lâche qui puisse être réalisé a une fraction volumique $\phi_{RLP}^* \simeq 56\%$ (« Random Loose Packing ») [18]. Si le sédiment est compacté, on peut atteindre la fraction d'empilement dense aléatoire ou « Random Close Packing » $\phi_{RCP}^* \simeq 64\%$ [19]. On peut dépasser cette fraction volumique si une organisation est imposée aux sphères. On parle alors d'empilement organisé, ou d'ordonnement cristallin compact. La fraction volumique peut alors atteindre 74%.

Dans la pratique, par choix ou contrainte, une poly-dispersité (environ 10%) peut exister à l'intérieur d'une même population de particules mais on continue cependant de parler de populations mono-disperses avec un léger abus de langage. Dans le cadre de suspensions composées de plusieurs tailles de particules, la fraction d'empilement peut également être plus élevée qu'en mono-disperse. En effet, les particules les plus petites peuvent s'intercaler dans les interstices formées par l'empilement des particules les plus grosses. Ce phénomène est d'autant plus important que l'écart en taille entre deux populations de particules est grand [20].

2.1.2. Viscosité d'une suspension

Comme nous l'avons vu précédemment, une particule rigide réagit à un écoulement ambiant en ayant un mouvement de façon à satisfaire les conditions de vitesse et de vorticité imposées par cet écoulement. Par contre, une particule rigide ne possède pas de mécanisme pour répondre au mouvement de déformation local. Une sphère suspendue librement sans force ni couple dans un écoulement produit une perturbation qui décroît en $|x^{-2}|$ due à la partie symétrique du dipôle de forces. Cette perturbation est à l'origine d'une augmentation du taux de dissipation visqueuse de l'énergie mécanique. Une suspension de particules rigides a donc une viscosité effective plus grande que celle du fluide pur. On écrit en général $\mu(\phi) = \mu_0 \mu_r(\phi)$ avec μ_0 la viscosité du fluide pur et $\mu_r(\phi)$ la viscosité relative indépendante du fluide suspendant. Il est à noter ici qu'une suspension possède un comportement non-newtonien surtout lorsque l'on augmente la concentration : en effet, la viscosité dépend en général du taux de cisaillement appliqué. Ce comportement non-newtonien se manifeste notamment par la migration de particules dans des suspensions concentrées sous écoulement [21] [22].

Lorsque la fraction solide en particules est faible (inférieure à 2-3%), les particules sont suffisamment éloignées les unes des autres, le régime est dilué et la viscosité est donnée par la relation d'Einstein [23] :

$$\mu(\phi) = \mu_0(1 + 2,5\phi) \quad (1.49)$$

Batchelor et Green [24] ont étendu cette formule théorique pour des fractions volumiques allant jusqu'à 10% en y incorporant un terme de second ordre. Dans ce cas, la viscosité effective est donnée par l'expression suivante :

$$\mu(\phi) = \mu_0(1 + 2,5\phi + 5,2\phi^2) \quad (1.50)$$

A cette expression, peut-être ajoutée une contribution due à l'agitation brownienne ($0,99\phi^2$). En l'absence de ce mouvement brownien, dans le cas d'un écoulement de déformation pure, la viscosité effective devient :

$$\mu(\phi) = \mu_0(1 + 2,5\phi + 7,6\phi^2) \quad (1.51)$$

Quand la fraction volumique augmente et approche la fraction d'empilement maximal, μ diverge. Cette divergence de μ avec ϕ fait l'objet de nombreux travaux que ce soit au niveau théorique, numérique ou expérimental [25]. Pour comprendre cette divergence, il faut rendre compte des interactions à plusieurs corps et de la lubrification entre deux particules. Plusieurs lois ont été proposées pour ajuster les données expérimentales, on peut citer notamment la loi empirique que l'on doit à Krieger et Dougherty [26] :

$$\mu(\phi) = \mu_0 \left(1 - \frac{\phi}{\phi^*}\right)^{-\alpha} \quad (1.52)$$

où ϕ^* est un paramètre ajustable qui représente la fraction volumique d'empilement dense. Pour Krieger et Dougherty [26], l'exposant α est égal à $2,5\phi^*$, ce qui permet de retrouver la loi d'Einstein lorsque la fraction volumique tend vers 0.

La loi donnée par Mills et Snabre [27] permet d'évaluer la viscosité effective d'une suspension pour une fraction volumique en particule supérieure à 20% :

$$\mu(\phi) = \mu_0 \frac{1 - \phi}{\left(1 - \frac{\phi}{\phi^*}\right)^2} \quad (1.53)$$

2.2. Théorie de la sédimentation de suspensions idéales

Dans cette partie, nous analysons le comportement de suspensions dites idéales en sédimentation dans un récipient. Pour les opérations en décantation, la sédimentation s'accompagne de la création d'une zone de fluide dépourvue de particules et d'une zone de dépôt riche en particules. La zone de fluide claire est cependant absente dans le cas d'une sédimentation en continu, une alimentation permanente permettant en effet d'approvisionner le récipient en suspension. Des détails concernant l'un et l'autre cas sont donnés ci-après.

2.2.1. Description cinématique du problème via la "Théorie des Mélanges"

Dans la "Théorie des Mélanges", un mélange est représenté comme la superposition de milieux continus, chacun suivant son propre mouvement mais interagissant entre avec l'autre [28]. Cela signifie que chaque milieu obéit aux lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement en y incluant des termes sources. Cette description implique un champ d'observation plus grand que la taille des particules contenues dans le système.

Pour représenter la suspension, nous considérons donc un mélange de particules solides et d'un fluide. On note $\vec{v}_S$ la vitesse du composant solide et $\vec{v}_F$ la vitesse du composant fluide. Cette suspension est appelée idéale si elle respecte les conditions suivantes [29] : elle est composée de particules solides de petites tailles de même rayon, de même forme et de même masse volumique. Le fluide et les particules sont incompressibles et sans transfert de masse. On peut alors définir une vitesse relative solide-fluide $\vec{v}_r = \vec{v}_S - \vec{v}_F$ qui, en laminaire, est fonction de la fraction volumique solide seule.

La fraction volumique locale en solide $\phi(\vec{r}, t)$ dépend des variables de l'espace et du temps. On peut alors écrire les équations de continuité pour les fractions solide et fluide dans les régions où les différentes grandeurs varient continûment :

- pour la partie solide :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi \vec{v}_S) = 0 \quad (1.54)$$

- pour la partie fluide :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} - \nabla \cdot ((1 - \phi) \vec{v}_F) = 0 \quad (1.55)$$

Aux frontières, là où des discontinuités existent, on a les conditions de saut suivantes [30] :

- pour la partie solide :

$$[\phi(\vec{v}_S \cdot \vec{e}_n)] = \sigma[\phi] \quad (1.56)$$

- pour la partie fluide :

$$[(1 - \phi)(\vec{v}_F \cdot \vec{e}_n)] = \sigma[(1 - \phi)] \quad (1.57)$$

avec $\vec{e}_n$ la normale locale, σ la vitesse de déplacement de la discontinuité et les quantités entre crochets $[X]$ dénote le saut de X au travers de la discontinuité.

L'équation de continuité du mélange, obtenue en soustrayant (1.55) de (1.54) et la condition de saut du mélange, obtenue à partir des égalités (1.56) et (1.57), font apparaître la vitesse moyenne volumique pondérée $\vec{q} = \phi \vec{v}_S + (1 - \phi) \vec{v}_F$. Dans les régions continues, on obtient :

$$\nabla \cdot \vec{q} = 0 \quad (1.58)$$

A la frontière, on a :

$$[\vec{q} \cdot \vec{e}_n] = 0 \quad (1.59)$$

Après multiplication par ϕ , on obtient comme expression de la vitesse moyenne volumique l'expression suivante :

$$\phi \vec{q} = \phi \vec{v}_s - \phi(1 - \phi) \vec{v}_r \quad (1.60)$$

Si on note $\vec{f}(\phi, t) = \phi \vec{v}_s$ la densité de flux totale de la fraction solide et $\vec{f}_r(\phi) = \phi(1 - \phi) \vec{v}_r$ la densité de flux relative du solide [30], on peut alors réécrire (1.60) de la manière suivante :

$$\vec{f}(\phi, t) = \phi \vec{q}(\vec{r}, t) + \vec{f}_r(\phi) \quad (1.61)$$

Cela fait apparaître une partie linéaire $\phi \vec{q}(\vec{r}, t)$ correspondant au mouvement global du mélange et une partie non-linéaire $\vec{f}_r(\phi)$ décrivant le mouvement relatif local solide-fluide. L'équation de continuité (1.54) est réécrite :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{f}(\phi, t) = 0 \quad (1.62)$$

Et à la discontinuité :

$$[\vec{f}(\phi, t) \cdot \vec{e}_n] = \sigma[\phi] \quad (1.63)$$

Ces équations sont ensuite résolues donnant accès à l'évolution de la fraction volumique et de la vitesse correspondante. Ainsi, après avoir donné l'expression de quelques équations utiles pour décrire le comportement d'une suspension, nous allons poser le problème tel que présenté par Kynch pour une suspension en décantation puis pour une sédimentation en continu.

2.2.2. Théorie de Kynch pour la sédimentation en décantation

Comme annoncé, nous nous intéressons dans un premier temps aux équations régissant la décantation d'une suspension mono-disperse de particules. La première théorie de la décantation d'une suspension idéale a été proposée par Kynch en 1952 [29]. Par souci de simplification, Kynch suppose que la concentration en particules est constante dans toute section horizontale rendant le problème unidimensionnel. D'après (1.58), la vitesse moyenne volumique $\vec{q}$ est fonction uniquement du temps.

Or, étant donnée la présence d'une paroi à la base du récipient, $\vec{q}$ est nulle en $z = 0$, et donc $\vec{q}(t) = 0$. L'équation (1.62) tenant compte de (1.61) devient :

$$\frac{\partial \phi(z, t)}{\partial t} + \frac{\partial f_r(\phi)}{\partial z} = 0 \text{ pour } 0 \leq z \leq L, t > 0 \quad (1.64)$$

L est la hauteur totale initiale de la suspension. Kynch considère le cas de suspensions dont la fraction volumique solide initiale est non homogène, mais nous nous limitons ici au cas de concentrations initiales uniformes (figure 1.10). Kynch suppose aussi que l'augmentation de la fraction volumique solide en $z = 0$ est continue mais extrêmement rapide passant de sa valeur initiale ϕ_0 au taux de compacité maximal ϕ^* . La vitesse de chute des particules solides est une fonction décroissante de la fraction volumique et s'annule pour $\phi = \phi^*$.

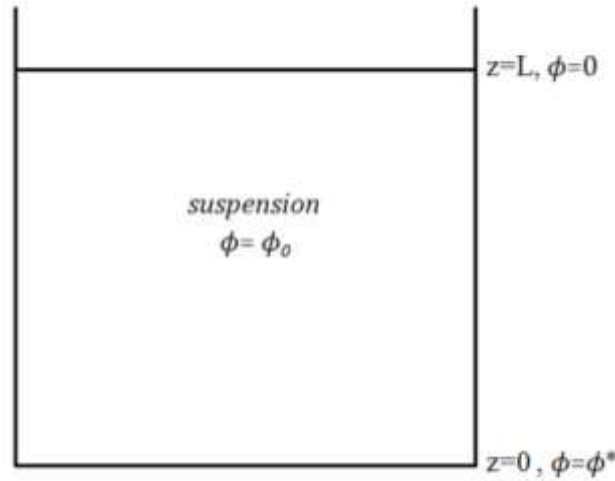


Figure 1.10 Opération de décantation et conditions initiales

L'équation (1.64) s'accompagne des conditions initiales et aux limites suivantes :

$$\phi(z, 0) = \begin{cases} 0 & \text{pour } z = L \\ \phi_0 & \text{pour } 0 < z < L \\ \phi^* & \text{pour } z = 0 \end{cases} \quad (1.65)$$

$$\begin{cases} \phi(0, t) = \phi^* \\ \phi(L, t) = 0 \end{cases} \text{ pour } t > 0 \quad (1.66)$$

La résolution de l'équation (1.64) décrivant la cinématique du processus de décantation est présentée par la suite.

2.2.3. Théorie de Kynch pour la sédimentation continue

La sédimentation en continu trouve son application dans la mise en œuvre d'épaississeur continu. Ce procédé consiste à injecter dans un container cylindrique la suspension à ϕ_a puis de récupérer le sédiment et évacuer le liquide sans particules. Pour modéliser ce procédé, des simplifications doivent évidemment être faites comme pour le cas de la décantation. Ainsi, un "épaississeur continu idéal" [30] est défini comme une colonne cylindrique qui se divise en deux régions (figure 1.11). La partie supérieure n'est constituée que de fluide au-dessus de la zone de sédimentation.

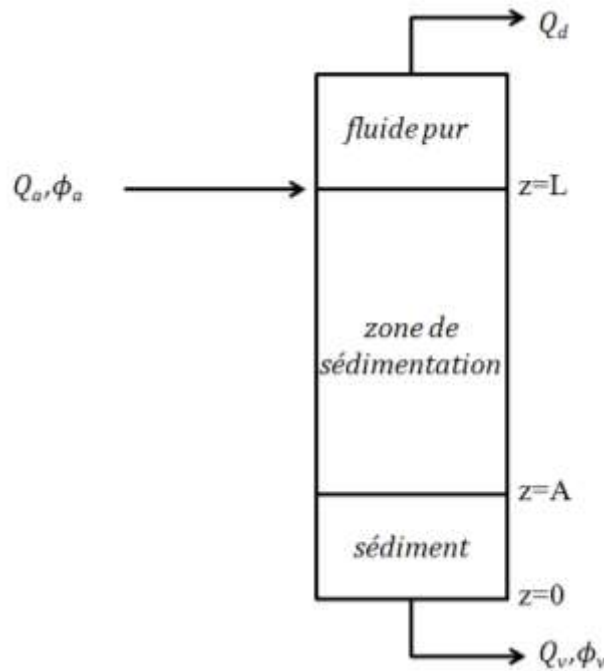


Figure 1.11 Epaississeur continu idéal

Ainsi, la colonne est alimentée, de manière contrôlée, en suspension de fraction volumique ϕ_a à un débit volumique Q_a en $z = L$. Alors la densité de flux solide d'alimentation est :

$$f_a(t) = - \frac{Q_a(t)\phi_a(t)}{S} \quad (1.67)$$

S étant la section de la colonne. En $z = 0$, la suspension concentrée à ϕ_v est évacuer à un débit volumique Q_v et la densité de flux solide de vidange est :

$$f_v(t) = \frac{Q_v(t)\phi_v(t)}{S} \quad (1.68)$$

En réalisant un bilan de matière sur la hauteur L pendant une durée dt , on obtient :

$$\frac{d}{dt} \int_0^L \phi(z, t) dz = f_v(t) - f_a(t) \quad (1.69)$$

D'une manière générale, le fluide appauvri en particules de fraction volumique solide ϕ_a quitte la colonne à un débit volumique Q_a et les débits sont liés par la relation suivante :

$$Q_a(t)\phi_a(t) = Q_v(t)\phi_v(t) + Q_d(t)\phi_d(t) \quad (1.70)$$

En régime de fonctionnement normal, $\phi_d = 0$ et le composé solide est donc restreint à la zone de sédimentation ($z \leq L$). Dans le cas contraire où les particules solides dépassent le seuil où se situe l'alimentation, l'épaississeur déborde. Le deuxième élément qui indique que l'épaississeur fonctionne normalement est la fraction volumique solide de vidange ϕ_a . Sa valeur doit être supérieure à la fraction volumique solide en alimentation ϕ_a . Si ce n'est pas le cas, l'épaississeur se vide.

La fraction volumique solide en $z = L$ notée $\phi_L(t)$ est une des conditions aux limites. D'après la conservation de la masse, en régime de fonctionnement normal, la densité de flux solide sédimentant en $z = L$, $f(\phi_L, t)$, doit être égale à la densité de flux solide d'alimentation $f_a(t)$. Ainsi, pour déterminer la condition limite $\phi(L, t)$, la densité de flux d'alimentation est nécessaire. Suivant la forme adoptée pour $f(\phi)$, plusieurs solutions sont possibles comme le montre la figure 1.12. La valeur appropriée de ϕ_L est ensuite déterminée selon des critères physiques comme la dilution instantanée de la suspension quand elle est introduite dans l'épaississeur [31] imposant $\phi_L \leq \phi_a$. La valeur de ϕ_L à retenir correspond à la première valeur de ϕ en dessous de ϕ_a pour laquelle $f_a = f(\phi_L)$. La figure 1.12 montre que pour la valeur ϕ_a choisie ici, la solution à retenir est ϕ'_L .

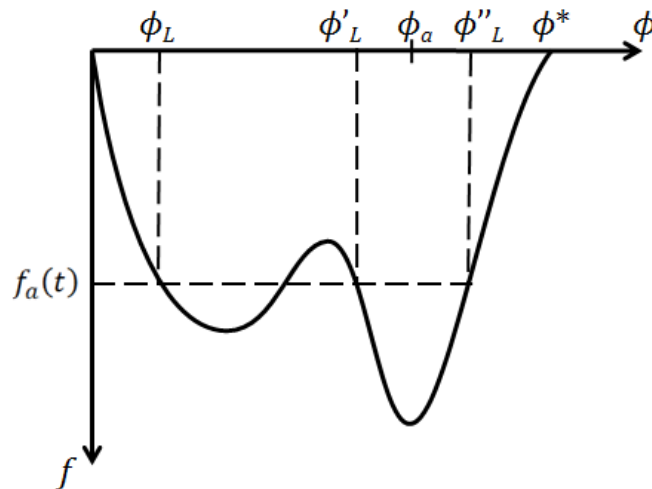


Figure 1.12 Détermination de la fraction volumique solide $\phi_L(t)$ à partir de la courbe de la densité de flux solide et pour une densité de flux solide d'alimentation $f_a(t)$ donnée.

Comme dans le cas de la décantation, la fraction volumique en particules est considérée comme constante dans toute section horizontale de la colonne. Le problème est encore unidimensionnel. D'après (1.58), la vitesse moyenne volumique q est fonction uniquement du temps et est toujours négative. L'équation qui régit la sédimentation continue est :

$$\frac{\partial \phi(z, t)}{\partial t} + \frac{\partial f(\phi, t)}{\partial z} = 0 \quad \text{pour } 0 \leq z \leq L, t > 0 \quad (1.71)$$

$$\text{avec } f(\phi, t) = \phi q(t) + f_r(\phi) \quad (1.72)$$

Les fonctions densité de flux solide total $f(\phi)$ ont un domaine d'existence réduit aux fractions volumiques possibles (c'est-à-dire l'intervalle $[0 ; \phi^*]$), sont définies négatives, s'annulent pour une fraction volumique nulle mais pas pour le taux de compacité maximal à la différence de la décantation à cause de la présence du terme $\phi q(t)$. Par contre, $f(\phi)$ et $f_r(\phi)$ ont les mêmes points d'inflexion. En ce qui concerne la condition aux limites au fond de l'épaisseur, elle est la même qu'en décantation. Pour résumer :

$$\begin{cases} \phi(0, t) = \phi^* \\ \phi(L, t) = \phi_L(t) \end{cases} \quad \text{pour } t > 0 \quad (1.73)$$

Lors de notre étude, nous considérons que $\phi_L(t)$ est indépendant du temps. Il convient d'ajouter comme condition initiale la présence d'un sédiment de hauteur A surmonté de la suspension à la fraction volumique ϕ_L :

$$\phi(z, 0) = \phi_0(z) = \begin{cases} \phi_L & \text{pour } A < z \leq L \\ \phi^* & \text{pour } 0 \leq z < A \end{cases} \quad (1.74)$$

Il est à noter ici que la théorie de Kynch ne peut décrire qu'une partie des processus de sédimentation étant donné qu'il est admis que le sédiment en formation est incompressible. Des théories différentes ont été proposées pour décrire la sédimentation de suspensions qui flocculent [32] [33] [34]. Le processus est alors appelé sédimentation avec compression et peut être traité comme un phénomène de filtration ou de consolidation.

2.2.4. Fonction densité de flux

La fonction densité de flux relative solide $f_r(\phi)$ (appelée aussi fonctions densité de flux en décantation de Kynch) doit avoir un domaine d'existence restreint aux fractions volumiques possibles $[0 ; \phi^*]$. Sur cet intervalle, f_r est définie négative et s'annule pour $\phi = 0$ et $\phi = \phi^*$. La dérivée de

cette fonction doit être négative en $\phi = 0$ et positive en $\phi = \phi^*$ et il est nécessaire de se donner une forme "exacte" pour f_r aux ϕ intermédiaires. Pour décrire la plupart des résultats expérimentaux, la fonction de flux comporte un ou deux points d'inflexion.

Pour représenter les vitesses des particules dans une suspension en sédimentation, plusieurs équations ont été proposées pour $f_r(\phi)$ ou pour $f(\phi) = \phi v_S$. La plupart sont des extensions de la vitesse de Stokes V_S . Pour des concentrations finies, les interactions hydrodynamiques entre particules peuvent induire une augmentation ou une diminution de la vitesse de sédimentation dépendamment de leur distribution spatiale. Ainsi, dans le cas d'un doublet de particules (voir paragraphe 1.3) ou d'un agrégat de particules, la vitesse de sédimentation est augmentée alors que pour une suspension homogène, la vitesse moyenne de sédimentation d'une particule est atténuée par accroissement de la viscosité effective du milieu ambiant. Dans cette dernière configuration, le contre-écoulement de fluide conduit à écrire $v_S = V_S R(\phi)$ où $R(\phi)$ est la fonction de freinage.

En prenant en compte les interactions entre paires de particules pour une suspension diluée de sphères uniformément réparties, Batchelor [35] obtient l'expression suivante :

$$v_S = V_S(1 - 6,55\phi + O(\phi^2)) \quad (1.75)$$

Aux fractions volumiques plus élevées, des lois empiriques sont proposées. Parmi celles-ci, la plus utilisée est la loi de Richardson et Zaki [36] ($v_S = V_S(1 - \phi)^n$ où $n \simeq 5$) et la fonction de densité de flux s'écrit alors :

$$f_r(\phi) = V_S \phi (1 - \phi)^n \quad (1.76)$$

Mais, la fonction densité de flux peut également être exprimée de la manière suivante [30] [37] :

$$f_r(\phi) = \frac{(\rho_P - \rho)g\phi(1 - \phi)^2}{R(\phi)} \quad (1.77)$$

La fonction densité de flux est dans ces cas-là tronquée en $\phi = \phi^*$ comme l'illustre la figure 1.13 sur laquelle est présentée une fonction densité de flux à un point d'inflexion.

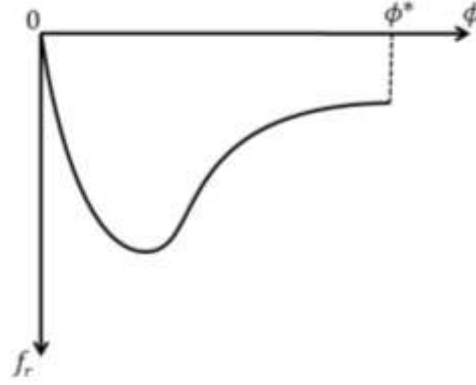


Figure 1.13 Fonction densité de flux à un point d'inflexion tronquée.

Les expressions (1.76) et (1.77) ont comme principal inconvénient de ne produire une vitesse nulle qu'en $\phi = 1$, alors qu'expérimentalement cela intervient en $\phi = \phi^*$. On est alors obligé de les couper au taux de compacité maximal. Michaels *et al.* [38] ont donc introduit ce paramètre en proposant la formulation suivante pour la fonction densité de flux relative du solide :

$$f_r(\phi) = \phi V_s \left(1 - \frac{\phi}{\phi^*}\right)^n \quad (1.78)$$

A titre d'exemple pour une fonction de flux respectant toutes les conditions énoncées par Kynch, nous pouvons citer le polynôme d'ordre 5 déterminé expérimentalement par Shannon *et al.* [39] pour des sphères de verre de même taille et dont la représentation est donnée par la figure 1.14 :

$$f_r(\phi) = \phi(-0,33843 + 1,37672\phi - 1,62275\phi^2 - 0,11264\phi^3 + 0,902253\phi^4) \times 10^{-2} \quad (1.79)$$

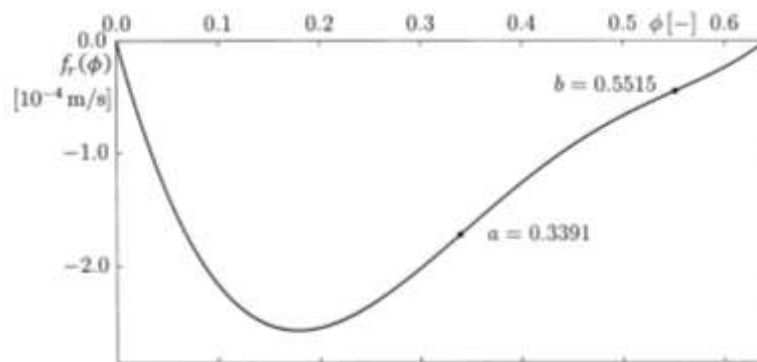


Figure 1.14 Fonction densité de flux avec deux points d'inflexion *a* and *b* déterminé par Shannon *et al.* [39]

De manière générale, cette fonction de flux a fait l'objet de nombreuses études pour sa détermination et dépend de la constitution de la suspension. Elle est donc propre au système considéré et varie d'une suspension à l'autre.

2.2.5. Outils mathématiques nécessaires à la résolution du problème

Les équations de Kynch régissant la sédimentation, en décantation (1.64) ou en continu (1.71) sont des lois de conservation auxquelles il faut adjoindre leurs conditions initiales (1.65) et (1.73) respectives. Ces équations différentielles dont on recherche une solution vérifiant une condition initiale sont des problèmes de Cauchy. Pour construire la solution de ce problème, la méthode des caractéristiques est utilisée. Cette méthode consiste à construire des courbes $z(t)$, dans le repère (z, t) , le long desquelles la solution $\phi(z, t)$ est constante. L'ensemble de ces courbes détermine l'étendue du domaine dans lequel la fraction volumique conserve ses valeurs initiales $\phi(z, 0)$. Les lignes caractéristiques pour ce problème sont des droites dont la pente à chaque instant représente la vitesse de propagation et est donnée en résolvant :

$$\frac{dz(t)}{dt} = \frac{\partial f(\phi(z(t), t))}{\partial \phi} \quad (1.80)$$

pour $t > 0$, avec $z(0) = z_0$ la hauteur initiale. En général, les solutions au problème font apparaître des discontinuités après un certain temps (figure 1.15), même lorsque la fraction volumique initiale est continûment variable [37]. Ceci est dû à la non-linéarité de la fonction densité de flux $f(\phi, t)$.

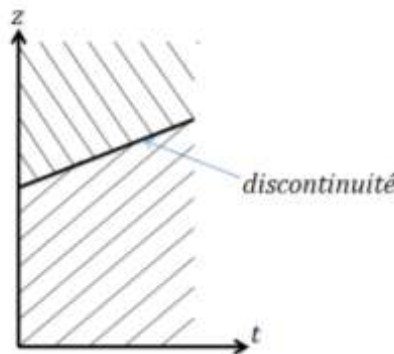


Figure 1.15 Exemple de discontinuité.

Aux points de discontinuité, l'équation de conservation est remplacée par la condition de Rankine-Hugoniot ou condition de saut. Elle statue que la vitesse de propagation locale $\sigma(\phi^+, \phi^-)$

d'une discontinuité $z(t)$ en frontière entre ϕ^+ la solution amont ($\phi^+ = \phi(z(t) + 0, t)$) et ϕ^- la solution aval ($\phi^- = \phi(z(t) - 0, t)$) est donnée par :

$$\frac{dz(t)}{dt} = \sigma(\phi^+, \phi^-) = \frac{f(\phi^+) - f(\phi^-)}{\phi^+ - \phi^-} \quad (1.81)$$

Dans un graphique représentant l'évolution de f en fonction de ϕ , la vitesse $\sigma(\phi^+, \phi^-)$ représente la pente d'une corde qui joint les points $(f(\phi^+), \phi^+)$ et $(f(\phi^-), \phi^-)$.

Les solutions satisfaisants aux points de continuité le problème de Cauchy et aux discontinuités la condition de Rankine-Hugoniot ne sont pas uniques en général, ce qui nécessite un critère supplémentaire pour sélectionner la solution adéquate. Cette condition est connue sous le nom de condition d'entropie. La condition d'entropie d'Oleinik [40] est la plus souvent utilisée et impose pour toute fraction volumique ϕ comprise entre ϕ^- et ϕ^+ les inégalités suivantes :

$$\frac{f(\phi) - f(\phi^-)}{\phi - \phi^-} \geq \sigma(\phi^+, \phi^-) \geq \frac{f(\phi) - f(\phi^+)}{\phi - \phi^+} \quad (1.82)$$

Elles traduisent le fait que pour qu'une discontinuité persiste, sa vitesse (corde joignant $(f(\phi^+), \phi^+)$ et $(f(\phi^-), \phi^-)$ sur un graphique présentant f en fonction de ϕ), ne doit pas intersecter la courbe $f(\phi)$ en plus de deux points et reste soit au-dessus de la courbe si $\phi^+ < \phi^-$, soit au-dessous si $\phi^+ > \phi^-$ (figure 1.16).

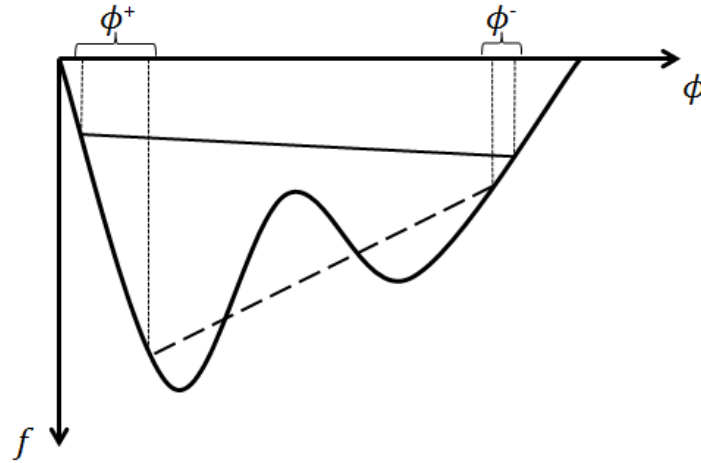


Figure 1.16 Interprétation géométrique de la condition d'entropie d'Oleinik dans le cas où $\phi^+ < \phi^-$. La corde en trait plein vérifie la condition, celle en trait pointillé l'enfreint.

Une discontinuité qui satisfait à la fois l'égalité (1.81) et la condition d'Oleinik est appelée choc. Si en plus, la relation suivante est vérifiée :

$$f'(\phi^-) = \sigma(\phi^+, \phi^-) \quad \text{et/ou} \quad f'(\phi^+) = \sigma(\phi^+, \phi^-) \quad (1.83)$$

le choc est appelé discontinuité de contact. Dans ce cas, la corde est tangente à la courbe de $f(\phi)$ en au moins un des points terminaux ϕ^+ ou ϕ^- .

Un problème théorique mettant en jeu une loi de conservation avec une condition initiale constante par morceaux (1.84) est un problème de Riemann.

$$\phi(z, 0) = \begin{cases} \phi_0^+ & \text{pour } z > 0 \\ \phi_0^- & \text{pour } z < 0 \end{cases} \quad (1.84)$$

La solution de ce problème peut faire apparaître des discontinuités. Savoir résoudre ce problème suivant la fonction de densité de flux (convexe, avec un ou deux points d'inflexion) est primordial pour pouvoir ensuite construire les solutions au problème de sédimentation. La figure 1.17 présente les deux solutions possibles pour une fonction convexe suivant que $\phi_0^+ < \phi_0^-$ ou l'inverse. Dans le premier cas (figure 1.17 a)), la représentation de la solution globale fait apparaître deux états constants séparés par un choc, elle est appelée vague de choc. La solution s'écrit alors :

$$\phi(z, t) = \begin{cases} \phi_0^+ & \text{pour } z \geq z_1(t) \\ \phi_0^- & \text{pour } z < z_1(t) \end{cases} \quad (1.85)$$

où $z_1(t)$ est la droite définissant le choc. Dans le deuxième cas (figure 1.17 b)), un éventail appelé vague de raréfaction se forme. La solution au problème est alors :

$$\phi(z, t) = \begin{cases} \phi_0^+ & \text{pour } z_1(t) \leq z \\ f'^{-1}(z/t) & \text{pour } z_2(t) \leq z < z_1(t) \\ \phi_0^- & \text{pour } z \leq z_2(t) \end{cases} \quad (1.86)$$

où $z_1(t) = f'(\phi_0^+)t$ et $z_2(t) = f'(\phi_0^-)t$. Pour plus de détail, se référer au chapitre 5 du livre de Bustos *et al.* [30] qui traite spécifiquement de la résolution du problème de Riemann pour une loi de conservation.

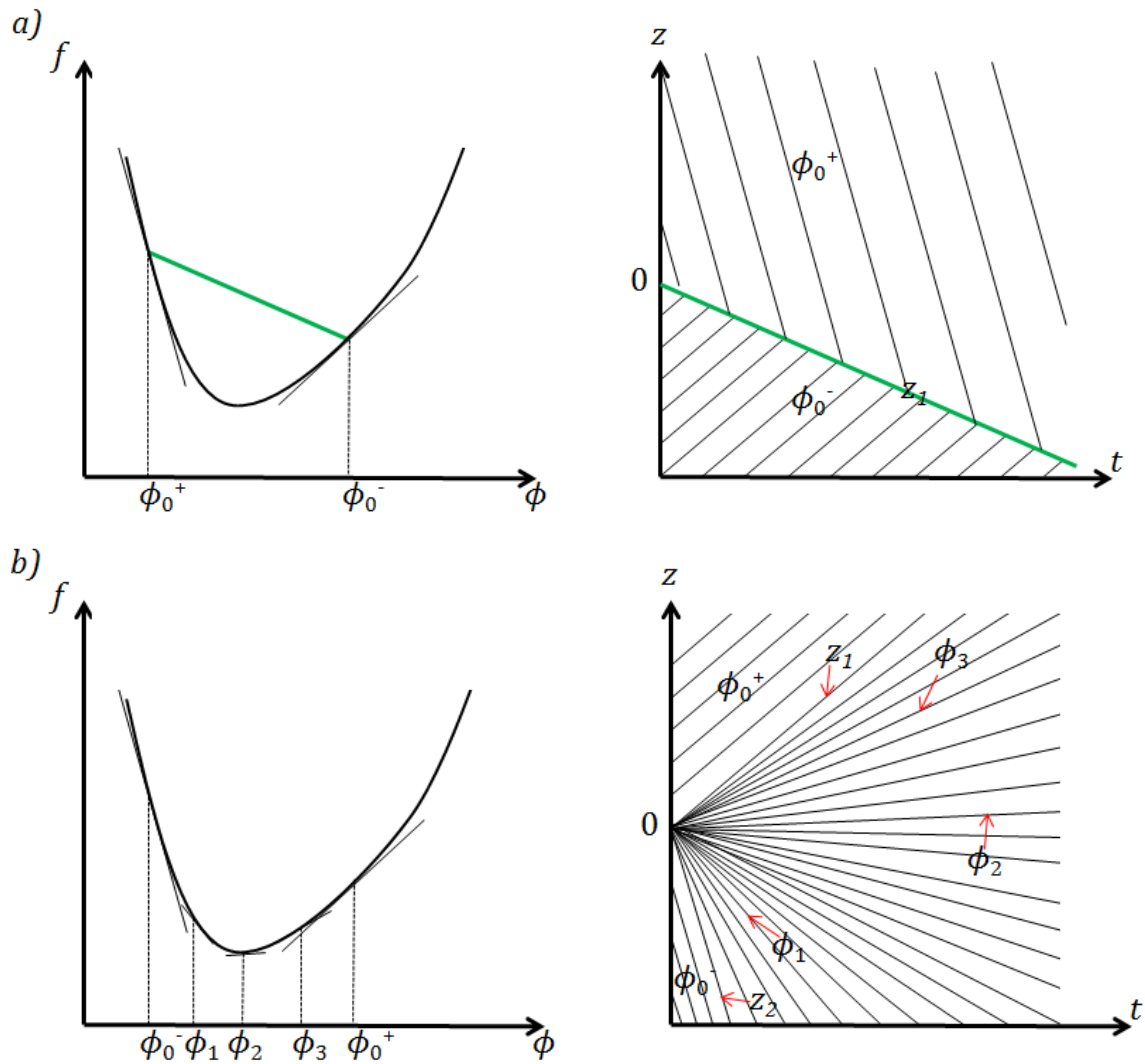


Figure 1.17 Graphique présentant à gauche $f(\phi)$ et à droite la représentation de la solution globale $\phi(z,t)$ pour une fonction convexe dans le cas où $\phi_0^+ < \phi_0^-$ (a) et dans le cas où $\phi_0^+ > \phi_0^-$ (b)

Il a été montré par de nombreux auteurs [41] [42] l'unicité d'une fonction définie par morceaux qui vérifie aux points de continuité la loi de conservation et les conditions initiales et aux discontinuités la condition de Rankine-Hugoniot et la condition d'entropie. La construction de ces solutions est présentée par la suite pour le problème de décantation et de sédimentation en continu dans le cas de suspensions de fraction volumique initiale homogène.

2.3. Sédimentation de suspensions idéales mono-disperses

Nous avons vu précédemment que la sédimentation (décantation ou sédimentation en continu) d'une suspension idéale est régie par une loi de conservation accompagnée de conditions initiales. Le

but des paragraphes suivants est de montrer la construction des solutions à ces problèmes. Ici seront traitées les situations où les fonctions de densité de flux possèdent zéro, un ou deux points d'inflexion.

2.3.1. Décantation de suspensions idéales mono-disperses

2.3.1.1. Modes de sédimentation

La décantation d'une suspension idéale est régie par la loi de conservation (1.64) et dont les conditions initiales sont données par (1.65). Pour construire les solutions à ce problème, il faut dans un premier temps résoudre simultanément à $t = 0$ deux problèmes de Riemann, l'un présentant une discontinuité entre ϕ_0 et ϕ^* en $z = 0$ et l'autre une discontinuité entre ϕ_0 et $\phi_L = 0$ en $z = L$. Ces solutions comportent des vagues de choc ou des vagues de raréfaction. Puis dans un second temps, il faut déterminer l'intersection de ces deux vagues. Dans le cas de fonctions de densité de flux présentant un ou deux points d'inflexion, l'intersection a lieu soit entre deux lignes droites de choc soit entre une ligne droite de choc et une vague de raréfaction. Ces intersections produisent respectivement soit une autre ligne de choc droite soit une ligne de choc courbe. Ainsi, utilisant la méthode des caractéristiques et les principes développés précédemment, la solution globale au problème est construite. Le couple $(\phi, f_r(\phi))$ permet de décrire le processus de sédimentation selon Kynch. Ces configurations donnent lieu à sept modes de sédimentation possibles MS-1 à MS-7 selon la fonction densité de flux $f_r(\phi)$ choisie et constituent des processus de sédimentation différents [43] [44]. Nous présentons succinctement ces différents modes. Sur les figures 1.18 à 1.20, l'allure de la fonction densité de flux en fonction de la fraction volumique est présentée sur la partie gauche tandis que l'allure du profil de sédimentation déterminée à partir de ces graphiques est présentée sur la partie droite. Les lignes d'iso-concentration sont tracées pour chaque mode et les cordes (notées C_i), de couleur bleue, ont la même pente sur le graphique de la densité de flux et sur le profil de sédimentation. La construction mathématique rigoureuse et détaillée de ces 7 modes de sédimentation est présentée dans l'ouvrage de Bustos *et al.* [30].

Tous les modes de sédimentation se terminent par un état stationnaire caractérisé par la présence d'un sédiment au taux de compacité maximal ϕ^* de hauteur $z_c = \phi_0 L / \phi^*$. Cet état final est atteint au bout d'un temps critique t_c . Le mode MS-1 (figure 1.18) est le mode de sédimentation le plus simple pour lequel les interfaces surnageant-suspension C_1 et suspension-sédiment C_2 sont des chocs représentant respectivement les sauts de concentration entre 0 et ϕ_0 et entre ϕ_0 et ϕ^* . Ces chocs se rencontrent au temps critique t_c , et ne subsiste alors qu'une seule interface surnageant-sédiment C_F . Pour le mode MS-2, le choc montant C_2 disparaît laissant place à une vague de raréfaction R_1 séparée de la suspension à ϕ_0 par une discontinuité de contact D_1 (figure 1.18). Au passage de cette discontinuité, la concentration passe brusquement de ϕ_0 à ϕ_1 puis évolue continûment de ϕ_1 à ϕ^* . Sur le graphique de la densité de flux correspondant, la discontinuité de contact D_1 est représentée par la

corde joignant $(\phi_0, f_r(\phi_0))$ à $(\phi_1, f_r(\phi_1))$ et est tangente à la courbe en ce point. Si la concentration initiale est augmentée jusqu'à ϕ_1 , cette corde n'existe plus, la discontinuité de contact D_1 devient une simple ligne de continuité (figure 1.18). Dans ce mode de sédimentation MS-3, la concentration varie continûment sans choc entre la suspension de fraction volumique ϕ_0 et le sédiment à ϕ^* . Il est à noter ici que le mode MS-1 peut se produire pour toute fonction de densité de flux f_r . Par contre les modes MS-2 et MS-3 n'apparaissent que pour des fonctions de densité de flux ayant exactement un point d'inflexion.

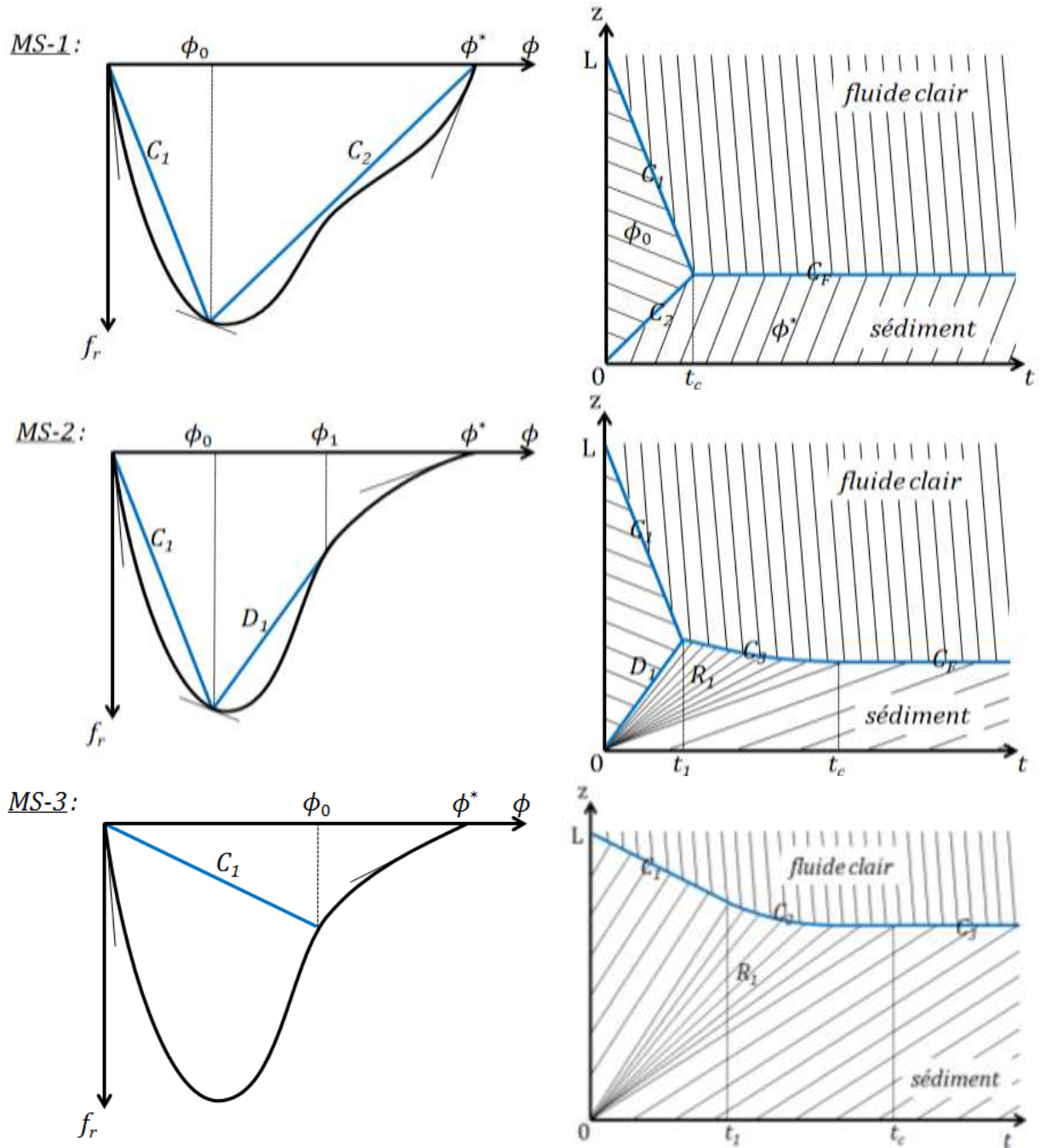


Figure 1.18 Modes de sédimentation MS-1 à MS-3. A gauche est présentée l'allure de la fonction densité de flux tandis que sur la partie droite, l'allure du profil de sédimentation est déterminée.

Pour des fonctions de densité de flux ayant deux points d'inflexion, quatre autres modes de sédimentation sont possibles. Les modes MS-4 et MS-5 ressemblent aux modes MS-2 et MS-3 auxquels s'ajoute une discontinuité de contact supplémentaire D_2 qui sépare la vague de raréfaction R_1 du sédiment (figure 1.19).

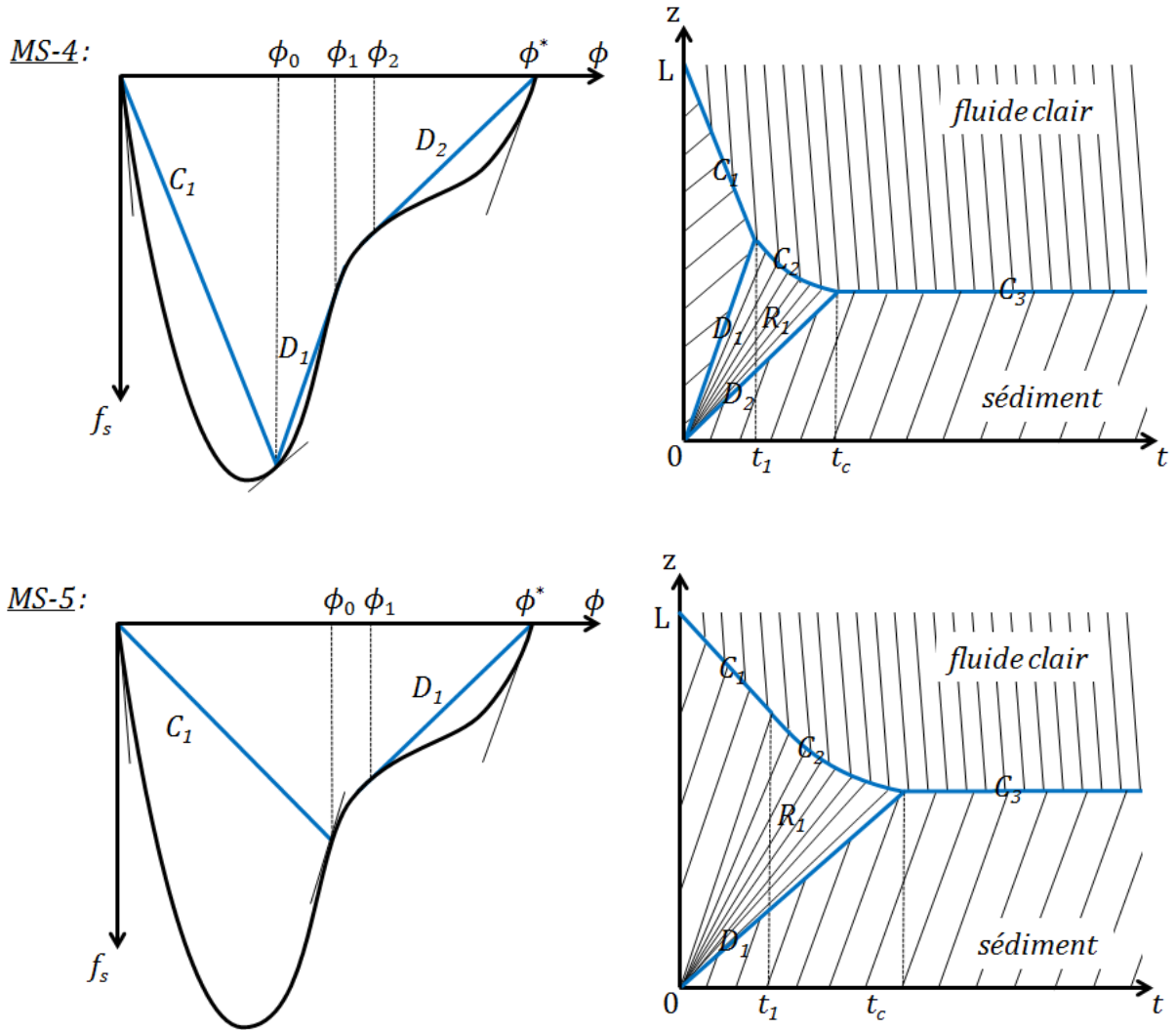


Figure 1.19 Modes de sédimentation MS-4 et MS-5. A gauche est présentée l'allure de la fonction densité de flux tandis que sur la partie droite, l'allure du profil de sédimentation est déterminée.

Bürger *et al.* [45] ont identifié deux autres modes de sédimentation en considérant des fonctions densité de flux avec des points d'inflexion placés différemment (figure 1.20) : les points d'inflexion sont situés à gauche de ϕ_0 et les modes MS-6 et MS-7 sont alors possibles. L'interface surnageant-suspension n'est dans ce cas plus aussi marquée : le choc C_1 est remplacé par une vague de raréfaction R_1 dont l'origine est située en $z = L$ et la séparation avec le fluide clair s'effectue par une discontinuité de contact D_1 . Dans le cas du mode de sédimentation MS-6, la vague de raréfaction R_1 est séparée de la suspension à ϕ_0 par une ligne de continuité qui rencontre l'interface séparant le

sédiment de la suspension en $t = t_1$. Pour $t < t_1$, le choc est un segment droit entre ϕ_0 et ϕ^* , alors que pour $t > t_1$, le choc a lieu entre ϕ^* et une fraction volumique solide ϕ décroissante faisant que la ligne de choc C_2 est courbe. Pour le mode MS-7, la vague de raréfaction est séparée de la suspension non plus par une ligne de continuité mais par une discontinuité de contact notée D_2 .

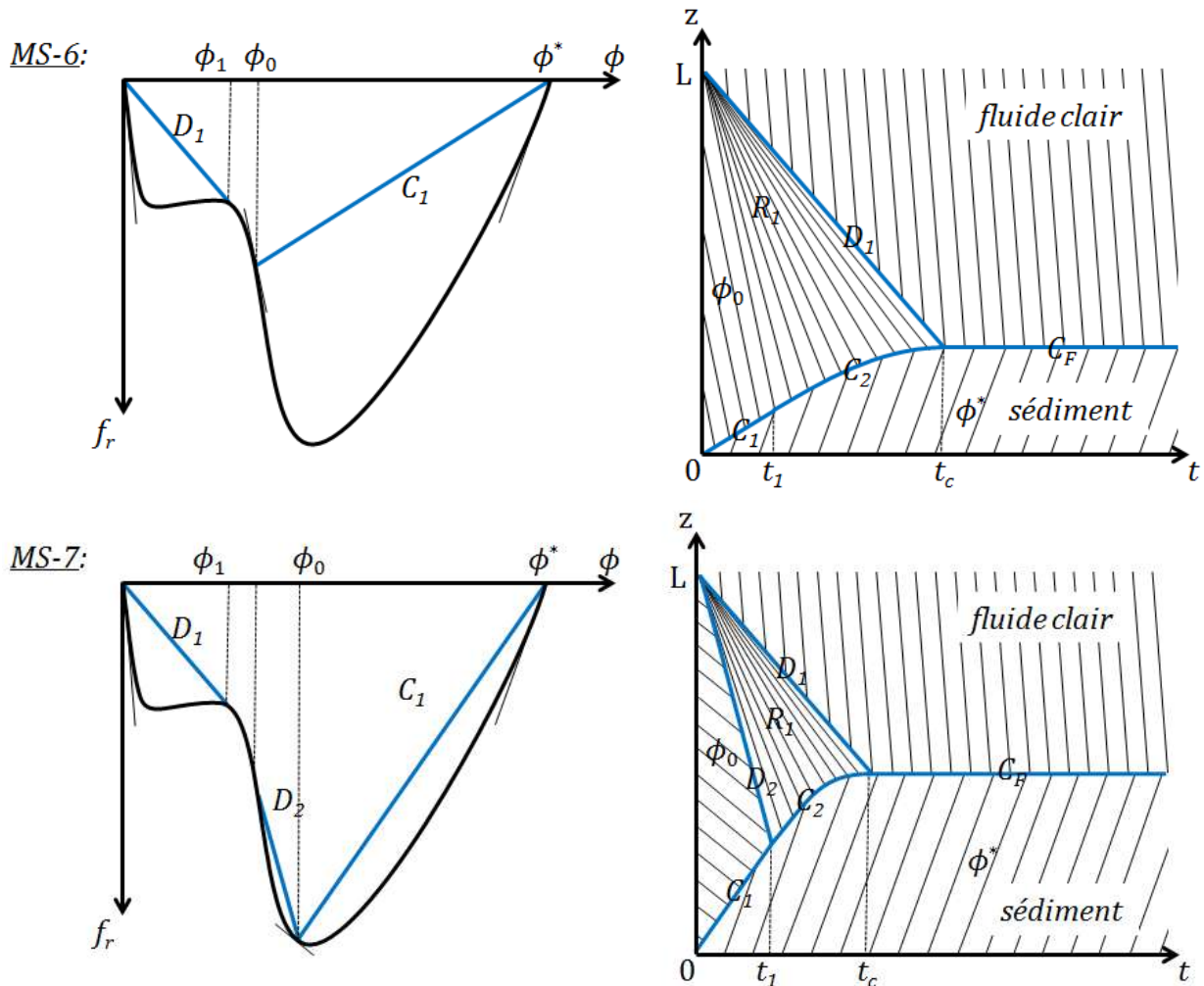


Figure 1.20 Modes de sédimentation MS-6 et MS-7. A gauche est présentée l'allure de la fonction densité de flux tandis que sur la partie droite, l'allure du profil de sédimentation est déterminée.

Comme nous venons de le voir, le choix de la fonction de densité de flux conditionne le mode de sédimentation mais expérimentalement, il est très difficile de faire la distinction entre les différents modes de sédimentation qui peuvent se produire.

2.3.1.2. Exploitation d'un profil de décantation

La théorie développée par Kynch a amorcé de nombreux travaux de recherches notamment dans l'industrie, pour améliorer les méthodes de conception des épaisseurs. Parmi ces méthodes,

certaines utilisent les informations obtenues par l'étude du profil de sédimentation en décantation où l'évolution du front descendant peut être suivie expérimentalement. Le profil ainsi obtenu (figure 1.21) permet de déterminer graphiquement certains paramètres comme le taux de sédimentation de la suspension ou la concentration solide locale à l'interface.

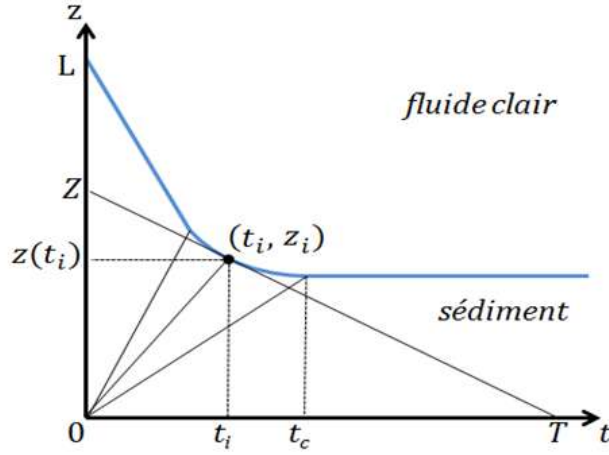


Figure 1.21 Profil de sédimentation et son utilisation

Nous savons que la vitesse de déplacement de l'interface fluide clair-suspension à l'instant t_i noté $V_i(\phi_i)$ est donnée par la condition de saut de Rankine-Hugoniot (1.87) :

$$V_i(\phi_i) = \frac{dz(t_i)}{dt} = \sigma_i(0, \phi_i) = \frac{f_r(\phi_i)}{\phi_i} \quad (1.87)$$

La vitesse de l'interface est donc égale à la pente de la courbe de sédimentation au point (t_i, z_i) , c'est-à-dire $V_i(\phi_i) = -Z/T$. L'ensemble des particules solides présentes initialement dans la suspension traverse la ligne d'iso-concentration ϕ_i pendant le laps de temps t_i . Le flux de particules solides traversant cette ligne d'iso-concentration est donc relié au volume total de solide dans la tranche de suspension considérée par la relation suivante :

$$\int_0^{t_i} \phi_i \left(\frac{\partial f_r(\phi_i)}{\partial \phi} - V_i(\phi_i) \right) dt = \phi_0 L \quad (1.88)$$

où $\frac{\partial f_r(\phi_i)}{\partial \phi}$ est la pente de la caractéristique de concentration volumique ϕ_i . En intégrant (1.88),

on obtient :

$$\phi_i \left(\frac{z(t_i)}{t_i} + \frac{Z}{T} \right) t_i = \phi_0 L \quad (1.89)$$

Or, sur la figure 1.21, on remarque que $Z/T = (Z - z(t_i))/t_i$. On peut donc calculer la concentration locale à l'interface au temps t_i :

$$\phi_i = \frac{\phi_0 L}{Z} \quad (1.90)$$

Et par suite :

$$f_r(\phi_i) = \frac{\phi_i Z}{T} \quad (1.91)$$

Ainsi, en connaissant le profil de décantation d'une suspension de concentration initiale homogène ϕ_0 et de hauteur initiale L , il est possible d'avoir accès graphiquement aux paramètres suivants : $V_i(\phi_i)$, ϕ_i et $f_r(\phi_i)$.

2.3.1.3. Détermination des modes de sédimentation à partir du profil de décantation

A partir du profil de décantation obtenu expérimentalement, il est également possible de déterminer la présence de discontinuité de contact et donc d'avoir accès à des informations en ce qui concerne le mode de sédimentation [46]. Cette analyse ne concerne que les modes de sédimentation dont l'interface sédiment-suspension est une droite c'est-à-dire les modes MS-1 à MS-5. Après avoir vérifié que la vitesse de la ligne d'iso-concentration entre le sédiment et la suspension le surmontant reste constante au cours du temps, le profil de décantation peut être étudié. Ainsi, si ce profil est linéaire, il n'y a aucune ambiguïté possible : il s'agit du mode MS-1. Par contre, si après une zone linéaire, la vitesse de descente de l'interface suspension-fluide clair décroît, plusieurs modes de sédimentation peuvent correspondre a priori. La méthode proposée par Lester *et al.* [46] consiste à ajuster deux fonctions $\hat{z}_1(t)$ et $\hat{z}_2(t)$ aux données expérimentales et à définir laquelle mène au résultat optimal.

