

THÈSE

Présentée pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Reims Champagne Ardenne

Spécialité : Génie informatique, Automatique et Traitement du Signal

Par

Djamel Eddine Chouaib BELKHIAT

**Diagnostic d'une classe de systèmes linéaires à
commutations : Approche à base d'observateurs robustes**

Soutenue le 05 Décembre 2011
devant le jury composé de :

Rapporteurs :

Pr. Vincent COCQUEMPOT
Pr. Taha BOUKHOBZA

Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille
Professeur à l'Université Henri Poincaré, Nancy 1

Examineurs :

Pr. Hervé GUÉGUEN
Pr. Janan ZAYTOON
Pr. Noureddine MANAMANNI
Dr. Nadhir MESSAI

Professeur à SUPÉLEC Rennes
Professeur à l'Université de Reims Champagne Ardenne
Professeur à l'Université de Reims Champagne Ardenne
Maître de conférences à l'Université de Reims Champagne Ardenne

*Je dédie cette thèse
à mes très chers parents
à mon épouse et à mes sœurs
à mon frère
à toute ma famille
à mes amis*

Remerciements

Le présent mémoire est le résultat de trois années d'un intense travail de recherche au sein du Centre de Recherche en STIC (CReSTIC) de l'université de Reims Champagne Ardenne. Je voudrais tout d'abord remercier Monsieur **Janan ZAYTOON**, en tant que directeur du CReSTIC pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire, et en tant que membre du jury pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Mes sincères remerciements vont à Monsieur **Vincent COCQUEMPOT**, Professeur à l'université des Sciences et Technologies de Lille, et à Monsieur **Taha BOUKHOBZA**, professeur à l'université Henri Poincaré Nancy 1, de m'avoir fait l'honneur d'être rapporteur de ma thèse. Leurs remarques et questions pertinentes ont permis d'enrichir le débat lors de la soutenance, d'une part, et d'améliorer le manuscrit, d'autre part.

Je remercie également Monsieur **Hervé GUÉGUEN**, Professeur à SUPÉLEC Rennes, pour avoir accepté d'examiner ce travail et de faire partie de ce jury.

Je suis très heureux que le moment s'est présenté pour exprimer mes gratitude à mes directeurs de thèse Monsieur **Noureddine MANAMANNI**, Professeur à l'université de Reims Champagne Ardenne, et Monsieur **Nadhir MESSAI**, Maître de conférences à l'université de Reims Champagne Ardenne, pour le thème qu'ils m'ont proposé, pour la confiance qu'ils m'ont placée en moi, pour leur disponibilité, pour la documentation qu'ils m'ont mis à ma disposition, pour tous leurs conseils et leurs orientation durant tout le long de ce travail. Durant ces trois ans de thèse, ils n'ont pas cessé de m'inculquer la rigueur pour mener à bien ma thèse. Je leur suis très reconnaissant.

Mes remerciements les plus chaleureux vont à mes parents, mon épouse, mes sœurs, mon frère ainsi qu'à toute ma famille, pour leurs soutiens et leurs encouragements, qu'ils soient certains de toutes mes reconnaissances.

Références personnelles

Revue internationale avec comité de lecture

Belkhiat, D. E. C., Messai, N., & Manamanni, N. (2011). Design of a robust fault detection based observer for linear switched systems with external disturbances. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*. Vol 5, no. 2, pp. 206-219.

Conférences internationales avec comité de lecture

Belkhiat, D. E. C., Messai, N., & Manamanni, N. (2009). Robust Fault Detection Based-Observer for Linear Switched Systems. *The 3rd IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems (ADHS09)*, Zaragoza, Spain, septembre 2009.

Belkhiat, D. E.C., Messai, N., & Manamanni, N. (2011). Design of robust detection observer for discrete-time linear switched system. *18th world Congress of the International Federation of Automatic Control (IFAC 2011)*, Milan, Italy.

Belkhiat, D. E. C, Messai, N., & Manamanni, N. (2011). A fault detection & Isolation scheme for discrete time switched linear systems. *9th IEEE International Conference on Control & Automation (IEEE ICCA'11)*, Santiago, Chile.

Conférences nationales avec comité de lecture

Belkhiat, D. E. C., Messai, N., & Manamanni, N. (2010). Synthèse d'observateur robuste pour la détection de défauts d'une classe de systèmes à commutations. *6^{ème} Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA 2010)*, Nancy, France.

Belkhiat, D. E. C., Messai, N., & Manamanni, N. (2011). Synthèse d'observateur robuste pour la détection de défauts des systèmes linéaires discrets à commutations. *4^{ème} Journées Doctorales/ Journées Nationales MACS (JD-JN-MACS 2011)*, Marseille, France.

Conférences nationales sans actes

Belkhiat, D. E. C., Hamdi, F., Messai, N., & Manamanni, N. (2010). Modélisation et observation pour le diagnostic des systèmes à commutations. *Workshop du GIS 3SGS'10, Surveillance, Sûreté et Sécurité des Grands Systemes*, Reims, France.

Table des matières

INTRODUCTION GENERALE.....	1
CHAPITRE 1 : GENERALITES SUR LE DIAGNOSTIC DES SYSTEMES DYNAMIQUES HYBRIDES	5
I.1. Introduction	6
I.2. Partie 1 : Introduction aux systèmes dynamiques hybrides.....	6
I.2.1. Structure d'un système dynamique hybride	7
I.2.1.1. La partie discrète	7
I.2.1.2. La partie continue	7
I.2.1.3. Interface entre la partie continue et la partie discrète.....	8
I.2.2. Définition formelle des systèmes dynamiques hybrides	8
I.2.3. Quelques classes de systèmes dynamiques hybrides.....	12
I.2.3.1. Systèmes impulsionsnels (Systèmes à sauts).....	13
I.2.3.2. Systèmes linéaires par morceaux.....	14
I.2.3.3. Systèmes à commutations.....	16
I.2.4. Tour d'horizon des problématiques des SDH	18
I.3. Partie 2 : Problématiques et objectifs du diagnostic des SDH.....	20
I.3.1. Les objectifs du diagnostic : Définitions et terminologies.....	21
I.3.2. Classification des défauts.....	22
I.3.3. Principe général du diagnostic à base de modèle	23
I.3.4. Diagnostic à base de modèle des systèmes continus	24
I.3.4.1. Méthodes de génération de résidus	25
I.3.4.2. Evaluation et structuration des résidus	26
a. Les résidus structurés	28
b. Les résidus directionnels	30
I.3.5. Diagnostic à base de modèle des systèmes à événements discrets.....	30
I.3.5.1. Méthodes à base d'une représentation événementielle des défauts	31
I.3.5.2. Méthodes reposant sur une modélisation à base d'état des défauts	33
I.3.6. Diagnostic à base de modèle des systèmes hybrides.....	36
I.3.6.1. Méthodes issues des systèmes continus	37
I.3.6.2. Méthodes issues des SED.....	37
I.3.6.3. Méthodes mixtes	38
I.4. Conclusion	39

CHAPITRE 2 : SYNTHÈSE D'OBSERVATEURS ROBUSTES POUR LA DETECTION DE DEFAUTS D'UNE CLASSE DE SYSTEMES LINEAIRES A COMMUTATIONS	41
II.1. Introduction.....	42
II.2. Classe des systèmes considérés et hypothèses de travail.....	42
II.3. Structure du générateur de résidus à base d'observateur hybride.....	44
II.3.1. Description du fonctionnement de l'observateur hybride	45
II.3.1.1. Cas où l'observateur hybride et le SLC évoluent dans le même mode	46
II.3.1.2. Cas où l'observateur hybride et le SLC n'évoluent pas dans le même mode	47
II.4. Synthèse de l'observateur hybride robuste pour la détection de défauts.....	48
II.4.1. Synthèse de l'observateur hybride.....	49
II.4.1.1. Convergence de l'erreur d'estimation	49
a. Conditions de convergence : 1 ^{ère} alternative.....	50
b. Conditions de convergence : 2 ^{ème} alternative	54
c. Comparaison des deux alternatives : exemple numérique	56
II.4.1.2. Transposition en temps discret des conditions de convergence.....	57
II.4.2. Amélioration de la Robustesse et de la sensibilité de l'observateur hybride ..	60
II.5. Optimisation de la Synthèse de l'observateur robuste pour la détection de défauts	68
II.5.1. Procédure itérative	68
II.5.2. Discussion	69
II.6. Simulation et résultats.....	71
II.7. Conclusion	76
 CHAPITRE 3 : METHODOLOGIE DU DIAGNOSTIC DES SYSTEMES LINEAIRES A COMMUTATIONS	 79
III.1. Introduction	80
III.2. Présentation de la méthodologie du diagnostic proposée.....	80
III.2.1. Structure de la méthodologie de diagnostic.....	82
III.2.2. Générateur de Signatures de modes.....	83
III.2.2.1. Convergence des erreurs d'estimation.....	85
III.2.2.2. Table des signatures théoriques & évaluation des résidus	86
III.2.3. Générateur de signatures de défauts.....	88
III.2.3.1. Synthèse des observateurs hybrides pour la localisation de défauts	91

III.2.3.2. Amélioration de la robustesse et de la sensibilité des observateurs hybrides	92
III.2.3.3. Table des signatures théoriques & évaluation des résidus structurés.....	95
III.2.4. Identification du mode & détection et localisation de défauts	96
III.3. Simulation et résultats	101
III.3.1. Construction du diagnostiqueur	102
III.3.1.1. Fonctionnement du diagnostiqueur en l'absence de défauts	104
III.3.1.2. Fonctionnement du diagnostiqueur en présence de défauts.....	108
a. Défauts de capteurs.....	108
b. Défaut discret.....	110
III.4. Conclusion	112
CHAPITRE 4 : COMMANDE TOLERANTE AUX DEFAUTS DES SLC :	
APPROCHE PRELIMINAIRE.....	113
IV.1. Introduction	114
IV.2. Commande tolérante aux défauts des systèmes continus	114
IV.2.1. Approches passives	115
IV.2.2. Approches actives	115
IV.2.2.1. Loi de commande pré-calculée	116
IV.2.2.2. Loi de commande synthétisée en ligne	117
a. Accommodation de défauts.....	117
b. Reconfiguration	118
IV.3. Commande tolérante aux défauts des SED	118
IV.4. Etat de l'art sur la commande tolérante aux défauts des SDH.....	119
IV.5. Proposition d'une approche de FTC pour les SLC.....	121
IV.5.1. Structure de la commande tolérante aux défauts.....	122
IV.5.2. Synthèse de la commande par retour d'état à base d'observateur	125
IV.5.2.1. Robustesse de la loi de commande.....	127
IV.5.2.2. Sensibilité des résidus structurés aux défauts	130
IV.6. Simulation et résultats	133
IV.7. Conclusion	138
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES.....	141
ANNEXE A.....	145

ANNEXE B	153
BIBLIOGRAPHIE	159

Table des figures

Fig. 1.1. Système hybride : interaction entre la partie continue et la partie discrète.....	7
Fig. 1.2. Automate hybride de la boîte de vitesse automatique.....	12
Fig. 1.3. Automate hybride de la balle rebondissante.....	14
Fig. 1.4. Domaine de linéarité pour un système linéaire par morceaux ($m = 3$).....	16
Fig. 1.5. Modèle du thermostat.....	17
Fig. 1.6. Evolution de la température de la chambre.....	18
Fig. 1.7. Architecture générale du diagnostic de défauts à base de modèle quantitatif.	25
Fig. 1.8. Schéma DRGS relatif aux capteurs.....	29
Fig. 1.9. Schéma GRGS relatif aux capteurs.....	29
Fig. 1.10. Résidus directionnels.	30
Fig. 1.11. Modélisation à base d'événements.	32
Fig. 1.12. Modèle du procédé à base d'états.	35
Fig. 1.13. Diagnostiqueur à base d'états.....	36
Fig. 2.1. Structure du générateur de résidus.....	45
Fig. 2.2. Evolution de la fonction de Lyapunov multiple.....	53
Fig. 2.3. Domain de faisabilité ("x" : théorème 2.1, "o" : théorème 2.2).....	57
Fig. 2.4. Portrait de phase.....	71
Fig. 2.5. Portrait de phase (SLC, Observateur hybride).....	73
Fig. 2.6. Evolution de la fonction de Lyapunov multiple.....	73
Fig. 2.7. Evolution du mode réel et mode estimé.....	74
Fig. 2.8. Résidu généré par l'observateur.....	75
Fig. 2.9. Détection de défaut.....	76
Fig. 3.1. Schéma de la méthodologie de diagnostic adopté.....	83
Fig. 3.2. Structure de générateur des résidus.	84
Fig. 3.3. Structure de générateur des résidus structurés.....	89
Fig. 3.4. Construction et fonctionnement du diagnostiqueur.	99
Fig. 3.5. Automate hybride.....	101
Fig. 3.6. Automate à états finis du diagnostiqueur.....	103
Fig. 3.7. Evolution des vecteurs de résidus.....	105
Fig. 3.8. Evolution des normes des résidus.....	106
Fig. 3.9. Evolution de la signature réelle et le mode estimé (sans défauts).....	107
Fig. 3.10. Evolution des normes des résidus du générateur de signatures de modes.	108
Fig. 3.11. Evolution des normes des résidus du générateur de signatures de défauts	109
Fig. 3.12. Evolution de la signature réelle et le mode estimé (défaut de capteurs).....	109
Fig. 3.13. Evolution de la signature réelle et le mode estimé (défaut discret).	111
Fig. 4.1. Classification des approches de la commande tolérante aux défauts.....	115
Fig. 4.2. Structure générale des méthodes AFTC.....	116

Fig. 4.3. Structure d'une AFTC à base de banc de régulateurs pré-calculés.....	117
Fig. 4.4. Structure de commande tolérante aux défauts proposée.	122
Fig. 4.5. Structure du bloc de commande.....	123
Fig. 4.6. Structure du bloc de reconfiguration.....	124
Fig. 4.7. Automate hybride.....	134
Fig. 4.8. Evolution des états du SLC autonome.	135
Fig. 4.9. Evolution des résidus.	136
Fig. 4.10. Evolution des sorties du SLC.	137
Fig. 4.11. Evolution du signal d'activation.	137
Fig. 4.12. Evolution des vecteurs d'état (Observateur 1, SLC).....	138
Fig. 4.13. Evolution des vecteurs d'état (Observateur 2, SLC).....	138

Introduction générale

Dans de nombreuses applications industrielles, l'interaction de plus en plus importante entre les systèmes numériques (calculateurs numériques, logiciels, composants logiques,...) et les processus physiques de nature continue a conduit, en Automatique, à l'émergence et à la formalisation d'une nouvelle catégorie de systèmes dynamiques dite hybride. Formellement, les Systèmes Dynamiques Hybrides (SDH) sont des systèmes qui font intervenir explicitement et simultanément des dynamiques continue et événementielle. En effet, l'étude des SDH a retenu l'attention de chercheurs des deux communautés de l'automatique que ce soit ceux qui s'intéressent aux systèmes continus ou ceux qui étudient les Systèmes à Événement Discrets (SED). Les objectifs de l'étude des SDH consistent à apporter une solution en termes de modélisation, de méthode d'analyse et de performances à des problèmes que l'on ne peut pas traiter (ou que l'on traite difficilement) avec les méthodes classiques de l'Automatique des systèmes continus ou des SED. Ainsi, devant la complexité de ces systèmes, l'automaticien est souvent amené à développer de nouvelles méthodes qui prennent en compte les deux dynamiques du SDH, continue et discrète, et de leurs interactions.

Par ailleurs, l'aptitude d'un système à effectuer les tâches pour lesquelles il a été conçu peut être entravée par l'occurrence de défauts. Ainsi, pour pallier ce problème, un système de diagnostic s'avère nécessaire pour empêcher la propagation de défauts et pour limiter leurs conséquences qui peuvent être nocives aussi bien au niveau économique qu'au niveau environnemental et humain. L'intérêt grandissant pour le diagnostic des défauts s'explique par la complexité croissante des systèmes industriels qui sont de plus en plus exigeants en termes de contraintes de sécurité, de fiabilité, de disponibilité et de performances. Le rôle primordial du diagnostic consiste en fait, à détecter précocement tout défaut, de localiser le plus précisément possible son origine et de fournir des informations précises sur la nature du problème et ses causes premières. S'appuyant sur des outils déjà existants en Automatique, la recherche dans le domaine du diagnostic a connu une évolution importante et a donné naissance à plusieurs méthodes. Ces méthodes peuvent être classées en deux approches, selon que l'on dispose, ou pas, d'un modèle mathématique du système. Dans le premier cas, on utilise des redondances d'informations et la connaissance fournie par le modèle mathématique pour caractériser le mode de fonctionnement ou l'état du système, puis décider de son état normal ou anormal. Dans le deuxième cas, c'est l'analyse des données fournies par le système qui permet de décider de son état.

Cependant, le diagnostic est insuffisant pour garantir la sûreté de fonctionnement. Il est alors indispensable de lui associer une autre opération permettant de mieux gérer la présence des défauts au sein d'un système. En effet, il est possible soit de compenser l'effet du défaut (accommodation) soit de modifier les lois de commande de manière à éviter que le défaut entraîne une panne générale du système. Cette dernière technique est appelée communément reconfiguration ou restructuration de la loi de commande. Ces procédures à mettre en œuvre lors de l'occurrence du défaut ont été développées sous forme de plusieurs stratégies connues sous l'appellation Commande Tolérante aux Défauts.

Ce travail de thèse entre dans le cadre des travaux du projet de recherche COSMOS I et II (Conception et Observation de Systèmes à MOdes Multiples de fonctionnement Sûrs) du GIS 3SGS (Surveillance, Sûreté et Sécurité des Grands Systèmes). Les contributions de ce travail de thèse concernent, en premier lieu et principalement, le diagnostic à base de modèle des SDH. Dans ce cadre, plusieurs équipes de recherche s'intéressent depuis quelques années aux problèmes de diagnostic des SDH. Toutefois, la majeure partie de travaux réalisés accordent une importance plus grande soit à la partie continue, soit à la partie discrète. Dans les deux cas, le diagnostic ne peut être que partiel. De ce fait, nous proposons dans ce travail une méthodologie de détection et de localisation de défauts à même de tenir compte des limitations déjà observées dans les approches existantes. L'idée consiste à prendre en considération de façon explicite les deux aspects, continu et discret, constituant un SDH. Pour ce faire, nous proposons de combiner les outils initialement dédiés au diagnostic des systèmes continus et d'autres spécifiques aux SED.

En second lieu, nous proposons une étude préliminaire de synthèse de lois de commande tolérantes aux défauts permettant, en présence de défauts, de maintenir les performances du système proches de celles désirées.

Ce mémoire de thèse est composé de quatre chapitres et structuré de la façon suivante :

Le premier chapitre introduit les définitions des termes et les techniques spécifiques à la modélisation et au diagnostic des SDH. Le contenu de ce premier chapitre introductif est divisé en deux parties.

La première partie est consacrée à l'introduction du formalisme des SDH. Ensuite, une définition formelle des SDH, permettant de modéliser une large classe de SDH, sera présentée. Cette partie se termine par une présentation de quelques classes de SDH.

La deuxième partie de ce chapitre est destinée à la présentation du contexte général dans lequel s'inscrit l'approche de diagnostic que nous proposons. Après quelques définitions sur les terminologies employées dans le domaine du diagnostic, nous décrivons brièvement les concepts fondamentaux des approches de diagnostic à base

de modèle issues des communautés systèmes continus et SED. Enfin, nous passons en revue un état de l'art non exhaustif des méthodes de diagnostic à base de modèle des SDH.

Le second chapitre commence par une présentation de la classe de SDH et des hypothèses de travail considérées. Nous proposons ensuite une approche de synthèse de générateur d'indicateurs de cohérence (résidus) qui permet la détection des défauts affectant la partie continue de la classe de systèmes considérée. La génération des résidus consiste à tester la cohérence entre les données relevées au cours du fonctionnement réel du système et les prédictions effectuées par le modèle de référence. Pour ce faire, nous adaptons les outils de détection de défauts des systèmes continus aux SDH.

Le troisième chapitre vise à proposer une méthodologie de diagnostic pour une classe de SDH permettant de détecter et de localiser les défauts affectant les parties continue et discrète d'un SDH. Après avoir présenté les hypothèses de travail, nous exposons la structure de notre méthodologie. Celle-ci tient compte de façon rigoureuse et explicite des deux aspects, continu et discret, du SDH à travers trois modules en interaction dont nous détaillerons le rôle et le fonctionnement. Ensuite, nous synthétisons chaque module de cette méthodologie en adaptant les approches de diagnostic dédiées initialement au diagnostic des systèmes continus et des SED.

Le quatrième chapitre présente une approche de synthèse de lois de commande tolérantes aux défauts pour une classe de SDH. Nous présenterons au début du chapitre les différentes approches de synthèse de lois de commande tolérantes aux défauts des systèmes continus et SED. Ensuite, nous passons en revue quelques travaux réalisés autour de la commande tolérante aux défauts des SDH. Nous terminerons ce chapitre par une approche préliminaire de synthèse d'une loi de commande stabilisante tolérante aux défauts.

Nous terminerons le mémoire de thèse par une conclusion et des perspectives.

Chapitre 1

Généralités sur le diagnostic des systèmes dynamiques hybrides

I.1. Introduction	6
I.2. Partie 1 : Introduction aux systèmes dynamiques hybrides.....	6
I.2.1. Structure d'un système dynamique hybride	7
I.2.1.1. La partie discrète	7
I.2.1.2. La partie continue	7
I.2.1.3. Interface entre la partie continue et la partie discrète.....	8
I.2.2. Définition formelle des systèmes dynamiques hybrides	8
I.2.3. Quelques classes de systèmes dynamiques hybrides	12
I.2.3.1. Systèmes impulsionsnels (Systèmes à sauts).....	13
I.2.3.2. Systèmes linéaires par morceaux.....	14
I.2.3.3. Systèmes à commutations.....	16
I.2.4. Tour d'horizon des problématiques des SDH	18
I.3. Partie 2 : Problématiques et objectifs du diagnostic des SDH.....	20
I.3.1. Les objectifs du diagnostic : Définitions et terminologies.....	21
I.3.2. Classification des défauts.....	22
I.3.3. Principe général du diagnostic à base de modèle	23
I.3.4. Diagnostic à base de modèle des systèmes continus	24
I.3.4.1. Méthodes de génération de résidus	25
I.3.4.2. Evaluation et structuration des résidus	26
a. Les résidus structurés	28
b. Les résidus directionnels	30
I.3.5. Diagnostic à base de modèle des systèmes à événements discrets.....	30
I.3.5.1. Méthodes à base d'une représentation événementielle des défauts	31
I.3.5.2. Méthodes reposant sur une modélisation à base d'état des défauts	33
I.3.6. Diagnostic à base de modèle des systèmes hybrides.....	36
I.3.6.1. Méthodes issues des systèmes continus	37
I.3.6.2. Méthodes issues des SED.....	37
I.3.6.3. Méthodes mixtes	38
I.4. Conclusion	39

I.1. Introduction

Le présent chapitre a pour objectif de présenter les différents concepts que nous rencontrons dans les prochains chapitres de cette thèse. Nous présentons les définitions des termes et les techniques spécifiques à la modélisation et au diagnostic des Systèmes Dynamiques Hybrides (SDH). Le contenu de ce premier chapitre introductif est divisé en deux parties.

La première partie est consacrée à l'introduction du formalisme des SDH. L'étude qui en découle s'articule sur trois axes ; les formalismes issus de l'automatique continue, les formalismes issus des Systèmes à Evénements Discrets (SED) et les formalismes mixtes. Nous privilégions les formalismes mixtes qui seront plus utilisés dans le cadre de cette thèse. De ce fait, une définition formelle, permettant de présenter une large classe de SDH, sera présentée. Cette définition servira, par la suite, de support théorique pour décrire quelques classes de SDH. Il s'agit des systèmes impulsionsnels (Système à sauts), des systèmes linéaires par morceaux et des systèmes à commutations. Afin de permettre de bien saisir la nature hybride des systèmes étudiés, les concepts théoriques donnés dans cette partie seront illustrés à l'aide d'exemples didactiques.

L'objectif de la deuxième partie de ce chapitre est de présenter le contexte général dans lequel s'inscrit l'approche de diagnostic que nous proposons. Dans un premier temps, nous rappelons les définitions et la terminologie utilisées dans le domaine de diagnostic. Ensuite, nous décrivons brièvement les concepts fondamentaux des approches de diagnostic à base de modèle issues des communautés FDI¹, SED et SDH.

Il est à souligner que les deux parties de ce chapitre ne peuvent être entièrement exhaustives. Néanmoins, elles permettent au lecteur d'appréhender la suite du manuscrit.

I.2. Partie 1 : Introduction aux systèmes dynamiques hybrides

En automatique, on désigne par systèmes dynamiques hybrides l'ensemble des systèmes dynamiques dans lesquels interagissent à la fois des phénomènes de nature continue et événementielle. Les exemples de systèmes hybrides sont abondants dans la vie réelle tels que : les systèmes de contrôle automatique de la vitesse automobile, le pilotage automatique dans la navigation aérienne, les systèmes de conversion de l'énergie, les processus chimiques, etc. Généralement, les SDH sont de nature très diverse : systèmes intrinsèquement hybrides, systèmes continus avec commandes discrètes, systèmes à événements discrets auxquels sont associées des évolutions continues, ou systèmes continus auxquels sont associées des commutations discrètes (El Mezyani, 2005). Tous ces systèmes possèdent des caractéristiques communes qui caractérisent les SDH d'un point de vue général. Dans la suite, nous détaillons la structure générique des systèmes hybrides.

¹ Fault Detection and Isolation.

I.2.1. Structure d'un système dynamique hybride

Généralement, un SDH peut être vu comme l'agrégation d'un SED, de systèmes dynamiques continus et d'une interface qui gère les interactions entre les deux évolutions (continue et discrète) (Antsaklis *et al.*, 1993). Comme l'illustre la figure 1.1, chaque partie du SDH dispose d'entrées (discrète σ , continue u) et de sorties (discrètes Ψ , continues y). L'état discret est décrit par q et l'état continu est décrit par x . Ces différents éléments, à savoir la partie discrète, la partie continue et l'interface peuvent être décrits ou spécifiés de différentes manières (Figure 1.1):

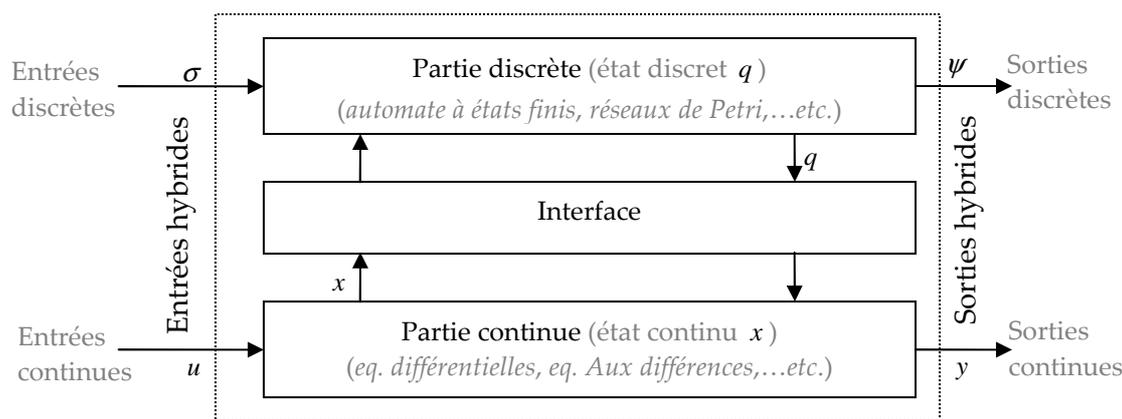


Fig. 1.1. Système hybride : interaction entre la partie continue et la partie discrète.

I.2.1.1. La partie discrète

La partie discrète du système hybride est associée à un SED dont l'espace d'état est un ensemble discret fini, où l'état discret ne change qu'à certains instants du temps de façon instantanée. Les transitions entre les états discrets sont associées à l'occurrence d'événements discrets tels que l'opération d'usinage sur une pièce, l'instruction traitée par un processeur, un interrupteur ouvert ou fermé. Les modèles les plus classiques permettant d'appréhender les SED sont les automates à états finis (Ramadge et Wonham, 1987), les Réseaux de Petri (RdP) (David et Alla, 1994) et les statecharts (Harel *et al.*, 1986).

I.2.1.2. La partie continue

La partie continue est représentée par un ensemble de modèles continus. Elle est constituée d'une infinité de valeurs décrivant le comportement d'un phénomène physique tel que la température d'une pièce ou d'un objet, la vitesse d'un mobile ou le niveau dans un réservoir. L'évolution de la partie continue est caractérisée par un espace de temps continu et peut être représentée de différentes manières. Les modèles souvent utilisés sont : ceux à base d'équations différentielles ordinaires (EDO) ou d'équations algèbro-différentielles (EAD), ou encore de fonctions de transfert (De Larminat, 1995), ou de bond-graphs (Dauphin-Tanguy, 2000; Vergé et Jaume, 2004; Ould Bouamama *et al.*, 2006);... etc.

I.2.1.3. Interface entre la partie continue et la partie discrète

L'interface traduit l'interaction entre la partie continue et la partie discrète du SDH de façon que l'état discret q détermine la dynamique continue spécifique de la partie continue du SDH (Antsaklis *et al.*, 1993; Flaus, 1998). Par ailleurs, les signaux provenant de la partie continue déterminent par l'intermédiaire de l'interface les événements autorisant des transitions de l'état discret d'une situation vers une autre situation. Ce phénomène d'interaction entre ces deux types de dynamiques est appelé phénomène hybride.

Les actions des phénomènes hybrides se profilent généralement sous forme d'une commutation de modèle continu ou sous forme d'une discontinuité apparaissant sur le vecteur d'état. Dans le cas de commutations de modèle, le choix de la nouvelle dynamique continue est déterminé par le système à événements discrets décrivant la dynamique discrète du système global. Par ailleurs, ces deux actions hybrides peuvent être couplées.

Les phénomènes hybrides peuvent être déclenchés lorsque des variables continues atteignent certains seuils spécifiques. Ce fait se manifeste en faisant basculer le système à événements discrets à un nouvel état et suivant cet état une des actions décrites ci-dessus est déclenchée. Ce phénomène est dit alors autonome (Johansen et Murray-Smith, 1997; Li *et al.*, 2005a). En revanche, une commande discrète extérieure agissant directement sur le système à événements discrets peut déclencher un phénomène hybride. Dans ce cas, le phénomène hybride est dit contrôlé.

Ainsi, quatre types de phénomènes hybrides peuvent être distingués selon le type de déclenchement et selon les actions des phénomènes hybrides. Ces phénomènes par référence aux types de déclenchement et aux actions sont appelés les commutations de modèle autonomes, les commutations de modèle contrôlées, les sauts de l'état autonomes et les sauts de l'état contrôlés. Sachant qu'un SDH peut se caractériser par plusieurs types de phénomènes (Braniky, 1998).

I.2.2. Définition formelle des systèmes dynamiques hybrides

La modélisation des systèmes dynamiques hybrides a revêtu un intérêt particulier ces dernières années en raison de la prolifération de ce genre de système. La difficulté de trouver un formalisme à même de reproduire exactement l'évolution d'un SDH est justifiée par la présence des interactions entre des dynamiques continues et discrètes. Il apparaît alors évident que ces systèmes ne peuvent se contenter d'une présentation homogène à dynamique purement continue ou purement événementielle. De nombreuses approches de modélisation traitant à la fois les aspects continus et discrets ont été proposées. Trois principales familles d'approches pour la modélisation des SDH (Zaytoon, 2001) sont définies: Les approches issues de l'automatique continue, les approches issues des systèmes à événements discrets (SED) et les approches mixtes.

Les modèles issus de *l'automatique continue* étudient le comportement des procédés vus comme des systèmes continus comportant des discontinuités. Une première approche proposée repose sur l'utilisation des variables mixtes. Celle-ci consiste à introduire des variables booléennes ou entières au sein du modèle continu. La modélisation par *bond-graph* peut être classée dans cette approche du fait de son origine continue. Cependant, les équations du modèle sont décrites par un diagramme de flux et des chaînes de causalité (Buisson et Cormerais, 1998).

Les modèles issues des *SED* approchent les phénomènes continus par un ensemble fini d'états discrets. Afin de mettre en évidence le couplage entre la dynamique discrète et la dynamique continue du système, le formalisme des RdP hybrides est développé en ajoutant des transitions et des places qui permettent de modéliser les phénomènes continus (David, 2000).

L'inconvénient majeur de ces deux approches de modélisation réside dans la manière dont l'intégration de l'aspect hybride est effectuée dans le modèle continu ou dans le modèle discret. En effet, l'intégration effectuée privilégie l'un des deux aspects du SDH au détriment de l'autre et ne permet pas de représenter efficacement à la fois les deux parties continue et discrète.

Des *approches mixtes* sont alors proposées dans la littérature (Braniky, 1998; Guéguen et Lefebvre, 2001; De Santis *et al.*, 2003). Ces approches consistent à interfacer les deux composantes discrète et continue et à intégrer ces deux aspects au sein d'un même formalisme de modélisation où chaque aspect est représenté de façon rigoureuse et explicite. Plusieurs modèles mixtes ont été définis. Le modèle fondamental de cette approche est celui des automates hybrides (Lygeros *et al.*, 2003). Toutefois, il en existe d'autres basés sur les réseaux de Petri comme les RdP mixtes (Vibert *et al.*, 1997), les RdP prédicats-transitions différentiels (Champagnat, 1998) et les RdP différentiels (Demongodin et Koussoulas, 2006; Hamdi *et al.*, 2009).

L'avantage majeur du formalisme d'automates hybrides, par rapport aux autres formalismes, est sa simplicité à décrire sans ambiguïté les évolutions possibles d'un système. Dans la suite de cette thèse, nous privilégierons ce formalisme pour décrire quelques classes de SDH. En effet, de nombreux formalismes d'automates hybrides existent dans la littérature mais la définition de (De Santis *et al.*, 2003) qui tient ses sources de la définition proposée par (Braniky, 1998) est la plus générale, surtout si l'on veut tenir compte des phénomènes hybrides déclenchés par des événements extérieurs inconnus. Ainsi, cette définition servira de référence tout au long de ce travail.

◆ **Définition 1.1.**

Un système dynamique hybride en temps continu est un 15-uplet

$$H = (Q, \Sigma, \Psi, X, U, Y, V, Init, F_C, S, \Gamma, \gamma, Inv, R, G)$$

où :

- $Q = \{q_i, i \in \{1, 2, \dots, s\}\}$ est un ensemble fini d'états discrets.
- $\Sigma = \Sigma_{Ext} \cup \Sigma_{Cont} \cup \{\varepsilon_\sigma\}$ est un ensemble fini d'entrées discrètes avec ε_σ l'événement d'entrée "vide" (utilisé pour designer les événements d'entrée non observables).
- $\Psi = \{\{\psi_j\} \cup \{\varepsilon_\psi\}, j \in \{1, \dots, r\}\}$ est un ensemble fini de sorties discrètes, ε_ψ est la sortie discrète "vide" (utilisé pour designer les événements de sorties discrète non observable).
- X, U, Y, V sont des parties d'espaces vectoriels de dimension finie et correspondent respectivement aux espaces des états continus, des entrées continus, des sorties continues et des perturbations continues. Pour un état continu $x \in X$, un état discret $q \in Q$ et une entrée de perturbation $\delta \in V$ donnés, le vecteur des sorties continues est donné par $y = h(x, q, \delta) \in Y$, avec $h: X \times Q \times V \rightarrow Y$.
- $Init \subset X \times Q$ est l'ensemble des états initiaux.
- F_C est une sous-classe de systèmes dynamiques continus. La dynamique $F_i^c \in F_C$ est définie par l'équation en temps continu suivante:
$$\dot{x}(t) = f_i^c(x(t), u(t), \delta(t)) \quad i \in \{1, \dots, s\}$$

où $t \in \mathbb{R}$, $x(t) \in X$ et f_i^c est un champ de vecteurs.
- $S: Q \rightarrow F_C$ est une application associant à chaque état discret $q \in Q$ une dynamique continue $F_i^c \in F_C$.
- $\Gamma \subset Q \times \Sigma \times Q$ est la collection de transitions discrètes. Le triplet (q, σ, q') représente la transition partant du mode q vers le mode q' suite à l'arrivée de l'entrée discrète σ .
- $\gamma: \Gamma \rightarrow \Psi$ est une application qui associe une sortie discrète à chaque transition discrète.
- $Inv: Q \rightarrow 2^{X \times \Sigma \times U \times V}$ est une application qui associe à chaque mode $q \in Q$ un domaine appelé invariant.
- $R: \Gamma \times X \times U \times V \rightarrow 2^X$ est l'application de réinitialisation qui après une transition discrète affecte une nouvelle valeur à l'état continu x .
- $G: \Gamma \rightarrow 2^{X \times U \times V}$ est une application qui faisant correspondre à chaque transition une condition de garde qui spécifie quelles conditions doivent être vérifiées pour que la transition soit franchie.

Remarque 1.1 : Les transitions discrètes définies par Γ peuvent être de différentes nature, soit

- des transitions de commutations : elles sont forcées par des entrées discrètes externes $\sigma \in \Sigma_{Ext}$ non contrôlables (l'exemple : perturbation externe).
- des transitions contrôlables: elles sont déterminées par des entrées externes contrôlables $\sigma \in \Sigma_{Cont}$ (exemple: commande externe).
- des transitions d'invariant: elles se produisent lorsque la condition d'invariant n'est plus respectée (exemple: variable d'état atteignant un certain seuil).

Les transitions de commutations et les transitions d'invariant sont considérées comme des transitions incontrôlables.

♦ **Exemple 1.1 (Boite de vitesse automatique) :**

Afin de bien saisir la nature hybride des systèmes étudiés, un exemple de boite de vitesse automatique est présenté (Cébron, 2000). Celle-ci est un exemple de dispositif mécatronique complexe où sont présents les différents déclenchements et actions des phénomènes hybrides présentés ci-avant. Dans cet exemple, on considère, que ce système possède comme variables discrètes trois rapport de vitesse (v_1 , v_2 et v_3). Sachant que le conducteur ne peut intervenir que sur le type de conduite à l'aide d'une commande discrète appelée "Mode de conduite" (MC) sans pouvoir intervenir directement sur l'évolution des variables discrètes. Deux modes de conduite sont alors possibles : "Ville" (V) où les vitesses autorisées sont v_1 , v_2 et "Route" (R) où toutes les vitesses sont disponibles.

Le nombre de tours par minute du moteur, noté $x(t)$ est la variable continue du système dont la dynamique est décrite par une équation différentielle.

Le passage d'un rapport de vitesse à un autre, lorsque la variable continue $x(t)$ atteint certaines valeurs N_{max} et N_{min} , correspond à un phénomène hybride déclenché de manière autonome. Tandis que le passage du rapport v_2 au rapport v_3 n'est autorisé que sous l'intervention du conducteur à l'aide de la commande discrète "MC", cela correspond à un phénomène hybride contrôlé.

Ces deux types de phénomènes agissent sur la variable continue $x(t)$: en effet lorsqu'on change de rapport de vitesse le nombre de tours par minute du moteur est réinitialisé à la valeur N_{init} , on a alors un saut de l'état. De plus, à chaque rapport de vitesse, la variable continue $x(t)$ est régie par une dynamique différente, on a donc également une commutation de modèle.

Supposons maintenant que la dynamique f_1 est associée à l'état discret v_1 , f_2 représente la dynamique associée à l'état discret v_2 et f_3 modélise la dynamique associée à l'état discret v_3 . Le modèle hybride de la boite vitesse automatique, obtenu selon le formalisme de la définition 1.1, est donné par :

$$H_{BV} = \{Q, \Sigma, X, Init, \Gamma, Inv, R, G\}$$

Avec $Q = \{v_1, v_2, v_3\}$ est l'ensemble fini d'états discret. $\Sigma = \{MC\}$ est l'ensemble fini d'entrées discrètes tel que $MC = \{V, R\}$. L'ensemble des transitions discrètes $\Gamma_1 = \{e_1 = (v_1, v_2), e_2 = (v_2, v_1), e_3 = (v_3, v_1)\}$ sont de type invariant ($Inv(v_1) = (N_{min} \leq x(t) < N_{max})$, $Inv(v_2) = (N_{min} < x(t) \leq N_{max})$ et $Inv(v_3) = (N_{min} < x(t) \leq N_{max})$, les conditions de garde associées à l'ensemble des transitions Γ_1 sont données respectivement par : $G_{v_1, v_2} = \{x(t) = N_{max}\}$, $G_{v_2, v_1} = \{x(t) = N_{min}\}$ et $G_{v_3, v_1} = \{x(t) = N_{min}\}$. Tandis que les transitions discrètes $\Gamma_2 = \{e_4 = (v_2, R, v_3), e_5 = (v_3, V, v_2)\}$ représentent les transitions discrètes contrôlées. Les conditions de garde associées à l'ensemble Γ_2 sont données respectivement par : $G_{v_2, v_3} = \{(x(t) = N_{max}) \text{ et } (MC = R)\}$ et $G_{v_3, v_2} = \{(x(t) > N_{min}) \text{ et } (MC = V)\}$. Lors du franchissement des transitions discrètes aucune sortie discrète mesurable n'est émise et l'état continu $x(t)$ est réinitialisé à l'instant de commutation t_c selon $R = \{x(t_c) = N_{init}\}$ tel que $N_{init} \in \text{Init}$.

Graphiquement, le système considéré peut être représenté par un automate hybride présenté dans la figure 1.2.

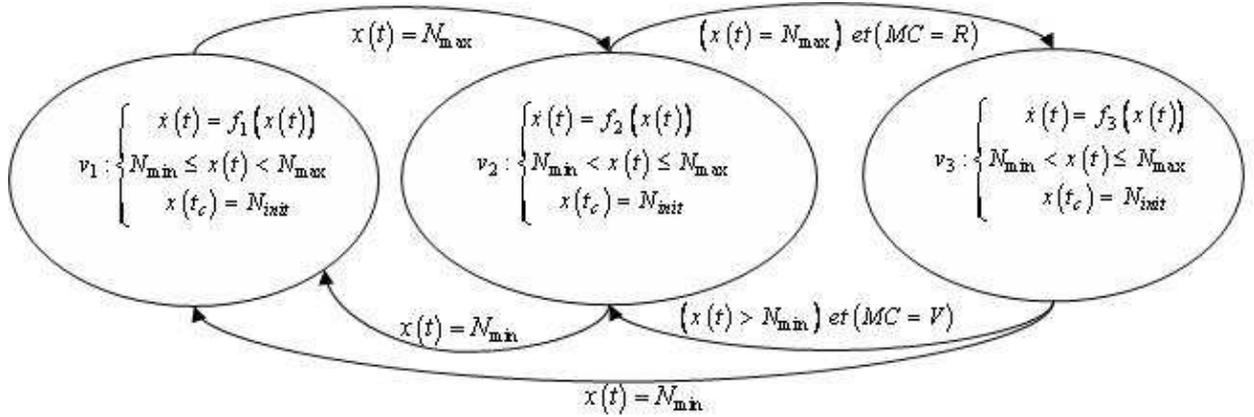


Fig. 1.2. Automate hybride de la boîte de vitesse automatique.

1.2.3. Quelques classes de systèmes dynamiques hybrides

L'étude des SDH a connu une expansion rapide au cours de ces dernières décennies. Ainsi, de nombreuses classes de SDH ont été traitées par la communauté des automaticiens. A titre d'exemple, citons les SDH stochastiques (Boukas, 2005), les SDH impulsifs (Haddad, 2006) et les systèmes à commutations (Van der Schaft et Schumacher, 2000; Bourdais *et al.*, 2007). En effet, le formalisme des SDH est très général et regroupe plusieurs classes de modèle. Il est évidemment difficile de passer en revue la totalité des classes. Dans cette section, nous présentons certaines d'entre elles qui nous semblent les plus significatives.

I.2.3.1. Systèmes impulsionnels (Systèmes à sauts)

Un système dynamique impulsionnel (Bainov et Simeonov, 1989; Brogliato, 2001; Li et al., 2005a) décrit l'évolution d'une variable continue $x(t)$ régie par une équation différentielle sous contraintes. Lorsque $x(t)$ vérifie certaines conditions, il est alors possible de lui donner une impulsion, c'est à dire de lui affecter une nouvelle valeur.

Dans le cadre des systèmes hybrides, les systèmes dynamiques impulsionnels correspondent aux systèmes possédant un seul mode $Q = \{q_i\}$ et une transition $\Gamma = (q_0, q_0)$ autorisant la réinitialisation de la variable continue via la fonction reset $R(\Gamma, x)$.

◆ Exemple 1.2 (Balle rebondissante) :

Pour illustrer les systèmes impulsionnels (ou à saut), nous présentons le modèle classique d'une balle rebondissante comme exemple illustratif (Brogliato, 1999).

La dynamique d'une balle rebondissante de masse m soumise à l'action de la gravité g peut être modélisée comme système dynamique impulsionnel. Si la balle est lâchée d'une altitude z_0 avec une vitesse initiale nulle. L'altitude $z(t)$ de la balle suit donc l'équation différentielle issue de la mécanique classique $m\ddot{z}(t) = -mg$. Quand $z(t) = 0$, la balle touche le sol et rebondit en perdant une fraction de son énergie :

$$\dot{z}(t^+) = -c\dot{z}(t^-), \text{ avec } c \leq 1.$$

En posant $x_1(t) = z(t)$, $x_2(t) = \dot{z}(t)$ et en utilisant la définition 1.1, le modèle hybride de la balle rebondissante est donné par :

$$H_{BR} = \{Q, \{\varepsilon_\psi\}, X, Int, \Gamma, Inv, R, G\}$$

avec $Q = \{1\}$ est l'ensemble fini d'états discrets. Aucune entrée discrète n'est contrôlable. La sortie discrète se résume à l'événement non observable $\{\varepsilon_\psi\}$ parce qu'aucune sortie discrète n'est accessible à la mesure.

Les transitions discrète $\Gamma = \{e = (q, q)\}$ sont de type invariant ($Inv(q) = (x_1 \neq 0)$), la condition de garde est donnée par $G = \{x_1 = 0\}$. Lors du franchissement des transitions aucune sortie discrète mesurable n'est émise et le vecteur d'état est réactualisé selon $(x_1, x_2) = (x_1, -cx_2)$. L'automate hybride modélisant le comportement de la balle rebondissante est donné par la figure 1.3.

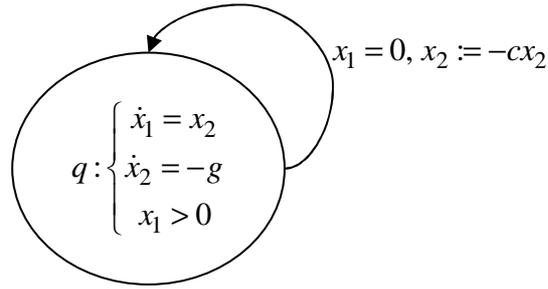


Fig. 1.3. Automate hybride de la balle rebondissante.

I.2.3.2. Systèmes linéaires par morceaux

La classe des systèmes linéaires par morceaux a été introduite comme outil de modélisation des systèmes non linéaires dans de nombreux problèmes d'ingénierie, notamment en électronique où les modèles de composants sont souvent linéaires par morceaux. Cette classe de systèmes est un cas particulier de SDH, où les dynamiques continues associées aux états discrets sont linéaires et l'état discret est régi par des transitions de type invariant (Chua et An-Chang, 1986; Johansson, 2003; Juloski, 2004).

Les systèmes linéaires par morceaux résultent d'un partitionnement de l'espace d'état-entrée du système en s -domaines d'invariant $\{Inv(q), q \in Q\}$, fermés, d'intérieur non-vide et deux à deux disjoints.

Sur chaque domaine d'invariant $Inv(q)$, on définit un champ de vecteurs f_q .

Ainsi, si l'on considère qu'à l'instant $t = t_0$, le vecteur d'état $x(t_0)$ appartient à l'espace d'état X_0 . Alors $x(t)$ est solution de l'équation différentielle associée au champ de vecteurs f_{q_0} jusqu'à l'instant t_1 où $x(t)$ atteint (ou dépasse) la frontière séparant le domaine d'invariant $Inv(q_0)$ du domaine d'invariant $Inv(q_1)$. $x(t)$ devient alors solution de l'équation différentielle associée au champ de vecteurs f_{q_1} . La transition $\Gamma = (q_0, q_1)$ n'autorise aucune réinitialisation de la variable continue.

◆ Exemple 1.3 (Régulateur saturé) :

Dans cet exemple, nous présentons un système linéaire continu à retour d'état saturé modélisé sous forme d'un système linéaire par morceaux (Klai, 1994).