Dans un premier temps, un filtre médian sur des intervalles de 21 points est appliqué aux mesures expérimentales. Les bornes inférieure $\hat{t}_0$ et supérieure $\hat{t}_1$ de la zone linéaire sont déterminées. Une fonction définie par morceaux $\hat{z}(t)$ est utilisée (1.92).

$$\hat{z}(t) = \begin{cases} \hat{z}_0(t) & \text{pour } 0 \leq t < \hat{t}_0 \\ \hat{z}_1(t) & \text{pour } \hat{t}_0 \leq t < \hat{t}_1 \\ \hat{z}_2(t) & \text{pour } \hat{t}_1 \leq t \end{cases} \quad (1.92)$$

$\hat{z}_0(t)$ est une fonction parabolique permettant de modéliser les mécanismes initiaux, $\hat{z}_1(t)$ modélise la partie linéaire tandis que $\hat{z}_2(t)$ est sensée reproduire le comportement du profil de sédimentation après la zone linéaire. C'est une fonction à 5 paramètres p_i définie comme suit :

$$\hat{z}_2(t) = \hat{z}_1(\hat{t}_1) + p_0 t^{p_1} - p_0 \hat{t}_1^{p_1} + p_2 t - p_2 \hat{t}_1 + \frac{p_3}{p_4 + t} - \frac{p_3}{p_4 + \hat{t}_1} \quad (1.93)$$

La fonction $\hat{z}(t)$ est ajustée avec les données expérimentales et l'erreur quadratique moyenne Σ_1 associée est calculée. $\hat{t}_0$ et $\hat{t}_1$ sont itérés pour minimiser cette erreur. Le processus est répété pour déterminer l'erreur quadratique moyenne Σ_2 en remplaçant la fonction $\hat{z}_2(t)$ par la fonction $\hat{z}_3(t)$ définie comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{z}_3(t) = & \hat{z}_1(\hat{t}_1) + p_0 t^{p_1} - p_0 \hat{t}_1^{p_1} + p_2 t - p_2 \hat{t}_1 + (\hat{t}_1 + p_3) \\ & \times \left(1 - \frac{(\hat{t}_1 + p_3)}{(t + p_3)} \right) [\hat{z}_1'(\hat{t}_1) - p_0 p_1 \hat{t}_1^{p_1-1} - p_2 \hat{t}_1 \log(p_2)] \end{aligned} \quad (1.94)$$

La fonction $\hat{z}(t)$ définie de cette manière est continue en $\hat{t}_1$ et reflète le comportement d'une suspension pour les modes de sédimentation MS-3 et MS-5 tandis que la fonction utilisant $\hat{z}_2(t)$ reflète le comportement d'une suspension dans les modes MS-2 et MS-4 présentant une discontinuité de contact entre la suspension et la vague de raréfaction. Si Σ_2 n'est pas 10% plus grand que Σ_1 , l'hypothèse est faite que les modes MS-3 ou MS-5 se produisent. Dans le cas inverse, les modes MS-2 et MS-4 sont retenus. Ainsi, par cette étude du profil de sédimentation, il est possible de discriminer certains modes de sédimentation.

2.3.2. Sédimentation en continu de suspensions idéales mono-disperses

Après la décantation, nous nous intéressons ici à la sédimentation en continu. La loi de conservation régissant ce processus et les conditions initiales ont été donnés précédemment (1.71) (1.73). Nous nous limitons dans cette étude au cas où la densité de flux solide d'alimentation f_a reste constante. La colonne est ouverte à son extrémité inférieure, produisant une vitesse moyenne q constante. De manière similaire à la décantation, les solutions sont construites par la méthode des caractéristiques. Ici, l'équation à résoudre s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{dz(t)}{dt} = q + \frac{\partial f_r(\phi)}{\partial \phi} \quad (1.95)$$

A la différence de la décantation, pour construire les solutions à ce problème, il ne faut résoudre qu'un seul problème de Riemann présentant une discontinuité entre ϕ_L et ϕ^* pour $z = A$. Les

solutions consistent donc en deux états constants séparés par un choc, une vague de raréfaction avec ou non une discontinuité de contact. La solution est donc, d'un point de vue mathématique, plus simple à déterminer car aucune intersection entre solutions de Riemann différentes ne doit être considérée.

La solution globale au problème est construite là aussi pour des fonctions de densité de flux comportant au plus deux points d'inflexion. Cinq modes de sédimentation notés *MSC-1* à *MSC-5* et regroupés sur les figures 1.22 à 1.24 ont été identifiés [43] [44]. Nous nous limitons ici à une présentation succincte de ces différents modes mais le lecteur intéressé par davantage de détails pourra se référer à l'ouvrage de Bustos *et al.* [30].

Le mode *MSC-1* est le mode de sédimentation le plus simple (figure 1.22) où les deux états constants ($\phi = \phi_L$ et $\phi = \phi^*$) sont séparés par un choc simple C_1 . La pente de ce choc dépend des conditions opératoires et peut être nulle, positive ou négative (voir les cas *a*), *b*) et *c*) de la figure 1.22) suivant la valeur de ϕ_L . En conséquence, la colonne de sédimentation peut soit atteindre un état stationnaire, déborder ou se vider. Chaque mode peut ainsi se subdiviser en 3 sous-modes. Quand la colonne déborde, il existe un temps au bout duquel le choc C_1 va couper l'axe $z = L$, qui est la côte ou s'effectue l'alimentation et des particules vont dépasser ce seuil. Quand la colonne se vide, la fraction volumique de vidange est inférieure ou égale à la fraction volumique d'entrée.

Pour les autres modes, un seul sous mode sera illustré. Pour plus de détail, le lecteur pourra se référer au livre de Bustos *et al.* [30].

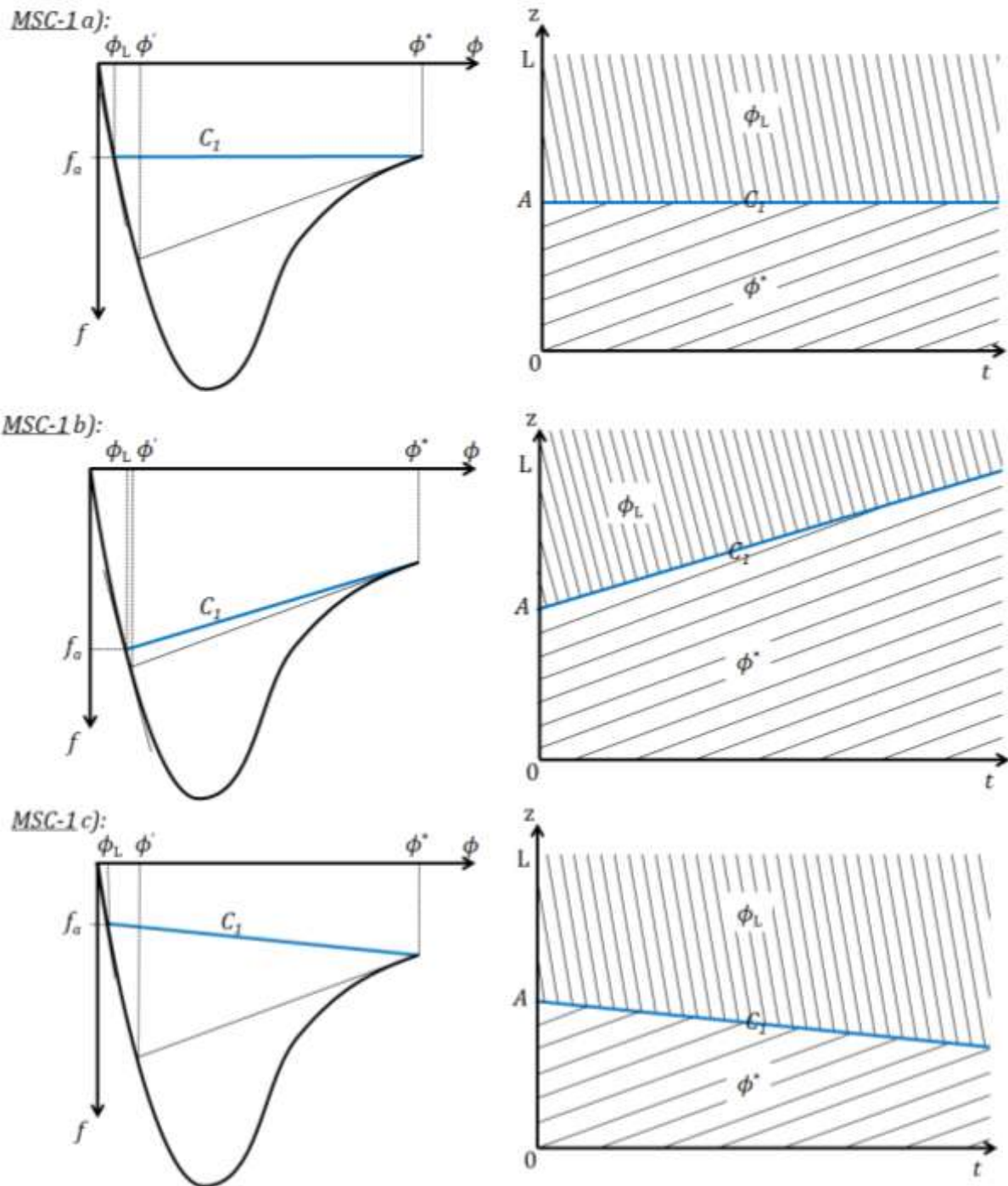


Figure 1.22 Sous-modes de sédimentation $MSC-1$: a) la colonne de sédimentation continue a un comportement normal, b) elle déborde, c) elle se vide. A gauche est présentée l'allure de la fonction densité de flux en fonction de la fraction volumique et à droite, l'allure du profil de sédimentation est déterminée.

Le mode $MSC-1$ a lieu tant que ϕ_L est inférieur à ϕ' où la tangente à f en ϕ^* intercepte la courbe. Pour $\phi_L > \phi'$, le mode de sédimentation $MSC-2$ (figure 1.23) est alors caractérisé par la présence d'une discontinuité de contact D_1 surmontant une vague de raréfaction R_1 entre les états

constants $\phi = \phi_L$ et $\phi = \phi^*$. La concentration passe donc brusquement de ϕ_L à ϕ_1 puis évolue continûment de ϕ_1 à ϕ^* . Pour le mode MSC-3 (figure 1.23), la discontinuité de contact est substituée par une ligne de continuité, la fraction volumique évoluant continûment entre ϕ_L à ϕ^* . Comme pour la décantation, le mode MSC-1 peut se produire pour toute fonction de densité de flux f . Par contre les modes MSC-2 et MSC-3 ne peuvent apparaître que pour des fonctions de densité de flux ayant exactement un point d'inflexion.

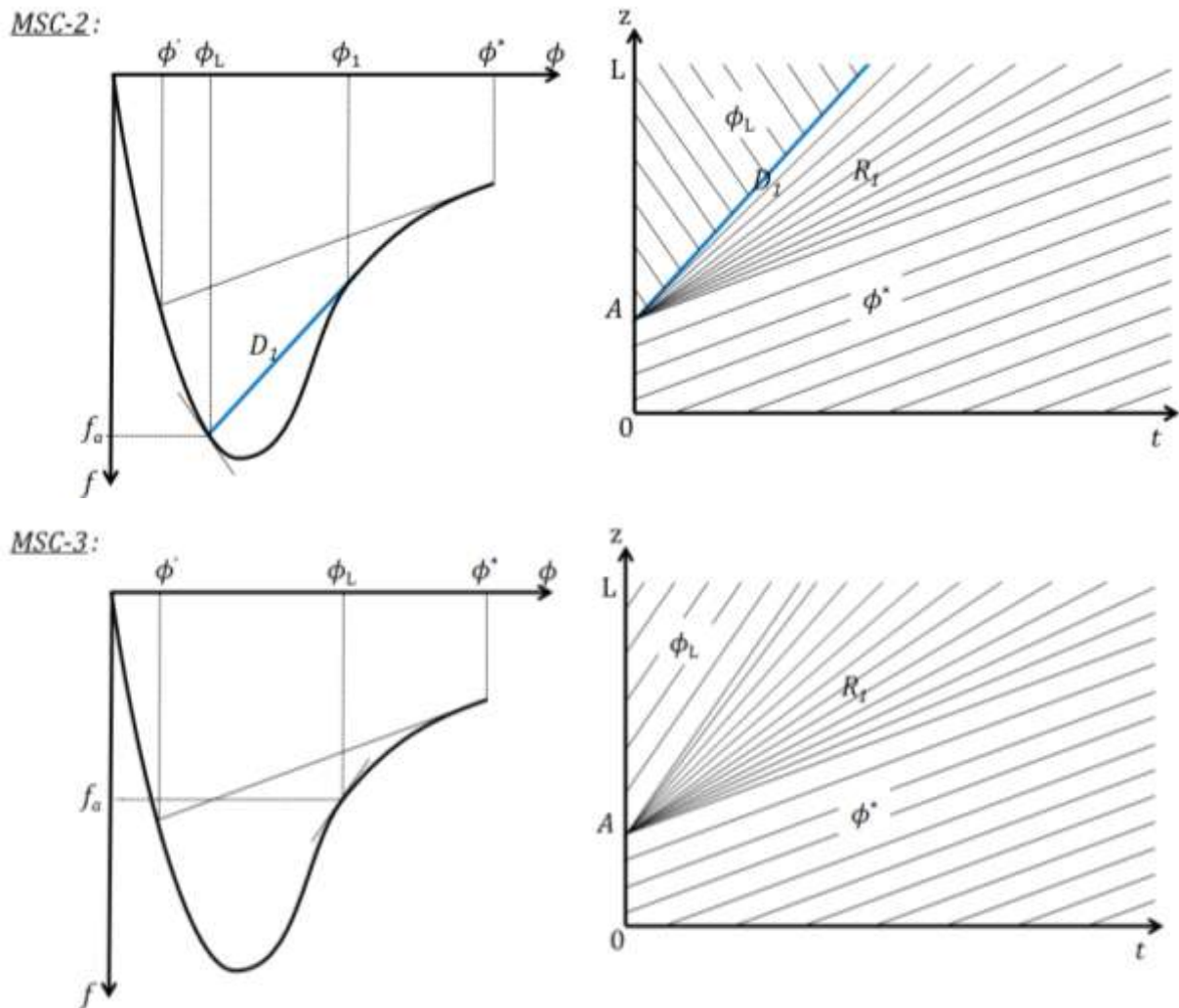


Figure 1.23 Modes de sédimentation MSC-2 et MSC-3. A gauche est présenté l'allure de la fonction densité de flux en fonction de la fraction volumique. A partir de ce graphique, l'allure du profil de sédimentation est déterminée sur la partie droite. Les lignes d'iso-concentration sont tracées pour chaque mode. A noter que dans les deux cas, la colonne déborde.

Pour des fonctions de densité de flux ayant deux points d'inflexion, deux autres modes de sédimentation sont possibles (figure 1.24). Le mode MSC-4 se caractérise par une vague de raréfaction R_1 encadrée par deux discontinuités de contact D_1 et D_2 . La fraction volumique solide passe donc

brusquement de ϕ_L à ϕ_1 , évolue continument de ϕ_1 à ϕ_2 puis subit un nouveau saut de ϕ_2 à ϕ^* . Dans le mode MSC-5 (figure 1.24), la discontinuité de contact D_1 disparaît et est remplacée par une ligne de continuité. La fraction volumique solide ne subit donc plus qu'un seul saut entre ϕ_2 et ϕ^* .

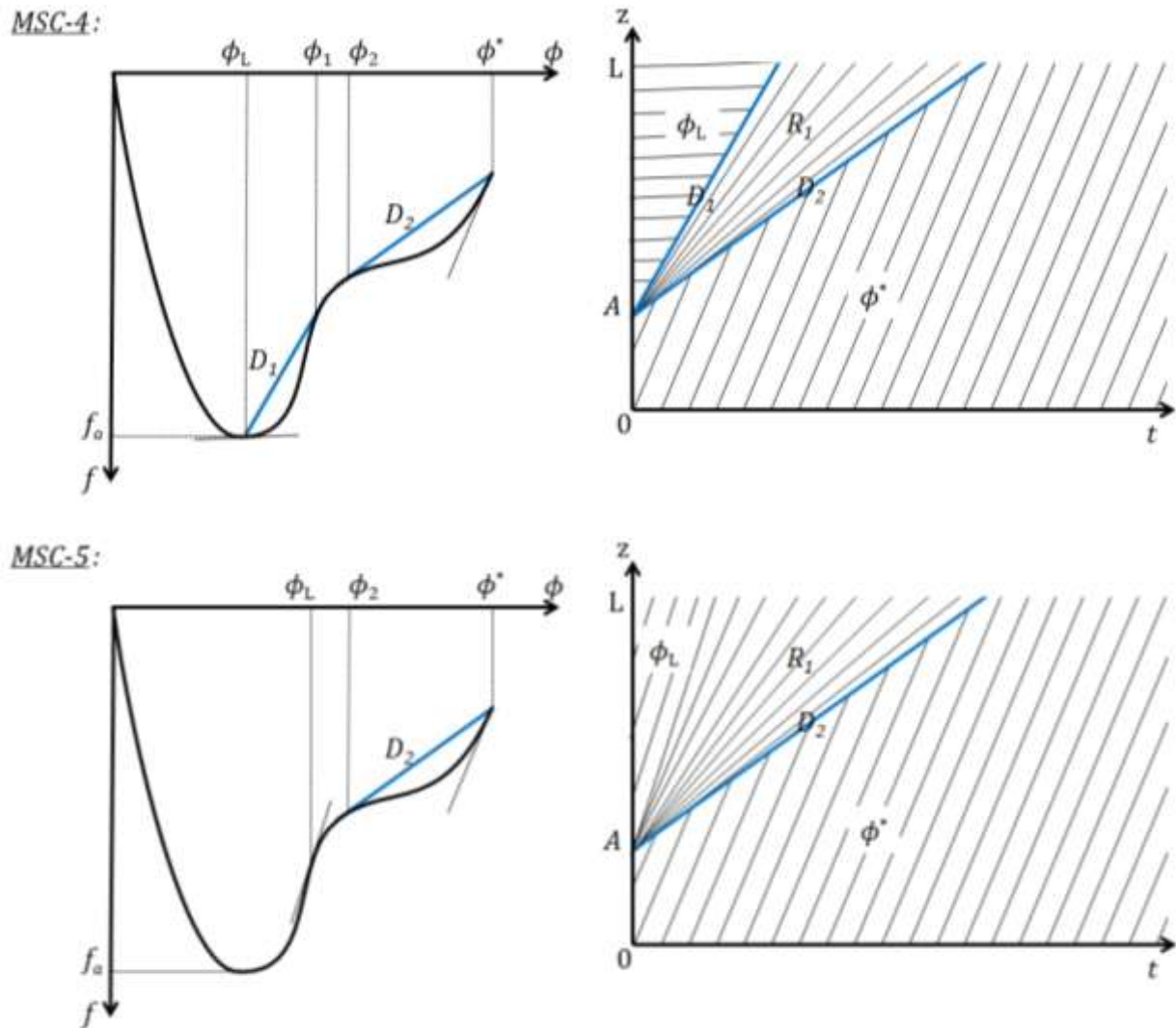


Figure 1.24 Modes de sédimentation MSC-4 et MSC-5. A gauche est présenté l'allure de la fonction densité de flux en fonction de la fraction volumique. A partir de ce graphique, l'allure du profil de sédimentation est déterminée sur la partie droite. Les lignes d'iso-concentration sont tracées pour chaque mode. A noter que dans les deux cas, la colonne déborde.

Nous constatons qu'il existe moins de modes de sédimentation en sédimentation continue qu'en décantation car, comme nous l'avons dit précédemment, il n'y a qu'un seul problème de Riemann à résoudre, et aucune interaction entre vagues n'apparaît au cours du temps. La construction des solutions avec la méthode des caractéristiques utilisant la théorie de Kynch permet de déterminer la position exacte et la vitesse de propagation de l'interface suspension-sédiment qui peut être régulée dans la pratique par ajustement du flux d'alimentation par exemple. Ceci a mené Bustos *et al.* à proposer une méthode de contrôle de la sédimentation continue. Ils ont montré qu'un état stationnaire

peut être atteint quelle que soit la perturbation de la densité de flux d'alimentation f_a en agissant sur la vitesse moyenne volumique.

2.4. Sédimentation de suspensions idéales poly-disperses

2.4.1. Description générale du problème

Après nous être intéressés au cas de suspensions mono-disperses, nous considérons à présent des suspensions de sphères rigides non colloïdales de tailles différentes. Le modèle décrit par la suite s'applique au cas d'une distribution discrète constituée de N classes de particules, chacune de taille a_i et de fraction volumique ϕ_i . Plusieurs approches sont possibles [11] [47] [48], mais la méthode décrite par la suite est celle proposée par Masliyah [48] qui écrit pour chaque classe i de particules l'équation de continuité suivante :

$$\frac{\partial \phi_i(z, t)}{\partial t} + \frac{\partial f_i(\phi_i)}{\partial z} = 0 \quad i = 1, \dots, N$$

où $f_i(\phi_i)$ la densité de flux solide de la classe i . Le système formé de ces N équations détermine la dynamique de décantation de la suspension dans un récipient de hauteur L . En notation vectorielle, il prend la forme suivante :

$$\frac{\partial \vec{\Phi}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{f}(\vec{\Phi})}{\partial z} = \vec{0} \quad \text{pour } 0 < z < L \quad \text{et } t > 0 \quad (1.96)$$

$$\text{avec } \vec{\Phi} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_N \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{f}(\vec{\Phi}) = \begin{bmatrix} f_1(\phi_1) \\ \vdots \\ f_N(\phi_N) \end{bmatrix}.$$

Les conditions aux limites sont dans ce cas :

$$\vec{f}(\vec{\Phi})|_{z=0} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \vec{f}(\vec{\Phi})|_{z=L} = \vec{0} \quad (1.97)$$

Les fractions volumiques solides initiales $\phi_i(z, 0) = \phi_i^0(z)$ doivent respecter la condition suivante :

$$0 \leq \phi_1^0(z) + \dots + \phi_N^0(z) \leq \phi^* \quad (1.98)$$

Comme pour le cas mono-disperse, les solutions de l'équation (1.96) sont en général discontinues. La vitesse de propagation d'une discontinuité dans le champ de concentration ϕ_i est donnée par la condition de Rankine-Hugoniot :

$$\sigma_i(\phi_i^+, \phi_i^-) = \frac{f_i(\phi_i^+) - f_i(\phi_i^-)}{\phi_i^+ - \phi_i^-} \quad (1.99)$$

où ϕ_i^+ et ϕ_i^- sont les limites ϕ_i au-dessus et au-dessous de la discontinuité.

Dans le cas d'une décantation, la vitesse moyenne volumique $\vec{q} = (1 - \phi)\vec{v}_F + \phi_1\vec{v}_{S1} + \dots + \phi_N\vec{v}_{SN}$ est nulle, ce qui peut se réécrire de la manière suivante :

$$\vec{v}_F = -(\phi_1\vec{v}_{r1} + \dots + \phi_N\vec{v}_{rN}) \quad (1.100)$$

où $\vec{v}_{ri} = \vec{v}_{Si} - \vec{v}_F$. On peut alors écrire la densité de flux de la manière suivante :

$$f_i(\vec{\Phi}) = \phi_i(v_{ri} - (\phi_1v_{r1} + \dots + \phi_Nv_{rN})) \quad (1.101)$$

Masliyah déduit que la vitesse relative solide-fluide devrait être :

$$v_{ri} = V_{Si}R(\Phi) \quad (1.102)$$

où $R(\Phi)$ est la fonction de freinage précédemment évoquée qui dépend ici de la fraction volumique totale en solide Φ et de V_{Si} , vitesse de Stokes d'une particule de la classe i dans un fluide de densité modifié $\rho_m(\Phi) = \Phi\rho_s + (1 - \Phi)\rho$, c'est-à-dire :

$$V_{Si} = -\frac{2a_i^2}{9\mu}(\rho_s - \rho_m(\Phi))g = -\frac{2a_i^2}{9\mu}(1 - \Phi)(\rho_s - \rho)g \quad (1.103)$$

La fonction densité de flux peut donc s'écrire de la manière suivante :

$$f_i(\vec{\Phi}) = \frac{2}{9\mu}(1 - \Phi)R(\Phi)(\rho_s - \rho)g\phi_i \left(\sum_{j=1}^N \phi_j a_j^2 - a_i^2 \right) \quad (1.104)$$

Le traitement mathématique de systèmes de lois de conservation est bien plus compliqué que celui correspondant au cas mono-disperse. Pour un problème avec des conditions aux limites et initiales comme c'est le cas ici, il n'existe pas de résultats sur l'existence et l'unicité de solutions. Il est possible d'obtenir des solutions numériques de ces équations par l'utilisation de schémas de capture de choc [49] [50]. Ces schémas de capture de choc font référence à des schémas qui permettent d'obtenir

des approximations précises des solutions discontinues sans utiliser explicitement les conditions de saut et des techniques de suivi de choc.

2.4.2. Cas particulier de la décantation de suspensions idéales bi-disperses

Dans le cas le plus simple de la décantation d'une suspension initialement homogène constituée de deux populations de particules de même densité et de taille différente, le système d'équation (1.96) tenant compte de (1.104), s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} + \frac{2}{9\mu} (\rho_s - \rho) g \frac{\partial}{\partial z} \left(R(\Phi) (1 - \phi_1 - \phi_2) \begin{bmatrix} \phi_1 \phi_2 a_2^2 - \phi_1 (1 - \phi_1) a_1^2 \\ \phi_1 \phi_2 a_1^2 - \phi_2 (1 - \phi_2) a_2^2 \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (1.105)$$

Une solution analytique a été proposée récemment par Dorrell *et al.* [51] pour construire les lignes caractéristiques et localiser les chocs. Un exemple de solutions est présenté en figure 1.25 pour une suspension de fraction volumique totale initiale de 15% comportant des particules de rapport de rayons 4/3 en proportions égales. Six régions sont alors identifiables : la région comprise entre C_1 et R_1 est une région où les fractions volumiques initiales ϕ_1^0 et ϕ_2^0 sont conservées ; R_1 est une vague de raréfaction contenant des particules des deux tailles. L'aire située sous C_3 est un sédiment composé d'un mélange des deux populations de particules. Les régions situées au dessus de C_1, C_2 et C_3 sont des zones où les particules les plus lourdes sont absentes, la région entre C_4 et C_1 étant une zone de concentration constante, R_2 une vague de raréfaction et la zone entre C_6 et C_3 un sédiment.

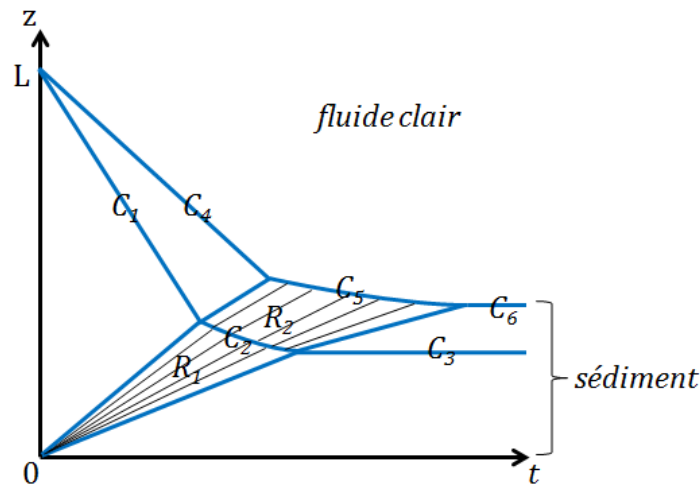


Figure 1.25 Profil de sédimentation d'une suspension bi-disperse. Les chocs sont notés C_i et les vagues de raréfactions R_i .

Dans cet exemple, des discontinuités de contact et des vagues de raréfaction sont présentes. Ce n'est pas toujours le cas et comme en mono-disperse plusieurs modes de sédimentation peuvent être distingués (figure 1.26). Ces modes sont dépendants de la fraction volumique totale initiale Φ , de ϕ_1^0

et ϕ_2^0 et du rapport a_2/a_1 . Dorrell *et al.* identifie 5 modes de sédimentation différents [51]. Le mode MSB-1 comprend un choc jusqu'au taux de compacité maximal. Dans le mode MSB-2, le choc est remplacé par une discontinuité de contact suivi d'une vague de raréfaction. La discontinuité de contact disparaît dans le mode MSB-3. Les modes MSB-4 et MSB-5 sont similaires aux deux modes précédents : ils se distinguent par la présence d'une discontinuité de contact entre la vague de raréfaction et la zone au taux de compacité maximal.

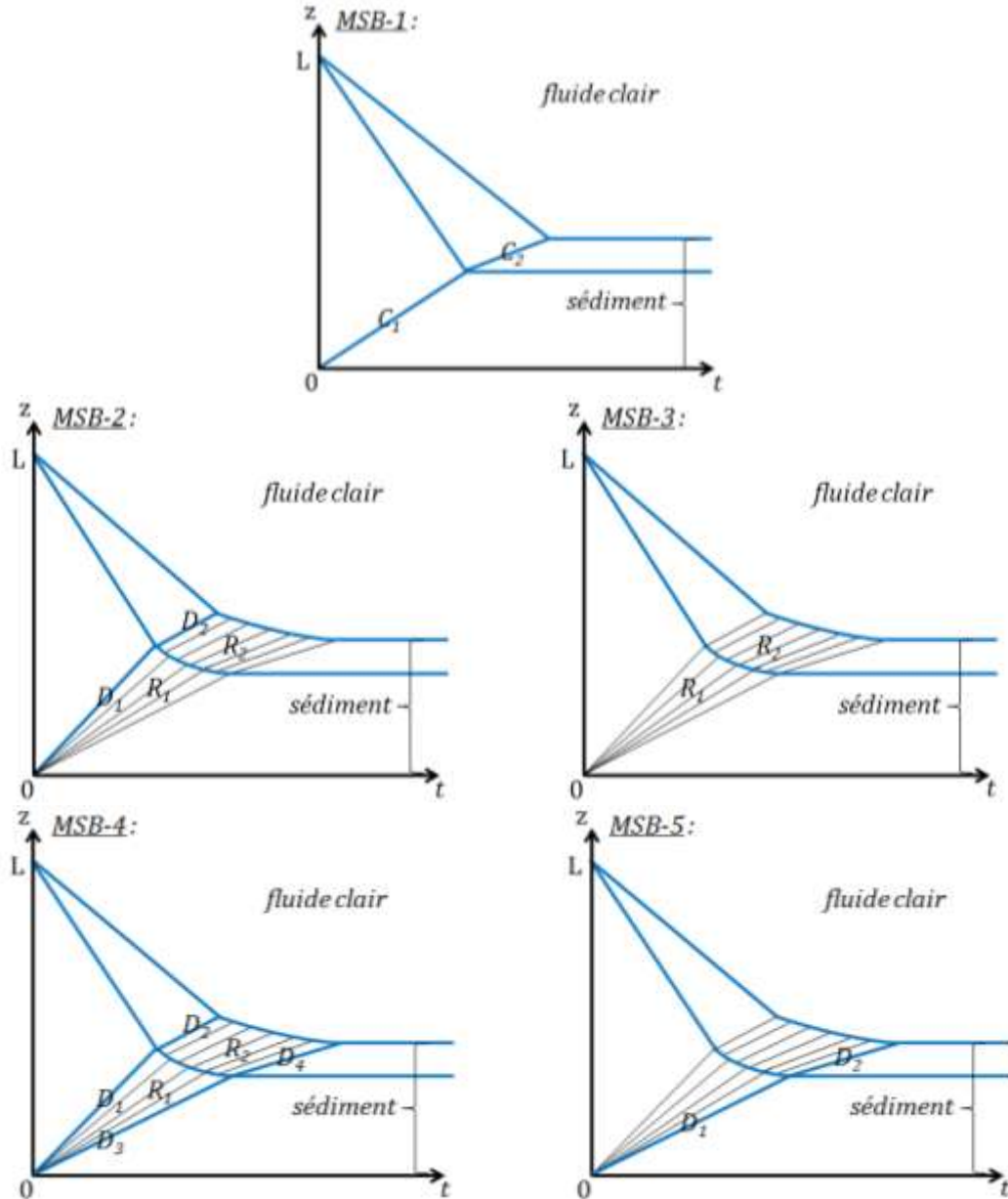


Figure 1.26 Profil de sédimentation des différents modes de sédimentation représentées schématiquement pour une sédimentation bi-disperse. Les chocs sont notés C_i , les discontinuités de contact D_i et les vagues de raréfactions R_i .

Conclusion partielle

Dans ce chapitre nous avons dans un premier temps décrit les interactions hydrodynamiques particule-particule et particule-paroi dans les conditions de Stokes. Pour cela, une technique de résolution des équations de Stokes a été présentée pour calculer la perturbation engendrée par le déplacement d'une particule isolée. Ensuite, les méthodes de la littérature permettant de représenter les interactions hydrodynamiques aux champs proches et aux champs lointains ont été décrites. Ces approches, adaptées à notre problème, sont utilisées dans le chapitre suivant pour mettre en œuvre un outil de simulation basé sur la résolution numérique des équations du mouvement des particules.

Dans un deuxième temps, nous nous sommes intéressés à la description plus globale du processus de sédimentation d'une suspension de particules. Après le rappel des équations régissant la décantation et la sédimentation en continue et la description des principes mathématiques de résolution du problème, les solutions possibles ont été données. Le cas d'une suspension mono-disperse de particules de fraction volumique initiale homogène a d'abord été traité avant de passer aux cas plus complexes de mélanges de particules de plusieurs tailles avec un focus plus important sur les suspensions bi-disperses. Ces outils théoriques permettront de discuter les résultats expérimentaux dans le chapitre 4.

Chapitre 2

Présentation de l'outil numérique

Pour appréhender la sédimentation d'une suspension, la méthode choisie est basée sur l'application du Principe Fondamental de la Dynamique ou seconde loi de Newton appliquée au centre de gravité de chaque particule. Cette méthode Lagrangienne appelée aussi Dynamique Stokesienne a été mise en œuvre pour la première fois par Brady *et al.* [52]. La Dynamique Stokesienne permet l'introduction terme à terme des effets hydrodynamiques, inter-particulaires, browniens ou autres [10] [53]. Ces effets sont modélisés sous forme de forces d'interactions générées lors du mouvement des particules. Avec cette méthode, il est possible de rendre compte des effets rencontrés dans divers systèmes de suspensions diluées ou concentrées, confinées ou libres grâce à l'introduction des interactions multi-corps, des effets de parois et de lubrification dans la formulation. Généralement, l'analyse est réalisée à partir des résultats sur la vitesse et la position de chaque particule à chaque instant.

Dans les conditions de notre étude, outre la nature du liquide suspendant, le modèle numérique doit tenir compte de la forme, des tailles des particules solides ainsi que du confinement. Concernant la phase solide, du fait de sa concentration dans la suspension, il est nécessaire de prendre en compte deux types d'interactions hydrodynamiques entre particules : les interactions aux champs lointains et aux champs proches. En effet, il a été observé, lors du processus de sédimentation de telles suspensions, des réarrangements entre particules conduisant à des hétérogénéités de concentration et modifiant les conditions de l'écoulement. Les forces de lubrification prédominent dans les zones de forte concentration tandis que dans les zones diluées, les forces d'interaction en champs lointains suffisent pour modéliser le comportement des particules. De plus, dans ces suspensions, les distances inter-particules sont telles que la description à deux corps de ces efforts ne suffit pas. Une approximation multi-corps des interactions hydrodynamiques particule-particule en champs lointains est donc utilisée pour représenter correctement le comportement des particules dans la suspension

tandis que les forces de lubrification sont représentées au travers d'une description à deux corps de la suspension [10] [15] [16]. Il existe deux approximations principales pour prendre en compte les interactions hydrodynamiques multi-corps entre particules : l'additivité en forces et l'additivité en vitesses. L'additivité en forces permet de construire la matrice résistance qui relie les forces et couples aux vitesses des sphères. En utilisant l'additivité en vitesses, la matrice de mobilité, qui relie la vitesse des sphères aux forces et couples exercés, est formée directement et ne nécessite pas le calcul d'une inversion de matrice supplémentaire. Les deux approches donnent des résultats qualitativement similaires [54]. Le principe d'additivité en forces est plus ancien et plus répandu mais le choix de l'une ou de l'autre des méthodes dépend du problème traité et des paramètres connus.

Par ailleurs, concernant les parois qui bornent la suspension, l'influence de ce confinement est représentée en utilisant le principe d'additivité en vitesse pour la contribution en champs lointains, ce qui revient à les inclure au travers d'une vitesse relative fluide-particule [55]. L'additivité en force est toutefois conservée pour représenter les forces de lubrification entre une particule et chacune des parois.

Dans la première partie de ce chapitre, la forme générale des équations du mouvement obtenues par application du Principe Fondamental de la Dynamique est présentée. L'écriture de ces équations passe par la modélisation des forces appliquées au centre de masse de chaque particule du système. Dans la première section, après une brève description des forces prises en compte, la solution analytique des équations du mouvement est donnée en régime de Stokes pour une sphère isolée. Dans la seconde section, plusieurs particules sont prises en compte en milieu infini. La troisième section concerne la sédimentation de plusieurs particules dans un domaine fluide borné par deux parois planes, parallèles entre elles et parallèles à l'axe de sédimentation et avec un fond perpendiculaire à l'axe de sédimentation. Finalement, la modélisation du cas de n particules en milieu infini, puis entre deux parois et avec un fond permet d'aborder les problèmes liés aux couplages des interactions hydrodynamiques particule-particule et particule-paroi. Enfin, dans la quatrième et dernière section de cette partie, nous précisons la forme des équations résolues numériquement.

La seconde partie de ce chapitre porte sur la résolution numérique des équations du mouvement. L'adimensionnement des équations est d'abord présenté ainsi que les fondements de la méthode de résolution utilisée. Puis, quelques comparaisons préliminaires sont réalisées avec les résultats issus des simulations numériques et d'autres résultats bibliographiques obtenus sous les hypothèses de Stokes. A cet effet, plusieurs configurations sont étudiées pour valider les modèles utilisés dans la limite d'un nombre de Reynolds nul.

1. Formulation du modèle Lagrangien

Puisque le modèle dit de dynamique Stokesienne permet d'inclure diverses sortes d'interactions entre particules, pour la modéliser une suspension, il faut identifier les forces et interactions agissant sur chaque particule. Avant toute chose, rappelons que dans le cadre de notre étude, une première simplification est effectuée afin de représenter les comportements des particules en sédimentation : l'influence des rotations des sphères sera négligée devant les effets dus aux translations. Cette simplification est souvent effectuée [56] et des travaux réalisés dans les conditions de Stokes ont montré qu'elle est justifiée [57] [58]. De plus, dans l'ensemble de ce mémoire, la force d'histoire ne sera pas prise en compte du fait de son faible impact lors des réarrangements entre particules surtout en régime de Stokes [58] et de la complexité de sa mise en œuvre dès que plusieurs particules sont présentes [56] [57]. La force de masse ajoutée sera également négligée dans ce mémoire pour deux raisons. La première concerne le régime d'écoulement ; nous cherchons à reproduire le processus de sédimentation dans sa phase établie et non dans sa phase initiale. La seconde concerne la gamme de variation de vitesse qui entre en jeu lors des écoulements étudiés qui reste suffisamment faible pour ne pas considérer cette force [58]. En conséquence, pour une particule, les équations du mouvement se restreignent à :

$$m_P \vec{\gamma} = \vec{F}_V + \vec{F}_H \quad (2.1)$$

où m_P est la masse d'une particule, $\vec{\gamma}$ est son accélération, $\vec{F}_V$ représente la résultante des forces de volume et $\vec{F}_H$ la résultante des interactions hydrodynamiques agissant sur la particule. Dans les sections suivantes, ces forces seront explicitées.

1.1. Sédimentation d'une sphère isolée en milieu infini

1.1.1. Forces agissant au niveau de la sphère

1.1.1.1. Forces volumiques gravitationnelles

Soit une particule sphérique de masse volumique ρ_P et de rayon a immergée dans un fluide de masse volumique ρ_F . Cette sphère est soumise à deux forces ayant toutes deux la même direction que la gravité $\vec{g}$ mais des sens opposés. La première est le poids $\vec{F}_M$ et la deuxième est la poussée d'Archimède $\vec{F}_A$. La résultante de ces deux forces constitue la force volumique $\vec{F}_V$ appliquée au centre de masse de la sphère et dont l'expression est :

$$\vec{F}_V = \vec{F}_M + \vec{F}_A = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho_P \vec{g} - \frac{4}{3}\pi a^3 \rho_F \vec{g} = \frac{4}{3}\pi a^3 (\rho_P - \rho_F) \vec{g} \quad (2.2)$$

Soumise à cette force, la particule se met en mouvement suivant un axe colinéaire à la gravité. Lorsque la sphère se déplace dans le sens de la gravité, il y a sédimentation, lorsqu'elle se déplace dans le sens opposé, il y a crémage.

1.1.1.2. Force hydrodynamique

Comme nous avons pu le voir dans le chapitre précédent, dans le cas d'une sphère isolée en translation pure dans un fluide au repos, la force hydrodynamique $\vec{F}_H$ se résume à la force de trainée. Dans les conditions de Stokes ($Re \approx 0$), l'expression de la force de trainée est donnée par l'expression (1.13) et la force hydrodynamique est donc la suivante :

$$\vec{F}_H = -6\pi\mu a\vec{V} \quad (2.3)$$

où $\vec{V}$ est la vitesse de la sphère.

1.1.2. Résolution analytique des équations du mouvement dans le cas d'une sphère isolée

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à la détermination de la vitesse $\vec{V}(t)$ d'une sphère isolée. La particule a une trajectoire toujours rectiligne et l'évolution de sa vitesse est obtenue par résolution de l'équation du mouvement **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** Pour une particule, le principe fondamental de la dynamique s'écrit comme suit :

$$m_P \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{4}{3}\pi a^3(\rho_P - \rho_F)\vec{g} - 6\pi\mu a\vec{V} \quad (2.4)$$

ou sous la forme scalaire :

$$\frac{dV}{dt} = AV + B \quad (2.5)$$

avec $A = \frac{6\pi\mu a}{\frac{4}{3}\pi a^3 \rho_P}$ et $B = \frac{(\rho_P - \rho_F)g}{\rho_P}$. Pour une sphère dont la vitesse initiale est nulle, cette équation linéaire du premier ordre admet pour solution :

$$V(t) = V_S \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad (2.6)$$

où $V_S = \frac{B}{A}$ est la vitesse de Stokes donnée dans le chapitre 1 (1.22) représentant la vitesse limite de chute de la particule et $\tau = \frac{1}{A} = \frac{\frac{4}{3}\pi a^3 \rho_P}{6\pi\mu a}$ est le temps caractéristique de sédimentation de la sphère isolée.

Après avoir défini et résolu l'équation du mouvement dans le cas d'une sphère isolée, les interactions hydrodynamiques avec d'autres sphères dans un fluide non borné sont décrites dans la section suivante.

1.2. Sédimentation de plusieurs sphères en milieu infini

Lorsque plusieurs particules interagissent, les forces volumiques précédentes sont conservées tandis que la force hydrodynamique $\vec{F}_H$ doit être modifiée. En effet, celle-ci résulte des efforts engendrés par le mouvement du fluide sur la particule considérée et dépend donc du mouvement des autres particules présentes dans le fluide. Le calcul de la force hydrodynamique appliquée au centre de chaque particule constitue la principale difficulté dans la modélisation du problème en dynamique Stokesienne. Nous décrivons ici les interactions hydrodynamiques intervenant dans la sédimentation de plusieurs particules en milieu infini dans la limite d'un nombre de Reynolds nul.

1.2.1. Interactions hydrodynamiques multi-corps aux champs lointains

Pour représenter les effets multi-corps au sein d'une suspension, Durlofsky *et al.* [10] proposent d'utiliser le principe d'additivité en vitesse pour coupler les interactions hydrodynamiques entre particules. La vitesse $\vec{V}_i$ d'une particule i est reliée aux forces $\vec{F}_{Ej}$ agissant sur cette dernière par la relation suivante :

$$\vec{V}_i = \sum_{j=1}^n \bar{\bar{M}}_{ij} \vec{F}_{Ej} \quad (2.7)$$

La technique présentée dans Durlofsky *et al.* consiste à d'abord calculer la matrice de mobilité globale $\bar{\bar{M}}$ construite pour les n particules du système à partir des expressions des tenseurs de mobilité $\bar{\bar{M}}_{ij}$.

La matrice de mobilité globale $\bar{\bar{M}}$ ne dépend que de la configuration spatiale du système et non de la vitesse des particules. La matrice $\bar{\bar{M}}$ est symétrique comme cela peut être démontré par le théorème de réciprocité. De plus, cette matrice est définie positive, ce qui est dû à la nature dissipative du système. De ce fait, $\bar{\bar{M}}$ est toujours inversible. Cette matrice est dans un second temps inversée afin de rendre compte de l'ensemble des perturbations réfléchies sur toutes les particules de la suspension [10].

Les forces $\vec{F}_E$ appliquées aux particules sont alors déterminées, à partir des vitesses des particules $\vec{V}$, par l'inversion matricielle suivante :

$$\vec{F}_E = \bar{\bar{M}}^{-1} \cdot \vec{V} \quad (2.8)$$

1.2.2. Interactions hydrodynamiques à deux corps aux champs proches

Lorsque la distance entre deux sphères est suffisamment faible, tout mouvement relatif de ces sphères provoque le déplacement du fluide situé dans la zone interstitielle. Ces efforts supplémentaires, appelés indifféremment interactions en champs proches ou interactions de lubrification, ne sont pas pris en compte dans la matrice globale de mobilité $\bar{\bar{M}}$.

Plusieurs méthodes sont alors possibles pour prendre en compte les interactions de lubrification. En général, elles décrivent la suspension comme une collection de doublets de sphères. Une première méthode est due à Durlofsky *et al.* [10]. Cette méthode consiste à prendre en compte les effets de lubrification à l'intérieur de la matrice de mobilité globale. Comme il est dit précédemment, l'inversion de cette dernière fournit l'approximation de la matrice de résistance aux champs lointains. Les interactions exactes de lubrification en résistance à 2 corps sont alors introduites dans une matrice notée $\bar{\bar{R}}_{2P}$ dont plusieurs expressions sont disponibles dans la littérature [12] [14]. Cependant, une partie des interactions présentes dans cette matrice est déjà incluse dans $\bar{\bar{M}}^{-1}$. Pour ne pas les compter deux fois, il devient nécessaire de supprimer les interactions réfléchies obtenues en inversant la matrice de mobilité à deux corps contenant les termes du même ordre que ceux de la matrice de mobilité globale $\bar{\bar{M}}$. La matrice composée de ces éléments est notée $\bar{\bar{R}}_{2P}$. La matrice de résistance $\bar{\bar{R}}_{lub}$ contenant les interactions en champs proches s'écrit en conséquence :

$$\bar{\bar{R}}_{lub} = \bar{\bar{R}}_{2P} - \bar{\bar{R}}_{2P}^{\infty} = \bar{\bar{R}}_{2P} - \bar{\bar{M}}_{2P}^{\infty -1} \quad (2.9)$$

Les interactions en champs proches sont représentées sans aucune restriction sur la distance inter-particulaire. C'est ce qui constitue le principal avantage de cette méthode. A contrario, cette méthode nécessite l'inversion d'une matrice supplémentaire par doublet de particules, ce qui augmente considérablement le temps de calcul dans le cas de grand nombre de particules.

La méthode que nous avons retenue est proposée par à Kim *et al.* [15] et reste plus économe en temps de calcul. La quantification des forces de lubrification agissant sur un doublet de particules fait intervenir un terme supplémentaire $\vec{F}_{ij\ lub}$ déduit du mouvement relatif d'une sphère par rapport à l'autre et dépend donc de la distance inter-surfaces $\epsilon = \frac{r-2a}{a}$ et de la vitesse relative $\vec{V}_{ij} = \vec{V}_j - \vec{V}_i$

entre les deux particules. Les expressions de ces forces sont données dans le chapitre 1 (1.38) (1.39). Il faut noter que, d'un point de vue numérique, la valeur de cette force devient non nulle pour une distance inter-surfaces inférieure à un rayon ($\epsilon < 1$) ce qui engendre une discontinuité spatiale autour de la particule.

1.2.3. Interactions répulsives non hydrodynamiques à deux corps

Lors du processus de sédimentation, les particules peuvent interagir à une distance très faible. Les forces de lubrifications deviennent alors prépondérantes. Cependant, le mode de résolution numérique n'étant pas continu, ces efforts hydrodynamiques ne sont pas suffisants pour empêcher les particules de s'interpénétrer à un pas de temps fixé tout en respectant les conditions de convergence du pas de temps précédent. Ce comportement, d'une part, n'a aucune réalité physique pour des sphères dures et inertes, et d'autre part, conduit à un arrêt brusque du calcul au cours de la simulation. Pour supprimer ces interpénétrations, la diminution du pas de temps n'est pas suffisante dans le cas de suspensions de concentration modérée [59]. Une force de contact est donc prise en compte sous la forme d'une force supplémentaire de répulsion lorsque la distance inter-centre r est inférieure à un critère de coupure spécifique R_{ref} . L'expression de cette force $\vec{F}_r$ est donnée par l'expression suivante [60] [61] :

$$\vec{F}_r = -\frac{F_{ref}}{2a} \left(\frac{R_{ref}^2 - r^2}{R_{ref}^2 - 4a^2} \right)^2 \vec{r} \quad (2.10)$$

où F_{ref} est calibrée de telle sorte que l'enchevêtrement de deux sphères est évité lorsqu'elles s'approchent l'une de l'autre. La norme de cette force de répulsion augmente de 0 à F_{ref} lorsque la distance varie de la distance R_{ref} au contact pour $r = 2a$. La distance d'activation R_{ref} de cette force est posée égale à $0,02a$. La prise en compte de cette force supplémentaire n'engendre pas de modification significative sur le comportement de la suspension.

Bien que l'origine de cette force répulsive soit de nature numérique, elle est adaptée à la modélisation d'un phénomène physique engendré par une force de contact. En effet, dans notre modèle, les sphères sont considérées comme parfaitement lisses, ce qui n'est pas le cas des particules de PMMA qui présentent des aspérités de surfaces autour d'un rayon moyen (figure 2.1). Le contact ne s'opère donc pas en un point unique idéal mais en plusieurs points pour une distance inter-centres de l'ordre de $2(a + h_{as})$ où h_{as} est la hauteur des aspérités.

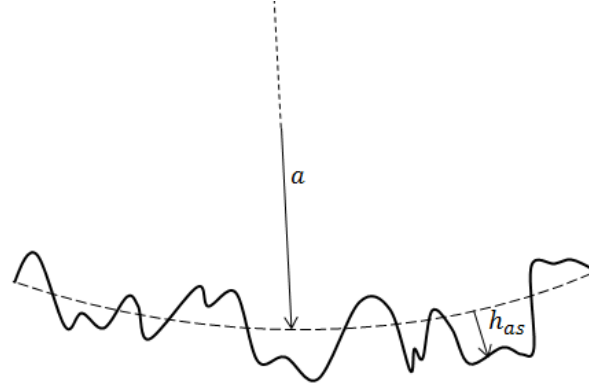


Figure 2.1 Schéma représentant les aspérités de surface d'une particule de PMMA

1.3. Sédimentation de plusieurs sphères en milieu confiné

Dans le paragraphe précédent nous avons mis en place le système d'équation qui permet de modéliser le comportement d'une suspension poly-disperse composée d'un nombre fini de particules dans un milieu qui est lui infini. Pour rendre compte de la sédimentation d'une suspension dans un volume confiné, il est nécessaire de prendre en compte les effets hydrodynamiques induits par la présence des parois. Dans notre étude, le confinement occasionné par 2 parois latérales planes et parallèles et un fond plat est étudié. Dans un premier temps, nous nous intéresserons à la prise en compte des deux parois latérales avant de voir en quoi l'introduction du fond est différente.

1.3.1. Interactions entre une sphère et des parois

1.3.1.1. Contribution en champs lointains

Il existe de nombreux résultats analytiques pour caractériser les interactions ayant lieu entre une paroi et une sphère. Cependant, les calculs sont pour la plupart effectués dans des situations figées, ce qui ne permet pas l'obtention de relations généralisables quelle que soit la position de la particule par rapport à la paroi. De plus, ces développements sont généralement coûteux. On peut donner l'exemple des résultats obtenus pour la translation d'une sphère parallèlement à deux parois espacées de $4h$, configuration pour laquelle il existe alors une solution analytique lorsque la sphère est placée à égale distance des parois [3] :

$$F_P = \frac{-6\pi\mu aV}{1 - 1,004 \frac{a}{h} + 0,418 \left(\frac{a}{h}\right)^3 + 0,21 \left(\frac{a}{h}\right)^4 - 0,169 \left(\frac{a}{h}\right)^5} \quad (2.11)$$

Lorsque la sphère est décalée de h par rapport au plan médian, on a alors :

$$F_P = \frac{-6\pi\mu aV}{1 - 0,6526 \frac{a}{h} + 0,1475 \left(\frac{a}{h}\right)^3 - 0,131 \left(\frac{a}{h}\right)^4 - 0,0644 \left(\frac{a}{h}\right)^5} \quad (2.12)$$

Le caractère linéaire du système en régime de Stokes nous permet de considérer individuellement les effets dus à chaque paroi. Ils sont superposés pour représenter l'influence du confinement quelle que soit la position de la particule pour un déplacement parallèle aux parois. L'intensité de la force résultante donnée par cette méthode que l'on doit à Oseen [3], est la suivante :

$$F_P = \frac{-6\pi\mu aV}{1 - \frac{9}{16} \left(\frac{a}{h_1} + \frac{a}{h_2}\right)} \quad (2.13)$$

où h_1 et h_2 sont respectivement les distances du centre de la sphère à la paroi 1 et 2. L'expression de cette force correspond à la force déduite de l'additivité des interactions hydrodynamiques en vitesses. En effet, la vitesse d'une particule peut s'écrire comme la somme de sa vitesse en milieu infini et des contributions dues à la présence des deux parois latérales, sous la forme suivante :

$$\vec{V} = \frac{\vec{F}_E}{6\pi\mu a} + \left[\bar{\bar{M}}_{p1}(h_1) + \bar{\bar{M}}_{p2}(h_2) - 2 \frac{\bar{I}}{6\pi\mu a} \right] \cdot \vec{F}_E \quad (2.14)$$

où $\bar{\bar{M}}_{p1}$ et $\bar{\bar{M}}_{p2}$ sont respectivement les tenseurs de mobilité des parois 1 et 2. Notons ici qu'il est nécessaire de retrancher la contribution de la sphère isolée contenue dans l'expression (1.45). On peut réécrire l'expression (2.14) en posant $\bar{\bar{M}}_{p12}(h_1, h_2) = \bar{\bar{M}}_{p1}(h_1) + \bar{\bar{M}}_{p2}(h_2) - 2 \frac{\bar{I}}{6\pi\mu a}$:

$$\vec{V} = \frac{\vec{F}_E}{6\pi\mu a} + \bar{\bar{M}}_{p12} \cdot \vec{F}_E \quad (2.15)$$

On constate alors qu'il est possible d'exprimer la force appliquée à la particule en inversant la dernière relation. On peut retrouver ainsi la relation (2.13) dans le cas particulier d'une translation parallèle aux parois.

La deuxième possibilité proposée par Durlofsky *et al.* [10] consiste à prendre en compte l'influence des parois en termes de vitesse. Pour cela on pose $\vec{V}_P = \bar{\bar{M}}_{p12} \cdot \vec{F}_E$. Ce terme représente la

contribution due aux parois en termes de vitesse de déplacement de la particule. La relation (2.15) peut alors se réécrire de la manière suivante :

$$\vec{F}_E = 6\pi\mu a(\vec{V} - \vec{V}_P) \quad (2.16)$$

On utilise cette dernière relation qui permet le couplage en vitesse des interactions particule-particule et particule-paroi pour introduire la présence d'un fond dans nos simulations numériques.

1.3.1.2. Contribution en champs proches

Pour modéliser les effets aux champs proches de l'interaction particule-parois, nous adoptons la même démarche que pour l'interaction particule-particule. Les champs proches sont donc modélisés pour deux configurations : translation parallèle et translation perpendiculaire d'une sphère par rapport à un plan. Ainsi pour une particule i évoluant à la vitesse $\vec{V}_i$ et des distances du centre de la particule à une des parois inférieures à deux rayons ($\epsilon' < 1a$), on exprime la force de lubrification due à la paroi k grâce aux relations (1.47,1.48) sous la forme :

$$\vec{F}_{Pik_{lub}} = \vec{F}_{P\parallel}(V_i^{\parallel}, \epsilon'_i) + \vec{F}_{P\perp}(V_i^{\perp}, \epsilon'_i) \quad (2.17)$$

où $V_i^{\parallel}$ représente la composante de la vitesse $\vec{V}_i$ dans la direction parallèle à la paroi et $V_i^{\perp}$ sa composante dans la direction perpendiculaire à celle-ci.

La prise en compte des champs proches, dans la configuration de sédimentation de notre étude, nous amène à considérer qu'une particule ne peut interagir en champs proches qu'avec une paroi latérale au maximum et le fond.

1.3.2. Interactions entre n particules et une paroi

Dans le paragraphe précédent, nous avons vu comment prendre en compte les interactions hydrodynamiques entre une particule et les parois. Nous présentons maintenant la méthode utilisée pour coupler les interactions entre une suspension de n particules et les parois formant son confinement. Pour les champs proches, il suffit de généraliser l'approche précédente à chaque particule constituant la suspension.

En ce qui concerne les champs lointains, il faut utiliser une fois de plus le principe d'additivité en vitesse [10] :

$$\vec{V} = \bar{\bar{M}} \cdot \vec{F}_E + \bar{\bar{M}}_p \cdot \vec{F}_E \quad (2.18)$$

où $\bar{\bar{M}}_p$ est la matrice de mobilité associée aux parois. C'est une matrice diagonale dont les termes sont : $\bar{\bar{M}}_{p\ ii} = \bar{\bar{M}}_{p12}^i$.

Chaque particule i subit l'influence des parois, situées respectivement à h_1 et h_2 de celles-ci au travers du tenseur $\bar{\bar{M}}_{p12}^i = \bar{\bar{M}}_{p12}(h_1^i, h_2^i)$ défini en (2.14), où h_j^i représente la distance du centre de la sphère i à la paroi j .

Le terme $\bar{\bar{M}}_p \cdot \vec{F}_E$ homogène à une vitesse est pris en compte en tant que vitesse relative particule-fluide $\vec{V}_p$ [10]. Les forces hydrodynamiques appliquées aux particules sont alors obtenues par inversion de la matrice de mobilité $\bar{\bar{M}}$:

$$\vec{F}_E = \bar{\bar{M}}^{-1} \cdot (\vec{V} - \vec{V}_p) \quad (2.19)$$

1.4. Formulation générale du problème

Les forces apparaissant dans l'équation (2.1) ont été explicitées dans les paragraphes précédents. Sous les hypothèses simplificatrices énoncées dans cette partie, le problème peut être formulé comme suit :

$$m_{pi} \frac{d\vec{V}_i}{dt} = \frac{4}{3} \pi a_i^3 (\rho_p - \rho_f) \vec{g} - \sum_{j=1}^n [\bar{\bar{M}}^{-1}]_{ij} \cdot (\vec{V}_j - \vec{V}_{pj}) + \vec{F}_{ij\ lub} + \vec{F}_{rij} + \sum_{k=1}^3 \vec{F}_{pik\ lub} \quad (2.20)$$

L'expression précédente donne le principe fondamental de la dynamique appliqué à une particule i contenue dans la suspension et en interaction avec les $n - 1$ autres particules présentes, les deux parois latérales et le fond qui constituent le confinement. Sous forme vectorielle, le problème pour l'ensemble de la suspension peut s'écrire comme suit :

$$m_p \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{4}{3} \pi a^3 (\rho_p - \rho_f) \vec{g} - \bar{\bar{M}}^{-1} \cdot (\vec{V} - \vec{V}_p) + \vec{F}_{lub} + \vec{F}_r + \vec{F}_{p\ lub} \quad (2.21)$$

$$\text{où } m_p = \begin{bmatrix} m_{p1} \\ \vdots \\ m_{pn} \end{bmatrix}, a^3 = \begin{bmatrix} a_1^3 \\ \vdots \\ a_n^3 \end{bmatrix}, \vec{V} = \begin{bmatrix} \vec{V}_1 \\ \vdots \\ \vec{V}_n \end{bmatrix}, \vec{V}_p = \begin{bmatrix} \vec{V}_{p1} \\ \vdots \\ \vec{V}_{pn} \end{bmatrix}, \vec{F}_{lub} = \begin{bmatrix} \vec{F}_{1\ lub} \\ \vdots \\ \vec{F}_{n\ lub} \end{bmatrix}, \vec{F}_r = \begin{bmatrix} \vec{F}_{1r} \\ \vdots \\ \vec{F}_{nr} \end{bmatrix}, \vec{F}_{p\ lub} = \begin{bmatrix} \vec{F}_{p1\ lub} \\ \vdots \\ \vec{F}_{pn\ lub} \end{bmatrix}.$$

Le système (2.21) est le système à résoudre pour avoir accès aux vitesses de chaque particule et ainsi leur trajectoire. Dans la partie suivante, la méthode de résolution de ce système dans les conditions de Stokes est abordée.

2. Résolution numérique des équations du mouvement

Dans cette partie, nous présentons d'abord l'adimensionnement des équations proposées dans la section précédente avant de nous intéresser dans un second temps au principe général de résolution numérique retenu pour cette étude. Enfin, au travers de divers cas limités à un nombre de particules restreint, nous vérifions la validité du code dans les conditions de Stokes. Cette étape permet également d'éprouver la méthode numérique choisie pour résoudre notre problème.

2.1. Adimensionnement des équations du mouvement

Afin de résoudre le problème, le système (2.21) est mis sous forme adimensionnelle. La distance r^* entre deux sphères i et j de rayon respectif a_i et a_j est donnée par la relation suivante :

$$r^* = \frac{2r}{a_i + a_j} \quad (2.22)$$

Les autres variables sous forme adimensionnelle sont :

$$\begin{aligned} \vec{V}_i^* &= \frac{\vec{V}_i}{V_{S\max}} & \bar{M}^* &= 3\pi\mu(a_i + a_j)\bar{M} & \bar{R}^* &= \frac{\bar{R}}{3\pi\mu(a_i + a_j)} \\ \vec{F}^* &= \frac{\vec{F}}{3\pi\mu(a_i + a_j)V_{S\max}} & t^* &= \frac{t}{\tau} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Où $V_{S\max}$ est la vitesse de Stokes la plus importante du système considéré et $\tau = \frac{4\pi a_{\max}^3 \rho_P}{3\pi\mu(a_i + a_j)}$.

L'adimensionnement du système d'équation est réalisé pour ramener l'ensemble des variables dans l'intervalle $[0; 1]$, ce qui permet de résoudre le problème avec une précision accrue.

2.2. Principe de la méthode de résolution

La méthode de résolution des équations du mouvement des particules repose sur un schéma de Gear. C'est une méthode de type prédictor-correcteur, à ordre et pas de temps adaptatifs, qui est réputée pour sa robustesse ainsi que sa précision. Le principe de cette méthode consiste à transformer le système d'équations différentielles en un système d'équations purement algébrique.

L'outil que nous utilisons permet de résoudre les problèmes de la forme suivante :

$$\frac{dy(t)}{dt} = f(t, y(t)) \quad (2.24)$$

avec $y(t_0) = y_0$ comme condition initiale. f désigne une fonction de la variable y et du temps t . A partir d'un point connu (le couple (t_i, y_i) par exemple), une phase de prédiction permet d'estimer l'état des variables au temps t_{i+1} . S'en suit une phase de correction qui utilise cette information pour initialiser un processus de Newton-Raphson pour résoudre un problème algébrique et ainsi obtenir l'état de toutes les variables au temps t_{i+1} . C'est l'utilisation de tolérances absolue ou relative qui garantit la qualité du résultat.

Afin d'exploiter au mieux les possibilités du solveur, notre problème est posé en ces termes pour :

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \frac{a}{\tau V_{S \max}} I \end{bmatrix} \frac{d}{dt^*} \begin{bmatrix} \vec{V}^* \\ \vec{r}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{F}^* \\ \vec{V}^* \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

où $\vec{F}^*$ désigne le vecteur regroupant l'ensemble des forces agissant sur chaque particule et $\vec{r}^*$ est l'ensemble des positions de chaque particule. Ce système d'équations est alors résolu globalement pour obtenir les vitesses et les positions de chaque particule à chaque instant. Nous ne rentrons pas plus en détail dans la résolution des équations mais nous nous attachons par la suite à valider le choix de cette méthode pour résoudre notre problème.

2.3. Résultats préliminaires

Dans cette section, quelques simulations sont présentées dans des configurations "canoniques" en régime de Stokes. Les résultats obtenus sont confrontés aux résultats analytiques et de la littérature afin de valider les différents modèles d'interaction. Dans un premier temps, après l'étude de la chute d'une particule isolée, l'analyse des configurations de triplets de particules permettent de valider les interactions entre sphères. L'influence de la force répulsive non hydrodynamique et la gestion des contacts sont examinées à travers la trajectoire d'une particule mobile contournant une particule fixe. La validité des interactions entre sphères de différents rayons est enfin éprouvée. Enfin, l'introduction de parois est éprouvée pour vérifier la bonne prise en compte des effets de confinement.

2.3.1. Sédimentation d'une particule isolée soumise aux forces gravitationnelles

Le cas d'une sphère isolée sans vitesse initiale, soumise aux forces volumiques gravitationnelles (2.2) est considéré afin d'observer la phase de mise en régime. Partant d'une valeur nulle, la vitesse de

la particule augmente jusqu'à atteindre sa vitesse limite de chute qui est égale à la vitesse de Stokes V_s . La force de trainée équilibre alors les forces gravitationnelles. L'évolution temporelle de la vitesse de chute de la particule est représentée sur la figure 2.2 pour deux valeurs du nombre de Reynolds ($Re = 0,0001$ et $Re = 0,005$). Ces résultats obtenus numériquement sont comparés avec l'approche analytique sous l'hypothèse de Stokes (2.6).

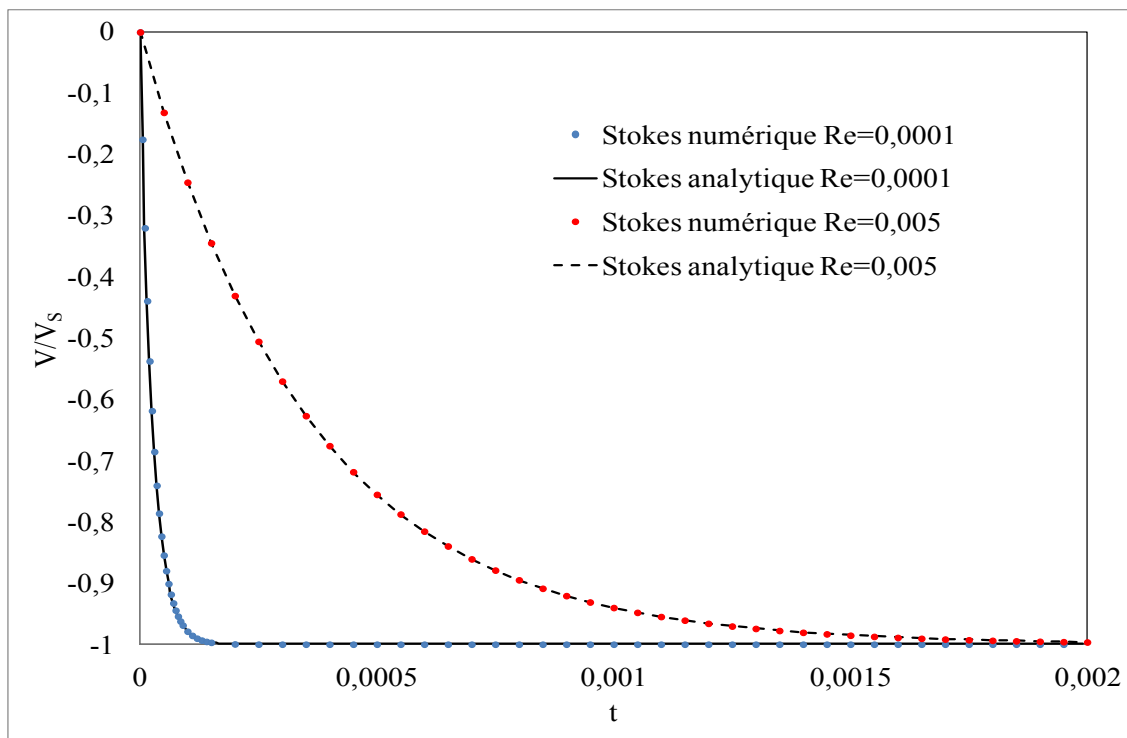


Figure 2.2 Evolution temporelle de la vitesse de sédimentation d'une particule pour $Re = 0,0001$ et $Re = 0,005$.

On constate, bien entendu, que le temps pour atteindre la vitesse limite de chute augmente quand la valeur du nombre de Reynolds augmente. Par ailleurs, l'accord entre les résultats numériques et analytiques montre que la méthode numérique choisie est capable de résoudre les équations très précisément.

2.3.2. Sédimentation d'un triplet de particules

La deuxième configuration considérée est celle d'un triplet de particules disposées de manière régulière ou irrégulière. De nombreux résultats existent dans la littérature sur ces cas de référence [10] [56] [57]. La comparaison entre les résultats disponibles et nos simulations a pour but de valider la bonne prise en compte des interactions hydrodynamiques entre particules.

Dans une première configuration, les trois sphères sont placées de manière équidistante sur un axe horizontal. La distance entre chaque particule est de 6 rayons. Au cours de la sédimentation, la

particule occupant initialement le centre de la configuration évolue à une vitesse plus importante que les deux particules situées aux extrémités. Elle entraîne alors dans son sillage les deux sphères extrêmes, ce qui a pour conséquence un rapprochement de ces dernières (figure 2.3). En se rapprochant, la vitesse des deux particules 1 et 3 augmente et devient plus grande que la valeur de la vitesse de la sphère 2. Le doublet se rapproche alors de la sphère 2 jusqu'à une distance critique [56].

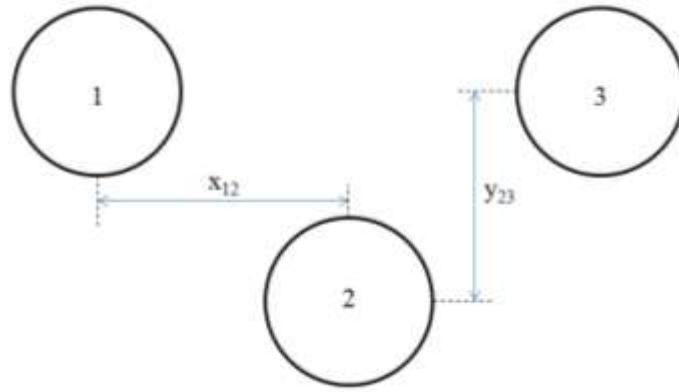


Figure 2.3 Triplet régulier au cours de la sédimentation.

Les résultats obtenus avec le code numérique développé dans le cadre de ce mémoire et pour cette configuration sont comparés avec ceux précédemment obtenus par Ganatos *et al.* [56] avec la méthode des collocations. L'évolution de la distance horizontale x_{12} entre une sphère extrême (1 ou 3) et la sphère 2 centrale est représentée sur la figure 2.4 en fonction du temps adimensionné $t^* = tV_s/a$. L'évolution temporelle de la distance verticale y_{23} entre une sphère située à l'extrémité et la sphère centrale est présentée sur la figure 2.5. Dans les deux cas, sont reportés les résultats des travaux de Ganatos *et al.* [56].

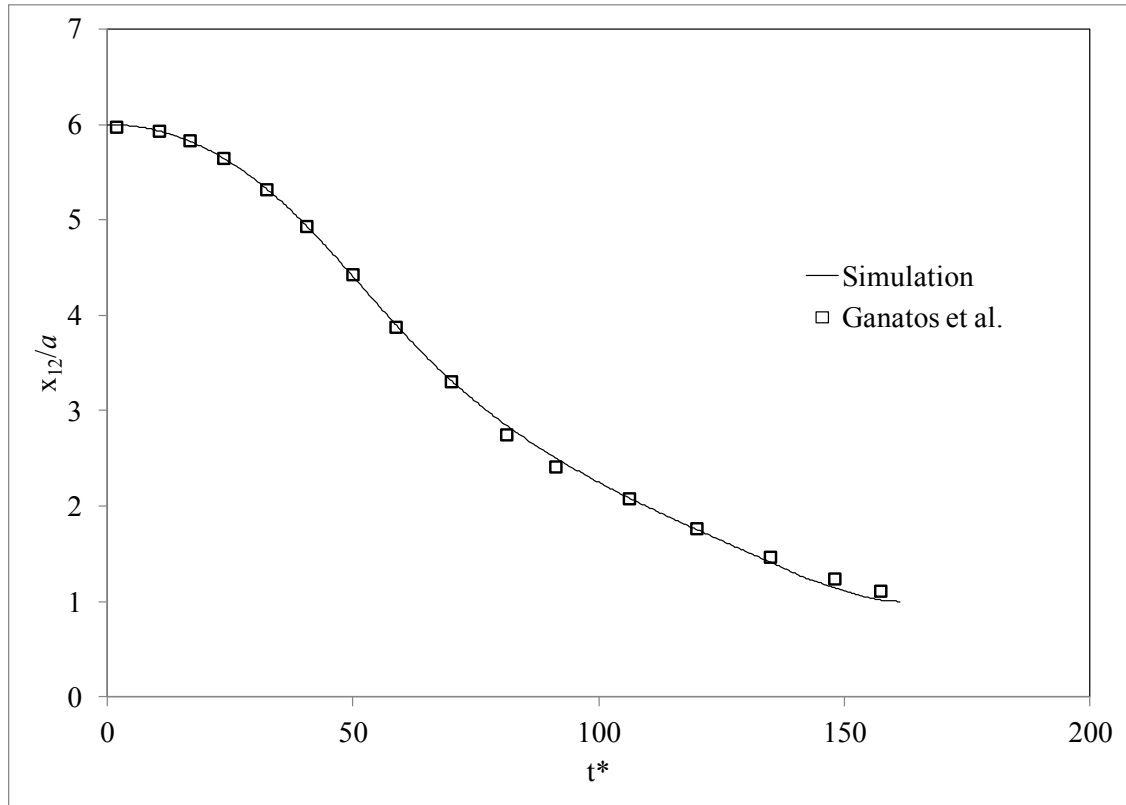


Figure 2.4 Evolution de x_{12}/a en fonction du temps adimensionné t^* .

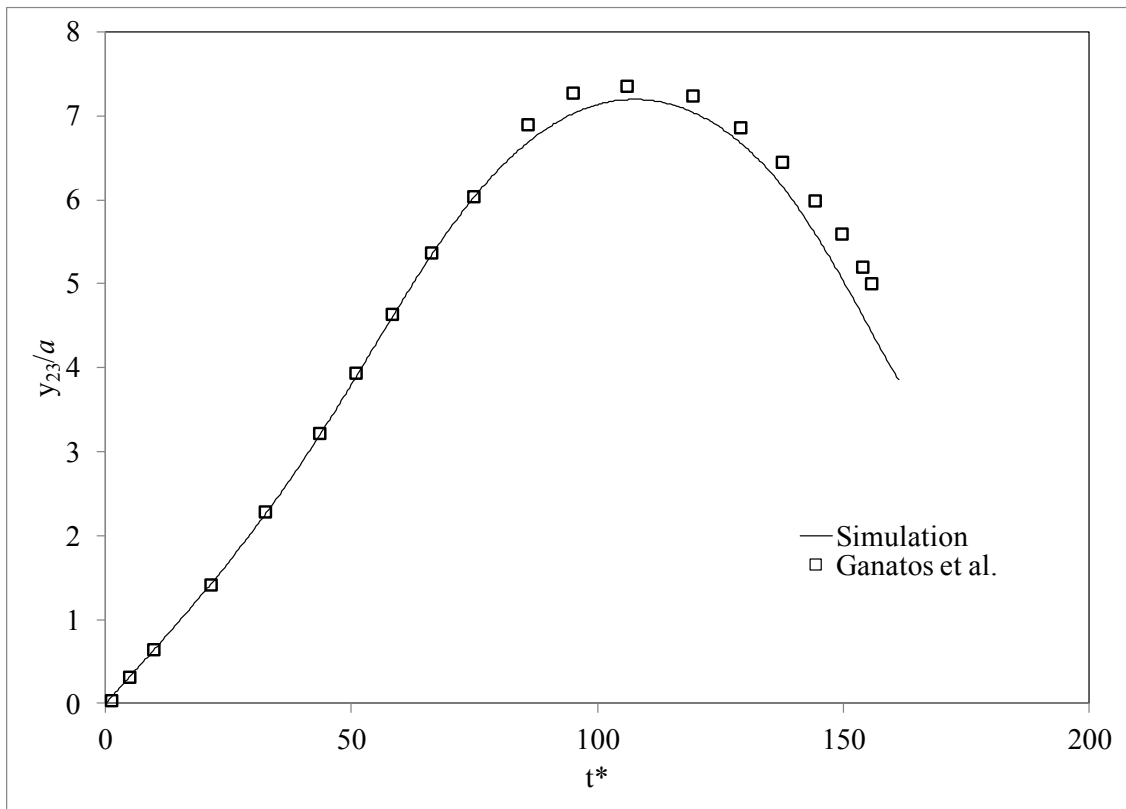


Figure 2.5 Evolution de y_{23}/a en fonction du temps adimensionné t^* .

La confrontation des résultats montrent un accord global de l'évolution des distances entre particules. La superposition des courbes est d'abord parfaite pour des temps adimensionnés inférieurs à 80. Pour $t^* > 80$, un écart apparaît entre nos simulations et les résultats de Ganatos *et al.* [56]. Pour la distance horizontale, l'écart est moindre que pour la distance verticale. Le doublet de sphères 1 et 3 se rapproche plus vite de la sphère centrale dans nos simulations. Cependant, l'erreur maximale observée reste inférieure à 10%, ce qui témoigne d'une bonne prise en compte des interactions entre particules.

En outre, sur la figure 2.6, l'évolution temporelle des vitesses verticales des particules est tracée. Les différentes phases du processus de sédimentation des 3 particules sont retrouvées. La vitesse de la sphère centrale est supérieure à la vitesse des 2 autres particules jusqu'à $t^* = 107,2$. A partir de ce temps-là, le doublet de particules se rapproche alors de la sphère centrale jusqu'à la distance critique. La valeur de t^* pour laquelle la valeur des vitesses verticales des 3 sphères est identique est de 107,8 pour Ganatos *et al.* [56], ce qui représente un écart de 0,5% avec notre estimation.

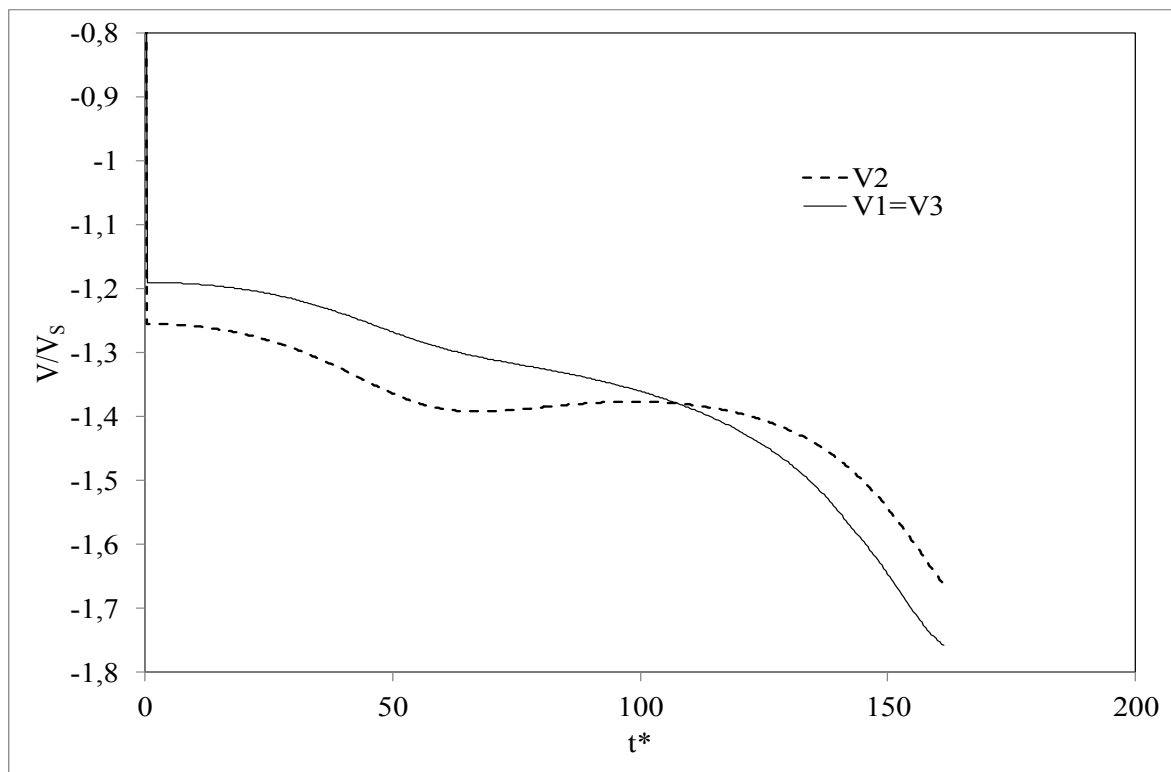


Figure 2.6 Evolution de la vitesse verticale des particules en fonction du temps adimensionné t^* .

Dans un deuxième temps, la configuration étudiée est celle d'un triplet horizontal irrégulier de particules. La sphère 1 est alors située à une distance de $5a$ de la sphère centrale 2 tandis que la sphère 3 est à $7a$ du côté opposé. Les réarrangements qui s'effectuent au cours de la sédimentation sont alors complexes comme l'illustre la trajectoire des particules sur la figure 2.7. En plus de nos résultats numériques, sont reportés les résultats obtenus par Durlofsky *et al.* [10] utilisant une technique

similaire à la nôtre mais prenant en compte les rotations des sphères et les couples qui leur sont appliqués.

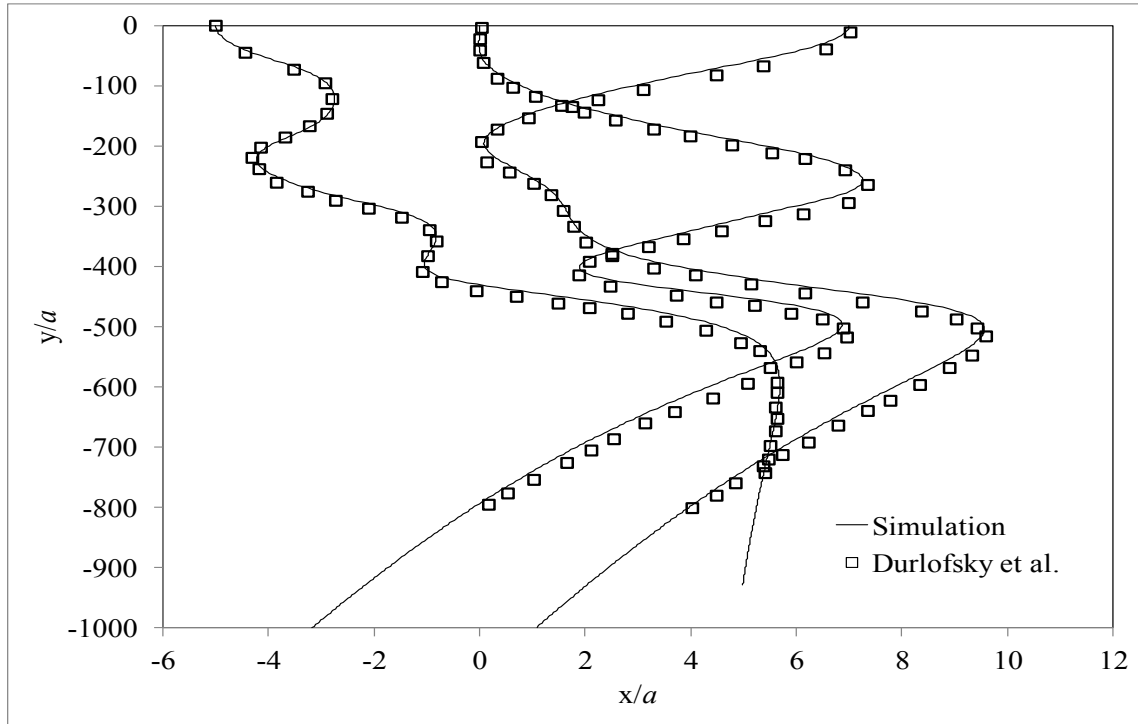


Figure 2.7 Trajectoire des particules d'un triplet irrégulier : les trajectoires calculées numériquement sont en trait plein et les résultats de Durlofsky et al. sont marquées par des carrés.

Il existe une concordance des résultats qui, d'une part, valide de nouveau la bonne prise en compte des interactions hydrodynamiques entre particules et, d'autre part, permet de vérifier la faible influence des rotations des sphères par rapport aux translations dans de telles configurations.

2.3.3. Sédimentation d'une particule au voisinage d'une particule fixe

La troisième configuration étudiée est celle d'une sphère sédimentant sur une deuxième sphère fixe. Cette configuration correspond à la trajectoire relative de deux sphères dans un champ de cisaillement. Les sphères ne sont pas parfaitement alignées verticalement ($\Delta y/a \neq 0$). Dans un premier temps, les interactions particule-particule considérées sont purement hydrodynamiques. Les sphères étant parfaitement lisses, les trajectoires doivent être réversibles dans le temps du fait de la linéarité des équations de Stokes. Sur la figure 2.8, la trajectoire relative des centres des deux particules est reportée pour différentes positions de départ.

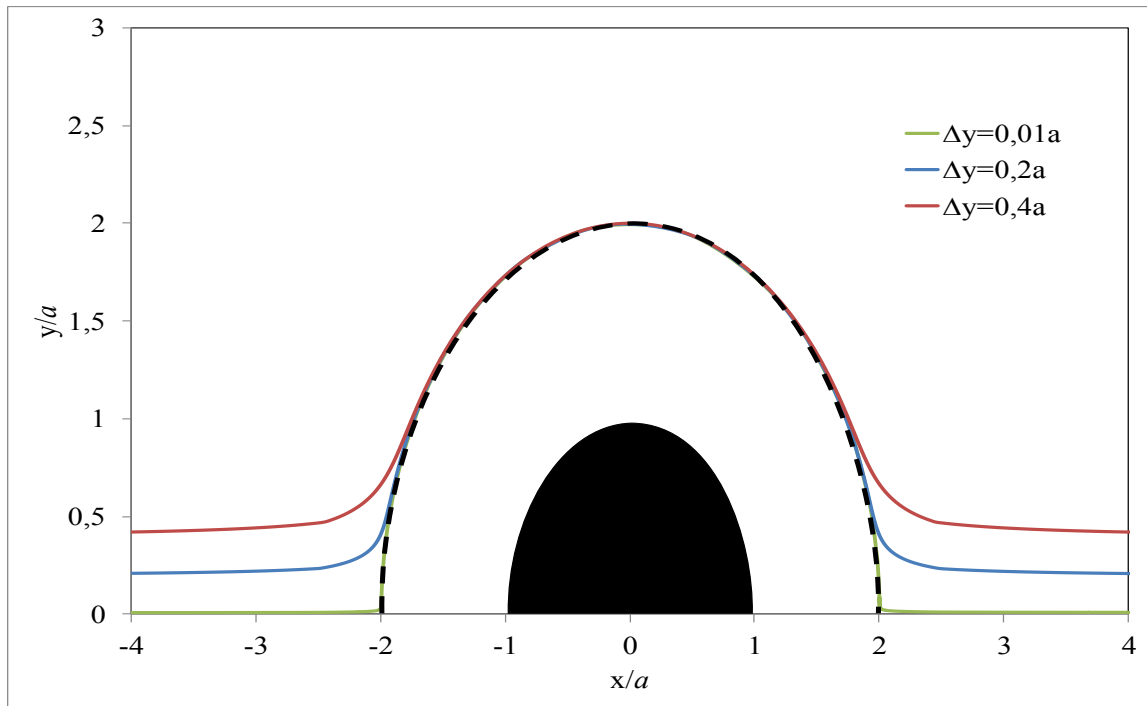


Figure 2.8 Trajectoire relative des centres de deux particules identiques dans un champ de cisaillement pour différentes positions de départ.

Les résultats obtenus sont en accord avec ceux de la littérature [60] [61]. Après rapprochement, les sphères glissent l'une sur l'autre jusqu'à séparation. La trajectoire du centre de la particule épouse parfaitement le cercle d'origine le centre de la particule de référence et de rayon $2a$ et aucune interpénétration n'intervient au cours du contournement en respectant la symétrie de la trajectoire. La prise en compte des forces lubrification semble donc correcte et suffisante pour décrire les interactions entre deux sphères proches du contact.

Dans un second temps la même configuration est étudiée en activant les forces dites de contact (2.10) pour des distances inter-surfaces entre particules de $0,001a$. La trajectoire relative des sphères qui découle de telles simulations est reportée sur la figure 2.9. La symétrie précédemment observée n'a plus lieu d'être du fait de l'intervention de forces non hydrodynamiques. La sphère contournant la particule de référence décroche plus vite. Ceci est d'autant plus remarquable que les sphères sont proches d'un alignement vertical. Le comportement décrit ici est en adéquation avec les résultats précédemment publiés [60] [61] et respecte ce qui peut être observé expérimentalement [62] [63]. Dans des systèmes physiques réels, les imperfections de surface des sphères et leurs rugosités rompent la réversibilité de la trajectoire des particules lorsque le contact s'opère.

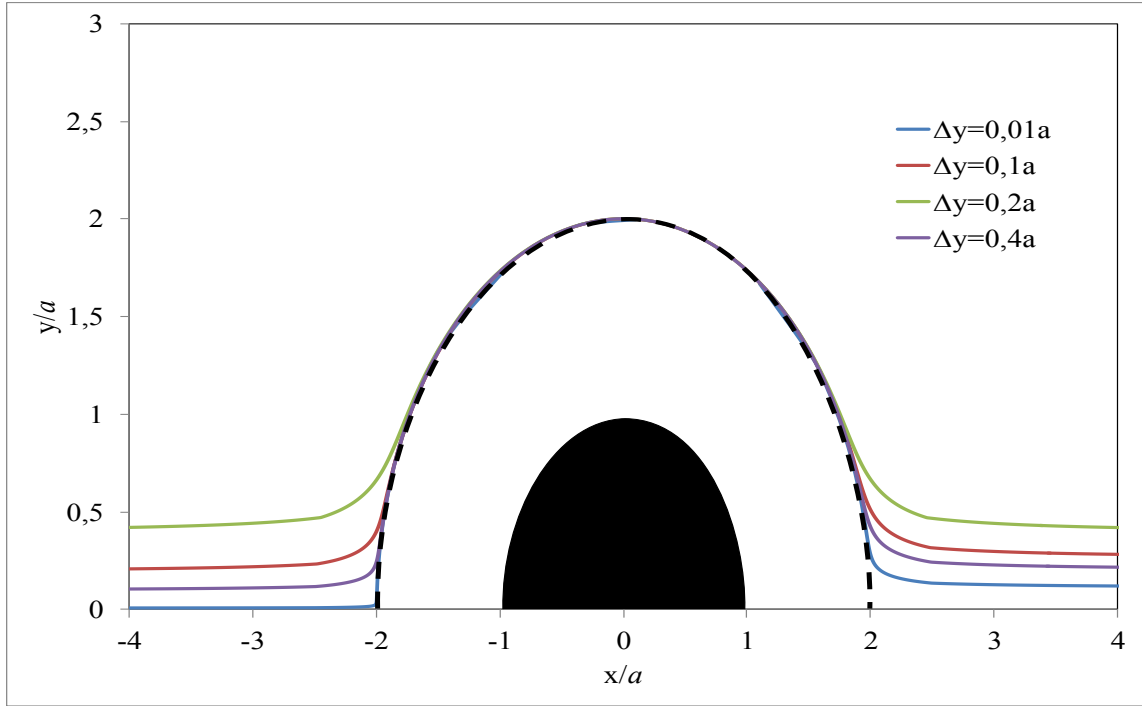


Figure 2.9 Trajectoire relative des centres de deux particules identiques dans un champ de cisaillement pour différentes positions de départ et avec prise en compte des forces de contact.

2.3.4. Sédimentation d'un doublet de particules de taille différente

La configuration testée dans ce paragraphe est celle d'un doublet de particules de taille différente et de densité différente. Les particules sont initialement alignées soit verticalement soit horizontalement et l'analyse des résultats s'effectue à partir de la vitesse verticale relative.

Dans un premier temps, on considère le cas de particules alignées verticalement dont le ratio de taille $\lambda = a_2/a_1$ est 2 avec différents ratios de densité $\gamma = \Delta\rho_2/\Delta\rho_1$. Sur la figure 2.10, sont présentées les évolutions des vitesses verticales relatives des particules en fonction de la distance adimensionnée. Les résultats de Wacholder *et al.* [64] sont également reportés. Pour des faibles valeurs de γ , la vitesse relative reste positive et décroît lorsque les particules se rapprochent jusqu'à formation d'un doublet de particules. Pour $\gamma = 3$ et $\gamma = 4$, il existe une distance pour laquelle la vitesse relative devient négative. Cette distance correspond à une position d'équilibre où les particules n'ont alors aucun mouvement relatif. Dans le cas limite où les deux sphères sont identiques, quelle que soit la distance entre les particules, aucun mouvement relatif n'existe. En regardant les résultats de nos simulations, une discontinuité de la vitesse relative en $r^* = 2$ est visible. Elle correspond à l'activation des forces de lubrification dans le code numérique. Cette discontinuité n'a pas de conséquence sur le comportement global des particules en sédimentation.

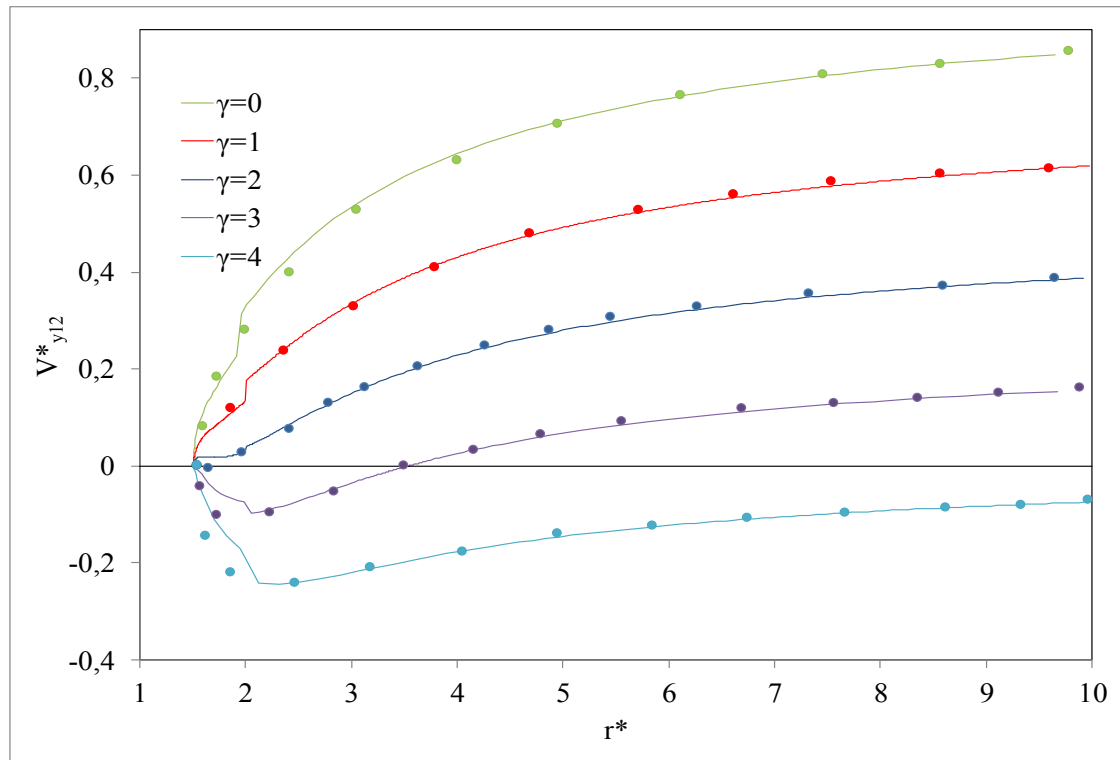


Figure 2.10 Vitesse relative de deux particules alignées verticalement pour différents ratio de masse volumique γ . Les points correspondent aux résultats de Wacholder *et al.* [64].

Toutes courbes présentées sur la figure 2.10 convergent vers une vitesse nulle lorsque les deux sphères approchent du contact. Le doublet ainsi formé sédimente alors à une vitesse supérieure à celle des deux sphères isolées. Ces vitesses sont regroupées dans le tableau 2.1 et comparées avec celles de Wacholder *et al.* [64]. L'erreur entre les deux résultats est faible et ne dépend que du rapport de taille entre particules.

$\lambda=0,5$	γ	$V^*_{y1}=V^*_{y2}$	V (Wacholder <i>et al.</i>)	erreur (en %)
	0	0,936621	0,953631	1,78
	1	1,053697	1,072834	1,78
	2	1,170776	1,192038	1,78
	3	1,287902	1,311242	1,78
	4	1,404931	1,430446	1,78
$\lambda=0,2$	γ	$V^*_{y1}=V^*_{y2}$	V (Wacholder <i>et al.</i>)	erreur (en %)
	0	1,0035767	0,997871	0,57
	1	1,0116054	1,005854	0,57
	2	1,0236483	1,017828	0,57
	3	1,0356909	1,029802	0,57
	4	1,0517484	1,045768	0,57

Tableau 2.1 Valeurs de la vitesse du doublet vertical de particules pour deux rapports de tailles et plusieurs ratios de densité γ .

Dans une approche similaire à celle réalisée pour le doublet vertical, la vitesse relative dans la direction de sédimentation est étudiée pour un doublet de particules alignées horizontalement à des distances inter-particules variables (figure 2.11). Trois ratios de densité sont ici reportés avec les résultats de Wacholder *et al.* [64] disponibles. Nos simulations sont réalisées en tenant compte des interactions en champs lointains uniquement. Pour des ratios faibles, comme dans la configuration précédente, la vitesse relative reste positive ce qui n'est pas le cas quand γ devient supérieur à 3. Une nouvelle fois, les résultats obtenus à l'aide de l'outil numérique développé dans ce manuscrit sont en accord avec ceux de la littérature. Cette comparaison permet de valider la prise en compte des interactions entre particules de taille différente et de densité différente.

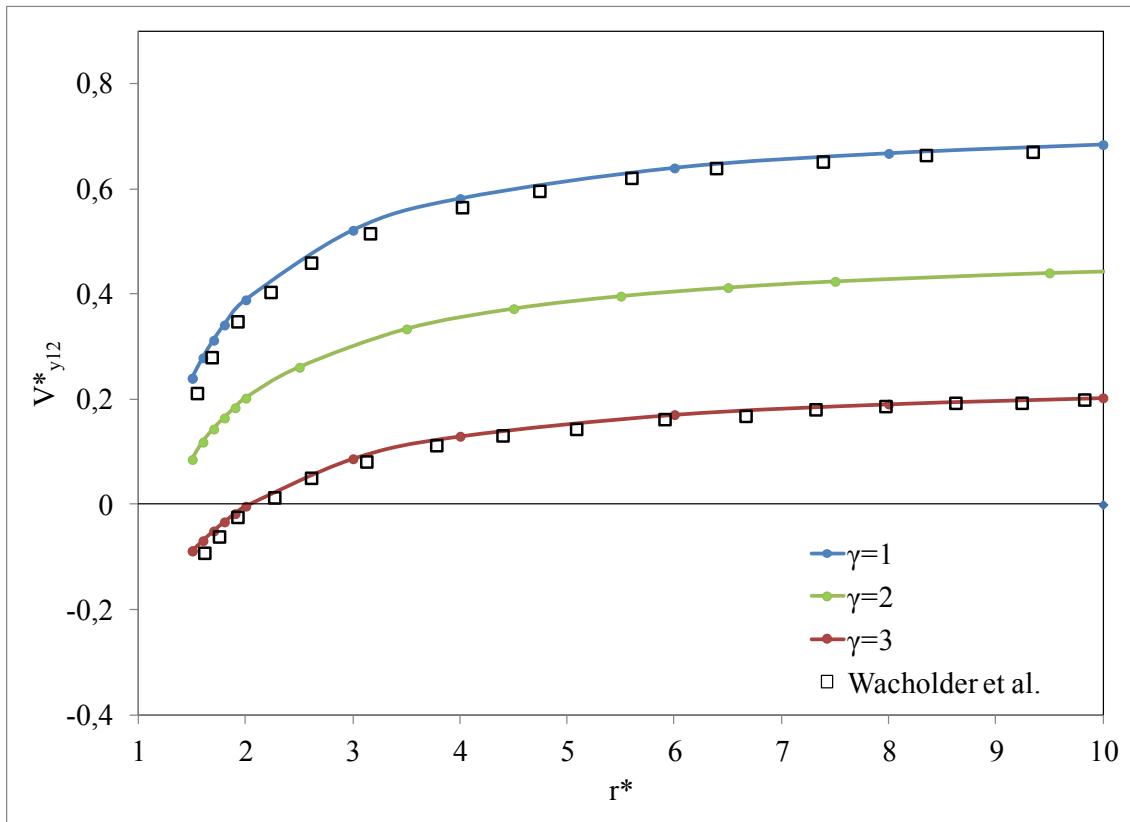


Figure 2.11 Vitesse relative de deux particules alignées horizontalement pour différents ratio de masse volumique γ . Les points rectangulaires correspondent aux résultats de Wacholder *et al.* [64].

2.3.5. Sédimentation d'une particule entre deux parois

La dernière configuration testée dans ce chapitre permet de vérifier que l'influence des parois est correctement représentée dans notre code numérique. Pour cela, le cas d'une sphère en interaction avec deux parois, parallèles et espacées de 10 rayons est étudié. Les résultats de référence sont ceux obtenus par Durlofsky *et al.* [55] utilisant la méthode de Dynamique Stokesienne comme dans le code

ici développé. Nous nous intéressons successivement à un mouvement parallèle aux parois puis à un mouvement perpendiculaire aux parois.

Sur les figures 2.12 et 2.13, la vitesse de chute d'une particule est reportée pour différentes distances adimensionnées entre la particule et l'axe central du confinement. Cette vitesse est comparée aux résultats disponibles dans la littérature [55]. La vitesse de translation maximale est obtenue lorsque la particule est à égale distance des deux parois et diminue jusqu'à une valeur quasiment nulle lorsque la sphère est approchée d'une des deux parois. Les résultats obtenus sont en accord avec ceux de Durlofsky et al. [55] avec une erreur d'évaluation de la vitesse faible (inférieure à 4%) pour des distances au centre du confinement inférieures à $2,5a$. Une discontinuité importante est cependant notable dans nos simulations due comme précédemment à la prise en compte des forces de lubrification à partir d'une distance particule-paroi de 2 rayons. Cette activation de la lubrification engendre une discontinuité plus importante dans le cas de translation perpendiculaire à la paroi que dans le cas d'une translation parallèle à celle-ci. Des discontinuités de l'accélération d'une particule sont donc à attendre dans le cadre d'un confinement important.

A noter ici, que bien que non présentés dans ce manuscrit, ces résultats sont en accord avec ceux obtenus par la méthode des collocations par Ganatos *et al.* [56].

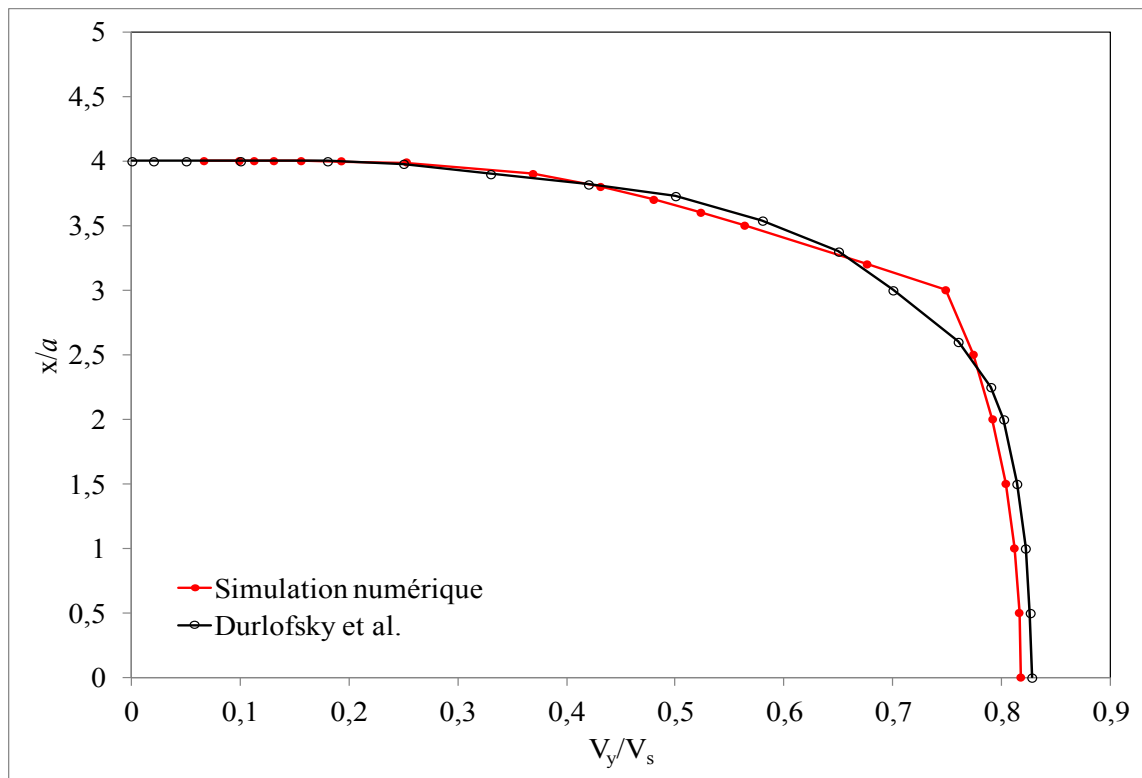


Figure 2.12 Evolution de la vitesse de translation d'une particule se déplaçant parallèlement aux parois planes.

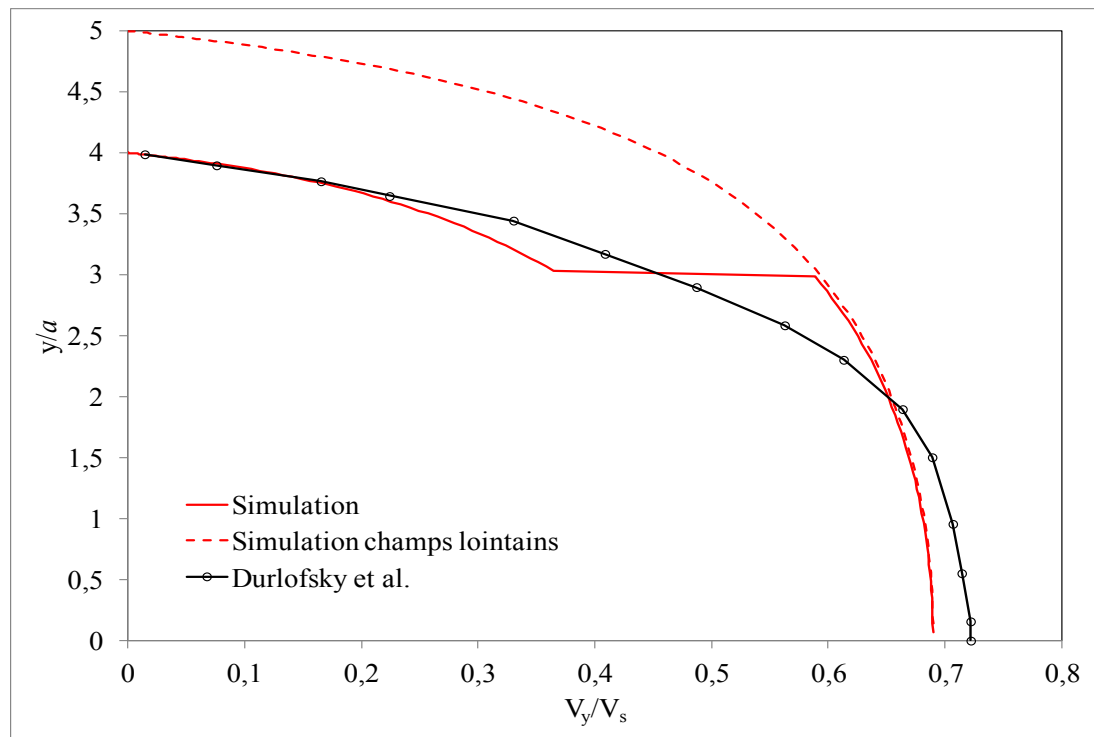


Figure 2.13 Evolution de la vitesse de translation d'une particule se déplaçant perpendiculairement aux parois planes.

Conclusion partielle

Dans ce chapitre nous avons dans un premier temps donné les fondements de la méthode employée pour simuler le comportement, en régime de Stokes, de suspensions concentrées dans un domaine fluide borné par deux parois latérales planes et un fond imperméables. Les forces (champs lointains, champs proches, parois, contact) appliquées au centre de masse de chaque particule ont été présentées puis la méthode de résolution du système d'équations obtenu a été brièvement décrite. Les résultats obtenus dans des configurations canoniques permettent d'affirmer que les interactions hydrodynamiques implémentées dans le code, que ce soit des interactions en champs lointains ou en champs proches, pour des particules de taille identique ou non, permettent d'obtenir des comportements similaires à ceux décrits dans la littérature pour des cas simples. Cependant, dans le cas d'une sédimentation confinée, à des fractions volumiques plus importantes, des problèmes de discontinuité de la vitesse sont attendus.

Chapitre 3

Technique expérimentale

Ce chapitre porte sur la mise en place d'un dispositif et de diverses procédures et traitements pour la mesure de concentration, de vitesses individuelles ou globales d'une phase solide en sédimentation dans un liquide. Dans un premier temps, après avoir exposé les constituants nécessaires pour composer les suspensions, le matériel utilisé pour effectuer les mesures est décrit dans les configurations en décantation ou pour celles avec une alimentation en particules en continue. Le dispositif expérimental et le protocole de mesure mis en place sont ensuite exposés. Dans un second temps, le traitement des images obtenues par la mesure est présenté et les différentes exploitations possibles et leur fiabilité sont alors discutées.

De nombreuses techniques existent pour suivre l'évolution du comportement d'une suspension de particules que les mesures soient discrètes ou globales. Ainsi, la vitesse moyenne de sédimentation d'une suspension poly-disperse peut être obtenue en suivant la variation au cours du temps de la valeur locale de la concentration par une mesure de l'absorption de rayons X [65] ou par une technique acoustique basée sur la variation de la vitesse de propagation du son dans un milieu [66]. L'application de telles techniques dans le cas de suspensions bi-disperses est possible et la ségrégation opérant lors de la décantation d'une suspension bi-disperse peut ainsi être suivi. Cependant, ces techniques se limitent à la mesure d'une concentration globale en particules et non à celle de chaque espèce. Pour obtenir ces deux informations, une technique optique basée sur l'utilisation de la fluorescence laser existe permettant l'accès à la fraction volumique solide en particules et à la vitesse de sédimentation moyenne des particules mais aussi à la structure de l'écoulement [22] [67] [68]. Cette technique est associée à l'emploi de marqueurs différenciés afin d'étudier le comportement de chaque population de manière indépendante. Parmi l'ensemble de ces techniques pour suivre l'évolution du comportement d'une suspension de particules, le choix s'est porté sur la méthode utilisant la fluorescence laser afin d'obtenir plusieurs niveaux d'observation. A l'échelle globale, les vitesses des fronts de sédimentation montant et descendant sont accessibles tandis qu'à l'échelle locale, la fraction volumique peut être

suivie au cours du temps ainsi que le champ de vitesse. L'accès à l'ensemble de ces caractéristiques permet une description complète du processus.

1. Dispositif expérimental

Pour mener à bien les expériences, un dispositif, dont une vue globale est présentée sur le schéma de principe en figure 3.1, est mis en place. Il est constitué d'une source lumineuse cohérente (un laser à argon) qui, par l'intermédiaire d'un système optique, éclaire la zone de mesure. Suivant le type d'expérience, en décantation ou bien en alimentation continue, la cellule de mesure est une cuve ou un tube vertical. Cette cellule de mesure est observée par plusieurs caméras. Pour chaque expérience, les caméras CCD permettent, via un traitement numérique par ordinateur, la visualisation de la sédimentation des particules. Pour ce faire, leurs positions sont enregistrées sur des séquences d'images. L'ensemble de ce banc expérimental est installé dans une pièce contrôlée en température.

Pour observer les effets imputables à la distribution de taille, les mesures de sédimentation sont effectuées sur des suspensions constituées de populations de particules sphériques différentes en taille. Les particules sont immergées dans un fluide suspendant de densité inférieure et d'indice proche pour assurer la transparence. Pour suivre l'évolution spatiale et temporelle des particules, seule une fraction de celles-ci est marquée à l'aide de marqueurs fluorescents. Un système de filtres optiques, de caméras et de traitement permet d'observer chaque type de particules séparément.

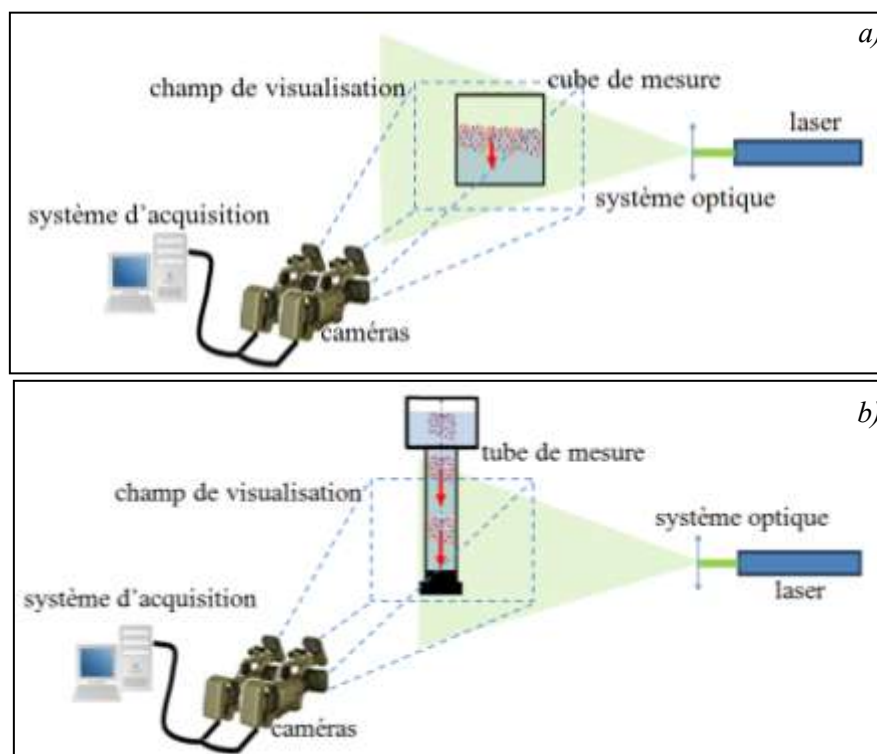


Figure 3.1 Vue schématique du dispositif expérimental. L'image a) présente le dispositif dans le cas de mesure en décantation, l'image b), le dispositif dans le cas de la sédimentation continue.

1.1. Constituants de la suspension

1.1.1. Fluide

Pour assurer la génération de la sédimentation à une vitesse faible, les particules sont immergées dans un fluide suspensif de densité inférieure ($\rho = 1030 \text{ kg. m}^{-3}$). L'indice de réfraction du liquide suspensif ($n = 1,48$ à 20°C) est suffisamment proche de celui des particules pour s'assurer de la transparence optique de la suspension obtenue par mélange. Un soin particulier est porté sur la transparence de la pâte car elle conditionne d'une part la détection des particules fluorescentes éclairées par les caméras et d'autre part la conservation d'un plan laser uniforme dans la suspension. La transparence obtenue lors de nos mesures n'est pas optimale mais suffisante dans la gamme des dimensions des cellules de mesure. Les particules sont visibles par les caméras et le plan laser subit un évasement de son épaisseur de 35 mrad . La viscosité dynamique du fluide utilisée est de $\mu_{F1} = 0,184 \text{ Pa.s}$ à 20°C . Cette dernière est vérifiée après chaque expérience à l'aide d'un viscosimètre à bille ou d'un rhéomètre à contrainte imposée utilisée en configuration cône-plan. Le contrôle de la viscosité est un critère pour vérifier la bonne conservation des caractéristiques physiques de la pâte au cours du temps.

1.1.2. Particules

Les suspensions utilisées au cours de notre étude sont constituées de particules sphériques de PMMA (PolyMéthAcrylate de Méthyle). La densité de ces particules est de $1,19$ d'après le fabricant et leur indice de réfraction est de $1,49$. Trois populations différentes en rayon ont été constituées par tamisage d'un même lot initial afin de conserver les caractéristiques physiques entre les différentes tailles. Les spécifications des trois populations de particules sont regroupées dans le tableau 3.1 où l'on retrouve la taille moyenne et la dispersion autour de cette valeur moyenne. Les spécifications. Ces valeurs ont été mesurées avec un microscope optique sur des échantillons représentatifs de chaque lot de particules et vérifiées régulièrement pour s'assurer de l'homogénéité des lots.

Type de particules	Petites particules PP	Particules moyennes PM	Grosses particules PG
Rayon moyen (en μm)	37,7	59,4	118,1
Ecart-type (en %)	10,4	9,6	10,3

Tableau 3.1 Caractéristiques dimensionnelles des particules utilisées

Pour suivre l'évolution de la répartition des particules, une fraction de chaque population (de $0,5$ à 3% de la population correspondante suivant les expériences) est colorée à l'aide de marqueurs fluorescents. Cette opération est réalisée par incorporation des molécules fluorescentes sur les particules de PMMA (voir Annexe 1). Le processus d'imprégnation des sphères de PMMA peut mener à la formation d'agrégats non cohésifs. Un tamisage ultérieur est donc réalisé. Un contrôle au microscope assure que l'introduction des marqueurs ne modifie pas la taille des sphères, ni leur forme,

ni leur état de surface. Les particules colorées sont donc statistiquement identiques aux populations qu'elles sont sensées représenter et sont mélangées à la pâte lors de l'étape finale de fabrication.