Considérons le système dynamique continu décrit par :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1.1)$$

avec $x(t) \in \mathfrak{R}^n$, le vecteur d'état, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$, le vecteur de commande, et les matrices constantes $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$. On supposera par la suite que le vecteur de commande $u(t)$ est soumis à des limitations constantes en amplitude; il appartient à l'ensemble compact suivant :

$$u(t) \in \Omega \subset \mathfrak{R}^m \text{ où } \Omega = \left\{ u(t) \in \mathfrak{R}^m \mid -u_m^i \leq u^i(t) \leq u_M^i; u_m^i, u_M^i > 0, \forall i = 1, \dots, m \right\} \quad (1.2)$$

Lorsque l'on réalise une loi de commande linéaire par retour d'état statique $Fx(t)$, où $F \in \mathfrak{R}^{m \times n}$, les commandes peuvent être saturées et donc prendre la forme suivante :

$$u(t) = \text{sat}(Fx(t)) \quad (1.3)$$

où $\text{sat}(Fx(t)) = \left[\text{sat}(Fx(t))^1, \dots, \text{sat}(Fx(t))^m \right]^t$ avec

$$\text{sat}(Fx(t))^i = \begin{cases} u_M^i & \text{si } (Fx(t))^i > u_M^i \\ (Fx(t))^i & \text{si } -u_m^i \leq (Fx(t))^i \leq u_M^i \\ -u_m^i & \text{si } (Fx(t))^i < -u_m^i \end{cases} \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (1.4)$$

On obtient ainsi la boucle fermée suivante :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B\text{sat}(Fx(t)) \quad (1.5)$$

qui est de nature non-linéaire mais qui peut être modélisée comme un système linéaire par morceaux. Ainsi, l'élément non-linéaire conduit au partitionnement de l'espace d'état en plusieurs domaines. On associe à chaque domaine une condition d'invariant $\text{Inv}(q)$ et un champ de vecteurs f_q régi par des équations linéaires. On désigne par "domaine de linéarité (DL)" du régulateur (figure 1.4), le domaine de nature polyédrique défini par l'intersection de $2m$ demi-espaces. Son domaine d'invariant est défini par :

$$\text{Inv}(q_{DL}) = \left\{ u(t) \in \mathfrak{R}^m \mid -u_m^i \leq u^i(t) \leq u_M^i; u_m^i, u_M^i > 0, i = 1, \dots, m \right\} \quad (1.6)$$

Il peut être symétrique ou non selon que les contraintes le sont ($u_m^i = u_M^i, \forall i$), ou pas. Le modèle linéaire régissant ce domaine est donné par :

$$\dot{x}(t) = (A + BF)x(t) \quad (1.7)$$

La transition vers un autre domaine est déclenchée par le franchissement d'une composante i de la commande $u(t)$ l'une des deux bornes u_m^i ou u_M^i .

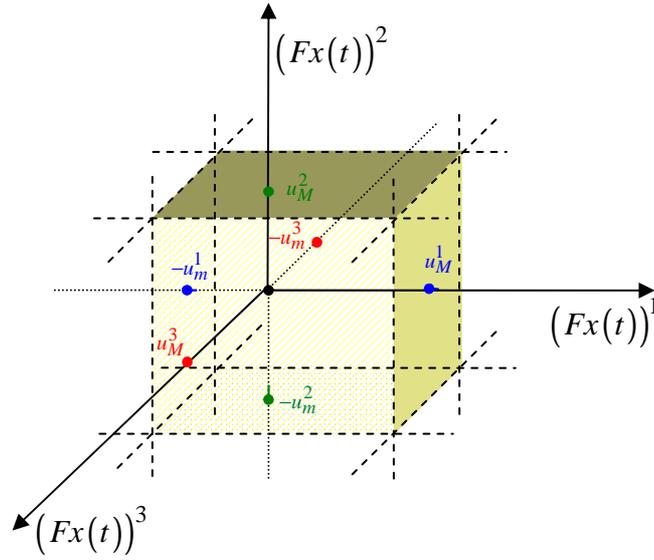


Fig. 1.4. Domaine de linéarité pour un système linéaire par morceaux ($m = 3$).

I.2.3.3. Systèmes à commutations

Parmi les diverses classes de systèmes hybrides, celle qui retient une attention particulière dans ce travail est la classe des systèmes dynamiques à commutations. Ils sont étudiés depuis longtemps dans la littérature (Liberzon, 2003; Antsaklis et Koutsoukos, 2003;...). Durant ces deux dernières décennies cette classe de système a revêtu un intérêt particulier pour les automaticiens en raison de sa capacité de modéliser une large classe de systèmes physiques.

Dans un système à commutations, l'état continu évolue sur un intervalle de temps avec une dynamique (parmi un ensemble fini de dynamiques) puis avec une autre sur l'intervalle de temps suivant. La commutation entre les différentes dynamiques est régie par une loi de commutations qui spécifie le mode de fonctionnement (la dynamique) actif à chaque instant. Formellement, un système à commutations est défini par la relation suivante,

$$\dot{x}(t) = f_{q(t)}(t, x(t), u(t)) \quad (1.8)$$

où $q(t)$ est l'indice du mode de fonctionnement actif à l'instant t . $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ représente l'état du système, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ la commande, et $f_i(\dots)$, $\forall i \in I$ sont des champs de vecteurs décrivant les différents régimes de fonctionnement du système.

Une taxonomie des systèmes à commutations peut être définie par rapport à la loi de commutations. Dans ce contexte, on peut identifier un aspect contrôlé (quand la loi de commutations dépend d'une commande externe) et, par opposition, un aspect autonome (la commutation est provoquée par le franchissement d'une frontière dans l'espace d'état). Une synthèse des différentes autres classes de systèmes à commutations (systèmes à commutations dépendant de l'état, système à commutations dépendant du temps et systèmes à commutations mixtes) et des problématiques qui

leur sont associées est donnée dans (Hamdi, 2010; Shorten *et al.*, 2007; Lunze et Lamnabhi-Lagarrigue, 2009).

◆ **Exemple 1.4 (Système de chauffage) :**

Le thermostat utilisé pour maintenir la température constante dans une chambre est un exemple pratique explicite du Système Linéaire à Commutations (SLC). Ce système est composé d'un chauffage et d'un capteur de température. Les seuils limites du thermostat sont fixés à des valeurs θ_m et, respectivement, θ_M , tel que $\theta_m < \theta_M$. Le système de chauffage est en marche tant que la température dans la chambre est inférieure au seuil θ_M . Le chauffage est arrêté lorsque le capteur détecte le seuil supérieur θ_M et il reste à l'arrêt jusqu'au moment où la température chute au-dessous du seuil inférieur θ_m .

La température de la chambre et le thermostat peuvent être vus comme un système linéaire à commutations dont l'évolution continue est définie par la variation de la température x dans la chambre et l'évolution discrète par le passage du système de l'état de marche vers l'état d'arrêt et vice versa.

Nous considérons que l'évolution de la température peut être modélisée, par les équations différentielles suivantes (Kurovsky, 2002) :

$$\dot{x} = \begin{cases} f_1(x) = -x + \alpha u & \text{si le chauffage est en marche} \\ f_2(x) = -x & \text{si le chauffage est en arrêt} \end{cases} \quad (1.9)$$

où $\alpha \in \mathbb{R}^+$ est une constante réelle positive.

Graphiquement, le système considéré peut être représenté par un automate hybride présenté dans la figure 1.5. La dynamique f_1 est associée à l'état "marche" (q_1) du système et f_2 modélise l'état "arrêt" (q_2)

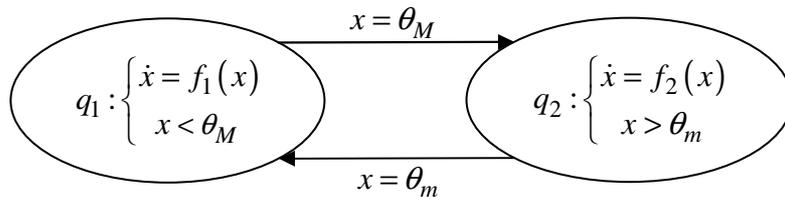


Fig. 1.5. Modèle du thermostat.

Les transitions discrètes $\Gamma = \{e = (q_1, q_2)\}$ sont de type invariant ($Inv(q_1) = (x < \theta_M)$, $Inv(q_2) = (x > \theta_m)$), les conditions de garde sont données par $G_{q_1} = \{x = \theta_M\}$ et $G_{q_2} = \{x = \theta_m\}$. Lors du franchissement des transitions aucune sortie discrète mesurable n'est émise et le vecteur d'état n'est pas réactualisé. L'évolution de la température est donnée par la figure 1.6.

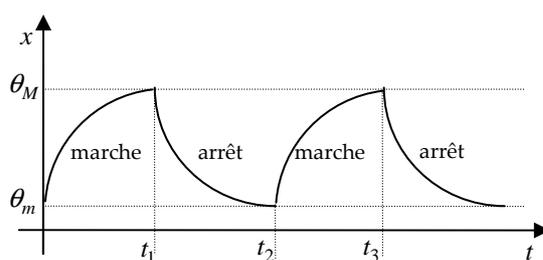


Fig. 1.6. Evolution de la température de la chambre.

I.2.4. Tour d'horizon des problématiques des SDH

Nous proposons dans cette section un tour d'horizon succinct de différents problèmes abordés dans le cadre des SDH et qui permet de définir les orientations de cette thèse.

Tout d'abord, la *modélisation* des systèmes hybrides est un thème de recherche qui a été traité par des communautés scientifiques différentes. Les résultats obtenus autour de la modélisation de tels systèmes sont nombreux (Le Bail *et al.*, 1991; Alur *et al.*, 1995; Lygeros *et al.*, 2003; Goebel *et al.*, 2009). D'une façon générale, les modèles proposés sont souvent une extension des modèles existants, qu'ils soient continus ou discrets, au cas mixte.

Parallèlement au développement des formalismes de modélisation hybride, la *simulation*, qui reste un passage obligé pour la validation des modèles élaborés, a suscité également l'intérêt de plusieurs chercheurs (Olivier-Maget, 2007; Mokhtari, 2007). Ainsi de nombreux outils de simulation ont vu le jour (Thevenon, 2000; Thevenon et Flaus, 2000; Mosterman, 2002). Ils dépendent généralement de la modélisation qui a été utilisée pour représenter le SDH (automate hybride, bond-graph,...etc.), de leur objectif (orienté vers une classe d'application), et du type de simulation utilisée (séquentielle ou globale).

Toutefois, la simulation est une approche qui ne permet pas d'*analyser* toutes les propriétés du modèle et qui ne garantit donc pas l'absence d'erreurs dans le modèle établi. Par conséquent, d'autres approches s'intéressant à la problématique de la *vérification* formelle des modèles élaborés ont été proposées (Tittus, 1993; Kurovszky, 2002; Zaytoon, 2001; Guéguen *et al.*, 2009). En effet, l'objectif des techniques de la vérification des systèmes hybrides est de montrer que certaines propriétés de sûreté (les états et les évolutions à éviter) et de vivacité (les états et les évolutions qui devront inévitablement avoir lieu) sont satisfaites dans toutes les exécutions possibles du modèle hybride.

Dans le même cadre, des travaux portant sur l'analyse des propriétés des modèles, telles que la *stabilité* et l'*observabilité* ont été développés. La plupart de ces travaux consiste à étendre les approches classiques comme par exemple l'approche de Lyapunov pour l'étude de la stabilité (Liberzon, 2003; Hespanha, 2004; Hien *et al.*, 2009)

et les méthodes de discernabilité d'état pour caractériser mathématiquement l'observabilité des SDH (Vidal *et al.*, 2002 ; Babaali et Egerstedt, 2004).

D'autre part, la problématique de la *commande* des SDH a fait l'objet de plusieurs publications (Asarin et Maler, 1999; Tittus et Edgardt, 1998; Manon, 2001; Liberzon, 2003; Pettersson, 2003; Chaieb *et al.*, 2006). Différentes formulations du problème de la commande hybride peuvent être rencontrées du fait que ces systèmes font intervenir deux types de dynamiques. Parmi ces formulations, certaines accordent une importance plus grande à la partie discrète au détriment de la partie continue et vice-versa. Néanmoins, il en existe d'autres qui prennent en considération les deux parties constituant le SDH.

Parmi les problématiques des SDH, celle pour laquelle les travaux de recherche sont abondants, est la synthèse d'*observateurs* hybrides (Balluchi *et al.*, 2002; Pettersson, 2005; Birouche, 2006; Pettersson, 2006). En effet, le rôle d'un observateur hybride est d'estimer à la fois l'état continu et l'état discret du SDH. Le problème fondamental de la synthèse de ce type d'observateur concerne la détermination des conditions de convergence de l'observateur hybride en tenant compte du phénomène de commutations. Nous y reviendrons plus en détails dans le deuxième chapitre.

Par ailleurs, le diagnostic des SDH est une autre thématique qui a retenu l'attention de chercheurs. Bien que plusieurs équipes de recherche s'intéressent depuis quelques années aux problèmes de *diagnostic* des SDH, la plupart des travaux réalisés consistent soit à étendre les techniques issues des systèmes continus, soit à adapter les techniques issues des SED (Kratz et Aubry, 2003 ; Saadaoui *et al.*, 2006 ; Xu *et al.*, 2007; Rocha Loures et Pascal, 2005). Dans les deux cas et du point de vue de la structure d'un système hybride, le diagnostic ne peut être que partiel. En revanche, il existe peu de travaux qui considèrent conjointement les dynamiques continue et discrète. (Bayoudh et Travé-Massuyès, 2009 ; Duan *et al.*, 2008 ; Daigle *et al.*, 2010 ; Mohammadi *et al.*, 2009).

Récemment, le problème de synthèse de commandes tolérantes aux défauts dans le cadre des SDH a été abordé (Yang *et al.*, 2007a; Xie *et al.*, 2007; Prakash *et al.*, 2010). Un domaine de recherche pluridisciplinaire complexe qui couvre un nombre important d'axes de recherches, entre autres, les problèmes de stabilité, de commande, de modélisation et de diagnostic des SDH. La philosophie des approches proposées se base principalement sur une modélisation des défauts et une réadaptation des lois de commande en tenant compte des amplitudes des défauts détectés. Cependant, ces approches sont inefficaces dès que l'amplitude du défaut devient importante.

En résumé, une analyse approfondie des études effectuées dans le cadre des SDH montre que si les travaux portant sur la modélisation, la stabilité et la commande des SDH ont atteint une maturité suffisante, le diagnostic à base de modèle et la commande tolérante aux défauts des SDH méritent d'être encore approfondis. Dans ce cadre, l'objectif de nos travaux est de proposer, dans un premier temps, une méthodologie de diagnostic pour une classe de SDH. Par la suite, en se basant sur les résultats obtenus

en matière de diagnostic, nous proposons une méthode de synthèse de lois de commande tolérantes aux défauts.

Dans le but de présenter le contexte général dans lequel s'inscrit l'approche de diagnostic que nous allons proposer, nous passons en revue dans la deuxième partie de ce chapitre les concepts fondamentaux des approches de diagnostic issues des communautés systèmes continus et SED. Un état de l'art des travaux réalisés autour du diagnostic des SDH sera aussi présenté dans le but de mettre en évidence les avantages et les limitations des approches développées, d'une part, et de définir les orientations de nos travaux, d'autre part. Notons qu'un état de l'art concernant la commande tolérante aux défauts des SDH sera présenté dans le quatrième chapitre.

I.3. Partie 2 : Problématiques et objectifs du diagnostic des SDH

En raison d'une automatisation incessante des outils de production, les systèmes industriels deviennent de plus en plus complexes et sophistiqués multipliant ainsi les risques de dysfonctionnement pouvant mettre en péril le système lui-même et son environnement. En parallèle, la fiabilité, la disponibilité, la sûreté de fonctionnement et la protection de l'environnement sont devenues de véritables enjeux pour les entreprises actuelles. C'est dans le but d'améliorer les performances des systèmes que le diagnostic trouve son application. En effet, la recherche dans ce domaine n'a fait que prendre de l'importance aussi bien de manière théorique que pratique. De nouvelles techniques sont alors proposées constamment dans la littérature. Globalement, les techniques de diagnostic se sont classées en deux grandes catégories, selon que l'on dispose, ou pas, d'un modèle mathématique du système. Dans le premier cas, on utilise des redondances d'informations et la connaissance fournie par le modèle mathématique pour caractériser le mode de fonctionnement ou l'état du système, puis décider s'il est normal ou anormal. Dans le deuxième cas, c'est l'analyse des données fournies par le système qui permet de décider de son état.

Les méthodes les plus familières aux automaticiens sont les méthodes basées sur l'utilisation de modèles mathématiques. Celles-ci utilisent les redondances existantes entre les différentes variables mesurées en termes de relation statiques ou dynamiques. Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons seulement aux méthodes de diagnostic à base de modèle.

Dans la partie qui suit, il sera question, dans un premier temps, de donner les différents concepts et notions rencontrés dans la littérature concernant le diagnostic des défauts. Le principe du diagnostic à base de modèle sera alors présenté ainsi que les différentes méthodes proposées dans le cadre des systèmes continus et SED. Enfin, nous présentons les différentes approches de diagnostic à base de modèles destinées aux SDH.

I.3.1. Les objectifs du diagnostic : Définitions et terminologies

Le rôle d'un système de diagnostic est de rendre compte de l'apparition d'un défaut le plus rapidement possible et le plus précisément possible, c'est-à-dire avant qu'il n'entraîne des dommages importants (des défaillances fonctionnelles,...) et en donnant les informations qui faciliteront les réparations ou la reconfiguration.

Les définitions et la terminologie du diagnostic utilisées par les automaticiens ne sont pas toujours homogènes. Elles sont influencées par les contextes et les terminologies particulières à chaque communauté et domaine d'application. Comme étape vers une terminologie unifiée, le comité technique TC 6.4 (Fault Detection, Supervision & Safety of Technical Processes) de l'IFAC (International Federation of Automatic Control) a suggéré des définitions préliminaires dans le domaine du diagnostic de défaut (Isermann et Ballé, 1997; Isermann, 2006). Toutefois, des définitions autres que celles unifiées (présentant certaines spécificités) existent également dans la littérature (Chantler *et al.*, 1998). Nous donnons dans cette section les définitions de quelques termes clés du domaine du diagnostic proposés par IFAC et qui seront utilisés dans la suite de cette thèse.

- ◆ **Défaillance** : Interruption permanente de la capacité d'un système à assurer intégralement une fonction requise dans des conditions opérationnelles spécifiées.
- ◆ **Défaut** : Ecart non permis d'au moins une propriété structurelle ou d'un paramètre caractéristique du système par rapport au comportement nominal (usuel ou acceptable).
- ◆ **Détection de défauts** : Détermination de la présence de défauts et de l'instant de leurs occurrences
- ◆ **Localisation de défaut** : Détermination du type, le (les) élément(s) en défaut et de l'instant d'occurrence d'un défaut. Cette opération vient systématiquement après l'opération de détection de défaut.
- ◆ **Identification** : Détermination de la taille et du comportement temporel d'un défaut, autrement dit, l'estimation des caractéristiques statiques et dynamiques de ce défaut : amplitude permanente, évolution dynamique du défaut.
- ◆ **Diagnostic** : Détermination du type, de la taille, de l'endroit et de l'instant d'occurrence d'un défaut ; il suit la détection de défauts et inclut la localisation et l'identification. D'autres définitions légèrement différentes indiquent que le diagnostic inclut également la détection de défaut (Gertler, 1991).
- ◆ **Effet de défaillance** : Conséquence d'un mode de défaillance sur l'opération, la fonction, ou le statut d'une variable.

- ◆ **Modélisation du défaut** : Détermination d'un modèle mathématique pour décrire un effet spécifique du défaut.
- ◆ **Redondance analytique** : Détermination d'une variable par la mesure ou par l'utilisation d'un modèle mathématique du processus considéré.
- ◆ **Modèle qualitatif** : Un modèle de système décrivant le comportement avec des relations entre des variables et des paramètres du système en termes heuristiques tels que des causalités ou des règles.
- ◆ **Modèle quantitatif** : un modèle de système décrivant le comportement avec des relations entre des variables et des paramètres du système en termes analytiques tels que des équations différentielles ou aux différences.
- ◆ **Résidu** : Signaux portants de l'information, basés sur l'écart entre les mesures et les calculs basés sur le modèle.
- ◆ **Seuil** : Valeur limite de l'écart d'un résidu par rapport au zéro, ainsi s'il est dépassé, un défaut est déclaré comme détecté.

I.3.2. Classification des défauts

Les défauts sont des événements qui apparaissent à différents endroits du système. Ils peuvent être répartis en trois classes (Rodrigues, 2005) :

- ◆ **Défauts d'actionneurs** : Modélisés en général comme des signaux additifs ou multiplicatifs aux signaux d'entrées. Ils agissent au niveau de la partie opérative et détériore ainsi le signal d'entrée du système.
- ◆ **Défauts de systèmes** : Modélisés en général comme des dynamiques additionnelles ou multiplicatives avec une matrice de distribution. Ils s'identifient par la modification des caractéristiques du système.
- ◆ **Défauts de capteur** : Modélisés en général par des signaux additifs ou multiplicatifs aux signaux de sortie. Ils fournissent une mauvaise image de l'état physique du système.

Une autre classification de défauts selon leur comportement dans le temps peut être considérée (Isermann *et al.*, 2002).

- ◆ **Défaut abrupt**. Ce défaut a un comportement temporel discontinu :

$$f(t-t_f) = \begin{cases} \delta & t \geq t_f \\ 0 & t < t_f \end{cases} \quad (1.10)$$

où $f(t-t_f)$ représente le comportement temporel du défaut, t_f représente l'instant d'occurrence du défaut et δ un seuil constant. Ce type de défauts est

caractérisé par une discontinuité dans l'évolution temporelle de la variable. Cette évolution, si elle ne correspond pas aux évolutions dynamiques normales attendues pour la variable, est caractéristique d'une panne brutale de l'élément en question : arrêt total ou partiel, déconnexion.

- ◆ **Défaut intermittent.** Ce défaut est un cas particulier de défaut abrupt avec la propriété que le signal revient de façon aléatoire à sa valeur normale. Ce type de défauts caractérise les faux contacts.
- ◆ **Défaut graduel.** Ce défaut a un comportement temporel lent :

$$f(t-t_f) = \begin{cases} \delta \left(1 - e^{-\alpha(t-t_f)} \right) & t \geq t_f \\ 0 & t < t_f \end{cases} \quad (1.11)$$

où α et δ sont des constantes positives. Il est très difficile à détecter car son évolution temporelle a la même signature que celle d'une modification paramétrique lente représentant une non-stationnarité du procédé. Ce type de défauts est caractéristique d'un encrassement ou d'une usure de pièce.

I.3.3. Principe général du diagnostic à base de modèle

Le diagnostic à base de modèle est basé sur le test de cohérence qui consiste à vérifier les contradictions entre les observations et les prédictions effectuées par le modèle de référence, en ne se contentant pas seulement d'indiquer la présence de défauts (détection) mais également en renseignant sur la localisation de ces défauts (Foullas *et al.*, 2002; Bhowal *et al.*, 2007).

Dans le cadre des systèmes continus, le test de cohérence dans le cas du diagnostic à base de modèle analytique est liée à l'étape de génération de résidus qui a pour but de générer, à partir d'un modèle de bon fonctionnement ou de fonctionnement défaillant du processus et des mesures disponibles, des signaux révélateurs de la présence de défauts, appelés résidus (De Flaugergues, 2009). Dans les conditions idéales (pas de perturbation), les résidus sont égaux à zéro, et prennent des valeurs significatives quand le défaut se produit. Cependant, à cause des perturbations, des bruits qui agissent sur le système et des erreurs de modélisation, un résidu n'est jamais exactement égal à zéro. Cependant, le résidu devrait préserver une robustesse suffisante par rapport aux bruits sur le système, aux erreurs et incertitudes sur son modèle, mais aussi par rapport aux changements de modes de fonctionnement du système.

Dans le cadre des systèmes à événements discrets, le test de cohérence consiste à vérifier les séquences d'événements prévues par le modèle avec les séquences d'événements observées grâce aux capteurs discrets. Toute discordance entre les événements observés et les événements prédits, grâce au modèle, indiquera la présence d'au moins un défaut (Sampath *et al.*, 1995, 1996).

Dans la suite de ce chapitre, nous abordons plus en détail la particularité et les méthodes de diagnostic des deux types de système.

I.3.4. Diagnostic à base de modèle des systèmes continus

Selon le type du modèle (qualitatif et/ou quantitatif), on peut distinguer deux branches de méthodes : les méthodes quantitatives issues de la communauté FDI (Fault Detection and Isolation) et les méthodes qualitatives issues des communautés intelligence artificielle. La dissociation entre les méthodes qualitatives et les méthodes quantitatives n'implique pas que ces deux aspects sont disjoints. En réalité, ces deux types d'approches peuvent coexister au sein d'une même méthode de diagnostic.

Dans le cadre de cette thèse, nous passons en revue seulement les approches issues de la *communauté FDI* qui sont fondées sur la modélisation et le contrôle des systèmes avec *un modèle dynamique quantitatif*, généralement, représenté par des équations différentielles ou à aux différences.

Ces approches reposent sur l'estimation de l'état, des paramètres ou de l'espace de parité en utilisant des modèles mathématiques du système décrivant le comportement du système. Si l'écart entre ces modèles et les variables du système dépasse un certain seuil, une défaillance est alors détectée. A ce moment, un résidu est généré et comparé avec toutes les signatures des défauts connues, afin d'isoler et d'identifier la défaillance. Parmi les différentes méthodes de génération de résidus utilisant des modèles mathématiques, nous trouvons principalement celles utilisant l'espace de parité, l'estimation paramétrique et celle à base d'observateurs (figure 1.7).

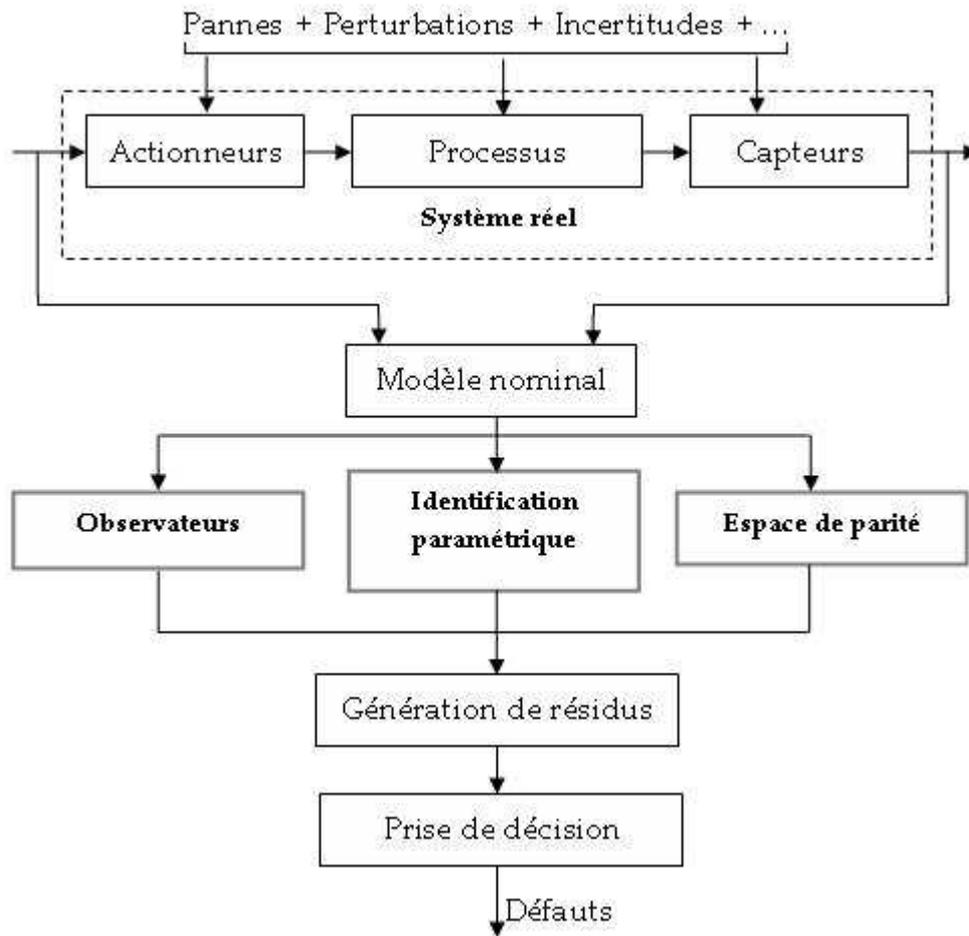


Fig. 1.7. Architecture générale du diagnostic de défauts à base de modèle quantitatif.

I.3.4.1. Méthodes de génération de résidus

Le générateur de résidus est un algorithme utilisé pour obtenir des résidus devant refléter la cohérence des signaux mesurés avec un modèle. La conception d'un générateur de résidus est appelé communément dans la littérature : Problème Fondamental de Génération de Résidus (PFGR en abrégé ou FPRG : Fundamental Problem of Residual Generation). Trois approches sont principalement utilisées pour construire ce générateur de résidus (Figure 1.7):

- **Approches à base de Relations de Redondance Analytique ou approche de l'espace de parité.** Le principe de génération de résidus par équations de parité repose sur la vérification des relations particulières, statiques ou dynamiques, appelées RRA (Relation de Redondance Analytiques) qui ne lient que des grandeurs connues, disponibles en ligne. L'espace de parité peut être vu comme l'espace des résidus possible. Il est souvent défini comme l'orthogonal de la matrice d'observabilité, ce qui revient à éliminer l'influence de l'état sur le résidu. Dans le cas d'un découplage "parfait", une projection orthogonalement aux directions d'influence des perturbations permet de découpler ces dernières. Dans

le cas d'un découplage approximatif optimal, une direction de projection permettant de maximiser la sensibilité aux défauts et de minimiser la sensibilité aux perturbations (robustesse) est recherchée à travers l'optimisation d'un critère (Ragot et Maquin, 2000 ; Christophe *et al.*, 2002; Pekpe *et al.*, 2008).

- **Approches à base d'identification paramétrique.** Les techniques d'identification et d'estimation paramétriques sont également appliquées au diagnostic (Ljung, 1999;...). Elles consistent généralement à évaluer la cohérence des paramètres estimés avec des domaines de valeurs reflétant différents modes de fonctionnement (avec ou sans défauts). L'erreur d'estimation est utilisée comme résidu. Toutefois, un des inconvénients majeurs de la méthode réside dans la nécessité d'avoir un système physique excité en permanence. Ceci pose donc des problèmes d'ordre pratique dans le cas de procédés dangereux, coûteux ou fonctionnant en mode stationnaire. De plus, les relations entre paramètres mathématiques et physiques ne sont pas toujours inversibles de façon unique, ce qui complique la tâche du diagnostic basé sur les résidus. Le lecteur intéressé par cette approche pourra consulter par exemple les travaux des références suivantes (Jiang *et al.*, 2008 ; Banerjee *et al.*, 2011; Iqbal *et al.*, 2009).
- **Approches à base d'observateur ou de filtres,** ce sont les plus couramment utilisées. Les observateurs d'état permettent l'estimation de la sortie d'un système à partir des connaissances de la commande ou parfois une partie de la commande et des mesures de sortie ou une partie de ces mesures. Cette estimation est comparée à la valeur mesurée de la sortie dans le but de générer des résidus. Ces résidus doivent servir d'indicateurs fiables de comportement du processus. Ils sont donc nuls en l'absence de défauts et dépendants des défauts en leur présence. Les observateurs ont été adaptés à des fins de diagnostic et les travaux utilisant ces approches sont nombreux (Zhou *et al.*, 2006 ; Odgaard et Stoustrup, 2010 ; Izadian et Khayyer, 2010). Les observateurs destinés à la détection de défauts doivent tenir compte de l'aspect diagnostic dès la phase initiale de la synthèse. Ils doivent être à même de générer un résidu à la fois robuste à la présence d'un bruit de mesure et relativement sensible à l'apparition d'un défaut.

I.3.4.2. Evaluation et structuration des résidus

L'évaluation du résidu doit permettre de répondre aux questions suivantes :

- Y a-t-il un défaut ?
- Si oui, quel défaut est présent.

La réponse à la première question dépend du choix de la méthode de décision. En fonctionnement normal, les résidus ne sont pas parfaitement égaux à zéro à cause des bruits de mesures, des erreurs de modélisation, de l'imprécision des capteurs et des paramètres du modèle, ...etc. Pour parvenir à détecter avec la plus grande précision possible l'instant à partir duquel une des caractéristiques du résidu a changé, des

méthodes de décision utilisant des tests d'hypothèses statistiques ou encore des méthodes d'évaluation basées sur la norme du résidu (norm based residual evaluation) ont été considérées dans la littérature (Ding, 2008).

En général, les méthodes de test d'hypothèses statistiques reposent sur la détection de changement des caractéristiques statistiques (moyenne, variance) du résidu. Par exemple, le test de somme cumulée CUSUM dit de Page-Hinkley permet de détecter en ligne un changement de moyenne. Cet algorithme est très simple à mettre en œuvre, rapide et robuste au bruit (Basseville, 1988). D'autres tests existent aussi comme le maximum de vraisemblance généralisé (GLR : Generalized Likelihood Ratio). Le GLR, introduit dans (Willsky, 1976), permet de rechercher une forme particulière de rupture dans le signal aléatoire (résidu). Les résultats des tests d'hypothèses fondés sur des méthodes statistiques étant binaires, ces derniers assurent un rôle d'interface entre les grandeurs numériques d'entrée et les grandeurs logiques de sortie. Leur utilisation permet d'engendrer une variable binaire qui reflète le dépassement ou non, d'un seuil par le résidu.

L'évaluation basée sur la norme du résidu (norm based residual evaluation) a été initiée par (Emami-Naeini *et al.*, 1988); les auteurs proposent d'utiliser la moyenne quadratique (RMS) pour évaluer le résidu. Encouragés par cette idée prometteuse, les chercheurs ont appliqué ce concept pour faire face aux problèmes d'évaluation des résidus, où la norme est adoptée comme fonction d'évaluation du résidu. Du point de vue technique, la valeur du seuil de détection doit être fixée à la limite de la tolérance du modèle par rapport aux perturbations externes et aux incertitudes de modèle, et cela, dans les conditions de fonctionnement normal du système (sans défaut). Un certain nombre de facteurs peuvent considérablement influencer cette procédure, à titre d'exemple, on peut citer :

- La dynamique du générateur des résidus.
- La façon dont les entrées inconnues (perturbations) et les incertitudes des modèles sont évaluées.
- Les bornes des normes des entrées inconnues et les incertitudes des modèles.

La réponse à la deuxième question dépendra du type de défauts considérés : défaut simple ou défaut multiples. Les défauts simultanés sont peu probables, à moins qu'il y ait un défaut grave dans le système qui entraîne plusieurs défauts. La difficulté de traiter des défauts multiples se situe dans le fait que le premier défaut est encore présent quand le second apparaît. Par conséquent, ils pourraient se compenser ou se recouvrir et entraîner dans certain cas l'isolation d'un seul défaut.

Par conséquent, il est important d'obtenir une structure du résidu permettant son évaluation correcte. Les résidus devraient être produits de telle manière que pour chaque défaut un ensemble différent de résidus soit affecté (c'est à dire les résidus s'écartent du zéro). Pour les défauts multiples, il devrait être garanti que le recouvrement des effets résultants de la combinaison des défauts ne mène pas à une

décision fautive, par exemple détection manquée d'un défaut ou mauvaise isolation du défaut. La procédure de localisation nécessite d'utiliser un ensemble (ou vecteur) de résidus. Pour permettre la localisation, le vecteur de résidus doit avoir un certain nombre de propriétés permettant de caractériser de manière unique chaque faute. Deux méthodes peuvent être utilisées :

a. Les résidus structurés

◆ **Définition 1.2.** (Gertler, 1991 ; Demetriou, 2005)

La structure d'un résidu r_i par rapport à un ensemble de défauts $\varphi = \{\varphi_1 \dots \varphi_j, \dots, \varphi_{\eta_\varphi}\}$ de dimension η_φ est le mot binaire S_{r_i} composé de η_φ bits $(S_{i,j})$ positionnés de la manière suivante :

- $S_{i,j} = 1$ si le résidu r_i est affecté par le $j^{\text{ème}}$ élément de $\{\varphi\}$.
- $S_{i,j} = 0$ si le résidu r_i est non affecté par le $j^{\text{ème}}$ élément de $\{\varphi\}$.

Les résidus structurés sont conçus de manière à être chacun affecté par un sous ensemble de défauts φ_l et robuste (non affecté) par rapport aux défauts restant. Ainsi, lorsqu'un défaut apparaît, seul un sous ensemble de résidus réagit.

Pour la génération de résidus structurés, on distingue, dans la littérature, les schémas DOS (Dedicated Observer Scheme) et (Generalized Observer Scheme). Ces schémas ont été proposés respectivement par (Clark, 1978 ; Frank, 1987) dans le but d'isoler les défauts capteurs. DOS et GOS sont classiquement définis comme méthodes de diagnostic à base d'observateurs mais peuvent être utilisés quelle que soit la méthode de génération de résidus employée (Fang, 1993 ; Brambilla *et al.*, 2008)). On parlera alors de schémas DRGS et GRGS (Dedicated et Generalized Residual Generator Schemes). Ces approches (DRGS et GRGS) sont basées sur la conception d'un banc de générateurs de résidus et peuvent être définis par rapport aux entrées (actionneurs) ou par rapport aux sorties (capteurs). Dans le schéma DRGS relatif aux capteurs (actionneurs) *auquel nous nous intéressons dans la suite de ce travail*, chaque générateur de résidus est sensible à toutes les entrées (sorties) à une seule sortie (entrée) (figure 1.8). Dans le schéma GRGS relatif aux capteurs (actionneurs), chaque générateur de résidus est sensible à toutes les sorties (entrées) (Figure 1.9). Dans le premier schéma, la table de signature théorique sera donc diagonale. Par contre, dans le deuxième schéma, elle comportera uniquement des zéros sur sa diagonale.

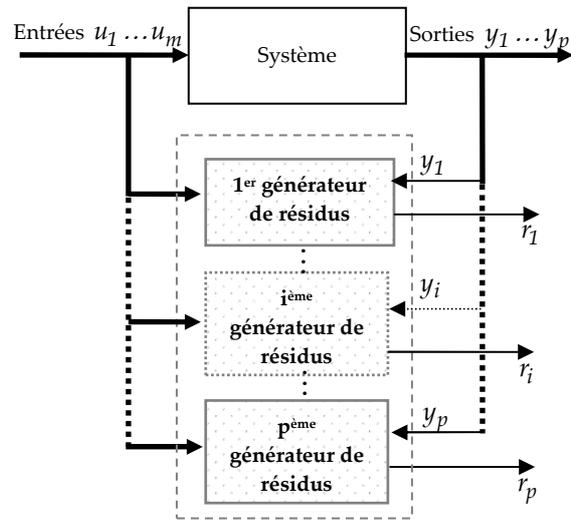


Fig. 1.8. Schéma DRGS relatif aux capteurs.

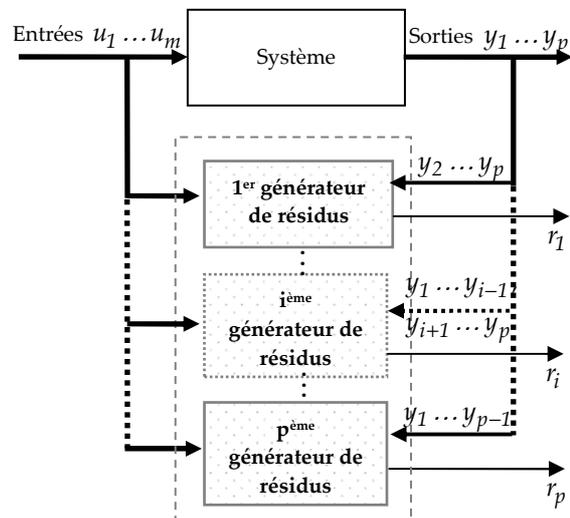


Fig. 1.9. Schéma GRGS relatif aux capteurs.

b. Les résidus directionnels

Les résidus directionnels sont construits tels que, en réponse à une panne donnée, le vecteur des résidus s'oriente suivant une direction bien précise dans l'espace des résidus (figure 1.10) (Campos-Delgado, 2011) (Gertler et Monajemy, 1995).

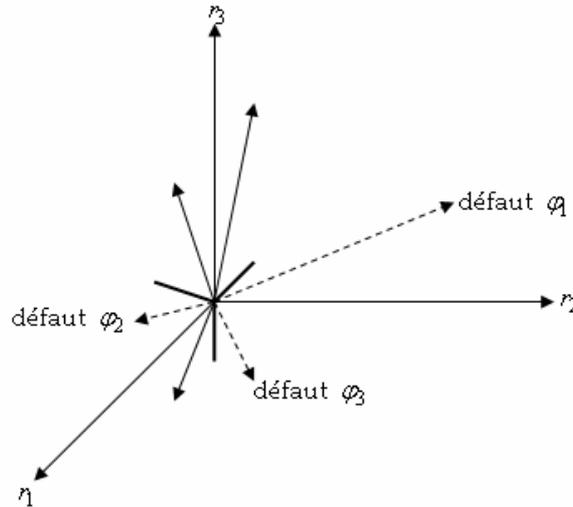


Fig. 1.10. Résidus directionnels.

Le vecteur de résidus directionnels $\vec{r}(t)$, en réponse à un défaut $\varphi_i(t)$ ($i = 1, \dots, \eta_\varphi$), s'exprime sous la forme :

$$\vec{r}(t/\varphi_i) = \alpha_i(t) \vec{l}_i \quad i \in \{1, 2, \dots, \eta\} \quad (1.12)$$

où \vec{l}_i est un vecteur constant appelé la signature directionnelle de la panne i dans l'espace des résidus et α_i est une fonction scalaire qui dépend de la taille et de la dynamique de la panne. La tâche de localisation des pannes consiste à déterminer la signature directionnelle obtenue par le calcul des résidus.

I.3.5. Diagnostic à base de modèle des systèmes à événements discrets

La notion de diagnostic des SED a été introduite au milieu des années 1990 dans les travaux de sampath (Sampath *et al.*, 1995, 1996). Plusieurs extensions de ces travaux ont été proposées dans le cadre des modèles SED temporisés (Tripakis, 2002; Zad *et al.*, 2005; Lunze, 2006; Furlas *et al.*, 2002; Bhowal *et al.*, 2007), des architectures décentralisées (Debouk *et al.*, 2000) et distribuées (Silveira, 2003; Xue *et al.*, 2005), des modèles stochastiques (Thorsley et Teneketzis, 2005),...

Plusieurs classifications des méthodes de diagnostic des SED existent dans la littérature. La classification considérée dans le présent travail repose sur un certain nombre de critères, à savoir l'outil de représentation du SED, le type de modélisation des défauts et la structure du mécanisme de diagnostic (Tableau 1.1). (Philippot, 2006).

Diagnostic des SED			
Critères	Outils de représentation	Modélisation des défauts	Structure du mécanisme de diagnostic
Méthodes	<ul style="list-style-type: none"> - à base d'automates à états. - à base de réseaux de Petri. - à base d'expressions logiques. - à base de chroniques ou de templates. <li style="text-align: center;">⋮ 	<ul style="list-style-type: none"> - à base d'une représentation événementielle des défauts. - reposant sur une représentation à base d'états des défauts. - Mixtes (événements + états). 	<ul style="list-style-type: none"> - à base d'une structure centralisée. - à base d'une structure décentralisée sans coordinateur. - à base d'une structure décentralisée avec coordinateur. - à base d'une structure distribuée

Tab. 1.1. Classification des méthodes de diagnostic.

Dans la suite, nous présentons deux méthodes de diagnostic les plus pertinentes pour la compréhension de notre travail. La première méthode, issue des travaux de Sampath (Sampath *et al.*, 1995, 1996), se base sur une représentation événementielle des défauts. La seconde méthode a été introduite par (Zad *et al.*, 1998, 2003) et repose sur une modélisation à base d'état des défauts.

I.3.5.1. Méthodes à base d'une représentation événementielle des défauts

Les premiers résultats dans cette catégorie de méthodes ont été élaborés par (Sampath *et al.*, 1995, 1996) et qui sont devenus par la suite une référence dans le domaine du diagnostic à base de modèles des SED. Ces méthodes sont basées généralement sur une représentation logique des SED. Elles consistent à inférer les occurrences des événements des défauts non observables en utilisant les événements observables générés par le système. Le principe de ces approches consiste en deux étapes :

1. Dans une première étape, un modèle "complet", qui décrit le comportement normal et anormal du système, est construit. Les défauts sont représentés par des événements non observables. A partir de ce modèle global, un outil de diagnostic, appelé *diagnostiqueur*, est compilé hors-ligne, sous la forme d'un automate à états finis déterministes.
2. Dans la deuxième étape, le diagnostiqueur est déployé en-ligne ; i.e., pendant le fonctionnement du système. L'automate du diagnostiqueur intercepte, en entrée, les événements observables générés par le système, et fournit une estimation de son état courant et des défauts affectant son fonctionnement.

Afin de décrire le fonctionnement du diagnostiqueur, nous considérons l'exemple suivant (Philippot, 2006).

Exemple 1.5 :

Dans ce type de méthodes de diagnostic, nous considérons que les défauts que l'on souhaite détecter et diagnostiquer sont connus a priori. Ils sont répartis sur plusieurs partitions, $\Sigma_{\Pi} = \{\Pi_{F1}, \Pi_{F2}, \dots, \Pi_{Fr}\}$. Chaque partition Π_{Fi} regroupe tous les défauts qui ont le même effet sur le procédé. Nous attribuons à chaque partition de défauts Π_{Fi} une étiquette F_i appartenant à l'ensemble des étiquettes de comportement défaillant $\Lambda_F = \{F1, F2, \dots, Fr\}$. L'ajout de l'étiquette N , indiquant un fonctionnement normal du procédé, à l'ensemble Λ_F conduit à l'obtention de l'ensemble des étiquettes Λ de tout comportement possible du procédé.

Le comportement défaillant peut être exprimé soit par une étiquette F_i indiquant l'apparition d'un défaut simple, soit par plusieurs étiquettes appartenant à Λ_F indiquant la propagation de plusieurs défauts.

La figure 1.11a présente la modélisation à base d'événements d'un procédé à travers un automate à états finis, représentant le comportement normal et défaillant, pour la détection d'un événement non observable (défaut) f_1 appartenant à la partition de défauts Π_{F1} . Dès lors, ce modèle dispose seulement d'informations provenant des événements observables a, b, c, d, e . En effet à partir de l'état initial, il est impossible de savoir si le système se trouve dans l'état 1 en fonctionnement normal ou dans l'état 2 indiquant l'occurrence du défaut f_1 . De même, à partir de l'occurrence de l'événement a , il est difficile de savoir si le procédé se trouve dans l'état 5 indiquant un fonctionnement normal du procédé ou dans l'état 8 indiquant un défaut de type $F1$.

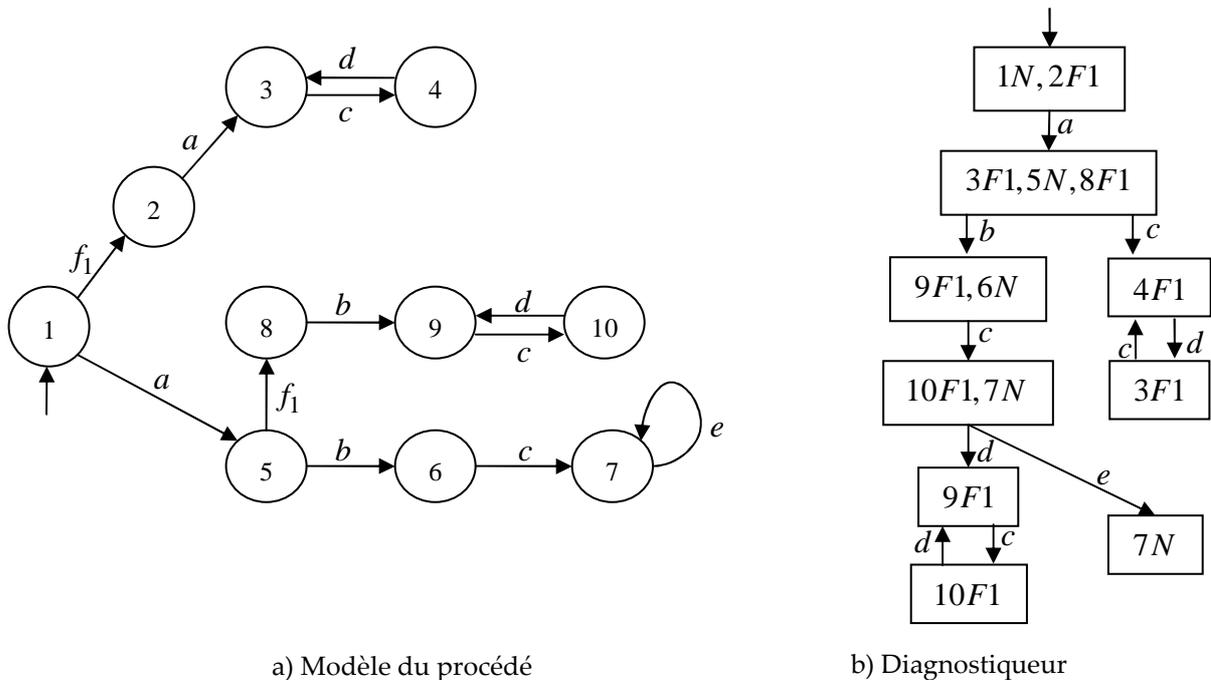


Fig. 1.11. Modélisation à base d'événements.

De ce fait, il faut faire appel à un diagnostiqueur ayant la connaissance de l'accessibilité des états. Un diagnostiqueur $G_d = \{X_d, \Sigma, \delta_d, x_{d0}\}$ est un automate à état fini réduit aux événements observables tel que :

- X_d est l'ensemble fini des états qui constitue l'espace discret des états,
- Σ est l'ensemble fini décrivant l'ensemble des événements observables,
- δ_d est la fonction de transition d'état $\delta_d : X \times \Sigma \rightarrow X$,
- x_{d0} est l'état initial représenté par une flèche.

Chaque état x_d du diagnostiqueur a une fonction de décision $l(x_d) \in \Delta$, où Δ est l'ensemble de tous les sous-ensemble des étiquettes :

$$\Delta = \left\{ \begin{array}{l} \{ \{ N \}, \{ F1 \}, \dots, \{ Fr \}, \{ N, F1 \}, \{ N, F2 \}, \dots, \{ N, Fr \}, \dots, \{ N, F1, F2 \}, \dots \\ \{ \{ N, F1, \dots, Fr \}, \dots, \{ F1, F2 \}, \dots, \{ F1, F2, F3 \}, \dots, \{ F1, F2, \dots, Fr \} \end{array} \right\}$$

On peut donc dire que $|\Delta| = 2^{|\Delta|} - 1$. Il est à souligner que tout état x_d ayant $l(x_d)$ qui possède une seule étiquette de défaut est considéré comme état certain.

Pour le modèle du procédé de la figure 1.11a, le diagnostiqueur obtenu est présenté par la figure 1.11b. Ainsi, à partir de l'état 1 du modèle du procédé, l'état $\{1N\ 2F1\}$ du diagnostiqueur est construit. Suite à l'occurrence de l'événement a , le procédé arrive soit à l'état 3, soit à l'état 5 ou à l'état 8. Le diagnostiqueur indique alors que cet événement permet d'accéder soit à l'état $3F1$ en détectant un événement de défaut f_1 , soit à l'état $5N$ indiquant un fonctionnement normal ou à l'état $8F1$ indiquant également l'occurrence d'un événement de défaut $f1$. Cet état du diagnostiqueur ne permet cependant pas d'isoler le défaut et de s'assurer du bon fonctionnement du procédé. C'est après l'occurrence de l'événement c que l'événement de défaut f_1 est détecté. En fait, l'occurrence de l'événement c qui permet d'isoler le défaut. Cependant, si l'événement b arrive à partir de l'état incertain $\{3F1\ 5N\ 8F1\}$ du diagnostiqueur, on constate à nouveau un état incertain $\{9F1\ 6N\}$. Dès lors, il faut attendre l'occurrence des événements c puis d pour pouvoir isoler le défaut dans un état certain $9F1$.

Notons que le diagnostiqueur doit être initialisé en même temps que le procédé afin qu'il puisse suivre l'évolution du procédé. Cette initialisation est difficile à réaliser pour les systèmes complexes.

I.3.5.2. Méthodes reposant sur une modélisation à base d'état des défauts

Ce genre de méthodes de diagnostic des SED a été proposé pour la première fois dans les travaux de (Zad *et al.*, 1998), inspiré de l'approche de Sampath. Elles reposent sur une modélisation à base d'états des défauts. Ainsi, l'identification de défauts repose sur l'atteignabilité d'états défectueux.

Le diagnostiqueur pour ce genre de méthodes est composé d'un ensemble d'états enrichis indiquant les sorties observées, les états correspondants et les étiquettes

décrivant les modes de fonctionnement possibles du système. Les sorties observées correspondent aux événements générés par des capteurs. Ces capteurs sont supposés être robustes et non susceptibles d'être défectueux. Nous notons que, contrairement à l'approche de Sampath, cette catégorie de méthodes ne nécessite pas l'initialisation du diagnostiqueur en même temps que le système.

Afin d'appréhender le fonctionnement du diagnostiqueur, nous considérons l'exemple suivant (Zad *et al.*, 2003), .

Exemple 1.6 :

Nous présentons dans cet exemple un système de régulation de température d'une salle composée d'un radiateur, d'un capteur de température et de la commande du radiateur. Le modèle du procédé global est présenté par la figure 1.12 où les arcs en pointillés représentent un événement de défaut du radiateur. Le label "Load" modélise les effets de la perturbation sur le capteur de température dus à la température ambiante ou aux transferts de chaleur des salles voisines. Les perturbations sont représentées par deux états : *n* pour normal et *a* pour perturbé. Elles sont considérées comme des perturbations compensables par le régulateur et donc la température garde sa consigne.

Le modèle du procédé est composé de l'ensemble des états $X = \{1, 2, \dots, 24\}$, de l'ensemble des sorties observables des états $Y = \{Boff, Bon, Coff, Con, Hoff, Hon\}$ tel que :

- *Boff* : Température basse (B), radiateur éteint (off),
- *Bon* : Température basse (B), radiateur allumé (on),
- *Coff* : Température sous la consigne (C), radiateur éteint (off),
- *Con* : Température sous la consigne (C), radiateur allumé (on),
- *Hoff* : Température au dessus de la consigne (H), radiateur éteint (off),
- *Hon* : Température au dessus de la consigne (H), radiateur allumé (on).

Il est composé également de l'ensemble des étiquettes de fonctionnement normal et défectueux $\Lambda = \{N, F\}$ où $l(x_i) = N$ pour les états de $1 \leq i \leq 12$ et $l(x_i) = F$ pour les états de $13 \leq i \leq 24$. Ainsi, à partir de l'état 1 où le radiateur est éteint et la température est basse sans perturbation, il est possible d'évoluer vers l'état 3 où le radiateur est allumé. Lorsque la température est proche de la consigne (sous la consigne), dans ce cas le procédé passe à l'état 5. Lorsque la température dépasse la consigne alors le procédé passe à l'état 7 puis à l'état 9 afin d'arrêter le radiateur. Une fois que la température est en dessous de la consigne, le procédé passe à l'état 11 puis à l'état 5 pour allumer à nouveau le radiateur. Le modèle indique bien qu'à partir de chaque état, il est possible d'avoir un défaut et de retrouver le procédé dans un mode défectueux *F* qui correspond à une défaillance de la résistance de chauffe du radiateur (Les capteurs sont supposés robustes).

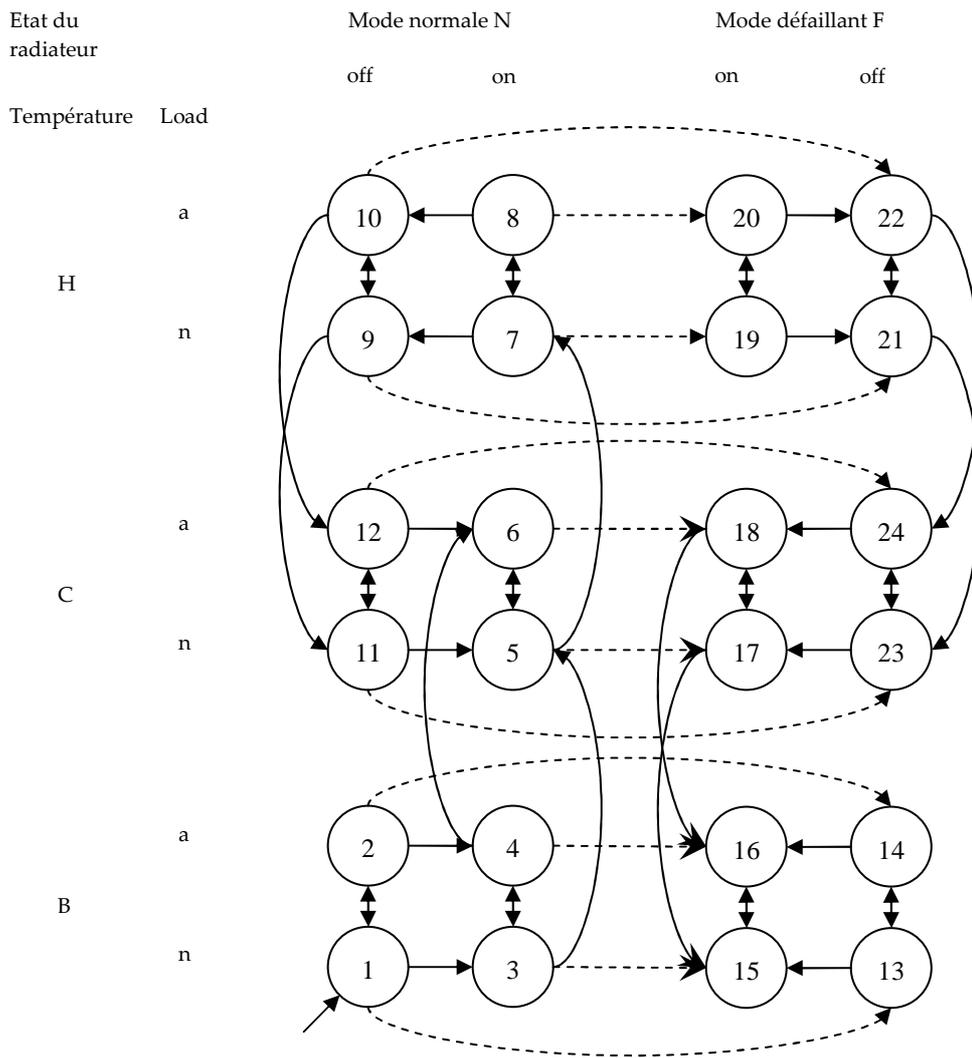


Fig. 1.12. Modèle du procédé à base d'états.

A partir du modèle du procédé à base d'états, on construit un diagnostiqueur à base d'états (figure 1.13). Le diagnostiqueur est composé d'états enrichi indiquant les sorties observées y_i , les états x_i associés aux sorties observées et les étiquettes $l(x_i)$ du mode de fonctionnement du procédé. Ainsi pour la sortie Con, les états accessibles sont $\{5,6,17,18\}$ et le mode est soit normal N, soit défaillant F. A partir de ces états, il est possible d'évoluer soit vers l'état 7 représenté par la sortie Hon, soit vers l'état 15 et 16 associés à la sortie Bon. Dès lors, les états 15 et 16 représentent un défaut, $l(15)=l(16)=F$, sont isolés de l'état 7 représentant un fonctionnement normal, $l(7)=N$.

Ce type de méthodes de diagnostic de SED n'a pas besoin d'initialiser le diagnostiqueur en même temps que le procédé.

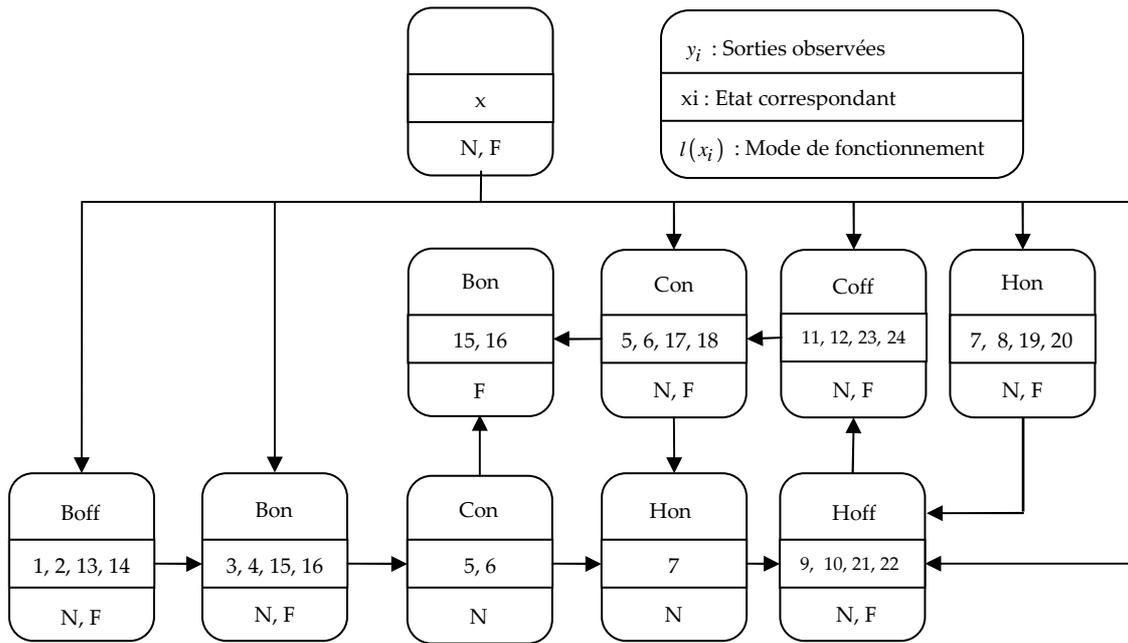


Fig. 1.13. Diagnostiqueur à base d'états.

I.3.6. Diagnostic à base de modèle des systèmes hybrides

Récemment, de nombreux travaux ont montré l'intérêt que porte la communauté automatique internationale au problème du diagnostic à base de modèle des Systèmes Dynamiques Hybrides (McIlraith *et al.*, 2000 ; Cocquempot *et al.*, 2004 ; Narasimhan et Biswas, 2007 ; Yan et Chen, 2009 ; Meseguer *et al.*, 2010 ; Daigle *et al.*, 2010 ; Mohammadi *et al.*, 2009). La plupart des travaux dans ce domaine consistent à étendre les techniques issues des systèmes continus ou des SED aux SDH. Généralement, on peut en effet distinguer deux situations selon que l'évolution des modes (où le mode dans lequel se trouve le SDH à l'instant courant) est connu ou non. Lorsque le mode est connu, la procédure de diagnostic des SDH ne nécessite pas une procédure d'identification du mode de fonctionnement actif. Dans le cas où l'évolution des modes du système est inconnue, le diagnostic d'un tel système commence par la mise en œuvre de méthodes permettant de connaître, à tout instant, le mode de fonctionnement actif. L'intérêt est d'avoir une connaissance supplémentaire quant à l'évolution du système et de permettre un meilleur suivi de ce dernier. Plusieurs publications (Alessandri et Coletta, 2003 ; Domlan *et al.*, 2007) ont porté sur ce problème délicat. Des techniques reposant sur les méthodes du diagnostic à base de modèle ou encore de synthèse d'observateurs pour les systèmes linéaires à temps invariant y sont utilisées. (Domlan *et al.*, 2006 ; Babaali et Egerstedt, 2005).

Nous présentons dans cette section quelques méthodes de diagnostic des SDH. Dans cette présentation, nous respectons une classification de ces méthodes selon: les méthodes issues des systèmes continus, les méthodes issues des SED et les méthodes mixtes.

I.3.6.1. Méthodes issues des systèmes continus

Une attention particulière a été portée à l'extension des techniques de détection et de localisation de défauts à base de modèle quantitatifs appliquées aux systèmes continus. Dans ce contexte, l'approche à base d'espace de parité a été étendue à une classe de système hybride (Cocquempot *et al.*, 2004) afin d'identifier le mode actif, d'estimer les instants de commutations et de détecter les défauts. Par ailleurs, de nombreux chercheurs ont opté pour les méthodes à base d'observateurs (Kratz et Aubry, 2003 ; Saadaoui *et al.*, 2006 ; Xu *et al.*, 2007, Pettersson, 2005; Juloski *et al.*, 2003; Balluchi *et al.*, 2002). Comme pour le cas des systèmes continus, ces méthodes à base d'observateurs hybride utilisent le résidu issu de la confrontation des données estimées avec les observations réelles pour la détection de défauts. Cependant, l'estimation de l'état continu du système hybride nécessite l'estimation de l'état discret et inversement. Un autre problème qui s'ajoute à l'estimation de l'état discret consiste à actualiser l'état continu estimé après la transition, un phénomène qui doit être pris en considération dans la synthèse de l'observateur pour les systèmes à sauts (Pettersson, 2005). En outre, une extension de l'algorithme "Particle Filtering" aux SDH en temps discret a été présentée dans (Juloski *et al.*, 2003). Ce dernier a été généralisé une autre fois, dans (Duan *et al.*, 2008), à une classe plus large de SDH. De même, des résultats utilisant l'identification paramétrique ont été adaptés pour la détection de défauts affectant la partie continue d'un SDH en temps discret (Messai *et al.*, 2006).

Néanmoins, il est difficile, dans certain cas, de disposer des connaissances complètes pour construire un modèle analytique du SDH en raison de sa complexité structurelle ou de son comportement. Pour remédier à ce problème, les approches de diagnostic qualitatif des systèmes continus ont été également étendue au diagnostic des systèmes dynamiques hybrides (Vento *et al.*, 2010 ; Olivier-Maget *et al.*, 2009 ; Narasimhan et Biswas, 2007).

En substance, une analyse critique de ces travaux permet de mettre en évidence deux constats :

- Ce type de méthode de diagnostic accorde une importance plus grande à la partie continue au grand dam de la partie discrète. De ce fait, le diagnostic ne peut être que partiel.
- La majeure partie de ces travaux ne traite pas l'amélioration de la robustesse vis-à-vis des entrées inconnues et de la sensibilité aux défauts des opérations de détection et de localisation de défauts.

I.3.6.2. Méthodes issues des SED

Il n'existe à notre connaissance que peu de travaux concernant le diagnostic des SDH issues des méthodes de diagnostic des SED. En effet, les tentatives d'adaptation des méthodes SED se sont trouvées en confrontation avec les dynamiques complexes des SDH (Zad, 1999). La majeure partie de ces travaux sont fondées sur l'abstraction

des trajectoires continues et sa représentation à travers des modèles discrets dynamiques. En effet, l'idée consiste à établir des partitions des grandeurs continues et de les représenter sous une forme d'états ou d'étiquettes de transition d'état. Ces approches représentent une solution alternative aux approches fondées sur une représentation analytique précise. Parmi les travaux développés dans ce cadre, nous citons à titre d'exemple les travaux de (Rocha Loures et Pascal, 2005). Les auteurs ont procédé, à partir d'une identification du procédé, à un partitionnement flou de l'évolution des variables de sortie et d'entrées définissant ainsi pour chaque variable des états qualitatifs. Des fenêtres temporelles floues représentant les instants de changements d'états sont ensuite définies. L'évolution du modèle RdP flou est liée au franchissement des seuils définis sur les variables mesurées. Plusieurs capteurs sont utilisés pour la détection des franchissements des seuils considérés. En fonction de la possibilité d'appartenance de cette occurrence à la fenêtre temporelle prévue, il est possible de déterminer si le comportement du procédé est celui attendu, s'il est en train de s'en écarter ou si une défaillance s'est produite. Le marquage flou des réseaux de Petri permet alors d'obtenir des informations sur les causes de la défaillance.

Notons que, dans la pratique, une telle abstraction des dynamiques continues à travers la réalisation des partitions de grandeurs continues n'est toujours pas simple à réaliser, surtout lorsqu'il s'agit d'un système complexe comportant plusieurs variables. De même, ce type d'approche nécessite un nombre important de capteurs à mettre en œuvre et reste confronté au compromis entre la précision et le nombre d'état discrets rapidement explosif.

I.3.6.3. Méthodes mixtes

Comme nous l'avons vu, les méthodes issues des systèmes continus et celles issues des SED privilégient l'un des deux aspects du SDH au détriment de l'autre. Or, bien qu'un diagnostic "efficace" d'un SDH nécessite une prise en compte des deux dynamiques à la fois, il n'existe, à notre connaissance, que peu de travaux s'inscrivant dans ce cadre. A titre d'exemple, une approche reposant sur un raisonnement causal a été proposé dans (Karsai *et al.*, 2003). Cette approche se base d'abord sur la modélisation du système par un modèle bond-graph hybride (Mosterman, 1997) puis la génération d'un graph de propagation des défauts, qui permet de décrire les relations causales et temporelles entre les différents modes de défauts d'un côté, et les observations associées d'un autre.

En outre, une méthodologie de diagnostic basée sur les GPFN² et GPF³ (automate hybride) a été proposée dans (El Mezyani, 2005). L'idée consiste à surveiller les équations d'état (contraintes égalité), les conditions d'invariant (contraintes inégalité) et l'état discret du système. Les tâches de l'identification du mode de fonctionnement actif, de la détection et de la localisation des défaillances étaient basées sur les

² Graphe de Prédiction de Fonctionnement Normal

³ Graphe de Prédiction de Fonctionnement Défaillants

propriétés structurelles des résidus robustes, vis-à-vis des entrées inconnues, issus des RRA⁴. Dans la même optique, (Derbel, 2009) propose une démarche de diagnostic pour une classe de SDH, représentée par une sous-classe d'automate hybride : les automates rectangulaires. Ce formalisme permet d'approximer, sous des conditions très restreintes, les comportements de la dynamique continue du SDH à travers l'utilisation des conditions de flux rectangulaires. L'idée de cette approche repose sur la conception d'un diagnostiqueur en-ligne, qui estime l'état hybride courant du système ainsi que les occurrences de défauts. A partir de ces estimations, le diagnostiqueur décide si un défaut s'est produit ou non. De même, (Bayouhd et Travé-Massuyès, 2009) ont reformulé le problème de diagnostic des SDH, comme étant l'identification non ambiguë, à tout instant, du mode du SDH (nominale ou défaillant). Pour cela, la partie continue du SDH a été diagnostiquée par l'extension de l'approche espace de parité (Cocquempot *et al.*, 2004). Les résidus qui en résultent sont utilisés par le diagnostiqueur pour l'identification du mode actif.

Par ailleurs, une autre approche basée sur les Réseaux de Petri Différentiel Objet (RdPDO) et les filtres de Kalman étendus a été proposée dans (Olivier-Maget *et al.*, 2008), où les RdPDO ont été utilisés pour la modélisation et le diagnostic d'un procédé chimique ayant un comportement hybride. Le filtre de Kalman étendu permet l'estimation de l'état continu dans le mode de fonctionnement actif, en éliminant l'effet des perturbations (bruit, précision de modèle, ...). En revanche, la convergence du filtre de Kalman n'est aucunement assurée car il s'agit d'une convergence locale.

En résumé, bien que les travaux présentés dans cette catégorie de méthodes considèrent conjointement les parties continue et discrète, les problèmes de la robustesse vis-à-vis des entrées inconnues et de la sensibilité aux défauts des résidus méritent d'être encore approfondis.

I.4. Conclusion

Une description générale des SDH a été présentée dans ce chapitre. Dans ce cadre, nous avons introduit la définition formelle, à base d'automate hybride, permettant de présenter une large classe de SDH. Ensuite, nous avons illustré avec des exemples les classes les plus rencontrées dans la littérature, à savoir, les systèmes impulsionsnels (systèmes à sauts), les systèmes linéaires par morceaux et les systèmes à commutations.

Après un tour d'horizon des problèmes des SDH, nous avons constaté que l'étude des problèmes du diagnostic à base de modèle et de la commande tolérante aux défauts des SDH mérite d'être encore approfondie. De ce fait, dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons rappelé brièvement les définitions et la terminologie utilisées dans le domaine de diagnostic. Nous avons aussi passé en revue quelques approches de diagnostic à base de modèle proposées aux systèmes continus et aux SED. Ensuite, nous avons présenté quelques méthodes de diagnostic des SDH en respectant une

⁴ Relations de Redondance Analytiques

classification selon: les méthodes issues des systèmes continus, les méthodes issues des SED et les méthodes mixtes.

En effet, une analyse critique de ces travaux a permis de dresser les constats suivants :

- Les méthodes issues des systèmes continus et celles issues des SED privilégient l'un des deux aspects du SDH au détriment de l'autre.
- De nombreux chercheurs ont opté pour les méthodes à base d'observateur pour le diagnostic de la partie continue des SDH. (Kratz et Aubry, 2003 ; Saadaoui *et al.*, 2006 ; Xu *et al.*, 2007, Pettersson, 2005; Juloski *et al.*, 2003; Balluchi *et al.*, 2002). Cette préférence est justifiée par la flexibilité dans le choix de ses gains.
- Peu de travaux considèrent la robustesse, vis-à-vis des entrées inconnues, et la sensibilité aux défauts des opérations de détection et de localisation de défauts.

Ainsi, dans le cadre de cette thèse, nous allons opter pour une méthode de diagnostic mixte à base d'observateur hybride pour une classe de SLC. Le choix de cette classe de système est justifié par sa capacité de représenter une large classe de systèmes complexes. Par la suite, les résultats obtenus en matière de diagnostic seront employés dans le but de mettre en œuvre une loi de commande tolérante aux défauts. Dans le prochain chapitre, nous présentons une approche de synthèse d'observateur hybride pour la détection de défauts. L'observateur synthétisé devrait préserver à la fois une robustesse suffisante par rapport aux entrées inconnues et une sensibilité à l'apparition de défauts.

Chapitre 2

Synthèse d'observateurs robustes pour la détection de défauts d'une classe de systèmes linéaires à commutations

II.1. Introduction.....	42
II.2. Classe des systèmes considérés et hypothèses de travail.....	42
II.3. Structure du générateur de résidus à base d'observateur hybride.....	44
II.3.1. Description du fonctionnement de l'observateur hybride	45
II.3.1.1. Cas où l'observateur hybride et le SLC évoluent dans le même mode ...	46
II.3.1.2. Cas où l'observateur hybride et le SLC n'évoluent pas dans le même mode.....	47
II.4. Synthèse de l'observateur hybride robuste pour la détection de défauts.....	48
II.4.1. Synthèse de l'observateur hybride.....	49
II.4.1.1. Convergence de l'erreur d'estimation	49
a. Conditions de convergence : 1 ^{ère} alternative.....	50
b. Conditions de convergence : 2 ^{ème} alternative	54
c. Comparaison des deux alternatives : exemple numérique.....	56
II.4.1.2. Transposition en temps discret des conditions de convergence.....	57
II.4.2. Amélioration de la Robustesse et de la sensibilité de l'observateur hybride	60
II.5. Optimisation de la Synthèse de l'observateur robuste pour la détection de défauts	68
II.5.1. Procédure itérative	68
II.5.2. Discussion	69
II.6. Simulation et résultats.....	71
II.7. Conclusion.....	76

II.1. Introduction

Les méthodes de détection de défauts à base d'observateurs ont connu un essor considérable pour le cas des systèmes linéaires. Ainsi, des approches très performantes permettant d'atteindre les objectifs de l'opération de détection de défauts ont vu le jour. Néanmoins, l'extension de ce type de méthodes au cas de SLC demeure peu traitée dans la littérature.

Ce chapitre traite de la synthèse d'observateurs hybrides robustes pour la détection de défauts d'une classe de SLC. L'observateur est synthétisé pour générer des résidus qui permettent de détecter les défauts affectant la partie continue d'une classe de SLC. Il s'agit de défauts de capteurs et d'actionneurs.

Dans un premier temps, nous présentons la structure de l'observateur permettant d'estimer à la fois l'état continu et le mode actif du SLC, dont l'estimation est souvent sujette à des décalages. De ce fait, nous abordons la relation qui lie l'estimation du mode actif et l'erreur d'estimation afin de prendre en considération le phénomène de décalage. Ensuite, nous exposons en deux phases notre approche de synthèse d'observateur hybride robuste pour la détection de défauts. Dans la première phase, nous détaillons l'approche de synthèse d'observateur hybride sans prendre en compte ni les entrées inconnues, ni les défauts. Par la suite, nous améliorons, dans la deuxième phase de synthèse, la robustesse de l'observateur hybride vis-à-vis des entrées inconnues et sa sensibilité aux défauts. Enfin, dans le but de garantir un compromis entre la robustesse et la sensibilité de l'observateur, nous proposons une procédure itérative pour l'optimisation de la synthèse d'observateur hybride. La pertinence de l'approche proposée, sera illustrée par un exemple numérique.

Il est à souligner que la majeure partie de nos résultats, présentés dans ce chapitre, sont obtenus pour le cas des SLC en temps continu. Toutefois, certains de ces résultats seront transposés au cas des SLC en temps discret.

II.2. Classe des systèmes considérés et hypothèses de travail

De manière générale, dans un système dynamique hybride, l'occurrence d'un défaut peut affecter soit la partie continue (défauts d'actionneurs, défauts de capteurs, défauts paramétriques,...) soit la partie discrète (non transition, transition vers un mode non successeur,...) (El Mezyani, 2005). On s'intéresse, dans ce chapitre, à la détection des défauts affectant la partie continue et plus particulièrement les défauts de capteurs et/ou d'actionneurs. La classe de SLC considérée est modélisée en tenant compte des effets indésirables pouvant être causés par des entrées inconnues et/ou des erreurs de modélisation. Nous considérons, tout au long de ce chapitre, une classe de SDH en temps continu composé de N sous-systèmes linéaires LTI⁵ auxquels des commutations de modèles sont associées. En utilisant le formalisme de la définition 1.1 (cf. Chapitre 1,

⁵ Linear Time-Invariant

section I.2.2), le modèle de la classe de SLC en temps continu considérée dans ce travail est donné par :

$$H_C = (Q, \Sigma, \Psi, X, U, Y, D, \text{Init}, F_C, S, \Gamma, \text{Inv}, R, G)$$

avec $Q = \{q_i, i \in \{1, 2, \dots, N\}\}$ est l'ensemble fini des états discrets. La classe de système considérée ne dispose d'aucune entrée discrète contrôlable, c'est-à-dire, l'ensemble Σ est égal à l'événement d'entrée vide $\{\varepsilon_\sigma\}$. Quant à la sortie discrète, elle se résume à l'événement non observable $\{\varepsilon_\psi\}$ parce qu'aucune sortie discrète n'est accessible à la mesure. Les transitions discrètes $\Gamma = \{e = (q, q^+)\}$ sont de type invariant. Le franchissement des transitions ne se produit qu'à des endroits bien précis de l'espace d'état, noté G_{q, q^+} (condition de garde), qui sont décrits, dans notre cas, par des hyperplans linéaires :

$$G_{q, q^+} = \left\{ x \in \mathfrak{R}^n \mid g_{q, q^+}(x) = a_{q, q^+}^1 x_1 + a_{q, q^+}^2 x_2 + \dots + a_{q, q^+}^n x_n = 0 \right\} \quad (2.1)$$

avec : $(q, q^+) \in I_g$ et $(a_{q, q^+}^1, a_{q, q^+}^2, \dots, a_{q, q^+}^n) \in \mathfrak{R}^n$. On définit par I_g l'ensemble de uplets regroupant les différentes transitions possibles, entre deux modes, qui peuvent avoir lieu dans un système à commutations.

Chaque sous-système en temps continu⁶ est défini par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_q x(t) + B_q u(t) + B_{d_q} d(t) + B_{f_q} f(t) \\ y(t) = C_q x(t) + D_q u(t) + D_{d_q} d(t) + D_{f_q} f(t) \end{cases} \quad (2.2)$$

où $x(t) \in \mathfrak{R}^n$, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$, $y(t) \in \mathfrak{R}^p$, $d(t) \in \mathfrak{R}^m$ et $f(t) \in \mathfrak{R}^l$ sont respectivement le vecteur d'état (non mesurables ou partiellement mesurable), le vecteur des entrées, le vecteur de sortie, le vecteur des entrées inconnues (perturbation, incertitudes non structurées, bruits) et le vecteur des défauts additifs à détecter. $A_q, B_q, B_{d_q}, B_{f_q}, C_q, D_q, D_{d_q}, D_{f_q}$ sont des matrices connues de dimensions appropriées, $q \in Q = \{1, 2, \dots, N\}$ est l'indice du mode actif. Sans perte de généralités, on suppose que les deux vecteurs $d(t), f(t)$ sont bornés en norme L_2 .

Dans ce travail, nous supposons que tous les couples (A_q, C_q) et le SLC sont observables. Nous supposons également qu'il y a seulement un nombre fini de changement de mode en un temps fini.

⁶ Pour le cas des SLC en temps discret, la représentation d'état (2.2) reste valable en remplaçant la variable continue t dans $x(t)$ par le temps discrétisé k et la notion de dérivé du vecteur d'état $\dot{x}(t)$ par la notion de décalage d'une période d'échantillonnage $x(k+1)$.

Dans la suite, il s'agit de traiter le problème de la détection des défauts affectant la partie continue de la classe de SLC considérée. Deux fonctions sont alors nécessaires, la génération et l'évaluation des résidus.

II.3. Structure du générateur de résidus à base d'observateur hybride

Parmi les approches de génération de résidus (cf. chapitre 1, section I.3.4.1), celle qui a retenu notre attention est l'approche à base d'observateurs. Le but d'un observateur hybride est de fournir avec précision l'estimation de la valeur courante de l'état continu (et par extension la reconstruction de sa sortie) en fonction des entrées et sorties mesurées. Cette estimation nécessite de connaître, à tout instant, le mode de fonctionnement actif. Ensuite, la valeur estimée de la sortie est comparée à la valeur mesurée dans le but de générer des résidus. Dans le cas idéal, les résidus sont égaux à zéro en l'absence de défauts et prennent des valeurs significatives quand le défaut se produit. Par contre, ces résidus ne sont jamais en pratique égaux à zéro à cause des bruits de mesures, des erreurs de modélisation, de l'imprécision des capteurs et des paramètres du modèle, ...etc.

Dans le but de limiter au maximum les pertes d'informations et la génération d'alarmes pauvres et, par là-même, trop nombreuses, le générateur de résidus devrait préserver à la fois une robustesse suffisante par rapport aux entrées inconnues et une sensibilité à l'apparition de défauts.

La structure du générateur de résidus que nous proposons pour la classe de SLC présentée ci-avant (2.2) est donnée par la figure 2.1. Elle est composée de trois blocs ; un observateur continu pour l'estimation de l'état continu, un bloc pour l'identification du mode actif et un gain de pondération. L'observateur continu reçoit les entrées/sorties du SLC et l'estimation du mode actif générée par le bloc d'identification. En contre partie, il fournit l'estimation de l'état continu, nécessaire pour l'identification du mode actif, et l'estimation du signal de sortie du SLC. Ce dernier est comparé à la sortie réelle du système. Le signal résultant de cette comparaison est multiplié par un gain de pondération afin de générer le signal du résidu. Les gains de l'observateur et de pondération sont choisis de manière à assurer un bon compromis entre la robustesse des résidus, vis-à-vis des entrées inconnues, et leur sensibilité aux défauts. C'est un problème, en fait, qui a été traité jusqu'à présent pour les systèmes continus mais pas dans le cadre des SLC.

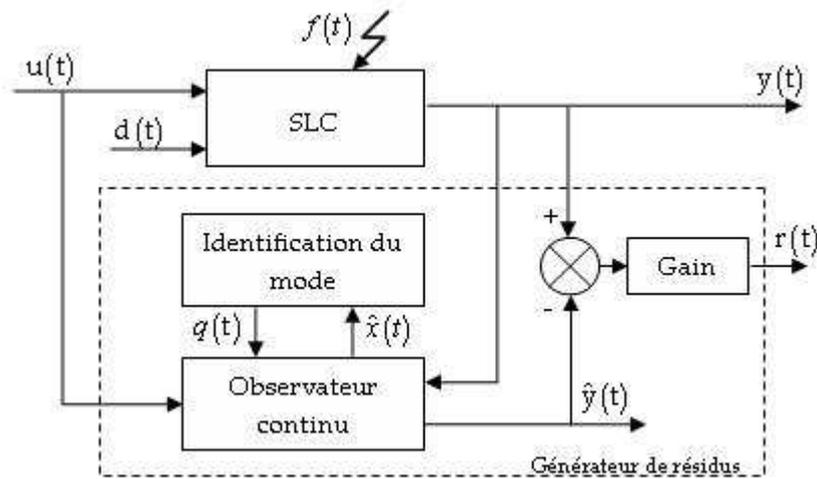


Fig. 2.1. Structure du générateur de résidus.

II.3.1. Description du fonctionnement de l'observateur hybride

Un observateur est destiné à estimer le vecteur d'état d'un système et par extension la reconstruction de sa sortie. Cependant, les observateurs dits hybrides ont pour rôle d'estimer à la fois l'état continu et l'état discret du SDH. Dans ce cadre, une panoplie d'approches traitant de la synthèse d'observateur hybride a été proposée dans la littérature (Balluchi *et al.*, 2002; Juloski *et al.*, 2003; Kratz et Aubry, 2003 ; Di Benedetto *et al.*, 2005; Pettersson, 2005; Xu *et al.*, 2007; Barbot *et al.*, 2007; Ibrir, 2009 ; Li *et al.*, 2011). La majorité de ses approches consistent en l'extension de celles développées pour les systèmes linéaires invariants. Ces approches peuvent être classées en deux catégories ; celles supposant la connaissance de l'état discret (mode discret) à chaque instant (Alessandri et Coletta, 2001; Juloski, 2002), et celles s'affranchissant de cette hypothèse (Balluchi *et al.*, 2002; Pettersson, 2005; Birouche, 2006; Pettersson, 2006; Saadaoui *et al.*, 2006 ; Hamdi, 2010). C'est dans cette dernière catégorie que s'inscrit l'approche de synthèse d'observateur hybride que nous proposons.

En effet, la connaissance du mode de fonctionnement actif simplifie la synthèse de l'observateur et de ce fait, le recours aux approches classiques de synthèse devient naturel. Notons que la difficulté majeure dans ce cadre concerne la détermination des conditions de convergence de l'observateur hybride en tenant compte du phénomène de commutations. Sous cette hypothèse, la plupart des approches proposées, s'appuient sur l'existence d'une fonction de Lyapunov commune garantissant la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation (Alessandri et Coletta, 2001 ; Juloski, 2003). Toutefois, l'idée de résoudre le problème en se basant sur la recherche d'une fonction unique pour tout le système demeure conservatrice. Pour pallier ce conservatisme, l'alternative souvent utilisée consiste à chercher une fonction de Lyapunov Multiple (Pettersson, 2005; Hamdi *et al.*, 2009).

En revanche, l'hypothèse de la non connaissance du mode de fonctionnement actif, conduit à des techniques qui prennent en charge conjointement l'estimation de l'état discret et continu. Ainsi, le problème se résume à l'identification du mode dans lequel évolue le système, et par la suite la dynamique continue de l'observateur correspondante.

Considérons la structure de l'observateur hybride, associé au système à commutations (2.2), donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_{\hat{q}}\hat{x}(t) + B_{\hat{q}}u(t) + K_{\hat{q}}(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C_{\hat{q}}\hat{x}(t) + D_{\hat{q}}u(t) \\ r(t) = V(y(t) - \hat{y}(t)) \end{cases} \quad (2.3)$$

où $\hat{x}(t) \in \mathfrak{R}^n$ et $\hat{y}(t) \in \mathfrak{R}^p$ sont respectivement les vecteurs d'état et de sortie estimés, $r(t)$ est le vecteur des résidus. $K_{\hat{q}}$ et V sont respectivement la matrice de gains et la matrice de pondération à déterminer. $\hat{q} \in Q = \{1, 2, \dots, N\}$ est l'indice du mode actif de l'observateur hybride.

Nous rappelons, à ce stade de l'étude, que les commutations entre les mode de fonctionnement s'effectuent selon une loi de commutations dépendant de l'état continu du SLC, décrite par des hyper plans linéaire (2.1). De ce fait, l'identification en ligne du mode actif du SLC nécessite la surveillance de cette loi de commutations (2.1) (condition de garde). Pour ce faire, nous testons la nullité de cette condition G_{q,q^+} calculée grâce à l'état continu estimé \hat{x} . L'utilisation de la valeur estimée de l'état continu x dans l'identification du mode actif est imposée par l'absence de leurs mesures directes. Toutefois, lorsque les conditions initiales du SLC (le mode initial q_0 et le vecteur d'état initial \hat{x}_0) sont inconnues, plusieurs travaux ont montré que l'identification en ligne du mode actif n'est correcte qu'après un certain temps de convergence, fixé par la dynamique de l'observateur hybride (Davila *et al.*, 2009; Hamdi *et al.*, 2009; Balluchi *et al.*, 2002; Tian *et al.*, 2010). De même, ces travaux ont noté également qu'après chaque transition discrète, un décalage de détection de mode est occasionné. Ce décalage est dû au temps de synchronisation de l'observateur de l'état continu avec le bloc d'identification du mode, d'une part, et de la dynamique de l'erreur d'estimation, d'autre part. Ainsi, deux cas concernant l'évolution de l'observateur hybride sont possibles.

II.3.1.1. Cas où l'observateur hybride et le SLC évoluent dans le même mode

Dans ce cas, nous supposons que l'identification en ligne du mode actif est correcte, c'est-à-dire, l'observateur hybride et le SLC évoluent dans le même mode $q = \hat{q}$. L'erreur d'estimation entre l'état du système x et l'état reconstruit \hat{x} est alors donnée par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (2.4)$$

$$\dot{e}(t) = \bar{A}_q e(t) + \bar{B}_{d_q} d(t) + \bar{B}_{f_q} f(t) \quad (2.5)$$

$$r(t) = V(y(t) - \hat{y}(t)) = V(C_q e(t) + D_{d_q} d(t) + D_{f_q} f(t)) \quad (2.6)$$

avec : $\bar{A}_q = A_q - K_q C_q$, $\bar{B}_{d_q} = B_{d_q} - K_q D_{d_q}$, $\bar{B}_{f_q} = B_{f_q} - K_q D_{f_q}$.

La dynamique de l'erreur d'estimation (2.5) et du résidu (2.6) peuvent être reformulée de la façon suivante :

$$\dot{e}(t) = \dot{e}_d(t) + \dot{e}_f(t) \quad (2.7)$$

$$r(t) = r_d(t) + r_f(t) \quad (2.8)$$

avec :

$$\begin{cases} \dot{e}_d(t) = \bar{A}_q e_d(t) + \bar{B}_{d_q} d(t) \\ r_d(t) = V(C_q e_d(t) + D_{d_q} d(t)) \end{cases} \quad (2.9)$$

$$\begin{cases} \dot{e}_f(t) = \bar{A}_q e_f(t) + \bar{B}_{f_q} f(t) \\ r_f(t) = V(C_q e_f(t) + D_{f_q} f(t)) \end{cases} \quad (2.10)$$

on note par : $e_f(t) = e(t)|_{d=0}$, $r_f(t) = r(t)|_{d=0}$, $e_d(t) = e(t)|_{f=0}$, $r_d(t) = r(t)|_{f=0}$.

Cette reformulation montre que le résidu (2.8) est la somme de deux composantes, l'une dépend des entrées inconnues d et l'autre dépend du vecteur de défauts f .

En suivant le même raisonnement, les mêmes formes des équations (2.5)-(2.10) peuvent être obtenues pour le cas des SLC en temps discret.

II.3.1.2. Cas où l'observateur hybride et le SLC n'évoluent pas dans le même mode

Ce cas se profile notablement pendant chaque régime transitoire de l'observateur. Si l'on désigne par q le mode du SLC et par \hat{q} le mode de l'observateur, les dynamiques de l'erreur d'estimation $e(x) = x(t) - \hat{x}(t)$ et du résidu $r(t)$ sont données par :

$$\dot{e}(t) = \bar{A}_{\hat{q}} e(t) + \Delta \bar{A}_{q, \hat{q}} x(t) + \Delta \bar{B}_{q, \hat{q}} u(t) + \bar{B}_{d_q} d(t) + \bar{B}_{f_q} f(t) \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} r(t) &= V(y(t) - \hat{y}(t)) \\ &= V(C_q x(t) + D_q u(t) + D_{d_q} d(t) + D_{f_q} f(t) - C_{\hat{q}} \hat{x}(t) - D_{\hat{q}} u(t)) \\ &= V(C_{\hat{q}} e(t) + \Delta C_{q, \hat{q}} x(t) + \Delta D_{q, \hat{q}} u(t) + D_{d_q} d(t) + D_{f_q} f(t)) \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\text{avec : } \Delta A_{q,\hat{q}} = A_q - A_{\hat{q}}, \quad \Delta B_{q,\hat{q}} = B_q - B_{\hat{q}}, \quad \Delta C_{q,\hat{q}} = C_q - C_{\hat{q}}, \quad \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}} = \Delta A_{q,\hat{q}} - K_{\hat{q}} \Delta C_{q,\hat{q}}, \\ \Delta \bar{B}_{q,\hat{q}} = \Delta B_{q,\hat{q}} - K_{\hat{q}} \Delta D_{q,\hat{q}}, \quad \Delta D_{q,\hat{q}} = D_q - D_{\hat{q}}, .$$

De façon similaire, la dynamique de l'erreur d'estimation (2.11) et du résidu (2.12) peut être écrite de la façon suivante :

$$\dot{e}(t) = \dot{e}_x(t) + \dot{e}_u(t) + \dot{e}_d(t) + \dot{e}_f(t) \quad (2.13)$$

$$r(t) = r_x(t) + r_u(t) + r_d(t) + r_f(t) \quad (2.14)$$

avec :

$$\begin{cases} \dot{e}_x(t) = \bar{A}_{\hat{q}} e_x(t) + \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}} x(t) \\ r_x(t) = V \left(C_{\hat{q}} e_x(t) + \Delta C_{q,\hat{q}} x(t) \right) \end{cases} \quad (2.15)$$

$$\begin{cases} \dot{e}_u(t) = \bar{A}_{\hat{q}} e_u(t) + \Delta \bar{B}_{q,\hat{q}} u(t) \\ r_u(t) = V \left(C_{\hat{q}} e_u(t) + \Delta D_{q,\hat{q}} u(t) \right) \end{cases} \quad (2.16)$$

$$\begin{cases} \dot{e}_d(t) = \bar{A}_{\hat{q}} e_d(t) + \bar{B}_{d_q} d(t) \\ r_d(t) = V \left(C_{\hat{q}} e_d(t) + D_{d_q} d(t) \right) \end{cases} \quad (2.17)$$

$$\begin{cases} \dot{e}_f(t) = \bar{A}_{\hat{q}} e_f(t) + \bar{B}_{f_q} f(t) \\ r_f(t) = V \left(C_{\hat{q}} e_f(t) + D_{f_q} f(t) \right) \end{cases} \quad (2.18)$$

on note par : $e_x(t) = e(t)|_{u=0, d=0, f=0}$, $r_x(t) = r(t)|_{u=0, d=0, f=0}$, $e_u(t) = e(t)|_{x=0, d=0, f=0}$,
 $r_u(t) = r(t)|_{x=0, d=0, f=0}$, $e_d(t) = e(t)|_{x=0, u=0, f=0}$, $r_d(t) = r(t)|_{x=0, u=0, f=0}$, $e_f(t) = e(t)|_{x=0, u=0, d=0}$,
 $r_f(t) = r(t)|_{x=0, u=0, d=0}$.

En suivant le même raisonnement, les mêmes formes des équations (2.11)-(2.18) peuvent être obtenues pour le cas des SLC en temps discret.

Cette reformulation montre que le résidu (2.14) est la somme de quatre composantes. Nous pouvons noter que la dynamique du résidu ne dépend pas seulement du vecteur de défauts f et des entrées inconnues d mais également du vecteur d'état x et du vecteur d'entrées u . Ainsi, l'étude de ce deuxième cas suffit largement pour déterminer les paramètres de l'observateur qui répondent aux différentes contraintes de conception (robustesse et sensibilité). Ainsi, nous nous intéressons, dans la suite de ce chapitre, au deuxième cas qui vérifie implicitement le premier.

II.4. Synthèse de l'observateur hybride robuste pour la détection de défauts

La propriété de superposition (d'additivité) du signal de résidus (2.14) nous offre la possibilité de traiter chaque composante de manière spécifique. Dans cette section,

nous présentons en deux phases la synthèse de l'observateur hybride robuste pour la détection de défauts. Dans la première phase, la synthèse de l'observateur hybride est effectuée sans considérer ni les entrées inconnues ni les défauts. La deuxième phase de synthèse est consacrée à l'amélioration, d'une part, de la robustesse de l'observateur hybride vis-à-vis des entrées inconnues et, d'autre part, de sa sensibilité aux défauts.

II.4.1. Synthèse de l'observateur hybride.

Dans cette première phase, le vecteur des entrées inconnues $d(t)$ et le vecteur des défauts $f(t)$ sont supposés nuls. Ainsi, le signal du résidu $r(t)$ est donné seulement par la somme des composantes $r_x(t)$ et $r_u(t)$.