L'introduction des marqueurs au sein des sphères peut modifier leurs propriétés fluorescentes notamment la distribution spectrale et la longueur d'onde d'émission fluorescente. Le rendement quantique et le coefficient d'extinction de la molécule fluorescente, définissant la quantité de lumière réémise, peuvent également être altérés. Après avoir testé de nombreux colorants, trois molécules fluorescentes ont été retenues : le 3,3'-diethyloxacarbocyanine iodide (DOCI), la fluorescéine et la sulforhodamine B (SRB). Chacune d'entre elles, après incorporation sur le polymère, est excitée à une longueur d'onde de 488nm qui correspond à la longueur d'onde du laser. Ceci peut être observé sur la figure 3.2. Leur longueur d'onde maximale d'émission est différente, ce qui permet de les observer séparément. Cependant, il est à noter que les marqueurs ont des plages d'émission communes, phénomène néfaste au bon déroulement de la détection.

Si, lors des expériences en mono-disperse, le marqueur utilisé est indifférent, en bi-disperse, du fait du faible domaine de recoupement des spectres d'émission, le couple DOCI-SRB est le plus adéquat. Pour les expériences en tri-disperse, les trois marqueurs sont utilisés. Comme dans la configuration bi-disperse, le spectre d'émission de chaque marqueur est alors perturbé par la présence du rayonnement fluorescent des deux autres marqueurs. La courbe générale obtenue par mesure dans un spectrofluorimètre est telle que la figure 3.2 le visualise. On constate que l'intensité globale n'est pas obtenue par addition des trois mesures d'intensité séparées. Pour observer chaque population individuellement, il est donc mis en place un dispositif filtrant.

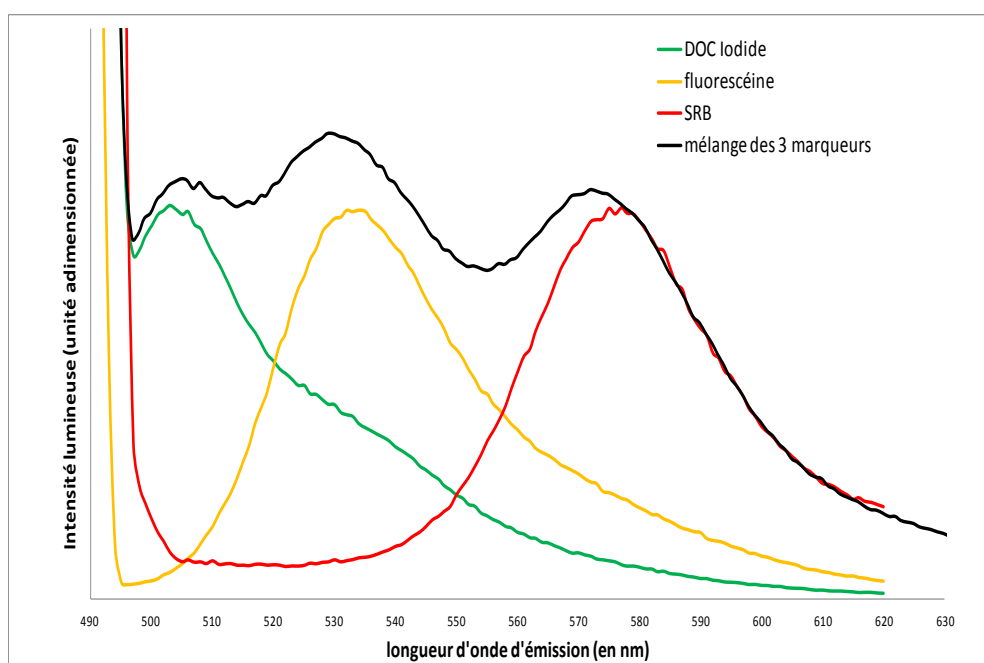


Figure 3.2 Intensité lumineuse réémise par les particules de PMMA greffées excitées à 488 nm mesurée avec un spectrofluorimètre

1.2. Description générale des configurations expérimentales

Pour composer la suspension, les particules de PMMA greffées et non greffées sont mélangées au fluide avant d'être homogénéisée puis dégazée. La suspension est ensuite introduite dans son récipient de mesure qui peut être un cube ou un tube suivant la mesure désirée. L'ensemble des mesures s'effectue dans une pièce contrôlée en température ($T = 18^{\circ}\text{C} \pm 0,1^{\circ}\text{C}$). Dans chacun des cas, un plan laser traverse le volume de pâte pour permettre l'observation des particules fluorescentes.

1.2.1. Dispositif en décantation

Pour les mesures en décantation, la suspension homogène est versée dans le cube de mesure d'arête $c = 50 \text{ mm}$ (figure 3.3) placé sur la zone de mesure. Ainsi disposé, le plan laser traverse la suspension verticalement à 10 mm de la paroi avant du cube pour s'affranchir des effets de bord exercés par les parois et du phénomène d'absorption lumineuse. La suspension est alors laissée en sédimentation.

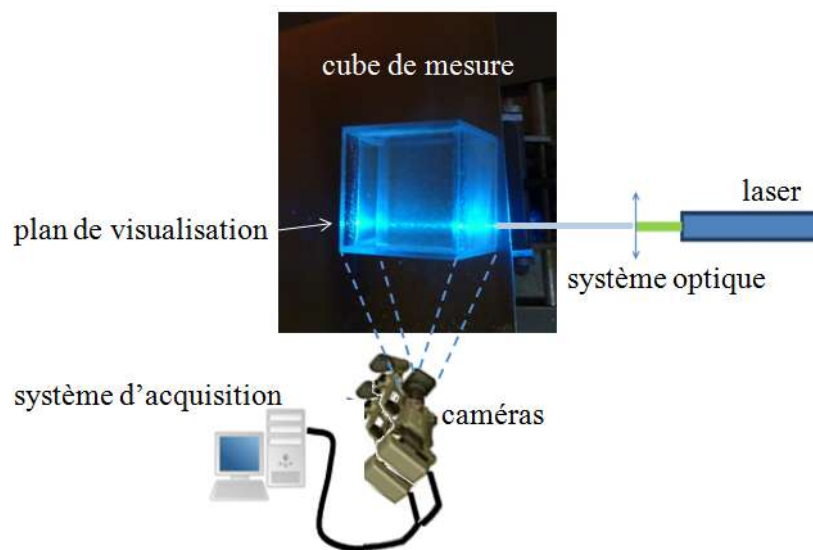


Figure 3.3 Position du cube éclairée par la nappe laser. L'image montre le cube vu du haut.

1.2.2. Dispositif en alimentation continue

La mesure en alimentation considérée comme continue s'effectue dans le même esprit que dans le paragraphe 1.2.1 : la suspension homogène est versée précautionneusement dans le réservoir supérieur et s'écoule dans le tube en plexiglas de diamètre intérieur 12mm fermé à son extrémité inférieure en évitant la présence de bulles d'air. Une fois que la dispersion emplit tout son contenant, le tube est ouvert à son extrémité inférieure pour évacuer la suspension présente. Lorsque le régime d'écoulement est établi, cette extrémité inférieure est obstruée pour débiter la sédimentation. Cette opération doit se réaliser de la manière la plus délicate possible pour éviter toute remontée brusque de matière. Une fois le tube fermée de manière hermétique, une cuve parallélépipédique remplie de fluide

(ou cellule dioptrique) est disposée autour de la partie basse du tube comme le présente la figure 3.3. Cette cuve corrige les effets de dioptrique qui distordent le champ d'observation induit par la courbure du tube. De la même manière, une deuxième cellule dioptrique est placée à une hauteur $H_C = 400$ mm pour permettre l'observation du comportement de la suspension à une hauteur supérieure. Le champ de visualisation matérialisé par le plan laser passe par l'axe du tube et recouvre les deux cellules dioptriques. La disposition des deux cellules est telle que l'alimentation en particules est considérée comme infinie sur les portions observées.

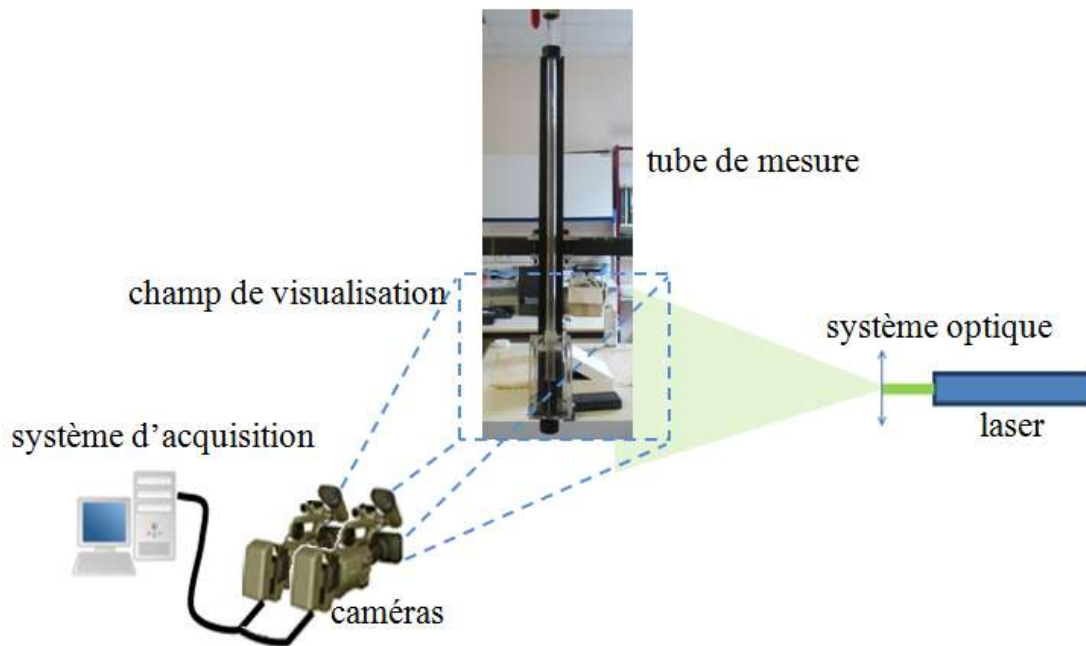


Figure 3.4 Disposition des cellules de mesure dans le cadre de l'alimentation continue

1.3. Création de la nappe laser

Comme il est précisé dans le chapitre, la méthode utilisée pour détecter les particules nécessite la génération d'une nappe lumineuse traversant la suspension. Pour générer cette nappe, on emploie une source laser de type Argon (Argon -Spectra physics Stabilité 2016) dont le diamètre du faisceau est $D_1 = 1,4$ mm et l'angle de divergence du faisceau de 0,5 mrad. Il contient diverses longueurs d'ondes qui excitent les marqueurs fluorescents introduits dans les particules de PMMA. Les raies d'émission les plus énergétiques sont celles à 488 et 514 nm.

Afin de créer un plan laser à partir du faisceau, un système de lentilles présenté figure 3.5 génère un plan d'épaisseur $e = 0,3$ mm dans le plan focal. La hauteur du plan peut atteindre jusqu'à 400 mm, hauteur maximum d'observation des cellules dioptriques. Le premier triplet de lentilles (lentilles 1, 2 et 3) permet d'obtenir à partir du faisceau circulaire une nappe laser d'une hauteur de 1cm et d'épaisseur 0,3 mm. La dernière lentille (lentille 4) qui est cylindrique divergente garde l'épaisseur du plan tout en augmentant la hauteur.

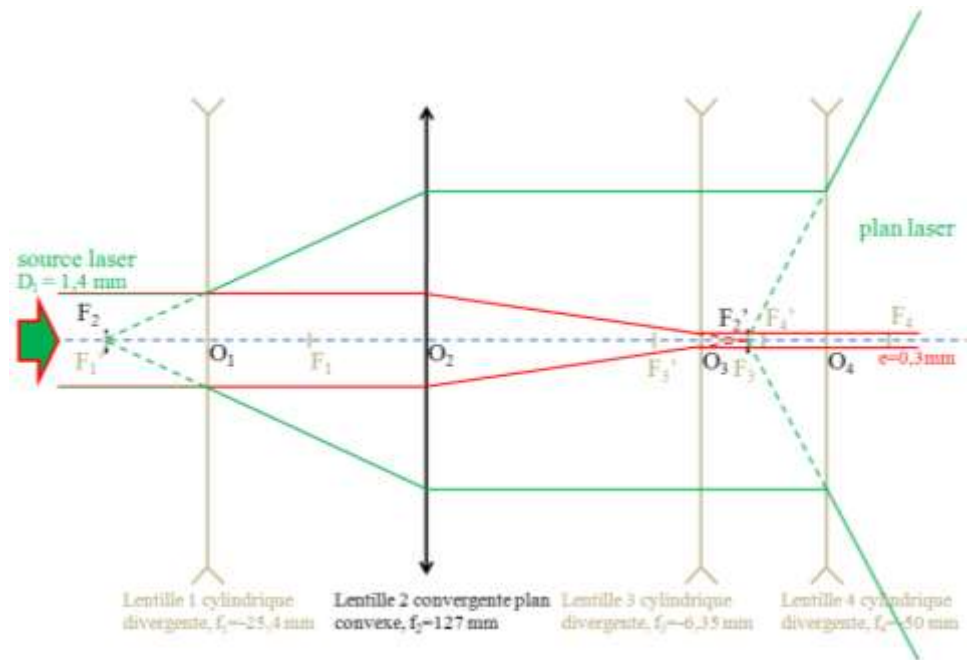


Figure 3.5 Schéma du dispositif optique de création du plan laser

1.4. Filtres optiques utilisés

Comme vu précédemment, le plan laser excite les particules marquées présentes dans le plan de mesure. Chaque population étant marquée par un marqueur différent, le signal émis simultanément par l'ensemble des trois populations nécessite d'être filtré au travers de filtres optiques, pour observer individuellement chacune des tailles. Les filtres sont sélectionnés à partir des spectres d'émission des différentes particules marquées immergées dans le fluide. Chaque filtre doit laisser passer la plus grande quantité d'intensité lumineuse du marqueur associé tout en limitant le signal émis par les autres colorants. Trois filtres ont été retenus pour satisfaire au mieux ces conditions comme l'illustre la figure 3.6.

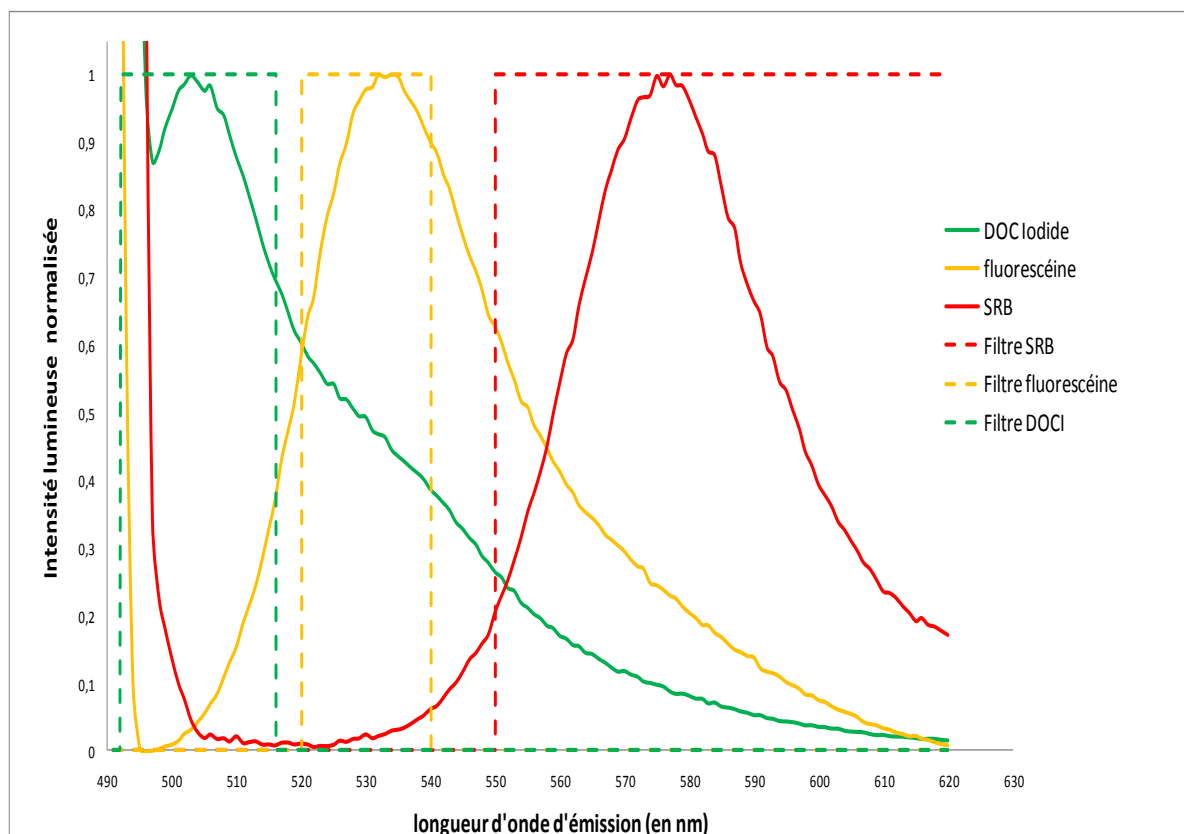


Figure 3.6 Spectres d'émission des marqueurs et filtres associés

Concernant les particules imprégnées avec de la SRB, un filtre passe-haut de fréquence de coupure 550 nm est utilisé. A cette fréquence, l'émission normalisée de la fluorescéine est de 0,64 et celle de la SRB et de la DOCI est de 0,27. Cependant, l'intensité de la DOCI et celle de la fluorescéine ne font que décroître contrairement à la SRB qui atteint son pic à la longueur d'onde de 576 nm. A cette longueur d'onde, l'intensité normalisée émise par la SRB est 5 à 10 fois supérieure à l'intensité normalisée de la fluorescéine et de la DOCI. Les particules marquées à la SRB sont alors les plus visibles avec un filtre passe-haut de fréquence de coupure 550nm. Pour obtenir un pourcentage d'intensité plus faible de l'émission de la fluorescéine par rapport à celle de la SRB, il est possible d'augmenter la proportion de SRB par rapport à la fluorescéine. Ainsi, seules les particules marquées à la SRB seront visibles à travers ce filtre.

En ce qui concerne les particules imprégnées de fluorescéine, un filtre passe-bande centré sur la longueur d'onde 530 nm et ayant une largeur spectrale de 20 nm est choisi. Sur cette plage spectrale, la SRB a une intensité normalisée qui peut être considérée comme négligeable. Mais on note une concurrence importante de la DOCI avec la fluorescéine. En effet, à la longueur d'onde de 520 nm, l'intensité normalisée des deux colorants est similaire (0,58 pour la fluorescéine et 0,60 pour la DOCI). Cependant, on constate que très vite, le pic d'intensité est atteint pour la fluorescéine à 532 nm et sur la plage de longueur d'onde 528-540 nm, l'intensité normalisée de ce dernier colorant est 2 fois supérieure à celle de son concurrent la DOCI. De même que dans le cas du filtre passe-haut précédent

et de la compétition entre la SRB et la fluorescéine, une augmentation de la proportion de fluorescéine par rapport à la DOCI permet de modifier le pourcentage d'émission dans le sens souhaité.

Enfin, concernant les particules imprégnées de DOCI, un filtre passe-bande centré sur la longueur d'onde 504 nm et ayant une largeur spectrale de 24 nm est retenu. Sur cette plage spectrale, la SRB a une intensité normalisée négligeable (inférieure à 0,06). Une concurrence entre la DOCI et la fluorescéine a encore lieu mais moins importante que précédemment. En effet, l'intensité normalisée de la fluorescéine décroît très vite de 0,37 à 0 lorsque la longueur d'onde décroît de 516 nm à 498 nm. Quant à la DOCI, son intensité normalisée est toujours supérieure à 0,70. Le pourcentage de l'émission de fluorescéine par rapport à celle de la DOCI est donc toujours faible. La fluorescéine et la SRB seront donc invisibles au travers de ce filtre et les augmentations de proportions énoncées précédemment n'ont pas d'influence sur cet état de fait. Ainsi, une gamme de filtres optiques adaptés a été choisie pour capter la fluorescence des particules illuminées suivant leur longueur d'onde fluorescée (tableau 3.2).

Marqueur fluorescent	Filtre
SRB	pas haut (550 nm)
fluorescéine	pas bande (520-540 nm)
DOCI	pas bande (492-516 nm)

Tableau 3.2 Tableau récapitulatif du type de marqueur choisi et les filtres associés

1.5. Caméras et acquisition d'images

Pour pouvoir étudier la sédimentation des particules dans les conditions souhaitées, plusieurs caméras situées perpendiculairement au plan laser enregistrent les positions de chaque type de particules au travers des filtres optiques précédemment choisis. Lors des expériences mettant en jeu jusqu'à 2 tailles de particules, les caméras utilisées sont des caméras CCD SONY XC-HR90 capables de prendre jusqu'à 30 images/s. Chaque caméra fournit une série d'images 256 niveaux de gris, d'une taille de 1280x960 pixels, relatives à une seule population de particules. La synchronisation est assurée par une carte d'acquisition Solios-XA utilisée conjointement avec une carte graphique Matrox. Grâce à ce système, il est possible de modifier le temps d'exposition. Suivant les expériences menées, celui-ci variera de 13 à 50 ms. Le temps d'exposition reste nettement inférieur au temps de Stokes, temps caractéristique de sédimentation d'une particule, qui varie lui de 3 à 12 secondes suivant la taille des sphères. La fréquence d'acquisition (5 Hz) est contrôlée à l'aide d'un logiciel développé au laboratoire (Interface). Ainsi, au cours d'une même expérimentation, une image est enregistrée par chaque caméra toutes les 20 secondes et ce sur une période de 30 minutes, correspondant à 90 images, soit la capacité maximale de mémoire du système. Aucune image ne peut être captée au cours de l'écriture des images

sur le disque dur (approximativement 2 minutes). Il en résulte une absence totale d'information pendant cette période. La sédimentation des particules dans ces conditions étant un processus relativement lent, cette absence d'information sur un laps de temps aussi court n'est en rien préjudiciable à notre étude. Lors d'une expérience complète, un total de 180 à 2500 images en niveaux de gris comme celles présentées par la figure 3.7 capte la position de chaque type de particules fluorescentes. Ces dernières apparaissent sur l'image avec une taille variant de 3 à 9 pixels. Le diamètre du tube sur une hauteur de 60 à 80 mm est visible sur une image d'expérience en alimentation continue tandis que la zone d'observation est une tranche verticale du cube de 50 x 50 mm pour les expériences en décantation.

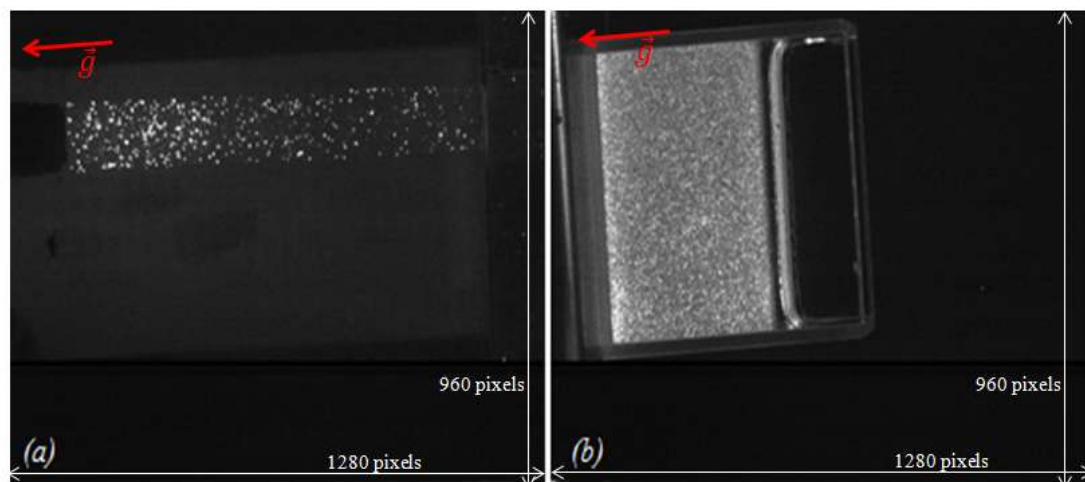


Figure 3.7 Exemples d'images enregistrées lors d'une expérience. (a) particules de $230\ \mu\text{m}$ marquées avec de la SRB dans une suspension bi-disperse dans le tube 2h38 après le début de la sédimentation. (b) sédimentation des particules de $70\ \mu\text{m}$ marquées avec de la DOCI dans une suspension bi-disperse dans le cube 15min après le début de la sédimentation.

2. Traitement numérique des images expérimentales

Comme nous avons pu le voir précédemment, chaque expérience fournit des séries d'images, chacune étant relative à une seule population de particules. Les images obtenues par visualisation directe couvrent un champ d'observation important par rapport à la taille des particules visibles. En effet, si les particules apparaissent sur 3 à 9 pixels, elles peuvent être suivies sur une distance pouvant aller jusqu'à 1000 pixels. Une utilisation directe de l'image permet d'obtenir une mesure de la position d'une particule fluorescente avec une précision de l'ordre du pixel. Pour notre étude, cette précision est suffisante pour détecter le centre d'une particule au cours de la sédimentation.

A partir de ces données, plusieurs niveaux d'observation sont possibles que ce soit à l'échelle globale ou locale, sur des temps très courts (de l'ordre de la minute soit une dizaine de temps de Stokes) ou beaucoup plus long (plusieurs heures). L'évolution des fronts de sédimentation montant et descendant, ainsi que le devenir de la répartition spatiale des différentes espèces sont accessibles par le suivi de la concentration en particules dans le temps. Les champs de vitesse de chaque espèce dans le plan de visualisation sont accessibles par Vélocimétrie par Images de Particules ("Particle Image Velocimetry" ou PIV). Dans ce paragraphe, après avoir décrit les opérations préliminaires de traitement des images, nous proposons une description de la méthode employée pour suivre la position des fronts de sédimentation. La procédure utilisée pour déterminer les concentrations locales en particules sera ensuite exposée. Enfin, après avoir énoncé le principe de la PIV, les conditions d'emploi de cette technique seront présentées.

2.1. Opérations préalables réalisées sur les images brutes

Avant tout processus de détection, il est nécessaire de faire quelques opérations préliminaires sur les images données par la caméra (figure 3.7) afin de préparer une meilleure détection numérique des particules. En effet, certains éléments peuvent nuire à la qualité de l'exploitation comme le désalignement ou les réflexions parasites. Il est facile de noter que la zone d'observation est inclinée par rapport à la position verticale. La fenêtre de visualisation réellement intéressante est entourée d'une zone d'ombre bruitée. Pour s'affranchir de ces défauts potentiellement nuisibles à la qualité du traitement, les images sont redressées puis rognées à l'aide du logiciel Image J (développé par Wayne Rasband) comme l'illustre la figure 3.8. De cette façon, seule la zone de mesure reste visible. Des images parfaitement alignées par rapport au référentiel terrestre sont alors obtenues. La taille de ces images est alors de l'ordre de 650 x 650 pixels dans le cadre de la décantation dans le cube et de 150 x 1100 pixels dans le cadre de la sédimentation continue dans le tube.

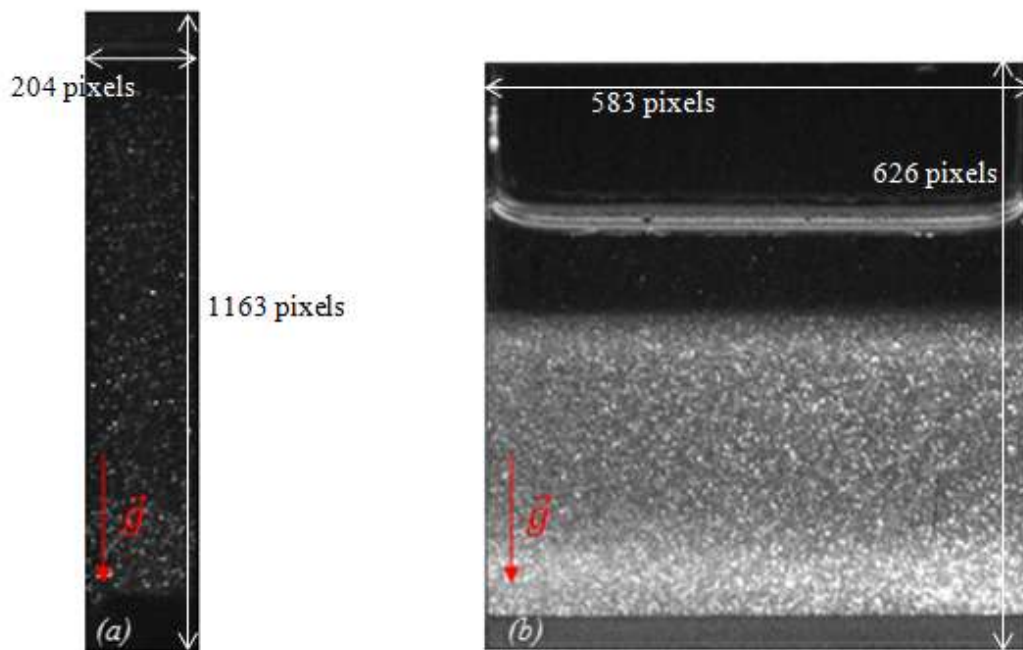


Figure 3.8 Exemples d'images rognées et redressées obtenues avec Image J. (a) particules de $230\ \mu\text{m}$ marquées avec de la SRB dans une suspension bi-disperse dans le tube 1h12 après le début de la sédimentation. (b) sédimentation des particules de $70\ \mu\text{m}$ marquées avec de la DOCI dans une suspension bi-disperse dans le cube 2h12 après le début de la sédimentation.

2.2. Détection des fronts de sédimentation

Une fois les clichés rendus "exploitables", ils sont utilisés pour déterminer la position et donc l'évolution des fronts de sédimentation dans la suspension. Dans le cas d'une sédimentation en décantation, comme nous l'avons rappelé dans le chapitre bibliographique, deux fronts sont généralement discernables : le front descendant délimitant le liquide suspendant pur et le front montant séparant la suspension du lit de particules déposées. Dans certains cas, une zone de raréfaction existe au dessus de ce front. Dans le cas d'une sédimentation continue, seul le front montant existe. Ces fronts séparent deux volumes de concentrations distinctes. Dans nos expériences, la concentration en particules est proportionnelle au nombre de sphères fluorescentes visibles et donc à l'intensité de la lumière fluorescée. A partir de nos images, il est donc possible de déterminer la concentration de chaque espèce le long de l'axe vertical de l'échantillon à tout instant. L'ensemble des étapes conduisant à la formation d'un graphique présentant l'évolution de la concentration en particules de chaque hauteur dans le temps est décrit comme suit (figure 3.9).

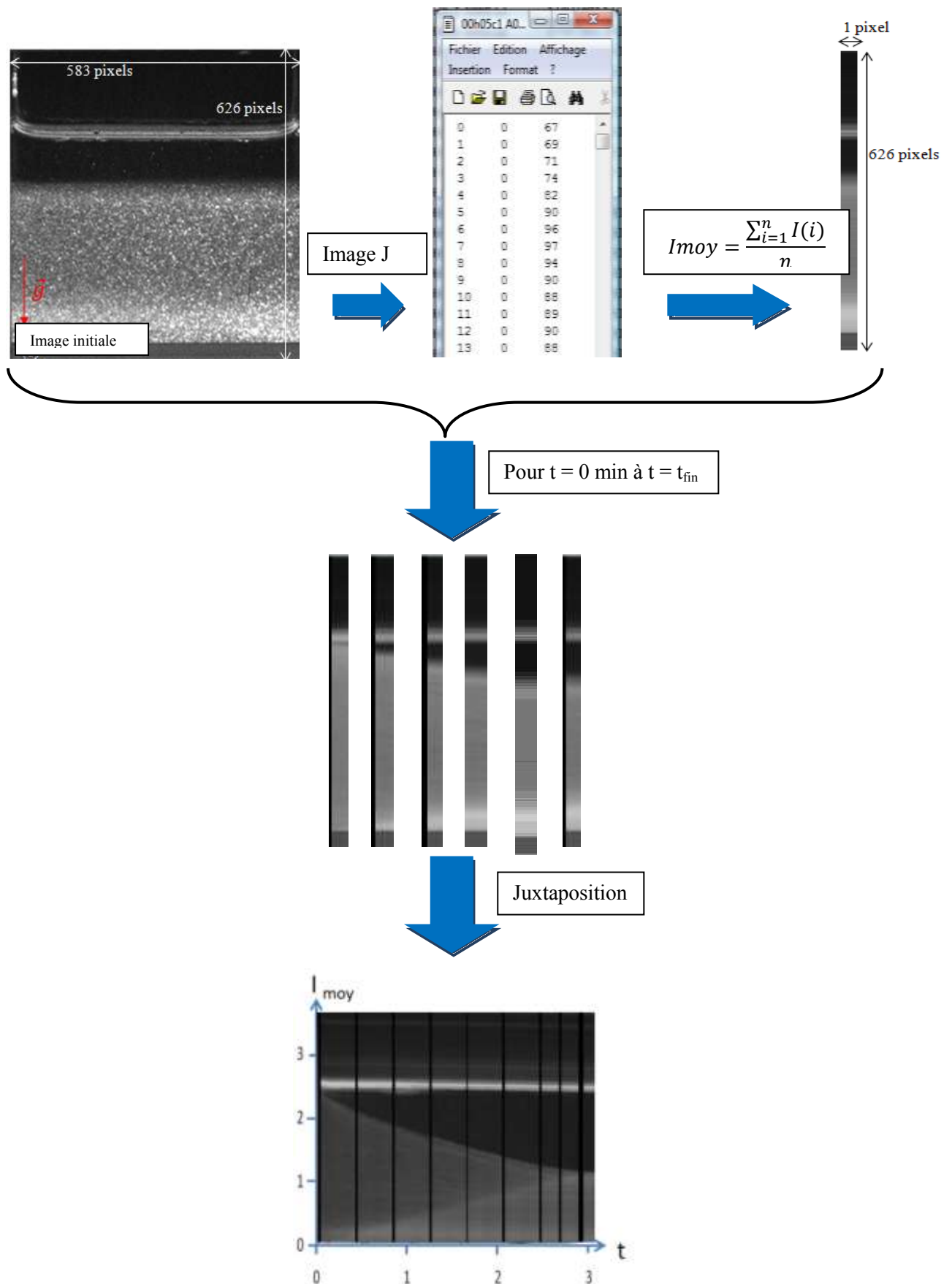


Figure 3.9 Ensemble des étapes nécessaires à l'obtention du graphique fournissant l'évolution temporelle de l'intensité lumineuse moyenne sur la hauteur dans le cas de la décantation.

L'image prétraitée est donc codée sur 8-bits soit 256 niveaux de gris. A l'aide du logiciel Image J, l'image est convertie en un tableau fournissant le niveau de gris du pixel repéré par ses coordonnées (x ; y) transposées des lignes et des colonnes de l'image. Puis, pour chaque tableau, les valeurs de gris sont moyennées sur chaque ligne de pixels. Cette étape s'effectue sur le logiciel MATLAB. Le tableau est alors converti en une seule colonne d'intensité, chaque valeur ayant un niveau égal à la moyenne des niveaux de gris sur la ligne considérée. Par transposition, chaque ligne correspond à une côte verticale dans la suspension. Plus le pixel aura une valeur niveau de gris élevée et plus sa couleur sera proche du blanc. La concentration en particules étant directement liée à l'intensité lumineuse et donc aux niveaux de gris, l'évolution de la concentration suivant la hauteur devient accessible. Plus le niveau de gris est élevé, plus il y a de particules et inversement. Cette opération est répétée pour toutes les images correspondant à des temps différents (étape 1 sur la figure 3.9).

En juxtaposant les colonnes (une colonne pour une image), on peut visualiser l'évolution de la concentration en particules dans le temps (étape 2). La projection des niveaux de gris sur un axe vertical en fonction du temps donne une représentation spatio-temporelle de l'intensité lumineuse des traceurs comme les exemples présentés sur la figure 3.10.

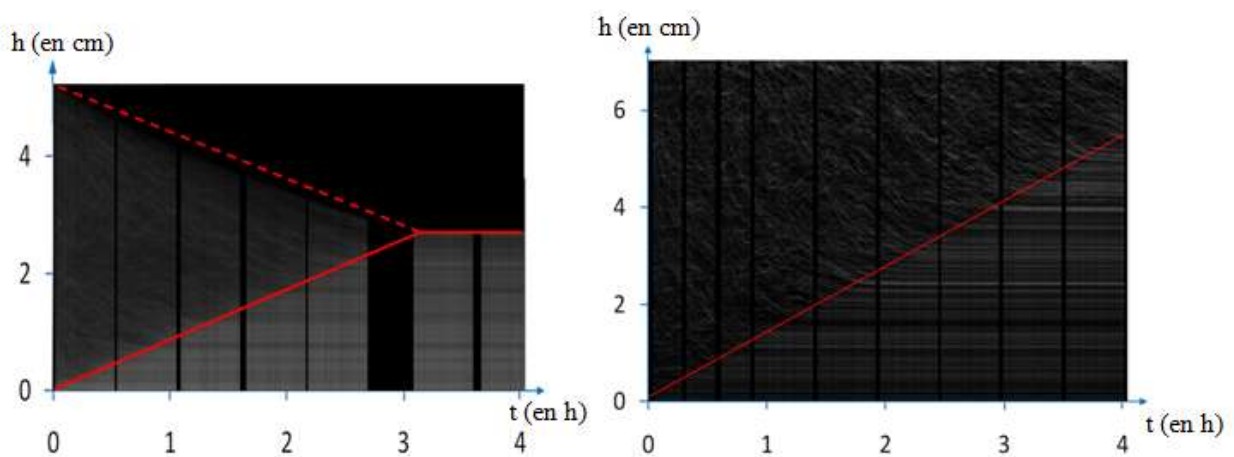


Figure 3.10 Exemples de graphiques fournissant l'évolution temporelle de l'intensité lumineuse moyenne sur la hauteur. A gauche, il s'agit du cas de la décantation dans un cube ; à droite celui de l'alimentation continue dans le tube. Les traits pleins rouges montrent la montée du front de sédimentation inférieur, le trait pointillé la chute du front de sédimentation supérieur dans le cas de la décantation.

Dans les expériences en décantation, le front de sédimentation de l'interface supérieure est facilement identifiable car il sépare le fluide clair de la suspension. Il délimite alors une zone sans particules colorées d'une zone qui en contient. Le gradient vertical d'intensité lumineuse est suffisamment grand pour être détecté. Par contre, suivant les cas et la quantité totale de marqueurs présents, il peut être plus difficile de discerner le front de sédimentation montant de l'interface

inférieure car le gradient vertical d'intensité est plus faible. On constate cependant que l'intensité lumineuse en dessous de ce front est plus forte : c'est une conséquence logique d'une concentration en particules plus forte due à la constitution du lit de sédiment (voir chapitre 1). Plus le gradient est faible, plus l'évolution de la concentration est douce. Une évolution continue de la concentration en particules à l'interface peut être observée dans certains cas. Dans les expériences dans le tube où l'alimentation est continue, le front montant est le seul front visible.

Pour l'ensemble des mesures, nous estimons que l'erreur maximale que nous pouvons réaliser sur la lecture de la position du front à un instant donné est de 5 pixels. Suivant les expériences, l'échelle spatiale de l'image varie suivant la configuration d'observation. Dans le cas où la taille réelle de la zone observée est la plus petite, l'erreur sur la position du front est la plus grande. L'erreur absolue maximale sur la position réelle du front est alors de 0,4 mm. L'erreur relative sur la position du front est donc de 0,8%. Cependant, le paramètre principal déduit des graphiques est la vitesse de descente et de montée de ces fronts de sédimentation. Il est évident que plus le temps de mesure est important et moins l'erreur de lecture de la position instantanée du front aura de poids sur la vitesse. Sur l'ensemble de nos expériences, le temps minimum entre deux positions de front utilisées pour calculer une vitesse de front est de 1h10. L'erreur absolue en terme de vitesse est donc de 0,2 $\mu\text{m/s}$, ce qui correspond à une erreur relative maximale de 3%. Ces valeurs permettent de constater que la lecture des vitesses de front est très correcte. Dans le chapitre suivant, pour chaque mesure de vitesses, l'erreur commise sera précisée.

2.3. Forme du front descendant de sédimentation

La technique précédente permet d'obtenir des images de l'évolution de la concentration dans la suspension au cours du temps. Ces topographies de concentration permettent de déterminer de manière précise les vitesses de front globales. La détermination de vitesses instantanées à l'aide de tangentes est plus soumise à l'appréciation de l'observateur. Pour se dispenser de ce critère subjectif, une autre méthode basée sur le même principe de contraste lumineux mais entièrement réalisée sur le logiciel MATLAB est utilisée pour déterminer la position du front de sédimentation. Pour des raisons explicitées après, seule la position du front de sédimentation descendant dans les expériences de décantation est repérable.

Comme constaté précédemment, le gradient d'intensité lumineuse entre le fluide pur et la suspensionensemencée en particules fluorescentes est important. Cette observation est visible sur la courbe présentant l'évolution de la valeur en niveau de gris en fonction de la hauteur. La figure 3.11 est un exemple de courbe obtenue pour une image prise après 20 min de décantation de particules de 118,1 μm . Sur cette représentation, en partant du bas, est visible dans un premier temps l'épaisseur du

fond de la cuve plus clair que la suspension. Le sédiment est peu discernable du reste de la dispersion : il est juste possible de noter la décroissance en intensité lumineuse lors de notre progression vers le haut de cette zone. La suspension comprise entre les deux fronts de sédimentation possède une intensité lumineuse constante qui fluctue autour de la valeur moyenne avec un bruit maximum quelques niveaux de gris. La zone supérieure ne contenant que du fluide et qui apparait donc comme noire sur l'image a une intensité lumineuse constante de valeur inférieure. Le pic en intensité lumineuse situé plus haut correspond au ménisque de la suspension.

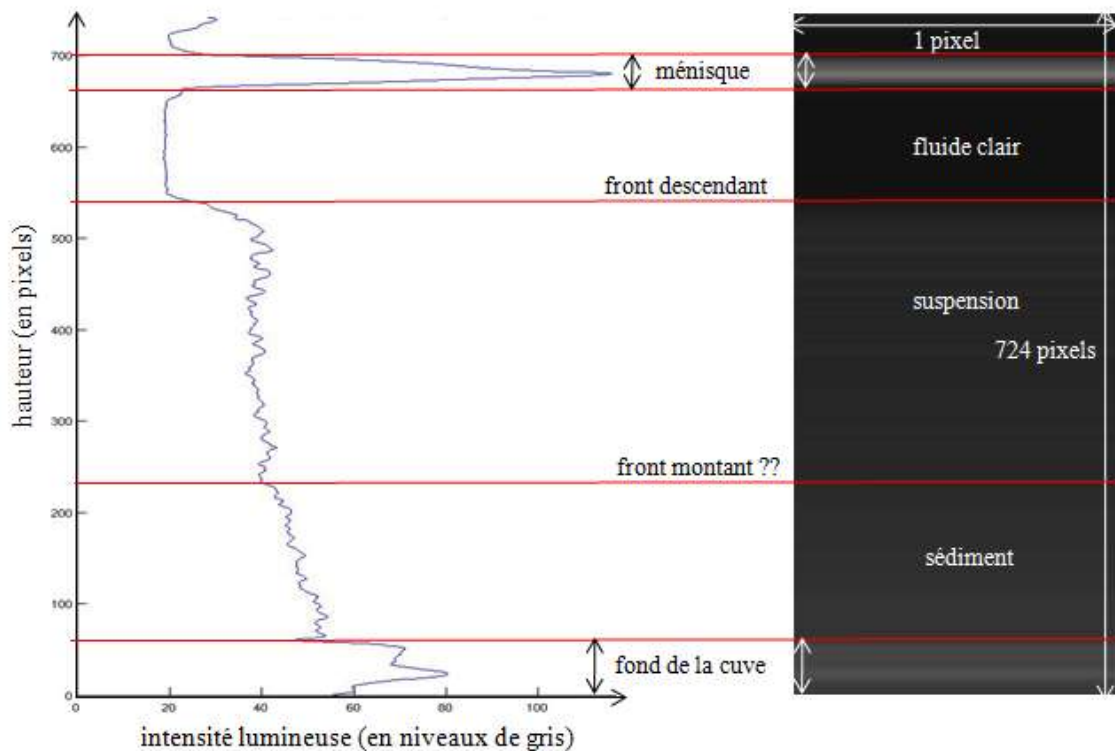


Figure 3.11 Exemple de graphique fournissant l'évolution de l'intensité lumineuse en niveau de gris sur la hauteur totale de la suspension observée. A titre indicatif est fournie l'image à partir de laquelle cette courbe a été déterminée.

Lorsque nous superposons, pour une même suspension, l'évolution à trois instants distincts de cette intensité lumineuse, comme sur la figure 3.12, la chute de ce front de sédimentation est facilement identifiable (A). Dans le cas précis de l'expérimentation présentée, la suspension comprise entre les deux fronts de sédimentation possède une intensité lumineuse de valeur moyenne 38 avec un bruit maximum de 3 niveaux de gris. Le fluide pur correspond à une intensité lumineuse constante de valeur 20. A partir de ces éléments, dans cet exemple, il est choisi comme critère pour déterminer la position du front descendant de repérer la hauteur minimum dont la valeur en niveau de gris descend au dessous de 29 pixels. Cette grandeur sera modifiée d'une expérience à l'autre suivant les conditions lumineuses.

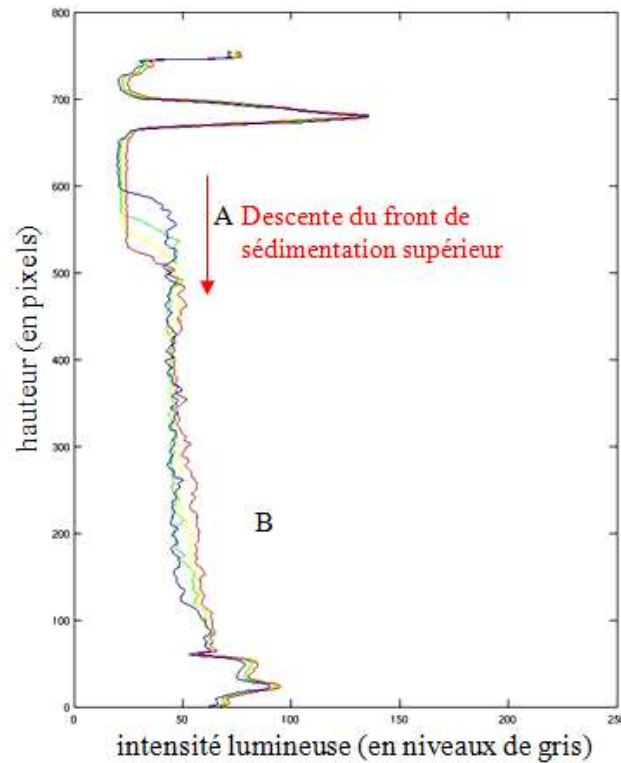


Figure 3.12 Evolution de l'intensité lumineuse en niveau de gris sur la hauteur totale de la suspension observée pour 3 temps différents. La courbe bleue correspond à un temps de sédimentation de 30 min, la verte 67 min, la jaune 100 min et la rouge 133 min.

Il est à noter que la chute en intensité lumineuse correspondant au front s'effectue de manière quasi-linéaire sur une hauteur de 4 à 5 pixels. Nous avons donc décidé de prendre la valeur moyenne de ce changement en niveaux de gris comme position de front. L'étalement spatial du changement en intensité lumineuse correspond à la précision de mesure. Cette méthode permet une mesure de la position instantanée du front descendant 2 fois plus précise que la méthode précédente. On détermine ainsi l'allure du front descendant dans les expériences en décantation comme sur la figure 3.13. Les positions des fronts à chaque instant étant accessibles, les tangentes peuvent être tracées de manière précise. Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, les modes de sédimentation seront déterminés à partir de ces figures.

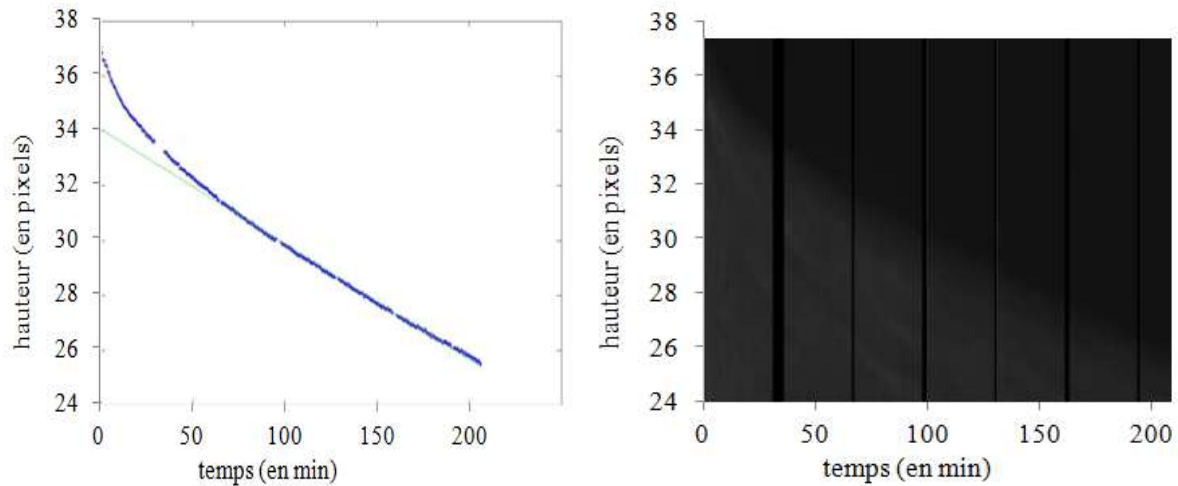


Figure 3.13 Exemple d'évolution de la position du front de sédimentation descendant dans le temps. L'image de droite qui est un agrandissement de l'image obtenue avec la méthode exposée dans le paragraphe 2.2 permet de comparer les deux méthodes.

La détermination du front montant de sédimentation n'est pas possible sur la figure 3.3, car le gradient en intensité lumineuse est beaucoup moins marqué. Cela explique pourquoi cette méthode n'est pas applicable pour observer ce phénomène.

2.4. Détermination des concentrations en particules

Après avoir déterminé des vitesses globales de sédimentation, il est possible d'étudier à la répartition spatiale des particules dans la suspension au cours du temps tout en gardant le même procédé fluorescent. La détermination de concentration instantanée à différents moments est basée sur le décompte de particules fluorescentes. A partir des caractéristiques d'ensemencement de la suspension et des dimensions de la zone observée, il est possible de remonter à la concentration locale en particules.

L'algorithme de détection de particules repose sur 3 grandes étapes. D'abord, une amélioration de la qualité de l'image de base est réalisée. Pour cela, une augmentation de contraste est effectuée en réajustant la gamme d'intensités. Un filtre pré-calculé de convolution est également appliqué pour réduire les imperfections générées par les caméras (bruits, artefacts ...). Dans un deuxième temps, la position des centres est estimée grossièrement : les centres des particules sont estimés à partir des pixels de plus grandes intensités lumineuses sur un rayon qui est à spécifier (appelé rayon de détection). Le rayon de détection peut prendre différentes valeurs (de 2 à 5 pixels) suivant que l'on s'intéresse aux sphères de 70 μm ou 230 μm . Enfin, la dernière étape consiste à améliorer la position des centres avec une méthode type calcul de barycentre, en considérant les

intensités des pixels voisins des pixels les plus lumineux. Le centre de la particule est déterminée avec une précision inférieure au pixel comme l'illustre la figure 3.14.

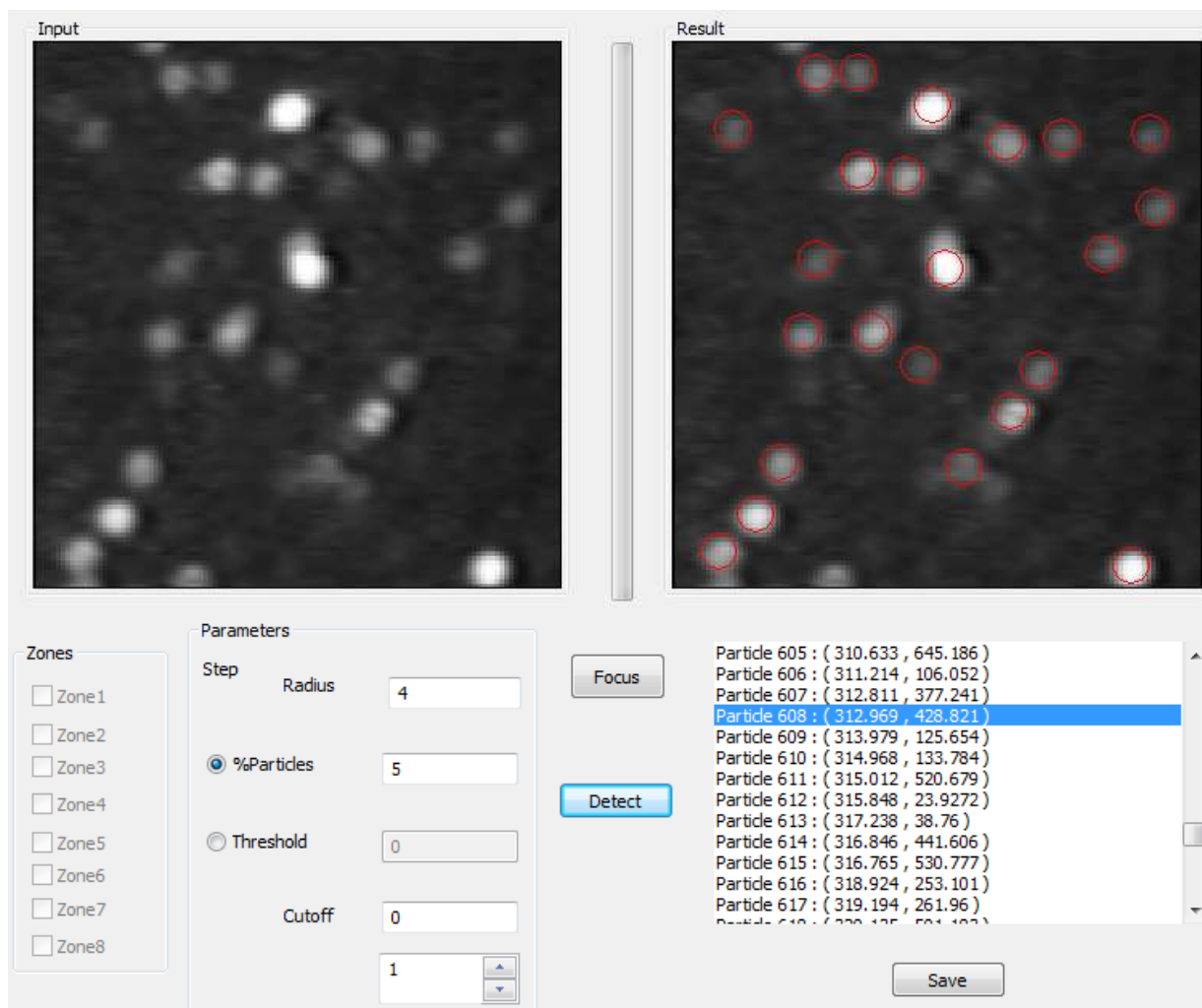


Figure 3.14 Image présentant la détection de particules.

Deux paramètres permettent de définir un seuil, c'est à dire le niveau d'intensité à partir duquel les points détectés peuvent être considérés comme particules. Ces deux paramètres appelés seuil et pourcentage de particules sont à régler en fonction de l'expérimentation (suivant le marqueur, l'ensemencement, l'intensité lumineuse...). Le seuil est estimé soit à partir de l'histogramme cumulé de l'image soit à partir du pourcentage de particules, où l'on fixe comme son nom l'indique la proportion de particules dans l'image. Une calibration est effectuée pour trouver la valeur convenable c'est-à-dire celle qui permet de détecter le maximum de particules sans pour autant comptabiliser les artefacts. En prenant les images de début et de fin de sédimentation pour une série donnée, les réglages déterminés sont éprouvés en vérifiant que l'on a bien conservation de la fraction volumique.

Pour déterminer l'erreur de mesure, l'écart entre la valeur locale de la concentration et celle homogène et connue en début et fin de sédimentation (fraction volumique initiale et taux de compacité

du sédiment) est calculée. Il est alors constaté que l'erreur moyenne observée sur la détermination de la concentration locale est de $\Delta\phi = 0,01$ tandis que l'erreur maximale est de $\Delta\phi = 0,02$.

Le processus de comptage des particules est un exercice qui s'avère difficile dans certaines conditions : lorsque la taille des particules diminue, lorsque le rapport signal sur bruit diminue, il devient alors difficile de déterminer si le signal de l'image enregistré correspond à une sphère ou à un bruit de fond. Lorsque plusieurs populations de particules marquées sont présentes, le contraste entre le fluide et la particule illuminée devient plus difficile. Il est alors important d'utiliser des paramètres d'acquisition optimum : le temps d'exposition et la puissance laser sont ajustés pour augmenter la qualité des images et donc des traitements ultérieurs.

2.5. Obtention des champs de vitesse

2.5.1. Principe et caractéristiques de la Vélocimétrie par Images de Particules (PIV)

La Vélocimétrie par Images de Particules (que nous dénommerons PIV acronyme de la dénomination anglophone : "Particle Image Velocimetry") est une technique qui permet de mesurer le champ de vitesse instantané d'un écoulement ensemencé de particules, dans un plan éclairé par un faisceau laser ou une lumière blanche. En prenant deux images successives, séparées d'un intervalle de temps Δt petit et en mesurant le déplacement d'un petit lot de particules comprises dans une maille, on en déduit les deux composantes de vitesse qui sont dans le plan de mesure (voir figure 3.15) :

$$U = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$V = \frac{\Delta z}{\Delta t}$$

Cette technique permet d'obtenir le champ de vitesse instantané dans le plan d'observation. Ensuite, plusieurs traitements sont possibles. A partir de plusieurs champs de vitesse, on peut réaliser un traitement statistique afin d'obtenir des moyennes des écarts-types, ou bien, et c'est là l'apport essentiel de la PIV dans notre étude, on peut visualiser des structures instantanées de l'écoulement (structures cohérentes, tourbillons) qui peuvent disparaître sous l'effet statistique.

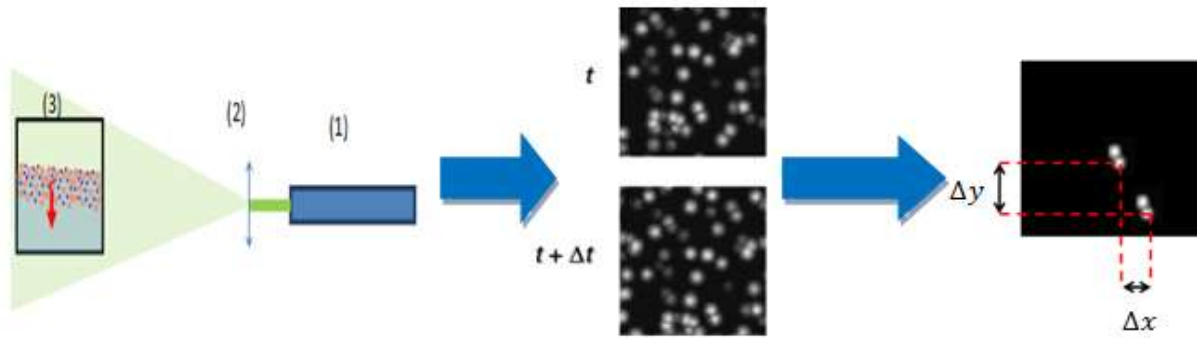


Figure 3.15 Schéma de principe de la PIV

La précision des mesures réalisées par PIV est de l'ordre de grandeur du 1% [69]. La gamme de vitesses qui peut être mesurée par PIV est assez large variant de vitesses inférieures au m/s à quelques centaines de m/s. Pour réaliser une bonne mesure, il faut contrôler un certains nombres de paramètres. Le plus important pour avoir accès à une mesure de vitesse est la période d'échantillonnage c'est-à-dire le temps entre 2 images. La qualité des visualisations dépend également de l'ensemencement. Celui-ci doit être suffisant pour produire une information tout en respectant l'intégrité du milieu. La résolution de l'image enregistrée est un critère influent, les films photographiques donnant de meilleurs résultats que les caméras vidéos. Un problème majeur qui apparaît en PIV et qui est absent des autres techniques de vélocimétrie laser est causé par la configuration de la prise de vue. En effet, la caméra doit être perpendiculaire au plan laser, la lumière est collectée en diffusion latérale. C'est le cas le plus défavorable en ce qui concerne l'intensité lumineuse recueillie. L'intensité lumineuse émise dans notre cas par les marqueurs fluorescents doit donc être suffisamment importante pour être détectée par les caméras, qui plus est, à travers les filtres optiques. Enfin, lorsque la vitesse moyenne de l'écoulement n'est pas dans la tranche laser ou que l'écoulement est fortement turbulent, les particules ne restent pas toutes dans la tranche laser entre deux prises de vue. Les particules dont la vitesse fait un angle important avec le plan laser ne sont donc pas prises en compte, ce qui entraîne une erreur sur la vitesse moyenne. Cette erreur diminue lorsque l'on épaissit la tranche, l'inconvénient étant alors la diminution de l'énergie arrivant sur les particules. Lors de nos expérimentations, la vitesse moyenne se situe dans le plan de mesure, la plupart des particules ne quitte pas la zone illuminée entre deux images successives, ce qui est nécessaire pour avoir une bonne qualité de traitement.

Connaissant la taille du champ à examiner (quelques centimètres) et connaissant un ordre de grandeur de la vitesse maximale (quelques $\mu\text{m/s}$), on peut en déduire d'une part, la taille correspondant à un pixel dans le champ (de l'ordre de la dizaine de μm) et d'autre part la distance

approximative en pixels parcourue par une particule pour un écart de temps Δt donné (une dizaine de pixels sont parcourues pendant $\Delta t = 20$ s). Le temps d'exposition donné dans notre cas par la caméra (50 ms au maximum) doit être tel que le déplacement de la particule pendant ce temps soit inférieur à la taille correspondant à un pixel. C'est le cas : pendant le temps d'exposition, une particule parcourt au maximum 3 centièmes de pixels.

2.5.2. Méthode d'analyse des images

L'exploitation des images captées par le système optique de notre banc expérimental se fait à l'aide de la fonction de PIV du logiciel Insight 3G développé par TSI. Le traitement s'opère sur deux images successives du champ de particules. Cependant, lorsque le processus de sédimentation est avancé, la vitesse de déplacement des particules dans les structures diminue. Le processus de PIV s'effectue alors sur des images espacées de 40 secondes ou 1 minute. Chaque image est divisée en un certain nombre de fenêtres d'interrogation comme illustré par la figure 3.16. On calcule alors l'inter-corrélation entre deux fenêtres d'interrogation correspondantes. La fonction d'inter-corrélation se calcule de la façon suivante :

$$C(i, j) = \frac{1}{n^2} \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{l=0}^{n-1} I_t(k - i, l - j) \cdot I_{t+\Delta t}(k, l)$$

où $C(i, j)$ est la valeur de l'inter-corrélation au point de coordonnées i, j de la fenêtre d'interrogation d'inter-corrélation, $I_t(k, l)$ la valeur du pixel de la fenêtre d'interrogation au point de coordonnées k, l à l'instant t et n est la taille en pixels du côté de la fenêtre d'interrogation.

Cette inter-corrélation se traduit par l'obtention d'une image de même taille que la fenêtre d'interrogation présentant un pic principal dont la position par rapport au centre correspond au déplacement global des particules d'une fenêtre d'interrogation à l'autre c'est-à-dire entre t et $t + \Delta t$. En d'autres termes, le déplacement à mesurer correspond à la translation de la première fenêtre d'interrogation sur la seconde conduisant à une similarité maximale au sens de la meilleure superposition. La taille de la zone d'interrogation est fortement dépendante de la taille du champ global et de la résolution de la caméra. Elle donne la résolution de la méthode puisque la vitesse qui est mesurée est la vitesse globale dans la fenêtre. La position du pic principal par rapport au centre de la fenêtre d'interrogation correspond au déplacement d des particules, ce qui permet d'en déduire la vitesse $V = d/\Delta t$.

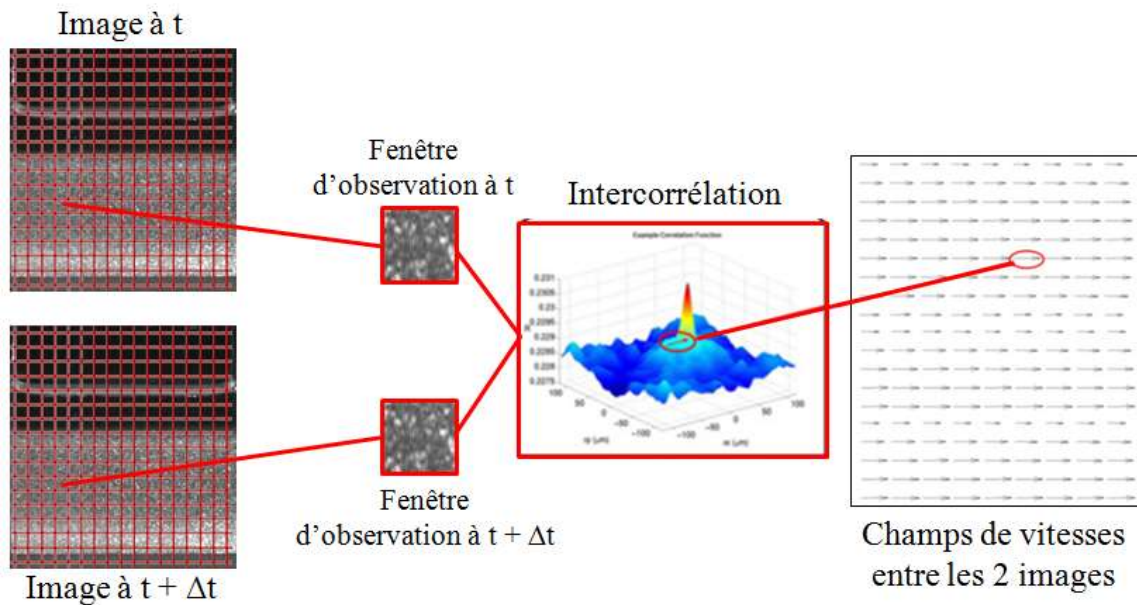


Figure 3.16 Schéma résumant le principe de traitement des images en PIV

Plusieurs options sont disponibles dans le logiciel Insight 3G. Un bon choix de Δt doit correspondre à un déplacement inférieur au tiers de la largeur de la fenêtre d'interrogation. L'image est donc divisée en fenêtres d'interrogation de taille 16x16 pixels. Une fenêtre d'interrogation carrée telle que son côté en pixels est une puissance de deux permet de rendre les calculs plus rapides. Il peut s'avérer utile de décaler les fenêtres d'interrogations mises en correspondance pour tenir compte de la vitesse moyenne de l'écoulement et donc augmenter la précision. C'est pourquoi les deux images d'entrée sont découpées en deux grilles modifiées par un algorithme complémentaire. Nous utilisons des grilles de déformation qui nécessitent un temps de calcul plus long mais sont très précises et surtout permettent d'avoir accès aux structures d'écoulement complexe. Ce découpage des images initialise le champ de vecteurs.

Il s'agit ensuite de mesurer le déplacement des particules dans ces zones d'interrogation pendant le temps Δt . Trois étapes successives sont requises. D'abord, les fenêtres d'interrogation sont préparées : un masque est appliqué pour augmenter le ratio signal/bruit. Nous utilisons le masque "ZeroPadMask" qui permet de supprimer les déplacements trop grands. L'intensité moyenne dans chaque fenêtre est calculée et est retranchée à l'intensité de chaque pixel de la zone. Chaque subdivision de l'image est ainsi filtrée. Après ce conditionnement, l'inter-corrélation entre deux fenêtres d'interrogation est calculée en utilisant une transformée de Fourier rapide (ou FFT pour Fast Fourier Transform). Cette méthode d'inter-corrélation nécessite obligatoirement d'avoir des fenêtres dont le côté en pixels est une puissance de deux. Après ce calcul de la corrélation, un interpolateur peut être appliqué au pic de déplacement afin d'obtenir une valeur sub-pixel du déplacement. Parmi les interpolateurs les plus utilisés, on peut citer le centroïde, l'interpolateur parabolique et

l'interpolateur gaussien. Dans notre cas, c'est ce dernier qui a été choisi. Le pixel d'intensité maximale et ses quatre voisins immédiats sont ajustés par des courbes gaussiennes et le centre du pic principal est ainsi déterminé plus précisément dans les deux directions x et y . Le déplacement des particules est alors mesuré :

$$\Delta x = dx_{grille} + dx_{pic}$$

où dx_{grille} est le décalage entre les fenêtres d'interrogation et dx_{pic} le déplacement lié au pic d'inter-corrélation à l'intérieur de la fenêtre d'interrogation. En inter-corrélation, le calcul du déplacement étant itératif, le choix de l'interpolateur n'a que peu d'influence.

Un post-traitement sur des voisinages suit généralement l'étape de mesure locale des vitesses du champ. Ainsi un vecteur mesuré peut être validé ou non suivant un ensemble de critères issus de la connaissance que l'on peut avoir sur l'écoulement (vitesse maximale, taille des structures, ...). Des vecteurs trop grands peuvent être éliminés s'ils sont supérieurs à la vitesse maximale attendue. Des valeurs de vitesses peuvent donc être non estimées. Le champ peut aussi subir un filtrage aboutissant à un lissage des mesures. Un lissage permet de moyenniser l'intensité d'un vecteur par rapport à ses neuf plus proches voisins. La vitesse moyenne de l'écoulement pourra être retranchée pour visualiser les fluctuations. L'utilisation de telles techniques sera mentionnée.

Conclusion partielle

Dans ce chapitre, dédié à la présentation de la mesure expérimentale, nous avons décrit dans un premier temps le dispositif expérimental utilisé ainsi que le déroulement des mesures. Le protocole opératoire a été décrit dans le cas d'une décantation et d'une sédimentation en alimentation continue pour l'observation différenciée d'une à trois populations de particules. Dans la deuxième partie, nous avons abordé la méthode employée dans ce travail afin de traiter les données brutes obtenues par les expérimentations. Plusieurs informations peuvent ainsi en être extraites comme la vitesse de progression des différents fronts que décrit la suspension au cours du processus de sédimentation par contraste d'intensité, la concentration locale en particules à partir d'un comptage de particules et le champ de vitesse instantané grâce à la Vélocimétrie par Images de Particules. La précision des différentes méthodes de traitement a été discutée. Il est à noter que bien que la reproductibilité de la mesure ait été investiguée pour la suspension de particules de $118,1\ \mu\text{m}$ donnant des résultats satisfaisants, il serait souhaitable de réaliser d'autres mesures pour les autres suspensions pour éprouver les résultats.

Au travers de l'étude de ces caractéristiques, l'ensemble du dispositif de mesure nous permet donc de décrire de la manière la plus complète possible le processus de sédimentation de suspensions poly-disperses. Les résultats de ce travail sont présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Résultats expérimentaux et numériques et confrontation avec la littérature

Dans ce chapitre, nous étudions successivement le comportement de suspensions au cours d'une sédimentation en régime de Stokes au travers d'expérimentations telles que décrites dans le chapitre 3. Pour cela, le cas d'une décantation et d'une sédimentation en alimentation continue sont passés en revue pour des suspensions mono-disperses, bi-disperses et tri-disperses.

Pour les suspensions mono-disperses, la décantation dans un cube est dans un premier temps étudiée. Un attachement particulier est porté à la description de la structure de l'écoulement avant de définir certaines caractéristiques de la décantation telles que les vitesses de front, le mode de sédimentation et la fraction volumique en solide dans le sédiment. Le processus est d'abord décrit en détail pour une des suspensions considérées avant de discuter de l'influence de la taille sur le comportement en sédimentation. Dans un second temps, la sédimentation des mêmes suspensions avec une alimentation continue en particule est étudiée de manière similaire à la décantation au travers de la structure de l'écoulement et les vitesses de montée de front.

Dans la seconde partie de ce chapitre, l'intérêt se porte sur la sédimentation des suspensions composées de deux populations de particules d'abord en décantation puis en configuration d'alimentation continue. La description du processus de décantation effectuée ici suit la même décomposition que pour les suspensions mono-disperses. D'abord, le cas particulier d'une suspension est exposé avant de statuer à propos de l'influence du ratio de tailles entre les particules composant la suspension sur le comportement de la suspension en décantation. Le cas d'une alimentation de particules en continu est ensuite brièvement discuté.

La troisième partie du chapitre donne un exemple de comportement d'une suspension tri-disperse en décantation.

Enfin, la quatrième est dernière partie de ce chapitre a pour but de montrer les résultats obtenus à l'heure actuelle à l'aide de l'outil numérique présenté dans le chapitre 2. Un lien est effectué entre ces résultats et les comportements observés expérimentalement.

I. Suspensions mono-disperses

1. Décantation d'une suspension mono-disperse

Dans un premier temps, nous nous intéressons à la décantation de suspensions composées de particules de taille identique. Cette étude est réalisée pour trois populations de particules sphériques que nous identifions comme suit :

- les petites particules de rayon $37,7 \mu\text{m}$,
- les particules médiums de rayon $59,4 \mu\text{m}$,
- les grandes particules de rayon $118,1 \mu\text{m}$.

Leur dispersion est donnée dans le chapitre 3. Pour exacerber les phénomènes liés à la concentration et pour des raisons de cohérence des analyses, nous choisissons une fraction volumique solide de 30% pour toutes les suspensions utilisées dans notre étude. L'ensemble des expérimentations s'est ainsi déroulée à la même concentration solide initiale $\phi_0 = 0,2970 \pm 0,035$. Comme décrit dans le chapitre expérimental (paragraphe 1.2.1 du chapitre 3), après homogénéisation, la suspension est immédiatement incorporée dans le cube de décantation et le processus de sédimentation est suivi au travers de l'enregistrement d'images successives échantillonnées à la fréquence de 0,05Hz. Les expérimentations ont été effectuées dans des conditions garantissant la conservation des propriétés physiques de la suspension d'une mesure à l'autre. L'exploitation des images par les moyens décrits précédemment (partie 2. du chapitre 3) permet de quantifier et discuter les phénomènes entrant en jeu. Ainsi, nous considérons successivement la structure de l'écoulement, les fronts de sédimentation et le profil de concentration.

1.1. Structure de l'écoulement

1.1.1. Sédimentation d'une suspension mono-disperse de référence

Considérons dans un premier temps la sédimentation de la suspension formée de petites particules. Les champs de vitesse obtenus à partir des images successives permettent d'étudier l'évolution temporelle de certaines caractéristiques. L'analyse des champs de vitesses est un point

important pour la compréhension des phénomènes régulant la sédimentation d'une suspension. Pour ce faire, les fluctuations $\delta V_x(x, z)$ de la vitesse horizontale V_x et les fluctuations $\delta V_z(x, z)$ de la vitesse de sédimentation V_z dues à des inhomogénéités dans la microstructure de la suspension sont obtenues en retranchant la vitesse instantanée moyenne de sédimentation V_z du champ de vitesse mesuré. Il est à noter que dans la littérature, plusieurs essais sont effectués pour une même expérience et les résultats obtenus sont moyennés. Dans la présente étude, les résultats présentés résultent d'une moyenne pour une même expérience sur un intervalle de temps de 2 minutes c'est-à-dire une moyenne de 6 mesures consécutives.

Grâce aux fluctuations des vitesses, la taille des rouleaux formés est mesurée en traçant l'évolution spatiale de la fonction de corrélation de la composante verticale de ces fluctuations $\langle \delta V_z(x_0, z_0) \delta V_z(x, z_0) \rangle$ et $\langle \delta V_z(x_0, z_0) \delta V_z(x_0, z) \rangle$ dans les directions x et z (perpendiculairement et colinéairement à la gravité) à partir d'un point de référence (x_0, z_0) . Les fonctions de corrélation dans les directions x et z d'abord normalisées, $C_x(x, x_0, z_0)$ et $C_z(z, x_0, z_0)$, sont ensuite moyennées pour différentes positions x_0 (figure 4.1).

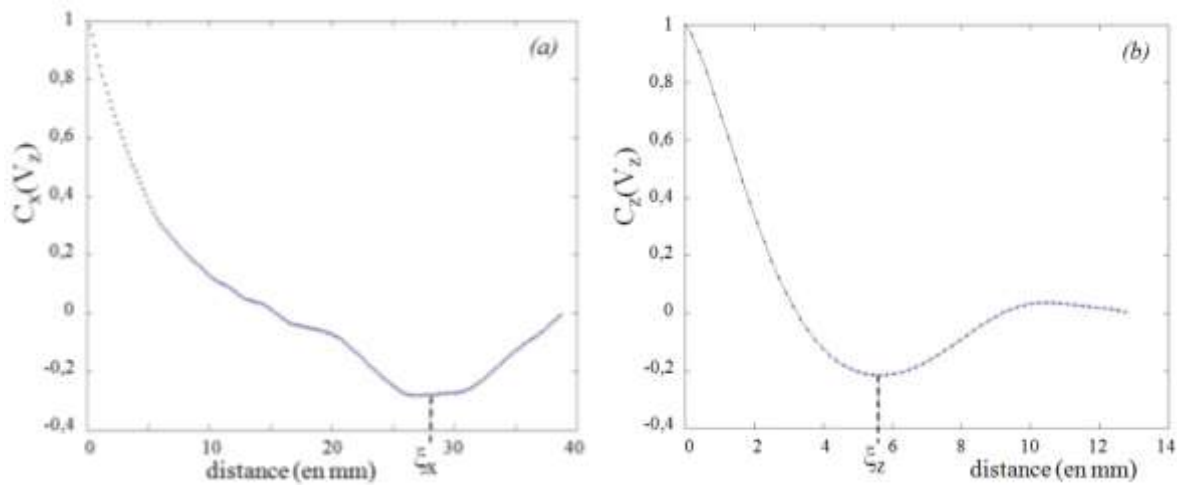


Figure 4.1 Fonctions de corrélation spatiale de la composante verticale de la vitesse suivant (a) la direction horizontale x et (b) la direction verticale z pour la suspension de petites particules à un temps de 32 minutes.

Ces fonctions de corrélation sont d'abord décroissantes avec la distance puis présentent un ou plusieurs minimums négatifs avant de s'annuler. L'existence de ces minimums indiquent que les composantes verticales des vecteurs vitesse sont anti-corrélées. La localisation du premier minimum est ici considérée comme une bonne estimation des longueurs de corrélation ξ_x et ξ_z dans les directions x et z et donc une estimation de la taille des vortex.

Les champs de vitesse interpolés (figure 4.2) permettent d'identifier et d'observer visuellement l'évolution de rouleaux, généralement observés en sédimentation, dont la taille est liée aux paramètres caractéristiques de la suspension (diamètre des particules, vitesse, confinement...) [68] [67].

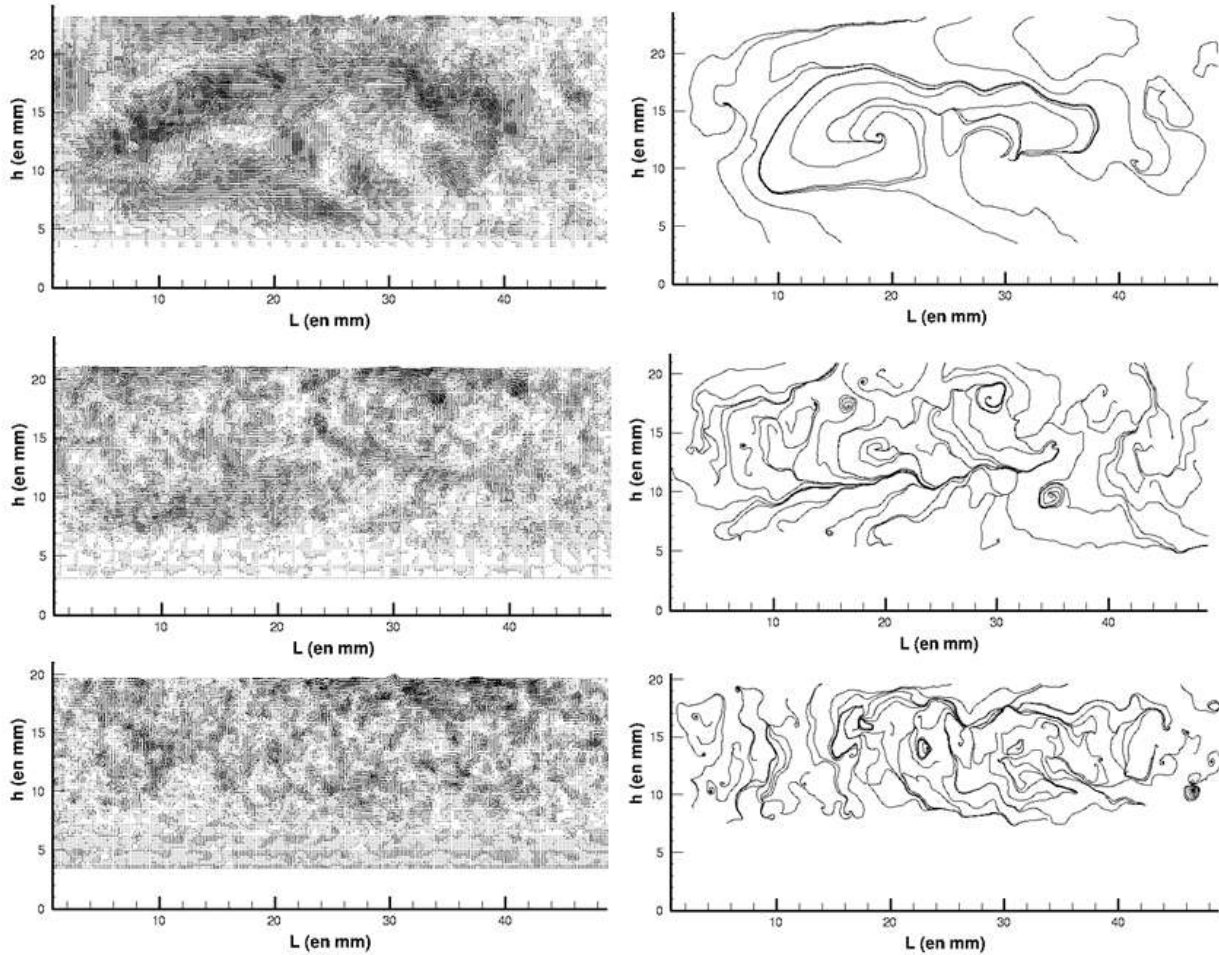


Figure 4.2 Champs de vecteurs expérimentaux et lignes de courant pour la sédimentation de petites particules pour les temps adimensionnés $t/t_s=100$ (a), $t/t_s=300$ (b) et $t/t_s=500$ (c) $t/t_s=800$.

Aux temps courts ($t < 230 t_s$ où t_s est le temps qu'il faut pour une particule isolée pour sédimenter d'un rayon aussi appelé temps de Stokes), la structure initiale est composée de grosses recirculations dont la taille correspond au quart de la largeur du récipient et au tiers de la hauteur totale (13 mm x 10 mm). Ensuite, cette structure se brise ($230 t_s < t < 380 t_s$) pour former des vortex de taille décroissante avant d'atteindre une taille caractéristique stationnaire. Aux temps longs ($950 < t/t_s < 1400$), on observe un tassement de la taille des vortex due au confinement induit par la progression des fronts de sédimentation. Ces observations ont déjà été effectuées dans des travaux précédents que ce soit pour des concentrations comparables [68] ou des concentrations plus faibles ($\sim 1\%$) [70] [67]. L'examen quantitatif de l'évolution temporelle des longueurs de corrélation normalisées par la distance inter-centre des particules $\xi_x^* = \xi_x / (a \phi^{-1/3})$ et $\xi_z^* = \xi_z / (a \phi^{-1/3})$ (figure 4.3) montre que les vortex initiaux ont une largeur plus importante que leur hauteur ($\xi_x^* \approx 190$

et $\xi_z^* \approx 105$). Dans nos expériences, à $t = 0$, la suspension occupe un espace de 50 mm de section droite sur une hauteur de 26 mm et les recirculations sont des ellipsoïdes de grand axe parallèle à la direction x . Après fractionnement intervenant aux temps ultérieurs, les vortex demeurent de forme ellipsoïdale mais dont le grand axe est parallèle à l'axe vertical z ($\xi_x^* \approx 37$ et $\xi_z^* \approx 47$). En comparaison avec la littérature, ce résultat semble être fonction des dimensions du récipient de sédimentation et de la mise en œuvre. Segré *et al.* [71] ainsi que Snabre *et al.* [68] ont en effet observé dans l'état quasi-stationnaire des recirculations plus grandes dans la direction x que dans la direction z . Seulement, la sédimentation, dans ces travaux, s'effectue dans un récipient dont la direction principale est suivant l'axe vertical (par exemple 100mm de haut pour 40mm de large dans le cas de Snabre *et al.* [68]). Le confinement dans une direction donnée semble donc avoir pour effet de contraindre les rouleaux fins dans la direction perpendiculaire. Les travaux réalisés par Guazzelli [67], à défaut de confirmer cette hypothèse, ne la contredit pas : des recirculations sphériques sont observées alors que les dimensions du récipient sont telles qu'elles peuvent être considérées comme n'exerçant aucun confinement. A noter ici, que la taille de la fenêtre d'observation diminuant au cours du processus de sédimentation, il nous est impossible de déterminer avec précision les longueurs de corrélation dans les deux directions pour des temps adimensionnés supérieurs à 1000.

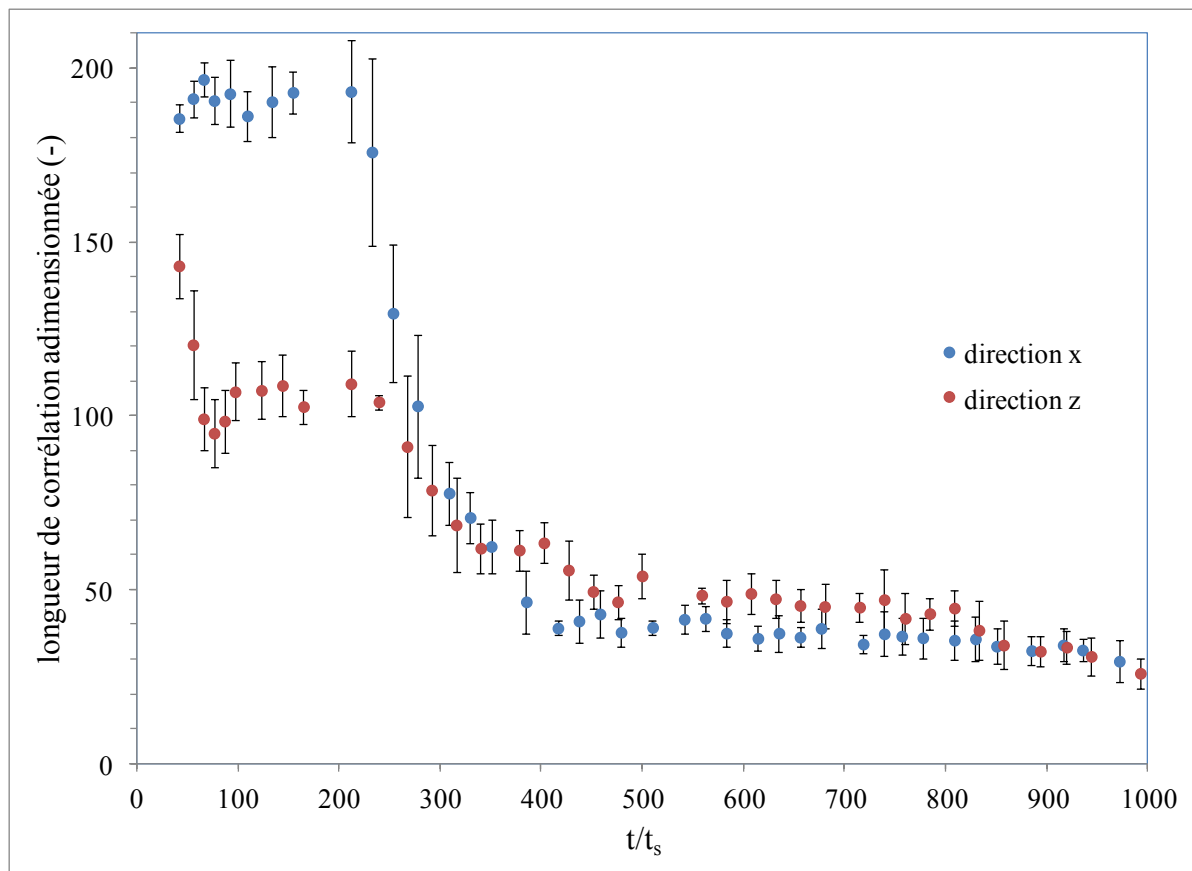


Figure 4.3 Evolution de la longueur de corrélation normalisée au cours du temps dans la direction x et z . Chaque point placé correspond à une moyenne de 6 mesures environnantes.

En ce qui concerne l'amplitude moyenne σ des fluctuations de vitesse relativement à la vitesse de descente du front V (figure 4.4), celles-ci sont importantes en début de sédimentation ($\sigma \approx 4 - 5 V$) puis diminuent rapidement pour atteindre un état quasi-stationnaire au bout de 400 temps de Stokes. Les gros vortex initiaux ont donc une taille constante mais l'amplitude des fluctuations diminue conduisant au fractionnement du vortex en recirculations de taille plus faible et dont l'amplitude des fluctuations reste quasiment constante ($\sigma_z \approx 0,5 V$ et $\sigma_x \approx 0,6 V$). Quel que soit le régime, comme rapporté dans la littérature [68] [71], l'amplitude des fluctuations dans la direction x est légèrement plus importante que dans la direction z . Les dimensions du récipient ne semblent donc pas avoir d'effet sur cet aspect de la sédimentation.

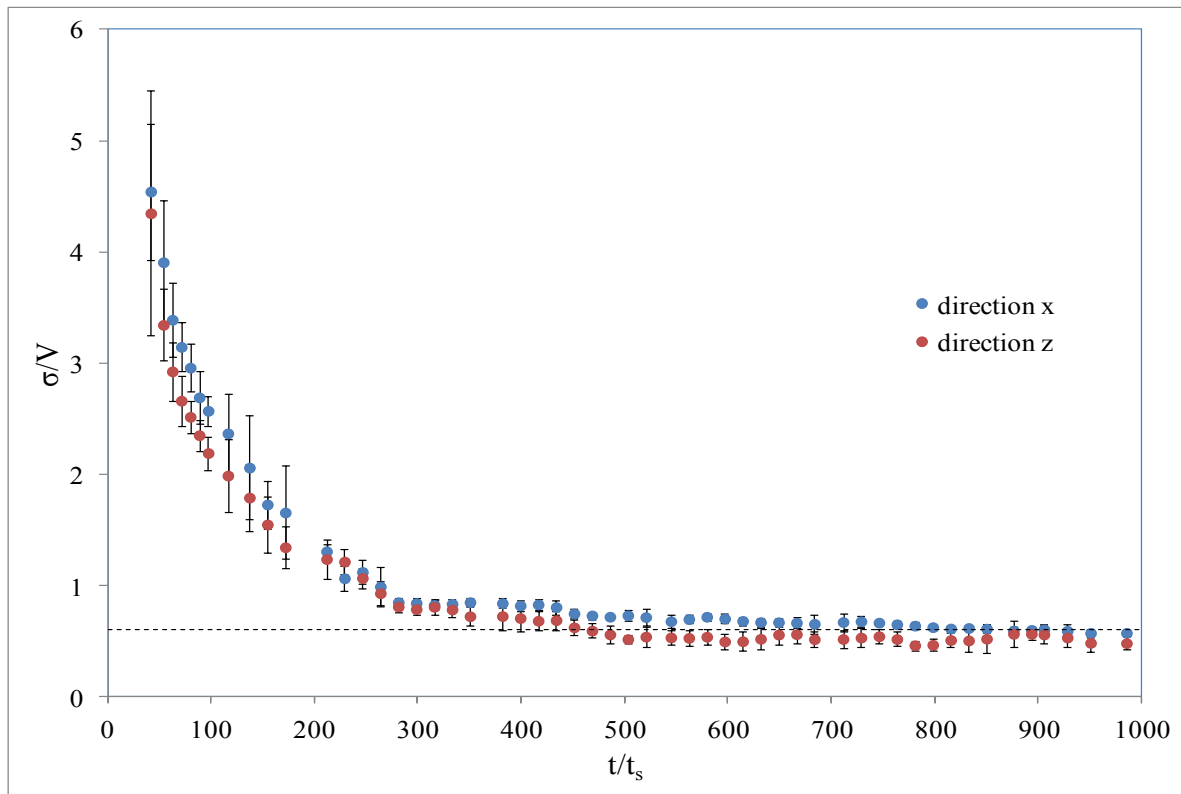


Figure 4.4 Evolution de l'amplitude des fluctuations de vitesse au cours du temps dans la direction x et z . La droite pointillée représente un guide pour les yeux et correspond à des fluctuations de $0,6 V$. Chaque point placé correspond à une moyenne de 6 mesures environnantes.

Le dernier élément relatif à la structure de l'écoulement concerne l'évolution temporelle de la vitesse moyenne telle que présentée sur les figures 4.5 et 4.6. La moyenne de la composante horizontale de la vitesse $\langle V_x \rangle$, comme attendu, est nulle à l'intérieur des barres d'erreur. S'agissant de la vitesse moyenne de sédimentation $\langle V_z \rangle$, sa valeur moyenne est importante en début de processus : $\langle V_z \rangle \approx 4 - 5 V$. Puis elle diminue de manière rapide, atteint une valeur minimale proche de 0 avant de recouvrer la valeur plateau attendue. Ce comportement diffère de ce qui est habituellement observé où la vitesse normalisée décroît de manière monotone jusqu'à la valeur plateau sans passer par un

extremum qui signifie que les particules ont en moyenne un déplacement vertical quasiment nul par rapport au déplacement du front descendant dont la vitesse est calculée avec la loi empirique de Richardson et Zaki [5]. Ce comportement est rediscuté plus tard à la lumière d'autres résultats. Le temps nécessaire pour parvenir à l'état quasi-stationnaire est du même ordre que celui pour atteindre l'état quasi-stationnaire des fluctuations de vitesse et de la longueur de corrélation.

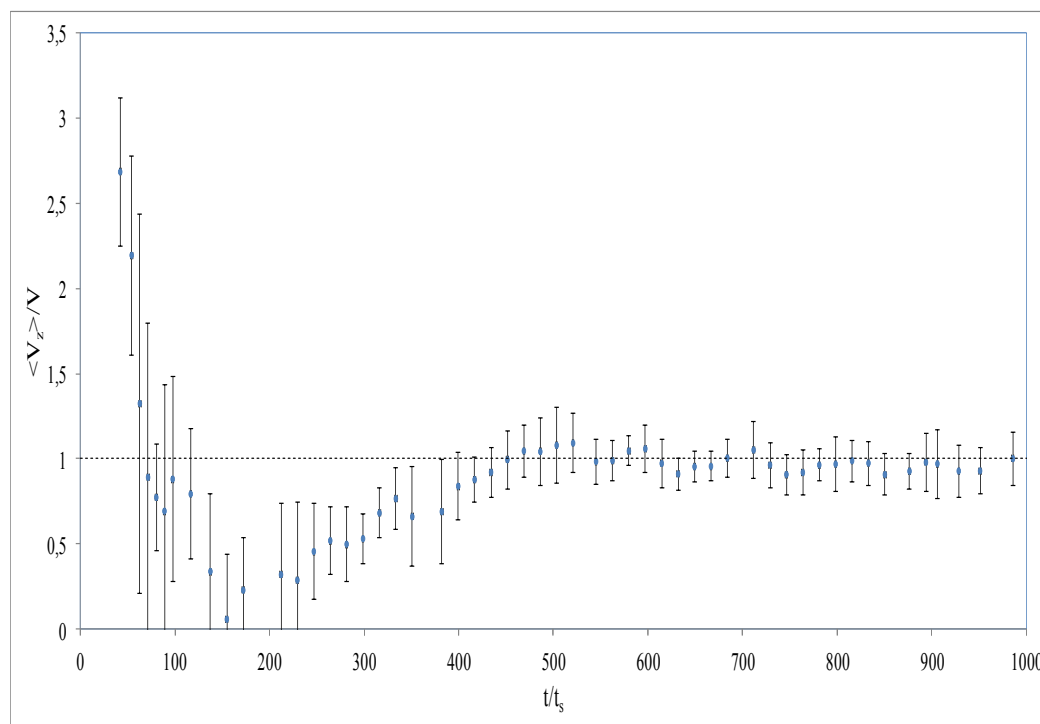


Figure 4.5 Evolution de la moyenne de la composante verticale de la vitesse au cours du processus de sédimentation.

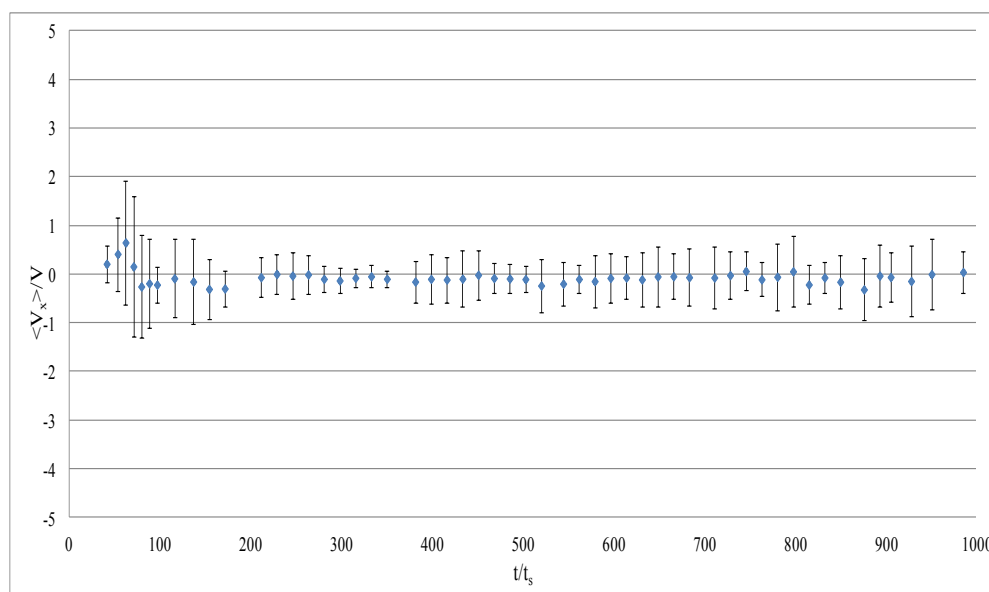


Figure 4.6 Evolution de la moyenne de la composante horizontale de la vitesse au cours du processus de sédimentation.

1.1.2. Influence de la taille des particules sur la structure de l'écoulement

L'analyse de l'écoulement telle qu'effectuée ci-haut a été répétée pour les deux autres suspensions mono-disperses. Ainsi, sur les figures 4.7 et 4.8 sont regroupées les évolutions temporelles des longueurs de corrélation ξ_x et ξ_z obtenues pour les différents rayons de particules. Il apparaît alors qu'en début de processus ($t < 250 t_s$), les rouleaux sont de taille réelle comparable pour les particules de rayon $37,7 \mu\text{m}$ et $59,4 \mu\text{m}$ soit $\xi_x \times \xi_z \approx 10,4 \times 6,2 \text{ mm}$. A l'inverse, pour les particules de rayon $118,1 \mu\text{m}$, les vortex sont de taille $\xi_x \times \xi_z \approx 7,3 \times 7,2 \text{ mm}$. Le ratio ξ_z/ξ_x semble plus petit pour les rayons les plus faibles. Aux temps plus longs, c'est-à-dire en régime quasi-stationnaire, les dimensions des vortex sont du même ordre de grandeur et valent approximativement $\xi_x \times \xi_z \approx 2,2 \times 2,8 \text{ mm}$ et le ratio ξ_z/ξ_x supérieur à 1 semble confirmer qu'après fractionnement les vortex sont des ellipsoïdes plutôt orientées dans la direction verticale. La taille des vortex finaux semble donc ici indépendante du rayon des particules en suspension.

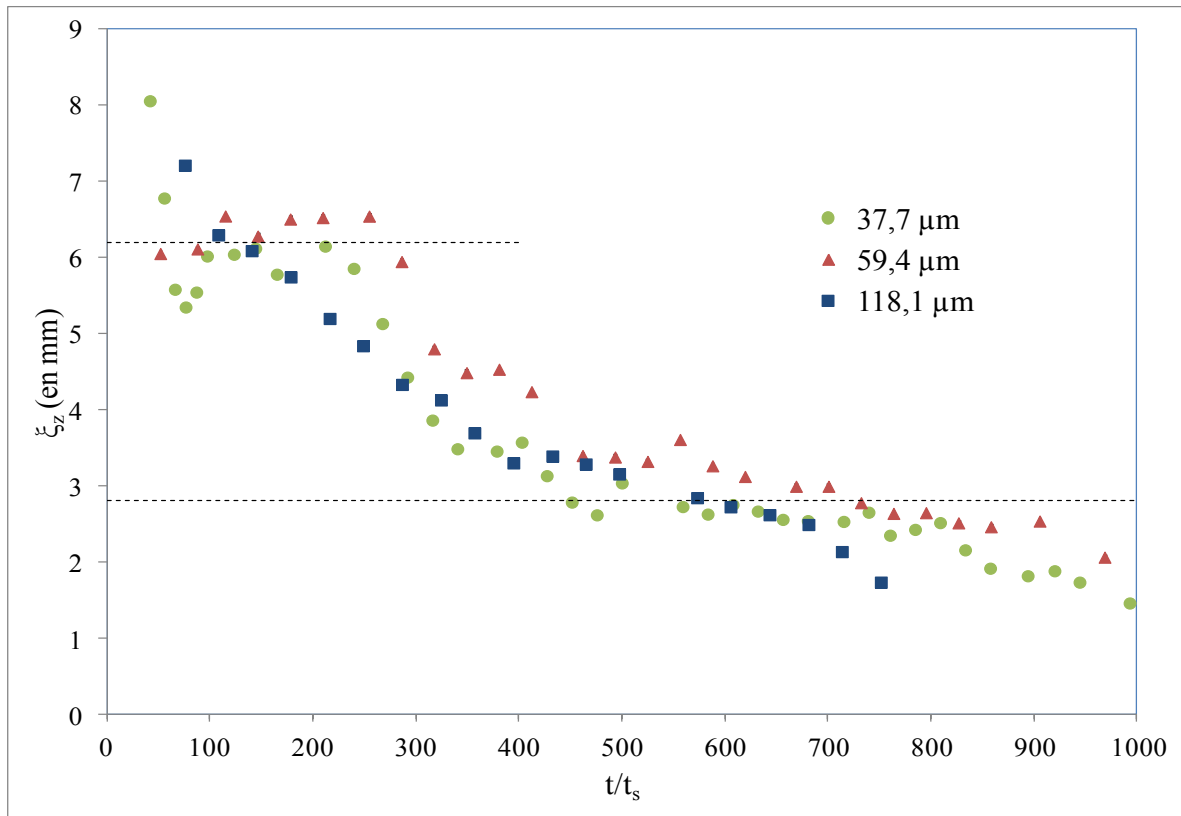


Figure 4.7 Evolution de la longueur de corrélation selon la direction z au cours du temps dans la direction z pour les trois tailles de particules.

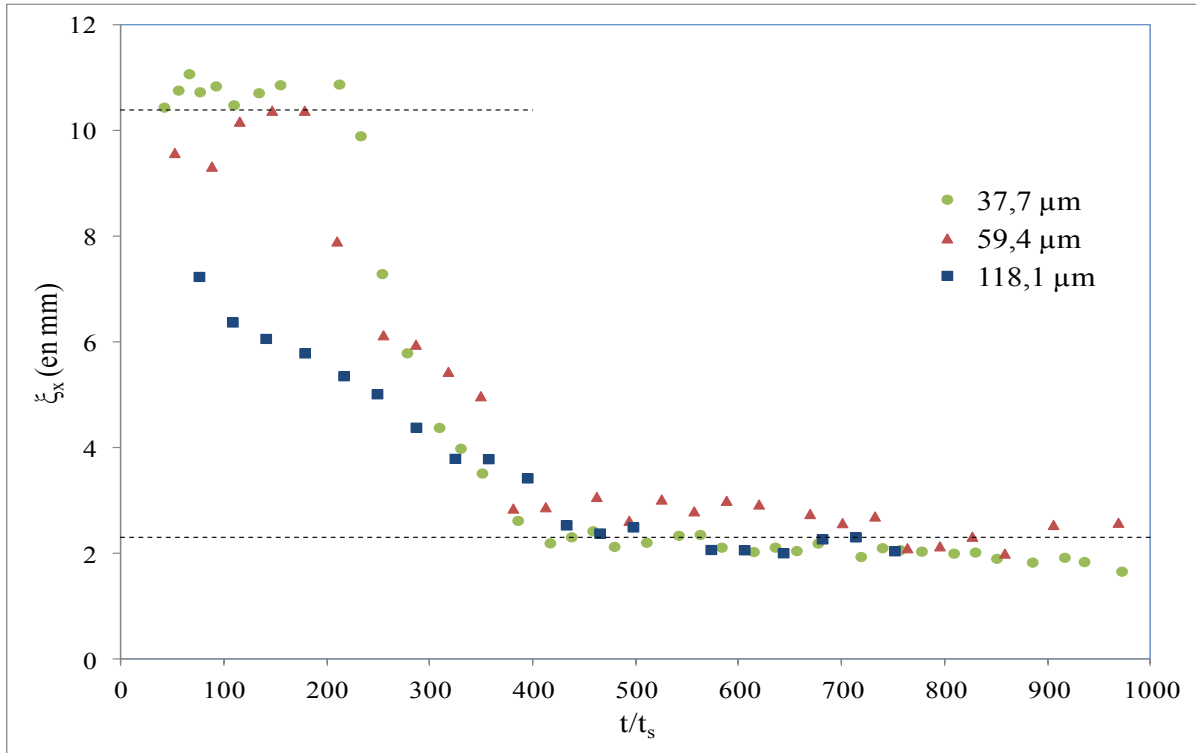


Figure 4.8 Evolution de la longueur de corrélation selon la direction x au cours du temps dans la direction x pour les trois tailles de particules.

Pour l'évolution temporelle des fluctuations moyennes des composantes de la vitesse, on constate une similarité dans le comportement des suspensions quelle que soit la taille de particules (figure 1 en annexe 2). Ainsi en début de processus, les fluctuations moyennes des composantes de la vitesse sont importantes avant de décroître rapidement se stabilisant à environ à $0,6 V$ en régime quasi-stationnaire. Aussi l'amplitude des fluctuations est plus faible dans la direction horizontale x que dans la direction verticale z comme prévu dans la bibliographie [71] [68]. Le temps caractéristique de la décroissance est similaire pour les particules de $37,7 \mu m$ et $59,4 \mu m$ mais est beaucoup moins important pour les particules plus grosses de $118,1 \mu m$, ce qui paraît cohérent.

La moyenne de la composante horizontale de la vitesse est nulle à l'intérieur des barres d'erreur pour les trois tailles de particules, le phénomène de sédimentation ne provoquant aucun mouvement global dans la direction latérale dans cette situation (figure 2 de l'annexe 2). Quant à l'évolution temporelle de la vitesse moyenne dans la direction z $\langle V_z \rangle$, pour les plus grosse particules, il existe une décroissance simple de la vitesse moyenne jusqu'à 250 temps de Stokes où $\langle V_z \rangle$ est alors égal à la vitesse de sédimentation obtenue par la loi empirique de Richardson et Zaki [36] : $V = V_s(1 - \phi)^n$. Pour les deux autres tailles, avant d'atteindre ce palier, on note le passage par une vitesse minimum : $\langle V_z \rangle \approx 0 V$ pour les particules de $37,7 \mu m$, et $\langle V_z \rangle \approx 0,2 V$ pour celles de $59,4 \mu m$. Ce minimum est atteint plus tard pour les particules moyennes. Nous tenterons de fournir une explication à ce comportement particulier à l'éclairage des résultats futurs.

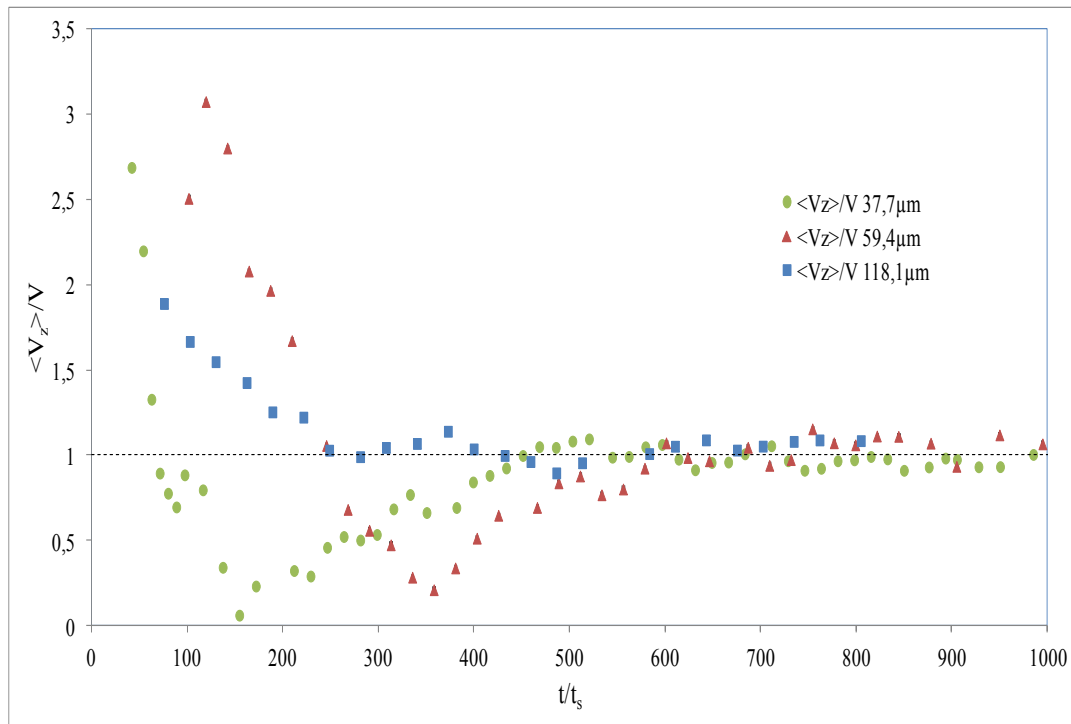


Figure 4.9 Evolution de la moyenne de la composante verticale de la vitesse au cours du processus de sédimentation pour les trois populations de particules.

Cette étude des champs de vitesse a permis de mettre en évidence une similarité dans le comportement des trois tailles de particules lorsque l'état quasi-stationnaire est atteint. Cette similarité est également effective lors du régime "transitoire" pour les petites et moyennes particules au cours de leur décantation. Les grosses particules se comportent différemment sur un certain nombre de points lors de ce régime comme nous l'avons signalé. Nous allons maintenant voir si ces différences se retrouvent à d'autres niveaux d'étude.

1.2. Fronts de sédimentation et profils de concentration

Après avoir décrit l'évolution de la structure de l'écoulement en cours de décantation, nous nous intéressons ici d'une part à l'évolution des vitesses globales relatives aux fronts de sédimentation montants et descendants et aux formes des profils de concentration d'autre part en tentant d'exploiter nos résultats à la lumière des aspects théoriques exposés en chapitre 1.

Dans la forme, nous procéderons de manière similaire au paragraphe précédent en présentant d'abord le cas de la décantation d'une suspension de taille de particules donnée avant de discuter l'influence de la taille de particules.

1.2.1. Sédimentation d'une suspension mono-disperse de référence

1.2.1.1. Vitesses des fronts de sédimentation

Les mesures sont effectuées sur une longue période jusqu'à atteindre une séparation de phase complète avec la formation d'un sédiment au taux de compacité maximal. En utilisant la méthode décrite dans le paragraphe 2.2 du chapitre 3, nous obtenons le profil de l'intensité lumineuse le long de l'axe z et son évolution temporelle au cours de la décantation. Le résultat est donné sur la figure 4.10 où le temps est normalisé par le temps de Stokes a/V_s .

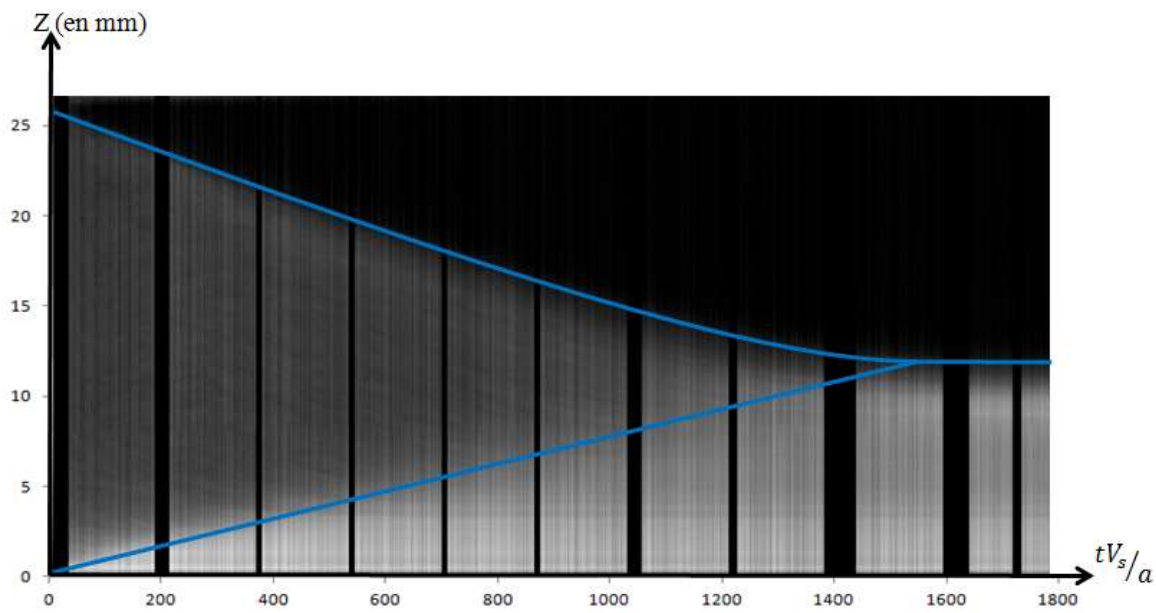


Figure 4.10 Profil de sédimentation d'une suspension initialement homogène de particules de $37,7 \mu\text{m}$ de rayon.

Au regard de ce profil, on peut placer de manière assez précise la position du front descendant correspondant à l'interface suspension-fluide clair et celle du front montant entre la suspension et le sédiment. L'état final est atteint lorsque ces deux interfaces se rejoignent. Le sédiment final est caractérisé par une fraction de compacité maximale $\phi^* = 0,644 (+/-0,011)$. La valeur de ϕ^* est calculée à partir de la relation de conservation de la masse: $H_0\phi_0 = H^*\phi^*$ où H_0 et H^* sont les hauteurs initiale et finale de l'interface suspension-fluide clair. Cette fraction volumique finale est ici voisine de la fraction d'empilement dense aléatoire ou « Random Close Packing » $\phi_{RCP}^* \approx 64\%$. Les vitesses globales de front sont mesurées entre les positions initiales et finales des interfaces donnant $V = 0,60 \mu\text{m/s} (+/-0,04)$ pour le front descendant et $V^* = 0,48 \mu\text{m/s} (+/-0,04)$ pour le front montant. Nous comparons ces vitesses avec les vitesses théoriques. La loi empirique de Richardson et Zaki est utilisée pour estimer la vitesse de front descendant notée $V_{théo}$. On obtient $V_{théo} = 0,58 \mu\text{m/s}$ qui appartient à l'intervalle de confiance de la vitesse mesurée. S'agissant de la vitesse de montée de l'interface sédiment-suspension $V_{théo}^*$, elle peut être calculée à partir de la loi de conservation de la

masse : $V\phi = V_{théo}^*(\phi_p^* - \phi)$ [68] et nous obtenons $V_{théo}^* = 0,48 \mu\text{m/s}$ qui est identique à la vitesse mesurée expérimentalement. Un bon accord entre la théorie et l'expérimental existe malgré le caractère empirique de la loi de Richardson et Zaki qui ne s'annule qu'en $\phi = 0$ alors qu'expérimentalement, la vitesse de sédimentation devient nulle à partir d'une fraction volumique correspondant au taux de compacité maximal.

Par ailleurs, l'examen attentif de la figure 4.10 laisse apparaître une non-constance de la vitesse du front descendant avec une baisse continue de sa valeur aux temps intermédiaires ($600 t_s < t < 1500 t_s$). Ainsi en début de processus, la vitesse est constante ($V = 0,69 \mu\text{m/s}$ ($\pm 0,04$)) puis aux temps ultérieurs décroît continûment jusqu'à 0 en fin de sédimentation. Cette non-linéarité de la vitesse du front descendant est habituellement attribuée à la poly-dispersité de la population de particules utilisée. Cependant, vu l'étroitesse de la distribution en taille des particules considérées ici ($\pm 3,9 \mu\text{m}$), la poly-dispersité ne peut être incriminée et le comportement observé trouve son origine dans le mode de sédimentation mis en jeu. Nous avons vu dans le paragraphe 2.3.1.1. du chapitre 1 quatre des sept modes de sédimentation MS-2, MS-3, MS-4 et MS-5 semblables à nos observations expérimentales [43] [44] [30]. Le dénominateur commun de ces modes est la présence d'une vague de raréfaction émanant de l'origine et surmontant le sédiment au taux de compacité maximum. Au sein de l'éventail de concentration, la fraction volumique solide varie continûment. Cette variation de fraction volumique solide, engendre une diminution de la vitesse de sédimentation des particules présentes dans cette zone. Nous discutons plus loin de la pertinence de tel ou tel mode parmi ces possibilités. Pour cela, il est alors intéressant de coupler la mesure de vitesse à la mesure de concentration.

1.2.1.2. Profil de concentration

Afin de statuer sur le processus de décantation, nous mesurons la fraction volumique locale en particules à différents instants du processus de sédimentation. Par souci de simplification, on retient l'hypothèse de Kynch [29] stipulant la constance de la concentration en particules dans toute section horizontale du réservoir de décantation, rendant le problème unidimensionnel. Ainsi, en dénombrant les particules contenues dans des domaines d'épaisseur donnée, il est possible d'accéder à la fraction volumique moyenne en tout point du domaine et à tout instant. La procédure utilisée est décrite en détail dans le paragraphe 2.4 du chapitre 3. Les résultats obtenus sont montrés sur la figure 4.11 avec une présentation en trois dimensions sur la partie a) puis une projection en deux dimensions sur la partie b).