Le problème de synthèse d'observateurs pour les systèmes SLC se traduit souvent par l'analyse de convergence de l'erreur d'estimation. Il s'agit de trouver des gains $K_{\hat{q}}$ associés à chaque sous-système linéaire tels que l'état estimé $\hat{x}(t)$ converge vers l'état $x(t)$ quelles que soient les conditions initiales. La convergence globale de l'erreur d'estimation n'est pas garantie systématiquement en choisissant séparément les gains $K_{\hat{q}}$ qui stabilisent chacune des matrices $(A_{\hat{q}} - K_{\hat{q}}C_{\hat{q}})$. Il faut tenir compte du phénomène de commutations.

Nous étudions, dans la suite, la convergence et la bornitude de l'erreur d'estimation pour le cas d'un SLC en temps continu, puis, nous transposons les résultats obtenus dans le cas d'un SLC en temps discret.

II.4.1.1. Convergence de l'erreur d'estimation

Dans cette section, nous nous intéressons à la convergence et à la bornitude des composantes $r_x(t)$ et $r_u(t)$. D'après les relations (2.15) et (2.16), leur bornitude est tributaire de celle des composantes de l'erreur d'estimation $e_x(t)$ et $e_u(t)$, de celle du vecteur d'état $x(t)$ et du vecteur d'entrées $u(t)$. De ce fait, notre problème revient à résoudre le problème de la convergence des composantes $e_x(t)$ et $e_u(t)$ et à montrer qu'elles sont bornées en partant du principe que le vecteur d'état $x(t)$ et le vecteur d'entrées $u(t)$ le sont.

Nous proposons, dans la suite, deux alternatives permettant de résoudre ce problème. La première alternative considère les deux composantes de l'erreur d'estimation $e_x(t)$ et $e_u(t)$ comme une seule composante. Elle les traite simultanément, et permet la formulation du théorème 2.1 (Belkhiat *et al*, 2011b) avec trois conditions de convergence, sous forme d'inégalités matricielles, à résoudre. Quant à la deuxième alternative, elle traite séparément les deux composantes du résidu et conduit à la formulation du théorème 2.2 avec quatre conditions de convergence, sous forme d'inégalités matricielles, à résoudre. Notons que les deux alternatives sont

fondées sur le même principe de raisonnement, la différence réside dans la façon de formuler le problème.

Notons que, dans la suite du document, $(.)^\dagger$ désigne la pseudo-inverse de $(.)$, et le symbole $(*)$ dans une matrice à la position (i, j) désigne la transposée de l'élément de la matrice à la position (j, i) . Nous définissons également par e_w la somme de e_x et e_u .

a. Conditions de convergence : 1^{ère} alternative

Dans ce cas, les conditions proposées sont basées sur l'utilisation de fonctions multiples de Lyapunov (Dayawansa et Martin, 1999). Il s'agit de déterminer plusieurs fonctions de Lyapunov quadratiques, chacune étant associée à un mode de fonctionnement. La concaténation de ces fonctions mène à une seule fonction de Lyapunov globale mais qui n'est pas quadratique. Dans la suite, nous énonçons le théorème 2.1 déclinant les conditions suffisantes assurant la convergence et la bornitude de la composante $e_w = e_x + e_u$ de l'erreur d'estimation.

En temps continu

Théorème 2.1. *Considérons le SLC (2.2) avec l'observateur (2.3) et supposons que pour $T_0 > 0$ nous avons $\sup_{t>T_0} \|x(t)\| \leq x_{max}$ et $\sup_{t>T_0} \|u(t)\| \leq u_{max}$.*

Supposons également qu'il existe des matrices $P_{\hat{q}}^T = P_{\hat{q}} > 0$, $H_{\hat{q}}$ et des scalaires $\alpha > 0$, $\xi > 0$ et $v_{\hat{q},q} \geq 0$ et $\mu_{\hat{q}^+, \hat{q}} \leq 1$ telles que les LMI (2.19), (2.20) et (2.21) sont satisfaites :

$$1. \quad \alpha I \leq P_{\hat{q}} \leq \xi I \quad \hat{q} \in Q \quad (2.19)$$

$$2. \quad \psi_{\hat{q},q} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} A_{\hat{q}} + I + v_{\hat{q},q} I & \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + I + v_{\hat{q},q} I & P_{\hat{q}} \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}} & P_{\hat{q}} \Delta \bar{B}_{q,\hat{q}} \\ \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + I + v_{\hat{q},q} I & \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} A_{\hat{q}} + I + v_{\hat{q},q} I & P_{\hat{q}} \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}} & P_{\hat{q}} \Delta \bar{B}_{q,\hat{q}} \\ (*) & (*) & -\varepsilon^2 v_{\hat{q},q} I & 0 \\ (*) & (*) & 0 & -\varepsilon^2 v_{\hat{q},q} I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (\hat{q}, q) \in I_g \quad (2.20)$$

$$3. \quad P_{\hat{q}^+} - \mu_{\hat{q}^+, \hat{q}} P_{\hat{q}} \leq 0 \quad (\hat{q}, \hat{q}^+) \in I_g \quad (2.21)$$

Alors, l'erreur d'estimation e_w est bornée par

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \|e_w(t)\| \leq \sqrt{\frac{\bar{v}}{1+\bar{v}} \frac{\xi}{\alpha} \varepsilon^2 (x_{max}^2 + u_{max}^2)} \quad (2.22)$$

où ε est un scalaire positif, \hat{q}^+ est le mode successeur de \hat{q} , $(\hat{q}, \hat{q}^+) \in I_g$, \bar{v} est le sup de $v_{\hat{q},q}$, $(\hat{q}, q) \in I_g$, I_g est un ensemble de uplets regroupant les différentes transitions possibles, entre deux modes, qui peuvent avoir lieu dans un SLC.

Preuve :

Notre objectif dans cette démonstration est de prouver la convergence et la bornitude de l'erreur d'estimation $e_w = e_x + e_u$. Pour ce faire, nous introduisons une fonction multiple candidate de Lyapunov $V(e_w(t))$ composée de N fonctions candidates de Lyapunov locales $V_{\hat{q}}(e_w(t))$. Dès lors, le problème de la convergence et de la bornitude de l'erreur d'estimation peut être reformulé comme suit : l'erreur d'estimation e_w est bornée si les fonctions de Lyapunov $V_{\hat{q}}(e_w(t))$, associées à chaque mode, sont décroissantes, et si la fonction de Lyapunov globale $V(e_w(t))$ de l'erreur d'estimation est décroissante.

Cette démonstration se divise en trois parties : la première partie est consacrée à la démonstration de la condition (2.20), assurant la décroissance des fonctions de Lyapunov $V_{\hat{q}}(e_w(t))$ associées à chaque mode. La condition (2.21), assurant la décroissance de la fonction de Lyapunov globale $V(e_w(t))$ aux instants de commutations, est démontrée dans la deuxième partie et enfin la troisième partie est dédiée à la démonstration de la bornitude de l'erreur d'estimation e_w .

En ce qui concerne la première partie, nous introduisons pour chaque mode observé \hat{q} une fonction de Lyapunov candidate.

$$V_{\hat{q}}(e_w) = e_w^T P_{\hat{q}} e_w, \quad \hat{q} \in I_N \quad (2.23)$$

où : $P_{\hat{q}} \in \Re^{n \times n}$ sont des matrices symétriques définies positives. La dérivée de l'équation (2.23) lorsque l'observateur évolue dans le mode \hat{q} et le SLC dans le mode q est donnée par :

$$\dot{V}_{\hat{q}}(e_w) = \dot{e}_w^T P_{\hat{q}} e_w + e_w^T P_{\hat{q}} \dot{e}_w \quad (2.24)$$

$$\text{avec : } \dot{e}_w = \dot{e}_x + \dot{e}_u = \bar{A}_{\hat{q}} e_x + \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}} x + \bar{A}_{\hat{q}} e_u + \Delta \bar{B}_{q,\hat{q}} u$$

En remplaçant e_w par son expression dans l'équation (2.24), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\hat{q}}(e_w) = & e_x^T \left[\bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} \right] e_x + e_u^T \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} e_x + x^T \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}}^T P_{\hat{q}} e_x + u^T \Delta \bar{B}_{q,\hat{q}}^T P_{\hat{q}} e_x + \\ & e_x^T \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} e_u + e_u^T \left[\bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} \right] e_u + x^T \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}}^T P_{\hat{q}} e_u + u^T \Delta \bar{B}_{q,\hat{q}}^T P_{\hat{q}} e_u + \\ & e_x^T P_{\hat{q}} \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}} x + e_u^T P_{\hat{q}} \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}} x + e_x^T P_{\hat{q}} \Delta \bar{B}_{q,\hat{q}} x + e_u^T P_{\hat{q}} \Delta \bar{B}_{q,\hat{q}} x \end{aligned} \quad (2.25)$$

L'équation (2.25) peut être écrite sous la forme d'inégalité matricielle garantissant la convergence au sens de Lyapunov de l'erreur d'estimation e_w :

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_u \\ u \\ x \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} & A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} & P_{\hat{q}} \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}} & P_{\hat{q}} \Delta B_{q,\hat{q}} \\ A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} & \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} & P_{\hat{q}} \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}} & P_{\hat{q}} \Delta B_{q,\hat{q}} \\ \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}}^T P_{\hat{q}} & \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}}^T P_{\hat{q}} & 0 & 0 \\ \Delta B_{q,\hat{q}}^T P_{\hat{q}} & \Delta B_{q,\hat{q}}^T P_{\hat{q}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_u \\ u \\ x \end{bmatrix} < 0 \quad (2.26)$$

Notons que cette inégalité (2.26) ne peut pas être définie négative à cause de la présence des termes nuls sur la diagonale de l'inégalité. Pour pallier ce problème, nous utilisons la S-procédure (Son principe est présenté dans l'annexe A) pour les contraintes données par (2.27) (Boyd *et al.*, 1994 ; Petteresson *et al.*, 2005) :

$$\|e_x + e_u\|^2 \geq 0, \quad \|e_x + e_u\|^2 - \varepsilon^2 (\|x\|^2 + \|u\|^2) \geq 0, \quad (2.27)$$

avec ε est un scalaire positif.

On peut substituer l'inégalité matricielle (2.26) par l'inégalité matricielle suivante:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} e_x \\ e_u \\ u \\ x \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} & A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} & P_{\hat{q}} \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}} & P_{\hat{q}} \Delta B_{q,\hat{q}} \\ A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} & \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} & P_{\hat{q}} \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}} & P_{\hat{q}} \Delta B_{q,\hat{q}} \\ \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}}^T P_{\hat{q}} & \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}}^T P_{\hat{q}} & 0 & 0 \\ \Delta B_{q,\hat{q}}^T P_{\hat{q}} & \Delta B_{q,\hat{q}}^T P_{\hat{q}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_u \\ u \\ x \end{bmatrix}}_{\dot{V}_{\hat{q}}(e_w)} + \quad (2.28)$$

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_u \\ u \\ x \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I & I & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_u \\ u \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_x \\ e_u \\ u \\ x \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} v_{\hat{q},q} I & v_{\hat{q},q} I & 0 & 0 \\ v_{\hat{q},q} I & v_{\hat{q},q} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon^2 v_{\hat{q},q} I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\varepsilon^2 v_{\hat{q},q} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_u \\ u \\ x \end{bmatrix} \leq 0$$

avec $v_{\hat{q},q} \geq 0$.

Notons que les conditions (2.28) et (2.26) ne sont pas équivalentes en général mais il est évident que la vérification de (2.28) implique toujours la vérification de (2.27).

En introduisant une nouvelle variable $H_{\hat{q}} \in \mathfrak{R}^{n \times p}$ telle que $H_{\hat{q}} = P_{\hat{q}} K_{\hat{q}}$ dans (2.28), on peut obtenir facilement la condition (2.20) du théorème 2.1.

Notons que la condition (2.19) est introduite dans le but de borner les matrices de Lyapunov $P_{\hat{q}}$, pour $\hat{q} \in Q = 1, 2, \dots, N$, où ξ et α sont respectivement la valeur propre minimale et la valeur propre maximale des fonctions de Lyapunov $P_{\hat{q}}$.

N.B : Si l'inégalité matricielle (2.20) est vérifiée, la décroissance de la dynamique de l'erreur d'estimation $e_w(t)$ entre deux commutations est assurée. Toutefois, la convergence globale de l'erreur d'estimation n'est pas forcément vérifiée. Dès lors, une autre condition sur les fonctions

de Lyapunov s'avère nécessaire afin d'assurer la décroissance de la fonction de Lyapunov globale aux instants de commutations

Dans la deuxième partie de la preuve, nous considérons maintenant deux fonctions candidates de Lyapunov, $V_{\hat{q}^+}(e_w(t))$ et $V_{\hat{q}}(e_w(t))$, associées à deux modes successeurs : \hat{q}^+ est le mode successeur de \hat{q} . Supposons également qu'il existe un scalaire $\mu_{\hat{q}^+, \hat{q}} \leq 1$. La fonction de Lyapunov globale de l'erreur d'estimation diminue à l'instant de commutation t_{c_i} si les deux fonctions de Lyapunov $V_{\hat{q}}(e_w(t))$ et $V_{\hat{q}^+}(e_w(t))$ vérifient la condition suivante (Figure 2.2):

$$\left(x(t_{c_i}) - \hat{x}(t_{c_i}) \right)^T P_{\hat{q}^+} \left(x(t_{c_i}) - \hat{x}(t_{c_i}) \right) \leq \mu_{\hat{q}^+, \hat{q}} \left(\left(x(t_{c_i}) - \hat{x}(t_{c_i}) \right)^T P_{\hat{q}} \left(x(t_{c_i}) - \hat{x}(t_{c_i}) \right) \right) \quad (2.29)$$

L'inégalité (2.29) peut être écrite facilement sous la forme donnée par l'inégalité (2.21).

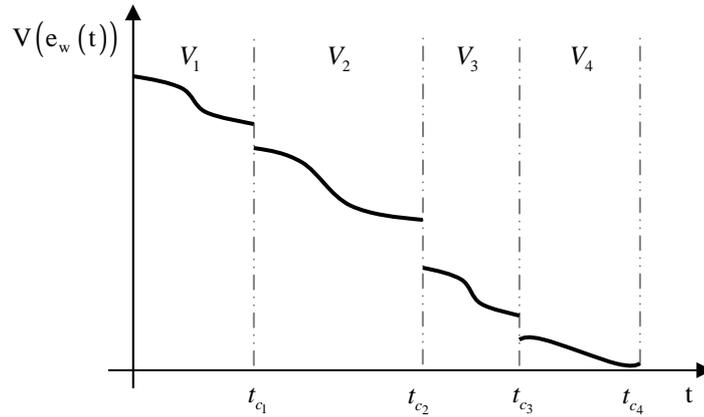


Fig 2.2. Evolution de la fonction de Lyapunov multiple.

Il s'agit maintenant, dans la troisième partie de cette démonstration, de prouver que la norme de l'erreur d'estimation est bornée dans chaque mode par une constante. A partir de l'inégalité (2.28), on peut alors écrire :

$$\dot{V}_{\hat{q}}(e_w) \leq -(1 + v_{\hat{q}, q}) (e_x^T e_x + e_u^T e_u + e_x^T e_u + e_u^T e_x) + \varepsilon^2 v_{\hat{q}, q} (x^T x + u^T u) \quad (2.30)$$

Si on suppose que la condition (2.19) est vérifiée, on peut déduire :

$$\dot{V}_{\hat{q}}(e_w) \leq -\frac{(1 + v_{\hat{q}, q})}{\xi} V_{\hat{q}}(e_w) + v_{\hat{q}, q} \varepsilon^2 (x_{max}^2 + u_{max}^2) \quad (2.31)$$

Puis, en intégrant l'inégalité (2.31), on obtient :

$$V_{\hat{q}}(e_w) \leq e^{-\left(\frac{1+v_{\hat{q},q}}{\xi}\right)(t-t_0)} \left[\int \frac{v_{\hat{q},q} \xi \varepsilon^2 (x_{max}^2 + u_{max}^2)}{e^{-\left(\frac{1+v_{\hat{q},q}}{\xi}\right)(t-t_0)}} + cste \right]$$

$$V_{\hat{q}}(e_w) \leq e^{-\left(\frac{1+v_{\hat{q},q}}{\xi}\right)(t-t_0)} \left[\frac{v_{\hat{q},q}}{1+v_{\hat{q},q}} \xi \varepsilon^2 (x_{max}^2 + u_{max}^2) e^{\frac{(1+v_{\hat{q},q})}{\xi}(t-t_0)} + cste \right]$$

$$V_{\hat{q}}(e_w) \leq e^{-\left(\frac{1+v_{\hat{q},q}}{\xi}\right)(t-t_0)} V(e_w(t_0)) + \frac{v_{\hat{q},q}}{1+v_{\hat{q},q}} \xi \varepsilon^2 (x_{max}^2 + u_{max}^2) \left(1 - e^{-\left(\frac{1+v_{\hat{q},q}}{\xi}\right)(t-t_0)} \right)$$

$$V_{\hat{q}}(e_w) \leq e^{-\left(\frac{1+\underline{v}}{\xi}\right)(t-t_0)} V(e_w(t_0)) + \frac{\bar{v}}{1+\bar{v}} \xi \varepsilon^2 (x_{max}^2 + u_{max}^2) \left(1 - e^{-\left(\frac{1+\bar{v}}{\xi}\right)(t-t_0)} \right)$$

où $t_0 \geq T_0$, \underline{v} et \bar{v} sont respectivement la plus petite et la plus grande valeur de $v_{\hat{q},q}$, $(\hat{q}, q) \in I_g$. En utilisant la condition (2.19), on obtient alors :

$$\|e_w\| \leq \left[\frac{e^{-\left(\frac{1+\underline{v}}{\xi}\right)(t-t_0)} V(e_w(t_0)) + \frac{\bar{v}}{1+\bar{v}} \frac{\xi}{\alpha} \varepsilon^2 (x_{max}^2 + u_{max}^2) \left(1 - e^{-\left(\frac{1+\bar{v}}{\xi}\right)(t-t_0)} \right)}{\alpha} \right]^{\frac{1}{2}}$$

On peut vérifier que, lorsque $t \rightarrow \infty$, la norme de l'erreur d'estimation converge vers $\sqrt{\frac{\bar{v}}{1+\bar{v}} \frac{\xi}{\alpha} \varepsilon^2 (x_{max}^2 + u_{max}^2)}$. Par conséquent, la fonction de Lyapunov globale $V(e_w(t))$ est bornée. ■

b. Conditions de convergence : 2^{ème} alternative

Contrairement à la première alternative, l'idée de la deuxième alternative consiste à traiter séparément les deux composantes de l'erreur d'estimation $e_x(t)$ et $e_u(t)$. Les conditions qui en découlent sont données par le théorème 2.2.

En temps continu

Théorème 2.2. *Considérons le SLC (2.2) avec l'observateur (2.3) et supposons que pour $T_0 > 0$ nous avons $\sup_{t>T_0} \|x(t)\| \leq x_{max}$ et $\sup_{t>T_0} \|u(t)\| \leq u_{max}$. Supposons également qu'il existe des matrices $P_{\hat{q}}^T = P_{\hat{q}} > 0$, $H_{\hat{q}}$ et des scalaires $\alpha > 0$, $\xi > 0$ et $v_{\hat{q},q} \geq 0$ et $\mu_{\hat{q}^+, \hat{q}} \leq 1$ telles que les conditions les LMI (2.32), (2.33), (2.34) et (2.35) sont satisfaites :*

$$1. \quad \alpha I \leq P_{\hat{q}} \leq \xi I \quad \hat{q} \in Q \quad (2.32)$$

$$2. \quad \Gamma_{\hat{q},q} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} + I + v_{\hat{q},q} I & P_{\hat{q}} \Delta \bar{A}_{\hat{q},q} \\ (*) & -\varepsilon^2 v_{\hat{q},q} I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (\hat{q}, q) \in I_g \quad (2.33)$$

$$3. \quad \Xi_{\hat{q},q} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} + I + v_{\hat{q},q} I & P_{\hat{q}} \Delta \bar{B}_{q,\hat{q}} \\ (*) & -\varepsilon^2 v_{\hat{q},q} I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (\hat{q}, q) \in I_g \quad (2.34)$$

$$4. \quad P_{\hat{q}^+} - \mu_{\hat{q}^+, \hat{q}} P_{\hat{q}} \leq 0 \quad (\hat{q}, \hat{q}^+) \in I_g \quad (2.35)$$

Alors, l'erreur d'estimation e_w est bornée par

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \|e_w(t)\| \leq \sqrt{\frac{\bar{v}}{1+\bar{v}}} \sqrt{\frac{\bar{\xi}}{\alpha}} \varepsilon (x_{max} + u_{max}) \quad (2.36)$$

où ε est un scalaire positif, \bar{v} est le sup de $v_{\hat{q},q}$, \hat{q}^+ est le mode successeur de \hat{q} , $(\hat{q}, \hat{q}^+) \in I_g$.

Preuve :

Dans cette démonstration, nous traitons séparément chaque terme de e_w . Toutefois, puisque la preuve suit le même raisonnement pour les deux composantes e_x et e_u , nous nous limitons dans ce cas à la partie concernant la composante e_u (LMI (2.34)).

Ainsi, on considère la fonction candidate de Lyapunov multiple suivante :

$$V_{\hat{q}}(e_u) = e_u^T P_{\hat{q}} e_u, \quad \hat{q} \in I_N \quad (2.37)$$

où : $P_{\hat{q}} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ sont des matrices symétriques définies positives. La dérivée de l'équation (2.37) lorsque l'observateur évolue dans le mode \hat{q} et le SLC dans le mode q est donnée par :

$$\dot{V}_{\hat{q}}(e_u) = e_u^T \left(\bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} \right) e_u + e_u^T P_{\hat{q}} \Delta B_{q,\hat{q}} u + u^T \Delta B_{q,\hat{q}}^T P_{\hat{q}} e_u \quad (2.38)$$

Pour assurer la convergence de $e_u(t)$, nous devons prouver :

$$\dot{V}_{\hat{q}}(e_u) < 0 \quad (2.39)$$

L'équation (2.39) peut être écrite sous la forme d'inégalité matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} e_u^T & u^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} & P_{\hat{q}} \Delta B_{q,\hat{q}} \\ (*) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_u^T \\ u^T \end{bmatrix} < 0 \quad (2.40)$$

Notons que cette inégalité (2.40) ne peut pas être définie négative à cause de la présence d'un terme nul sur la diagonale de l'inégalité. Ainsi, en appliquant la S-procédure pour les contraintes données par (2.27), l'inégalité matricielle (2.34) peut être vérifiée facilement (Boyd *et al.*, 1994).

$$\|e_u\|^2 \geq 0 \text{ et } \|e_u\|^2 \geq \varepsilon^2 \|u\|^2 \quad (2.41)$$

Enfin, Afin de rendre les inégalités matricielles (2.34) linéaires nous introduisons une nouvelle variable $H_{\hat{q}} \in \mathfrak{R}^{n \times p}$ telle que $H_{\hat{q}} = P_{\hat{q}} K_{\hat{q}}$.

Par ailleurs, en se référant à la démonstration faite dans le théorème 1, on obtient :

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \|e_u(t)\| \leq \sqrt{\frac{\bar{v}}{1+\bar{v}}} \sqrt{\frac{\xi}{\alpha}} \varepsilon u_{max} \text{ et } \limsup_{t \rightarrow \infty} \|e_u(t)\| \leq \sqrt{\frac{\bar{v}}{1+\bar{v}}} \sqrt{\frac{\xi}{\alpha}} \varepsilon u_{max} \quad (2.42)$$

Finalement, l'équation (2.36) est obtenue en utilisant la propriété que $\|e_x + e_u\| \leq \|e_x\| + \|e_u\|$.

■

Remarque 2.1 : Afin d'éviter que les gains $K_{\hat{q}}$ de l'observateur ne soient trop grands, nous introduisons également la condition suivante (Pettersson, 2005) :

$$\begin{bmatrix} \lambda_{\hat{q}}^2 & (*) \\ H_{\hat{q}} & I_{n \times n} \end{bmatrix} \geq 0, \hat{q} \in I_N \quad (2.43)$$

où $\lambda_{\hat{q}}$ est un paramètre de conception.

c. Comparaison des deux alternatives : exemple numérique

Dans cette section, nous exposons un exemple numérique illustrant une étude comparative concernant le conservatisme des théorèmes 2.1 et 2.2. Pour ce faire, nous considérons un exemple de système à commutations à deux modes défini comme suit :

$$\text{Mode 1 : } A_1 = \begin{bmatrix} 1.5 & 2 \\ -2 & a \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}, C_1 = [1.01 \quad -2.02], B_{d_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B_{f_1} = \begin{bmatrix} 14.51 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ D_{d_1} = [1 \quad 0], D_{f_1} = 35.6.$$

$$\text{Mode 2 : } A_2 = \begin{bmatrix} -b & 10 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_2 = [-1 \quad 0], B_{d_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_{f_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, D_{d_2} = [1 \quad 0], \\ D_{f_2} = 0.$$

où $G_{q,q^+} = a_{q,q^+} x_1 + b_{q,q^+} x_2$, q et $q^+ \in \{1, 2\}$ sont les droites de commutations (conditions de garde) avec $a_{1,2} = 0.25$, $b_{1,2} = 1$, $a_{2,1} = 1$ et $b_{2,1} = 1$. a et b sont deux variables qui peuvent prendre leurs valeurs dans \mathfrak{R} . L'idée consiste à tracer le domaine de faisabilité des deux théorèmes. On désigne par domaine de faisabilité l'ensemble des solutions des conditions LMI des deux théorèmes tracées dans l'espace de variation des variables a et b . La figure 2.3 montre les zones de faisabilité des deux théorèmes pour $a \in [-10, 10]$ et $b \in [-10, 4]$ avec un pas d'incrément de 0.5 pour les deux paramètres. Le choix des domaines de variation de a et b ainsi que leur position dans

les matrices d'état du SLC est arbitraire. En tout, 1193 solutions sont obtenues pour les deux théorèmes (figure 2.3).

Le théorème 2.2 donne 919 solutions faisables, près de 77.03% des solutions obtenues. En contre partie, le théorème 2.1 donne 214 solutions faisables, près de 22.96% des solutions obtenues. Nous pouvons alors déduire, par rapport à cet exemple, que le théorème 2.2 est moins conservatif que le théorème 2.1.

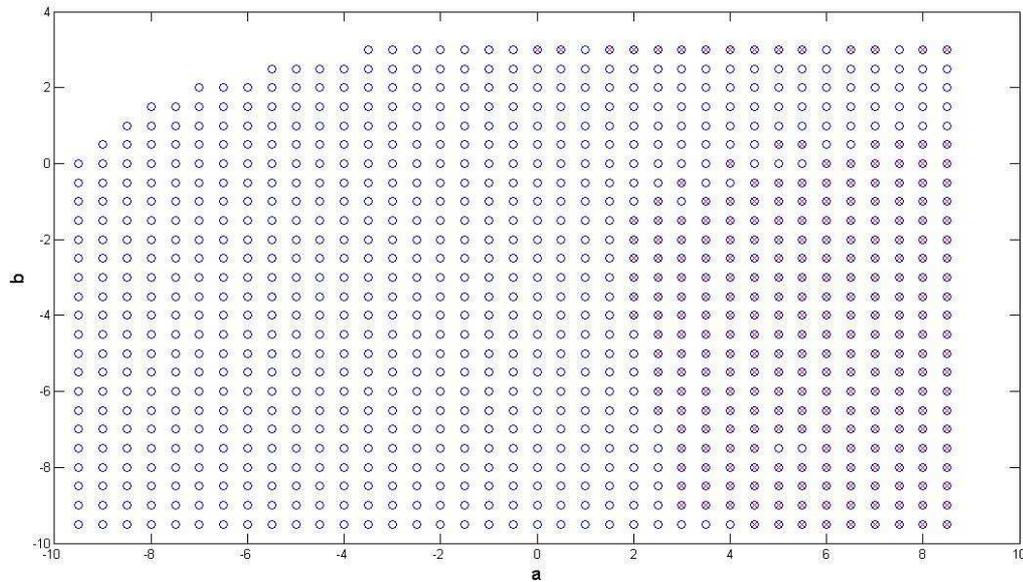


Fig 2.3. Domain de faisabilité ("x" : théorème 2.1, "o" : théorème 2.2)

Notons à ce stade de l'étude que les conditions de convergence en termes de LMI proposées pour les SLC en temps continu ne sont pas valables pour les SLC en temps discret. D'autres conditions de convergence devraient être développées. A la lumière des résultats de comparaison présentés dans cette section, nous proposons dans la prochaine section la transposition en temps discret du théorème 2.2.

II.4.1.2. Transposition en temps discret des conditions de convergence

Nous étudions dans cette section la convergence et la bornitude de l'erreur d'estimation e_w pour un SLC en temps discret (Belkhiat *et al.*, 2011a). Avant de présenter le résultat principal de cette section, nous présentons tout d'abord quelques outils nécessaires pour appréhender la suite.

Lemme 2.1. (Lemme de Finsler) (Boyd *et al.*, 1994)

Etant donné un vecteur $x \in \mathfrak{R}^n$ ainsi que les matrices $Q = Q^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $R \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ et $S \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ tels que $\text{rang}(R) < n$ et $\text{rang}(S) < n$; les expressions suivantes sont équivalentes:

$$- \quad x^T Q x < 0 \quad \forall x \in \{x \in \mathfrak{R}^n \mid x \neq 0, Rx = 0, Sx = 0\} \quad (2.44)$$

$$- R_{\perp}^T Q R_{\perp} < 0 \text{ et } S_{\perp}^T Q S_{\perp} < 0 \quad (2.45)$$

$$- \exists \sigma \in \mathfrak{R} \text{ tel que } Q - \sigma R^T R \text{ et } Q - \sigma S^T S < 0 \quad (2.46)$$

$$- \exists X \in \mathfrak{R}^{n \times m} \text{ tel que } Q + S^T X R + R^T X^T S < 0. \quad (2.47)$$

où : R_{\perp} est le complément orthogonal de R .

Les conditions assurant la convergence et la bornitude de l'erreur d'estimation e_w sont données par le théorème 2.3.

En temps discret

Théorème 2.3. *Considérons le cas discret du SLC (2.2) avec le cas discret de l'observateur (2.3) et supposons que pour $T_0 > 0$ nous avons $\max_{k>T_0} \|x(k)\| \leq x_{\max}$ et $\max_{k>T_0} \|u(k)\| \leq u_{\max}$.*

Supposons également qu'il existe des matrices $P_{\hat{q}}^T = P_{\hat{q}} > 0$, $H_{\hat{q}}$ et des scalaires $\sigma_{\hat{q}}$, $\bar{\sigma}_{\hat{q}}$, $\varepsilon > 0$, $\alpha > 0$, $\xi > 0$ et $v_{\hat{q},q} \geq 0$ et $\mu_{\hat{q}^+, \hat{q}} \leq 1$ telles que les LMI (2.48), (2.49), (2.50) et (2.51) sont satisfaites :

$$1. \alpha I \leq P_{\hat{q}} \leq \xi I \quad \hat{q} \in Q \quad (2.48)$$

$$2. \begin{bmatrix} \eta - \frac{\sigma_{\hat{q}}}{4} C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & \theta + \frac{\sigma_{\hat{q}}}{4} (C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T C_q) \\ (*) & \Xi + \frac{\sigma_{\hat{q}}}{4} (C_q^T C_{\hat{q}} + C_{\hat{q}}^T C_q - C_q^T C_q - C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}}) \end{bmatrix} \leq 0 \quad (\hat{q}, q) \in I_g \quad (2.49)$$

$$3. \begin{bmatrix} \eta - \frac{\bar{\sigma}_{\hat{q}}}{4} C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & \Gamma + \frac{\bar{\sigma}_{\hat{q}}}{4} (C_{\hat{q}}^T D_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T D_q) \\ (*) & \Pi + \frac{\bar{\sigma}_{\hat{q}}}{4} (D_q^T D_{\hat{q}} + D_{\hat{q}}^T D_q - D_q^T D_q - D_{\hat{q}}^T D_{\hat{q}}) \end{bmatrix} \leq 0 \quad (\hat{q}, q) \in I_g \quad (2.50)$$

$$4. P_{\hat{q}^+} - \mu_{\hat{q}^+, \hat{q}} P_{\hat{q}} < 0 \quad (\hat{q}, \hat{q}^+) \in I_g \quad (2.51)$$

avec :

$$\begin{aligned} \eta &= A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} A_{\hat{q}} - A_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T A_{\hat{q}} - P_{\hat{q}} + v_{\hat{q},q} I, \\ \Xi &= A_q^T P_{\hat{q}} A_q - A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} A_q - A_q^T P_{\hat{q}} A_{\hat{q}} + A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} A_{\hat{q}} - A_q^T H_{\hat{q}} C_q + A_q^T H_{\hat{q}} C_{\hat{q}} + A_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} C_q \\ &\quad - A_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} C_{\hat{q}} - C_q^T H_{\hat{q}}^T A_q + C_q^T H_{\hat{q}}^T A_{\hat{q}} + C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T A_q - C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T A_{\hat{q}} - \varepsilon^2 v_{\hat{q},q} I, \\ \theta &= A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} A_q - A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} A_{\hat{q}} - A_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} C_q + A_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T A_q + C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T A_{\hat{q}}, \\ \Gamma &= A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} B_q - A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} B_{\hat{q}} - A_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} D_q + A_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} D_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T B_q + C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T B_{\hat{q}}, \\ \Pi &= B_q^T P_{\hat{q}} B_q - B_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} B_q - B_q^T P_{\hat{q}} B_{\hat{q}} + B_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} B_{\hat{q}} - B_q^T H_{\hat{q}} D_q + B_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} D_{\hat{q}} + B_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} D_q \\ &\quad - B_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} D_{\hat{q}} - D_q^T H_{\hat{q}}^T B_q + D_q^T H_{\hat{q}}^T B_{\hat{q}} + D_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T B_q - D_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T B_{\hat{q}} - \varepsilon^2 v_{\hat{q},q} I \end{aligned}$$

Alors, l'erreur d'estimation e_w est bornée par

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \max \|e_w(k)\| \leq \sqrt{\frac{\xi}{\alpha}} \varepsilon (x_{\max} + u_{\max}) \quad (2.52)$$

où ε est un scalaire positif, tel que \hat{q}^+ est le mode successeur de \hat{q} , $\forall (\hat{q}, \hat{q}^+) \in I_g$

Preuve :

Chaque terme e_x et e_u est traité séparément. Toutefois, puisque la preuve suit la même méthodologie pour les deux terme, nous nous limitons à la partie concernant le terme e_x .

En introduisant la fonction de Lyapunov multiple.

$$V_{\hat{q}}(e_x(k)) = e_x^T(k) P_{\hat{q}} e_x(k) \quad \hat{q} \in I_N \quad (2.53)$$

où $P_{\hat{q}} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ sont des matrices symétriques définies positives. Alors, $\Delta V_{\hat{q}}(e_x(k)) = V_{\hat{q}}(e_x(k+1)) - V_{\hat{q}}(e_x(k))$ est donnée par:

$$\begin{aligned} \Delta V_{\hat{q}}(e_x(k)) &= e_x^T(k) \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} e_x(k) + e_x^T(k) \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \Delta \bar{A}_{q, \hat{q}} x(k) + x^T(k) \Delta \bar{A}_{q, \hat{q}}^T P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} e_x(k) \\ &\quad + x^T(k) \Delta \bar{A}_{q, \hat{q}}^T P_{\hat{q}} \Delta \bar{A}_{q, \hat{q}} x(k) - e_x^T(k) P_{\hat{q}} e_x(k) \end{aligned} \quad (2.54)$$

L'équation (2.54) peut être écrite sous la forme d'inégalité matricielle garantissant la stabilité au sens de Lyapunov:

$$\begin{bmatrix} e_x \\ x \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} - P_{\hat{q}} & \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \Delta \bar{A}_{q, \hat{q}} \\ (*) & \Delta \bar{A}_{q, \hat{q}}^T P_{\hat{q}} \Delta \bar{A}_{q, \hat{q}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ x \end{bmatrix} < 0 \quad (2.55)$$

Notons que l'inégalité (2.55) n'est pas encore sous forme LMI et elle ne peut être définie négative si $\Delta A_{\hat{q}, q} \neq 0$. Ainsi, en exploitant la S-procédure pour la contrainte quadratique $\|e_x\|^2 \geq \varepsilon^2 \|x\|^2$, l'inégalité matricielle (2.56) peut être vérifiée facilement :

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} - P_{\hat{q}} + v_{\hat{q}, q} I & \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \Delta \bar{A}_{q, \hat{q}} \\ (*) & \Delta \bar{A}_{q, \hat{q}}^T P_{\hat{q}} \Delta \bar{A}_{q, \hat{q}} - \varepsilon^2 v_{\hat{q}, q} I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (2.56)$$

avec $v_{\hat{q}, q} \geq 0$.

Notons ici que les conditions (2.56) et (2.55) ne sont pas équivalentes, mais la vérification de la condition (2.56) implique la vérification de la condition (2.55).

L'inégalité (2.56) est ensuite développée comme suit :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \eta & \theta \\ (*) & \Xi \end{bmatrix}}_Q + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{2} C_{\hat{q}}^T \\ \frac{1}{2} (C_q^T - C_{\hat{q}}^T) \end{bmatrix}}_{R^T} M_{\hat{q}} \underbrace{\begin{bmatrix} C_{\hat{q}} & C_q - C_{\hat{q}} \end{bmatrix}}_S + \underbrace{\begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T \\ C_q^T - C_{\hat{q}}^T \end{bmatrix}}_{S^T} M_{\hat{q}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{2} C_{\hat{q}} & \frac{1}{2} (C_q - C_{\hat{q}}) \end{bmatrix}}_R \leq 0 \quad (2.57)$$

avec $M_{\hat{q}} = K_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} K_{\hat{q}}$.

En utilisant l'équivalence entre les équations (2.47) et (2.46) du lemme 2.1 (Lemme de Finsler), l'inégalité matricielle (2.57) est équivalente aux inégalités matricielles :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \eta & \theta \\ (*) & \Xi \end{bmatrix}}_Q - \sigma_{\hat{q}} \underbrace{\begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & C_{\hat{q}}^T C_q - C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} \\ C_q^T C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & C_q^T C_q + C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} - C_q^T C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T C_q \end{bmatrix}}_{S^T S} \leq 0 \quad (2.58)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \eta & \theta \\ (*) & \Xi \end{bmatrix}}_Q - \frac{1}{4} \sigma_{\hat{q}} \underbrace{\begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & C_{\hat{q}}^T C_q - C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} \\ C_q^T C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & C_q^T C_q + C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} - C_q^T C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T C_q \end{bmatrix}}_{R^T R} \leq 0 \quad (2.59)$$

Nous pouvons remarquer que :

$$\begin{aligned} \underbrace{\begin{bmatrix} \eta & \theta \\ (*) & \Xi \end{bmatrix}}_Q &\leq \frac{1}{4} \sigma_{\hat{q}} \begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & C_{\hat{q}}^T C_q - C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} \\ C_q^T C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & C_q^T C_q + C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} - C_q^T C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T C_q \end{bmatrix} \\ &\leq \sigma_{\hat{q}} \begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & C_{\hat{q}}^T C_q - C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} \\ C_q^T C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & C_q^T C_q + C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} - C_q^T C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T C_q \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Ceci nous permet de garder seulement l'inégalité (2.59), qui vérifie implicitement l'inégalité (2.58).

En ce qui concerne la condition (2.51), le lecteur peut se référer à la preuve du théorème 2.1. La preuve de la bornitude de e_x par une constante est donnée dans l'annexe A. ■

Tout au long de cette première partie, nous avons décliné les conditions suffisantes pour la synthèse d'un observateur hybride. Toutefois, l'observateur synthétisé n'est pas robuste par rapport aux entrées inconnues, ni sensible à l'apparition de défauts. Deux qualités primordiales pour un générateur de résidus. Dans la prochaine section, nous présentons la deuxième phase de synthèse traitant ces problèmes.

II.4.2. Amélioration de la Robustesse et de la sensibilité de l'observateur hybride

Un processus physique est souvent soumis à des perturbations qui ont comme origine des bruits dus à l'environnement du processus, des incertitudes de mesures ...etc. Ces perturbations ont des effets indésirables sur la tâche de détection de défauts et peuvent causer soit des fausses alarmes ou des non détections. Dès lors, la prise en compte de ces phénomènes s'avère indispensable dans la tâche de détection de défaut. Il existe plusieurs approches pour traiter ces aspects de robustesse qui sont classées en deux classes : active et passive. L'approche de robustesse active traite les entrées inconnues dans la phase de la génération de résidus. L'approche de robustesse passive est mise en application lors de l'évaluation du résidu, par exemple en utilisant des

seuils variables dans le temps également connus sous la dénomination de seuils adaptatifs (Fragkoulis, 2008).

Outre la robustesse vis-à-vis des entrées inconnues, la deuxième performance à laquelle on s'intéresse est la sensibilité du générateur des résidus à l'apparition des défauts. L'amélioration de cette performance permet de s'affranchir en partie des problèmes de décision lors de la phase d'évaluation des résidus.

Plusieurs travaux ont abordé le problème de la sensibilité et de la robustesse des générateurs de résidu pour le cas des systèmes LTI (Qin *et al.*, 1998), (Harkat, 2003). Cependant, ce problème reste peu traité pour le cas des SLC. En outre, peu de travaux de la littérature ont traité le problème de robustesse des observateurs hybrides pour la détection de défauts. Nous pouvons quand même citer, une stratégie robuste de détection de défaut pour une classe de SDH discrets et incertains présentée dans (Wang *et al.*, 2006). Cette approche est basée sur l'utilisation d'un filtre de Kalman qui génère des résidus qui sont à la fois robustes aux perturbations externes et sensibles aux défauts. Ce travail a été, ensuite, étendu dans (Wang *et al.*, 2007) à une classe SDH non-linéaire discrets et incertains et cela, en exploitant les résultats de (Li *et al.*, 2005b) et de (Balluchi *et al.*, 2002). Dans le même sillage, d'autres approches pour des classes particulières de systèmes linéaires à commutations ont été proposées récemment dans (Bejarano et Pisano, 2011). Néanmoins, ces travaux ne traitent pas le problème d'optimisation de la robustesse des résidus, vis-à-vis des entrées inconnues, par rapport à leur sensibilité aux défauts. Ce problème d'optimisation a été traité abondamment pour les systèmes continus mais pas dans le cadre des systèmes dynamiques hybrides.

Dans la suite, nous traitons en trois parties le problème de la robustesse et de la sensibilité de l'observateur hybride. Nous améliorons séparément, dans les deux premières parties, la robustesse et la sensibilité de l'observateur. Ensuite, nous combinons, dans la troisième partie, les résultats obtenus dans ces deux premières parties avec ceux présentés dans la section précédente dans le but de synthétiser un observateur hybride à la fois robuste par rapport aux entrées inconnues et sensible aux défauts.

Pour la classe de SLC considérée dans ce travail, nous proposons, en premier lieu, une approche de robustesse active dans le but de prendre en considération des effets indésirables dus aux entrées inconnues. L'idée est de résoudre le problème de robustesse de générateur de résidu (observateur hybride) à l'aide des outils de la commande robuste. Pour ce faire, nous traitons de façon spécifique la composante $r_d(t)$. Notre idée est inspirée des techniques développées pour la commande robuste, à savoir la synthèse H_∞ . Le choix d'exploiter cette technique est motivé par sa capacité d'atténuer considérablement les effets indésirables des erreurs de modélisation et les

perturbations externes. Le principe appliqué consiste à minimiser le transfert des entrées inconnues $d(t)$ sur le résidu $r_d(t)$ selon l'inégalité suivante :

$$\|r_d\|_2^2 - \gamma_{\hat{q}}^2 \|d\|_2^2 < 0 \quad (2.60)$$

où $\gamma_{\hat{q}}$ est un scalaire positif. Il est à noter que le choix de la valeur de la matrice de pondération V est un point décisif dans l'amélioration de la robustesse du résidu. La robustesse du résidu dépend du choix des gains de l'observateur et de la matrice de pondération. Notre résultat obtenu dans le cas des SLC en temps continu est donné par le lemme 2.2.

En temps continu

Lemme 2.2. *Considérons le SLC (2.2) avec l'observateur (2.3). Le système (2.17) en temps continu est asymptotiquement stable et satisfait la condition (2.60) s'il existe des matrices $P_{\hat{q}} > 0$, $H_{\hat{q}}$ et V tels que la LMI suivante est vérifiée :*

$$\begin{bmatrix} A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} A_{\hat{q}} - H_{\hat{q}} C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T & P_{\hat{q}} B_{d_q} - H_{\hat{q}} D_{d_q} & C_{\hat{q}}^T V^T \\ * & -\gamma_{\hat{q}}^2 I & D_{d_q}^T V^T \\ * & * & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (2.61)$$

Avec : $H_{\hat{q}} = P_{\hat{q}} K_{\hat{q}}$.

Preuve :

En partant du système (2.17),

$$\begin{cases} \dot{e}_d(t) = \bar{A}_{\hat{q}} e_d(t) + \bar{B}_{d_q} d(t) \\ r_d(t) = V (C_{\hat{q}} e_d(t) + D_{d_q} d(t)) \end{cases}$$

la condition (2.60) peut être reformulée de la façon suivante :

$$\int_0^t r_d^T(t) r_d(t) d\tau \leq \gamma_{\hat{q}}^2 \int_0^t (d^T(t) d(t)) d\tau$$

Nous définissons le critère J_1 comme suit :

$$J_1 = \int_0^t (r_d^T r_d) d\tau - \gamma_{\hat{q}}^2 \int_0^t (d^T d) d\tau = \int_0^t (r_d^T r_d - \gamma_{\hat{q}}^2 d^T d) d\tau$$

Notre objectif est alors de déterminer les conditions assurant que $J_1 \leq 0$.

En introduisant une fonction multiple de Lyapunov $V(e_d) = e_d^T P_{\hat{q}} e_d \geq 0$, $P_{\hat{q}} > 0$, nous obtenons :

$$J_1 = \int_0^t \left(r_d^T r_d - \gamma_{\hat{q}}^2 d^T d + \frac{dV_{\hat{q}}(e_d)}{d\tau} \right) d\tau - V_{\hat{q}}(e_d)$$

$$J_1 = \int_0^t \left[e_d^T \quad d^T \right] \underbrace{\left[\begin{array}{c} C_{\hat{q}}^T V^T \\ D_{d_q}^T V^T \end{array} \right] \left[VC_{\hat{q}} \quad VD_{d_q} \right] + E_d}_{R_d} \begin{bmatrix} e_d \\ d \end{bmatrix} d\tau - V_{\hat{q}}(e_d)$$

$$\text{où } E_d = \begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} & P_{\hat{q}} \bar{B}_{d_q} \\ * & -\gamma_{\hat{q}}^2 I \end{bmatrix}, \text{ D'où, si } R_d \leq 0, \text{ on peut vérifier que } J_1 \leq 0.$$

En utilisant le complément de Schur, la matrice R_d devient :

$$R_d = \begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} & P_{\hat{q}} \bar{B}_{d_q} & C_{\hat{q}}^T V^T \\ * & -\gamma_{\hat{q}}^2 I & D_{d_q}^T V^T \\ * & * & -I \end{bmatrix} \leq 0$$

Finalement, $\bar{A}_{\hat{q}} = A_{\hat{q}} - K_{\hat{q}} C_{\hat{q}}$ et $\bar{B}_{d_q} = B_{d_q} - K_{\hat{q}} D_{d_q}$, avec le changement de variable $H_{\hat{q}} = P_{\hat{q}} K_{\hat{q}}$, la dernière inégalité peut être écrite sous la forme donnée par (2.61). ■

La même technique peut être utilisée pour traiter le problème de la robustesse des résidus en temps discret. Le résultat proposé en temps discret est donné alors par le lemme 2.3.

En temps discret

Lemme 2.3. *Considérons le cas discret du SLC (2.2) avec le cas discret de l'observateur (2.3). Le système (2.17) en temps discret est asymptotiquement stable et satisfait la condition (2.60) s'il existe des matrices $P_{\hat{q}} > 0$, $H_{\hat{q}}$ et V et le scalaire $\varsigma_{\hat{q}}$ tels que la LMI suivante est vérifiée :*

$$\begin{bmatrix} \rho - \frac{\varsigma_{\hat{q}}}{4} C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & \theta_d - \frac{\varsigma_{\hat{q}}}{4} C_{\hat{q}}^T D_{d_q} & C_{\hat{q}}^T V^T \\ (*) & \Lambda_d - \frac{\varsigma_{\hat{q}}}{4} D_{d_q}^T D_{d_q} & D_{d_q}^T V \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (2.62)$$

avec : $\rho = A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} A_{\hat{q}} - A_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T A_{\hat{q}} - P_{\hat{q}}$, $\theta_d = A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} B_{d_q} - A_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} D_{d_q} - C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T B_{d_q}$, $\Lambda_d = B_{d_q}^T P_{\hat{q}} B_{d_q} - B_{d_q}^T H_{\hat{q}} D_{d_q} - D_{d_q}^T H_{\hat{q}}^T B_{d_q} - \gamma_{\hat{q}}^2 I$, $H_{\hat{q}} = P_{\hat{q}} K_{\hat{q}}$.