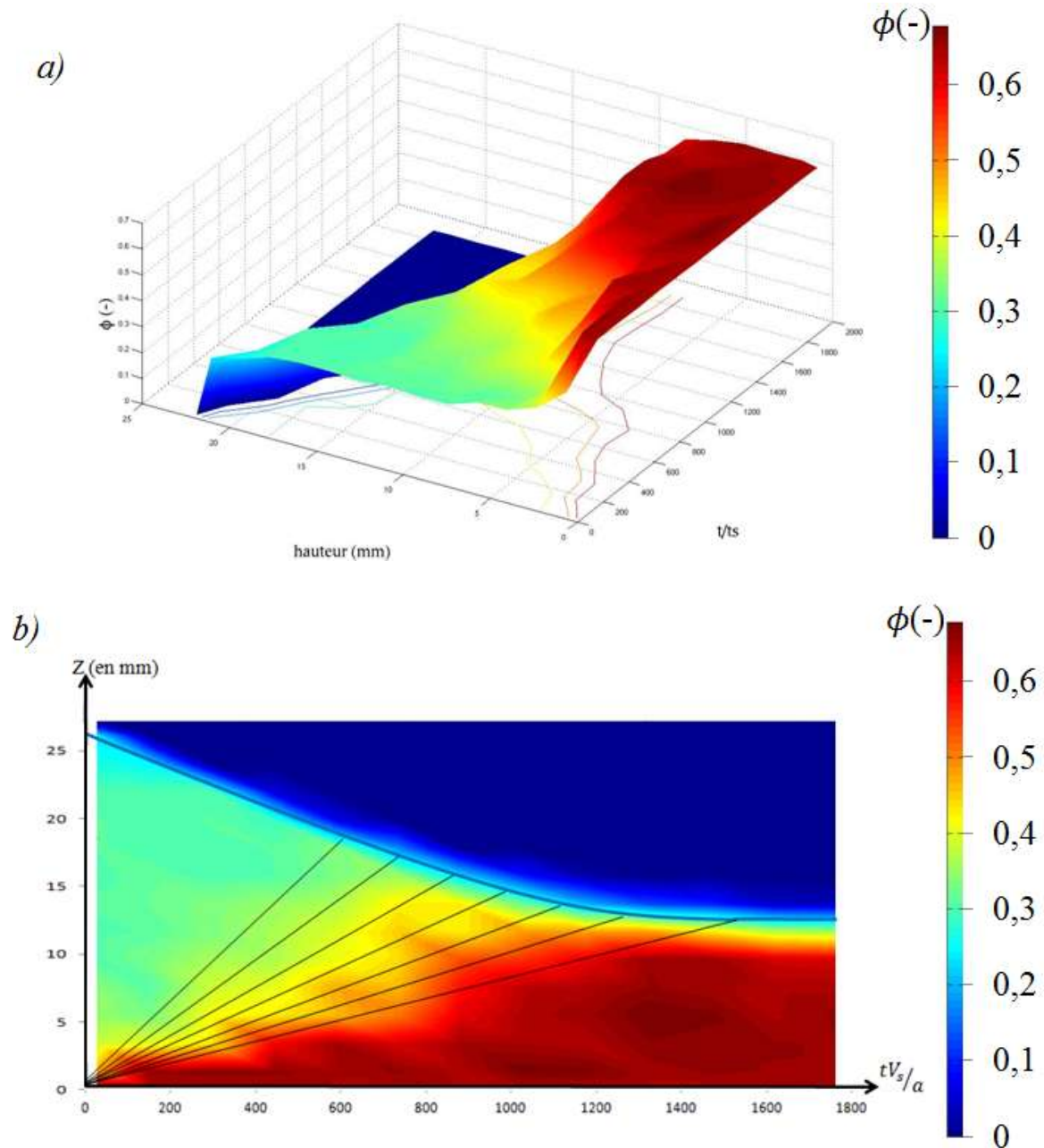


Figure 4.11 a) Graphique en trois dimensions présentant l'évolution temporelle de la fraction volumique solide en particules sur la hauteur du cube de sédimentation pour la suspension de particules de $37,7 \mu\text{m}$. b) Projection de cette évolution en deux dimensions. Les interfaces suspension-fluide clair et suspension-sédiment de la figure 4.10 sont reportées ainsi que des lignes d'iso-concentration dans la vague de raréfaction.

En analysant ces figures, on remarque tout d'abord que l'interface supérieure est clairement identifiable, la fraction volumique solide passant brusquement de 0 à $\phi_0 \simeq 0,30$. La suspension en sédimentation conserve sa fraction volumique initiale et une vitesse de descente de front constante jusqu'à l'apparition d'une vague de raréfaction émanant de l'origine. La vitesse de propagation des

lignes d'iso-concentration s'échelonne de $0,48 \mu\text{m/s}$ correspondant à la vitesse du front montant jusqu'à $1,23 \mu\text{m/s}$ formant un éventail de concentration entre ϕ_0 et $\phi^* \simeq 0,64$. Sur la figure 4.11 a), il apparaît que la transition entre la fraction volumique initiale et le taux de compacité maximal se produit de manière continue. La détermination des points d'intersection des lignes d'iso-concentration extrêmes et de la ligne de front descendant permet de quantifier l'étendue de la vague de raréfaction par un angle d'ouverture θ . Dans le cas de la figure 4.11, θ est de 29° . Par ailleurs, connaissant la fraction volumique en solide dans chacune des régions d'iso-concentration, on peut déterminer la vitesse locale de sédimentation par utilisation de la loi de Richardson et Zaki par exemple. Le profil de vitesse ainsi obtenu est montré sur la figure 4.12 faisant apparaître une décroissance progressive de la vitesse entre les valeurs plateaux extrêmes correspondant aux régions de fraction volumique en solide ϕ_0 et ϕ^* . Sur la figure 4.12, l'évolution des profils de concentration présentée en figure 4.11 a été placée en arrière plan. La valeur de la vitesse ainsi calculée au premier plateau où $\phi = \phi_0$ est égale à $0,61 \mu\text{m/s}$ ($\pm 0,06$) et est comparable étant donné les incertitudes de mesures à la pente à l'origine de la ligne de front descendant ($0,69 \mu\text{m/s}$). Les écarts relevés peuvent être attribués d'une part aux incertitudes de mesures sur la fraction volumique en solide et d'autre part à l'utilisation de la loi de Richardson, loi empirique dont une des caractéristiques est le calcul d'une valeur non-nulle de la vitesse au taux de compacité maximal.

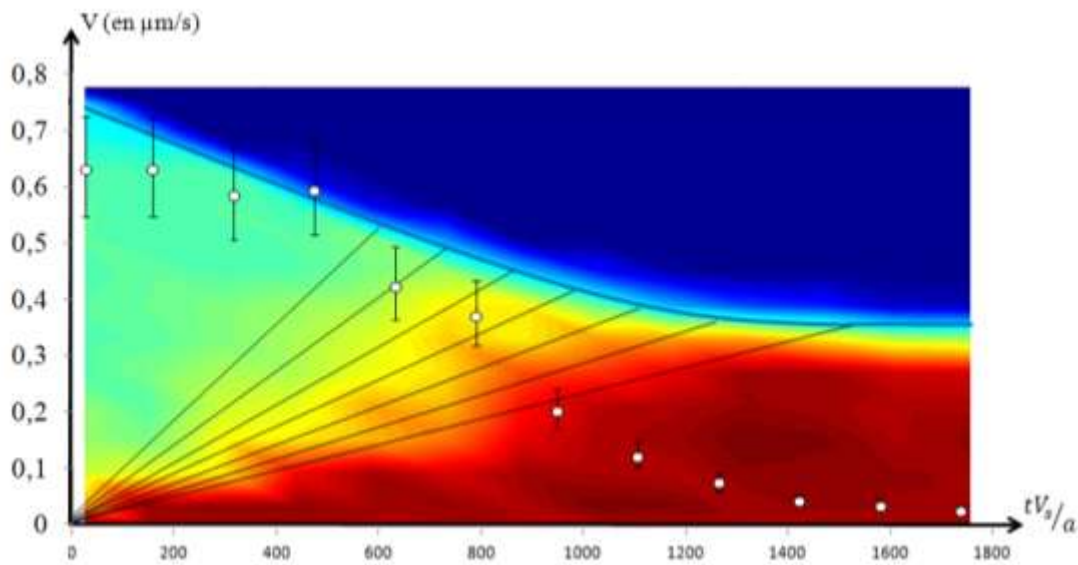


Figure 4.12 Evolution de la vitesse du front descendant pour la suspension de petites particules calculée à partir de la fraction volumique solide à l'interface. L'évolution de la fraction volumique solide est superposée.

Ainsi, au regard de la vitesse calculée à partir de la concentration, on peut donc affirmer que la diminution de la vitesse du front est liée à l'augmentation de la concentration dans la vague de raréfaction et non au caractère poly-disperse de la population de particules.

Bien que l'on puisse expliquer l'allure du profil de sédimentation à l'aide de l'évolution de la fraction volumique solide, la précision de ces mesures de concentration n'est pas suffisante pour déterminer si les lignes d'iso-concentration encadrant l'éventail de concentration correspondent à de simples lignes de continuité ou à des discontinuités de contact ne permettant de discriminer pour l'heure les modes MS-2 à MS-5. Ceci fait l'étude du paragraphe suivant.

1.2.1.3. Détermination du mode de sédimentation

Pour rappel, à partir de l'évolution temporelle de l'interface suspension-fluide clair noté $h(t)$ obtenue expérimentalement, il est possible de déterminer avec "précision" la nature de la transition entre la suspension et l'éventail de concentration et donc de discriminer des modes de sédimentation [46] (paragraphe 2.3.1.3 du chapitre 1). Pour ce faire, après l'application d'un filtre médian sur les données expérimentales et la détection d'une zone linéaire de plage temporelle $[\hat{t}_0 ; \hat{t}_1]$, deux fonctions définies par morceaux $\hat{h}_1(t)$ et $\hat{h}_2(t)$ sont ajustées pour minimiser l'erreur quadratique moyenne (Σ_1, Σ_2) avec les données expérimentales. La fonction $\hat{h}_1(t)$ permet de décrire le profil du front descendant d'un mode de sédimentation présentant une discontinuité de contact entre la suspension et le sédiment (MS-2 et MS-4) tandis que $\hat{h}_2(t)$ décrit le profil du front descendant d'un mode de sédimentation présentant une ligne de continuité entre la suspension et le sédiment (MS-3 et MS-5). Si Σ_2 n'est pas 10% plus petit que Σ_1 , il est admis que les modes MS-2 ou MS-4 se produisent et la fonction $\hat{h}_1(t)$ est utilisée pour décrire l'évolution temporelle du profil du front descendant.

Dans le cas actuellement étudié, après le conditionnement initial des données expérimentales (annexe 3), l'erreur quadratique moyenne Σ avec les points expérimentaux pour les modes MS-2 et MS-4 est $\Sigma_1 = 0,004852$. Avec les mêmes points expérimentaux, la fonction pour les modes MS-3 et MS-5 donne une erreur quadratique moyenne plus petite $\Sigma_2 = 0,004048$. Avec une erreur 20% plus faible dans ce second cas, on peut alors statuer qu'il n'y a pas de discontinuité de contact séparant la suspension à ϕ_0 de la vague de raréfaction dans ce processus de sédimentation. Pour choisir entre les modes MS-3 et MS-5, c'est-à-dire déterminer la présence d'une discontinuité de contact entre la vague de raréfaction et le sédiment, nous devons nous baser sur des observations qualitatives. D'après le graphique 3D de la figure 4.11, la transition en concentration semble se faire de manière continue. De plus au regard du profil de concentration, au point de rencontre entre l'interface suspension-fluide clair et suspension-sédiment, le raccordement semble continu. Ces arguments orientent le choix vers un mode de sédimentation de type MS-3.

1.2.2. Influence de la taille des particules sur la décantation

1.2.2.1. Etude du profil de sédimentation

L'analyse de la sédimentation telle qu'effectuée ci-haut a été répétée pour les deux autres suspensions mono-disperses. S'agissant du front descendant de sédimentation des particules de taille intermédiaire (voir annexe 4), les commentaires y afférents sont identiques à ceux invoqués précédemment avec l'existence d'une zone où la vitesse de descente est d'abord constante ($V = 1,18 \mu\text{m/s}$ ($\pm 0,09 \mu\text{m/s}$) jusqu'à $t/t_s < 500$) puis diminue de façon monotone jusqu'à une vitesse quasiment nulle. En ce qui concerne le front montant, sa vitesse globale est $V^* = 1,07 \mu\text{m/s}$ ($\pm 0,09 \mu\text{m/s}$). Ces vitesses sont là encore en accord avec celles déduites de la loi de Richardson et Zaki et de la loi de conservation : $V_{théo} = 1,17 \mu\text{m/s}$ et $V_{théo}^* = 1,08 \mu\text{m/s}$. Les modes de sédimentation possibles à ce stade sont les modes MS-2, MS-3, MS-4 et MS-5.

Si nous avons vu que le profil de sédimentation pour les particules de taille intermédiaire est similaire à celui des petites particules, il n'en est pas de même pour la suspension de particules de grande taille pour laquelle on observe une décroissance permanente de la vitesse de descente du front (figure 4.13). Aussi, au point de jonction entre les fronts montant et descendant, la vitesse de sédimentation présente une discontinuité signature de l'existence d'un choc.

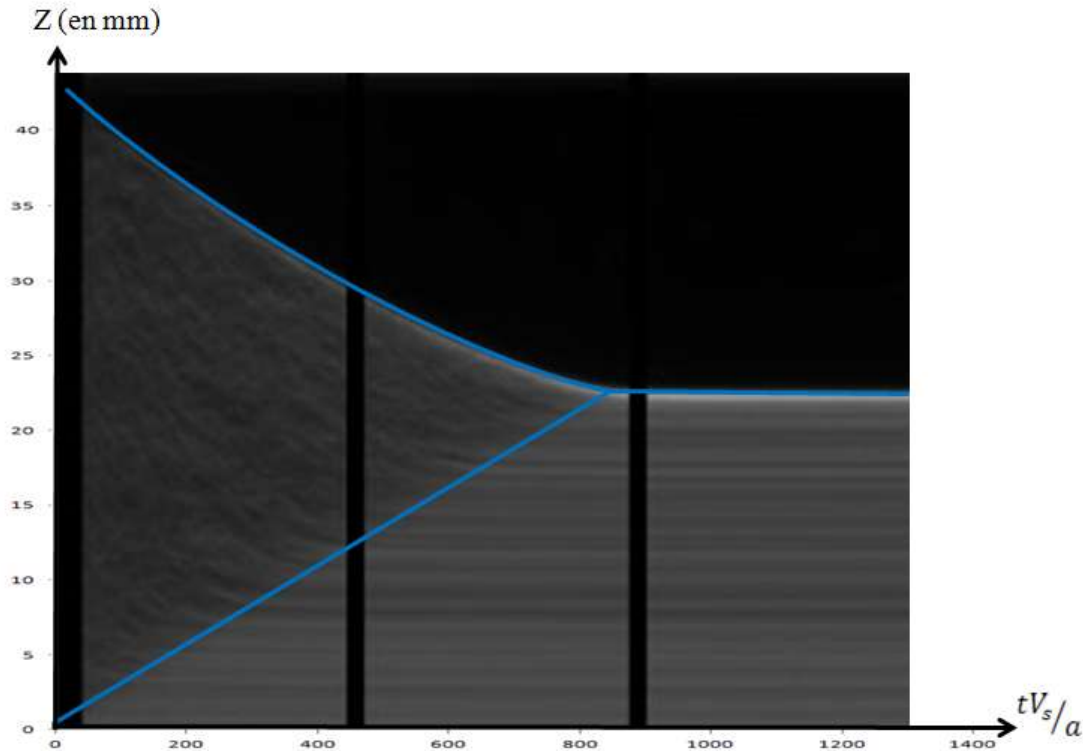


Figure 4.13 Profil de sédimentation d'une suspension initialement homogène de particules de $118,1 \mu\text{m}$ de rayon.

Il est à noter en passant que les vitesses globales expérimentales sont en cohérence avec les prédictions théoriques ($V = 5,57 \mu\text{m/s}$ ($\pm 0,26 \mu\text{m/s}$) pour $V_{théo} = 5,45 \mu\text{m/s}$ et $V^* = 5,85 \mu\text{m/s}$ ($\pm 0,26 \mu\text{m/s}$) pour $V_{théo}^* = 5,67 \mu\text{m/s}$) même si les incertitudes sont plus appréciables qu'auparavant du fait de vitesses plus importantes des particules, leur taille étant plus importante.

En s'intéressant à présent à la fraction de compacité maximale atteinte dans le sédiment pour les différentes tailles de particules, nous nous apercevons que celle-ci est une fonction décroissante de la taille des particules, i.e. $\phi^* = 0,644$ ($\pm 0,011$) pour $a = 37,7 \mu\text{m}$, $\phi^* = 0,616$ ($\pm 0,011$) pour $a = 59,4 \mu\text{m}$ et $\phi^* = 0,577$ ($\pm 0,010$) pour $a = 118,1 \mu\text{m}$. Ainsi, le sédiment constitué suite à la décantation est d'autant plus lâche que la taille des particules est importante, allant d'un sédiment dont la fraction volumique solide est proche de la fraction d'empilement dense aléatoire ou « Random Close Packing » $\phi_{RCP}^* \simeq 64\%$ à un sédiment dont la fraction volumique solide est proche de la fraction d'empilement lâche ou « Random Loose Packing » $\phi_{RLP}^* \simeq 56\%$. Cette évolution est discutée par la suite à la lumière d'autres observations.

1.2.2.2. Profil de concentration

Afin de statuer sur le processus de décantation, la fraction volumique locale en particules le long de l'axe vertical est de nouveau mesurée à différents instants du processus de sédimentation (figure 2 et 3 de l'annexe 4). Là encore, la suspension de particules de taille intermédiaire présente un profil de concentration similaire à celui correspondant aux particules de faible taille précédemment exposé. Ainsi, au cours de la sédimentation, la suspension présente une région de concentration constante égale à la concentration initiale ϕ_0 avant l'apparition de la vague de raréfaction sauf que celle-ci présente un angle d'ouverture plus grand ($\theta = 42^\circ$). Les lignes d'iso-concentration encadrant l'éventail ont une vitesse qui s'échelonne ici de $1,07 \mu\text{m/s}$ ($\pm 0,09 \mu\text{m/s}$) à $7,22 \mu\text{m/s}$ ($\pm 0,09 \mu\text{m/s}$).

A ce stade, si le comportement de suspensions composées de particules de petite taille et de taille intermédiaire est similaire, il présente néanmoins une différence notable. Ainsi, si pour les petites particules, l'éventail de concentration s'échelonne continûment de $\phi_0 \simeq 0,30$ à ϕ^* , la suspension de particules de taille intermédiaire présente elle une croissance continue de $\phi_0 \simeq 0,30$ à $\phi \simeq 0,40$ dans l'éventail avant de subir le choc faisant passer la fraction volumique de $0,40$ à ϕ^* . L'augmentation de l'angle d'ouverture s'accompagne donc d'une amplitude de concentration plus faible dans l'éventail. En conséquence, les modes de sédimentation satisfaisant cette condition sont les modes MS-3 et MS-5 qu'il convient de discriminer plus loin.

Comme pour les petites particules, à partir de la connaissance de la fraction volumique solide à l'interface suspension-fluide clair, il est possible de déterminer la vitesse du front à certains instants en utilisant la loi de Richardson et Zaki (figure 4.14). L'évolution observée correspond bien à la description donnée de l'évolution du profil de sédimentation. Dans un premier temps, la fraction volumique solide (et donc la vitesse) reste quasiment constante avant une augmentation due à la vague de raréfaction conduisant à une diminution de la vitesse de descente du front jusqu'à une vitesse quasiment nulle. La tangente à l'interface suspension-fluide clair au point de rencontre entre le front montant et le front descendant ne semble pas de pente nulle, ce qui tendrait à confirmer la présence d'une discontinuité de contact entre la vague de raréfaction et le sédiment.

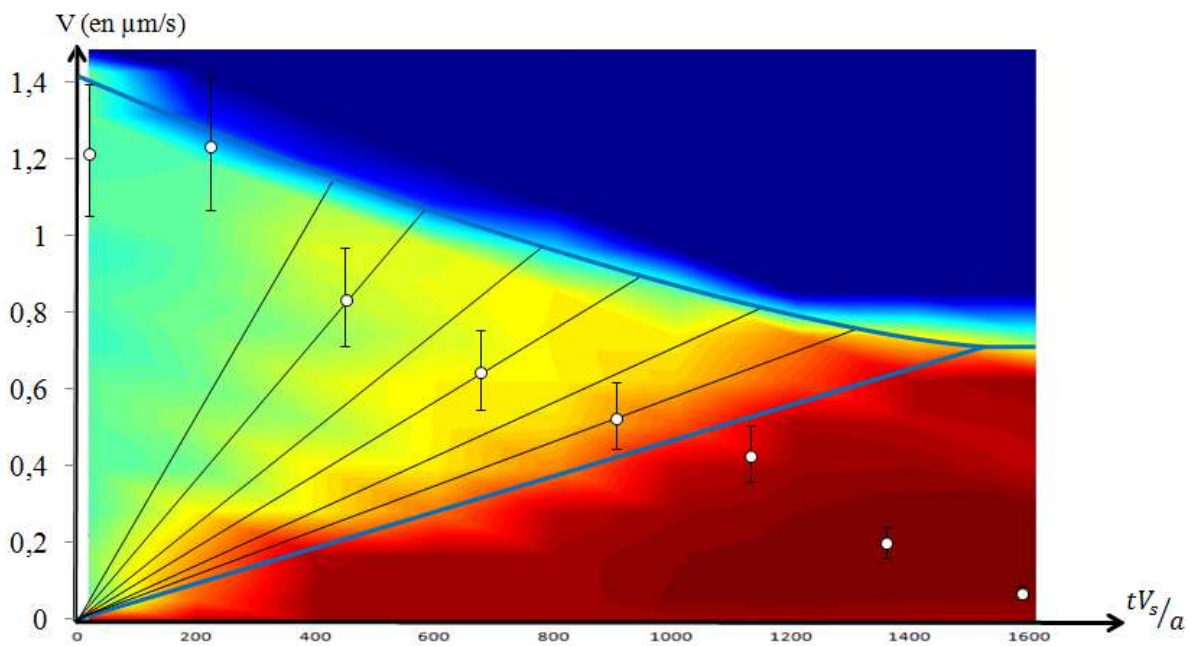


Figure 4.14 Evolution de la vitesse du front descendant pour la suspension de particules moyennes calculée à partir de la fraction volumique solide à l'interface. L'évolution de la fraction volumique solide est superposée.

Dans ce qui précède, nous avons vu que malgré quelques différences, la suspension de particules moyennes présente de grandes similitudes de comportement avec la suspension de petites particules. Cette similarité cesse d'être vraie pour les suspensions de particules de taille plus importante. Tout d'abord, aucun éventail de concentration n'existe (figure 4.15a)) au sein de la suspension en décantation et le profil présente un choc de concentration de ϕ_0 à $\phi^* \simeq 0,57$. Ce mode de sédimentation peut être identifié au mode de sédimentation MS-I même si la vitesse du front descendant n'est pas constante. Cette non-constance est de notre point de vue due à la poly-dispersité qui est ici plus notable que pour les autres tailles. Ceci est clairement visible sur la figure 4.15 b) où sont reportés les profils de concentration en 2 dimensions et les vitesses de front descendant qui en

sont déduites. Cette vitesse décroît de manière brutale après un plateau. Sur le graphique 3D, la quasi invariabilité de la fraction volumique en solide dans la suspension en mouvement peut également être observée.

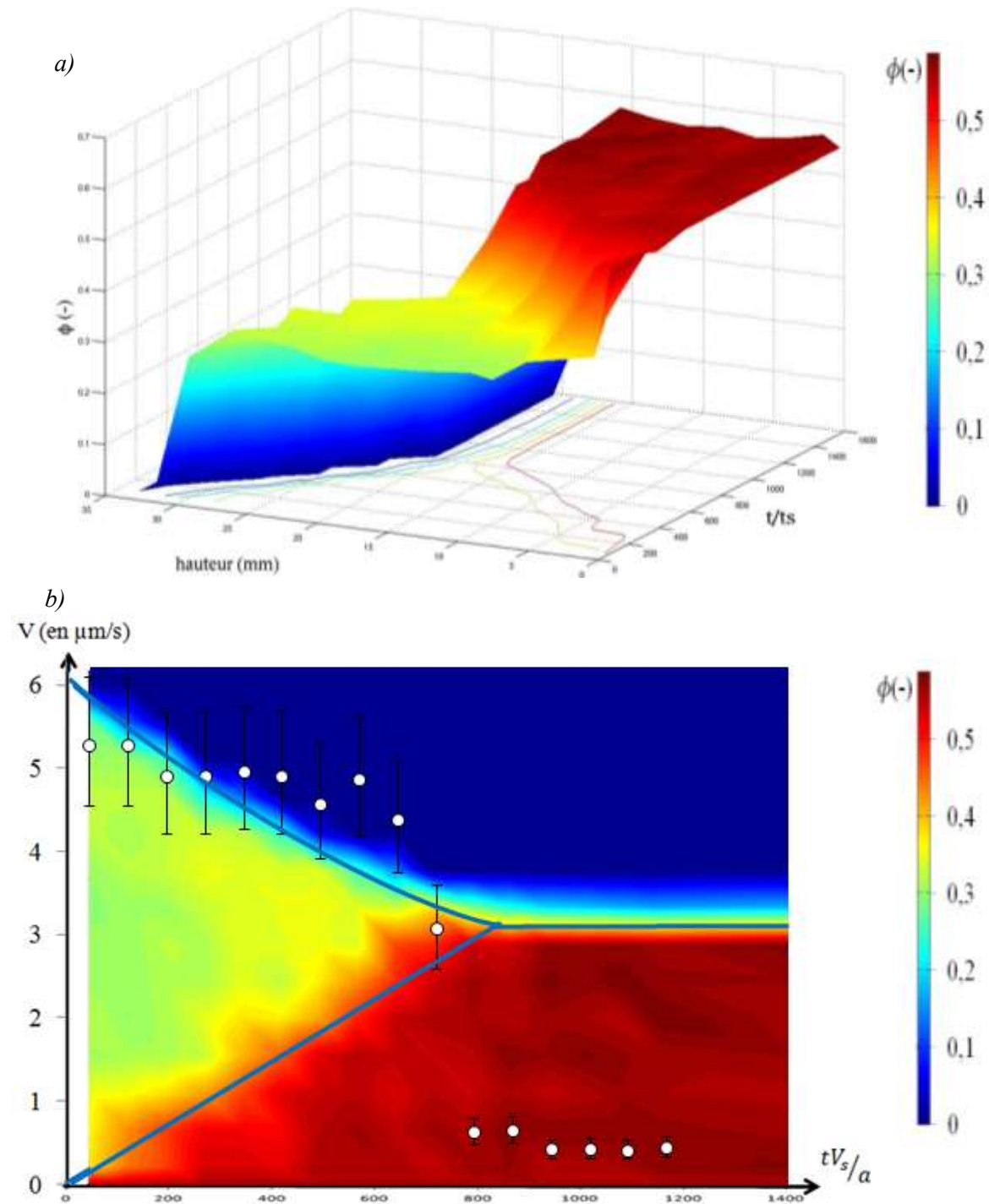


Figure 4.15 a) Graphique en trois dimensions présentant l'évolution temporelle de la fraction volumique solide en particules sur la hauteur du cube de sédimentation pour les grosses particules. b) Evolution de la vitesse du front descendant pour la suspension de grosses particules calculée à partir de la fraction volumique solide à l'interface. L'évolution de la fraction volumique solide est en arrière-plan.

1.2.2.3. Modes de sédimentation

Nous avons vu dans le paragraphe 1.2.1.3 que l'évolution temporelle de la position de l'interface suspension-fluide clair semble privilégier le mode de sédimentation MS-3 pour la suspension de petites particules. Cette procédure est répétée pour la suspension de taille intermédiaire. Dans ce cas, l'erreur quadratique moyenne avec les points expérimentaux est de $\Sigma_1 = 0,001890$ pour la fonction représentant les modes possédant une discontinuité de contact avant l'éventail de concentration (MS-2 et MS-4) alors qu'elle est de $\Sigma_2 = 0,001479$ pour les modes de sédimentation où la zone de raréfaction n'est pas surmontée d'une discontinuité de contact (MS-3 et MS-5). L'erreur quadratique moyenne étant de 28% inférieure dans ce dernier cas, il semble dès lors que le mode de sédimentation privilégié soit le mode MS-5 pour la suspension de taille intermédiaire.

En résumé, et au regard de ce qui a été exposé plus haut, il semble que la suspension de particules de 37,7 μm suit le mode MS-3, celle de particules de 59,4 μm le mode MS-5 et les particules de 118,1 μm le mode MS-1. Ainsi, à partir d'une suspension quasiment mono-disperse de particules, 3 modes de sédimentation différents sont observés en modifiant uniquement le rayon moyen des particules. Sur la figure 4.16, nous donnons une allure de la fonction densité de flux correspondante pour les trois suspensions. La fonction de flux entre les fractions volumiques solides ϕ_0 et ϕ^* peut être tracée de manière rigoureuse pour la suspension de particules de 37,7 μm par la donnée des tangentes au front descendant et des fractions volumiques sous-jacentes. Pour la suspension composée des particules de 59,4 μm , la portion déterminée avec précision est moindre et même inexistante pour les particules les plus grosses ($a=118,1\mu\text{m}$), à part pour la position du point en $\phi=0,30$. Il faudrait réaliser de nouvelles décantations avec les mêmes suspensions en faisant varier la fraction volumique de départ pour déterminer complètement les fonctions de flux.

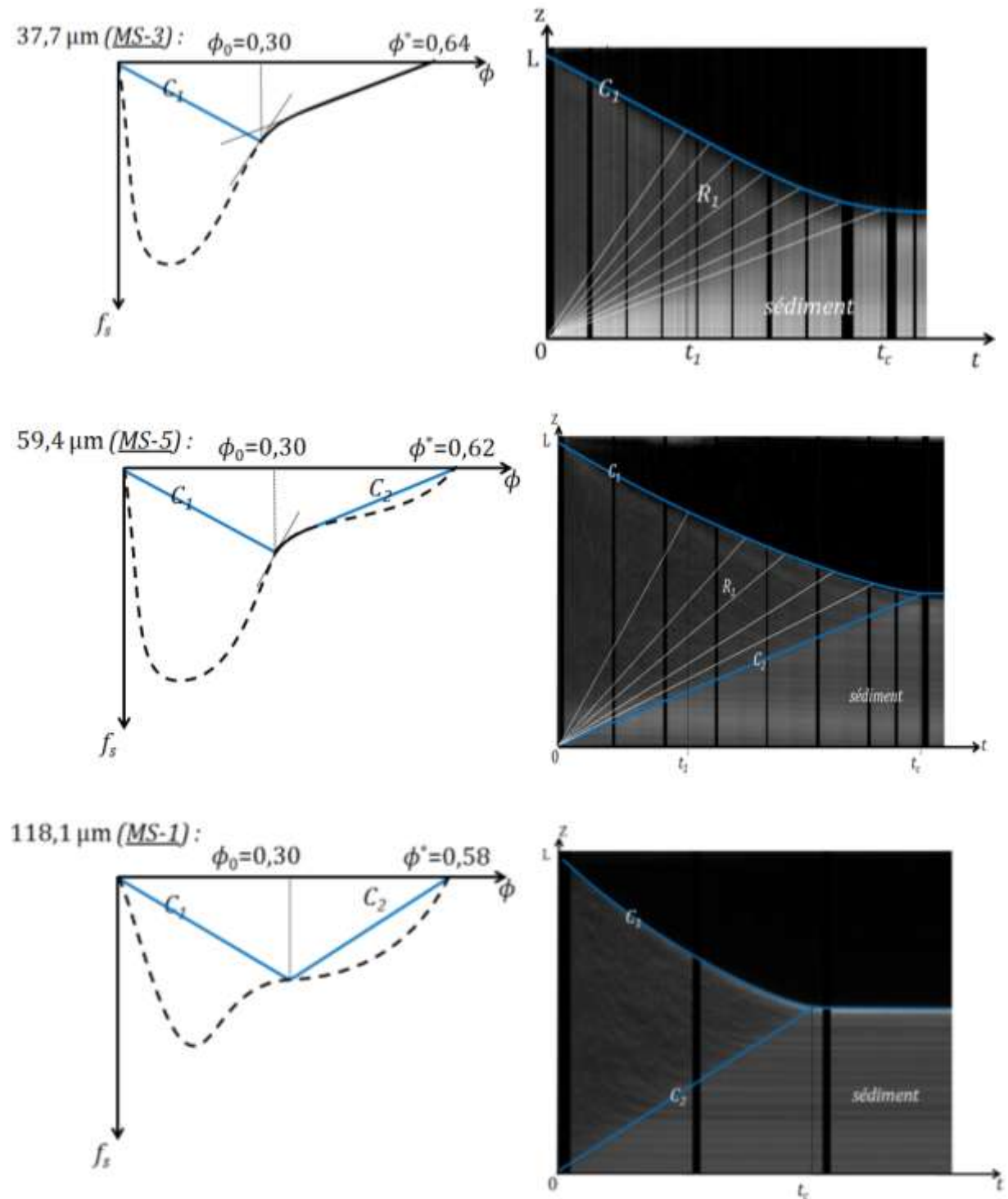


Figure 4.16 Allures des fonctions densité de flux pour les suspensions composées de particules de 37,7 μm , 59,4 μm , 118,1 μm accompagnées des profils de sédimentation.

A la lueur de ce classement, on peut dans un premier temps mieux comprendre l'allure de l'évolution de la moyenne de la composante verticale de la vitesse au cours des trois décantations (figure 4.9). Pour les deux tailles de particules les plus petites, le passage de cette vitesse moyenne par un minimum proche de 0 est observé alors que pour les plus grosses particules la vitesse moyenne décroît simplement jusqu'à la vitesse de descente du front. Comme nous l'avons déjà souligné, cela

signifie que les particules présentes dans la suspension ont un mouvement de sédimentation suivant l'axe vertical très faible par rapport à la vitesse de descente du front. Ceci est un argument en faveur de la formation de la vague de raréfaction. En schématisant, si les particules n'ont en moyenne pas de mouvement vertical par rapport au front descendant, cela signifie que le même nombre de particules va se retrouver dans un volume plus petit, et donc la fraction volumique solide va globalement augmenter dans cette zone. L'éventail ainsi formé va par la suite se propager dans la suspension.

1.2.2.4. Structure du sédiment

La structure du sédiment constitue une mémoire de l'historique du processus de sédimentation. Nous avons relevé précédemment que les fractions volumiques en solide finales ϕ^* dépendent de la taille des particules. Dans les études numériques de Dong *et al.* notamment [72] [73], en l'absence de forces inter-particulaires de type Van der Waals, la décantation de populations de particules différentes en taille dans des conditions identiques conduit à des sédiments de même fraction volumique solide. Le sédiment constitué suite à la décantation est dans notre cas d'autant plus lâche que la taille des particules est importante. La façon dont le sédiment s'est formé semble être un paramètre très influent du taux de compacité maximal observé. L'explication phénoménologique d'un tel comportement peut être formulée de la manière suivante. Le taux de compacité maximal est obtenu pour la suspension où aucune discontinuité de contact n'est présente : la décantation s'effectue en "douceur", les particules se pré-organisent dans la vague de raréfaction avant de se déposer et de constituer le sédiment. Pour les particules de taille moyenne, il y a une sorte d'organisation qui s'effectue également dans la vague de raréfaction mais une discontinuité est présente entre le sédiment et cette vague de raréfaction. Les particules se déposent donc de manière plus brutale que pour les particules les plus petites, leur vitesse n'étant pas nulle juste avant le choc. Quant aux particules les plus grosses, il n'y a pas de vague de raréfaction avant le choc, ce qui peut expliquer un taux de compacité encore plus faible que pour les deux autres populations de particules.

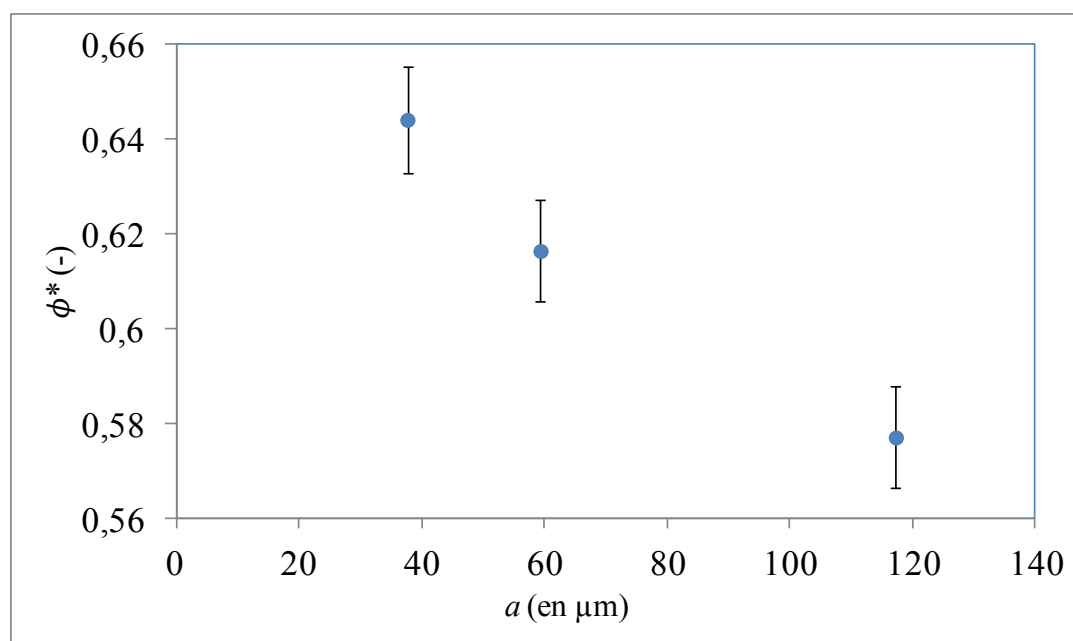


Figure 4.17 Evolution du taux de compacité maximal en fonction du rayon des particules en décantation.

2. Sédimentation continue d'une suspension mono-disperse

Après l'étude de la décantation de suspensions mono-disperses, nous changeons de mode d'alimentation : la sédimentation s'effectue maintenant dans un récipient cylindrique dont les dimensions sont telles que l'alimentation peut être considérée comme continue dans la zone d'observation. Les trois populations de particules utilisées précédemment sont conservées ainsi que la fraction volumique en solide initiale $\phi_0 = 0,3019 \pm 0,045$. Après homogénéisation, la suspension est transférée dans un réservoir connecté à sa base au cylindre où s'effectue la décantation comme décrit dans le chapitre 3. La procédure de mesure et d'analyse est identique à celle utilisée pour les expériences en décantation.

2.1. Structure de l'écoulement

2.1.1. Sédimentation d'une suspension de référence

L'étude de la structure de l'écoulement est effectuée pour une suspension formée de particules de taille médiane. Les observations qualitatives des champs de vitesse successifs (figure 4.18) sont couplées à la détermination de grandeurs caractéristiques des structures apparaissant au cours de l'écoulement (figures en annexe 5). Aux temps courts ($t < 350 t_s$), la structure de l'écoulement consiste en 2 mouvements verticaux de sens opposés : au centre du tube, les particules sédimentent tandis qu'un mouvement ascensionnel peut être observé le long des parois. La quasi-symétrie radiale de l'écoulement est confirmée par les fonctions de corrélation dans cette direction qui après un extrémum négatif atteignent un extrémum positif significatif de la corrélation entre les vecteurs. La zone de courant descendant centrale occupe quasiment la moitié du cylindre ($\xi_x \approx 5 - 6$ mm) et sa taille semble rester quasiment constante au cours du temps (figure 1 de l'annexe 5). Il est très difficile de définir des zones d'échange aux premiers instants entre ces deux mouvements d'ensemble si ce n'est à l'extrémité inférieure du cylindre : les fonctions de corrélation tracées dans cette direction pour les premiers instants dévoilent en effet une décroissance quasi monotone jusqu'à 0. On peut donc supposer qu'en début de sédimentation, la structure de l'écoulement est constituée de deux vortex contrarotatifs de hauteur infinie.

Les fluctuations de vitesse, importantes aux instants initiaux surtout dans la direction z ($\sigma \approx 10 V_{RZ}$ où V_{RZ} est la vitesse de sédimentation des particules calculée d'après la loi de Richardson et Zaki), diminuent de manière importante jusqu'à $t \approx 400 t_s$ (figure 2 de l'annexe 5). Consécutivement à cette diminution des fluctuations, des transferts latéraux sont alors possibles entre les deux

mouvements verticaux opposés définissant ainsi des recirculations de taille $\xi_x \times \xi_z \approx 6 - 8,5 \text{ mm}$. L'écoulement conserve une symétrie verticale. Peu à peu, cette symétrie se brise, le mouvement descendant n'étant plus rectiligne mais serpentant périodiquement d'une paroi à l'autre. L'examen des longueurs de corrélation indique cependant que la taille des vortex et l'amplitude des fluctuations de vitesse ($800t_s < t < 900t_s$) ne varient pas.

Finalement, la structure se fractionne en vortex de dimension verticale plus faible ($\xi_z \approx 6,4 \text{ mm}$) occupant l'espace de façon homogène. Les vortex, comme en décantation, sont des ellipsoïdes de grand axe parallèle à la direction z et de taille deux fois supérieure à celle observée dans le cas de la décantation. La taille des recirculations ainsi atteinte semble constituer une taille asymptotique avec peu d'évolution aux temps ultérieurs.

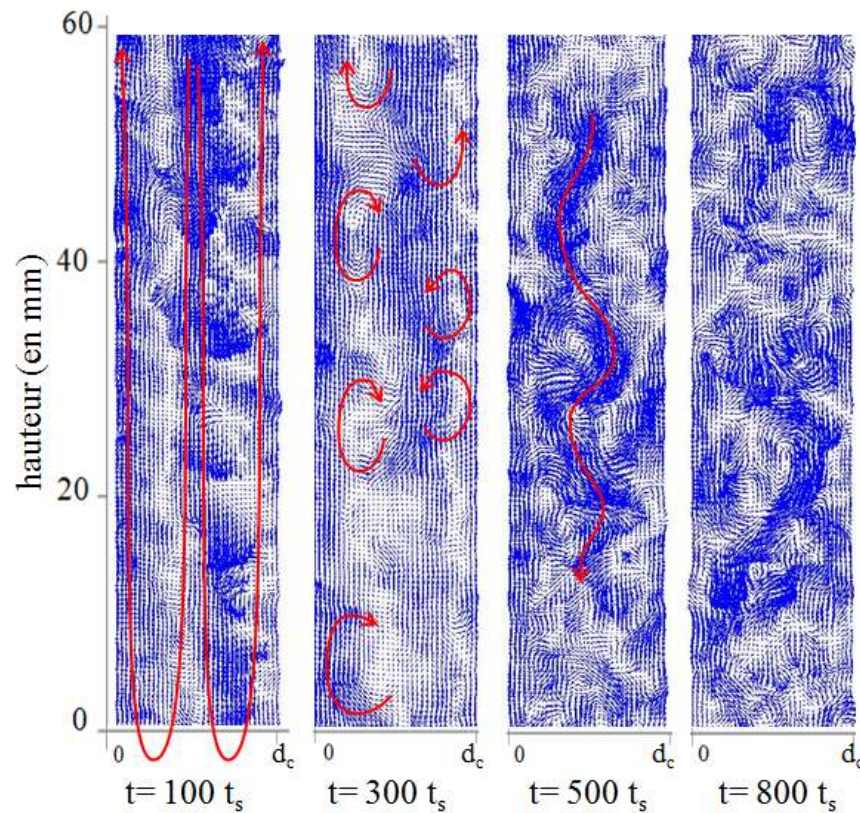


Figure 4.18 Champs de vecteurs expérimentaux pour la sédimentation en continu des particules de $59,4 \mu\text{m}$ pour les temps adimensionnés $t/t_s=100$ (a), $t/t_s=300$ (b) et $t/t_s=500$ (c) $t/t_s=800$.

Par ailleurs, du fait du confinement, l'amplitude moyenne des fluctuations dans la direction verticale est ici supérieure à celle des fluctuations dans la direction horizontale et durant le processus de fractionnement, l'amplitude des fluctuations diminue surtout dans la direction verticale.

En ce qui concerne la vitesse moyenne de sédimentation, sa valeur importante en début de sédimentation ($=5 V_{RZ}$), diminue pour atteindre la vitesse de descente prévue au bout de 600 temps de

Stokes (figure 3 de l'annexe 6). La vitesse moyenne horizontale est comme attendue nulle à l'intérieur des barres d'erreur.

2.1.2. Influence de la taille des particules sur la structure de l'écoulement

L'analyse de l'écoulement telle qu'effectuée ci-haut a été répétée pour les deux autres suspensions mono-disperses. L'évolution de la structure de sédimentation est identique quelle que soit la taille de particules : deux vortex contrarotatifs de hauteur quasiment infinie aux temps courts se fractionnent verticalement en vortex de grand axe plus petit. Les vortex d'abord contraints symétriquement le long des parois déstabilisent ensuite la symétrie de l'écoulement puis diminuent en taille. La comparaison des recirculations aux instants longs pour les différentes suspensions fait apparaître une invariance de la taille finale des vortex ($\xi_x \times \xi_z \approx 6 - 6,5 \text{ mm}$) comme pour la décantation. L'analyse de l'amplitude moyenne des fluctuations de vitesse confirme que les fluctuations selon l'axe z sont d'amplitude supérieure aux fluctuations selon la direction radiale. Quelle que soit la taille des particules, l'amplitude des fluctuations dans l'état quasi-stationnaire est identique dans la direction verticale ou dans la direction radiale.

L'observation d'une zone du cylindre située bien en amont du front montant de sédimentation fait apparaître une taille finale des vortex homogène sur la hauteur du tube. Ceci confirme que la taille est conservée pour des temps très longs ($t > 3000 t_s$). Le temps pour atteindre un état quasi-stationnaire est évidemment différent selon la hauteur à laquelle on se place relativement à l'extrémité inférieure du cylindre. En effet, l'observation concomitante d'une zone non loin du fond du tube et d'une zone plus en amont fait apparaître un amortissement plus long des fluctuations de vitesse et de l'amplitude moyenne des fluctuations à une altitude supérieure. On comprend alors que la stabilisation de l'écoulement ne s'effectue pas de manière homogène le long du cylindre mais commence au niveau du front montant de sédimentation puis se poursuit en "remontant".

Il est à noter ici que les résultats obtenus sur les champs de vitesse dans le cas de la sédimentation continue sont un peu moins précis que ceux obtenus en décantation du fait d'une dimension horizontale plus faible. Le tracé des fonctions de corrélation en devient plus difficile tout comme leurs exploitations.

2.2. Fronts de sédimentation

Les mesures effectuées pour chaque population de particules sur une longue période permettent de distinguer la progression du front montant de sédimentation, le front descendant n'existant pas du fait de l'alimentation continue en particules. En utilisant la même méthode que pour la décantation,

nous obtenons le profil de l'intensité lumineuse le long de l'axe z et son évolution temporelle au cours du processus de sédimentation. La compilation des résultats est donnée sur la figure 4.19 où le temps est normalisé par le temps de Stokes a/V_s .

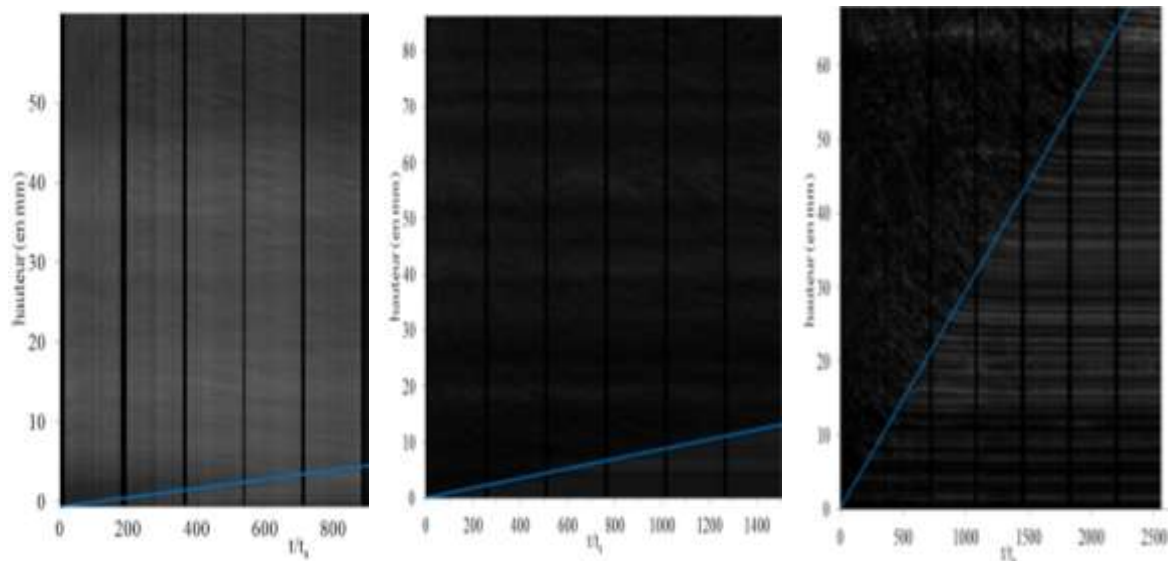


Figure 4.19 Profils de sédimentation d'une suspension initialement homogène de particules de 37,7 μm , 59,4 μm et 118,1 μm de rayon.

La mesure est effectuée précisément sur la position du front montant correspondant à l'interface entre la suspension en mouvement et le sédiment. Il est facilement observable que, pour les trois suspensions, le front montant possède une vitesse constante tout au long du processus. En déterminant ces vitesses de montée, des vitesses comparables à celles mesurées pour la décantation sont retrouvées, à l'incertitude de mesure près (tableau 4.1).

	Taille des particules (en μm)		
	37,7	59,4	118,1
V^* (en $\mu\text{m/s}$) en décantation	5,85	1,07	0,48
V^* (en $\mu\text{m/s}$) en alimentation continue	5,86	1,10	0,41

Tableau 4.1 Comparatif des différentes vitesses de montée du front.

Ainsi, le mode d'alimentation ne semble pas avoir d'effet sur la vitesse de constitution du sédiment. Avec la méthode mise en place, il nous est actuellement impossible de déterminer avec précision les concentrations sur la hauteur du cylindre au cours de la sédimentation. La structure du sédiment et la présence de possible vague de raréfaction ne sont donc pas accessibles. Ainsi, les modes de sédimentation produit au cours de ce processus ne peuvent être déterminés. Cependant, il est étonnant de constater que le changement de confinement et du mode d'alimentation conduit à une structure d'écoulement différente mais n'affecte pas la vitesse de montée du sédiment. Une amélioration de la technique permettrait de sonder le sédiment et se statuer sur une similarité de sa structure avec celui obtenu en décantation.

II. Suspensions bi-disperses

1. Décantation d'une suspension bi-disperse

Dans cette deuxième partie, nous nous intéressons à des suspensions composées des mêmes populations de particules que dans la partie précédente. Deux populations de tailles différentes sont présentes en proportions égales dans la suspension avec une fraction volumique en solide totale initiale identique ($\phi_0 = 0,2985 \pm 0,050$). Avec ces jeux de particules, trois suspensions sont formulées dont le rapport de taille $\lambda = a_2/a_1$ diffère d'une suspension à l'autre (a_2 étant le rayon de particule le plus grand et a_1 le rayon le plus petit) (tableau 4.2). La procédure de mesure est similaire à celle utilisée pour le cas des suspensions mono-disperses avec une caméra supplémentaire pour l'enregistrement concomitant mais différencié des positions de chaque population de particules. Les trois grands axes d'étude que sont les fronts de sédimentation, le profil de concentration et la structure du sédiment sont conservés.

	a_1 (en μm)	a_2 (en μm)	$\lambda=a_2/a_1$
Suspension 1	37,7	118,1	3,1
Suspension 2	59,4	118,1	2,0
Suspension 3	37,7	59,4	1,6

Tableau 4.2 Composition des 3 suspensions bi-disperses utilisées.

1.1. Décantation de la suspension 1 ($\lambda=3,1$)

Contrairement au cas mono-disperse, nous nous attachons d'abord à décrire le comportement global de la décantation d'une suspension bi-disperse avant d'étudier les structures des recirculations se produisant lors de la sédimentation. Nous évoquons donc d'une part l'évolution des vitesses globales relatives aux fronts de sédimentation montant et descendant et d'autre part les formes des profils de concentration. Suite à cela, nous discutons de l'influence de l'écart de tailles entre populations de particules.

1.1.1. Vitesses des fronts de sédimentation

La suspension dont la décantation est ici décrite est la suspension 1 composée de deux populations de particules dont les rayons moyens sont 118,1 μm et de 37,7 μm donnant le rapport de taille le plus grand. Les mesures sont effectuées tout au long de la décantation jusqu'à atteindre une séparation de phase complète et la formation d'un sédiment. En utilisant la méthode décrite dans le paragraphe 2.2 du chapitre 3, le profil de l'intensité lumineuse le long de l'axe z pour chaque

population et son évolution temporelle au cours de la décantation est tracé. Le résultat est donné sur la figure 4.20 où le temps est normalisé par le temps de Stokes $t_s = a_2/V_{s2}$. Sur la figure 4.20 a), seules les particules de 118,1 μm détectées par la 1^{ère} caméra et les fronts associés sont visibles. Les particules de 37,7 μm sont détectées par une 2^{ème} caméra et les fronts qu'elles dessinent au cours de la décantation sont présentés sur la figure 4.20 b). Les fronts déterminés sur la figure 4.20 a) sont reportés sur la figure 4.20 b).

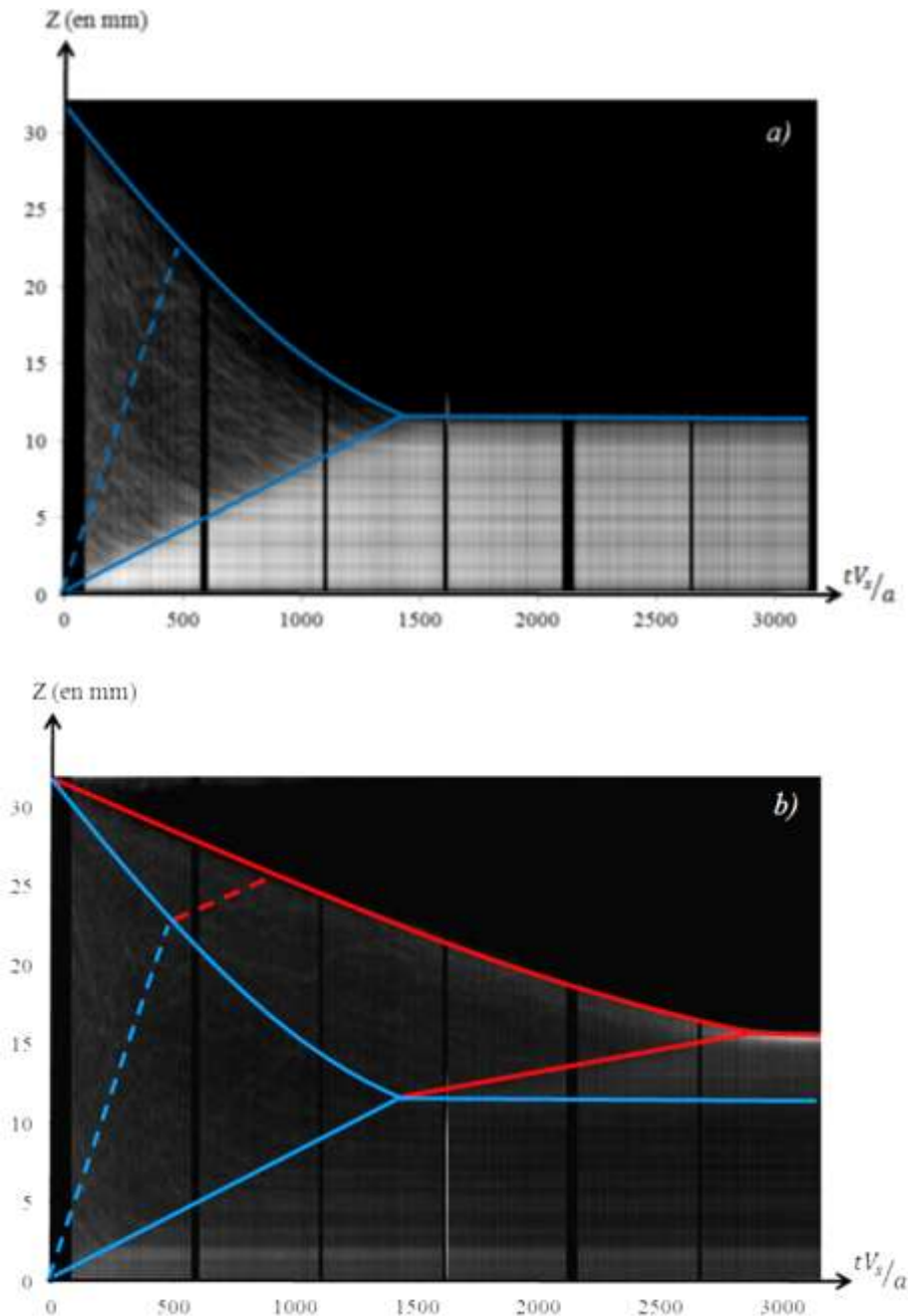


Figure 4.20 Profils de sédimentation d'une suspension bi-disperse initialement homogène de particules de 118,1 μm (a) et 37,7 μm de rayon (b).

Le profil de sédimentation obtenu est conforme à ce que l'on peut attendre lors de la décantation d'une suspension bi-disperse. Le sédiment comme la suspension en mouvement sont de composition très variée en termes de proportions des deux tailles de particules, résultat d'une ségrégation sélective due au mouvement [51] [66]. Dès les premiers instants du processus, deux fronts descendants sont observés. Les grosses particules sédimentant plus vite, elles délimitent un premier front dont la vitesse globale est $V_{P1+P2} = 3,88 \mu\text{m/s}$ ($\pm 0,07$). Cette vitesse est inférieure à la vitesse de descente du front qu'auraient les grosses particules à la fraction volumique solide de 0,30 en mono-disperse ($V = 5,57 \mu\text{m/s}$). Cette évolution de la vitesse de front semble logique puisque entre le cas mono-disperse et le cas bi-disperse, la moitié des particules de $118,1 \mu\text{m}$ a été remplacée par son équivalent en volume en particules de $37,7 \mu\text{m}$: les petites particules sédimentant moins vite, elles augmentent la viscosité effective du milieu rencontré par les grandes particules. De ce fait, la vitesse de descente du front constitué de grandes particules diminue. Au-dessus de ce premier front descendant, il existe une zone qui ne contient que des particules de petite taille qui sédimentent plus lentement et forment un second front avec le fluide clair dont la vitesse est $V_{P1} = 1,46 \mu\text{m/s}$ ($\pm 0,07$). Il est à noter que V_{P1} est égal à la vitesse de descente du front calculée avec la loi de Richardson et Zaki qu'aurait une suspension mono-disperse composée de ces petites particules à la fraction volumique solide de 0,15. Dans la mesure où le rapport de taille ($\lambda=3,1$) est important, on peut supposer que le dépôt rapide des grosses particules provoque une dilution de la suspension supérieure constituée alors exclusivement de particules de petite taille. Nous reviendrons évidemment sur ces considérations à l'occasion de l'examen de l'influence du paramètre λ sur les phénomènes de ségrégation qu'il engendre.