La preuve de ce lemme est donnée dans l'annexe A.

Dans la deuxième partie de cette section, nous traitons l'amélioration de la sensibilité de l'observateur hybride. Pour ce faire, la composante $r_f(t)$ sera traitée séparément. Notre idée concernant l'amélioration de la sensibilité des résidus consiste à maximiser le transfert du vecteur de défauts $f(t)$ sur le résidu $r_f(t)$ selon l'inégalité suivante :

$$\|r_f\|_2^2 - \beta_{\hat{q}}^2 \|f\|_2^2 > 0 \quad (2.63)$$

où $\beta_{\hat{q}}$ est un scalaire positif. La matrice de pondération V intervient également dans l'amélioration de la sensibilité du résidu. Le résultat obtenu dans le cas des SLC en temps continu est donné par le lemme 2.4.

En temps continu

Lemme 2.4. *Considérons le SLC (2.2) avec l'observateur (2.3). Le système (2.18) en temps continu est asymptotiquement stable et satisfait la condition (2.63) s'il existe des matrices $P_{\hat{q}} > 0$, $H_{\hat{q}}$ et V tels que la LMI suivante est vérifiée :*

$$\begin{bmatrix} \text{Ter1} + 2\varphi_1(V, V_c^n) & H_{\hat{q}}D_{f_q} - P_{\hat{q}}B_{f_q} & C_{\hat{q}}^T V^T \\ * & \beta_{\hat{q}}^2 I + 2\varphi_2(V, V_f^n) & D_{f_q}^T V^T \\ * & * & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (2.64)$$

avec : $V_c^n = V^{n-1}C_{\hat{q}}$, $V_f^n = V^{n-1}F_{f_q}$, $n = 1, 2, \dots$, $\text{Ter1} = A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} A_{\hat{q}} - H_{\hat{q}} C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T$,

$\varphi_1(V, V_c^n) = (V_c^n)^T V_c^n - (V_c^n)^T V C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T V^T V_c^n$,

$\varphi_2(V, V_f^n) = (V_f^n)^T V_f^n - (V_f^n)^T V D_{f_q} - D_{f_q}^T V^T V_f^n$, $H_{\hat{q}} = P_{\hat{q}} K_{\hat{q}}$ et F_{f_q} est une matrice de pondération.

Preuve :

De la même manière que précédemment, la condition (2.63) est reformulée de la façon suivante :

$$\int_0^t r_f^T r_f d\tau \geq \beta_{\hat{q}}^2 \int_0^t f^T f d\tau \quad (2.65)$$

Nous définissons le critère J_2 comme suit :

$$J_2 = \int_0^t (r_f^T r_f) d\tau - \beta_{\hat{q}}^2 \int_0^t (f^T f) d\tau = \int_0^t (r_f^T r_f - \beta_{\hat{q}}^2 f^T f) d\tau$$

Notre objectif est alors d'assurer que $J_2 \geq 0$.

En introduisant une fonction multiple de Lyapunov candidate $V_{\hat{q}}(e_f) = e_f^T P_{\hat{q}} e_f \geq 0$, $P_{\hat{q}} > 0$, nous obtenons :

$$J_2 = \int_0^t \left(r_f^T r_f - \beta_{\hat{q}}^2 f^T f - \frac{dV_{\hat{q}}(e_f)}{d\tau} \right) d\tau + V_{\hat{q}}(e_f)$$

$$J_2 = \int_0^t \begin{bmatrix} e_f^T & f^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T V^T \\ D_{f_q}^T V^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VC_{\hat{q}} & VD_{f_q} \end{bmatrix} - E_f \begin{bmatrix} e_f \\ f \end{bmatrix} d\tau + V_{\hat{q}}(e_f)$$

$$\text{avec } E_f = \begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} & P_{\hat{q}} \bar{B}_{f_q} \\ * & \beta_{\hat{q}}^2 I \end{bmatrix}$$

$$\text{Ainsi, si } \begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T V^T VC_{\hat{q}} - \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} - P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} & C_{\hat{q}}^T V^T VD_{f_q} - P_{\hat{q}} \bar{B}_{f_q} \\ * & D_{f_q}^T V^T VD_{f_q} - \beta_{\hat{q}}^2 I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (2.66)$$

On peut donc obtenir $J_2 \geq 0$.

En remplaçant $\bar{A}_{\hat{q}}$ et \bar{B}_{f_q} par leur expression, l'inégalité (2.66) peut être décrite de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} \\ * & \Xi_{22} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (2.67)$$

avec : $Ter1 = A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} A_{\hat{q}} - H_{\hat{q}} C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T$, $Ter2 = H_{\hat{q}} D_{f_q} - P_{\hat{q}} B_{f_q}$, $\Xi_{11} = Ter1 - C_{\hat{q}}^T V^T VC_{\hat{q}}$, $\Xi_{12} = C_{\hat{q}}^T V^T VD_{f_q} + Ter2$, $\Xi_{22} = \beta_{\hat{q}}^2 I - D_{f_q}^T V^T VD_{f_q} + 2D_{f_q}^T V^T VD_{f_q} - 2D_{f_q}^T V^T VD_{f_q}$, $H_{\hat{q}} = P_{\hat{q}} K_{\hat{q}}$.

L'inégalité (2.67) est conservative, vu la présence du terme non-linéaire $V^T V$, et ne peut être résolue à l'aide des outils mathématiques classiques. C'est pour ces raisons que l'on propose le développement de l'inégalité (2.67) à l'aide du complément de Schur.

$$\text{Donc, } \left(\begin{bmatrix} Ter1 - 2C_{\hat{q}}^T V^T VC_{\hat{q}} & Ter2 \\ * & \beta_{\hat{q}}^2 I - 2D_{f_q}^T V^T VD_{f_q} \end{bmatrix} + \Lambda_f \right) \leq 0 \quad (2.68)$$

$$\text{avec : } \Lambda_f = \begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T V^T VC_{\hat{q}} & C_{\hat{q}}^T V^T VD_{f_q} \\ * & D_{f_q}^T V^T VD_{f_q} \end{bmatrix}.$$

En utilisant encore une fois le complément de Schur (Belkhiat *et al.*, 2010), l'inégalité (2.68) peut être formulée sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} Ter1 - 2C_{\hat{q}}^T V^T VC_{\hat{q}} & H_{\hat{q}} D_{f_q} - P_{\hat{q}} B_{f_q} & C_{\hat{q}}^T V^T \\ * & \beta_{\hat{q}}^2 I - 2D_{f_q}^T V^T VD_{f_q} & D_{f_q}^T V^T \\ * & * & -I \end{bmatrix} \leq 0$$

En remplaçant $-C_{\hat{q}}^T V^T V C_{\hat{q}}$ et $\varphi_1(V, V_c^n) = -D_{f_q}^T V^T V D_{f_q}$ respectivement par :

$$\varphi_1(V, V_c^n) = (V_c^n)^T V_c^n - (V_c^n)^T V C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T V^T V_c^n$$

et $\varphi_2(V, V_f^n) = (V_f^n)^T V_f^n - (V_f^n)^T V D_{f_q} - D_{f_q}^T V^T V_f^n$, on peut obtenir la LMI (2.64). ■

De la même manière, nous pouvons appliquer la même technique pour traiter le problème de la sensibilité des résidus en temps discret. Le résultat proposé en temps discret est donné alors par le lemme 2.5.

En temps discret

Lemme 2.5. *Considérons le cas discret du SLC (2.2) avec le cas discret de l'observateur (2.3). Le système (2.18) en temps discret est asymptotiquement stable et satisfait la condition (2.63) s'il existe des matrices $P_{\hat{q}} > 0$, $H_{\hat{q}}$ et V et le scalaire $\kappa_{\hat{q}}$ tels que la LMI suivante est vérifiée :*

$$\begin{bmatrix} \rho - \frac{\kappa_{\hat{q}}}{4} C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} + 2\varphi_1(V, V_c^n) & -\theta_f + \frac{\kappa_{\hat{q}}}{4} C_{\hat{q}}^T D_{f_q} & C_{\hat{q}}^T V^T \\ (*) & \lambda_f - \frac{\kappa_{\hat{q}}}{4} D_{f_q}^T D_{f_q} + 2\varphi_2(V, V_f^n) & D_{f_q}^T V^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (2.69)$$

avec : $V_c^n = V^{n-1} C_{\hat{q}}$, $V_f^n = V^{n-1} F_{f_q}$, $n = 1, 2, \dots$, $\rho = A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} A_{\hat{q}} - A_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T A_{\hat{q}} - P_{\hat{q}}$,

$\theta_f = A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} B_{f_q} - A_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} D_{f_q} - C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T B_{f_q}$, $\lambda_f = B_{f_q}^T P_{\hat{q}} B_{f_q} - B_{f_q}^T H_{\hat{q}} D_{f_q} - D_{f_q}^T H_{\hat{q}}^T B_{f_q} + \beta_{\hat{q}}^2 I$,

$\varphi_1(V, V_c^n) = (V_c^n)^T V_c^n - (V_c^n)^T V C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T V^T V_c^n$,

$\varphi_2(V, V_f^n) = (V_f^n)^T V_f^n - (V_f^n)^T V D_{f_q} - D_{f_q}^T V^T V_f^n$ $H_{\hat{q}} = P_{\hat{q}} K_{\hat{q}}$ et F_{f_q} est une matrice de pondération.

La preuve de ce lemme est donnée dans l'annexe A.

Remarque 2.2 : L'application des deux lemmes 2.4 et 2.5 nécessite une procédure itérative pour l'optimisation du choix de la matrice V . Cette optimisation est en relation étroite avec le choix des valeurs initiales des matrices $V_c^n = V^{n-1} C_{\hat{q}}$ et $V_f^n = V^{n-1} F_{f_q}$, $n = 1, 2, \dots$

Dans la troisième partie de cette section, nous combinons les résultats obtenus ci-dessus dans le but de synthétiser un observateur hybride, à la fois robuste par rapport aux entrées inconnues et sensible aux défauts. Notre approche de synthèse est alors donnée par le théorème 2.4. Notons que ce théorème exploite les résultats donnés par le

théorème 2.2, le lemme 2.2 et le lemme 2.4 et peut être énoncé aussi en utilisant les résultats du théorème 2.1 ou ceux du cas discret.

Théorème 2.4. *Considérons le SLC (2.2) avec l'observateur (2.3).*

$\forall (\hat{q}, \hat{q}^+) \in I_g$ tel que \hat{q}^+ est le mode successeur de \hat{q} , le résidu (2.12) est borné et satisfait les conditions (2.60) et (2.63), s'il existe des matrices $P_{\hat{q}} > 0$, $H_{\hat{q}}$ et V et des scalaires $\alpha > 0$, $\xi > 0$, $v_{\hat{q}, \hat{q}} \geq 0$, $\mu_{\hat{q}^+, \hat{q}} \leq 1$ tels que les LMIs (2.32), (2.33), (2.34), (2.35), (2.61) et (2.64) soient vérifiées.

Preuve :

D'après les propriétés algébriques de la somme, chaque composante de la dynamique de résidus peut être traitée séparément.

1. Conformément au théorème 2.2 (les LMIs (2.32), (2.33), (2.34) et (2.35)) la première et la deuxième composante du résidu (implicitement, de l'erreur d'estimation) est bornée par un scalaire.
2. Conformément au lemme 2.2 (LMI (2.61)), la troisième composante du résidu converge asymptotiquement et satisfait la condition (2.60).
3. Conformément au lemme 2.4 (LMI (2.64)), la quatrième composante du résidu converge asymptotiquement et vérifie la condition (2.63).

Finalement, en combinant les trois points 1, 2 et 3, on peut facilement prouver le théorème 2.4. ■

A ce stade de l'étude, nous avons formulé les conditions de convergence de l'observateur pour la détection de défauts sous forme de LMI. Ce problème d'optimisation convexe sous forme de LMI peut alors être résolu par différents types de méthodes (Akhenak, 2004) :

- Méthode des plans sécants
- Méthode de l'ellipsoïde
- Méthode du type simplexe
- Méthode des points intérieurs

Dans le cadre de cette thèse, nous utilisons la LMI ToolBox de Matlab qui implémente la méthode des points intérieurs.

Dans la prochaine section, nous proposons une procédure itérative permettant de garantir un compromis entre la robustesse et la sensibilité de l'observateur hybride, d'une part, et d'améliorer la qualité de détection de défauts, d'autre part.

II.5. Optimisation de la Synthèse de l'observateur robuste pour la détection de défauts

Dans le but de garantir un bon compromis entre la robustesse vis-à-vis des entrées inconnues et la sensibilité aux défauts, nous proposons d'optimiser l'indice de performance suivant : $Indice_Perf = \inf \frac{\gamma_{\hat{q}}}{\beta_{\hat{q}}}$. Le choix de cet indice est, en effet, motivé par l'existence d'une relation inverse entre la robustesse et le paramètre $\gamma_{\hat{q}}$ et une relation directe entre la sensibilité et le paramètre $\beta_{\hat{q}}$. De façon plus claire, si l'on augmente le paramètre $\gamma_{\hat{q}}$, la robustesse vis-à-vis des entrées inconnues de l'observateur diminue. En contre partie, l'augmentation du paramètre $\beta_{\hat{q}}$ conduit à l'augmentation de la sensibilité aux défauts.

II.5.1. Procédure itérative

Notre procédure itérative pour l'optimisation du rapport robustesse/sensibilité est donnée par l'algorithme suivant :

Début.

Première phase : Initialisation

Initialiser $\gamma_{\hat{q}}$, $\beta_{\hat{q}}$, F_{f_q} et les compteurs ($i := 0$ et $n := 1$).

Deuxième phase : Synthèse de l'observateur robuste initial.

Pour $i := 0$ **faire**

(*Etape-S1*) : Résoudre simultanément le théorème 2.2 et le lemme 2.2

Si (théorème 2.2 **et** lemme 2.2 ne sont pas faisables) **alors**

Réinitialiser $\gamma_{\hat{q}}$ et $\beta_{\hat{q}}$.

Aller à : *Etape-S1*

Sinon

$$V^{n-1} := V, V_c^n := V^{n-1}C_{\hat{q}} \text{ et } V_f^n := V^{n-1}F_{f_q}.$$

Fin Si

Fin Pour.

Troisième phase : Optimisation de l'observateur

(*Etape-S2*) : Résoudre simultanément le théorème 2.2, le lemme 2.2 et lemme 2.4.

Si (théorème 2.2 **et** lemme 2.2 **et** lemme 2.4 sont faisables) **alors**

Incrémenter les compteurs $i := i + 1$ et $n := n + 1$.

$H_{\hat{q}}^s(i) := H_{\hat{q}}, P_{\hat{q}}^s(i) := P_{\hat{q}}$ et $V^s(i) := V$.

Décrémenter $\gamma_{\hat{q}}$ et incrémenter $\beta_{\hat{q}}$.

Aller à : *Etape-S2*.

Sinon.

Si ($i = 0$) alors

Réinitialiser $\gamma_{\hat{q}}, \beta_{\hat{q}}$ et F_{f_q} .

Aller à : *Etape-S1*.

Sinon

Récupérer $P_{\hat{q}}(i), H_{\hat{q}}(i)$ et $V(i)$.

Fin Si.

Fin Si

Fin

II.5.2. Discussion

Comme nous l'avons indiqué, l'algorithme proposé a pour but d'optimiser la synthèse de l'observateur en minimisant le rapport entre les deux paramètres $\gamma_{\hat{q}}$ et $\beta_{\hat{q}}$. Cet algorithme contient une boucle itérative pour l'optimisation de l'indice de performance proposé. Son implémentation n'est pas coûteuse en temps de calcul, vue la simplicité de ses instructions.

L'algorithme d'optimisation proposé consiste en trois phases d'exécution ; Initialisation, synthèse de l'observateur robuste initial et enfin l'optimisation de l'observateur.

◆ Première phase : Initialisation

Cette phase a pour objectif de choisir les valeurs initiales des paramètres $\gamma_{\hat{q}}, \beta_{\hat{q}}$ et F_{f_q} . Ces derniers jouent un rôle primordial dans l'optimisation de l'indice de performance. Ils peuvent être choisis soit aléatoirement ou bien en exploitant les informations physiques que l'on a sur le système à diagnostiquer (les bornes des normes des perturbations externes).

◆ Deuxième phase : Synthèse de l'observateur robuste initial

Après l'initialisation de l'algorithme, la deuxième phase a pour objectif d'initialiser la matrice V^{n-1} . Pour ce faire, on procède à la résolution simultanée des conditions LMIs données par le théorème 2.2 et le lemme 2.2 dans le but de déterminer des valeurs

des matrices $P_{\hat{q}} > 0$, $H_{\hat{q}}$ et V assurant la robustesse des résidus par rapport aux entrées inconnues. Deux cas sont possibles selon la faisabilité ou non des conditions LMIs. Premièrement, si ces conditions ne sont pas faisables, une réinitialisation des paramètres $\gamma_{\hat{q}}$ et $\beta_{\hat{q}}$ peut donner des résultats satisfaisants. Par contre, si les conditions LMIs sont faisables, des valeurs des matrices $P_{\hat{q}} > 0$, $H_{\hat{q}}$ et V assurant seulement la robustesse des résidus peuvent être récupérées. Ensuite, la matrice V^{n-1} est substituée par la valeur obtenue de la matrice V et les valeurs des matrices V_c^n et V_f^n sont fixées selon les relations données par le lemme 2.4.

◆ Optimisation de l'observateur

Dans la dernière phase de cet algorithme, on optimise l'indice de performance assurant un compromis entre la robustesse des résidus et leur sensibilité. L'objectif est de fournir les matrices de gain de l'observateur $H_{\hat{q}}$, V et les matrices de Lyapunov $P_{\hat{q}}$. Pour ce faire, on résout simultanément les conditions LMIs du théorème 2.2, du lemme 2.2 et du lemme 2.4. Deux cas sont alors possibles selon la faisabilité ou non des LMIs. Dans le premier cas, si les LMIs sont faisables, on incrémente les compteurs i et n . Puis, on stocke les matrices $H_{\hat{q}}$, $P_{\hat{q}}$ et V obtenues dans des variables intermédiaires ($P_{\hat{q}}^s(i)$, $H_{\hat{q}}^s(i)$ et $V^s(i)$). Après, on décrémente $\gamma_{\hat{q}}$, on incrémente $\beta_{\hat{q}}$ et on refait la même procédure à partir de *Etape-S2* jusqu'à ce qu'aucune solution faisable ne soit plus obtenue. Le choix des pas d'incrément et de décrémentation des paramètres $\gamma_{\hat{q}}$ et $\beta_{\hat{q}}$ dépend des paramètres du système. Aucune relation analytique quant à la détermination du pas d'incrément n'est donnée. Dans le deuxième cas où les LMIs ne sont pas faisables, nous devons tester le nombre d'itération i s'il est égal à zéro. Le cas échéant, on réinitialise les paramètres $\gamma_{\hat{q}}$, $\beta_{\hat{q}}$ et $F_{f_{\hat{q}}}$ et on refait la procédure à partir de *Etape-S1*. Sinon, i différent de zéro, on récupère les dernières valeurs stockées dans $P_{\hat{q}}^s(i)$, $H_{\hat{q}}^s(i)$ et $V^s(i)$. Ces valeurs sont celles qui vont être utilisées pour la mise en œuvre de l'observateur de détection de défauts.

Bien que l'algorithme proposé soit caractérisé par la simplicité de sa mise en œuvre, il reste, toutefois, loin de nous fournir un résultat optimal (un optimum global). En effet, l'optimisation de la synthèse d'observateur à la fois robuste par rapport aux entrées inconnues et sensible aux défauts est un problème ouvert qui constitue des perspectives à notre travail.

II.6. Simulation et résultats

Nous considérons dans cette section un exemple numérique d'un système à commutations en temps continu à deux modes défini comme suit (*Un exemple numérique d'un système à commutations en temps discret peut être trouvé dans (Belkhiat et al., 2011a)*) :

$$\text{Mode 1 : } A_1 = \begin{bmatrix} 1.5 & 2 \\ -2 & -0.5 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}, C_1 = [1.01 \quad -2.02], B_{d_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B_{f_1} = \begin{bmatrix} 14.51 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ D_{d_1} = [1 \quad 0], D_{f_1} = 35.6.$$

$$\text{Mode 2 : } A_2 = \begin{bmatrix} -2 & 10 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_2 = [-1 \quad 0], B_{d_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_{f_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, D_{d_2} = [1 \quad 0], \\ D_{f_2} = 0.$$

où $G_{i,j} = a_{i,j}x_1 + b_{i,j}x_2$, j et $i \in \{1, 2\}$ sont les lois de commutations (conditions de garde) avec $a_{1,2} = 0.25$, $b_{1,2} = 1$, $a_{2,1} = 1$ et $b_{2,1} = 1$.

On note que le premier sous-système est instable, par contre, le deuxième est stable. Cependant, le SLC, constitué de ces deux sous-systèmes, est stable comme le montre la figure 2.4.

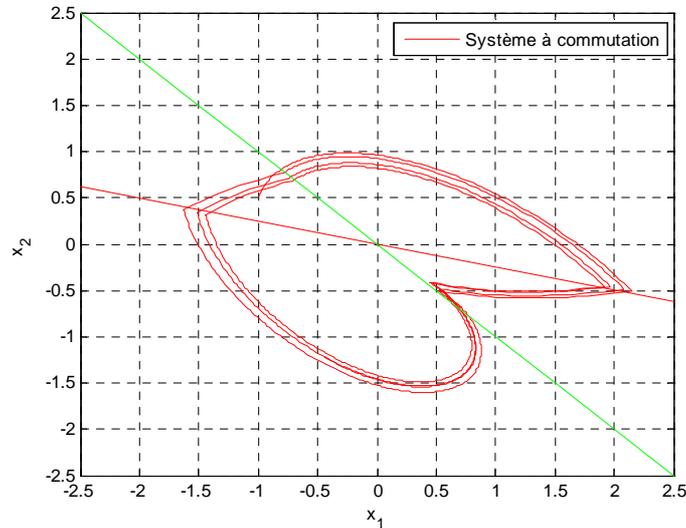


Fig 2.4. Portrait de phase

Dans cet exemple, nous avons deux modes de fonctionnement. Quatre cas sont alors possibles; le SLC et l'observateur hybride évoluent dans le mode 1, le SLC et l'observateur hybride évoluent dans le mode 2, le SLC évolue dans le mode 1 et l'observateur hybride dans le mode 2 et enfin, le SLC évolue dans le mode 2 et l'observateur dans le mode 1.

La première phase de l'algorithme d'optimisation consiste à initialiser les paramètres de l'algorithme. Lors de cette phase, nous avons opté pour les valeurs suivantes : $\gamma_{1_{init}} = 3$, $\gamma_{2_{init}} = 3$, $\beta_{1_{init}} = 0$, $\beta_{2_{init}} = 0$, $F_{f_1} = -0.7$ et $F_{f_2} = 16.9$.

Ensuite, nous avons résolu le théorème 2.2 et le lemme 2.2. dans le but de trouver une solution faisable pour $P_1 > 0$, $P_2 > 0$, H_1 , H_2 ainsi que pour V . Cette dernière est ensuite utilisée comme une valeur initiale lors de la résolution du lemme 2.4 durant la troisième phase de l'algorithme.

Dans la troisième phase de l'algorithme, nous résolvons les conditions LMIs associées au théorème 2.2, le lemme 2.2 et le lemme 2.4, en décrémentant $\gamma_{\hat{q}}$ et en incrémentant $\beta_{\hat{q}}$, jusqu'à ce qu'aucune solution faisable ne soit plus obtenue. Le pas d'incrément et de décrément sont choisis, après plusieurs tests, de l'ordre de 0.001 pour les $\beta_{\hat{q}}$ et de l'ordre de 0.001 pour les $\gamma_{\hat{q}}$. Les valeurs finales sont alors données comme suit :

$$\gamma_{1_{fin}} = 1.694, \quad \gamma_{2_{fin}} = 1.694, \quad \beta_{1_{fin}} = 1.316, \quad \beta_{2_{fin}} = 1.316, \quad K_1 = \begin{bmatrix} 6.556 \\ -1.469 \end{bmatrix}, \quad K_2 = \begin{bmatrix} -0.684 \\ 0.045 \end{bmatrix},$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1.339 & 0.306 \\ 0.306 & 6.041 \end{bmatrix}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} 1.073 & -0.274 \\ -0.274 & 5.187 \end{bmatrix}, \quad V = 0.0639.$$

L'indice de performances $Indice_Perf_1 = \inf \frac{\gamma}{\beta} = 1,287$ est égale. Cet optimum est un optimum local et qui dépend des valeurs initiales de γ_1 , γ_2 , β_1 et β_2 .

La figure 2.5 illustre le plan de phase de l'observateur et du SLC. Le système est initialisé au mode 1 avec l'état continu initial égal à $[-1 \ 0.5]$. Cependant, l'observateur est initialisé au mode 2 avec l'état initial continu égal à $[-1 \ 1.5]$. Nous pouvons constater alors que l'observateur converge rapidement vers le SLC malgré qu'ils ne sont pas initialisé dans le même mode.

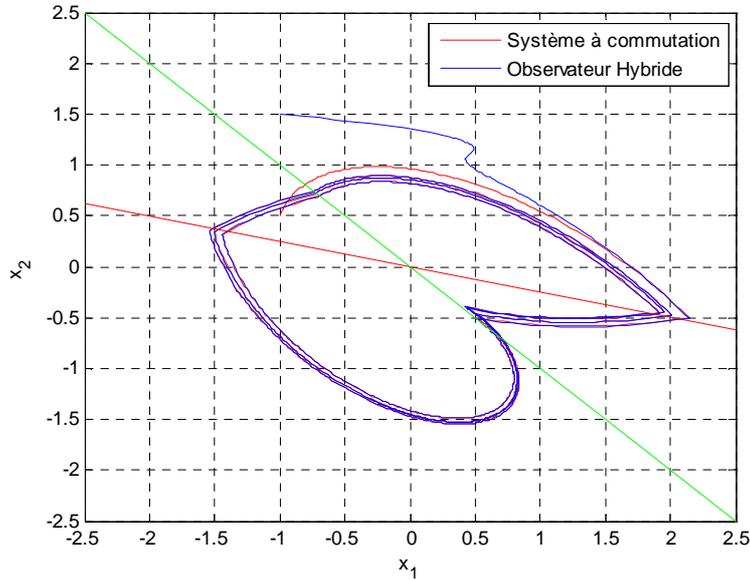


Fig 2.5. Portrait de phase (SLC, Observateur hybride).

L'évolution de la fonction de Lyapunov multiple de l'erreur d'estimation est donnée dans la figure 2.6. Nous remarquons que les fonctions de Lyapunov associées aux sous-systèmes sont décroissantes même aux instants de commutations, ce qui conduit à la convergence vers zéro de la fonction de Lyapunov globale.

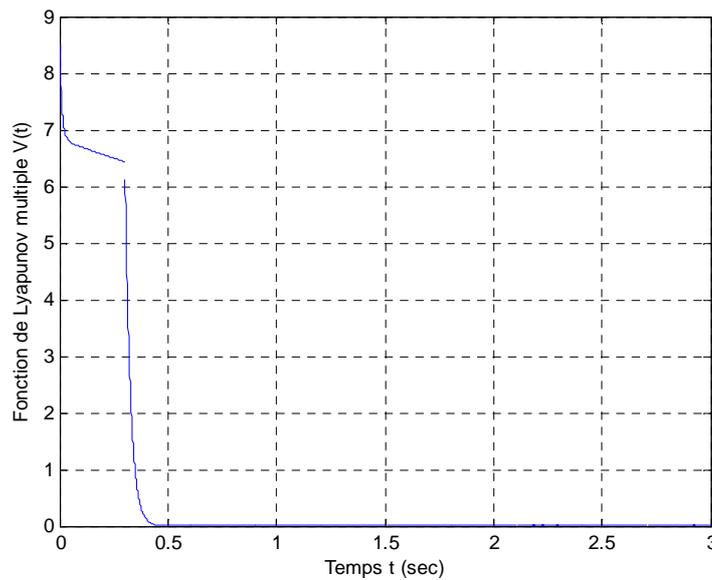


Fig 2.6. Evolution de la fonction de Lyapunov multiple.

Comme nous l'avons dit dans les sections précédentes, l'identification du mode actif nécessite l'estimation de l'état continu et inversement. Nous montrons dans la figure

2.7 l'évolution du mode réel et du mode estimé. Nous remarquons que dans la phase de convergence de l'observateur continu, la détection du mode actif n'est correcte qu'après la phase de convergence de l'observateur continu. Cependant, un décalage peut être observé après chaque transition de mode comme le montre le zoom pris entre les instants 8.65s et 8.67s.

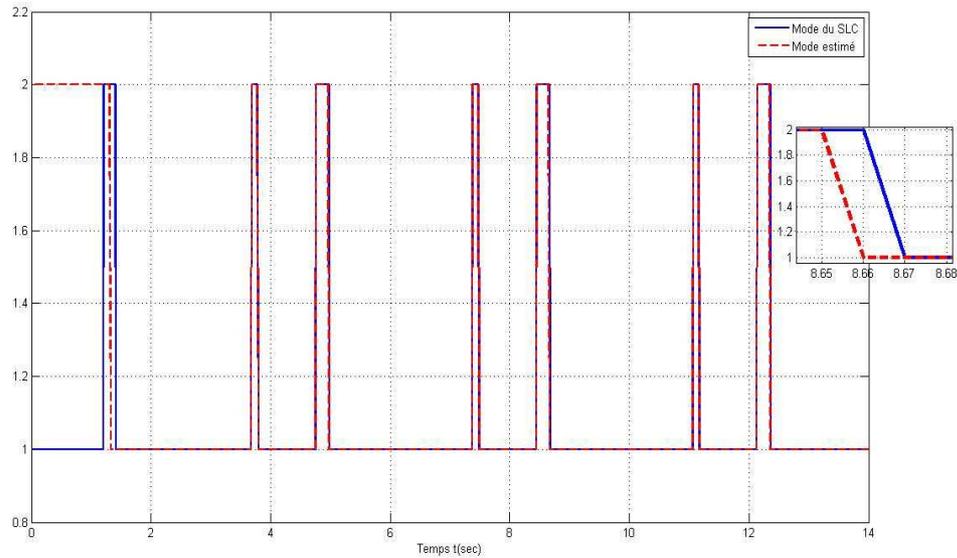


Fig 2.7. Evolution du mode réel et mode estimé.

Dans le but de vérifier la pertinence de l'approche de synthèse proposée, les entrées inconnues $d(t)$ sont considérées comme bruit blanc gaussien centré d'une amplitude de 0.01. Le défaut $f(t)$ est simulé comme une impulsion, d'une amplitude de 0.01, qui se produit en mode 1, entre les instants 5.2s et 5.4s.

L'évolution du signal du résidu $r(t)$ est illustrée par la figure 2.8, qui montre que le résidu généré converge vers zéro à l'instant 1s, ensuite, il s'éloigne notablement de zéro à la suite de l'apparition de défauts. Toutefois, l'observateur prend un certain temps de près de 0.3s pour qu'il reconverge à nouveau vers zéro comme le montre le zoom pris entre les instants 5s et 6s.

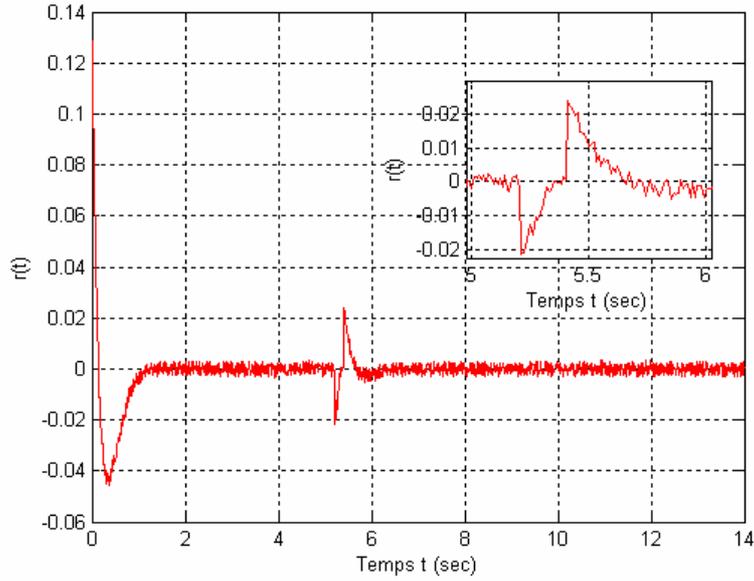


Fig 2.8. Résidu généré par l'observateur.

Comme nous l'avons signalé dans le chapitre 1, dans ce travail, nous adaptons l'approche d'évaluation basée sur la norme du résidu (norm based residual evaluation). L'idée de cette technique consiste à comparer la norme du signal du résidu $\|r(t)\|_{2,T}$, calculée sur l'intervalle T , à un seuil J_{th} selon la logique de détection suivante :

$$\|r(t)\|_{2,T} > J_{th}, \text{ alarme, défaut est détecté.} \quad (2.70)$$

$$\|r(t)\|_{2,T} \leq J_{th}, \text{ aucune alarme, aucun défaut n'est détecté} \quad (2.71)$$

où $\|r(t)\|_{2,T}$ est déterminée comme suit :

$$\|r(t)\|_{2,T} = \left[\int_{t_1}^{t_2} r(t)^T r(t) dt \right]^{\frac{1}{2}} = \|r_x(t) + r_u(t) + r_d(t) + r_f(t)\|_{2,T} \quad (2.72)$$

avec $T = t_2 - t_1$, $r_x(t) = r(t)|_{u=0, d=0, f=0}$, $r_u(t) = r(t)|_{x=0, d=0, f=0}$, $r_d(t) = r(t)|_{x=0, u=0, f=0}$ et $r_f(t) = r(t)|_{x=0, u=0, d=0}$.

Quelques facteurs agissant considérablement sur la détermination du seuil sont énoncés dans le chapitre 1. La valeur du seuil de détection J_{th} doit être fixée à la limite de la tolérance du modèle aux perturbations externes et aux incertitudes de modèle, et cela, dans les conditions de fonctionnement normal du système (sans défauts). De ce fait, le seuil de détection est calculé comme suit :

$$J_{th} = \sup_{x \in L_2, u \in L_2, d \in L_2} \|r_c(t)\|_{2,T} \quad (2.73)$$

avec $r_c(k) = r(k)|_{f=0}$.

En ce qui concerne notre exemple de simulation, le seuil de détection obtenu, selon l'expression (2.73), pour $T = 0.1s$ est égal à 0.033. La figure 2.9 montre que le défaut est détecté à l'instant 5.21s avec un retard de détection de 0.01s. La longueur de la fenêtre d'intégration T est choisie afin de réduire les taux de fausse alarme et de non détection.

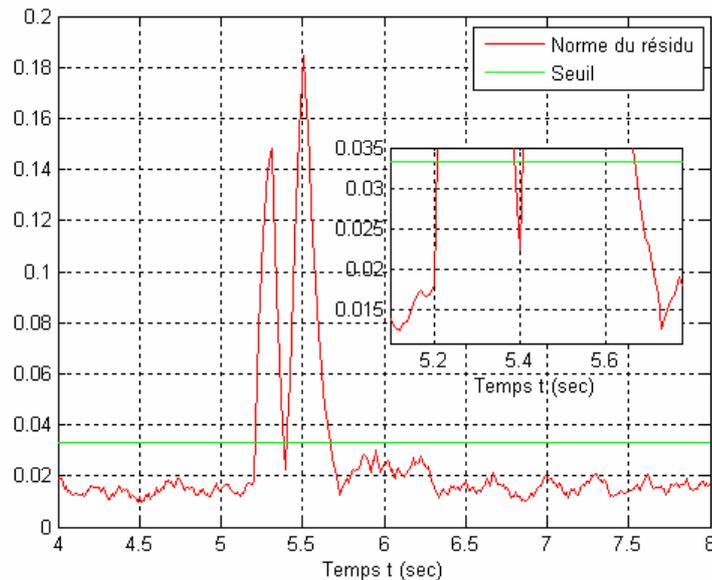


Fig 2.9. Détection de défaut

II.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche de synthèse d'observateur hybride robuste pour la détection de défauts affectant la partie continue d'une classe de SLC. Il s'agit de défauts de capteurs et d'actionneurs.

L'idée clé de la première contribution de ce chapitre consiste à prendre en considération, dès la phase de la conception de l'observateur hybride, la robustesse vis-à-vis des entrées inconnue et la sensibilité aux défauts. L'approche de synthèse proposée est donnée en deux phases. Dans la première phase, nous traitons de la synthèse de l'observateur hybride sans prendre en compte ni des entrées inconnues, ni des défauts. Des conditions de convergence, assurant la bornitude de l'erreur d'estimation et prenant compte des décalages de détection du mode actif, ont été proposées sous forme de conditions LMI. Par la suite, nous améliorons dans la seconde phase la robustesse et la sensibilité de l'observateur hybride en exploitant les résultats obtenus en matière de commande robuste.

La seconde contribution de ce chapitre propose une procédure itérative permettant de trouver un compromis entre la robustesse vis-à-vis des entrées inconnues et la

sensibilité aux défauts de l'observateur hybride. Enfin, nous avons montré à travers des résultats de simulation la pertinence de l'approche de synthèse proposée.

Une fois le défaut détecté, il convient de le localiser. Il faut donc répondre à la question : sur quel composant le défaut est-il apparu? Dans le chapitre suivant, nous proposons une méthodologie de diagnostic permettant de détecter et de localiser les défauts affectant une classe de SLC.

Chapitre 3

Méthodologie du diagnostic des systèmes linéaires à commutations

III.1. Introduction	80
III.2. Présentation de la méthodologie du diagnostic proposée.....	80
III.2.1. Structure de la méthodologie de diagnostic.....	82
III.2.2. Générateur de signatures de modes	83
III.2.2.1. Convergence des erreurs d'estimation.....	85
III.2.2.2. Table des signatures théoriques & évaluation des résidus	86
III.2.3. Générateur de signatures de défauts.....	88
III.2.3.1. Synthèse des observateurs hybrides pour la localisation de défauts	91
III.2.3.2. Amélioration de la robustesse et de la sensibilité des observateurs hybrides	92
III.2.3.3. Table des signatures théoriques & évaluation des résidus structurés....	95
III.2.4. Identification du mode & détection et localisation de défauts.....	96
III.3. Simulation et résultats	101
III.3.1. Construction du diagnostiqueur.....	102
III.3.1.1. Fonctionnement du diagnostiqueur en l'absence de défauts	104
III.3.1.2. Fonctionnement du diagnostiqueur en présence de défauts.....	108
a. Défauts de capteurs.....	108
b. Défaut discret.....	110
III.4. Conclusion	112

III.1. Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons passé en revue plusieurs travaux qui ont abordé le problème de diagnostic à base de modèle des SDH. On retrouve ainsi les approches issues des systèmes continus, les approches issues des SED et les approches mixtes. Une analyse critique de ces travaux nous a permis de mettre en exergue les limitations des approches issues des systèmes continus et celle issues des SED. De même, nous avons constaté que peu de travaux ont étudié les problèmes de la synthèse d'observateurs hybrides robustes pour la localisation de défauts.

Le présent chapitre vise à proposer une approche de détection et de localisation de défauts pour une classe de SLC en s'affranchissant de l'hypothèse de connaissance de la loi de commutations. Notre méthodologie de diagnostic consiste à utiliser conjointement des outils initialement dédiés au diagnostic des systèmes continus et d'autres spécifiques aux SED. L'objectif est de prendre en considération de façon explicite les deux aspects, continus et discrets, constituant un SLC.

Après la présentation des hypothèses de travail, nous exposons la structure de notre méthodologie de diagnostic composée de trois modules fonctionnant en interaction les uns avec les autres. Ensuite, nous détaillons la structure et la conception de chaque module. En effet, le premier module a pour vocation principale de générer les indicateurs de cohérence (résidus) relatifs aux modes de fonctionnement du SLC. Le deuxième module est un générateur de résidus structurés sensibles aux défauts affectant la partie continue du SLC. Il est développé autour d'un schéma DOS en utilisant des observateurs hybrides, à la fois robustes vis-à-vis des entrées inconnues et sensibles aux défauts de capteurs. Le troisième module est un automate à états finis, appelé diagnostiqueur. Son rôle consiste à assurer l'identification du mode actif & la détection et la localisation de défauts. Enfin, nous montrons à travers un exemple numérique la pertinence de notre approche de diagnostic.

III.2. Présentation de la méthodologie du diagnostic proposée

Contrairement à la détection de défauts, la localisation de défauts nécessite une connaissance plus précise sur les éléments du système pouvant être affectés par la présence des défauts. En effet, dans un SLC, un défaut peut affecter (El Mezyani, 2005) :

- soit les équations d'état (représentées par des équations différentielles, des équations algébro-différentielles, ...) représentant la dynamique continue dans un mode de fonctionnement,
- soit les inégalités définissant le domaine d'invariant de la dynamique continue dans un mode de fonctionnement,
- soit les conditions de commutation (condition de garde).

Dans le premier cas, l'occurrence du défaut influence généralement le comportement continu du SLC dans un mode de fonctionnement. Le diagnostic de ce type de défaut peut être effectué en ajoutant aux équations d'état des variables décrivant le composant

affecté (défauts de capteurs, défauts d'actionneurs,...). En revanche, dans les deux derniers cas, la présence du défaut influence la séquence de commutation. De ce fait, le système commute vers un nouveau mode qui ne correspond pas à celui prévu si le système se comportait normalement. Trois comportements peuvent être considérés :

- Une transition vers un mode non successeur,
- Non transition. C'est-à-dire le système reste dans son mode courant tandis que la condition normale de commutation est vérifiée et qu'elle devrait normalement entraîner une commutation vers un mode successeur.
- Transition anormale vers un mode successeur. C'est-à-dire, le système commute vers un mode de fonctionnement successeur, tandis que la condition de commutation normale n'est pas vérifiée.

Ainsi, la détection et la localisation des défauts affectant un SLC nécessite de combiner conjointement des outils initialement dédiés au diagnostic des systèmes continus et d'autres spécifiques aux SED.

Nous considérons, tout au long de ce chapitre, une classe de SLC de type MIMO (Multiple-Input Multiple Output) composé de N sous-systèmes linéaires LTI auxquels des commutations de modèles sont associées. La classe de SLC considérée est modélisée en tenant compte des effets indésirables pouvant être causés par des entrées inconnues et/ou des erreurs de modélisation.

Parmi l'ensemble des défauts pouvant influencer le comportement d'un SLC, nous considérons, dans ce chapitre :

- Les défauts de capteurs, affectant la partie continue,
- Les défauts engendrant des transitions discrètes vers un mode non successeur.

Ainsi, le SLC est défini par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_q x(t) + B_q u(t) + B_{d_q} d(t) \\ y(t) = C_q x(t) + D_q u(t) + D_{d_q} d(t) + f_q(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

où $x \in \mathfrak{R}^n$, $u \in \mathfrak{R}^m$, $y \in \mathfrak{R}^p$, $d \in \mathfrak{R}^m$ et $f_q \in \mathfrak{R}^p$ sont respectivement le vecteur d'état (non mesurables ou partiellement mesurable), le vecteur des entrées, le vecteur de sortie, le vecteur des entrées inconnues (perturbation, incertitudes non structurées, bruits) et le vecteur des défauts de capteurs additifs à détecter et à localiser. $q \in Q = 1, 2, \dots, N$ est l'indice du mode actif. $A_q, B_q, B_{d_q}, B_{f_q}, C_q, D_q, D_{d_q}$ sont des matrices connues de dimensions appropriées. Notons que pour les besoins de la localisation des défauts de capteurs, nous proposons d'écrire les matrices C_q et D_q sous la forme suivante :

$$C_q = \left[\left(C_q^1 \right)^T \quad \dots \quad \left(C_q^p \right)^T \right]^T, \quad D_q = \left[\left(D_q^1 \right)^T \quad \dots \quad \left(D_q^p \right)^T \right]^T$$

où, pour $i = 1 \dots p$, C_q^i et D_q^i sont respectivement la $i^{\text{ème}}$ colonne de C_q et de D_q .

Sans perte de généralité, on suppose que les deux vecteurs d , f sont bornés en norme L_2 .

Dans la suite nous considérons les hypothèses suivantes :

- Aucune connaissance sur le type de transition discrète ni sur la loi de commutations n'est disponible.
- Le SLC ne dispose d'aucune entrée discrète, ni sortie discrète mesurables.
- La trajectoire discrète du SLC en fonctionnement normal est connue a priori. Cette hypothèse permet de détecter les défauts influençant la séquence de commutations.
- Il y a seulement un nombre fini de changements de mode en un temps fini.
- Les modes de fonctionnement sont tous discernables⁷ entre eux.
- Les défauts considérés sont simples.
- L'occurrence de défauts et le changement de mode vers un successeur normal ne se produisent pas en même temps.
- Les couples (A_q, C_q) , (A_q, C_q^i) et le SLC sont observables.

III.2.1. Structure de la méthodologie de diagnostic

Dans la présente section, nous présentons la structure de la méthodologie de diagnostic proposée (figure 3.1). Dans cette structure, nous avons mis en œuvre trois modules principaux qui interagissent les uns avec les autres. L'idée clé consiste à donner le pouvoir de décision, concernant le bon fonctionnement du SLC, à un seul module qui assure la coordination entre les deux autres modules. L'avantage de cette structure réside dans sa capacité à prendre en compte les interactions des deux aspects, continu et discret, constituant un SLC.

Le premier module, que nous appelons "le générateur de signatures de mode", a pour vocation principale de générer les indicateurs de cohérences (résidus) associés à chaque mode de fonctionnement normal en utilisant seulement les entrées-sorties du SLC. Le deuxième module, nommé "générateur de signatures de défauts", est conçu de sorte qu'il soit sensible uniquement aux défauts de capteurs. Outre les entrées/sorties continues du SLC qui sont nécessaires pour son fonctionnement, ce module nécessite l'estimation en ligne du mode actif. Le troisième module, appelé "identification du mode & détection et localisation de défauts", reçoit les entrées-sorties continues du

⁷ **Définition** (Cocquempot *et al.*, 2003) : Deux modes i et j sont non discernable si et seulement si le couple de signaux réels $(u(t), y(t))$, prélevés en ligne sur le système, peut provenir indifféremment du mode i ou du mode j .

SLC, le vecteur de résidus sensibles au changement de mode σ_{GSM} et le vecteur de résidus sensibles aux défauts de capteurs σ_{GSD} . Ce module, qui assure la coordination entre les deux autres modules, est à même de détecter à la fois les défauts continus et discrets et de déterminer le mode de fonctionnement du SLC (normal ou défaillant). La description et la conception de chaque module seront détaillées dans la suite de ce chapitre.

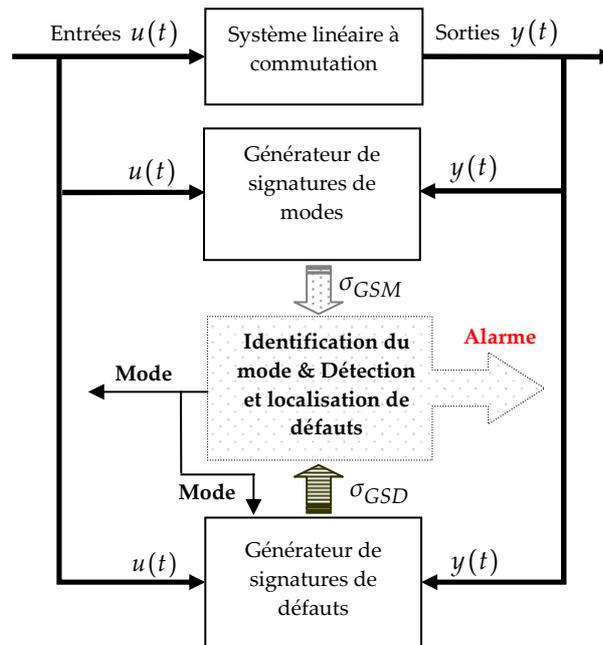


Fig. 3.1. Schéma de la méthodologie de diagnostic adoptée.

III.2.2. Générateur de signatures de modes

Plusieurs approches concernant la détection du mode actif en l'absence de défauts ont été étudiées dans la littérature (Ackerson & Fu, 1970; Narasimhan *et al.*, 2007; Balluchi *et al.*, 2002; Cocquempot *et al.*, 2003; Birouche, 2006; Hakem *et al.*, 2010). Ainsi une méthode permettant la détection des instants de commutation et d'identification du mode actif d'une classe de SLC en temps discret en analysant les données entrées-sorties continues sur un horizon de temps a été proposée dans (Birouche, 2006). L'idée de cette méthode est basée sur la reconstruction de la loi de commutation dépendante de l'état comme une combinaison linéaire des entrées-sorties prises sur un horizon de temps sous l'hypothèse de temps de séjour minimum dans chaque mode. Dans le même contexte, une approche d'estimation des instants de commutations et de reconnaissance de mode courant d'un SLC en temps discret a été proposée dans (Hakem *et al.*, 2010). Le principe général de la méthode consiste à utiliser les résidus obtenus en projetant les mesures dans un sous-espace lié aux signaux d'entrée sur une fenêtre temporelle donnée. L'avantage de cette méthode est que les valeurs des paramètres du modèle ne sont pas utilisées ; seule la structure du modèle est utilisée pour construire la matrice de projection. En ce qui concerne les SDH en temps continu,

une approche basée sur un banc d'observateurs de Lunberger a été proposée par (Balluchi et *al.*, 2002). Les auteurs utilisent les outils de détection de défauts pour évaluer les résidus générés afin de détecter les changements de modes. Les gains des différents observateurs sont fixés afin de garantir la convergence des erreurs d'estimation dans chaque mode. Il est à souligner que la robustesse, vis-à-vis des entrées inconnues, de la détection du mode actif n'est pas suffisamment traitée.

Dans ce travail, nous présentons une approche de synthèse de générateur de signatures de modes pour l'identification du mode actif en l'absence de défauts. Elle est conçue autour d'un banc de N observateurs de Luenberger (figure 3.2). Nous associons à chaque sous système un observateur. Chaque observateur reçoit l'ensemble des entrées/sortie du SLC. Les sorties reconstruites par chaque observateur sont confrontées, à tout instant, aux sorties mesurées pour générer des vecteurs de résidus r_q . Ces résidus seront par la suite évalués pour générer les signatures de modes. En l'absence de défauts, seulement un vecteur de résidus est nul à chaque instant, ce qui signifie que le SLC évolue selon le modèle associé à cet observateur. Toutefois, à cause des bruits de mesures, des erreurs de modélisation et de l'imprécision des capteurs et des paramètres du modèle, ces résidus ne sont pas parfaitement égaux à zéro. Pour cela, notre générateur de résidus est synthétisé de façon à préserver une robustesse par rapport aux entrées inconnues.

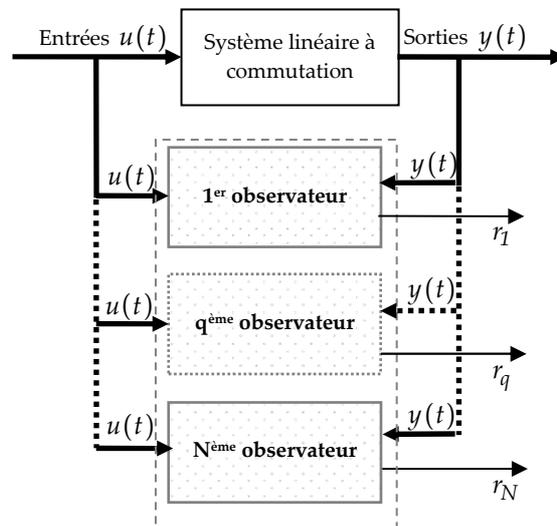


Fig. 3.2. Structure de générateur des résidus.

Notons que le module de génération des signatures de modes est synthétisé pour la détection des modes de fonctionnement normaux. Autrement dit, nous ne considérons pas les défauts de capteurs dans la synthèse de ce module. En ce qui concerne les modes défaillants, nous aurons recours au deuxième bloc, générateur des signatures de défauts. Les détails de notre approche sont donnés au fur à mesure dans les prochaines sections.

La structure de l'observateur associé à chaque mode de fonctionnement du SLC en temps continu (3.1) est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_q \hat{x}(t) + B_q u(t) + K_q (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C_q \hat{x}(t) + D_q u(t) \\ r_q(t) = y(t) - \hat{y}(t) \end{cases} \quad (3.2)$$

où $\hat{x} \in \mathfrak{R}^n$ et $\hat{y} \in \mathfrak{R}^p$ sont respectivement le vecteurs d'état et de sortie estimés, r est le vecteur des résidus. K_q est la matrice de gains. Notre objectif, dans la suite, est de déterminer les matrices de gain K_q assurant la convergence de chaque observateur.

III.2.2.1. Convergence des erreurs d'estimation

Afin d'établir les conditions suffisantes pour la convergence des erreurs d'estimation, nous considérons l'erreur d'estimation entre l'état du système x et l'état reconstruit \hat{x} par l'observateur q , donnée par:

$$e_q(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

Les dynamiques de l'erreur d'estimation et du résidu sont données par :

$$\dot{e}_q(t) = (A_q - K_q C_q) e_q(t) + (B_{d_q} - K_q D_{d_q}) d(t) \quad (3.3)$$

$$r_q(t) = C_q e_q(t) + D_{d_q} d(t) \quad (3.4)$$

Les formules (3.3) et (3.4) sont aussi valables pour le cas des SLC en temps discret.

Notre objectif consiste donc à déterminer les gains K_q des N observateurs constituant le banc afin d'assurer la convergence asymptotique des erreurs d'estimation et de minimiser le transfert des entrées inconnues $d(t)$ sur chaque vecteur de résidus $r_q(t)$ selon l'inégalité suivante :

$$\|r_q\|_2^2 - \gamma_q^2 \|d\|_2^2 < 0 \quad (3.5)$$

où γ_q est un scalaire positif.

Le résultat obtenu dans le cas des SLC en temps continu est donné par le lemme 3.1.

Lemme 3.1. *Considérons le SLC (3.1) avec l'observateur (3.2). Le système (3.3)-(3.4) en temps continu est asymptotiquement stable et satisfait la condition (3.5) s'il existe des matrices $P_q > 0$ et M_q tels que la LMI suivante est vérifiée :*

$$\begin{bmatrix} A_q^T P_q + P_q A_q - M_q C_q - C_q^T M_q^T & P_q B_{d_q} - M_q D_{d_q} & C_q^T \\ * & -\gamma_q^2 I & D_{d_q}^T \\ * & * & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.6)$$

avec : $M_q = P_q K_q$.

Principe de la Preuve :

En partant du système (3.3)-(3.4), la condition (3.5) peut être reformulée de la façon suivante :

$$\int_0^t r_q^T(t) r_q(t) d\tau \leq \gamma_q^2 \int_0^t (d^T(t) d(t)) d\tau$$

En introduisant une fonction candidate de Lyapunov $V(e_q) = e_q^T P_q e_q \geq 0$, $P_q > 0$ pour chaque mode q , nous obtenons :

$$J = \int_0^t (r_q^T r_q) d\tau - \gamma_q^2 \int_0^t (d^T d) d\tau = \int_0^t (r_q^T r_q - \gamma_q^2 d^T d) d\tau$$

$$J = \int_0^t \left(r_q^T r_q - \gamma_q^2 d^T d + \frac{dV_q(e_q)}{d\tau} \right) d\tau - V_q(e_q)$$

Pour le reste de la démonstration, le lecteur peut se référer à la preuve du lemme 2.2. ■

La même technique peut être appliquée pour le cas des SLC en temps discret. La version en temps discret du lemme 2.2 est donnée dans l'annexe B.

Après l'élaboration de la structure de générateur de résidus et la définition de la sensibilité désirée de chaque résidu par rapport à un mode de fonctionnement bien défini, il est nécessaire alors de répertorier ces résidus dans une table binaire, appelée table des signatures théoriques. Dans la suite, nous présentons la table des signatures théoriques associée au générateur de signatures de mode.

III.2.2.2. Table des signatures théoriques & évaluation des résidus

Pour construire cette table, on affecte la valeur binaire 1 (respectivement 0) à la case formée par l'intersection de la colonne correspondante au $q^{\text{ème}}$ mode de fonctionnement, $q = 1, \dots, N$, avec la colonne représentant le $q^{\text{ème}}$ résidu. Sinon, on affecte la valeur binaire 0 pour le reste des cases. La table des signatures théoriques appropriée à la structure de notre générateur est donnée par la table suivante.

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode N
σ_{r_1}	1	0	0	0.....0	0
σ_{r_2}	0	1	0	0.....0	0
	0	0	1	0 0 ... 0	0
\vdots	0	0	0	1 0 ... 0	0
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots \vdots \vdots	\vdots
	0	0	0	0 0 ... 1	0
σ_{r_N}	0	0	0	0.....0	1

Tab. 3.1. Table des signatures théoriques pour l'identification du mode actif.

A titre d'exemple, la signature théorique du mode 2 est égale à $\sigma_{mode_2} = (0, 1, \dots, 0)$.

La deuxième étape consiste à appliquer à chaque résidu une procédure de détection et d'évaluation afin d'obtenir la signature réelle des résidus $\sigma_{GSM} = \{\sigma_{r_1}, \dots, \sigma_{r_q}, \dots, \sigma_{r_N}\}$ à chaque instant. La procédure d'identification du mode de fonctionnement actif consiste à faire la correspondance entre la signature réelle obtenue et les signatures présentes dans la table des signatures théoriques.

Comme nous l'avons signalé dans le chapitre 1, ce travail de thèse adopte l'approche d'évaluation basée sur la norme du résidu (norm based residual evaluation). L'idée de cette technique consiste à comparer la norme du signal du résidu $\|r_q(t)\|_{2,T}$, calculée sur l'intervalle T , à un seuil J_q^{th} selon les deux hypothèses suivantes :

$$\sigma_{r_q} = 0, \text{ si } \|r_q(t)\|_{2,T} > J_q^{th} \quad (3.7)$$

$$\sigma_{r_q} = 1, \text{ si } \|r_q(t)\|_{2,T} \leq J_q^{th} \quad (3.8)$$

où $\|r_q(t)\|_{2,T}$ est déterminée comme suit :

$$\|r_q(t)\|_{2,T} = \left[\int_{t_1}^{t_2} r_q(t)^T r_q(t) dt \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.9)$$

avec $T = t_2 - t_1$ et $q \in Q = 1, 2, \dots, N$.

Dans la présente section, nous avons conçu un générateur de signatures de modes qui permet, en fonctionnement normal, l'identification du mode actif du SLC. Toutefois, en présence du défaut, ce générateur devient inefficace. Ainsi, les informations fournies par le générateur de signatures de défauts deviennent nécessaires pour l'identification du mode défaillant. Dans la prochaine section, nous

exposons plus en détails la synthèse du deuxième module de la méthodologie de diagnostic proposée, à savoir le générateur de signatures de défauts.

III.2.3. Générateur de signatures de défauts

Comme nous l'avons indiqué ci-avant, la structure du générateur de signatures de défauts est conçue autour d'un schéma DOS à base d'observateurs hybrides. Ce schéma est configuré de façon à générer des résidus structurés sensibles uniquement aux défauts de capteurs. Ces résidus seront évalués, par la suite, pour déterminer les signatures de défauts de capteurs.

Dans le cadre des SDH, peu de travaux de la littérature ont utilisé ce type de schéma à base d'observateur. A titre d'exemple, dans le but d'identifier le mode actif d'un SDH de manière robuste vis-à-vis des défauts d'actionneur, les auteurs de (Yang *et al*, 2009a) ont synthétisé un schéma GOS à base d'observateur sensible à toutes les sorties et à une seule entrée.

Dans la suite, nous présentons la synthèse d'un schéma DOS à base d'observateurs hybrides, à la fois robuste vis-à-vis des entrées inconnues et sensible aux défauts de capteurs. L'idée de base est assez simple. En effet, pour les p défauts de capteurs à détecter et localiser, nous synthétisons p observateurs hybride robustes tels que chacun de ces observateurs est sensible à une sortie (figure 3.3). Le vecteur du résidus est donné alors par :

$$\begin{bmatrix} z_1 & \cdots & z_p \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} F_1(u, y_1) & \cdots & F_p(u, y_p) \end{bmatrix}^T \quad (3.10)$$

où $F_i(u, y_i)$, $i = 1, \dots, p$, représente la fonction qui lie le vecteur des entrées u et le $i^{\text{ème}}$ élément du vecteur des sorties y . D'après l'équation (3.10), il est évident que la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur des résidus z ne peut être influencée que par la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur des défauts f_q .

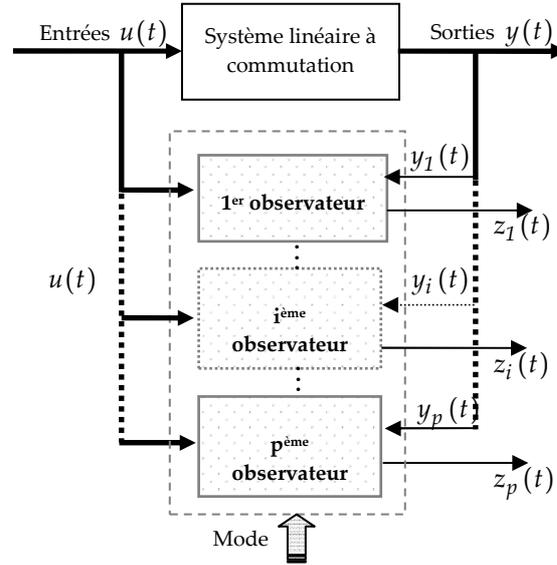


Fig. 3.3. Structure de générateur des résidus structurés.

La structure de l'observateur sensible à la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur des sorties est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_{\hat{q}} \hat{x}(t) + B_{\hat{q}} u(t) + L_{\hat{q}}^i (y_i(t) - \hat{y}_i(t)) \\ \hat{y}_i(t) = C_{\hat{q}}^i \hat{x}(t) + D_{\hat{q}}^i u(t) \\ z_i(t) = y_i(t) - \hat{y}_i(t) \end{cases} \quad (3.11)$$

où $\hat{x} \in \mathfrak{R}^n$ et $\hat{y}_i \in \mathfrak{R}^p$ sont respectivement le vecteurs d'état et la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur des sorties estimées, z_i est la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur des résidus. $L_{\hat{q}}^i$ est la matrice de gains. $\hat{q} \in Q = \{1, 2, \dots, N\}$ est l'indice du mode estimé à l'instant t .

Notre objectif, dans la suite, est de déterminer les matrices de gain $L_{\hat{q}}^i$ assurant la convergence de chaque observateur. Pour ce faire, nous étudions la convergence des erreurs d'estimation. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, deux formulations des erreurs d'estimation sont possibles ; La première formulation concerne le cas où l'observateur hybride et le SLC évoluent dans le même mode. Quant à la deuxième formulation, elle concerne le cas où l'observateur hybride et le SLC n'évoluent pas dans le même mode à chaque instant. L'étude de ce deuxième cas s'est avérée largement suffisante pour déterminer les paramètres des observateurs qui répondent aux différentes contraintes de conception (robustesse et sensibilité).

Si l'on désigne par q le mode du SLC et par \hat{q} le mode de l'observateur, les dynamiques de l'erreur d'estimation $e(x) = x(t) - \hat{x}(t)$ et du résidu $r_i(t)$ sont données par:

$$\dot{e}(t) = \bar{A}_{\hat{q}}^i e(t) + \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}}^i x(t) + \Delta \bar{B}_{q,\hat{q}}^i u(t) + \bar{B}_{d_q}^i d(t) - L_{\hat{q}}^i f_q^i(t) \quad (3.12)$$

$$z_i(t) = C_{\hat{q}}^i e + D_{d_q}^i d(t) + \Delta C_{q,\hat{q}}^i x(t) + \Delta D_{q,\hat{q}}^i u(t) + f_q^i(t) \quad (3.13)$$

où :

$$\begin{aligned} \bar{A}_{\hat{q}}^i &= A_{\hat{q}} - L_{\hat{q}}^i C_{\hat{q}}^i, & \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}}^i &= \Delta A_{q,\hat{q}} - L_{\hat{q}}^i \Delta C_{q,\hat{q}}^i, & \Delta C_{q,\hat{q}}^i &= C_q^i - C_{\hat{q}}^i, \\ \Delta \bar{B}_{q,\hat{q}}^i &= \Delta B_{q,\hat{q}} - L_{\hat{q}}^i \Delta D_{q,\hat{q}}^i, & \Delta B_{q,\hat{q}} &= B_q - B_{\hat{q}}, & \Delta D_{q,\hat{q}}^i &= D_q^i - D_{\hat{q}}^i, & \bar{B}_{d_q}^i &= B_{d_q} - L_{\hat{q}}^i D_{d_q}^i, \\ \Delta A_{q,\hat{q}} &= A_q - A_{\hat{q}}. \end{aligned}$$

La dynamique de l'erreur d'estimation (3.12) et le résidu (3.13) peut être reformulée comme suit :

$$\dot{e}(t) = \dot{e}_x(t) + \dot{e}_u(t) + \dot{e}_d(t) + \dot{e}_f(t) \quad (3.14)$$

$$z_i(t) = z_i^x(t) + z_i^u(t) + z_i^d(t) + z_i^f(t) \quad (3.15)$$

avec :

$$\begin{cases} \dot{e}_x(t) = \bar{A}_{\hat{q}}^i e_x(t) + \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}}^i x(t) \\ z_i^x(t) = C_{\hat{q}}^i e_x(t) + \Delta C_{q,\hat{q}}^i x(t) \end{cases} \quad (3.16)$$

$$\begin{cases} \dot{e}_u(t) = \bar{A}_{\hat{q}}^i e_u(t) + \Delta \bar{B}_{q,\hat{q}}^i u(t) \\ z_i^u(t) = C_{\hat{q}}^i e_u(t) + \Delta D_{q,\hat{q}}^i u(t) \end{cases} \quad (3.17)$$

$$\begin{cases} \dot{e}_d(t) = \bar{A}_{\hat{q}}^i e_d(t) + \bar{B}_{d_q}^i d(t) \\ z_i^d(t) = C_{\hat{q}}^i e_d(t) + D_{d_q}^i d(t) \end{cases} \quad (3.18)$$

$$\begin{cases} \dot{e}_f(t) = \bar{A}_{\hat{q}}^i e_f(t) - L_{\hat{q}}^i f_q^i(t) \\ z_i^f(t) = C_{\hat{q}}^i e_f(t) + f_q^i(t) \end{cases} \quad (3.19)$$

On note par : $e_x(t) = e(t)|_{u=0, d=0, f_q^i=0}$, $z_i^x(t) = z_i(t)|_{u=0, d=0, f_q^i=0}$, $e_u(t) = e(t)|_{x=0, d=0, f_q^i=0}$,
 $z_i^u(t) = z_i(t)|_{x=0, d=0, f_q^i=0}$, $e_d(t) = e(t)|_{x=0, u=0, f_q^i=0}$, $z_i^d(t) = z_i(t)|_{x=0, u=0, f_q^i=0}$,
 $e_f(t) = e(t)|_{x=0, u=0, d=0}$, $z_i^f(t) = z_i(t)|_{x=0, u=0, d=0}$.

Cette reformulation montre que la dynamique du résidu (3.13) est la somme de quatre composantes. Ceci permet de traiter chaque composante du résidu séparément.

Par ailleurs, il est à noter que les formules (3.12), (3.13), (3.14), (3.15), (3.16), (3.17), (3.18) et (3.19) sont adaptables pour le cas d'un SLC en temps discret.

III.2.3.1. Synthèse des observateurs hybrides pour la localisation de défauts

Dans la présente section, nous considérons seulement les deux composantes $z_i^x(t)$ et $z_i^u(t)$ du résidu, c'est-à-dire sans prendre en considération ni les entrées inconnues ni les défauts.

Le problème de synthèse d'observateurs pour les systèmes SLC se traduit souvent par l'analyse de la stabilité de l'erreur d'observation. Les conditions proposées dans ce travail pour assurer la convergence et la bornitude des deux composantes $z_i^x(t)$ et $z_i^u(t)$ sont basées sur l'utilisation des fonctions multiples de Lyapunov quadratiques. D'après les relations (3.16) et (3.17), la bornitude des composantes $z_i^x(t)$ et $z_i^u(t)$ est tributaire de celle des composantes de l'erreur d'estimation $e_x(t)$ et $e_u(t)$, et de celle des vecteurs d'état $x(t)$ et d'entrées $u(t)$. Nous proposons pour cela les conditions données par le théorème 3.1 qui prennent en considération les décalages de détection du mode actif. (voir chapitre 2).

Théorème 3.1. *Considérons le SLC (3.1) avec le $i^{\text{ème}}$ observateur (DOS) (3.11) et supposons que pour $T_0 > 0$ nous avons $\sup_{t>T_0} \|x(t)\| \leq x_{\max}$ et $\sup_{t>T_0} \|u(t)\| \leq u_{\max}$.*

Supposons également qu'il existe des matrices $P_{\hat{q}}^i = (P_{\hat{q}}^i)^T > 0$, $M_{\hat{q}}^i$ et des scalaires $\alpha^i > 0$, $\xi^i > 0$ et $v_{\hat{q},q}^i \geq 0$ et $\mu_{\hat{q}^+, \hat{q}}^i \leq 1$ telles que les LMI (2.19), (2.20), (3.22) et (2.21) sont satisfaites :

$$1. \quad \alpha^i I \leq P_{\hat{q}}^i \leq \xi^i I \quad \hat{q} \in Q \quad (3.20)$$

$$2. \quad \Gamma_{\hat{q},q} = \begin{bmatrix} (\bar{A}_{\hat{q}}^i)^T P_{\hat{q}}^i + P_{\hat{q}}^i \bar{A}_{\hat{q}}^i + I + v_{\hat{q},q}^i I & P_{\hat{q}}^i \Delta \bar{A}_{q,\hat{q}}^i \\ * & -(\varepsilon^i)^2 v_{\hat{q},q}^i I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (\hat{q}, q) \in I_g, \quad i = 1, \dots, p \quad (3.21)$$

$$3. \quad \Xi_{\hat{q},q} = \begin{bmatrix} (\bar{A}_{\hat{q}}^i)^T P_{\hat{q}}^i + P_{\hat{q}}^i \bar{A}_{\hat{q}}^i + I + v_{\hat{q},q}^i I & P_{\hat{q}}^i \Delta \bar{B}_{q,\hat{q}}^i \\ * & -(\varepsilon^i)^2 v_{\hat{q},q}^i I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (\hat{q}, q) \in I_g, \quad i = 1, \dots, p \quad (3.22)$$

$$4. \quad P_{\hat{q}^+}^i - \mu_{\hat{q}^+, \hat{q}}^i P_{\hat{q}}^i \leq 0 \quad (\hat{q}, \hat{q}^+) \in I_g \quad (3.23)$$

Alors, l'erreur d'estimation e_w est bornée par

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \|e_w(t)\| \leq \sqrt{\frac{\bar{v}^i}{1 + \bar{v}^i}} \sqrt{\frac{\xi^i}{\alpha^i}} \varepsilon^i (x_{\max}^2 + u_{\max}^2) \quad (3.24)$$

où ε^i est un scalaire positif, \hat{q}^+ est le mode successeur de \hat{q} , $(\hat{q}, \hat{q}^+) \in I_g$, $M_{\hat{q}}^i = P_{\hat{q}}^i L_{\hat{q}}^i$ et \bar{v}^i est le sup de $v_{\hat{q},q}^i$, $(\hat{q}, q) \in I_g$.

La même méthodologie de synthèse d'observateurs hybrides, présentée pour le cas des SLC en temps continu, peut être généralisée aux SLC en temps discret. La version discrète du théorème 3.1 est donnée dans l'annexe B (Belkhiat *et al.*, 2011c).

Concernant les preuves du théorème 3.1, le lecteur peut se référer à la preuve du théorème 2.2 donnée au chapitre précédent. L'idée de base consiste à prouver la convergence et la bornitude de l'erreur d'estimation $e_w = e_x + e_u$. Pour ce faire, nous introduisons une fonction multiple candidate de Lyapunov $V(e_w(t))$ composé de N fonctions candidate de Lyapunov locales $V_{\hat{q}}(e_w(t))$. Dès lors, le problème de la convergence et de la bornitude de l'erreur d'estimation peut être reformulé comme suit : l'erreur d'estimation e_w est bornée si les fonctions de Lyapunov $V_{\hat{q}}(e_w(t))$, associées à chaque mode, sont décroissantes, mais aussi, si la fonction de Lyapunov globale $V(e_w(t))$ de l'erreur d'estimation est décroissante aux instants de commutations.

Remarque 3.1 : Afin d'éviter que les gains $L_{\hat{q}}^i$ de l'observateur soient trop grands, nous introduisons également la condition suivante (Pettersson, 2005) :

$$\begin{bmatrix} (\lambda_{\hat{q}}^i)^2 & (*) \\ M_{\hat{q}}^i & I_{n \times n} \end{bmatrix} \geq 0, \hat{q} \in I_N \quad (3.25)$$

où $\lambda_{\hat{q}}^i$ est un paramètre de conception.

III.2.3.2. Amélioration de la robustesse et de la sensibilité des observateurs hybrides

Dans cette section, nous traitons en trois parties le problème de la robustesse et de la sensibilité des observateurs hybrides pour la génération des résidus structurés. Nous améliorons séparément, dans les deux premières parties, la robustesse et la sensibilité de l'observateur. Ensuite, nous combinons, dans la troisième partie, les résultats obtenus dans ces deux premières parties avec ceux présentés dans la section précédente dans le but de synthétiser un schéma DOS à base d'observateurs hybrides à la fois robustes par rapport aux entrées inconnues et sensibles aux défauts.

Premièrement, nous généralisons l'approche de robustesse active proposée dans le deuxième chapitre afin de prendre en considération, dans la génération des résidus structurés, des effets indésirables dus aux entrées inconnues. Pour ce faire, nous traitons séparément la composante $z_i^d(t)$ qui dépend du vecteur des entrées inconnues. Notre idée, comme nous l'avons mentionnée avant, consiste à minimiser le transfert des entrées inconnues $d(t)$ sur le résidu $z_i^d(t)$ selon l'inégalité suivante :

$$\|z_i^d\|_2^2 - (\gamma_{\hat{q}}^i)^2 \|d\|_2^2 < 0 \quad (3.26)$$

où $\gamma_{\hat{q}}^i$ est un scalaire positif. Notre résultat obtenu dans le cas des SLC en temps continu est donné par le lemme 3.2.

Lemme 3.2. *Considérons le SLC (3.1) avec le $i^{\text{ème}}$ observateur DOS (3.11). Le système (3.18) en temps continu est asymptotiquement stable et satisfait la condition (3.26) s'il existe des matrices $P_{\hat{q}}^i = (P_{\hat{q}}^i)^T > 0$ et $M_{\hat{q}}^i$ tels que la LMI suivante est vérifiée :*

$$\begin{bmatrix} A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}}^i + P_{\hat{q}}^i A_{\hat{q}} - M_{\hat{q}}^i C_{\hat{q}}^i - (C_{\hat{q}}^i)^T (M_{\hat{q}}^i)^T & P_{\hat{q}}^i B_{d_q} - M_{\hat{q}}^i D_{d_q} & (C_{\hat{q}}^i)^T \\ * & -(\bar{\gamma}_{\hat{q}}^i)^2 I & (D_{d_q}^i)^T \\ * & * & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.27)$$

avec : $M_{\hat{q}}^i = P_{\hat{q}}^i L_{\hat{q}}^i$.

La même technique peut être utilisée pour traiter le problème de robustesse des résidus en temps discret. La version discrète du lemme 3.2 est donnée dans l'annexe B.

Les étapes des démonstrations du lemme 3.2 sont les mêmes que celles du lemme 3.1.

Dans la deuxième partie de cette section, nous traitons l'amélioration de la sensibilité des observateurs hybrides. La sensibilité des résidus caractérise l'aptitude du système de diagnostic à détecter des défauts d'une certaine amplitude. Son amélioration permet de s'affranchir en partie des problèmes de décision lors la phase d'évaluation des résidus. Pour ce faire, nous traitons séparément la composante $z_i^f(t)$ qui dépend du vecteur des défauts. Notre idée consiste à maximiser le transfert des défauts $f_q(t)$ sur le résidu $z_i^f(t)$ selon l'inégalité suivante :

$$\|z_i^f\|_2^2 - (\beta_{\hat{q}}^i)^2 \|f_q\|_2^2 > 0 \quad (3.28)$$

où $\beta_{\hat{q}}^i$ est un scalaire positif. Notre résultat obtenu dans le cas des SLC en temps continu est donné par le lemme 3.3.

Lemme 3.3. *Considérons le SLC (3.1) avec le $i^{\text{ème}}$ observateur DOS (3.11). Le système (3.19) en temps continu est asymptotiquement stable et satisfait la condition (3.28) s'il existe des matrices $P_{\hat{q}}^i = (P_{\hat{q}}^i)^T > 0$ et $M_{\hat{q}}^i$ tels que la LMI suivante est vérifiée :*

$$\begin{bmatrix} A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}}^i + P_{\hat{q}}^i A_{\hat{q}} - M_{\hat{q}}^i C_{\hat{q}}^i - (C_{\hat{q}}^i)^T (M_{\hat{q}}^i)^T - (C_{\hat{q}}^i)^T C_{\hat{q}}^i & (C_{\hat{q}}^i)^T + M_{\hat{q}}^i \\ * & (\bar{\beta}_{\hat{q}}^i)^2 I - I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.29)$$

avec : $M_{\hat{q}}^i = P_{\hat{q}}^i L_{\hat{q}}^i$.

De la même manière, nous pouvons appliquer la même technique pour traiter le problème de la sensibilité des résidus structurés en temps discret. La version discrète du lemme 3.3 est donnée dans l'annexe B.

Dans la troisième partie de cette section, nous combinons les résultats obtenus ci-avant dans le but de synthétiser un schéma DOS à base d'observateurs hybrides à la fois robuste par rapport aux entrées inconnues et sensible aux défauts. Notre approche de synthèse d'observateurs (DOS) pour la génération de résidus structurés est donnée par le théorème 3.2.

Théorème 3.2. *Considérons le SLC (3.1) avec le $i^{\text{ème}}$ observateur (DOS) (3.11).*

$\forall (\hat{q}, \hat{q}^+) \in I_g$ tel que \hat{q}^+ est le mode successeur de \hat{q} , le résidu (3.15) est borné et satisfait les conditions (3.26) et (3.28), s'il existe des matrices $P_{\hat{q}}^i = (P_{\hat{q}}^i)^T > 0$, $M_{\hat{q}}^i$ et des scalaires $\alpha^i > 0$, $\xi^i > 0$, $v_{\hat{q},q}^i \geq 0$ et $\mu_{\hat{q},q}^i \leq 1$ tels que les LMIs (2.19), (2.20), (3.22), (2.21), (3.27) et (3.29) soient vérifiées.

Preuve :

D'après les propriétés algébriques de la somme, chaque composante de la dynamique de résidus (3.15) peut être traitée séparément.

1. Conformément au théorème 3.1 (LMIs (2.19), (2.20), (3.22) et (2.21)) la première et la deuxième composante du résidu (implicitement, de l'erreur d'estimation) est bornée par un scalaire.
2. Conformément au lemme 3.3 (LMI (3.27)), la troisième composante du résidu converge asymptotiquement et satisfait la condition (3.26).
3. Conformément au lemme 3.5 (LMI (3.29)), la quatrième composante du résidu converge asymptotiquement et vérifie la condition (3.28).

Finalement, en combinant les trois points 1, 2 et 3, on peut facilement prouver le théorème 2.4. ■

Dans le but de garantir un compromis entre les deux qualités requises dans un générateur de résidus, à savoir la robustesse vis-à-vis des entrées inconnues et la sensibilité aux défauts, nous introduisons, comme pour le cas traité dans le chapitre

précédent, l'indice de performances suivant : $Indice_Perf = \inf \frac{\gamma_{\hat{q}}^i}{\beta_{\hat{q}}^i}$ avec comme objectif

d'assurer sa minimisation. Le problème de minimisation de cet indice de performances peut être résolu en utilisant la procédure itérative proposée dans le cadre du deuxième chapitre.

III.2.3.3. Table des signatures théoriques & évaluation des résidus structurés

Après la conception du générateur de résidus structurés selon les sensibilités et les robustesses désirées pour chaque résidu, et cela par rapport aux défauts à détecter ou à ne pas détecter, ces résidus sont répertoriés dans une table binaire, appelée table des signatures théoriques. Pour construire cette table, on affecte, lorsque le $i^{\text{ème}}$ résidu doit être sensible (respectivement robuste) à l'apparition du $j^{\text{ème}}$ défaut, la valeur binaire 1 (respectivement 0) à la ligne et à la colonne correspondante de la table des signatures théoriques. La table des signatures théoriques associée à la structure du générateur de résidu proposé est donnée par la table suivante :

	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_p
σ_{z_1}	1	0	0	0.....0	0
σ_{z_2}	0	1	0	0.....0	0
\vdots	0	0	1	00...0	0
	0	0	0	1 0...0	0
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots \vdots \vdots	\vdots
	0	0	0	00... 1	0
σ_{z_p}	0	0	0	0.....0	1

Tab. 3.2. Table des signatures théoriques pour la localisation des défauts.

On désigne par ϕ_i le défaut de capteurs affectant la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur des sorties y . A titre d'exemple, la signature théorique du défaut ϕ_1 est égale $\sigma_{\phi_1} = (1, 0, \dots, 0)$.

Une fois le générateur de résidu conçu, et la table des signatures théoriques construite, on applique à chaque résidu une procédure de détection et d'évaluation afin d'obtenir la signature réelle des résidus $\sigma_{GSD} = \{\sigma_{z_1}, \dots, \sigma_{z_i}, \dots, \sigma_{z_p}\}$ à chaque instant. Si cette signature réelle est nulle, alors le système est exempt de tout défaut et donc déclaré sain. Lorsqu'un défaut intervient, un des résidus est sensible à ce défaut et la signature réelle devient alors non nulle. La procédure de localisation consiste ensuite à faire la correspondance entre la signature réelle obtenue et les signatures présentées dans la table des signatures théoriques.

Comme pour les signatures de modes, nous appliquons la même approche d'évaluation basée sur la norme du résidu (norm based residual evaluation) pour évaluer les résidus structurés. Chaque élément de la signature réelle est obtenu comme suit :

$$\sigma_{z_i} = 1, \text{ si } \|z_i(t)\|_{2,T} > S_i^{th} \tag{3.30}$$

$$\sigma_{z_i} = 0, \text{ si } \|z_i(t)\|_{2,T} \leq S_i^{th} \tag{3.31}$$

où $\|z_i(t)\|_{2,T}$ est déterminée comme suit :

$$\|z_i(t)\|_{2,T} = \left[\int_{t_1}^{t_2} z_i(t)^T z_i(t) dt \right]^{\frac{1}{2}} = \|z_i^x(t) + z_i^u(t) + z_i^d(t) + z_i^f(t)\|_{2,T} \quad (3.32)$$

avec $T = t_2 - t_1, i = 1, \dots, p,$ $z_i^x(t) = z_i(t)|_{u=0, d=0, f_q^i=0},$ $z_i^u(t) = z_i(t)|_{x=0, d=0, f_q^i=0},$
 $z_i^d(t) = z_i(t)|_{x=0, u=0, f_q^i=0}$ et $z_i^f(t) = z_i(t)|_{x=0, u=0, d=0}.$

Le seuil de détection est calculé comme suit :

$$S_i^{th} = \sup_{x \in L_2, u \in L_2, d \in L_2} \|z_i^c(t)\|_{2,T} \quad (3.33)$$

avec $z_i^c(t) = z_i(t)|_{f_q^i=0}.$

Après la génération des signatures de modes et de défauts, l'étape suivante consiste à les mettre à profit à travers une logique de diagnostic à même d'identifier le mode de fonctionnement du SLC (normal ou défaillant) et de localiser les défauts. Dans la prochaine section, nous détaillons la synthèse du module de l'identification du mode, de la détection et de la localisation de défauts (figure 3.1).

III.2.4. Identification du mode & détection et localisation de défauts

Le module d'identification du mode & détection et localisation de défauts (figure 3.1) est un diagnostiqueur, proposé à l'origine pour les SED, qui indique le mode de fonctionnement normal ou défaillant du SLC.

Rappelons que, dans le premier chapitre, nous avons présenté deux méthodes de diagnostic des SED. La première méthode se base sur une représentation événementielle des défauts. Le rôle de diagnostiqueur, dans ce type de méthode, est d'étudier toutes les séquences observables du système et de déterminer si une des séquences est normale, défaillante ou correspond à un cas incertain signifiant une indécision. L'initialisation du diagnostiqueur qui doit être faite en même temps que le système est l'un des inconvénients de ce type de méthodes. Par ailleurs, la seconde approche repose sur une modélisation à base d'état des défauts. Le diagnostiqueur, dans ce cas, est composé d'un ensemble d'état enrichis indiquant les sorties observées, les états correspondants et les étiquettes décrivant le mode de fonctionnement possible du système. Ce type de méthode a l'avantage de ne pas avoir besoin d'initialiser le diagnostiqueur en même temps que le système.

Dans notre approche, nous considérons une modélisation de défauts à base d'états qui nécessite un partitionnement préalable des états du système en états nominaux et états de panne. Ce type de modélisation suppose l'acquisition d'une connaissance a priori des défauts que l'on souhaite diagnostiquer (défauts de capteurs, défauts actionneurs,...)

Dans une première étape, à partir du modèle global du SLC, le diagnostiqueur est compilé hors-ligne, sous la forme d'un automate à états finis déterministe enrichi par le partitionnement des sommets de l'automate du SLC en sommets de fonctionnement normal et sommets de fonctionnement défaillant.

Pour rappel, la classe de SLC de type MIMO considérée dans ce chapitre ne dispose d'aucune entrée-sortie discrète observable. En contre partie, le diagnostiqueur doit disposer d'informations en quantité suffisante afin qu'il soit capable d'identifier le mode de fonctionnement du SLC et d'isoler les défauts de capteurs. Dès lors, il est naturel de se tourner vers les informations provenant de la partie continue du SLC. En particulier, les deux types de signatures générées dans les sections III.2.3 et III.2.4.

Dans la deuxième étape, le diagnostiqueur est déployé en-ligne. Pendant le fonctionnement du SLC, l'automate du diagnostiqueur intercepte, en entrée, les signatures réelles générées par les deux générateurs de signatures dans le but de fournir une estimation de son mode de fonctionnement (normal ou défaillant) et la localisation des défauts affectant son fonctionnement.

Comme nous l'avons mentionné au début de ce chapitre, nous considérons seulement

- les défauts de capteurs, affectant la partie continue,
- et les défauts engendrant des transitions discrètes vers un mode non successeur.

Notre diagnostiqueur assurant la détection et la localisation de ces deux types de défauts est un automate à état finis défini comme suit :

◆ **Définition 3.2.**

Le diagnostiqueur est un 6-uplet :

$$H_{diag} = (\hat{Q}, \Sigma, \Psi, Init, E, \gamma)$$

où

- $\hat{Q} = \hat{Q}_{cert} \cup \hat{Q}_{incert}$ est un ensemble d'états discrets avec :
 - $\hat{Q}_{cert} = \hat{Q}_N \cup \hat{Q}_D \cup \hat{Q}_F$ est un ensemble d'états discrets certains avec :
 - $\hat{Q}_N = \{\hat{q}_N, \hat{q}_N \in I_N\}$ est un ensemble d'états discrets correspondant aux états (modes) de fonctionnement normaux du SLC.
 - $\hat{Q}_D = \{\hat{q}_D, \hat{q}_D \in I_N\}$ est un ensemble d'états discrets représentant les comportements anormaux affectant la trajectoire discrète du SLC.
 - $\hat{Q}_F = \{\hat{q}_F, \hat{q}_F \in I_p\}$ est un ensemble d'états discret correspondant aux comportements anormaux du SLC, dus à l'occurrence de défauts capteurs.

- \hat{Q}_{incert} est un ensemble d'états discrets représentant les situations ambiguës où le diagnostiqueur n'arrive pas à décider du mode (normal ou défaillant) dans lequel le système évolue.
- $\Sigma = \Sigma_{GSM} \cup \Sigma_{GSD}$ est un ensemble fini de mots binaires :
 - Σ_{GSM} est un ensemble de 2^N mots binaires de la forme $(\sigma_{r_1}, \dots, \sigma_{r_i}, \dots, \sigma_{r_N})$ tel que $\sigma_{r_i} \in \{0, 1\}$, $i \in \{1, \dots, N\}$.
 - Σ_{GSD} est un ensemble de 2^p mots binaires la forme $(\sigma_{z_1}, \dots, \sigma_{z_i}, \dots, \sigma_{z_p})$ tel que $\sigma_{z_i} \in \{0, 1\}$, $i \in \{1, \dots, p\}$. On définit par :
 - $\Sigma_{mode} = \left\{ \sigma_{mode_i} \in \Sigma_{GSM} \mid (\sigma_{r_i} = 1) \wedge (\sigma_{r_j} = 0), \forall j \neq i \right\}$ l'ensemble des mots binaires existant dans la table des signatures théoriques de modes (Tab. 3.1).
 - $\Sigma_{\phi} = \left\{ \sigma_{\phi_i} \in \Sigma_{GSD} \mid (\sigma_{z_i} = 1) \wedge (\sigma_{z_j} = 0), \forall j \neq i \right\}$ l'ensemble des mots binaires existant dans la table des signatures théoriques de défauts capteurs (Tab 3.2).
 - $\Sigma_{incert} = \left\{ \sigma_{incert} = \sigma \mid \sigma \in \Sigma \setminus (\Sigma_{mode} \cup \Sigma_{\phi}) \right\}$ est l'ensemble des mots binaires n'appartenant ni à la table des signatures théoriques de modes, ni à la table des signatures théoriques de défauts de capteurs.
- Ψ est un ensemble fini de sorties discrètes.
- $Int \subset \hat{Q}$ est l'état discret initial.
- $E \subset \hat{Q} \times \Sigma \times \hat{Q}$ est une collection de transitions discrètes. Le triplet $(\hat{q}, \sigma, \hat{q}^+)$ représente la transition du mode \hat{q} vers le mode \hat{q}^+ suite à l'arrivée de l'entrée discrète $\sigma \in \Sigma$.
- $\gamma : E \rightarrow \Psi$ est une application qui associe à chaque mode $\hat{q} \in Q$ une sortie discrète.

◆ **Construction et fonctionnement du diagnostiqueur.**

Sans perte de généralités, la construction du diagnostiqueur pour un SLC MIMO de N états discrets et de p sorties peut être résumée comme suit :

Nous construisons, pour chaque état discret q du SLC, $3+p$ états discrets (figure 3.4):

- Un état discret $\hat{q}_N \in \hat{Q}_N$ correspondant à l'état de fonctionnement normal q du SLC.
- Un état $\hat{q}_{incert} \in \hat{Q}_{incert}$ représentant les situations où l'observateur ne peut pas décider du mode dans lequel évolue le SLC.

- Un état $\hat{q}_D \in \hat{Q}_D$ représentant les comportements anormaux affectant la trajectoire discrète du SLC à partir de l'état discret q .
- Un ensemble de p états discrets noté par $\hat{q}_{Fj} \in \hat{Q}_F$, où $j=1, \dots, p$, tel que l'état discret \hat{q}_{Fj} représente les comportements anormaux du SLC dans le mode q , dus à l'occurrence d'un défaut dans le capteur j .

Afin de faciliter la lecture des étiquettes associées aux transitions discrètes du diagnostiqueur, on note par $\Phi_s(\hat{q}_N) \subset \hat{Q}_N$ l'ensemble d'états normaux successeurs de l'état discret \hat{q}_N . On définit également la fonction Ξ_s , permettant de construire l'ensemble des signatures théoriques des successeurs du mode \hat{q}_N , comme suit :

$$\Xi_s(\hat{i}) : \Phi_s(\hat{i}_N) \longrightarrow \Sigma_{mode}$$

$$i \longrightarrow \theta_s(i) = \left\{ (\sigma_{r_1}, \dots, \sigma_{r_i}, \dots, \sigma_{r_N}) \mid (\sigma_{r_i} = 1) \wedge (\sigma_{r_j} = 0), \forall j \neq i \right\}$$

Le fonctionnement du diagnostiqueur peut être résumé comme suit. Ainsi, si l'on suppose que le SLC évolue dans l'état discret $q \in Q$ et que le diagnostiqueur H_{diag} évolue dans l'état discret normal $\hat{q}_N \in Q_N$. Le fonctionnement du diagnostiqueur peut être schématisé par la figure 3.4.

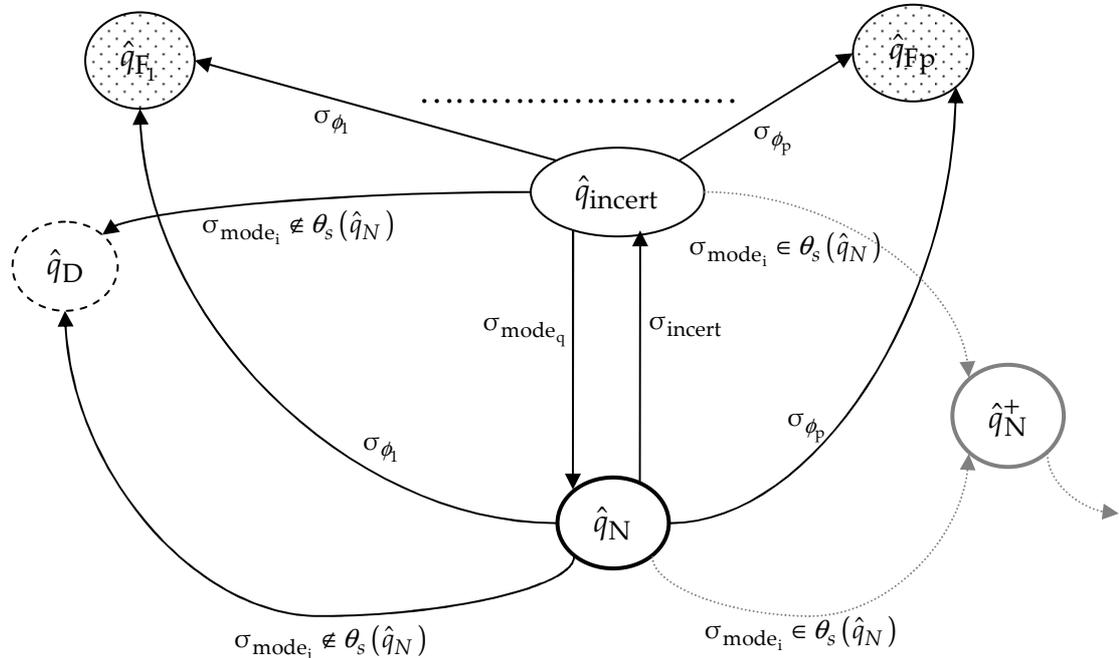


Fig. 3.4. Construction et fonctionnement du diagnostiqueur.

Quatre cas, quant à l'évolution du diagnostiqueur, peuvent être distingués suite à l'observation d'un mot binaire $\sigma \in \Sigma$ (figure 3.4).