Par ailleurs, dès le début de la décantation, un sédiment composé des deux populations de particules se constitue et la vitesse de montée de l'interface suspension-sédiment est $V_{P1+P2}^* = 2,05 \mu\text{m/s}$ ($\pm 0,07$). Lorsque toutes les particules de grande taille ont sédimenté ($t < 1450 t_s$), il ne subsiste que les petites particules en suspension et le processus est, à partir de cet instant, similaire à celui d'une décantation mono-disperse. Le sédiment qui se forme subséquemment n'est alors constitué que de petites particules et la vitesse de montée du front est $V_{P1}^* = 0,88 \mu\text{m/s}$ ($\pm 0,07$) et est inférieure bien évidemment à celle de montée du front surmontant le sédiment bi-disperse.

Identiquement à la décantation des suspensions mono-disperses des particules de $37,7$ et $59,4 \mu\text{m}$ de rayon, les vitesses des fronts descendants ne sont pas constantes tout au long du processus. Les vitesses données plus haut sont des vitesses globales calculées à partir des positions initiales et finales des fronts. Le front relatif aux grosses particules et celui relatif aux petites particules ont une vitesse constante jusqu'à respectivement $t \approx 700 t_s$ ($V_{P1+P2} = 4,99 \mu\text{m/s}$ ($\pm 0,07$)) et $t \approx 1250 t_s$ ($V_{P1} = 1,89 \mu\text{m/s}$ ($\pm 0,07$)). Ensuite, ces vitesses décroissent, et le raccordement avec l'interface de chacune des strates du sédiment se fait de manière abrupte. Dans ce qui suit et dans une démarche

similaire aux cas mono-disperses, une corrélation est mise en évidence entre l'évolution des vitesses de front et l'évolution de la fraction volumique de chaque population de particules.

1.1.2. Profils de concentration

L'étude de l'évolution temporelle de la fraction volumique en solide de chaque espèce de particules à l'intérieur de la suspension permet de discuter de l'origine de la non-linéarité de la vitesse de descente du front. Grâce aux deux caméras utilisées, chaque population est considérée de manière indépendante avant que l'évolution de la concentration globale ne soit commentée (figure 4.21 ci-dessous et figure 1 de l'annexe 7).

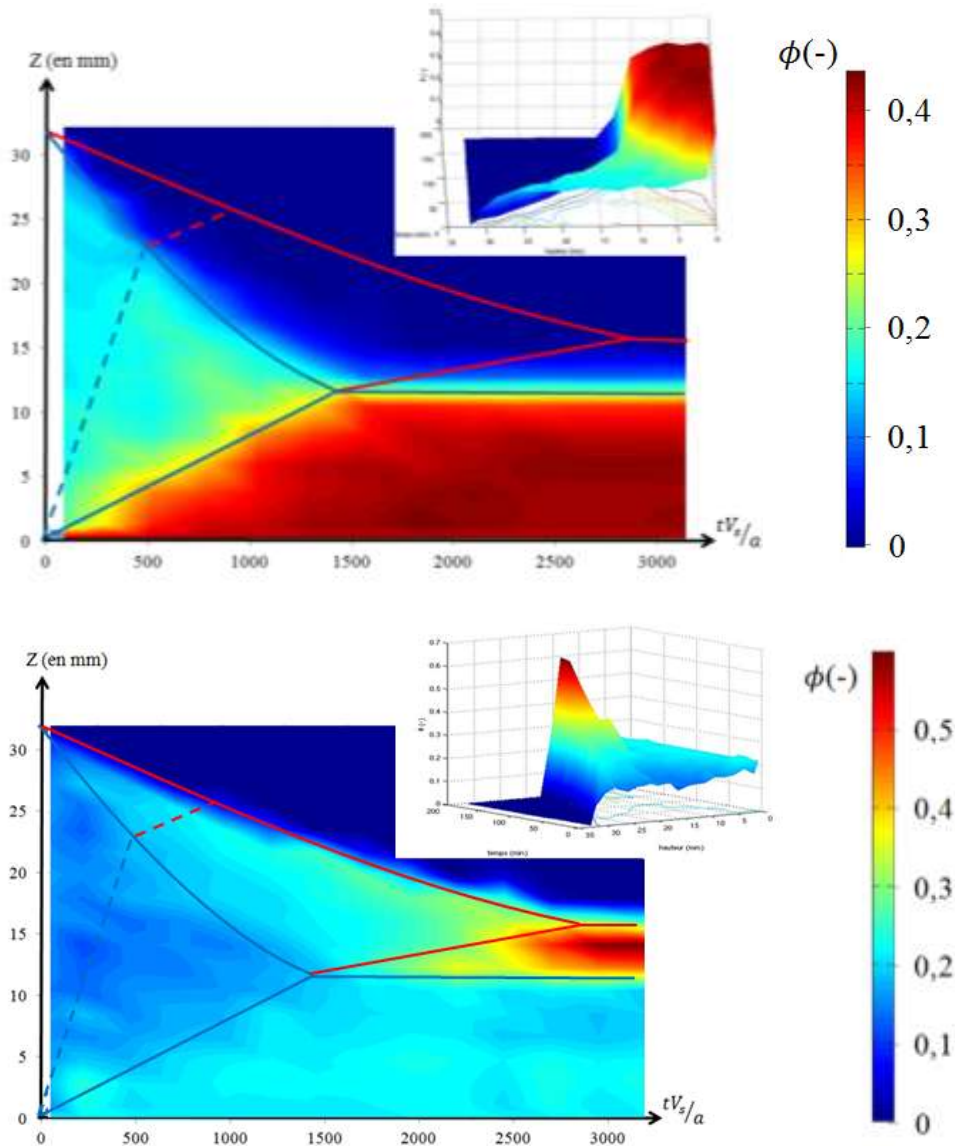


Figure 4.21 Graphique présentant l'évolution temporelle de la fraction volumique solide a) en particules de plus grande taille, b) en particules de plus petite taille. Les interfaces suspension-fluide clair et suspension-sédiment ainsi que les lignes symbolisant le début de la vague de raréfaction de la figure 4.20 sont reportées.

Les lignes de front déterminées par l'étude des profils de sédimentation sont reportées sur les profils de concentration. Dans un premier temps, relativement aux particules de grande taille, la présence d'une vague de raréfaction émanant de l'origine et qui coïncide avec la diminution de la vitesse de front descendant est visible. A l'intérieur de cet éventail, la fraction volumique solide en particules de 118,1 μm passe de 0,15 à 0,22 avant de subir un saut jusqu'à environ $\phi_1^* \approx 0,44$ fraction volumique solide en grandes particules dans le sédiment bi-disperse. En parallèle, la concentration en particules de 37,7 μm reste constante dans cet éventail et la fraction volumique solide dans le sédiment est de l'ordre de $\phi_2^* \approx 0,21$. L'éventail de concentration se répercute sur la zone supérieure où seules les particules les plus petites sont présentes. La fraction volumique en particules plus petites passe continûment de 0,15 à 0,21 avant un saut jusqu'au taux de compacité maximal ($\phi_2^* \approx 0,63$) définissant la strate supérieure du sédiment. La disparition des grosses particules dans cette zone entraîne une diminution de la vitesse de propagation des lignes d'iso-concentration totale (figure 1 de la annexe 7).

Dorrell *et al.* [51] ont très récemment défini des modes de sédimentation pour la décantation de suspensions bi-disperses en décantation. Ces modes différenciés comme en mono-disperse par la présence ou l'absence d'éventail de concentration et de discontinuité sont décrits dans le chapitre 1 (paragraphe 2.4.2). Par rapport à nos observations, il est possible de définir le mode de sédimentation opérant au cours de la sédimentation de cette suspension bi-disperse : une vague de raréfaction émane de l'origine séparée du sédiment par un choc et présentant une ligne de continuité avec le reste de la suspension. Le mode MSB-5 est ainsi caractérisé.

1.1.3. Constitution du sédiment

La méthodologie expérimentale adoptée permet de sonder la constitution exacte du sédiment en déterminant les proportions des petites et grosses particules présentes. Celles-ci sont présentées sur la figure 4.22 en fonction de la hauteur normalisée. Le graphique révèle qu'en début de processus, le sédiment est un mélange homogène de petites et grosses particules. Cette structuration homogène perdure jusqu'à l'épuisement des grosses particules et le sédiment est alors constitué exclusivement de petites particules. Dans sa phase initiale et pour le système considéré, le sédiment est composé de 68% de particules de 118,1 μm et de 32% de particules de 37,7 μm et le taux de compacité du sédiment alors formé est 0,65. Ces constats sont là-aussi reconsidérés à la lumière de l'influence du rapport entre taille de particules λ dans le paragraphe suivant.

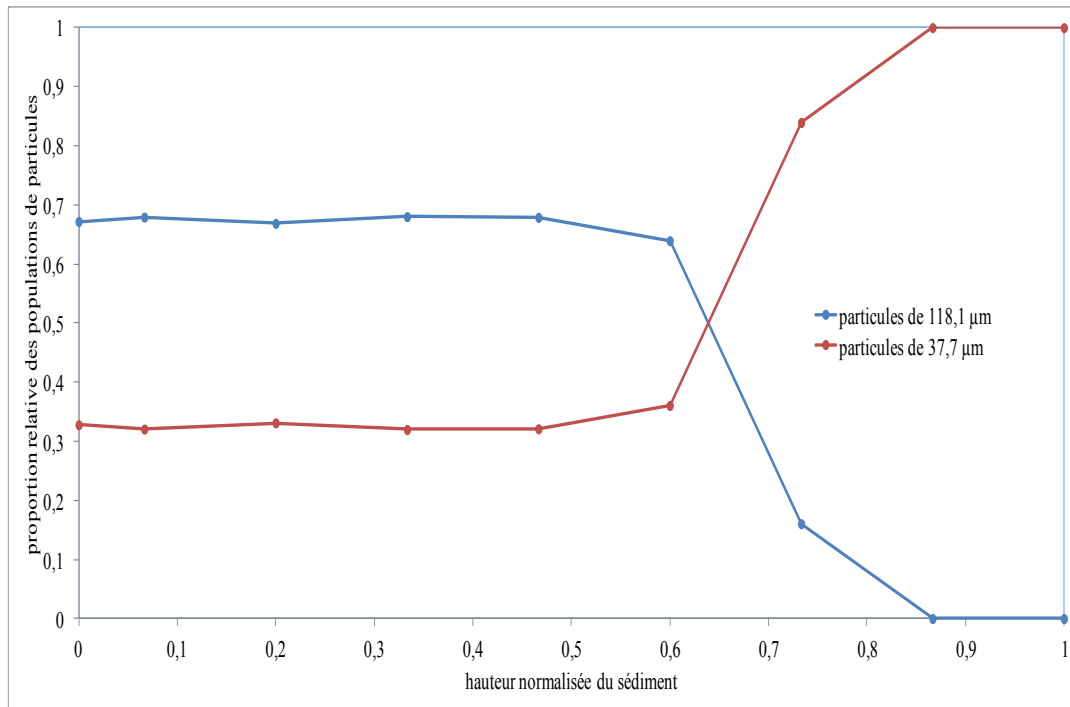


Figure 4.22 Graphique présentant l'évolution de la proportion relative de chaque population de particules dans le sédiment final.

1.2. Influence du rapport de dimension entre particules sur la sédimentation de suspensions bi-disperses

Comme il a été annoncé en début de cette partie, les expérimentations de sédimentation ont été conduites pour des suspensions bi-disperse de fraction volumique initiale globale $\phi=0,30$ constituées à parts égales de deux populations de particules de rapport de rayon variable. Ce ratio λ est donné sur le tableau 4.. Dans ce paragraphe, nous avons choisi de présenter et discuter nos résultats expérimentaux au travers du prisme des similitudes et différences avec les comportements en décantation de la suspension présentée précédemment.

1.2.1. Profils de concentration

S'agissant des profils de sédimentation, les résultats obtenus pour $\lambda=2,0$ et $\lambda=1,6$ sont exposés sur les figure 4.23 a) et 4.23 b) où leur ont été superposés, de manière analogue à la figure 4.21, les profils de concentration. Les figures correspondant à la mesure de concentration pour chaque taille de particules sont visibles en annexes 8 et 9. Lorsque la suspension de $\lambda=3,1$ sédimente en décantation (figure 4.21), nous avons montré qu'il existe une vague de raréfaction émanant de l'origine qui se propage dans la suspension et persiste lorsque seules les petites particules sont présentes. Aussi, en mono-disperse, pour une suspension composée uniquement de particules de 118,1µm, il existe un choc

sans vague de raréfaction alors que, pour une suspension mono-disperse de particules de $37,7\mu\text{m}$, il existe une vague de raréfaction dont la plage de concentration s'étend de $\phi_0=0,30$ à $\phi^*=0,64$ mais dans ce cas-là sans choc. En mélange, la présence d'un choc surmontant le sédiment due essentiellement aux grosses particules s'accompagne d'une diminution de l'amplitude en concentration de la vague de raréfaction surplombant ce choc. Quand la sédimentation des grosses particules en bi-disperse est terminée, la zone de raréfaction formée alors de petites particules perdure mais les vitesses des lignes d'iso-concentration sont de ce fait plus faibles.

Pour le couple de populations de particules $59,4\mu\text{m}$ et $37,7\mu\text{m}$, qui présente l'une et l'autre une vague de raréfaction en décantation mono-disperse, il existe là aussi une vague de raréfaction surmontant une ligne de choc avec le sédiment. Cependant, la réduction de l'amplitude en concentration de la vague de raréfaction est moindre que pour le couple de particules précédent.

Cette structuration de la sédimentation est beaucoup moins nette pour la suspension bi-disperse composée de particules de $59,4\mu\text{m}$ et $118,1\mu\text{m}$ comparée au cas $37,7\mu\text{m}/118,1\mu\text{m}$. L'amplitude de l'éventail de concentration en mono-disperse pour les petites particules ($59,4\mu\text{m}$) est en effet plus faible que pour la taille de particules la plus petite. Par conséquent, la présence des grosses particules la rend encore plus faible et de ce fait, les lignes d'iso-concentration ne peuvent être clairement identifiées aussi bien dans la zone où petites et grosses particules coexistent que dans la zone supérieure constituée seulement de petites particules. Le mode de sédimentation semblant s'opérer pour les 3 suspensions semble être le mode MSB-5 avec des vagues de raréfaction d'amplitude en fraction volumique solide différente.

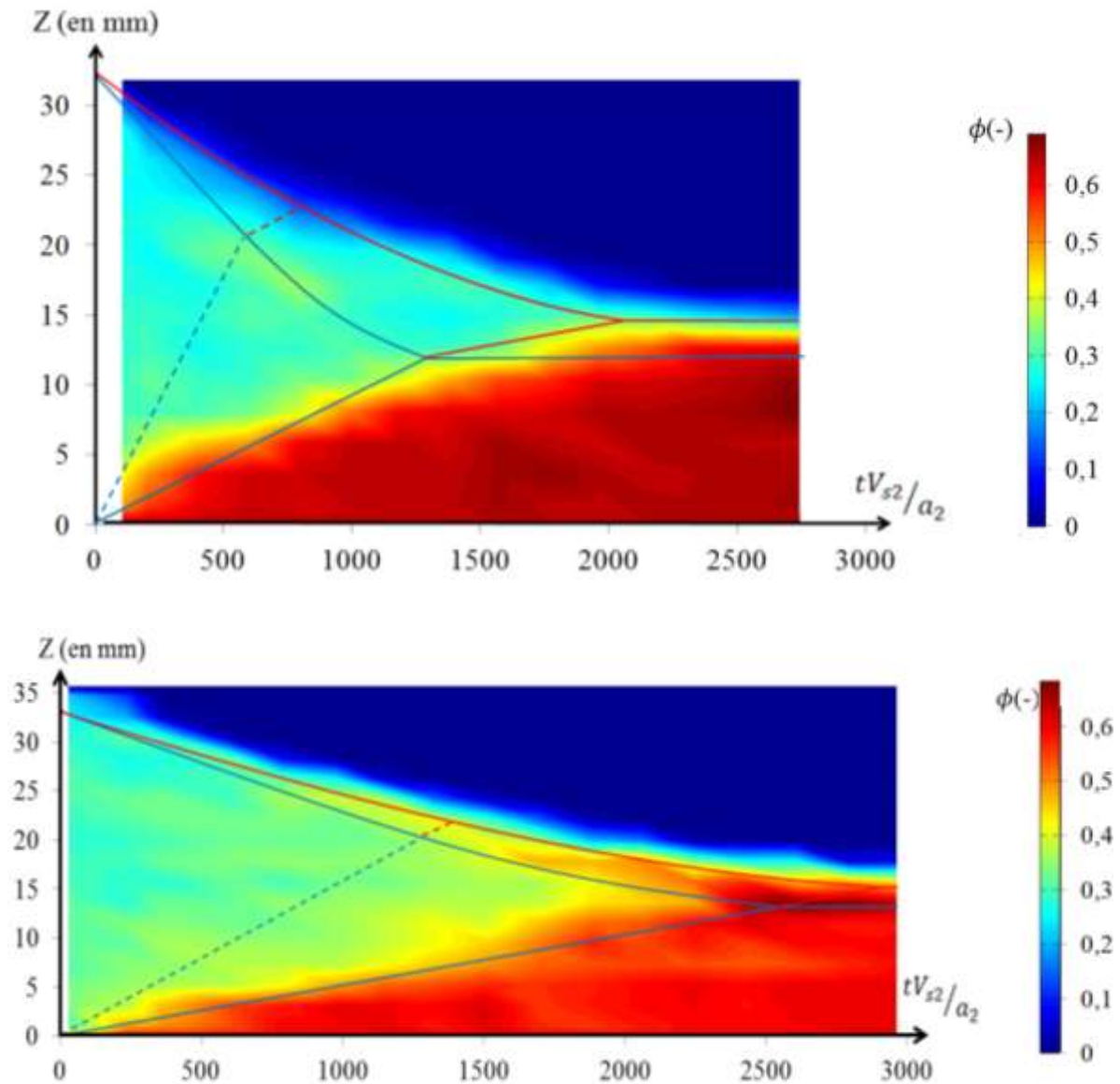


Figure 4.23 Profils de sédimentation (a) de la suspension bi-disperse dont $\lambda=2,0$ (b) de la suspension bi-disperse dont $\lambda=1,6$.

1.2.2. Structure du sédiment

Concernant la structure du sédiment, celui-ci présente la même texturation quel que soit le ratio entre taille de particules. Le sédiment est ainsi d'abord constitué à la fois de petites et grosses particules avant que la consommation totale de ces dernières ne conduise à la formation d'un sédiment composé uniquement de petites particules (figure 4.24). Cependant, la proportion respective des populations dans le sédiment initialement formé est fonction du rapport entre rayons de particules λ . Ainsi, les petites particules représentent 33%, 37% et 42% de ce sédiment pour $\lambda=3,1$, $\lambda=2,0$ et $\lambda=1,6$. Cette variation des proportions trouve son origine dans la différence de vitesses entre particules. Cette différence de vitesse est, pour une vitesse de petites particules donnée, d'autant plus grande que la vitesse des grosses particules est grande, diminuant la proportion de petites particules dans le

sédiment. Pour le cas limite où $\lambda=1$, c'est-à-dire le cas mono-disperse, la proportion de petites particules est de 50%. Le ratio entre la hauteur du sédiment composé des deux tailles de particules et la hauteur totale du sédiment a une évolution qui est aussi liée à la structure du dépôt bien entendu : plus la proportion de petites particules est importante dans le sédiment inférieur, plus la hauteur de ce dernier est importante.

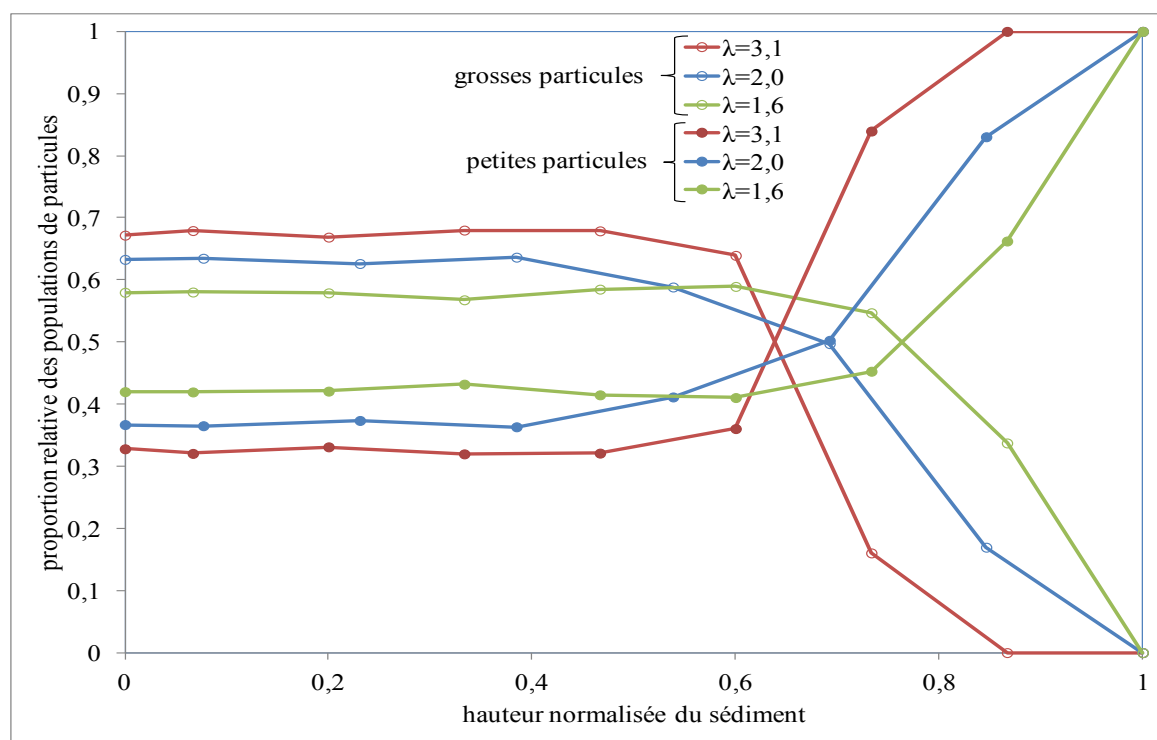


Figure 4.24 Graphique présentant l'évolution de la proportion relative de chaque population de particules dans le sédiment final pour les trois suspensions.

Un autre aspect de cette structuration de dépôt est la dépendance du taux de compacité final avec le rapport λ entre tailles de particules (tableau 4.2). En premier lieu, la fraction volumique de la couche supérieure du sédiment composée uniquement de petites particules ne semble pas varier. Ensuite, en ce qui concerne la strate inférieure du sédiment, sa fraction volumique diminue quand λ diminue. Considérons les suspensions formées des doublets de particules $118,1/37,7 \mu\text{m}$ et $118,1 \mu\text{m}/59,4 \mu\text{m}$ et rappelons pour mémoire que $\phi_{118,1 \mu\text{m}}^* \simeq 0,57$ valeur proche de celle d'un empilement lâche de particules. L'incorporation de particules de taille plus petite permet l'augmentation de cette valeur pour atteindre ici une fraction volumique finale de 0,65 pour les particules de $37,7 \mu\text{m}$ et de 0,62 pour les particules de $59,4 \mu\text{m}$. Par contre, pour le couple de particules $59,4 \mu\text{m}/37,7 \mu\text{m}$, cet effet n'est pas observable, le cas tendant vers un cas limite mono-disperse. Il faudrait tester d'autres couples de particules pour balayer une plage de λ plus importante et dégager des tendances plus claires.

	$\lambda=3,1$	$\lambda=2,0$	$\lambda=1,6$
ϕ_{sup}^*	0,62	0,62	0,61
ϕ_{inf}^*	0,65	0,62	0,60

Tableau 4.3 Fraction volumique totale en solide dans les deux strates du sédiment.

1.2.3. Vitesses de front

Les vitesses des fronts montant et descendant déterminées expérimentalement à partir des profils d'intensité lumineuse sont regroupées sur le tableau 4.4. Ce tableau montre les vitesses globales mesurées des fronts descendants séparant la suspension bi-disperse de la zone composée uniquement de petites particules et les petites particules du fluide clair. Tout d'abord, il apparaît que la valeur de la vitesse de front des grosses et petites particules en bi-disperse est comprise entre la vitesse des petites et des grosses en mono-disperse à la fraction volumique de 0,30 (lesquelles valeurs sont indiquées entre parenthèses). L'influence des grosses particules sur cette vitesse apparaît d'autant plus importante que λ est grand.

			V P. mono $\phi_0=0,30$	V G. mono $\phi_0=0,30$	ϕ_0 équivalent
$\lambda=3,1$	V descente P.	1,46	(0,60)	/	0,15
	V descente G.+P.	3,88	(0,60)	(5,57)	/
$\lambda=2,0$	V descente P.	2,28	(1,18)	/	0,23
	V descente G.+P.	3,86	(1,18)	(5,57)	/
$\lambda=1,6$	V descente P.	0,64	(0,60)	/	0,28
	V descente G.+P.	0,71	(0,60)	(1,18)	/

Tableau 4.4 Tableau récapitulatif des vitesses de descente des fronts en bi-disperse comparées avec les résultats en mono-disperse. Les vitesses sont données en $\mu\text{m/s}$. P. signifie ici petites particules et G. grosses particules.

S'agissant du front petites particules/fluide clair, il est constaté que le rapport entre la vitesse mesurée en bi-disperse et celle mesurée en mono-disperse à $\phi=0,30$ est lui d'autant plus faible que λ tend vers 1. Pour expliquer un tel comportement, prenons d'abord le cas où $\lambda=3,1$. Lors de la sédimentation de cette suspension, nous avons vu précédemment qu'une faible quantité de petites particules font partie du sédiment. Tout se passe comme si la décantation des grosses particules produit une expulsion des petites particules dans la phase mobile supérieure au-dessus du front constitué des deux populations de particules. Cette action tend à accroître la concentration des petites particules dans cette zone. Cependant, ce volume dans lequel les petites particules mobiles sont suspendues seules est la résultante d'une compétition entre son augmentation par la décantation des grosses et sa diminution par l'avancée du front petites particules/fluide clair. Dans le cas présent où $\lambda=3,1$, l'accroissement du volume par décantation prédomine et les petites particules se retrouvent suspendues dans un élément de volume proche de celui qu'elles occupaient initialement. La

concentration des petites particules dans cette zone est alors proche de 0,15. D'ailleurs, lorsque la loi empirique de Richardson et Zaki est utilisée, une valeur de $\phi=0,15$ est nécessaire pour retrouver la valeur de la vitesse de descente du front petites particules/fluide clair. Il est important de noter ici que cette fraction volumique ne reste pas constante tout au long du processus. Comme nous l'avons déjà noté plus haut, une vague de raréfaction est présente pour les 3 suspensions bi-disperses. La fraction volumique dans cet éventail augmente donc. Il est alors important de dissocier ce comportement purement lié aux modes de sédimentation de celui de ségrégation qui s'opère et qui constituerait une zone supérieure de fraction volumique constante si il n'y avait pas de vague de raréfaction.

Ce comportement est globalement identique à celui observée pour les deux autres suspensions mais l'avancée du front supérieure ne peut être négligée devant la progression du front constitué des grosses et petites particules. Ainsi, une moindre détente de volume est produite et donc la concentration en particules dans la zone supérieure devient plus grande. Pour la suspension où $\lambda=2,0$ la fraction volumique des petites particules y est alors de 0,23 et pour la suspension où $\lambda=1,6$ elle augmente ($\phi=0,28$). Ce comportement peut-être généralisé faisant que la concentration en petites particules dans la zone supérieure augmente quand le rapport entre taille diminue jusqu'au cas limite où $\phi=0,30$ pour $\lambda=1$.

2. Sédimentation continue d'une suspension bi-disperse

Comme pour les suspensions mono-disperses, après l'étude de la décantation, nous changeons de mode d'alimentation. La sédimentation s'effectue dans le même récipient cylindrique qu'en mono-disperse de telle façon que l'alimentation peut être considérée comme continue dans la zone d'observation. Les trois suspensions formulées précédemment de rapport de taille $\lambda = a_2/a_1$ différent sont conservées. La procédure de mesure est bien sûr similaire à celle utilisée pour le cas des suspensions mono-disperses si ce n'est l'utilisation de deux caméras.

La structure de l'écoulement n'ayant pu être décrite pour ces suspensions, nous nous concentrons exclusivement sur les vitesses de front, ou plutôt sur la vitesse du front montant. En effet, quelque soit le rapport entre taille de particules, un seul front est visible pour les deux populations. Ce front montant conserve une vitesse constante tout au long du processus de sédimentation. Nous reportons les valeurs de ces vitesses de montée pour les différentes suspensions dans le tableau 4.5 et nous les comparons avec celles du front montant constitué de grosses et petites particules en décantation.

	rapport de taille λ		
	3,1	2,0	1,6
V* (en $\mu\text{m/s}$) en décantation	1,96	2,12	0,58
V* (en $\mu\text{m/s}$) en alimentation continue	1,88	2,21	0,58

Tableau 4.5 Comparatif des différentes vitesses de montée du front en décantation et en alimentation continue.

Les valeurs obtenues pour les deux processus de sédimentation différents sont identiques aux erreurs de mesure près ($\pm 0,06$). Ainsi, une nouvelle fois, le mode d'alimentation ne semble pas avoir d'effet sur la vitesse de constitution du sédiment. Il est ici remarquable que, bien que deux populations de particules de tailles différentes soient en présence, au mécanisme de ségrégation ne s'opère à cause de l'alimentation permanente en particules. Si l'on compare les vitesses de montée de front entre elles, il est visible que la vitesse de montée de front la plus importante est obtenue pour la suspension composée des particules de 118,1 μm et 59,4 μm . Lorsque la taille de ces petites particules passe de 59,4 μm à 37,7 μm , la vitesse de montée du front diminue. La vitesse de dépôt n'est donc pas gouvernée uniquement par les particules les plus grosses mais est la résultante d'une compétition entre les deux populations de particules. Nous pouvons donc dire que la suspension bi-disperse se comporte comme une suspension mono-disperse dont la taille des particules est intermédiaire aux tailles des deux populations en présence.

III. Décantation d'une suspension tri-disperse

Dans cette troisième partie, qui constitue la dernière sur les résultats expérimentaux, une suspension composée des trois populations de particules utilisées jusqu'à présent est utilisée. Chacune des trois populations est introduite de manière équivalente. Ainsi, la fraction volumique en solide de chaque population est de 0,10 pour une fraction volumique totale de 0,30. L'introduction d'une proportion de chaque population marquée à l'aide d'un marqueur fluorescent comme décrit dans la partie 1 du chapitre 3 permet le suivi différencié de chaque taille de particules. Suite à une limitation technique des caméras, seules les populations de 118,1 μm et 59,4 μm sont observables avec précision.

En suivant l'évolution de l'intensité lumineuse moyenne des populations de particules, le profil de décantation est accessible. Le résultat est donné sur la figure 4.25 où le temps est normalisé par le temps de Stokes relatif à la taille de particule la plus grande. Sur la première image (figure 4.25 a)), seules les particules de 118,1 μm sont détectées et les fronts associés sont visibles. Les particules de 37,7 μm et les fronts associés sont présentées sur la figure 4.25 b). Les fronts déterminés sur la figure 4.25 a) sont reportés sur la figure 4.25 b).

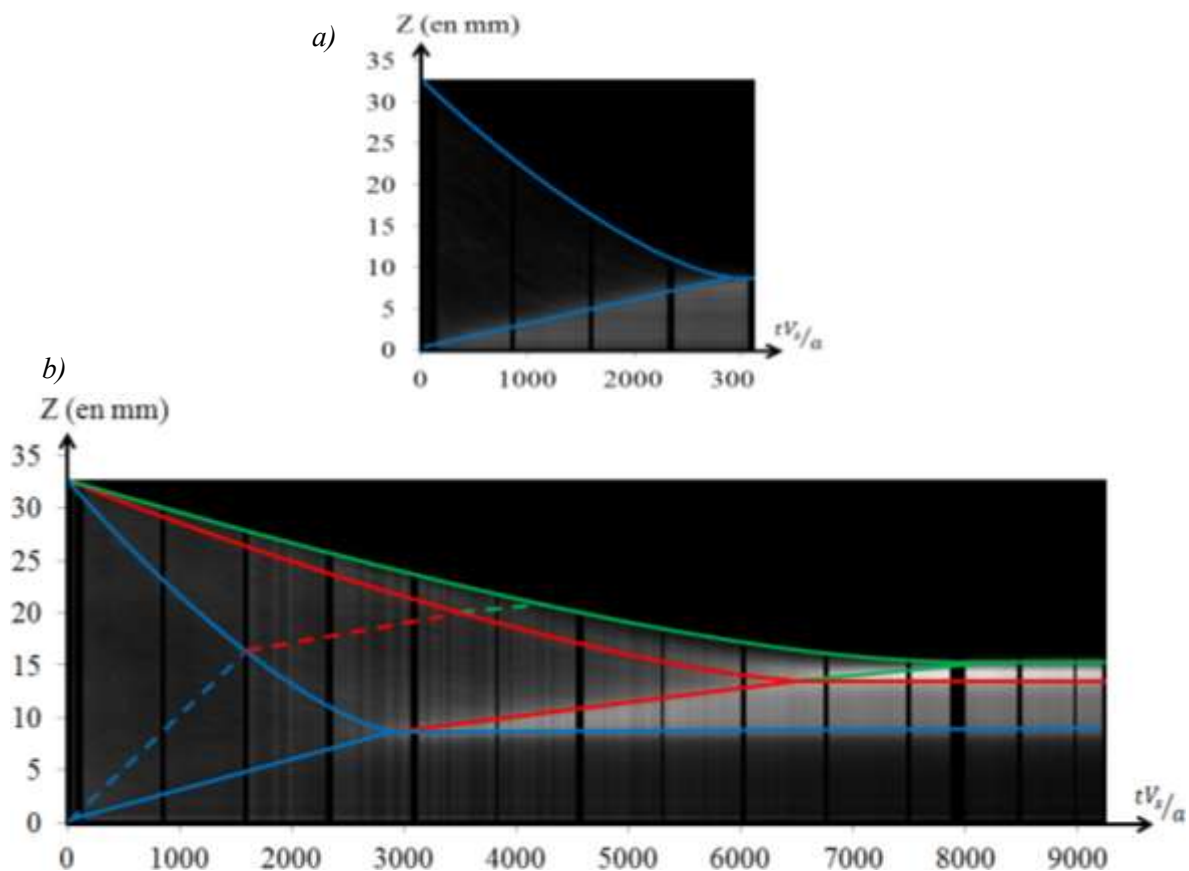


Figure 4.25 Profils de sédimentation d'une suspension tri-disperse initialement homogène de particules de 118,1 μm (a) 59,4 μm et 37,7 μm de rayon (b).

Le profil de sédimentation obtenu est conforme à ce que l'on peut attendre lors de la décantation d'une suspension tri-disperse notamment par rapport aux résultats de modélisation numérique de Basson *et al.* [74]. D'une manière assez similaire au cas bi-disperse, une ségrégation s'opère tout au long du processus de décantation. La première strate du sédiment est composée des trois tailles de particules jusqu'à ce que les plus grosses se retrouvent en défaut. Une deuxième strate se constitue alors tant que des particules de taille moyenne sont présentes dans la suspension. Enfin, la strate supérieure du sédiment se forme à partir des petites particules restantes.

A partir de ces profils de sédimentation, les vitesses de front globales ont été déterminées (tableau 4.6). La valeur de la vitesse de descente du front constitué des trois tailles de particules ($V=3,02 \mu\text{m/s}$ (+/- 0,06)) suit une évolution logique par rapport à ce qui a été observé en mono et bi-disperse c'est-à-dire : elle est inférieure à la vitesse obtenue en bi-disperse (3,86 et 3,88 $\mu\text{m/s}$) qui était elle-même à la valeur obtenue en mono-disperse (5,57 $\mu\text{m/s}$). D'un cas à l'autre, la moitié puis les 2/3 des grosses particules ont été remplacés par l'équivalent en volume des particules de taille plus petite ayant ainsi pour conséquence évidente une diminution de la vitesse du front poly-disperse.

V descente du front P. (en $\mu\text{m/s}$)	0,82
V descente du front P.+M. (en $\mu\text{m/s}$)	1,03
V descente du front G.+P.+M. (en $\mu\text{m/s}$)	3,02
V* montée du front G.+P.+M. (en $\mu\text{m/s}$)	1,12
V* montée du front P.+M. (en $\mu\text{m/s}$)	0,48
V* montée du front P. (en $\mu\text{m/s}$)	0,41

Tableau 4.6 Tableau des différentes vitesses de front.

Les vitesses de descente ici calculées sont des vitesses globales et ne rendent pas compte de la variation dans le profil de sédimentation. En effet, comme en mono et bi-disperse, après une zone linéaire, la vitesse de descente du front diminue signe de la présence d'un éventail de concentration. La position des lignes d'iso-concentration encadrant cet éventail est estimée et a été tracée sur la figure 4.25 b). Au passage des chocs de front, la vitesse de ces lignes d'iso-concentration diminue brusquement à cause de la disparition d'une des populations dans la suspension. Pour poursuivre l'analyse sur l'influence de la taille en tri-disperse, d'autres expérimentations avec d'autres tailles sont nécessaires qui imposeraient autant d'analyses que ce qui a été fait dans ce manuscrit pour le cas mono et bi-disperse.

IV. Quelques résultats numériques

Dans la quatrième et dernière partie de ce chapitre, nous présentons quelques résultats obtenus à l'aide de l'outil numérique développé décrit dans le chapitre 2. Pour des raisons de moyens de calcul, les cas présentés ici se restreignent à l'étude d'une suspension mono-disperse en décantation. Pour représenter cette situation, un ensemble de 25 particules est disposé aléatoirement tel que leur centre se situe sur une même surface. La fraction volumique initiale de la "suspension" ainsi formée est de 0,30. Le domaine est borné par la présence d'un fond et selon les configurations par deux parois latérales. A partir de cette configuration initiale, la suspension décante librement.

Nous nous intéressons à la simulation des particules de $118,1 \mu\text{m}$ en présence d'un fond. Des clichés de la configuration initiale et de configurations ultérieures des particules sont reportés sur la figure 4.26.

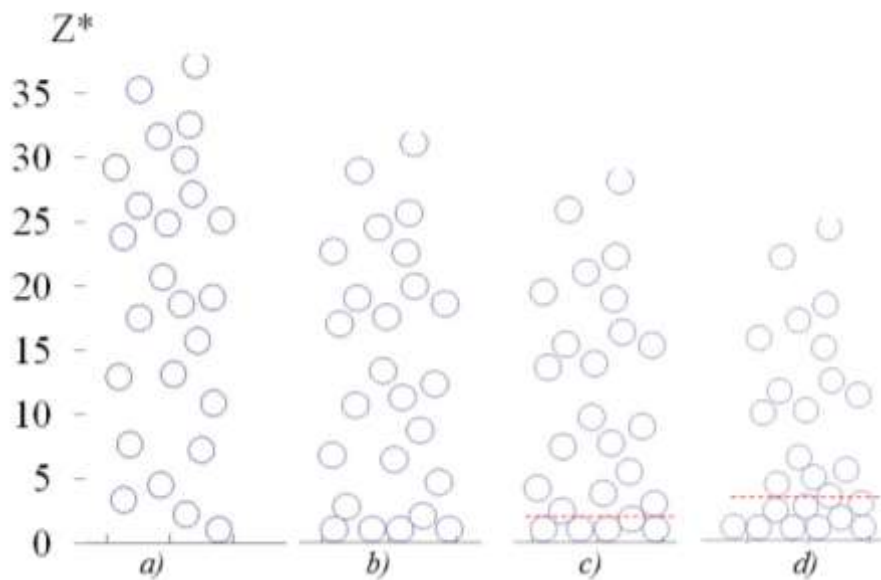


Figure 4.26 Positions des particules à $t=0s$ (a), $t=48s$ (b), $t=77s$ (c) et $t=91s$ (d). La position du front montant est tracée en pointillé.

D'un point de vue phénoménologique, le processus de sédimentation est parfaitement décrit par la simulation. Les particules se déposent sur le fond constituant le sédiment en progression permanente dont la progression a été identifiée sur les images. Il est à noter que lorsque les particules sont en contact avec le fond du récipient, elles sont fixées numériquement afin d'éviter l'insertion permanente de particules entre les sphères déjà déposées. Au dessus de ce front, la suspension reste à ϕ_0 . Les réarrangements entre sphères sont dans cette configuration très faible par rapport au mouvement de sédimentation vertical.

La vitesse moyenne de sédimentation des particules est de $0,79 V_S$, ce qui correspond à une vitesse globale de sédimentation de $25,4 \mu\text{m/s}$. Cette vitesse diminue lorsque deux parois latérales séparées de 12 rayons sont introduites dans les simulations. Elle est alors de $0,21 V_S$ c'est-à-dire $6,74 \mu\text{m/s}$, valeur déjà beaucoup plus proche de la valeur théorique de $5,45 \mu\text{m/s}$. Nous pouvons imaginer que des simulations en 3 dimensions avec un nombre de particules beaucoup plus important et deux parois latérales supplémentaires permettraient de s'approcher de cette valeur théorique.

En ce qui concerne la vitesse de montée du front, il est extrêmement difficile de pouvoir définir une valeur car la position du front montant est très fluctuante. Considérant le faible nombre de particules que nous prenons en compte dans nos simulations, déterminer la position du front comme étant celle de la dernière particule à voir sa vitesse devenir nulle ne peut donner de résultats satisfaisants. Le comportement observé est alors discret et il faudrait de plus un nombre de couches de particules déposés plus important pour induire un effet statistique et obtenir une vitesse de montée de front assez précise. Nous touchons là à la limite de l'outil numérique mis en place qui en l'état actuel des choses ne peut traiter un nombre suffisant de particules tout en conservant un temps de calcul raisonnable.

Les résultats obtenus pour les deux autres populations de particules sont identiques à ceux des particules de $118,1 \mu\text{m/s}$. Ainsi, la vitesse moyenne des particules est toujours de $0,79 V_S$ en l'absence de parois latérales et de $0,21 V_S$ en leur présence. Ce résultat est induit par la résolution de systèmes adimensionnés pour laquelle la taille des particules n'intervient pas. Le changement de taille des particules dans le code ne modifie rien à la résolution des équations et le seul changement opéré est celui de la configuration aléatoire des particules que nous générons. Il apparaît alors compliqué de pouvoir imaginer l'observation de modes de sédimentation différents au travers de l'étude numérique consistant à reproduire les efforts que subit une sphère à l'intérieur d'une suspension.

Conclusion partielle

Dans ce chapitre nous avons réalisé une étude approfondie de la sédimentation de suspensions poly-disperses aux travers des résultats expérimentaux obtenus.

L'étude de la décantation de suspensions mono-disperses a permis dans un premier temps de valider le mode opératoire au travers de comparaisons avec les résultats de la littérature puis dans un deuxième temps de mettre en exergue un comportement différent selon la taille des particules. Ces comportements (ou modes de sédimentation) identifiés à partir de l'évolution de la fraction volumique solide et des fronts de sédimentation conduisent à la formation d'un sédiment de fraction volumique variant du taux d'empilement aléatoire lâche au taux d'empilement aléatoire dense. Ces résultats ont également pu être corroborés avec l'étude des champs de vitesse qui ont de plus mis en évidence la formation de recirculations de taille identique en régime établi quelle que soit la taille des particules en suspension.

L'étude de la sédimentation de suspensions bi-disperses a permis de mettre en exergue le processus de ségrégation des différentes populations de particules. Cette ségrégation plus ou moins effective selon la valeur du rapport de taille λ conduit à la formation d'un sédiment stratifié dont la constitution est fonction de ce rapport de taille λ . Le mode de sédimentation résultant n'est pas le fruit d'une simple superposition des modes de sédimentation obtenus en mono-disperses mais il est propre à la composition de la suspension bi-disperse.

En alimentation continue, pour les suspensions mono et bi-disperses, bien que proposant une structure de l'écoulement différente, la sédimentation conduit à la formation d'un dépôt dont la vitesse de montée du front est identique à celle obtenue en décantation.

La décantation de la suspension tri-disperse, quant à elle, constitue une première étape permettant de confirmer les résultats de la littérature sur le sujet.

Enfin, notre travail numérique donne quelques résultats encourageants, tout en révélant les limites de la méthode actuellement employée. Ceci nous conduit à quelques interrogations quant à la future démarche à employer vis-à-vis du modèle à adopter pour décrire le processus de sédimentation d'un point de vue numérique.

Conclusion générale et perspectives

Dans ce mémoire, ont été exposés des travaux relatifs à l'influence de la poly-dispersité sur la composition d'un lit lors de la sédimentation d'une suspension.

Les objectifs initiaux de ce présent travail de thèse étaient :

- de mener une étude expérimentale pour caractériser de la façon la plus complète possible la sédimentation de suspensions poly-disperses concentrées en régime de Stokes ;
- de mener dans une moindre mesure une étude numérique sur le comportement de ces suspensions.

Pour parvenir à observer la sédimentation des suspensions, un banc expérimental a été conçu. La technique de fluorescence laser utilisée a permis le suivi de plusieurs populations de particules par l'utilisation de 3 marqueurs fluorescents différenciés couplée à la mise en place d'un système optique filtrant. Une analyse fine des images obtenues permet d'avoir accès à la fraction volumique locale dans la suspension, ainsi qu'aux fronts de sédimentation et au champ de vitesse de l'écoulement.

Grâce à la méthode expérimentale développée, il nous a été permis d'étudier le comportement de suspensions en sédimentation. Afin de comprendre le comportement d'une pâte poly-disperse, l'étude a d'abord porté sur le comportement de chaque population de particules de taille différente dans le cas mono-disperse et il a été constaté que :

- le mode de sédimentation d'une suspension en décantation est modifié en changeant uniquement le rayon des particules en suspensions. Il a été possible de définir précisément les modes *MS-1*, *MS-3* et *MS-5* pour les suspensions de particules de taille respective 118,1 μm , 37,7 μm et 59,4 μm . Le tracé et l'étude par différents moyens des profils de vitesses et de concentration et du champ de vitesse a corroboré les résultats attendus ;

- le taux de compacité du sédiment formé par décantation varie suivant le mode de sédimentation et donc la taille des particules en suspension. Il a été notamment mis en évidence que la présence d'une vague de raréfaction conduit à l'obtention de sédiments dont la fraction volumique est supérieure au taux d'empilement aléatoire lâche et pouvant atteindre le taux d'empilement aléatoire dense. A contrario, la présence d'un choc surmontant le sédiment, synonyme de ralentissement brutal des particules en sédimentation, favorise la formation d'un empilement aléatoire lâche ;

- il existe une similarité dans le comportement et l'écoulement produit par la sédimentation des suspensions quelle que soit la taille des particules. Après un régime transitoire, les caractéristiques de

l'écoulement atteignent un état stationnaire avec notamment, dans notre configuration, une taille de recirculation invariante avec le rayon des particules constituant la suspension.

L'étude de la sédimentation des mêmes suspensions dans une configuration d'alimentation continue a permis de constater que le mode d'alimentation ne semble pas avoir d'effet sur la vitesse de constitution du sédiment malgré une structure de l'écoulement différente cette dernière étant également conditionnée par le confinement.

Cette première phase accomplie, il a été possible d'étudier la décantation des suspensions bi-disperses de ratio entre tailles de particules noté λ différent. Cela a conduit aux conclusions suivantes :

- une ségrégation s'opère au cours de la décantation de manière d'autant plus importante que λ est grand conduisant à la formation d'un sédiment stratifié. La couche inférieure est composée des deux populations de particules. Lorsque l'écart en taille entre les populations diminue, la proportion de grosses particules tend à diminuer ainsi que la fraction volumique globale de la strate. L'insertion des petites particules dans l'empilement aléatoire devient en effet plus difficile ;

- le mode de sédimentation d'une suspension bi-disperse n'est pas le fruit d'une simple superposition des modes de sédimentation obtenus en mono-disperse. En effet, les trois suspensions étudiées suivent le même mode de sédimentation (*MSB-5*) alors que chaque population sédimente de façon différente en mono-disperse ;

- la fraction volumique de la zone comprise entre les deux fronts descendants, constituée uniquement de petites particules, varie suivant le rapport de taille entre particules. La concentration en petites particules dans cette zone supérieure augmente à mesure que le rapport entre taille diminue, conséquence de l'expulsion des petites particules par les grosses qui sédimentent dans un volume s'accroissant moins vite.

Les mesures réalisées en alimentation continue pour les mêmes suspensions tend à montrer que le mode d'alimentation ne semble pas avoir d'effet sur la vitesse de constitution du sédiment. Cette dernière vitesse est la résultante d'une compétition entre les deux populations de particules, la suspension bi-disperse se comportant dans cette situation comme une suspension mono-disperse dont la taille des particules est intermédiaire aux tailles des deux populations en présence.

La décantation d'une suspension tri-disperse constitue un travail prospectif qui a permis de retrouver le comportement phénoménologique observé numériquement dans la littérature.

Enfin, les résultats numériques n'ont pas été à la hauteur des objectifs initiaux. L'outil numérique développé utilisant la dynamique Stokesienne permet de prendre en compte de manière correcte les interactions hydrodynamiques entre particules de tailles différentes que ce soit en champ lointain ou en champ proche comme l'ont montré les comparaisons avec les résultats disponibles dans la littérature. Les efforts engendrés par les parois et la force de contact nécessaire pour éviter

l'interpénétration des particules sont également bien retranscrits. Le code ainsi développé a également permis de retrouver la phénoménologie de la décantation d'une suspension mono-disperse. Cependant le faible nombre de particules pris en compte limite l'étude.

D'un point de vue expérimental, avec la méthode mise en place, il est actuellement impossible pour nous de déterminer avec précision les concentrations sur la hauteur du cylindre au cours de la sédimentation. La structure du sédiment et la présence de possible vague de raréfaction ne sont donc pas accessibles. Les modes de sédimentation produit au cours de ce processus ne peuvent être déterminer. Il conviendrait dès lors d'améliorer la technique de mesure et de comptage de particules qui pour le moment se restreint aux études unidimensionnelles et pour une fraction volumique totale constante au cours du temps. Une progression dans ces domaines ouvrirait de nombreuses perspectives et permettrait d'élargir le domaine d'application de notre technique à des systèmes en deux dimensions et pour des fractions volumiques variables dans le temps.

Notre étude sur la sédimentation de suspensions a été réalisée pour des suspensions de même fraction volumique solide initiale, pour 3 tailles de particules et pour des mélanges équii-volumiques de populations en bi-disperse. L'utilisation d'autres tailles de particules permettrait d'élargir le spectre des rayons étudiés et de rapports de taille λ afin de dégager des tendances plus claires quant aux mécanismes de ségrégation entre populations de particules.

Les mécanismes de production d'un mode de sédimentation pourrait également être mieux appréhender. D'un point de vue théorique, le comportement d'une suspension mono-disperse est très bien compris. Cependant, l'introduction de nouvelles populations complexifie l'étude. En effet, le problème devient de plus en plus difficile à résoudre du fait des interactions entre les populations. Les équations régissant le comportement de chaque population sont fortement couplées. De notre point de vue, une étude expérimentale plus approfondie de la sédimentation en tri-disperse permettrait donc d'ouvrir de nouvelles perspectives dans la compréhension de la sédimentation d'une suspension poly-disperse.

D'un point de vue numérique, les travaux effectués ont montré les limites du code dans sa configuration actuelle. En l'état, l'étude de la sédimentation de volume représentatif d'une suspension concentrée nécessiterait une puissance de calcul supérieure pour reproduire au mieux les conditions expérimentales voire industrielles de mise en œuvre de telles suspensions. Certaines propriétés macroscopiques comme les vitesses de front, les profils de concentration pourraient alors être déterminées par des moyennes sur l'ensemble des particules. Une autre possibilité consisterait à changer de méthode. Il existe d'autres approches qui permettraient de gagner en temps de calcul tout en conservant l'utilisation de la méthode numérique de la Dynamique Stokesienne [75] ("Dynamique Stokesienne Accélérée"). Un changement de modèle numérique peut également être envisagé

("Méthode de Couplage de Force" [60] [61], "méthode de suivi de front" [76]) selon les orientations souhaitées.

Annexes

Annexe 1

Protocole de greffage des particules de PMMA

Un premier b cher de grande capacité (1L par exemple) est rempli d’eau. Le récipient est mis à chauffer à 35 C pour constituer un bain-marie.

Dans un deuxième b cher taré avec un barreau magnétique, la quantité de marqueur nécessaire au marquage est pesée (voir tableau 1). Une quantité de 6 grammes de particules de PMMA préalablement calibrées est également introduite dans le b cher. Le solvant utilisé est l’éthanol : 300mL sont ici utilisés. Le mélange ainsi obtenu est alors placé au bain-marie pendant 30 minutes maximum. Une agitation permanente et rapide est obligatoire. Cette précaution est indispensable pour éviter la polymérisation des billes de PMMA et la formation d’agrégats. La qualité de l’agitation est un paramètre important de la qualité du greffage.

Une fois le temps écoulé, le mélange est filtré. Les particules retenues dans le filtre doivent maintenant être séchées en évaporant l’éthanol. Elles sont donc transférées dans un nouveau filtre sec et le tout est placé dans une étuve contrôlée en température à 40 C. Toutes les 5 minutes pendant 30 minutes, il faut retirer le filtre de l’étuve et malaxer manuellement les particules pour éviter la formation de structures cohésives. Si nécessaire, le filtre gorgé d’éthanol doit être changé. Au bout de la demi-heure, si les particules constituent une pâte visqueuse, le malaxage perpétuel est préconisé. Une fois, que la majorité de l’éthanol est évaporée et que les particules sont pour la plupart individualisées, le système peut être placé à l’étuve pour une durée de 12 heures pour supprimer tout résidu de solvant.

Les particules colorées doivent maintenant être re-tamisées pour correspondre à leur distribution originelle et supprimer les éventuels agrégats, poussières ou pollutions matérielles. Un rinçage avec le fluide utilisé pour constituer la suspension est effectué pour éviter que les molécules des marqueurs libres encore présentes ne viennent colorer la future suspension. Cette étape est répétée tant que le fluide de lavage se teinte.

Type de marqueur	DOCI	Fluorescéine	SRB
Quantité maximale pour 6g de PMMA	0,03 g	0,06 g	0,06 g

Tableau 1 : quantité de marqueur maximale à introduire pour le greffage des particules de PMMA

Annexe 2

Fluctuations de vitesse d'une suspension mono-disperse

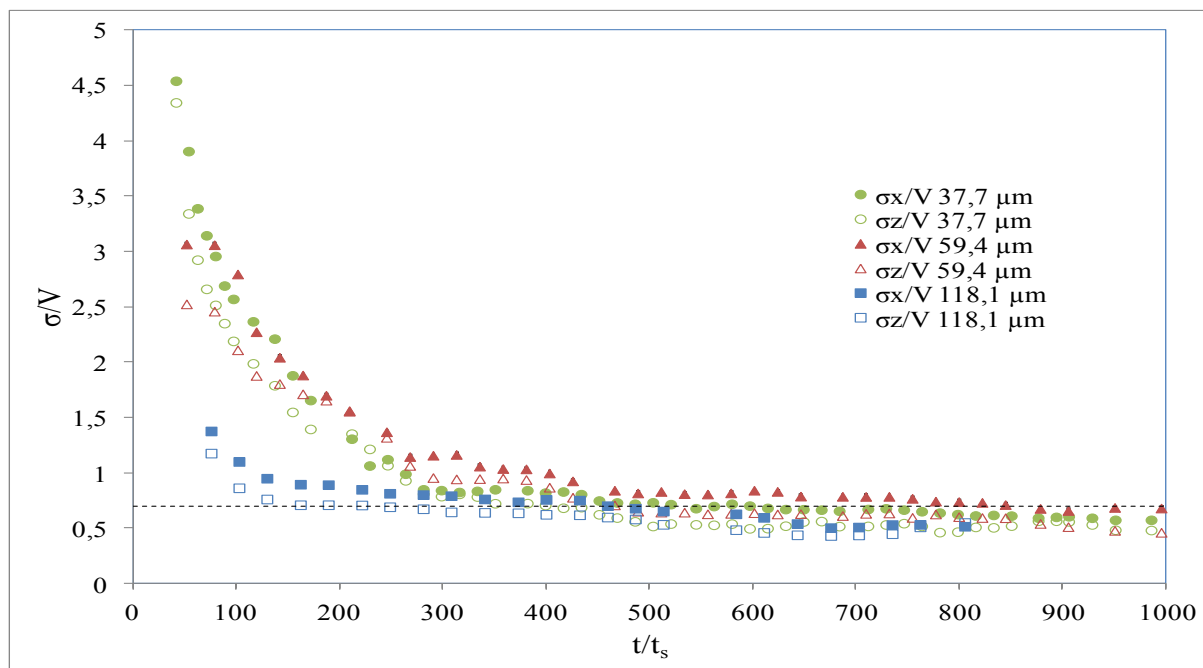


Figure 1 Evolution de l'amplitude des fluctuations de vitesse au cours du temps dans la direction x et z pour les trois populations de particules. La droite pointillée représente un guide pour les yeux et correspond à des fluctuations de $0,7 V$.

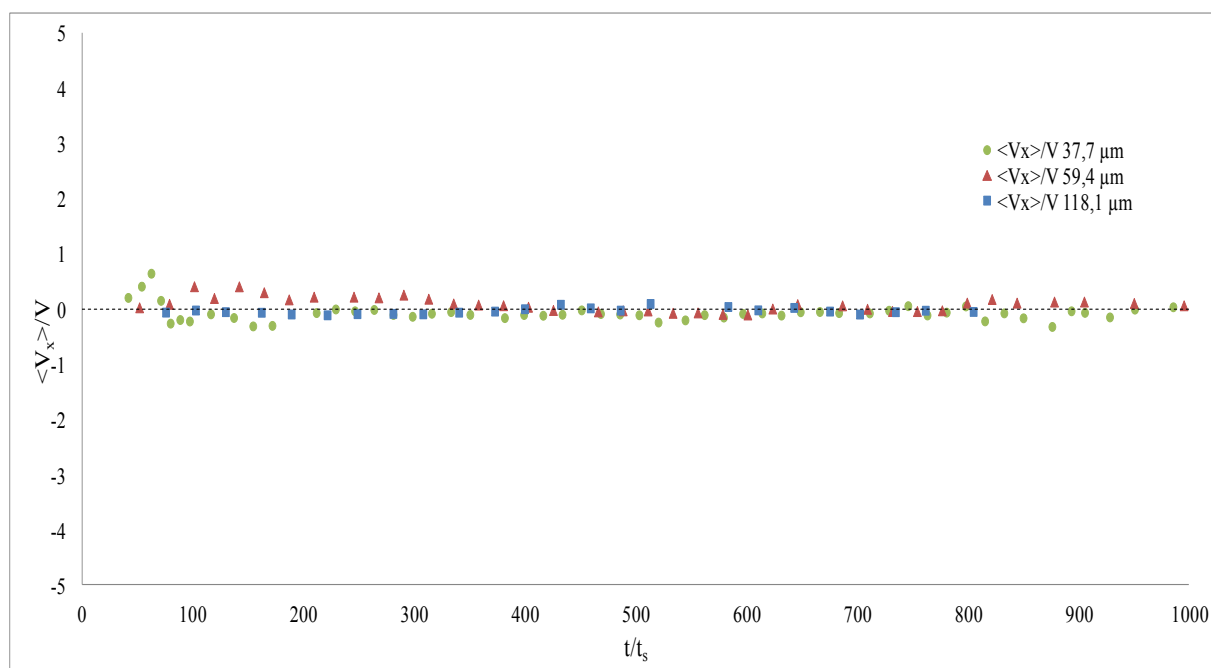


Figure 2 Evolution de la moyenne de la composante horizontale de la vitesse au cours du processus de sédimentation pour les trois tailles de particules.