- Le premier cas correspond à l'observation d'un mot binaire $\sigma_{mode_{q^+}}$ appartenant à l'ensemble Σ_{mode} . L'observation de ce mot binaire, ce qui correspond à un comportement normal, entraîne l'évolution du diagnostiqueur vers un autre état discret $\hat{q}_N^+ \in \Phi_s(\hat{q}_N)$. Ainsi, la sortie discrète générée par le diagnostiqueur, suite à la transition discrète $(\hat{q}_N, \sigma_{mode_{q^+}}, \hat{q}_N^+)$, indique que le SLC est dans le mode fonctionnement \hat{q}_N^+ .
- Le second cas correspond à l'observation d'un mot binaire σ_{mode_i} appartenant à l'ensemble Σ_{mode} , où $i=1, \dots, n$, tel que $\sigma_{mode_i} \notin \theta_s(\hat{q}_N)$. Ainsi, l'état discret du diagnostiqueur H_{diag} passe à l'état discret $\hat{q}_D \in \hat{Q}_D$ selon la transition discrète $(\hat{q}_N, \sigma_{mode_i}, \hat{q}_D)$. Dans ce cas, le diagnostiqueur H_{diag} indique par le biais d'une sortie discrète que le SLC évolue dans le mode de fonctionnement \hat{q}_D .
- Le troisième cas correspond à l'observation d'un mot binaire σ_{ϕ_j} , où $j=1, \dots, p$, appartenant à l'ensemble Σ_ϕ . De ce fait, l'état discret du diagnostiqueur H_{diag} commute vers l'état discret \hat{q}_{Fj} selon la transition discrète $(\hat{q}_N, \sigma_{\phi_j}, \hat{q}_{Fj})$, où $\hat{q}_{Fj} \in \hat{Q}_F$. Dans ce cas, le diagnostiqueur génère une sortie discrète indiquant que le SLC évolue dans le mode de fonctionnement défaillant \hat{q}_{Fj} .
- Le quatrième cas correspond à l'observation d'un événement discret σ_{incert} appartenant à l'ensemble Σ_{incert} . Ainsi, le diagnostiqueur H_{diag} évolue vers un état incertain \hat{q}_{incert} selon la transition discrète $(\hat{q}_N, \sigma_{incert}, \hat{q}_{incert})$, où $\hat{q}_{incert} \in \hat{Q}_{incert}$. Dans ce cas, le générateur de signature de défauts fonctionne selon la dynamique continu de l'état discret q mais aucune décision certaine sur le mode de fonctionnement actif du SLC, ni sur l'occurrence d'un défaut ne pourra être prise, et cela en attendant d'autres événements qui peuvent mettre en évidence l'état du système. En outre, le diagnostiqueur indique par le biais d'une sortie discrète qu'il évolue dans le mode \hat{q}_{incert} . En effet, A partir de cet état, il est possible d'évoluer soit vers l'état $\hat{q}_N^+ \in \Phi_s(\hat{q}_N)$ suite à l'observation du mot binaire $\sigma_{mode_{q^+}} \in \Sigma_{mode}$, soit vers l'état $\hat{q}_N \in Q_N$ suite à l'observation du mot binaire $\sigma_{mode_q} \in \Sigma_{mode}$, soit vers l'état \hat{q}_{Fj} suite à l'observation du mot binaire $\sigma_{\phi_j} \in \Sigma_\phi$, soit vers l'état \hat{q}_D suite à l'observation du mot binaire $\sigma_{mode_i} \in \Sigma_{mode}$, où $i=1, \dots, n$, tel que $\sigma_{mode_i} \notin \theta_s(\hat{q}_N)$.

Il est à souligner que les états incertains sont ajoutés au sein du diagnostiqueur dans le but de prendre en considération les événements ambigus. Dans le cadre de notre travail, nous désignons par les événements ambigus, tout événement traduit par l'observation d'une signature réelle de modes ou de défauts différente de celles définis

dans les tables de signatures théoriques (tab. 3.1 et tab. 3.2). En outre, une autre reconfiguration réduisant le nombre des états du diagnostiqueur peut être envisagée en gardant un seul état incertain pour tous les modes de fonctionnement normaux. Toutefois, cette reconfiguration ne permet pas d'assurer une certaine traçabilité des défauts affectant la séquence de commutation.

Un exemple numérique illustrant la pertinence de l'approche proposée est présenté dans la prochaine section.

III.3. Simulation et résultats

Nous considérons dans cette section un exemple numérique d'un système à commutation en temps continu à trois modes de type MIMO défini comme suit (*Un exemple numérique d'un système à commutation en temps discret peut être trouvé dans (Belkhiat et al, 2011c) :*

$$\text{Mode } q_1: \quad A_1 = \begin{bmatrix} -20.7 & -0.46 \\ 21.2 & -27.3 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 10.1 \\ 63.7 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} -144 & 3.74 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_1 = \begin{bmatrix} 71 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{d_1} = \begin{bmatrix} -9.8 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{d_1} = \begin{bmatrix} -1.4 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$\text{Mode } q_2: \quad A_2 = \begin{bmatrix} -9.66 & -0.88 \\ 21.2 & -12.7 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 4.73 \\ 63.7 \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} -145 & 1.31 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} 71 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{d_2} = \begin{bmatrix} -0.7 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{d_2} = \begin{bmatrix} -9.8 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$\text{Mode } q_3: \quad A_3 = \begin{bmatrix} -7.24 & -0.93 \\ 21.2 & -9.57 \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} 3.55 \\ 63.7 \end{bmatrix}, \quad C_3 = \begin{bmatrix} -145 & 1.31 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_3 = \begin{bmatrix} 71 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{d_3} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{d_3} = \begin{bmatrix} -9.8 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Le SLC MIMO, donné dans cet exemple, possède deux entrées et deux sorties. Il peut être représenté par un automate hybride tel qu'illustré dans la figure 3.5.

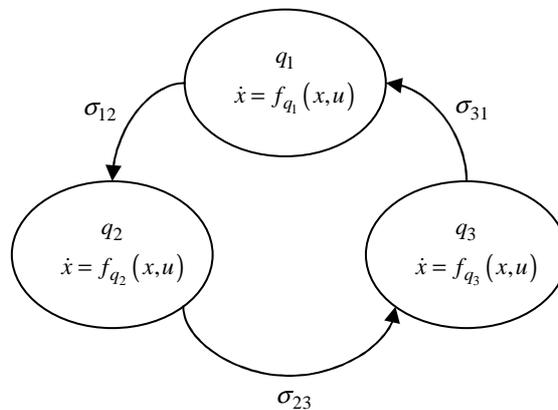


Fig. 3.5. Automate hybride.

avec σ_{ij} est l'événement discret associé à la transition discrète de l'état i vers l'état j .

III.3.1. Construction du diagnostiqueur

Pour notre exemple numérique, le diagnostiqueur du SLC MIMO, défini en utilisant la définition 3.2, est illustré dans la figure 3.6. Il est composé de 15 états discret plus un état initial.

Le diagnostiqueur, construit pour le SLC présenté dans cet exemple, possède trois états ($1_D, 2_D, 3_D$) modélisant les comportements anormaux affectant la trajectoire discrète du SLC. En outre, le diagnostiqueur possède six états discrets modélisant les comportements anormaux du SLC, dus à l'occurrence d'un défaut de capteurs. Ceci permet d'identifier le mode défaillant et de localiser le capteur défectueux.

Dans cet exemple, le banc d'observateurs dédié à la génération des signatures de modes est constitué de trois observateurs, chaque observateur est associé à un mode de fonctionnement.

En appliquant le lemme 3.1 pour chaque mode, nous obtenons alors les valeurs de gains suivantes :

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.0778 & -10.6348 \\ -0.1532 & -26.4310 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 0.0619 & 0.5514 \\ -0.1211 & -11.0301 \end{bmatrix} \text{ and } K_3 = \begin{bmatrix} 0.0463 & 0.1794 \\ 0.1265 & -7.8068 \end{bmatrix}$$

pour $\gamma_1 = 77.6308$, $\gamma_2 = 9.8298$ et $\gamma_3 = 9.8773$.

Puisque notre SLC MIMO possède, dans chaque mode, un vecteur de sorties de deux composantes, notre banc d'observateur génère également pour chaque mode deux composantes de résidu. Nous attachons aux résidus r les indices q et i pour indiquer respectivement le mode de fonctionnement associé au vecteur de résidu et la composante du résidu.

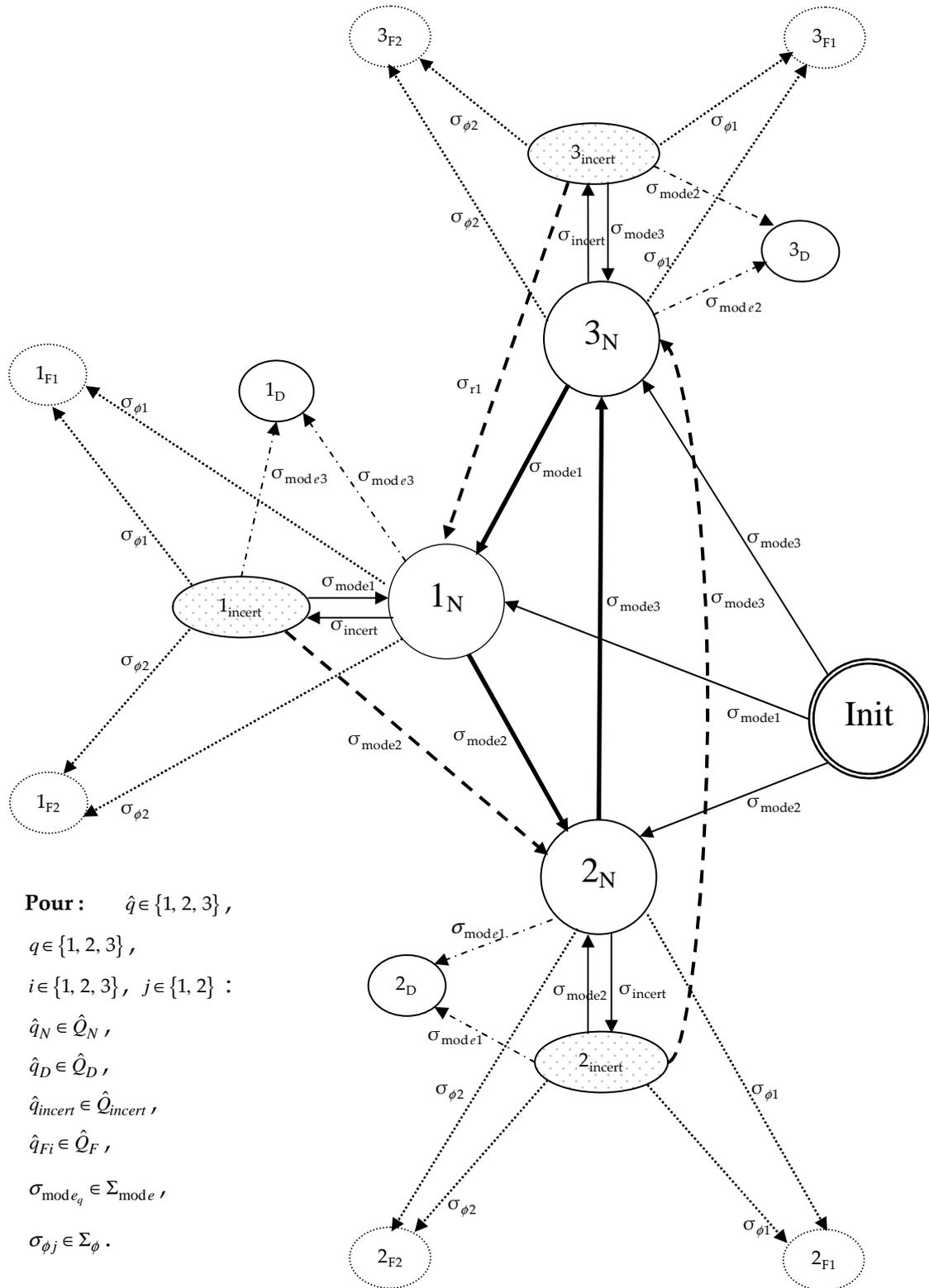


Fig. 3.6. Automate à états finis du diagnostiqueur.

En ce qui concerne le générateur des signatures de défauts, il est constitué d'un banc de deux observateurs hybrides, chaque observateur est sensible à une sortie.

En appliquons le théorème 3.2, nous obtenons alors pour le premier observateur les gains suivant :

$$L_1^1 = \begin{bmatrix} 0.0739 \\ -0.1369 \end{bmatrix}, L_2^1 = \begin{bmatrix} 0.0518 \\ -0.1327 \end{bmatrix}, L_3^1 = \begin{bmatrix} -0.0430 \\ -0.1364 \end{bmatrix}$$

pour : $\alpha_1^1 = \alpha_2^1 = \alpha_3^1 = 1.97$, $\xi_1^1 = \xi_2^1 = \xi_3^1 = 3.01$, $\lambda = 25$, $\varepsilon = 6.78$, $\gamma_1^1 = 1.93$, $\gamma_2^1 = 2.102$, $\gamma_3^1 = 2.602$, $\beta_1^1 = 0.710$, $\beta_2^1 = 0.714$, $\mu_{12} = 0.5$, $\mu_{23} = 2$, $\mu_{31} = 0.9$ et $\beta_3^1 = 0.904$.

Et pour le deuxième observateur les gains suivants :

$$L_1^2 = \begin{bmatrix} 5.8190 \\ -12.8523 \end{bmatrix}, L_2^2 = \begin{bmatrix} 3.2011 \\ -8.3446 \end{bmatrix}, L_3^2 = \begin{bmatrix} 10.6888 \\ 9.3300 \end{bmatrix}$$

pour : $\alpha_1^2 = \alpha_2^2 = \alpha_3^2 = 1.24$, $\xi_1^2 = \xi_2^2 = \xi_3^2 = 2.92$, $\lambda = 25$, $\varepsilon = 6.78$, $\gamma_1^2 = 1.86$, $\gamma_2^2 = 3.002$, $\gamma_3^2 = 2.012$, $\beta_1^2 = 0.900$, $\beta_2^2 = 0.951$, $\mu_{12} = 0.5$, $\mu_{23} = 2$, $\mu_{31} = 0.9$ et $\beta_3^2 = 1.051$.

Une fois le diagnostiqueur et les générateurs de signatures conçus, la deuxième étape est de les déployer en-ligne. Deux cas concernant l'initialisation du diagnostiqueur sont possibles : l'état discret initial du SLC est connu. Dans ce cas le diagnostiqueur est initialisé en même temps et dans le même état que le SLC. Dans le deuxième cas, l'état initial n'est pas connu, le diagnostiqueur est initialisé à l'état initial *Init*. Il attend dans cet état l'observation d'une signature réelle $\sigma_{mode} \in \Sigma_{mode}$ pour qu'il commute vers un autre état discret normal. Toutefois, si l'occurrence d'un défaut a lieu avant l'identification du mode de fonctionnement actif, le diagnostiqueur ne peut ni la détecter, ni la localiser.

Dans la suite de cette section, nous illustrons en simulation le fonctionnement de notre diagnostiqueur lorsque le SLC évolue en l'absence de défauts et puis, dans la deuxième partie, en présence de défauts.

III.3.1.1. Fonctionnement du diagnostiqueur en l'absence de défauts

Afin de montrer le fonctionnement du diagnostiqueur en l'absence de défauts, nous simulons la séquence de commutations suivante $\{1, 2, 3, 1, 2, 3, 1\}$. Le temps de séjour dans le mode 1 est égal à 15s, dans le mode 2 est égal à 25s et dans le mode 3 est égal à 30s. Les entrées inconnues $d(t)$ sont considérées comme bruit blanc gaussien centré d'une amplitude de 0.01. Le vecteur des entrées $u(t)$ est simulé comme échelon unitaire. L'évolution des résidus $r_q^i(t)$ de chaque observateur est illustrée par la figure 3.7.

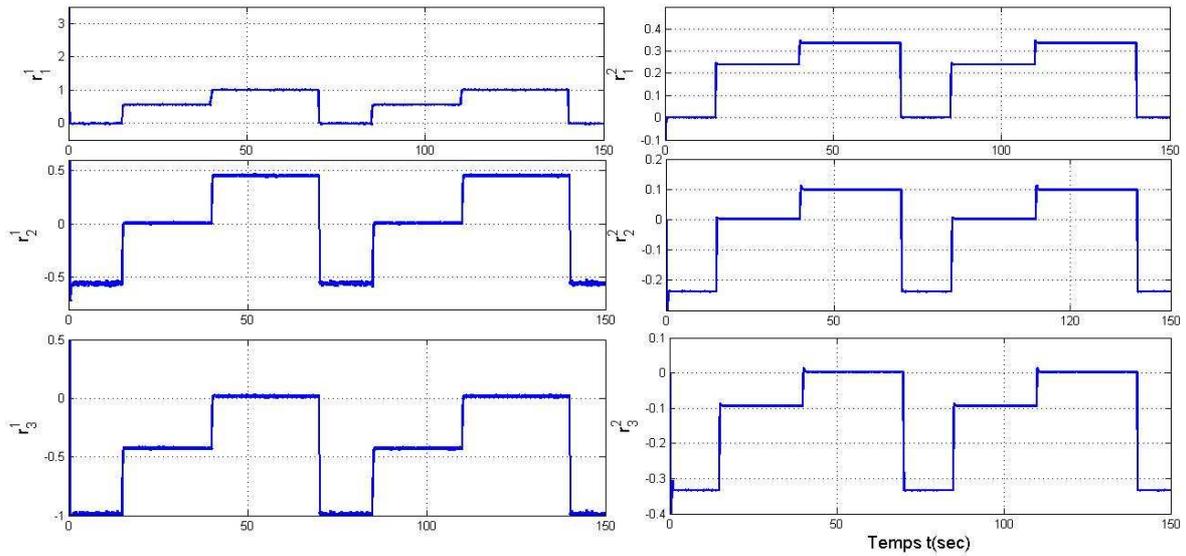


Fig. 3.7. Evolution des vecteurs de résidus.

Nous constatons facilement que chaque composante des vecteurs de résidus $r_i(t)$ converge vers zéro uniquement lorsque le SLC MIMO évolue dans le mode q , sinon il s'éloigne notablement de zéro.

Le deuxième constat concerne la convergence des observateurs qui n'est pas instantanée. Bien que ces temps de convergence soient relativement courts, leur effet n'est pas négligeable sur la détermination du mode de fonctionnement actif.

Après la génération de résidus, la deuxième étape est l'évaluation de ces résidus afin de générer leurs signatures réelles. Les seuils de détection de modes et l'évolution des normes L_2 des résidus générés sont donnés par la figure 3.8.

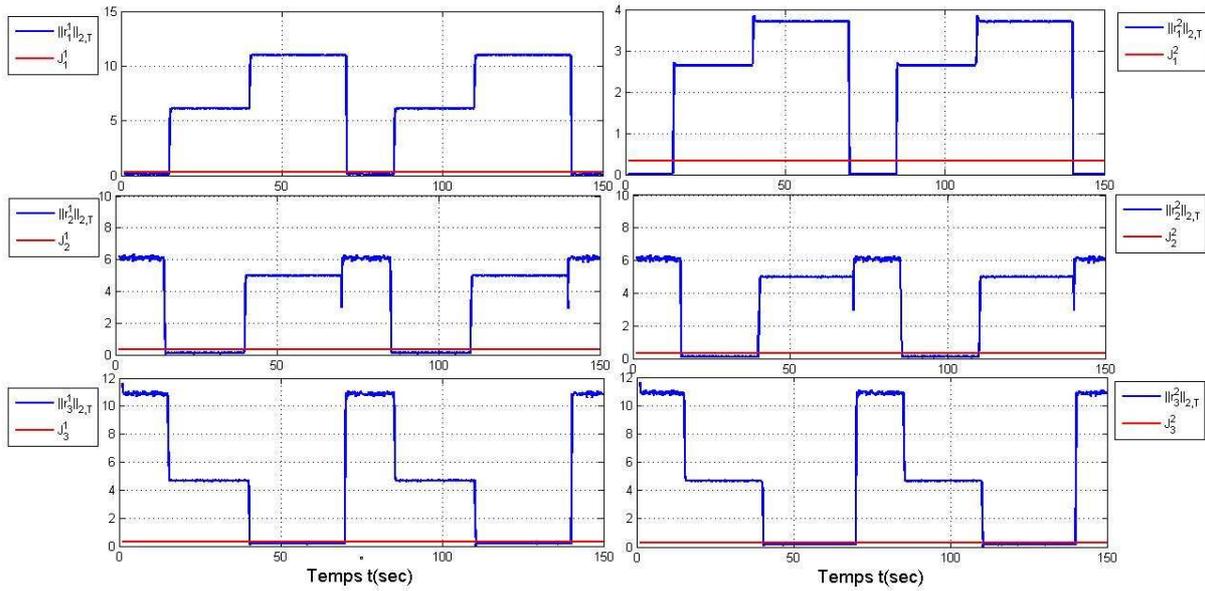


Fig. 3.8. Evolution des normes des résidus.

Les valeurs de seuils de détection de modes obtenus pour un intervalle d'intégration T de $0.1s$ sont données dans le tableau 3.3.

	J_1^1	J_1^2	J_2^1	J_2^2	J_3^1	J_3^2
$T = 10s$	0.3266	0.292	0.3635	0.365	0.3267	0.319

Tab. 3.3. Seuils de détection de modes.

Pour ces valeurs de seuils, l'évolution de la signature réelle de modes est illustrée dans la figure 3.9. On note par 1.5 le mode 1_{incert} , par 2.5 le mode 2_{incert} et par 3.5 le mode 3_{incert} . Les résultats de l'identification de mode, obtenu sur un intervalle de simulation de $150s$, sont donnés dans le tableau (Tab 3.4).

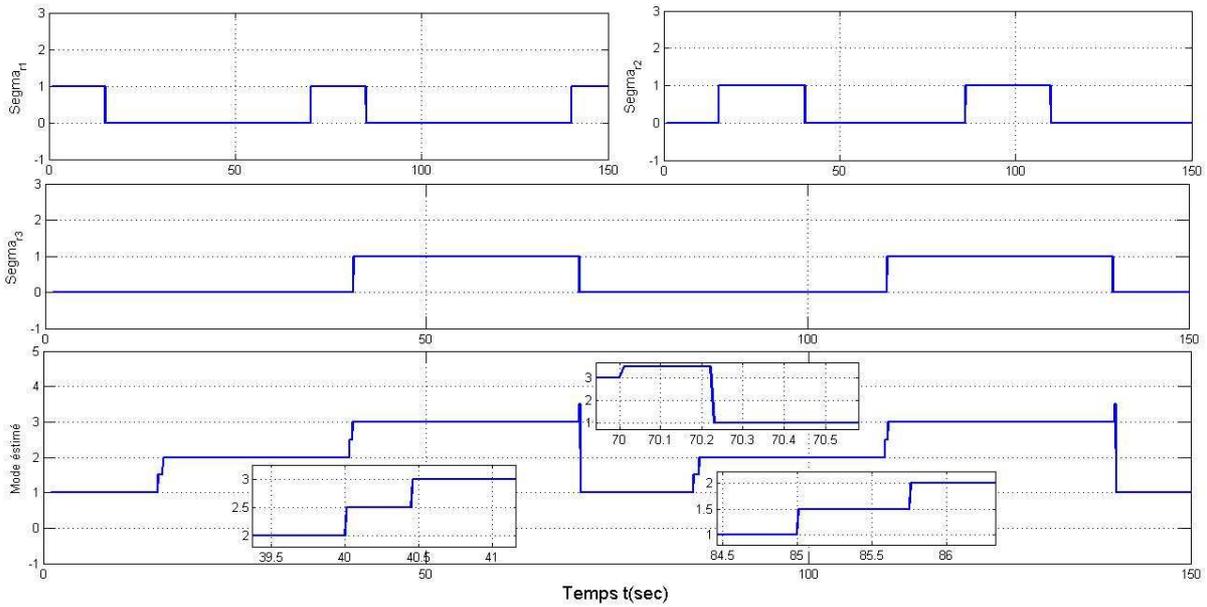


Fig. 3.9. Evolution de la signature réelle et le mode estimé (sans défauts)

Intervalle de Temps	σ_{GSM}			Mode identifié
	σ_1	σ_2	σ_3	
$0 \leq t \leq 15s$	1	0	0	Mode 1_N
$15 < t \leq 15.67$	0	0	0	Mode 1_{incert}
$15.67 < t \leq 40$	0	1	0	Mode 2_N
$40 < t \leq 40.45$	0	0	0	Mode 2_{incert}
$40.45 < t \leq 70$	0	0	1	Mode 3_N
$70 < t \leq 70.22$	0	0	0	Mode 3_{incert}
$70.22 < t \leq 85$	1	0	0	Mode 1_N
$85 < t \leq 85.57$	0	0	0	Mode 1_{incert}
$85.57 < t \leq 110$	0	1	0	Mode 2_N
$110 < t \leq 110.45$	0	0	0	Mode 2_{incert}
$110.45 < t \leq 140$	0	0	1	Mode 3_N
$140 < t \leq 140.23$	0	0	0	Mode 3_{incert}
$140.23 < t \leq 150$	1	0	0	Mode 1_N

Tab. 3.4. Identification des modes correspondant à l'évolution normale du SLC.

Nous remarquons qu'une transition discrète entre deux états normaux passe par un état discret incertain (états intermédiaires) modélisant ainsi l'ambiguïté des signatures

réelles due aux temps de convergence des observateurs engendrés après chaque transition.

III.3.1.2. Fonctionnement du diagnostiqueur en présence de défauts

Nous considérons dans ce travail deux types de défauts pouvant affecter le fonctionnement d'un SLC. Dans un premier temps nous examinons en simulation le comportement du diagnostiqueur en présence d'un défaut de capteurs.

a. Défauts de capteurs

Le défaut $f_q(t)$ est simulé comme une impulsion, d'une amplitude de 0.5, qui se produit en mode 1, entre les instants 142 et 150s et qui affecte la première sortie du SLC. Les seuils de détection de modes et l'évolution des normes L_2 des résidus générés sont donnés par les figures 3.10 et 3.11. Nous avons dans ce cas deux autres résidus à générer pour pouvoir localiser les défauts de capteurs. On note par 1.5 le mode 1_{incert} , par 2.5 le mode 2_{incert} , par 3.5 le mode 3_{incert} , par 4 le mode 1_{F1} .

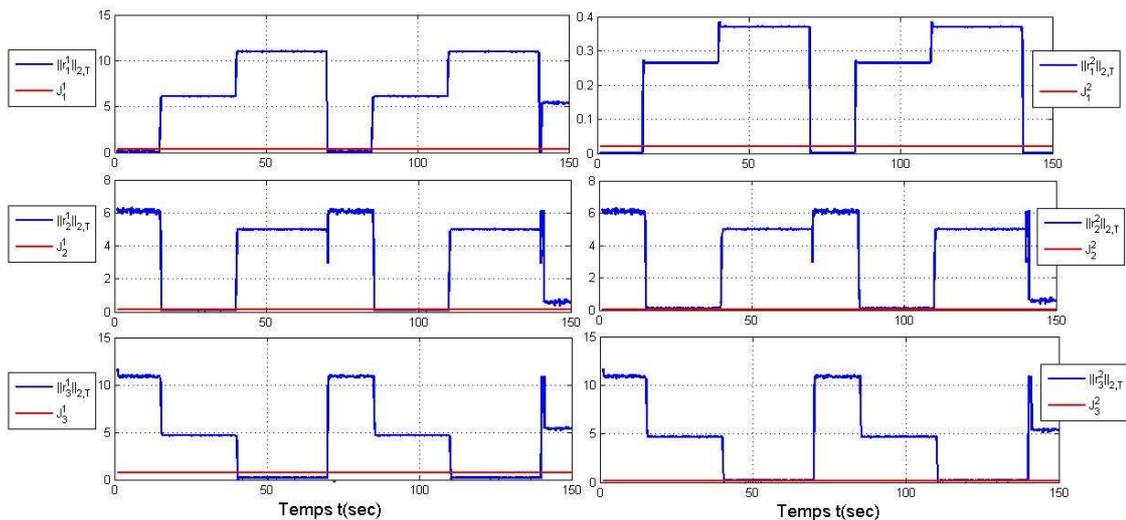


Fig. 3.10. Evolution des normes des résidus du générateur de signatures de modes

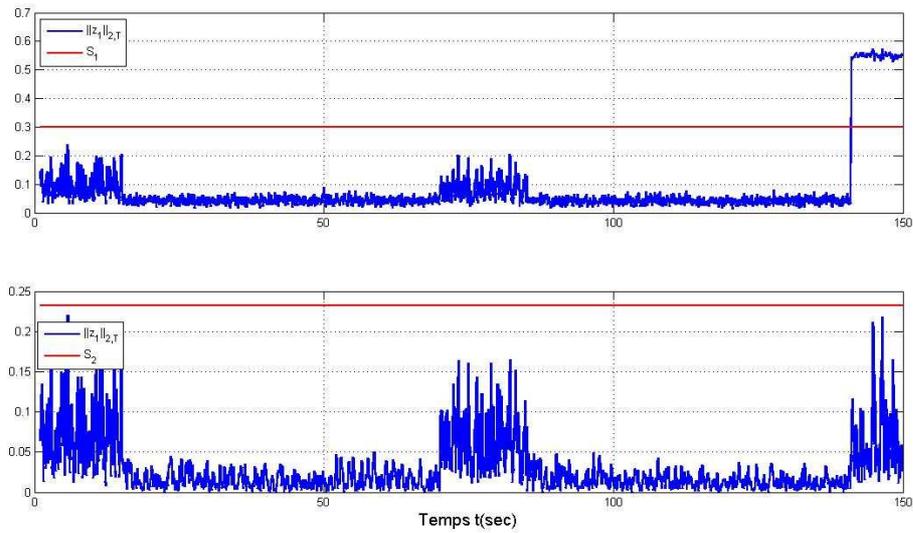


Fig. 3.11. Evolution des normes des résidus du générateur de signatures de défauts

Les valeurs de seuils de détection de défauts obtenus pour un intervalle d'intégration T de 10s sont données $S_1 = 0.3$ et $S_2 = 0.235$.

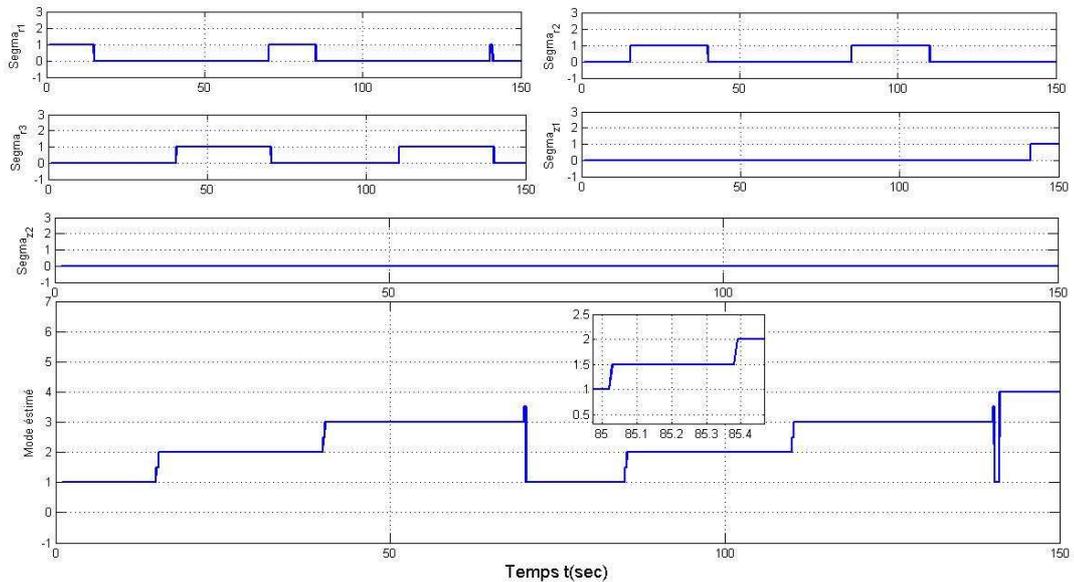


Fig. 3.12. Evolution de la signature réelle et le mode estimé (défaut de capteurs)

Les résultats de l'identification de mode, obtenu sur un intervalle de simulation de 150s, sont donnés dans le tableau (Tab 3.5).

Intervalle de Temps	σ_{GSM}			σ_{GSD}		Mode identifié
$0 \leq t \leq 15s$	1	0	0	0	0	Mode 1_N
$15 < t \leq 15.67$	0	0	0	0	0	Mode 1_{incert}
$15.67 < t \leq 40$	0	1	0	0	0	Mode 2_N
$40 < t \leq 40.45$	0	0	0	0	0	Mode 2_{incert}
$40.45 < t \leq 70$	0	0	1	0	0	Mode 3_N
$70 < t \leq 70.22$	0	0	0	0	0	Mode 3_{incert}
$70.22 < t \leq 85$	1	0	0	0	0	Mode 1_N
$85 < t \leq 85.4$	0	0	0	0	0	Mode 1_{incert}
$85.4 < t \leq 110$	0	1	0	0	0	Mode 2_N
$110 < t \leq 110.45$	0	0	0	0	0	Mode 2_{incert}
$110.45 < t \leq 140$	0	0	1	0	0	Mode 3_N
$140 < t \leq 140.23$	0	0	0	0	0	Mode 3_{incert}
$140.23 < t \leq 142,20$	1	0	0	0	0	Mode 1_N
$142,20 < t \leq 142,52$	0	0	0	0	0	Mode 1_{incert}
$t = 142.52$	0	0	0	1	0	Mode 1_{F1}

Tab. 3.5. Identification des modes correspondant à l'évolution du SLC en présence d'un défaut de capteurs.

Nous pouvons constater que le diagnostiqueur commute vers l'état discret 1_{F1} à l'instant 142.52 , indiquant ainsi la présence d'un défaut de capteurs sur la sortie 1 du sous-système 1, ce qui correspond à un retard de détection d'ordre de $0.5s$.

b. Défaut discret

Dans cette partie, nous examinons le comportement de notre diagnostiqueur en présence d'un défaut discret qui se profile sous forme de transitions discrètes vers un mode non successeur.

Nous supposons que le défaut discret considéré dans cet exemple se produit à l'instant $140s$, où le SLC commute vers le mode 2 au lieu du mode 1 en fonctionnement normal. Nous désignons, dans la figure 3.13, par 7 le mode 3_D .

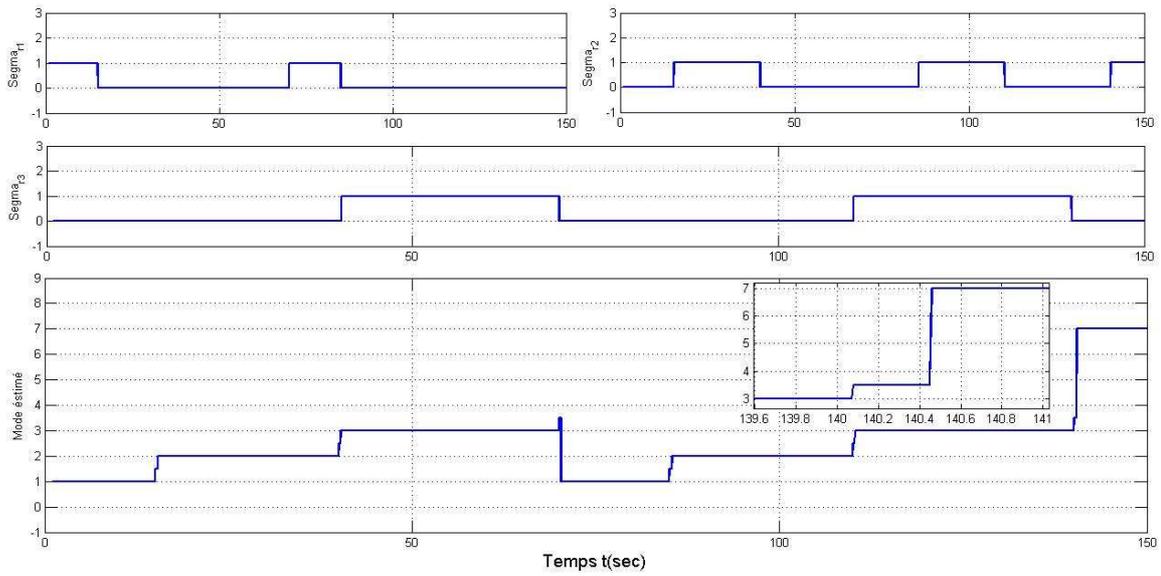


Fig. 3.13. Evolution de la signature réelle et le mode estimé (défaut discret).

Les résultats de l'identification de mode, obtenu sur un intervalle de simulation de 150s, sont récapitulés dans le tableau (Tab 3.5).

Intervalle de Temps	σ_{GSM}			Mode identifié
	σ_1	σ_2	σ_3	
$0 \leq t \leq 15s$	1	0	0	Mode 1_N
$15 < t \leq 15.67$	0	0	0	Mode 1_{incert}
$15.67 < t \leq 40$	0	1	0	Mode 2_N
$40 < t \leq 40.45$	0	0	0	Mode 2_{incert}
$40.45 < t \leq 70$	0	0	1	Mode 3_N
$70 < t \leq 70.22$	0	0	0	Mode 3_{incert}
$70.22 < t \leq 85$	1	0	0	Mode 1_N
$85 < t \leq 85.75$	0	0	0	Mode 1_{incert}
$85.75 < t \leq 110$	0	1	0	Mode 2_N
$110 < t \leq 110.45$	0	0	0	Mode 2_{incert}
$110.45 < t \leq 140$	0	0	1	Mode 3_N
$140.12 < t \leq 140.42$	0	0	0	Mode 3_{incert}
$t = 140.42$	0	1	0	Mode 3_D

Tab. 3.6. Identification des modes correspondant à l'évolution du SLC en présence d'un défaut discret.

Nous remarquons que le diagnostiqueur commute vers l'état discret 3_D , indiquant la présence d'un défaut discret. La détection de ce défaut a été effectuée avec un retard de détection d'ordre de $0.42s$.

III.4. Conclusion

Dans ce chapitre, une approche de diagnostic pour une classe de systèmes linéaires à commutation, soumise à des effets indésirables dus à des entrées inconnues et à des erreurs de modélisation, a été proposée. La classe de SLC considérée ne dispose d'aucune entrée-sortie discrète observable. De ce fait, nous avons proposé une méthodologie de diagnostic qui consiste à utiliser conjointement des outils initialement dédiés au diagnostic des systèmes continus et d'autres spécifiques aux SED. La structure de notre méthodologie est constituée de trois modules ; Deux types de générateurs de résidus (issus de l'Automatique continue) et un observateur de l'état discret, appelé diagnostiqueur (issu de l'Automatique discrète). Notre diagnostiqueur utilise les deux types de résidus afin d'identifier le mode de fonctionnement du SLC, de détecter et de localiser les défauts de capteurs ainsi que les transitions vers des modes non successeurs. Cette phase d'identification et de localisation est basée sur les résidus structurés que nous avons générés à travers un générateur développé autour d'un schémas DOS à base d'observateurs hybrides, à la fois robustes vis-à-vis des entrées inconnues et sensibles aux défauts de capteurs. Nous avons illustré, à la fin de ce troisième chapitre, la pertinence de l'approche de diagnostic proposée à travers un exemple numérique.

Chapitre 4

Commande tolérante aux défauts des SLC : approche préliminaire

IV.1. Introduction	114
IV.2. Commande tolérante aux défauts des systèmes continus	114
IV.2.1. Approches passives	115
IV.2.2. Approches actives	115
IV.2.2.1. Loi de commande pré-calculée	116
IV.2.2.2. Loi de commande synthétisée en ligne	117
a. Accommodation de défauts	117
b. Reconfiguration	118
IV.3. Commande tolérante aux défauts des SED	118
IV.4. Etat de l'art sur la commande tolérante aux défauts des SDH.....	119
IV.5. Proposition d'une approche de FTC pour les SLC.....	121
IV.5.1. Structure de la commande tolérante aux défauts.....	122
IV.5.2. Synthèse de la commande par retour d'état à base d'observateur	125
IV.5.2.1. Robustesse de la loi de commande.....	127
IV.5.2.2. Sensibilité des résidus structurés aux défauts	130
IV.6. Simulation et résultats	133
IV.7. Conclusion	138

IV.1. Introduction

En Automatique, un problème de commande consiste à trouver une loi de commande permettant au système commandé d'atteindre certaines performances fixées. Nous désignons par ces objectifs les performances attendues de ce système ; ces dernières concernent, entre autres, la stabilité du système, la précision, le comportement dynamique, ...

Cependant, dès l'occurrence d'un défaut, ces lois de commande deviennent souvent inefficaces. Ainsi, afin d'éviter que le défaut se propage et conduise à une panne générale du système, la tolérance aux défauts est devenue une préoccupation majeure dans la conception et la synthèse de lois de commande.

Une loi de commande tolérante aux défauts (Fault-Tolerant Control FTC) permet, en présence de défauts, de maintenir des objectifs proches de ceux désirés. Elle permet également de réduire, voire d'annuler, l'effet de défauts ayant un impact inacceptable sur la mission, la sécurité (de l'être humain et du matériel), l'environnement et la rentabilité du système commandé.

Le présent chapitre présente des résultats préliminaires d'une approche de synthèse de lois de commande tolérantes aux défauts pour une classe de systèmes linéaire à commutations. L'approche proposée exploite les résultats obtenus en matière de détection et de localisation de défauts exposés dans les chapitres précédents.

Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons un large éventail d'approches de synthèse de lois de commande tolérantes aux défauts pour les systèmes continus et les SED. Toutefois, cette présentation n'a pas la prétention de faire un état de l'art de FTC mais surtout de donner un aperçu bibliographique au lecteur. Ensuite, nous exposons un état de l'art des différents travaux réalisés autour de la commande tolérante aux défauts des SDH afin de positionner notre travail.

Nous présentons dans la deuxième partie l'approche proposée appliquée à la synthèse de lois de commande tolérantes aux défauts de capteurs stabilisantes via un retour d'état. La structure de la commande FTC proposée est conçue autour d'un mécanisme de reconfiguration exploitant les informations en ligne relatives aux défauts affectant le SLC. Nous illustrons finalement notre approche à travers un exemple numérique.

IV.2. Commande tolérante aux défauts des systèmes continus

L'étude consacrée à la commande tolérante aux défauts des systèmes continus remonte au début des années 80, sous des terminologies variées telles que les systèmes reconfigurables, restructurables, auto-réparés (selfreparing),.... Depuis lors, de nombreux travaux de recherche concernant le développement de méthodes de FTC ont été réalisés (Patton, 1997; Staroswiecki et Gehin, 2001; Theilliol, 2003; Zhang et Jiang, 2003a; Zhang *et al.*, 2008b; Jiang, 2010,...).

Les approches de la commande tolérante aux défauts des systèmes continus sont généralement classées en deux grandes approches comme illustrées dans la figure 4.1 (Aström *et al.*, 2000 ; Blanke *et al.*, 2003) : les approches passives (Passive Fault-Tolerant Control PFTC) et les approches actives (Active Fault-Tolerant Control AFTC).

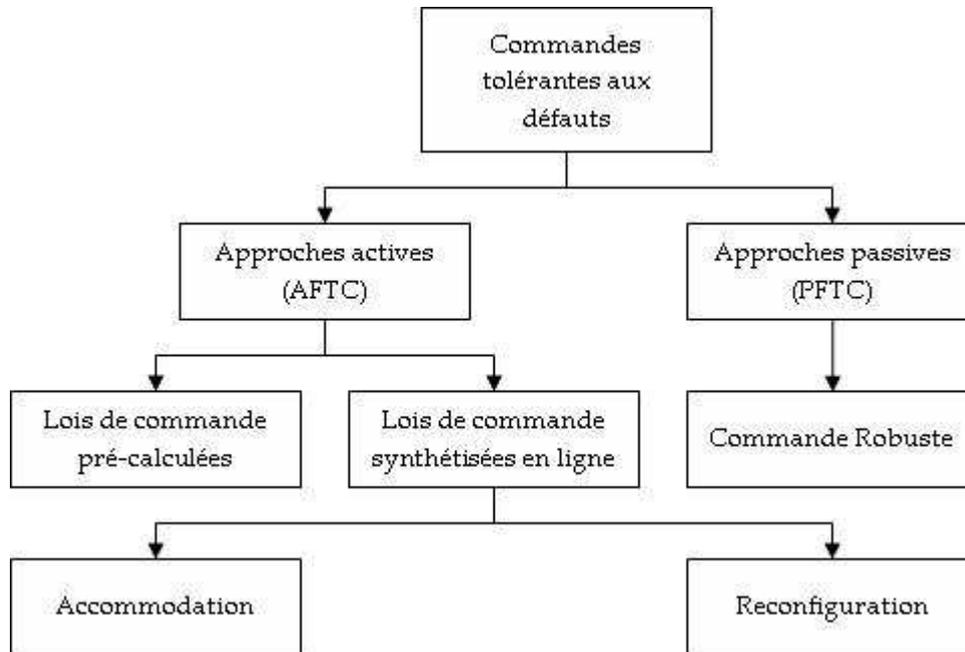


Fig. 4.1. Classification des approches de la commande tolérante aux défauts.

IV.2.1. Approches passives

Dans les approches passives de la commande tolérante aux défauts, la loi de commande est conçue de telle sorte à tolérer un nombre limité de défauts supposés connus avant la phase de conception de la loi de commande. Généralement, les méthodes PFTC utilisent des techniques de commande robuste afin d'assurer la robustesse du système en boucle fermée à certains défauts. De plus, elles ne nécessitent ni le changement de structures des régulateurs nominaux (situation sans défauts), ni l'utilisation d'informations en ligne relatives aux défauts affectant le système (Eterno *et al.*, 1985; Zhou et Zhang, 2001). L'inconvénient majeur de ces approches réside dans le fait que la robustesse accrue vis-à-vis de certains défauts est obtenue au prix d'un niveau de performance dégradé en régime normal de fonctionnement.

Pour une vue globale des méthodes de commandes robuste ou fiables, le lecteur peut se référer aux travaux de (Zhao et Jiang, 1998; Veillete, 2002; Suyama, 2002, Jiangjiang *et al.*, 2008; Wang *et al.*, 2010).

IV.2.2. Approches actives

Les méthodes actives de commande tolérante aux défauts, contrairement aux méthodes passives, utilisent les techniques d'ajustement en temps réel des régulateurs de la boucle de commande tout en identifiant les caractéristiques des défauts afin de maintenir la stabilité et les performances de régulation du système. En général, une

commande tolérante aux défauts active est constituée de quatre blocs essentiels comme illustrée dans la figure 4.2 (Zhang et Jiang, 2003a; Zhang *et al.*, 2005 ; Zhang et Jiang, 2003b): 1) un bloc de diagnostic, 2) un bloc de reconfiguration 3) un régulateur reconfigurable et 4) un bloc de gestion des références.

Le bloc de diagnostic doit permettre de prendre en compte les différents types de défauts intervenant sur le système et de fournir des informations fiables sur l'état de système en un temps minimal pour activer le mécanisme de reconfiguration. Une fois que le défaut est détecté, le bloc de diagnostic active le mécanisme de reconfiguration et fournit en ligne les informations concernant le défaut et l'état du système. En se basant sur ces informations le bloc de reconfiguration s'occupe de la déconnexion des parties défaillantes (sous-systèmes f_s , actionneurs f_a et capteurs f_c), la synthèse de la nouvelle loi de commande (régulateur reconfigurable) et l'ajustement des références afin d'assurer les objectifs en poursuite de consigne.

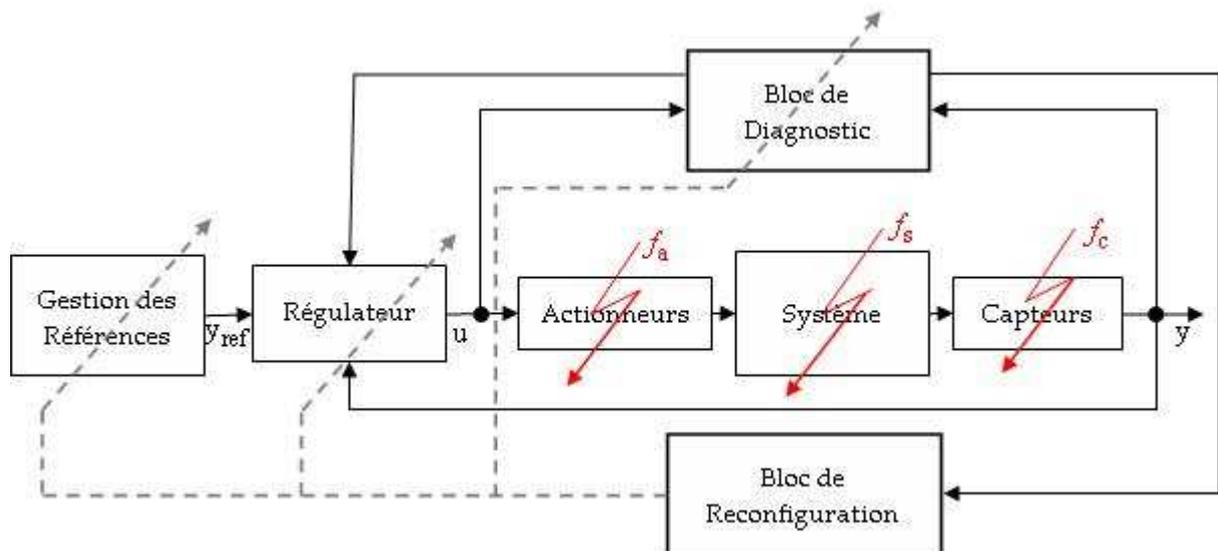


Fig. 4.2. Structure générale des méthodes AFTC.

Généralement, les approches actives de la commande tolérante aux défauts peuvent être classées en deux catégories : les approches basées sur la sélection d'une loi de commande pré-calculée et les approches basées sur la synthèse en ligne d'une nouvelle loi de commande.