Annexe 3

Procédure de reconstruction du profil de sédimentation à partir des données expérimentales

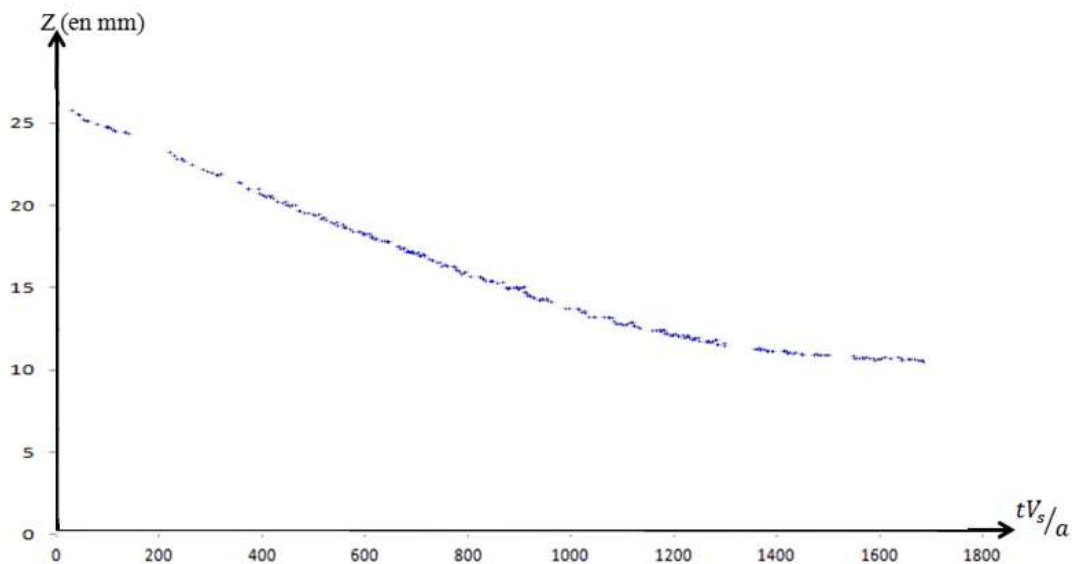


Figure 1 Détection de la position du front pour les petites particules.

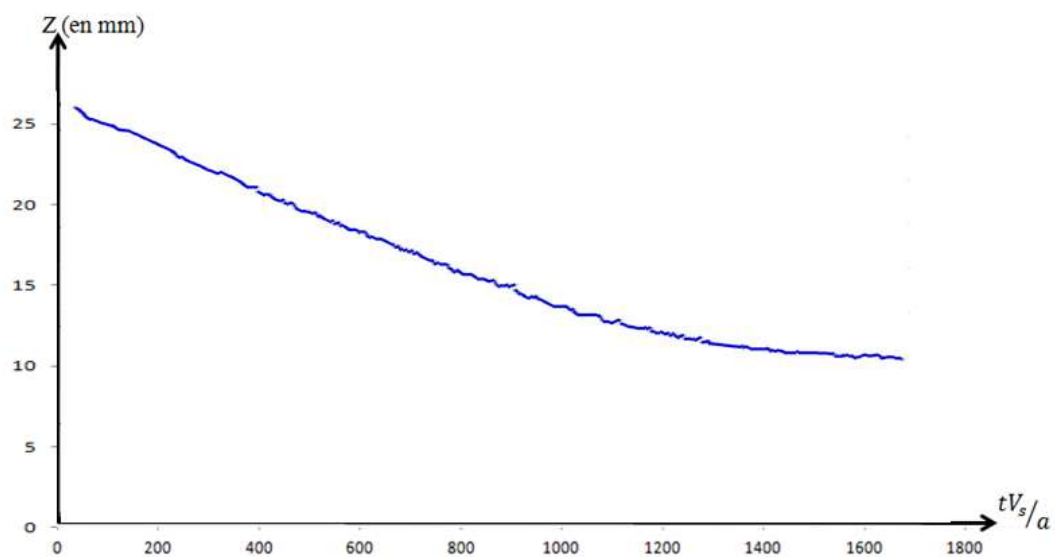


Figure 2 Ajout de points par interpolation linéaire.

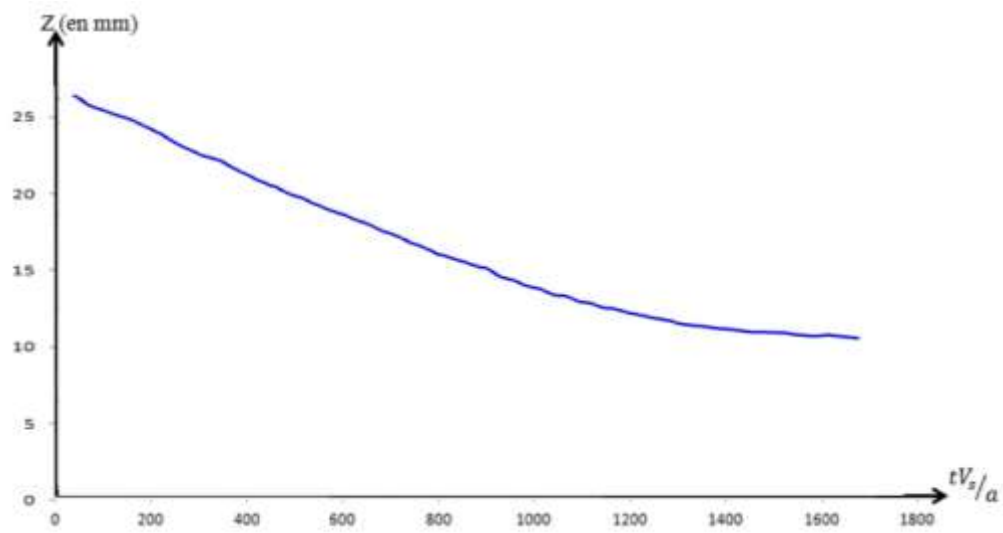


Figure 3 Lissage des points expérimentaux par la méthode décrite par Lester et al [46].

Annexe 4

Décantation des particules de taille moyenne

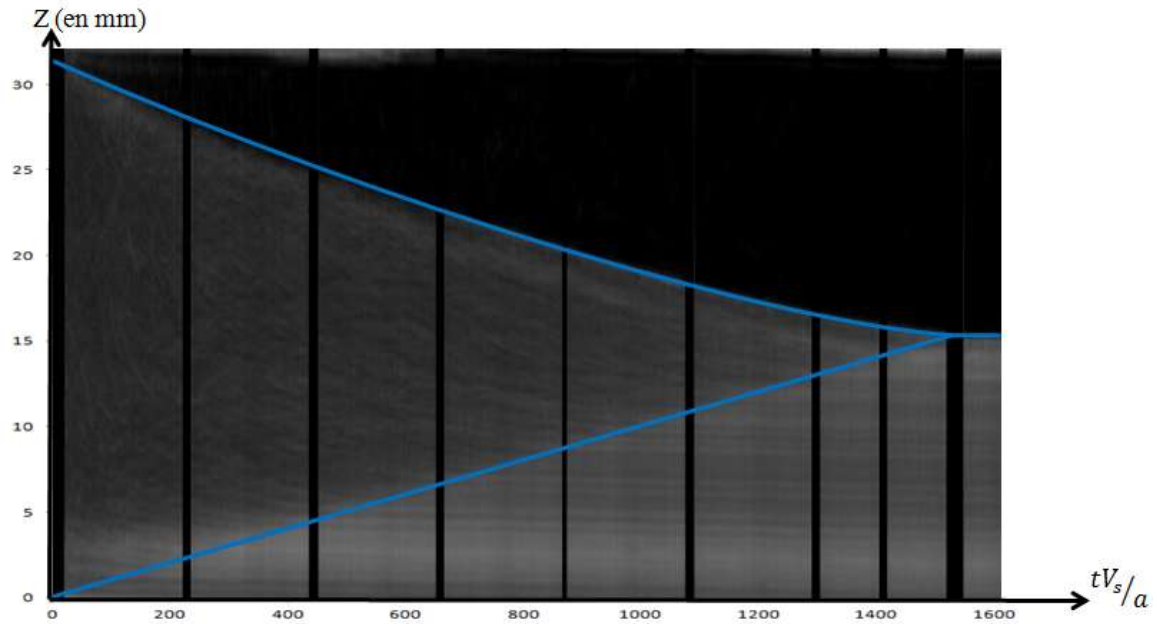


Figure 1 Profil de sédimentation d'une suspension initialement homogène de particules de rayon 59,4 μm .

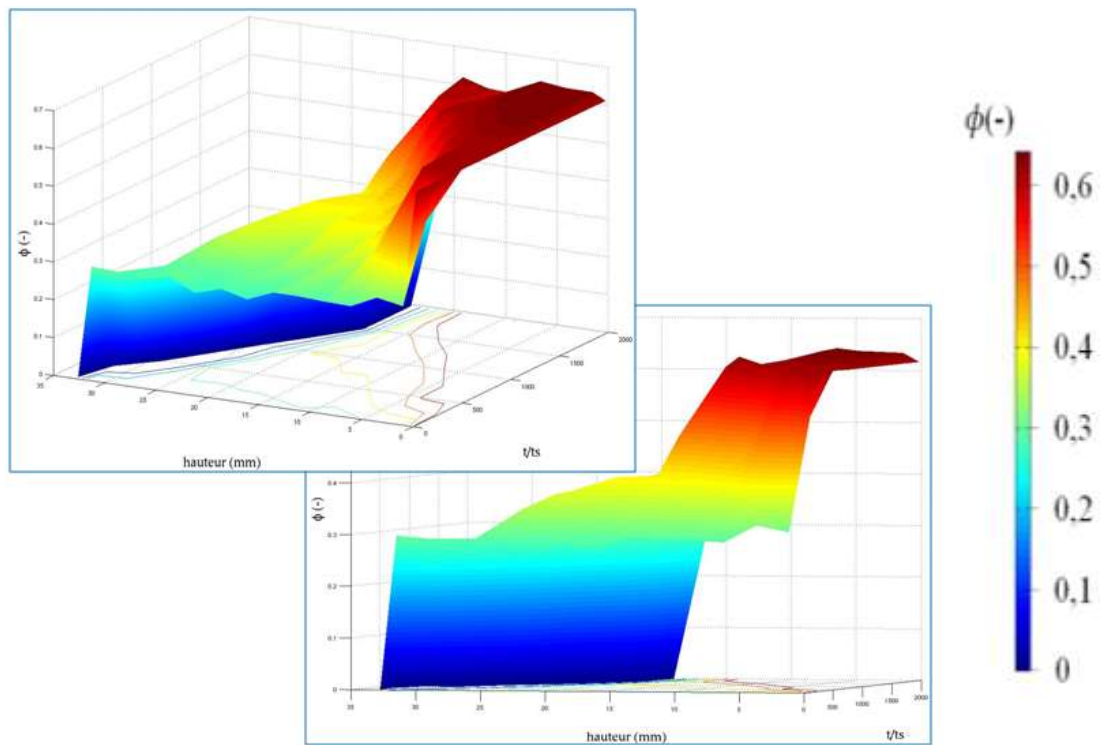


Figure 2 Graphique en trois dimensions présentant l'évolution temporelle de la fraction volumique solide en particules sur la hauteur du cube de sédimentation pour les particules de 37,7 μm .

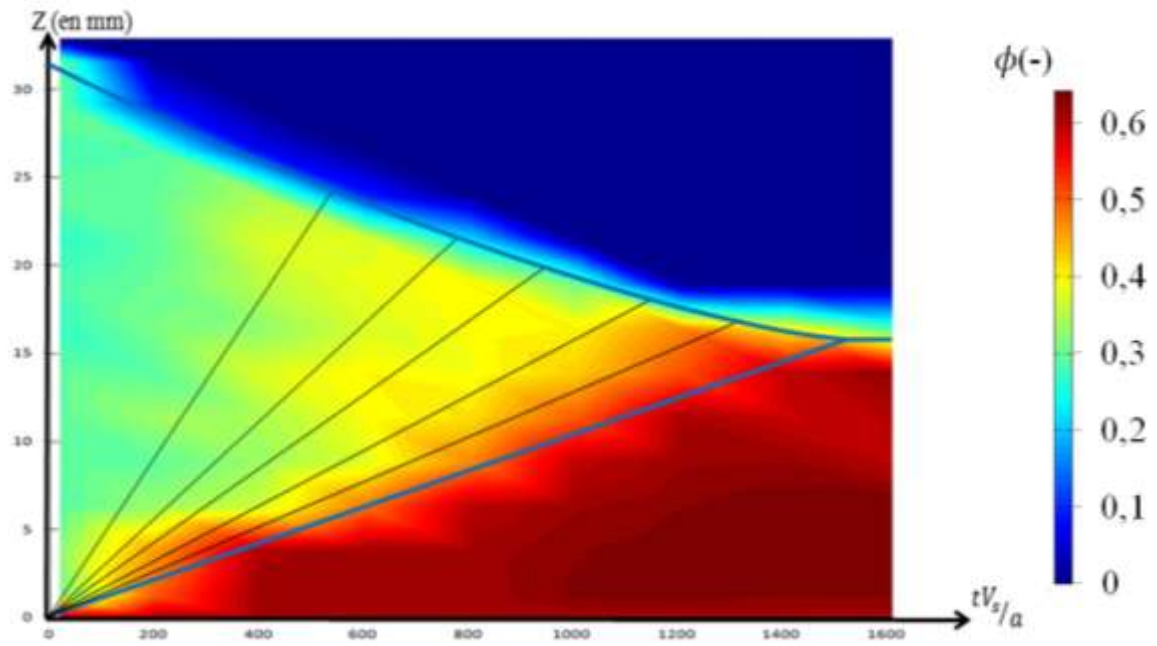


Figure 3 Projection en deux dimensions de l'évolution temporelle de la fraction volumique solide en particules sur la hauteur du cube de sédimentation. Les interfaces suspension-fluide clair et suspension-sédiment de la Figure 4.20 sont reportées ainsi que la vague de raréfaction.

Annexe 5

Structure de l'écoulement de suspensions de particules en sédimentation continue

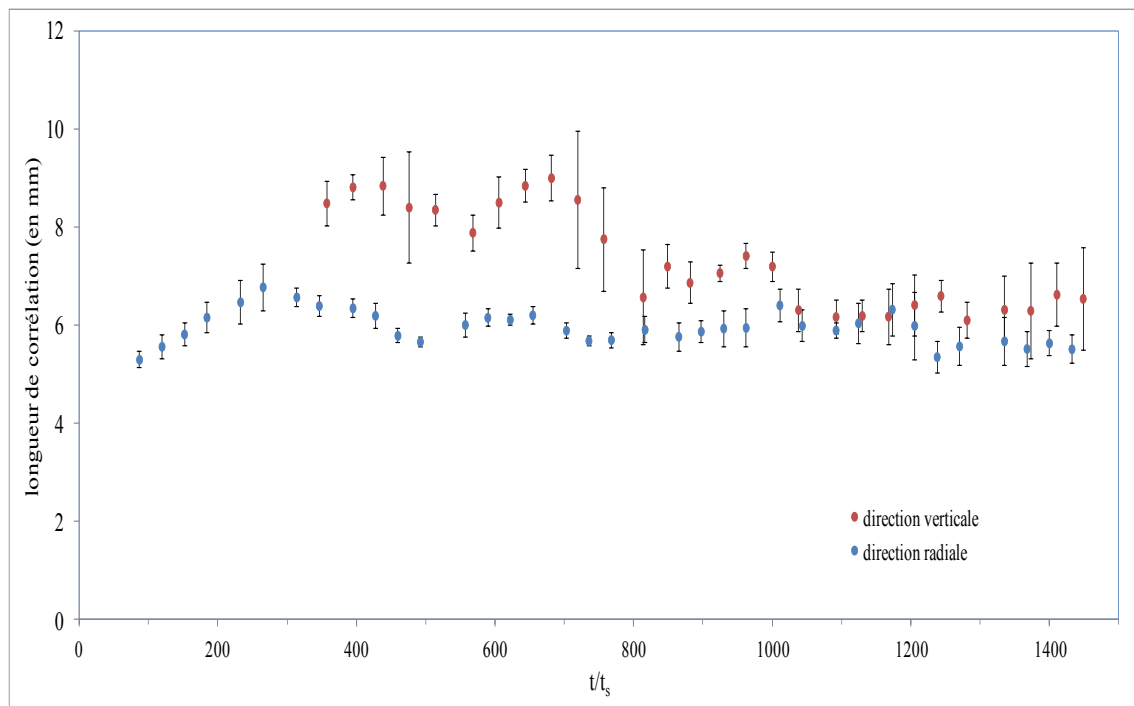


Figure 1 Evolution des longueurs de corrélation au cours du temps pour la suspension de particules de $59,4\mu\text{m}$. Chaque point placé correspond à une moyenne de 8 mesures environnantes.

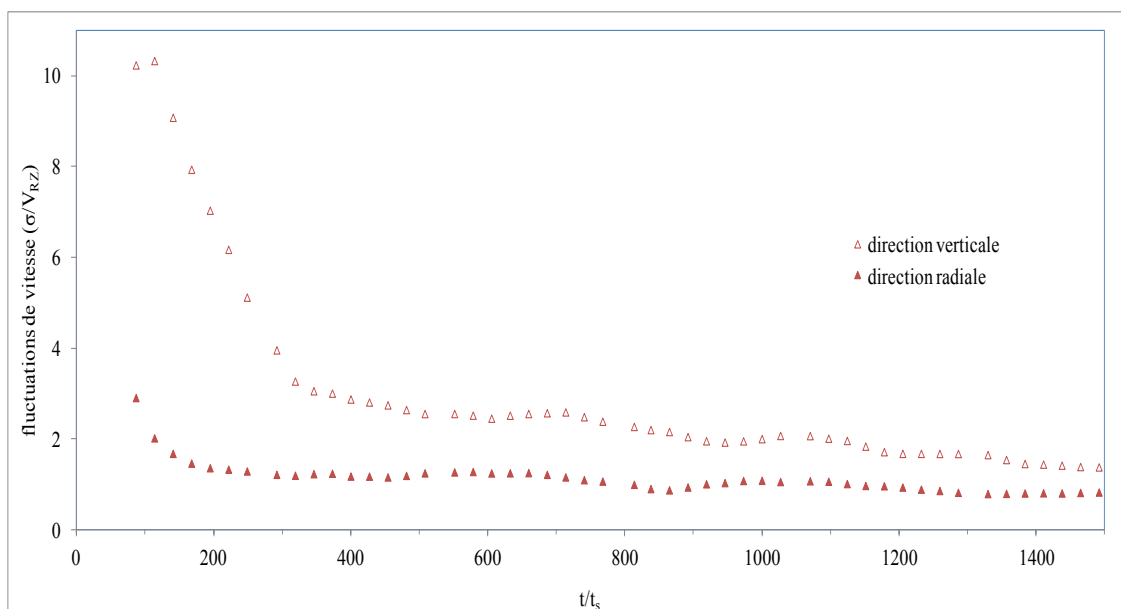


Figure 2 Evolution de l'amplitude des fluctuations de vitesse adimensionnées au cours du temps dans la direction radiale et verticale pour une suspension de particules de rayon $59,4\mu\text{m}$ en sédimentation continue dans un cylindre.

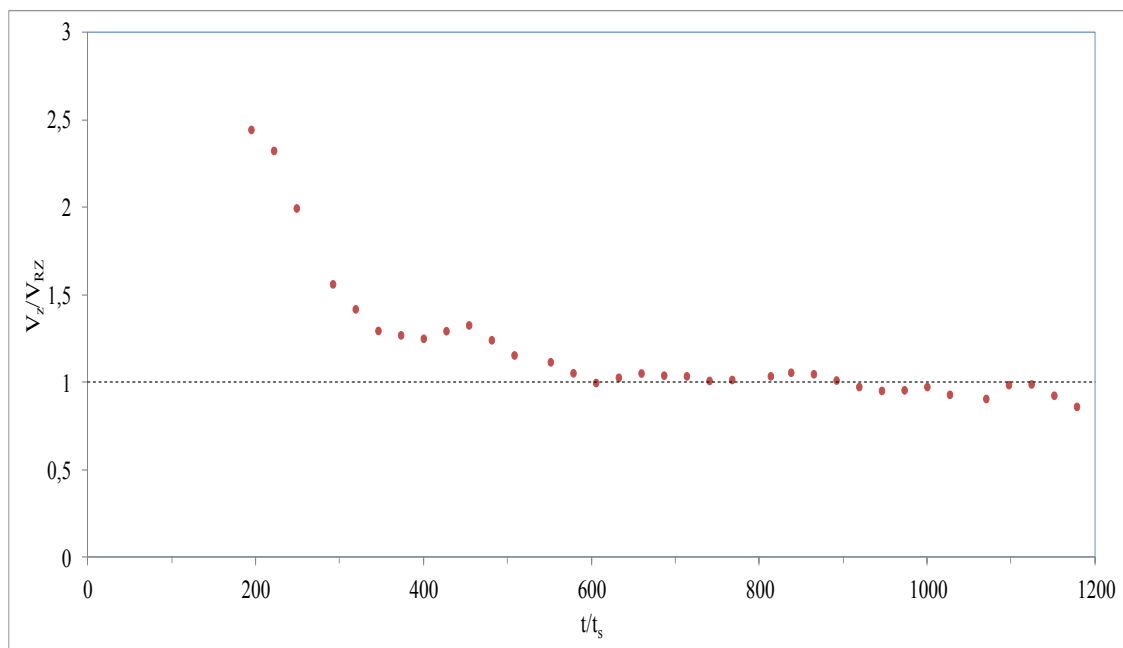


Figure 3 Evolution de la vitesse verticale moyenne des particules au cours du temps pour une suspension de particules de rayon $59,4\ \mu\text{m}$ en sédimentation continue dans un cylindre. Les vitesses sont adimensionnées par la vitesse de sédimentation des particules calculées avec la loi de Richardson et Zaki.

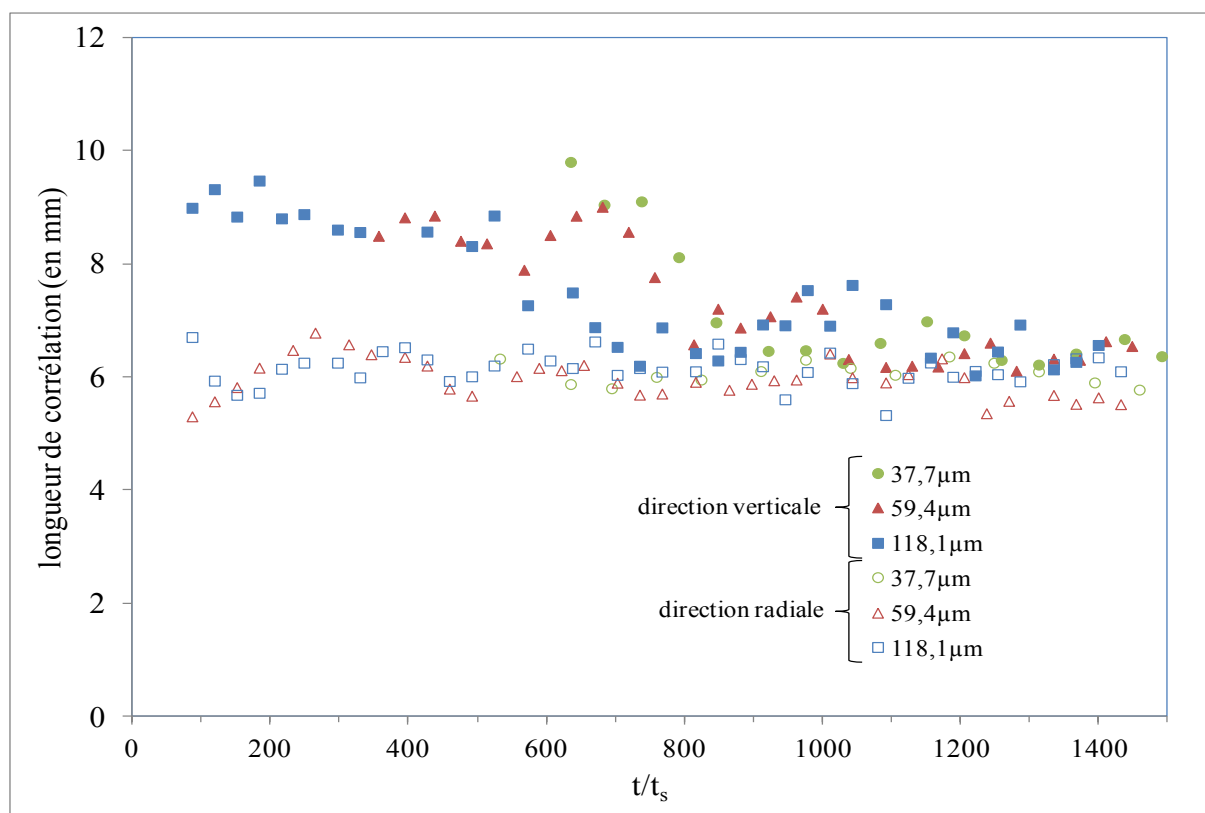


Figure 4 Evolution des longueurs de corrélation au cours du temps pour les 3 suspensions de particules dans la direction verticale et radiale.

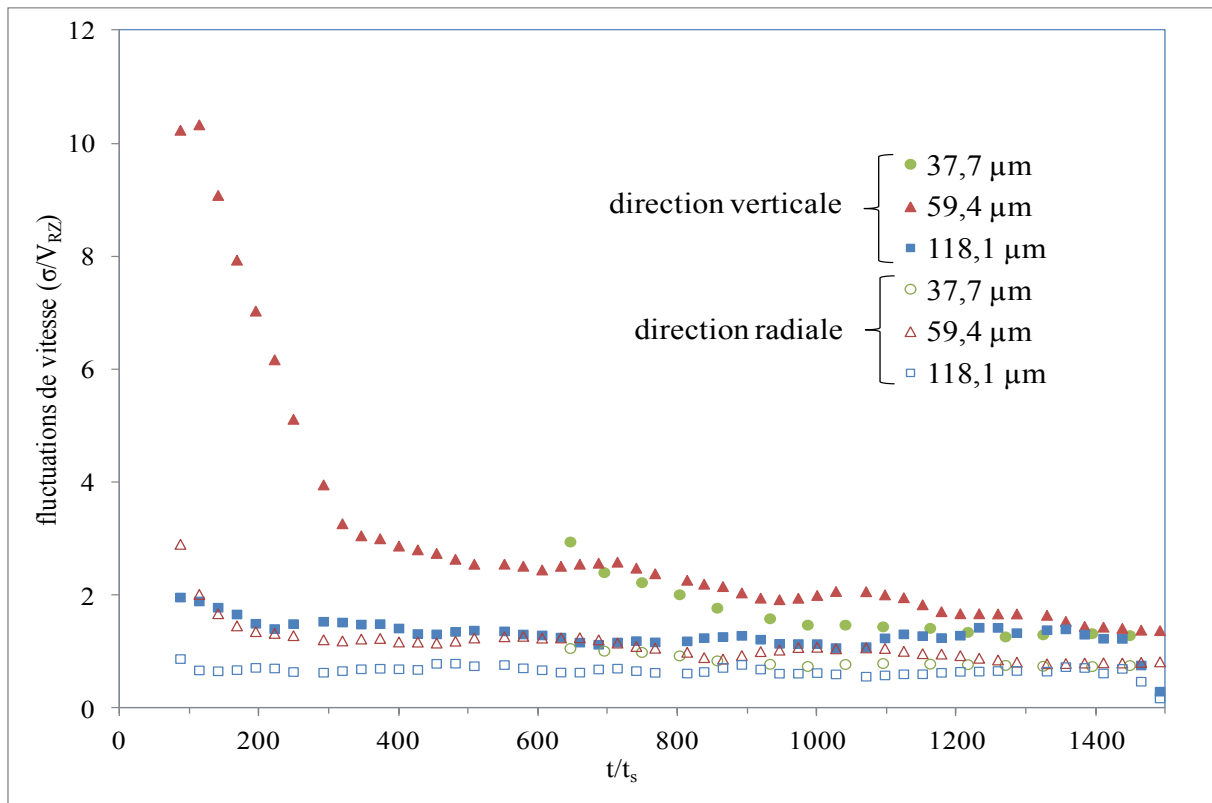


Figure 5 Evolution de l'amplitude des fluctuations de vitesse au cours du temps dans la direction radiale et verticale en sédimentation continue dans un cylindre. Les fluctuations sont adimensionnées par la vitesse de sédimentation des particules calculées avec la loi de Richardson et Zaki.

Annexe 6

Evolution de la concentration dans la suspension bi-disperse dont $\lambda=3,1$

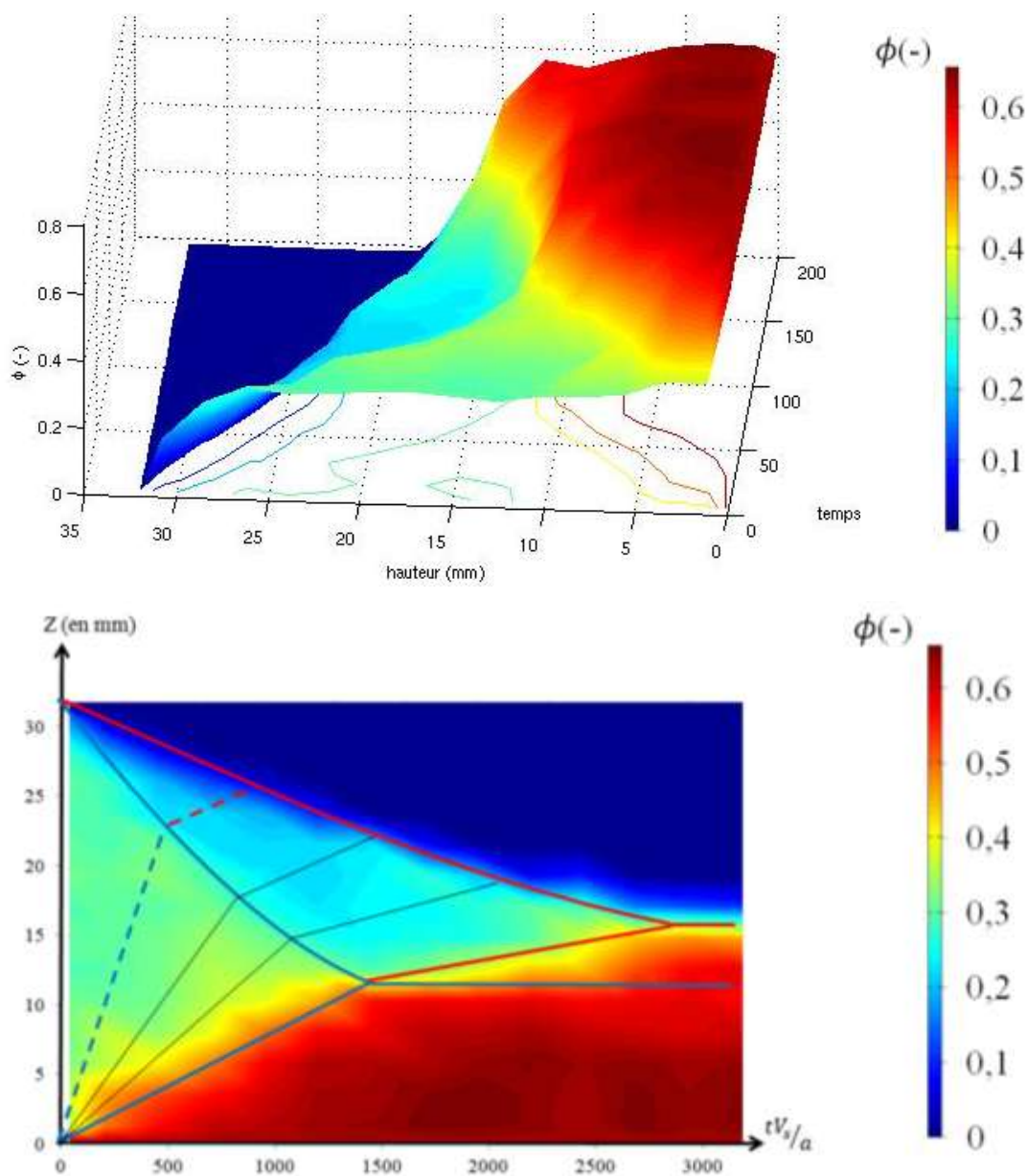


Figure 1 Graphiques 3D (a) et 2D (b) présentant l'évolution temporelle de la fraction volumique solide totale. Les interfaces suspension-fluide clair et suspension-sédiment ainsi que les lignes symbolisant le début de la vague de raréfaction de la Figure 4.20 du chapitre 4 sont reportées. Deux lignes d'iso-concentration ont également été placées.

Annexe 7

Evolution de la concentration dans la suspension bi-disperse dont $\lambda=2,0$

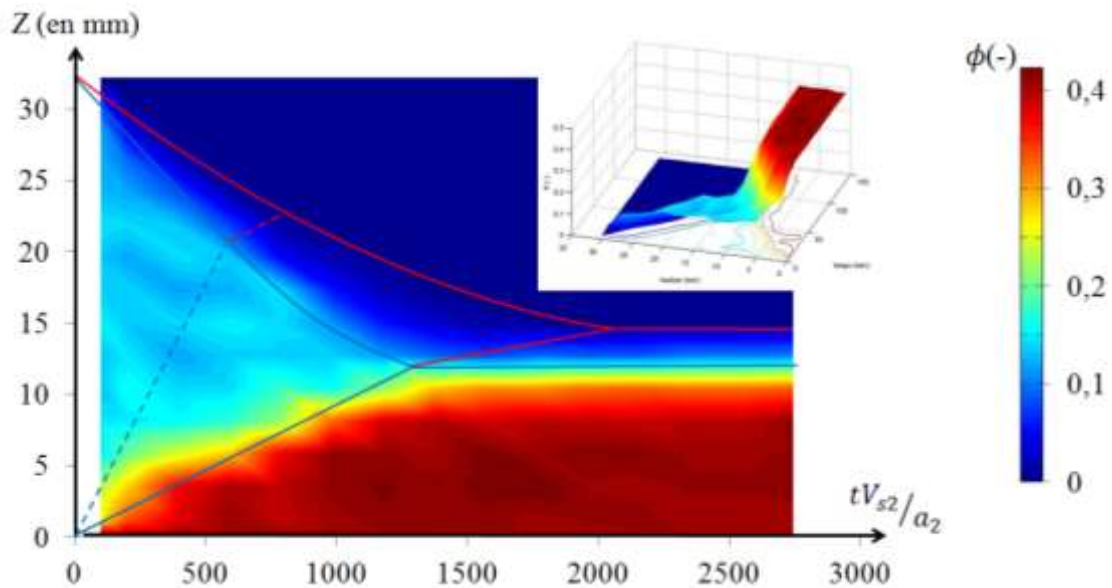


Figure 1 Graphiques 3D et 2D présentant l'évolution temporelle de la fraction volumique solide en particules de $118,1\mu\text{m}$. Les interfaces suspension-fluide clair et suspension-sédiment ainsi que les lignes symbolisant le début de la vague de raréfaction sont reportées.

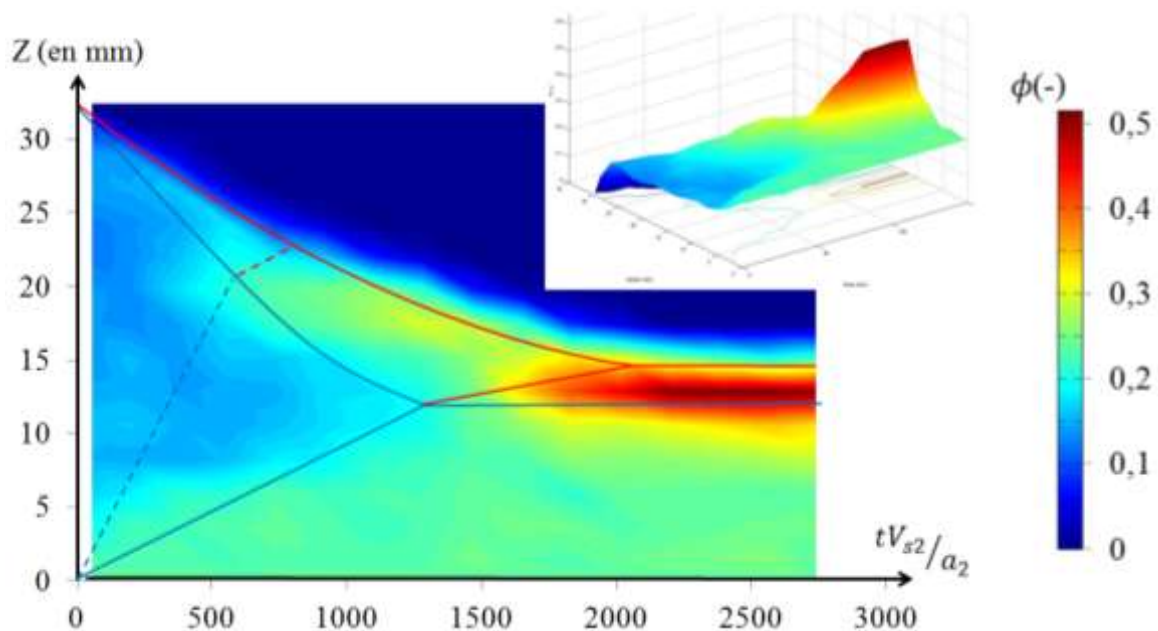


Figure 2 Graphiques 3D et 2D présentant l'évolution temporelle de la fraction volumique solide en particules de $59,4\mu\text{m}$. Les interfaces suspension-fluide clair et suspension-sédiment ainsi que les lignes symbolisant le début de la vague de raréfaction sont reportées.

Annexe 8

Evolution de la concentration dans la suspension bi-disperse dont $\lambda=1,6$

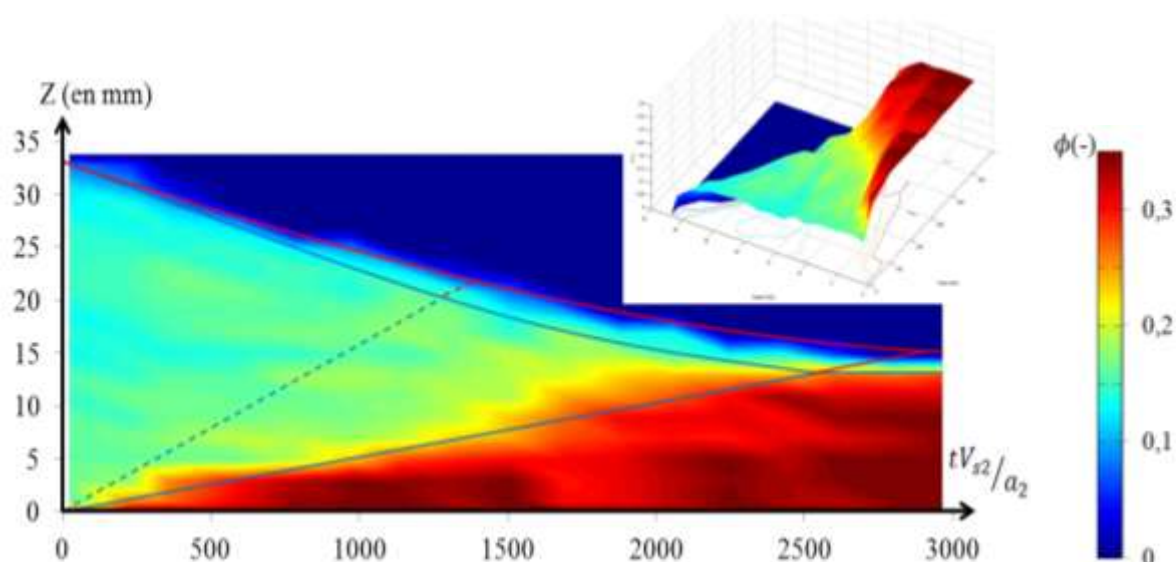


Figure 1 Graphiques 3D et 2D présentant l'évolution temporelle de la fraction volumique solide en particules de $59,4\mu\text{m}$. Les interfaces suspension-fluide clair et suspension-sédiment ainsi que les lignes symbolisant le début de la vague de raréfaction sont reportées.

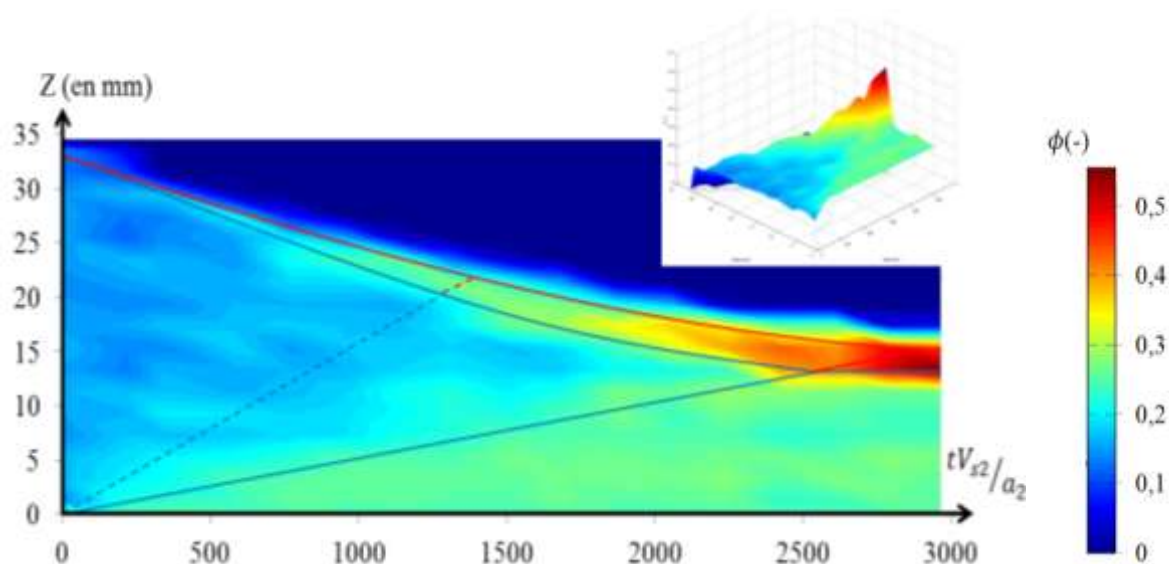


Figure 2 Graphiques 3D et 2D présentant l'évolution temporelle de la fraction volumique solide en particules de $37,7\mu\text{m}$. Les interfaces suspension-fluide clair et suspension-sédiment ainsi que les lignes symbolisant le début de la vague de raréfaction sont reportées.

Bibliographie

- [1] G. K. Batchelor, *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 1967.
- [2] W. B. Russel, D. A. Saville, and W. R. Schowalter, *Colloidal Dispersions*. Cambridge University Press, 1989 Reprinted 1995.
- [3] J. Happel and H. Brenner, *Low Reynolds number hydrodynamics*. Kluwer Academic Publishers, 1963 Reprinted 1991.
- [4] S. Goldstein, "The steady Flow of Viscous Fluid past a Fixed Spherical Obstacle at Small Reynolds Numbers," vol. A, no. 123, pp. 225-235, 1929.
- [5] M. Van Dyke, "Extension of Goldstein's series for the Oseen drag of a sphere," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 44, no. 2, pp. 365-372, 1970.
- [6] J.-M. Bourot, "Sur le calcul numérique des champs hydrodynamiques d'Oseen, autour d'une sphère, pour différents nombres de Reynolds," *Journal de Mécanique*, vol. 9, no. 4, pp. 135-140, 1970.
- [7] J. Happel and R. Pfeffer, "The Motion of Two Spheres Following Each Other in a Viscous Fluid," *AIChE Journal*, pp. 129-133, 1960.
- [8] R. Schmitz and B. U. Felderhof, "Mobility matrix for two spherical particles with hydrodynamic interaction," *Physica A*, vol. 116, pp. 163-177, 1982.
- [9] A. B. Glendinning and W. B. Russel, "A pairwise Additive Description of Sedimentation and Diffusion in Concentrated Suspension of Hard Spheres," *Journal of Colloid and Interface Science*, vol. 89, pp. 124-143, 1982.
- [10] L. Durlofsky, J. F. Brady, and G. Bossi, "Dynamic simulation of hydrodynamically interacting particles," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 180, pp. 21-49, 1987.
- [11] G. K. Batchelor, "Sedimentation in a dilute polydisperse system of interacting spheres. Part 1. General theory," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 119, pp. 379-408, 1982.
- [12] D. J. Jeffrey and Y. Onishi, "Calculation of the resistance and mobility functions for two unequal rigid spheres in low-Reynolds-number flow," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 139, pp. 261-290, 1984.
- [13] R. B. Jones and R. Schmitz, "Mobility matrix for arbitrary spherical particles in solution," *Physica*, vol. 149A, pp. 373-394, 1988.

- [14] S. Kim and R. T. Mifflin, "The resistance and mobility functions of two equal spheres in low-Reynolds-number flow," *Physics of Fluids*, vol. 28, pp. 2033-2045, 1985.
- [15] S. Kim and S. J. Karrila, *Microhydrodynamics: principles and selected applications*. Butterworth-Heinemann, 1991.
- [16] R. R. Bilodeau and D. W. Bousfield, "Shear-Thinning Predictions from Particle Motion Modeling," *Journal of Rheology*, vol. 42, no. 4, pp. 743-764, 1998.
- [17] A. Sand, T. Nopola, T. Hjelt, and M. Toivakkaa, "A particle motion model for the study of consolidation phenomena," *Computers and Chemical Engineering*, vol. 33, p. 1227-1239, Mar. 2009.
- [18] G. Y. Onoda and E. G. Liniger, "Random Loose Packings of Uniform Spheres and the Dilatancy Onset," *Physical Review Letters*, vol. 64, no. 22, pp. 2727-2730, 1990.
- [19] G. D. Scott and D. M. Kilgour, "The density of random close packing of spheres," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 2, no. 6, 1969.
- [20] A. P. Shapiro and R. F. Probstein, "Random Packings of Spheres and Fluidity Limits of Monodisperse and Bidisperse Suspensions," *Physical Review Letters*, vol. 68, no. 9, pp. 1422-1425, 1992.
- [21] J. F. Morris and F. Boulay, "Curvilinear flows of noncolloidal suspensions : The role of normal stresses," *Journal of Rheology*, vol. 43, p. 1213-1237, 1999.
- [22] M. K. Lyon and L. G. Leal, "An experimental study of the motion of concentrated suspensions in two-dimensional channel flow. Part I. Monodisperse systems," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 363, pp. 25-56, 1997.
- [23] A. Einstein, *Investigations on the theory of the Brownian movement*. Dover publications, 1956.
- [24] G. K. Batchelor and J. T. Green, "The determination of the bulk stress in a suspension of spherical particles to order c^2 ," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 56, no. 3, pp. 401-427, 1972.
- [25] H. Jorquera and J. S. Dahler, "A kinetic theory of suspensions. III. Hard spheres and lubrication dynamics," *The Journal of Chemical Physics*, vol. 102, no. 15, pp. 6180-6188, 1995.
- [26] I. M. Krieger and T. J. Dougherty, "Mechanism for Non-Newtonian Flow in Suspensions of Rigid Spheres," *Transactions of The Society of Rheology III*, pp. 137-152, 1959.
- [27] P. Mills and P. Snabre, "Rheology and Structure of Concentrated Suspensions of Hard Spheres. Shear Induced Particle Migration," *Journal de physique. II*, vol. 5, no. 10, pp. 1597-1608, 1995.
- [28] R. Bowen, "Theory of mixtures," in *Continuum Physics Vol. 3*. New-York: Academic Press, 1976, pp. 1-127.
- [29] G. J. Kynch, "A theory of sedimentation," *Transactions of the Faraday Society*, vol. 48, pp. 166-

- 176, 1952.
- [30] M. C. Bustos, F. Concha, R. Bürger, and E. M. Tory, *Sedimentation and Thickening: Phenomenological Foundation and Mathematical Theory*. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [31] E. W. Comings, C. E. Pruiss, and C. DeBord, "Continuous Settling and Thickening," *Industrial Engineering Chemistry*, vol. 46, no. 6, p. 1164–1172, 1954.
- [32] B. Fitch, "Kynch theory and compression zones," *AIChE Journal*, vol. 29, no. 6, pp. 940-947, Nov. 1983.
- [33] F. M. Auzerais, R. Jackson, and W. B. Russel, "The resolution of shocks and the effects of compressible sediments in transient settling," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 195, pp. 437-462, 1988.
- [34] R. Bürger and W. L. Wendland, "Entropy Boundary and Jump Conditions in the Theory of Sedimentation with Compression," *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, vol. 21, pp. 865-882, 1998.
- [35] G. K. Batchelor, "Sedimentation in a dilute dispersion of spheres," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 52, pp. 245-268, 1972.
- [36] J. F. Richardson and W. N. Zaki, "Sedimentation and fluidisation : Part I," *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 32, pp. 35-53, 1954.
- [37] F. Concha and R. Bürger, "A Century of Research in Sedimentation and Thickening," *Kona*, vol. 20, pp. 38-70, 2002.
- [38] A. S. Michaels and J. C. Bolger, "Settling rates and sediment volumes of flocculated Kaolin suspensions," *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, vol. 1, no. 1, p. 24–33, 1962.
- [39] P. T. Shannon, E. Stroupe, and E. M. Tory, "Batch and Continuous Thickening. Basic Theory. Solids Flux for Rigid Spheres," *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, p. 203–211, 1963.
- [40] O. A. Oleinik, "Discontinuous solutions of non-linear differential equations," *American Mathematical Society Translations*, pp. 95-172, 1957.
- [41] O. A. Oleinik, "Uniqueness and stability of the generalized solution of the Cauchy problem for a quasi-linear equation ," *American Mathematical Society Translations*, pp. 285-290, 1963b.
- [42] P. D. Lax, "Hyperbolic Systems of Conservation Laws II," *Communications on Pure and Applied Mathematics*, p. 537–566, 1957.
- [43] M. C. Bustos and F. Concha, "On the construction of global weak solutions in the Kynch theory of sedimentation," *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, vol. 10, pp. 245-264, 1988.
- [44] F. Concha and M. C. Bustos, "Settling velocities of particulate systems, 6. Kynch sedimentation processes: batch settling," *International Journal of Mineral Processing*, vol. 32, pp. 193-212,

- 1991.
- [45] R. Bürger and E. M. Tory, "On upper rarefaction waves in batch settling," *Powder Technology*, vol. 108, no. 1, p. 74–87, Nov. 1999.
- [46] D. Lester, S. P. Usher, and P. J. Scales, "Estimation of the hindered Settling Function $R(\phi)$ from Batch-Settling Tests," *AIChE Journal*, vol. 51, no. 4, pp. 1158-1168, 2005.
- [47] G. K. Batchelor and C. S. Wen, "Sedimentation in a dilute polydisperse system of interacting spheres. Part 2. Numerical results," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 124, pp. 495-528, 1982.
- [48] J. H. Masliyah, "Hindered settling in a multiple-species particle system," *Chemical Engineering Science*, vol. 34, pp. ;1166-1168, 1979.
- [49] R. Bürger, F. Concha, K. -K. Fjelde, and K. Hvistendahl Karlsen, "Numerical simulation of the settling of polydisperse suspensions of spheres," *Powder Technology*, vol. 113, p. 30–54, 2000.
- [50] D. K. Basson, S. Berres, and R. Bürger, "On models of polydisperse sedimentation with particle-size-specific hindered-settling factors," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 33, p. 1815–1835, 2009.
- [51] R. Dorrell and A. J. Hogg, "Sedimentation of bidisperse suspensions," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 36, pp. 481-490, 2010.
- [52] J. F. Brady and G. Bossis, "Stokesian Dynamics," *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 20, pp. 111-157, Jan. 1988.
- [53] J. F. Brady and G. Bossis, "The rheology of concentrated suspensions of spheres in simple shear flow by numerical simulation," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 155, pp. 105-129, 1985.
- [54] A. Satoh, "Comparison of Approximations between Additivity of Velocities and Additivity of Forces for Stokesian Dynamics Methods," *Journal of Colloid and Interface Science*, vol. 243, pp. 342-350, Oct. 2001.
- [55] L. J. Durlofsky and J. F. Brady, "Dynamic simulation of bounded suspensions of hydrodynamically interacting particles," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 200, pp. 39-67, 1989.
- [56] P. Ganatos, R. Pfeffer, and S. Weinbaum, "A numerical-solution technique for three-dimensional Stokes flows, with application to the motion of strongly interacting spheres in a plane," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 84, pp. 79-111, 1978.
- [57] C. Chauvin, "Influence des forces d'interactions particulières dans la simulation lagrangienne du comportement de particules en sédimentation et écoulements turbulents," Thèse de l'Université de Rouen, 1991.
- [58] C. Vanroyen, "Interactions hydrodynamiques entre sphères dures en régime faiblement inertiel : modélisation et expérimentations appliquées à la sédimentation," Université de Bordeaux Thèse de doctorat, 2004.

-
- [59] D. I. Dratler and W. R. Schowalter, "Dynamic simulation of suspensions of non-Brownian hard spheres," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 325, pp. 53-77, 1996.
- [60] M. Abbas, E. Climent, O. Simonin, and M. Maxey, "Dynamics of bidisperse suspensions under Stokes flows : Linear shear flow and sedimentation," *Physics of Fluids*, vol. 18, no. 12, 2006.
- [61] K. Yeo and M. R. Maxey, "Simulation of concentrated suspensions using the force-coupling method," *Journal of computational physics*, vol. 229, no. 6, pp. 2401-2421, 2010.
- [62] N. Lecoq, F. Bostel, R. Anthore, M. L. Ekiel-Jezewska, and F. Feuillebois, "Interactions hydrodynamiques entre deux sphères au contact," in *14ème Congrès français de mécanique*, Toulouse, 1999.
- [63] Y. Zhao and R. H. Davis, "Interaction of two touching spheres in a viscous fluid," *Chemical Engineering Science*, vol. 57, pp. 1997-2006, 2002.
- [64] E. Wacholder and N. F. Sather, "The hydrodynamic interaction of two unequal spheres moving under gravity through quiescent viscous fluid," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 65, no. 3, pp. 417-437, 1974.
- [65] M. Aidi, et al., "Mesure de la vitesse de sédimentation d'une suspension par absorption de rayons X," *Revue de Physique Appliquée*, vol. 24, pp. 1077-1084, 1989.
- [66] M. Hoyos, J. C. Bacri, J. Martin, and D. Salin, "A study of the sedimentation of noncolloidal bidisperse, concentrated suspensions by an acoustic technique," *Physics of Fluids*, vol. 6, no. 12, 1994.
- [67] E. Guazzelli, "Evolution of particle-velocity correlations in sedimentation," *Physics of Fluids*, vol. 13, no. 6, pp. 1537-1540, 2001.
- [68] P. Snabre, B. Pouligny, C. Metayer, and F. Nadal, "Size segregation and particle velocity fluctuations in settling concentrated suspensions," *Rheologica Acta*, vol. 48, no. 8, pp. 855-870, 2008.
- [69] T. Fournel, J.-P. Schon, and C. Fournier, "Mesures de caractéristiques d'écoulement par imagerie numérique," 2007.
- [70] L. Bergougnot, S. Ghicini, E. Guazzelli, and J. Hinch, "Spreading fronts and fluctuations in sedimentation," *Physics of Fluids*, vol. 15, pp. 1875-1887, 2003.
- [71] P. N. Segré, E. Herbolzheimer, and P. M. Chaikin, "Long-Range Correlations in Sedimentation," *Physical Review Letters*, vol. 79, no. 13, pp. 2574-2577, 1997.
- [72] K. J. Dong, R. Y. Yang, R. P. Zou, and A. B. Yu, "Role of Interparticle Forces in the Formation of Random Loose Packing," *Physical Review Letters*, vol. 96, 2006.
- [73] K. J. Dong, R. Y. Yang, R. P. Zou, and A. B. Yu, "Settling of Particles in Liquids: Effects of Material Properties," *AIChE Journal*, p. Articlefirstpublishedonline, 2011.

- [74] D. K. Basson, S. Berres, and R. Bürger, "On models of polydisperse sedimentation with particle-size-specific hindered-settling factors," *Applied mathematical modelling*, vol. 33, pp. 1815-1835, 2009.
- [75] A. Sierou and J. F. Brady, "Accelerated Stokesian Dynamics simulations," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 448, pp. 115-146, 2001.
- [76] R. Bürger, K. H. Karlsen, C. Klingenberg, and N. H. Risebro, "A front tracking approach to a model of continuous sedimentation in ideal clarifier–thickener units," *Nonlinear Analysis : Real World Applications*, vol. 4, no. 3, pp. 457-481, 2003.

Titre :

Sédimentation de suspensions non-colloïdales poly-disperses et concentrées

Résumé :

De la pâte à dentifrice au moût de fermentation en passant par la peinture, le lit d'une rivière, le propergol d'un réacteur de fusée et le sang, les suspensions sont présentes dans de nombreux usages de notre vie courante. La maîtrise de leur mise en œuvre notamment nécessite la compréhension de leur comportement et constitue un des challenges de la recherche. Dans le présent travail de thèse, nous nous sommes intéressés au processus de sédimentation de suspensions concentrées de particules non-colloïdales et inertes dont la distribution de taille est mono, bi ou tri-disperse. Deux types de sédimentation ont été étudiés : la décantation et l'alimentation continue. L'objectif est de mener une étude expérimentale et dans une moindre mesure numérique pour caractériser de la façon la plus complète possible la sédimentation avec une attention particulière à la structure de l'écoulement et du dépôt, aux profils de concentration et à la détermination des modes de sédimentation. Les moyens expérimentaux utilisés sont les techniques usuelles de mesure bidimensionnelle (vélocimétrie laser et visualisation directe) qui autorisent l'acquisition de données d'intérêt pour des configurations où les particules évoluent dans le plan. Ces techniques laser ont été améliorées pour permettre le suivi simultané de populations de différentes particules et l'accès à des grandeurs diverses telles que le champ de vitesse de l'écoulement, la fraction volumique locale, et les vitesses des divers fronts de sédimentation. En parallèle, un outil numérique simple a été construit, utilisant la Dynamique Stokesienne et saisissant l'essentiel des phénomènes physiques mis en jeu menant à la modélisation des interactions hydrodynamiques.

Mots clés :

Suspension, sédimentation, taux de compacité maximal, modes de sédimentation, techniques laser, fluorescence.

Title :

Sedimentation of non-colloidal polydisperse and concentrated suspensions

Abstract :

From toothpaste to must of fermentation passing by painting, bed of a river, propellant of an rocket engine and blood, suspensions are present in many uses of our everyday life. The control of their implementation requires comprehension of their behavior and constitutes one of the challenges of nowadays research. In this work of thesis, we were interested in the sedimentation process of concentrated suspensions of non-colloidal and inert particles whose size distribution is mono, bi or tri-disperse. Two types of sedimentation were studied: decantation and thickening. The objective is to do an experimental and in a lesser way numerical study to characterize sedimentation the most completely possible with a detailed attention to flow and deposit structure, concentration profiles and determination of sedimentation modes. Used experimental means are the usual techniques of two-dimensional measurement (laser velocimetry and direct visualization) which authorize the data acquisition for configurations where particles evolve in the plan. These laser techniques were improved to simultaneously follow various particles populations and access to various outputs such as velocities field, local volumic fraction, and velocities of various sedimentation fronts. A simple numerical tool was also built using Stokesian Dynamics and seizing the main part of the physical phenomena driving sedimentation leading to the modeling of the hydrodynamic interactions.

Keywords :

Suspension, sedimentation, maximum packing concentration, sedimentation modes, laser techniques, fluorescence

Laboratoire :

I2M - site ENSCBP
Département Transferts et Fluides (TREFLE)
16 avenue Pey-Berland
33607 PESSAC Cedex