IV.2.2.1. Loi de commande pré-calculée

Dans cette première approche, il s'agit de sélectionner, à partir d'un ensemble de correcteurs pré-calculés hors ligne, la loi de commande adéquate pour chaque mode de fonctionnement. Un régulateur pour le mode de fonctionnement nominal et un régulateur pour chaque mode défaillant. La sélection du régulateur associé au mode de fonctionnement actif (présent) est effectuée par le bloc de reconfiguration en se basant sur les informations fournies en ligne par le bloc de diagnostic (figure 4.3). Il est à noter que cette technique n'a pas besoin d'un ajustement de référence. Cette approche a fait

l'objet de plusieurs travaux notamment (Moerder *et al.*, 1989; Maybeck et Stevens, 1991; Zhang et Jiang, 2001 ; Ghantasala et El-Farra, 2007 ; Yulei et El-Farra, 2011).

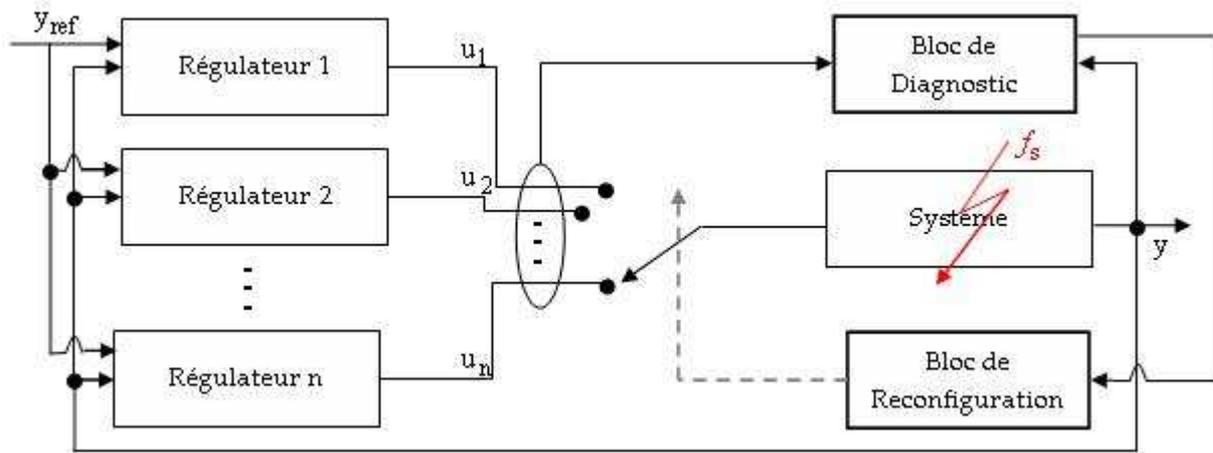


Fig. 4.3. Structure d'une AFTC à base de banc de régulateurs pré-calculés.

Notons que cette approche ne semble pas raisonnable dans le cas d'un nombre important de défauts car il faut également un nombre important de régulateurs à synthétiser.

IV.2.2.2. Loi de commande synthétisée en ligne

De façon générale, ce genre de méthodes implique un calcul en ligne des paramètres du correcteur où une nouvelle synthèse de la loi de commande modifiée ainsi que la structure et les paramètres de cette dernière. En fonction de la sévérité des défauts et des informations qui peuvent être fournies par le bloc de diagnostic, deux cas peuvent être considérés : l'accommodation ou la reconfiguration de la commande du système. Des définitions fondamentales de ces aspects ont été proposées par (Patton, 1997; Staroswiecki et Gehin, 2001; Theilliol, 2003). Nous reprenons les définitions suivantes qui serviront de référence pour notre travail.

a. Accommodation de défauts

L'accommodation de défauts est l'adaptation de la commande de façon à mettre la présence du défaut hors d'état de nuire. Uniquement des défauts de faibles amplitudes sont pris en compte par l'accommodation. Pour s'affranchir de la présence du défaut, la nouvelle loi de commande est générée soit par l'adaptation en ligne des paramètres du régulateur soit par la compensation de l'effet du défaut. Dans ce cas, la structure de la loi de commande n'est pas changée. Notons ici que le bloc de diagnostic impliqué dans l'accommodation de défauts est supposé à même de détecter, de localiser et d'estimer l'amplitude des défauts. Plusieurs méthodes de conception de stratégies d'accommodation de défauts existent dans la littérature, entre autres, la méthode de la pseudo-inverse (Gao et Antsaklis, 1992; Staroswiecki, 2005a, 2005b), la méthode de placement de structure propre (Andry *et al.*, 1983; Konstantopoulos et Antsaklis, 1996;

Tsui, 1999; Wang et Lin, 2000), la commande prédictive (Maciejowski, 1997; Gopinathan *et al.*, 1999; Jamouli, 2003), la paramétrisation de Youla (Youla *et al.*, 1976; Zhou & Ren, 2001),... Des études bibliographiques sur l'analyse de ces méthodes peuvent être trouvés dans la liste non exhaustive des références suivantes : (Yang *et al.*, 2000; Aström *et al.*, 2000; Blanke *et al.*, 2001; Zhang & Jiang, 2001; Theilliol *et al.*, 2002, 2003; Staroswiecki, 2003; Blanke *et al.*, 2003; Zhang et Jiang 2003a; Li *et al.*, 2003; Kanev, 2004 ; Dumont, 2005; Zhang et Jiang, 2006 ; Yang *et al.*, 2010).

b. Reconfiguration

La reconfiguration de la loi de commande est utilisée dans le cas où les parties défaillantes (actionneurs, capteurs) ne peuvent pas être accommodées en raison d'une haute gravité du défaut. Elle est souvent fondée sur l'existence de redondance de chaînes de mesures et/ou d'actionneurs. L'idée consiste à remplacer l'action menée par la partie en défaut du système par une action menée par les éléments sains du système. Contrairement à l'accommodation de défaut, cette technique utilise seulement les tâches de détection et de localisation du bloc de diagnostic, et donc elle n'a pas besoin de l'estimation de l'amplitude du défaut. L'intérêt de ce type de commande réside dans la simplicité de commander le système sans tenir compte du type et de la forme du défaut. Ce type de techniques est largement utilisé dans le domaine spatial, où des mécanismes de redondances "hot" (fonctionnal redundancy) ou "cold" (full redundancy) sont mis en place (Rauch, 1994; Huo *et al.*, 2002; Bakaric *et al.*, 2003; Zhang *et al.*, 2008a).

IV.3. Commande tolérante aux défauts des SED

Peu de travaux ont abordé le problème de la commande tolérante aux défauts dans le cadre des SED. Les premiers travaux dans ce domaine ont été basés soit sur la sélection du contrôleur adéquat pour chaque mode de fonctionnement (normal ou défaillant) à partir d'un ensemble de contrôleurs pré-synthétisés hors ligne, (Darabi *et al.*, 2003; Rohloff, 2005), soit sur l'amélioration de la robustesse, vis-à-vis des défauts, des contrôleurs discrets (Iordache and Antsaklis, 2004). Par la suite, d'autres chercheurs (Dumitrescu *et al.*, 2007 ; Park et Cho, 2009) ont adapté les techniques de la commande optimale des SED pour la synthèse de commandes tolérantes aux défauts. Dans ces travaux, deux types de performances ont été définies ; celles qui devraient être assurées en fonctionnement normal et celles relatives au fonctionnement défaillant. Par ailleurs, une autre approche de commande tolérante aux défauts pour les SED a été proposée dans (Xue et Da-Zhong, 2005). Les auteurs ont utilisé les RdP pour modéliser à la fois le procédé et la commande. L'ensemble des contraintes à vérifier par la commande ont été reformulées en termes de marquages et de séquences d'événements interdits. L'architecture de la commande proposée comprend deux parties. Un contrôleur qui a pour rôle de restreindre le fonctionnement du procédé de telle manière que seulement les marquages légaux puissent être atteints. La deuxième partie est un estimateur d'état discrets qui peut estimer les états du système et de générer des informations de diagnostic.

D'autre part, dans (Wen *et al.*, 2008), les auteurs ont proposé une définition de la tolérance aux défauts des SED. Un SED est dit tolérant aux défauts, si tous ses comportements post-défaut sont identiques à ceux non défectueux après un nombre limité de séquence. Ainsi, un contrôleur est dit tolérant aux défauts, s'il est en mesure de forcer le système à maintenir ses performances post-défauts. Par la suite, les auteurs ont fournis une condition suffisante et nécessaire pour l'existence d'un contrôleur tolérant aux défauts. De même, (Wen, 2009) a proposé une approche de commande tolérante aux défauts conçue autour d'un module de recouvrement. Ce dernier décide de la nouvelle configuration du SED. Il détermine en particulier les entrées/sorties à mettre en fonctionnement, celles à arrêter, et les séquences d'opérations qui doivent être appliquées de façons à maintenir les performances désirées.

Récemment, dans (Nke et Lunze, 2010), une commande tolérante aux défauts d'actionneurs a été proposée pour un SED modélisé à l'aide d'automates à état finis. L'idée est d'exploiter la redondance des états de l'automate afin de déterminer les séquences d'opération assurant le maintien des performances désirées.

IV.4. Etat de l'art sur la commande tolérante aux défauts des SDH

A l'heure actuelle, peu de travaux ont porté sur la synthèse de lois de commande tolérantes aux défauts appliquées aux SDH. La plupart des travaux dans ce domaine consiste à étendre les techniques issues des systèmes continus. Généralement, comme pour le cas du diagnostic des SDH, on peut en effet distinguer deux situations selon que l'évolution des modes (où le mode dans lequel se trouve le SDH à l'instant courant) est connu ou non. Lorsque le mode est connu, le défi majeur de la commande tolérante aux défauts se résume au maintien des performances du système proches de celles désirées, en l'absence et en présence de défauts. Dans ce cadre, sous contrainte d'occurrence de défauts simples, (Noura *et al.*, 2000) ont proposé une approche de commande FTC qui vise à compenser séparément les pertes d'efficacités engendrées par la présence des défauts de capteurs et d'actionneurs. Suivant l'occurrence d'un défaut de capteurs ou d'actionneurs, l'une des deux commandes additives à la commande nominale (situation sans défaut) est activée. Le calcul de cette dernière s'effectue en ligne en utilisant l'estimation de l'amplitude de défaut fournie par le bloc de diagnostic. Dans le même sillage, (Rodrigues *et al.*, 2006) ont présenté une approche de commande FTC à base de retour de sortie pour une classe de SLC. Les auteurs ont considéré seulement les défauts d'actionneurs mais en s'affranchissant de la condition de présence de défauts simples. Dès l'apparition des défauts, les lois de commande sont adaptées en ligne de façon à maintenir les valeurs propres de la boucle fermée à l'intérieure d'une région bien déterminée assurant une dynamique proche de celle imposée en fonctionnement normal. En outre, une stratégie de commande FTC à base d'observateurs pour une classe de systèmes non-linéaires à commutations a été proposée dans (Yang *et al.*, 2007a). L'objectif de cette approche est d'assurer la stabilité sortie-entrée (Output-Input Stability) de chaque sous-système en fonctionnement normal et la stabilité asymptotique en présence de défauts. Pour ce faire, un ensemble

de lois de commutations est identifié pour lesquelles la stabilité asymptotique du système global est assurée.

Une autre approche de commande FTC combinant les deux types de commande (continue et SED) a été proposée dans (Yang *et al.*, 2009b). Elle vise à assurer deux objectifs ; le premier objectif concerne la stabilité de la partie continue du SDH en présence de défauts affectant la partie continue. Le deuxième objectif concerne la partie discrète qui devrait être reconfigurée, à l'aide d'une commande discrète, de façon à maintenir les performances du système en présence d'un défaut discret (affectant la séquence de commutations).

Dans le cas où l'évolution des modes du système est inconnue, un autre défi portant sur l'identification, à tout instant, du mode de fonctionnement actif s'ajoute au maintien des performances désirées. Dans ce contexte, (Yang *et al.*, 2007b) ont adapté la structure générale de la commande FTC aux SDH en ajoutant un bloc d'identification de signal de commutations. Ce bloc est à base d'un banc d'observateurs. En effet, l'idée de base est inspirée des méthodes de diagnostic et elle repose sur la structuration des résidus générés par le banc d'observateurs de telle façon que l'estimation du mode actif soit sensible uniquement aux transitions discrètes et robuste aux défauts continus. Cette approche de commande généralise les travaux de (Yang *et al.*, 2007a) à une classe de SDH incertain et considère deux types de défauts : les défauts affectant la partie continue et les défauts affectant la partie discrète. Les résultats obtenus ont été validés sur un système hybride constitué de deux voitures en poursuite. L'objectif de cette commande est d'ajuster la vitesse du véhicule suiveur afin de maintenir la distance inter-véhiculaire constante. Par la suite, les mêmes auteurs (Yang *et al.*, 2009a) ont étendu cette approche à une classe de systèmes non-linéaires à commutations. Dans la même optique, (Xie *et al.*, 2007) ont abordé le problème des retards de détections de commutations et ont proposé une approche de commande FTC à base d'observateurs adaptatifs qui prend en compte ces retards. L'objectif de cette méthode est d'assurer la stabilité asymptotique et exponentielle des sous-systèmes et du système global. Une autre approche à base de la commande prédictive et un banc de filtres de Kalman a été proposée par (Prakash *et al.*, 2010) pour une classe de SDH.

Il est à souligner que tous les travaux présentés dans cet état de l'art font appel à des techniques d'accommodation de défauts. Toutefois, l'efficacité de ces techniques se dégrade dès que l'amplitude du défaut devient importante où la perte d'un élément du système commandé survient. Pour pallier ce problème, il faut envisager une reconfiguration qui remplace l'action menée par la partie en défaut du système par une action menée par les éléments sains du système. C'est dans ce cadre que s'inscrit notre approche de commande tolérante aux défauts.

IV.5. Proposition d'une approche de FTC pour les SLC

Cette section est consacrée à la présentation de notre approche de conception de lois de commande tolérante aux défauts. Il s'agit d'une approche applicable à une classe de systèmes linéaires à commutations.

Nous considérons, tout au long de ce chapitre, une classe de SLC de type MIMO (Multiple-Input Multiple Output) en temps continu (respectivement en temps discret) composé de N sous-systèmes linéaires LTI auxquels des commutations de modèles sont associées. La classe de SLC considérée est modélisée en tenant compte des effets indésirables pouvant être causés par des entrées inconnues et/ou des erreurs de modélisation.

Parmi l'ensemble des défauts pouvant influencer le comportement d'un SLC, nous considérons, dans ce chapitre, uniquement les défauts de capteurs.

Chaque sous-système linéaire est défini par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_q x(t) + B_q u(t) + B_{d_q} d(t) \\ y(t) = C_q x(t) + D_q u(t) + D_{d_q} d(t) + f_q(t) \end{cases} \quad (4.1)$$

où $x \in \mathfrak{R}^n$, $u \in \mathfrak{R}^m$, $y \in \mathfrak{R}^p$, $d \in \mathfrak{R}^m$ et $f_q \in \mathfrak{R}^l$ sont respectivement le vecteur d'état (non mesurable ou partiellement mesurable), le vecteur des entrées, le vecteur de sortie, le vecteur des entrées inconnues (perturbation, incertitudes non structurées, bruits) et le vecteur des défauts de capteurs additifs à détecter et à localiser. A_q , B_q , B_{d_q} , B_{f_q} , C_q , D_q , D_{d_q} sont des matrices connues de dimensions appropriées, $q \in Q = 1, 2, \dots, N$ est l'indice du mode actif à l'instant t . Notons que les matrices C_q et D_q peuvent être écrites comme suit :

$$C_q = \left[\begin{array}{ccc} (C_q^1)^T & \dots & (C_q^p)^T \end{array} \right]^T, \quad D_q = \left[\begin{array}{ccc} (D_q^1)^T & \dots & (D_q^p)^T \end{array} \right]^T.$$

où pour $i = 1 \dots p$, C_q^i et D_q^i sont respectivement la $i^{\text{ème}}$ colonne de C_q et D_q .

Sans perte de généralités on suppose que les deux vecteurs d , f sont bornés en norme L_2 .

Dans la suite de ce chapitre nous considérons les hypothèses suivantes :

- Il y a seulement un nombre fini de changement de mode en un temps fini.
- Le mode de fonctionnement actif du SLC est connu à tout instant.
- Nous supposons que tous les couples (A_q, C_q^i) et le SLC sont observables.
- Nous supposons également que les couples (A_q, B_q) et le SLC sont commandables.
- Les défauts considérés sont simples.

IV.5.1. Structure de la commande tolérante aux défauts

Il s'agit de synthétiser une commande tolérante aux défauts de capteurs stabilisante via un retour d'état. Celle-ci permet de préserver les performances nominales du système (situation non défaillante) en présence d'un défaut de capteur simple, et cela à travers la reconfiguration du retour d'état. L'idée consiste à synthétiser pour chaque sous système du SLC une loi de commande stabilisante via un retour d'état, valable non seulement en fonctionnement normal mais aussi en présence de défauts. Contrairement aux approches basées sur l'accommodation de défauts, cette approche n'exige pas l'estimation de l'amplitude de défauts pour l'adaptation de la loi de commande. Elle est basée sur la reconstruction de l'état du système à l'aide d'un banc d'observateurs hybrides. Chaque observateur fournit une estimation du vecteur d'état, noté par x_i , sensible uniquement aux défauts affectant la sortie y_i . En fonctionnement normal, nous avons une redondance de p estimations correctes du vecteur d'état qui deviennent $p-1$ estimations correctes en présence d'un défaut de capteurs. D'autre part, une deuxième vocation est assignée au banc d'observateur. Elle consiste à générer un vecteur de p résidus structurés permettant la détection et la localisation de défauts. Une fois le défaut détecté et localisé, une estimation parmi les $p-1$ estimations correctes est choisie pour établir le retour d'état. La structure de la commande tolérante aux défauts proposée est illustrée dans la figure 4.4.

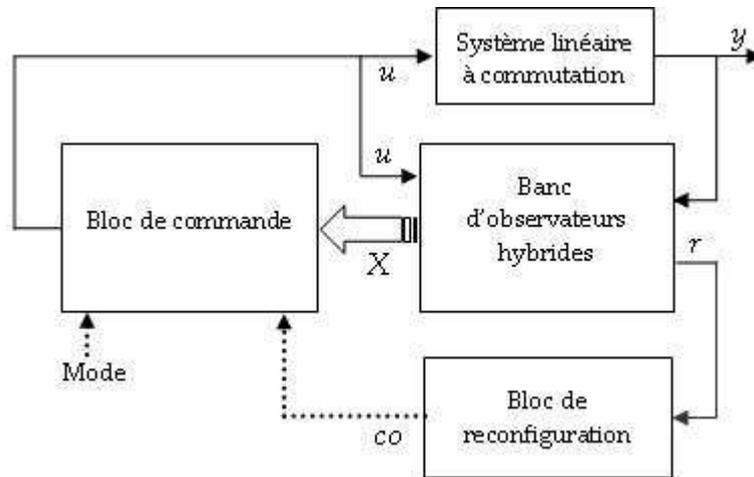


Fig. 4.4. Structure de commande tolérante aux défauts proposée.

Ce schéma s'inspire de la structure générale des méthodes actives de la commande tolérante aux défauts (figure 4.2). Il est fondé sur trois principaux blocs fonctionnels :

- **Banc d'observateurs hybrides** : Ce bloc est un générateur de résidus structurés DOS (Dedicated Observer Scheme). Il reçoit comme entrée le vecteur de sortie y ainsi que le vecteur d'entrées u . Il fournit en sortie le vecteur de résidus $r = [r_1 \dots r_i \dots r_p]$ et les p vecteurs d'état estimés $X = \{x_1, \dots, x_p\}$. Sa structure et son

principe de fonctionnement ont été largement détaillés dans le chapitre précédent (cf. chapitre 3, section III.2.4).

- **Bloc de commande** : Le rôle de ce bloc est d'activer le vecteur de commande adéquat pour chaque mode de fonctionnement du SLC. Ce bloc est constitué de trois modules : deux mécanismes d'activation (mécanisme d'activation d'état et mécanisme d'activation de commande) et un banc de correcteurs. La structure du bloc de commande est illustrée dans la figure 4.5.

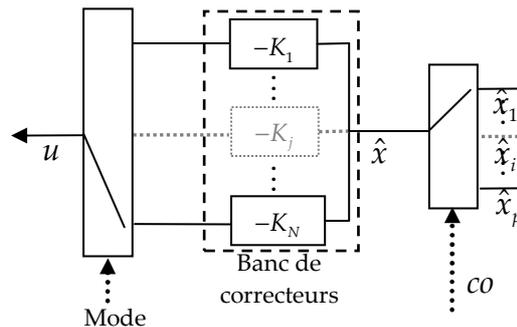


Fig. 4.5. Structure du bloc de commande.

- *Mécanisme d'activation d'état* : Il reçoit comme entrée les p vecteurs d'état estimés par le banc d'observateurs hybride ainsi que le signal de sélection "co" généré par le bloc de reconfiguration. Il fournit comme sortie, parmi les p vecteurs d'état reçus, un seul vecteur d'état estimé \hat{x} . Ce mécanisme a pour rôle d'établir le retour d'état en sélectionnant une estimation parmi les p estimations fournies par le banc d'observateurs. Cette sélection est ordonnée par le bloc de reconfiguration à l'aide du signal de sélection "co".
- *Banc de correcteurs* : Ce bloc reçoit comme entrée le vecteur d'état estimé \hat{x} fourni par le mécanisme d'activation d'état. Il donne en sortie N vecteurs de commande $u_j = K_j \hat{x}$. Ce bloc est constitué d'un ensemble de correcteurs pré-calculés hors-ligne. Chaque correcteur est associé à un mode de fonctionnement normal. Un seul correcteur est actif à chaque instant. L'activation du correcteur adéquat se fait par le biais du mécanisme d'activation de commande. L'ensemble des correcteurs sont calculés hors ligne de façon à garantir la stabilité globale du SLC et la stabilité des sous-systèmes en fonctionnement normal. En présence d'un défaut de capteurs dans un mode de fonctionnement actif, aucune adaptation de la valeur du correcteur associé à ce mode n'est opérée.
- *Mécanisme d'activation de commande* : Il reçoit en entrée N vecteurs de commande $u_j = K_j \hat{x}$ ainsi que le mode de fonctionnement actif du SLC, supposé connu à tout instant. Il fournit en sortie, parmi les N vecteurs de

commande reçus, un seul vecteur de commande. Le rôle de ce mécanisme d'activation consiste à activer le vecteur de commande adéquat pour chaque mode de fonctionnement normal. Le choix du vecteur de commande se fait à l'aide de l'entrée mode.

- **Bloc de reconfiguration** : Ce bloc a pour rôle d'évaluer les résidus fournis par le banc d'observateurs hybride afin d'ordonner la reconfiguration de la loi de commande. Ce bloc est composé de deux fonctions principales : La fonction d'évaluation et la fonction de décision. La structure de ce bloc est illustrée dans la figure 4.6.

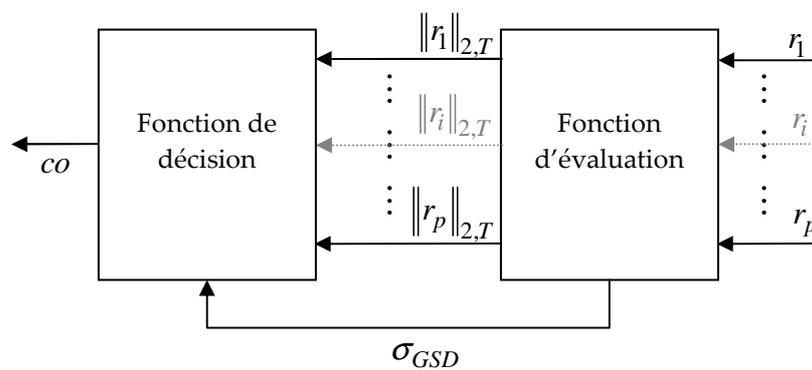


Fig. 4.6. Structure du bloc de reconfiguration.

- *Fonction d'évaluation* : Cette fonction a pour rôle d'évaluer en-ligne les résidus fournis par le banc d'observateurs afin de générer la signature réelle σ_{GSD} des résidus. Elle reçoit comme entrée le vecteur des résidus $r = [r_1 \cdots r_i \cdots r_p]^T$, composé de p résidus, générés par le banc d'observateurs hybrides. En contre partie, elle a deux types de sortie ; des sorties continues qui regroupent l'ensemble des normes L_2 des p résidus reçus en entrée et un ensemble de sorties binaires représentant la signature réelle du vecteur des résidus $r \in \mathfrak{R}^p$. Notons que la fonction d'évaluation utilisée dans le bloc de reconfiguration est la même que celle présentée dans le chapitre 3 (cf. chapitre 3, section III.2.4.5). Elle est basée sur la comparaison de la norme de chaque résidu à un seuil pré-calculé.
- *Fonction de décision* : elle reçoit comme entrée l'ensemble des normes L_2 des p résidus générés par la fonction d'évaluation ainsi que la signature réelle σ_{GSD} des résidus. Elle a comme sortie le signal de sélection co . Le rôle de la fonction de décision est de désigner, en fonctionnement normal et défaillant, l'observateur qui fournit la meilleure estimation, et cela afin d'établir le retour d'état qui assure la stabilité asymptotique du SLC. Pour ce faire, la première étape consiste à détecter et localiser les défauts de capteurs en faisant correspondre les signatures réelles des résidus avec les signatures théoriques.

En effet, si la signature réelle est nulle, alors le système est exempt de tout défaut et donc le système est déclaré sain. Lorsqu'un défaut intervient, la signature réelle devient non nulle. La procédure de localisation consiste à faire la correspondance entre la signature réelle obtenue et les signatures présentées dans la table des signatures théoriques. Notons ici que la table des signatures théoriques correspondant à notre banc d'observateurs est la même que nous avons constituée pour le générateur de signatures de défauts présenté dans le chapitre 3 (cf. chapitre 3, section III.2.4.5, Tab. 3.2. Une fois le défaut est détecté et localisé, nous sommes alors en mesure d'identifier parmi les p observateurs hybrides celui pour qui son estimation du vecteur d'état est affectée par la présence du défaut de capteurs. Après la détection et la localisation de défauts, la deuxième étape consiste à désigner l'observateur qui fournit une estimation plus ou moins meilleure. L'idée est basée sur la comparaison des normes L_2 des résidus. Deux cas sont alors possibles : en l'absence de défauts, toutes les normes L_2 des résidus générés par le banc d'observateurs sont alors comparées et seulement l'observateur qui génère le résidu le plus proche du zéro en norme L_2 sera retenu. En revanche, en présence de défauts, seulement les résidus générés à partir des sorties non affectées par le défaut sont comparés. De ce fait, l'observateur qui génère le résidu le plus proche du zéro en norme L_2 sera choisi. Il est à noter que dans les deux cas le bloc de reconfiguration fournit un signal de décision "co" ordonnant la commutation du mécanisme d'activation d'état selon le choix établi. Par ailleurs, d'autres alternatives permettant de désigner une estimation correcte du vecteur d'état en fonctionnement normal et défaillant peuvent être envisagées. A titre d'exemple, nous pouvons calculer la moyenne ou la médiane des vecteurs d'état estimées pour prendre celle qui est proche de la moyenne ou la médiane.

Dans la suite, nous détaillons l'approche utilisée pour le calcul des N correcteurs du bloc de commande.

IV.5.2. Synthèse de la commande par retour d'état à base d'observateur

Dans le cadre des SDH, il existe peu de travaux qui se sont intéressés à la synthèse de lois de commande stabilisantes via un observateur hybride et la plupart de ces travaux ne traitent que les SDH en temps discret (Daafouz *et al.*, 2003, Feng, 2003; Heelmels *et al.*, 2008).

Le but de cette section est de traiter le problème de la stabilisation asymptotique par retour d'état d'un système linéaire à commutations via un observateur hybride. La structure de l'observateur associé à chaque sous-système et sensible à la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur de sorties est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_q \hat{x}(t) + B_q u(t) + L_q^i (y_i(t) - \hat{y}_i(t)) \\ \hat{y}_i(t) = C_q^i \hat{x}(t) + D_q^i u(t) \end{cases} \quad (4.2)$$

où $\hat{x} \in \mathfrak{R}^n$ et $\hat{y}_i \in \mathfrak{R}^p$ sont respectivement le vecteurs d'état et la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur de sorties estimées. L_q^i est la matrice de gains. $q \in Q = 1, 2, \dots, N$ est l'indice du mode actif.

La commande par retour d'état estimé stabilisant le SLC est donnée par :

$$u(t) = -K_q \hat{x}(t) \quad (4.3)$$

où K_q est la matrice de gains du correcteur associé au sous-système q .

Ainsi, à partir de (4.3) et (3.1), nous obtenons alors la boucle fermée suivante :

$$\dot{x}(t) = (A_q - B_q K_q) x(t) + B_q K_q e_x(t) + B_{d_q} d(t) \quad (4.4)$$

$$y_i(t) = (C_q^i - D_q^i K_q) x(t) + D_q^i K_q e_x(t) + D_{d_q} d(t) + f_q^i(t) \quad (4.5)$$

Sachant que la dynamique de l'erreur d'estimation est $e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ définie par :

$$\dot{e}_x(t) = (A_q - L_q^i C_q^i) e_x(t) + (B_{d_q} - L_q^i D_{d_q}^i) d(t) - L_q^i f_q^i(t) \quad (4.6)$$

Et la dynamique du résidu $r_i(t) = y_i(t) - \hat{y}_i(t)$ est définie par :

$$r_i(t) = C_q^i e_x(t) + D_{d_q}^i d(t) + f_q^i(t) \quad (4.7)$$

Nous obtenons le système hybride augmenté suivant:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \bar{A}_q z(t) + \bar{B}_{d_q} d(t) + \bar{B}_{f_q} f_q^i(t) \\ r_i(t) = \bar{C}_q^i z(t) + D_{d_q}^i d(t) + f_q^i(t) \end{cases} \quad (4.8)$$

avec : $z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ e_x(t) \end{bmatrix}$, $\bar{A}_q = \begin{bmatrix} (A_q - B_q K_q) & B_q K_q \\ 0 & (A_q - L_q^i C_q^i) \end{bmatrix}$, $\bar{B}_{d_q} = \begin{bmatrix} B_{d_q} \\ (B_{d_q} - L_q^i D_{d_q}^i) \end{bmatrix}$,
 $\bar{B}_{f_q} = \begin{bmatrix} 0 \\ -L_q^i \end{bmatrix}$, $\bar{C}_q^i = \begin{bmatrix} 0 & C_q^i \end{bmatrix}$.

Nous notons ici que la formule (4.8) est aussi adaptable pour le cas des SLC en temps discret.

Les formules suivantes peuvent être obtenues :

$$z_i(t) = z_i^d(t) + z_i^f(t) \quad (4.9)$$

$$r_i(t) = r_i^d(t) + r_i^f(t) \quad (4.10)$$

avec :

$$\begin{cases} \dot{z}_d(t) = \bar{A}_q z_d(t) + \bar{B}_{d_q} d(t) \\ r_i^d(t) = \bar{C}_q^i z_d(t) + D_{d_q}^i d(t) \end{cases} \quad (4.11)$$

$$\begin{cases} \dot{z}_f(t) = \bar{A}_q z_f(t) + \bar{B}_{f_q} f_q^i(t) \\ r_i^f(t) = \bar{C}_q^i z_f(t) + f_q^i(t) \end{cases} \quad (4.12)$$

on note par : $z_d(t) = z(t)|_{f_q^i=0}$, $r_i^d(t) = r_i(t)|_{f=0}$, $z_f(t) = z(t)|_{d=0}$, $z_i^f(t) = z_i(t)|_{d=0}$.

Cette reformulation montre que la dynamique du résidu (4.10) est la somme de deux composantes, l'une dépend des entrées inconnues d et l'autre dépend du vecteur de défauts f_q^i . Cette propriété d'additivité nous offre la possibilité de traiter de manière spécifique chaque composante.

En conséquence, le système hybride initial (4.1) est stabilisé par la loi de commande (4.3) et l'erreur d'estimation (4.6) converge vers zéro si et seulement si le système hybride augmenté (4.8) est stable. Ainsi, le problème de la stabilité du système augmenté revient à déterminer les matrices K_q et L_q^i qui stabilisent chacune des matrices \bar{A}_q et qui stabilisent le système global en tenant compte du phénomène de commutations. Par ailleurs, le deuxième objectif de cette approche concerne la robustesse des résidus générés. En effet, les résidus générés (sorties du système augmenté) devraient préserver une robustesse suffisante par rapport aux entrées inconnues d , d'une part, et une sensibilité à l'apparition de défauts de capteurs f_q^i , d'autre part.

IV.5.2.1. Robustesse de la loi de commande

Dans cette section, nous synthétisons conjointement une loi de commande et un banc d'observateurs hybrides permettant aux résidus de préserver une robustesse suffisante vis-à-vis des entrées inconnues. L'idée de base de cette approche est la même que celle présentée dans les deux derniers chapitres. Elle est inspirée des techniques développées en matière de commande robuste, à savoir la synthèse H_∞ . Le choix de cette technique est encouragé par sa capacité à atténuer considérablement les effets indésirables des erreurs de modélisation et les perturbations externes. Le principe appliqué consiste à minimiser le transfert des entrées inconnues $d(t)$ sur la sortie du système augmenté $r_i^d(t)$ selon l'inégalité suivante :

$$\|r_i^d\|_2^2 - (\gamma_q^i)^2 \|d\|_2^2 < 0 \quad (4.13)$$

où γ_q^i est un scalaire positif. Il est à noter que la robustesse du résidu $r_i^d(t)$ vis-à-vis des entrées inconnues dépend du choix des gains L_q^i des observateurs et les gains K_q de la commande. Le résultat, que nous avons obtenu dans le cas des SLC en temps continu est donné par le lemme 4.1.

En temps continu

Lemme 4.1. *Considérons le SLC (4.1) avec l'observateur (4.2). Le système augmenté (4.8) en temps continu est asymptotiquement stable quelle que soit la loi de commutations et satisfait la condition (4.13) s'il existe des matrices $P_q^1 > 0$, $P_q^2 > 0$, M_q^1 , H_q^i et le scalaire $\mu_{q,q^+} \leq 1$ tels que les LMI suivantes sont vérifiées :*

$$1. \quad \begin{bmatrix} \Xi^{11} & B_q K_q & B_{d_q} & 0 \\ (*) & \Xi^{22} & P_q^2 B_{d_q} - H_q^i C_q^i & (C_q^i)^T \\ (*) & (*) & -(\gamma_q^i)^2 I & (D_{d_q}^i)^T \\ 0 & (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (4.14)$$

$$2. \quad \begin{bmatrix} P_{q^+}^1 & 0 \\ 0 & P_{q^+}^2 \end{bmatrix} \leq \mu_{q,q^+} \begin{bmatrix} P_q^1 & 0 \\ 0 & P_q^2 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

avec

$$\begin{aligned} \Xi^{11} &= P_q^1 A_q^T + A_q P_q^1 - (M_q^1)^T B_q^T - B_q M_q^1, & \Xi^{22} &= A_q^T P_q^2 + P_q^2 A_q - (C_q^i)^T (H_q^i)^T - H_q^i C_q^i, \\ H_q^i &= P_q^2 L_q^i, & M_q^1 &= K_q P_q^1. \end{aligned}$$

où q est le mode actif et q^+ est le mode successeur du mode q .

Preuve :

En partant du système (4.11), la condition (4.13) peut être reformulée de la façon suivante :

$$\int_0^t (r_i^d)^T(t) r_i^d(t) d\tau \leq (\gamma_q^i)^2 \int_0^t (d^T(t) d(t)) d\tau$$

En introduisant une fonction multiple de Lyapunov candidate $V_q(z_d) = z_d^T \bar{P}_q z_d \geq 0$, $\bar{P}_q > 0$, nous obtenons :

$$J = \int_0^t \left((r_d^i)^T r_d \right) d\tau - (\gamma_q^i)^2 \int_0^t (d^T d) d\tau = \int_0^t \left((r_d^i)^T r_d - (\gamma_q^i)^2 d^T d \right) d\tau$$

En suivant les mêmes étapes que la démonstration du lemme 2.2 (Chapitre 2), nous obtenons l'inégalité matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_q^T \bar{P}_q + \bar{P}_q \bar{A}_q & \bar{P}_q B_{d_q} & (\bar{C}_q^i)^T \\ (*) & -(\gamma_q^i)^2 I & (D_{d_q}^i)^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (4.16)$$

On définit : $\bar{P}_q = \begin{bmatrix} (P_q^1)^{-1} & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$ et en substituant \bar{A}_q , \bar{B}_{d_q} et \bar{C}_q^i par ses expressions

dans l'inégalité (4.16). On obtient alors:

$$\begin{bmatrix} \Psi^{11} & (P_q^1)^{-1} B_q K_q^i & (P_q^1)^{-1} B_{d_q} & 0 \\ (*) & \Xi^{22} & P_q^2 B_{d_q} - P_q^2 L_q^i D_{d_q}^i & (C_q^i)^T \\ (*) & (*) & (\gamma_q^i)^2 I & (D_{d_q}^i)^T \\ 0 & (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (4.17)$$

avec : $\Psi^{11} = A_q^T (P_q^i)^{-1} + (P_q^1)^{-1} A_q - (K_q^i)^T B_q^T (P_q^1)^{-1} - (P_q^1)^{-1} B_q K_q^i$,

$\Xi^{22} = A_q^T P_q^2 + P_q^2 A_q - (C_q^i)^T (L_q^i)^T P_q^2 - P_q^2 L_q^i C_q^i$.

Multiplions l'inégalité (4.17) à gauche et à droite par : $\begin{bmatrix} P_q^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$, nous obtenons

facilement l'inégalité (4.14) donnée dans lemme 4.1.

En ce qui concerne la démonstration de l'inégalité (4.15), le lecteur peut se référer à la preuve du théorème 2.1. ■

La même technique peut être généralisée pour le cas des SLC en temps discret. Les conditions assurant la stabilité du système augmenté (4.8) en temps discret sont données alors par le lemme 4.2.

En temps discret

Lemme 4.2. *Considérons le cas discret du SLC (4.1) avec le cas discret de l'observateur (4.2). Le système augmenté (4.8) en temps discret est asymptotiquement stable quelle que soit la loi de commutations et satisfait la condition (4.13) s'il existe des matrices $P_q^1 > 0$, $P_q^2 > 0$, M_q^1 , H_q^i et les scalaires σ_q^i et $\mu_{q,\sigma^+} \leq 1$ tels que l'inégalité (4.15) et la LMI suivante est vérifiée :*

$$\begin{bmatrix} \Theta^{11} & B_q K_q & B_{d_q} & 0 \\ (*) & \Theta^{22} & \Theta^{23} & (C_q^i)^T \\ (*) & (*) & \Theta^{33} & (D_{d_q}^i)^T \\ 0 & (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (4.18)$$

avec

$$\Theta^{11} = A_q^T P_q^1 A_q - A_q^T M_q^1 B_q - B_q^T (M_q^1)^T A_q - P_q^1 - \frac{\sigma_q^i}{4} B_q^T B_q,$$

$$\Theta^{12} = A_q^T P_q^2 A_q - A_q^T H_q^i C_q^i - (C_q^i)^T (H_q^i)^T A_q - P_q^2 - \frac{\sigma_q^i}{4} (C_q^i)^T C_q^i,$$

$$\Theta^{23} = A_q^T P_q^2 B_{d_q} - A_q^T H_q^i D_{d_q}^i - (C_q^i)^T (H_q^i)^T P_q^2 B_{d_q} - \frac{\sigma_q^i}{4} (D_{d_q}^i)^T D_{d_q}^i,$$

$$\Theta^{33} = B_{d_q}^T P_q^2 B_{d_q} - B_{d_q}^T H_q^i D_{d_q}^i - (D_{d_q}^i)^T (H_q^i)^T B_{d_q} - (\gamma_q^i)^2 I - \frac{\sigma_q^i}{4} (D_{d_q}^i)^T D_{d_q}^i, \quad H_q^i = P_q^2 L_q^i,$$

$$M_q^1 = K_q P_q^1.$$

La preuve de ce lemme est omise. Les étapes de démonstrations sont similaires à celles du lemme 4.1.

IV.5.2.2. Sensibilité des résidus structurés aux défauts

Comme pour le cas de la robustesse, nous synthétisons dans cette section conjointement une loi de commande et un observateur hybride permettant aux résidus de préserver cette fois-ci une sensibilité suffisante à l'apparition des défauts de capteurs. Pour ce faire, notre idée consiste à maximiser le transfert des défauts $f_q^i(t)$ sur la sortie du système augmenté $r_i^f(t)$ selon l'inégalité suivante :

$$\|r_i^f\|_2^2 - (\beta_q^i)^2 \|f_q^i\|_2^2 > 0 \quad (4.19)$$

où β_q^i est un scalaire positif. Notre résultat obtenu dans le cas des SLC en temps continu est donné par le lemme 4.3.

En temps continu

Lemme 4.3. *Considérons le SLC (4.1) avec l'observateur (4.2). Le système augmenté (4.8) en temps continu est asymptotiquement stable quelle que soit la loi de commutations et satisfait la condition (4.19) s'il existe des matrices $P_q^1 > 0$, $P_q^2 > 0$, M_q^1 , H_q^i et le scalaire $\mu_{q,q^+} \leq 1$ tels que l'inégalité (4.15) et l'inégalité suivante sont vérifiées :*

$$\begin{bmatrix} \Pi^{11} & B_q K_q & 0 & 0 \\ (*) & \Pi^{22} & H_q^i & (C_q^i)^T \\ 0 & (*) & (\beta_q^i)^2 I - 2I & I \\ 0 & (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (4.20)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \Pi^{11} &= P_q^1 A_q^T + A_q P_q^1 - (M_q^1)^T B_q^T - B_q M_q^1, \\ \Pi^{22} &= A_q^T P_q^2 + P_q^2 A_q - (C_q^i)^T (H_q^i)^T - H_q^i C_q^i - 2(C_q^i)^T (C_q^i). \end{aligned}$$

Preuve :

En partant du système (4.12), la condition (4.19) peut être reformulée de la façon suivante :

$$\int_0^t (r_i^f)^T r_i^f d\tau \geq (\beta_q^i)^2 \int_0^t (f_q^i)^T f_q^i d\tau$$

En introduisant une fonction multiple de Lyapunov candidate $V_q(z_f) = z_f^T \bar{P}_q z_f \geq 0$, $\bar{P}_q > 0$, nous obtenons :

$$J = \int_0^t \left((r_i^f)^T r_i^f \right) d\tau - (\beta_q^i)^2 \int_0^t \left((f_q^i)^T f_q^i \right) d\tau = \int_0^t \left((r_f^i)^T r_f^i - (\beta_q^i)^2 (f_q^i)^T f_q^i \right) d\tau$$

En suivant les mêmes étapes que la démonstration du lemme 2.4 (Chapitre 2), nous obtenons l'inégalité matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_q^T \bar{P}_q^T + \bar{P}_q \bar{A}_q - 2(\bar{C}_q^i)^T \bar{C}_q^i & -\bar{P}_q \bar{B}_{f_q} & (\bar{C}_q^i)^T \\ (*) & (\beta_q^i)^2 - 2I & I \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (4.21)$$

On définit : $\bar{P}_q = \begin{bmatrix} (P_q^1)^{-1} & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$ et en substituant \bar{A}_q , \bar{B}_{f_q} et \bar{C}_q^i par ses expressions

dans l'inégalité (4.21). On obtient alors:

$$\begin{bmatrix} \Phi^{11} & P_q^1 B_q K_q^i & 0 & 0 \\ (*) & \Pi^{22} & P_q^2 L_q^i & (C_q^i)^T \\ 0 & (*) & (\beta_q^i)^2 - 2I & I \\ 0 & (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (4.22)$$

avec : $\Phi^{11} = A_q^T (P_q^1)^{-1} + (P_q^1)^{-1} A_q - (K_q^i)^T B_q^T (P_q^1)^{-1} - (P_q^1)^{-1} B_q K_q^i$,

$$\Pi^{22} = A_q^T P_q^2 + P_q^2 A_q - (C_q^i)^T (L_q^i)^T P_q^2 - P_q^2 L_q^i C_q^i - 2(C_q^i)^T (C_q^i)$$

Multiplions l'inégalité à gauche et à droite par : $\begin{bmatrix} P_q^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$, nous obtenons

facilement l'inégalité (4.20) donnée dans lemme 4.3. ■

De la même manière, nous pouvons appliquer la même technique pour traiter le problème de la sensibilité des résidus en temps discret. Les conditions assurant la sensibilité des résidus structurés en temps discret sont données alors par le lemme 4.4.

En temps discret

Lemme 4.4. *Considérons le cas discret du SLC (4.1) avec le cas discret de l'observateur (4.2). Le système augmenté (4.8) en temps discret est asymptotiquement stable quelle que soit la loi de commutations et satisfait la condition (4.19) s'il existe des matrices $P_q^1 > 0$, $P_q^2 > 0$, M_q^1, H_q^i et les scalaires μ_{q,q^+} et ϖ_q^i tels que l'inégalité (4.15) et l'inégalité suivante sont vérifiées :*

$$\begin{bmatrix} \Upsilon^{11} & B_q K_q & 0 & 0 \\ (*) & \Upsilon^{22} & \Upsilon^{23} & (C_q^i)^T \\ 0 & (*) & \Upsilon^{33} & I \\ 0 & (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (4.23)$$

Avec :

$$\Upsilon^{11} = A_q^T P_q^1 A_q - A_q^T M_q^1 B_q - B_q^T (M_q^1)^T A_q - P_q^1 - \left(\frac{8 - \varpi_q^i}{4} \right) B_q^T B_q,$$

$$\Upsilon^{22} = A_q^T P_q^2 A_q - A_q^T P_q^2 A_q - A_q^T H_q^i C_q^i - (C_q^i)^T (H_q^i)^T A_q - P_q^2 - \left(\frac{8 - \varpi_q^i}{4} \right) (C_q^i)^T C_q^i,$$

$$\Upsilon^{23} = A_q^T H_q^i + \frac{\bar{\omega}_q^i}{4} (C_q^i)^T, \quad \Upsilon^{33} = (\beta_q^i)^2 I - \left(8 + \frac{\bar{\omega}_q^i}{4} \right) I, \quad H_q^i = P_q^2 L_q^i, \quad M_q^1 = K_q P_q^1.$$

La preuve de ce lemme est omise. Les étapes de démonstrations sont similaires à celles du lemme 4.3.

En substance, l'approche de synthèse du banc d'observateurs hybrides, à la fois robustes par rapport aux entrées inconnues et sensibles aux défauts, et des lois de commandes stabilisantes de chaque sous-système et du SLC est donnée par le théorème 4.1.

Théorème 4.1. *Considérons le SLC (4.1) avec l'observateur (4.2). Le système augmenté (4.8) en temps continu est asymptotiquement stable quelle que soit la loi de commutations et satisfait les conditions (4.13) et (4.19) si il existe des matrices $P_q^1 > 0$, $P_q^2 > 0$, M_q^1 , H_q^i et le scalaire $\mu_{q,q^+} \leq 0$ tels que les LMIs (4.14), (4.15) et (4.20) soient vérifiées.*

Preuve :

D'après les propriétés algébriques de la somme, chaque composante de la dynamique de résidus peut être traitée séparément.

1. Conformément au Lemme 4.1, la première composante du résidu (implicitement, de l'erreur d'estimation) converge asymptotiquement vers zéro et vérifie la condition (4.13).
2. Conformément au lemme 4.3, la deuxième composante du résidu converge asymptotiquement vers zéro et satisfait la condition (4.19).

Finalement, en combinant les deux points 1 et 2, on peut facilement prouver le théorème 4.1. ■

Afin de mettre en valeur l'approche de synthèse de loi de commande tolérante aux défauts proposée, nous présentons dans la prochaine section quelques résultats de simulation.

IV.6. Simulation et résultats

Nous considérons dans cette section un exemple numérique d'un système à commutations en temps continu à trois modes de type MIMO défini comme suit :

$$\text{Mode } q_1: \quad A_1 = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 10.2 \\ -0.2 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} -10 & 3.74 \\ -3 & 10 \end{bmatrix}, \quad D_1 = \begin{bmatrix} 71 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_{d_1} = \begin{bmatrix} -9.8 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{d_1} = \begin{bmatrix} -1.4 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$\text{Mode } q_2: A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0.9 & -0.6 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 10 \\ -0.2 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} -300 & 1.74 \\ -200 & 10 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 71 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{d_2} = \begin{bmatrix} -0.7 \\ 0 \end{bmatrix}, D_{d_2} = \begin{bmatrix} -9.8 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$\text{Mode } q_3: A_3 = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -1 & -0.2 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} -1.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}, C_3 = \begin{bmatrix} -2 & 1.31 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, D_3 = \begin{bmatrix} 71 \\ 0 \end{bmatrix}, B_{d_3} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{d_3} = \begin{bmatrix} -9.8 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Le SLC de type MIMO, considéré dans cet exemple, possède deux entrées et deux sorties. Il peut être représenté par un automate hybride tel qu'illustré dans la figure 4.7.

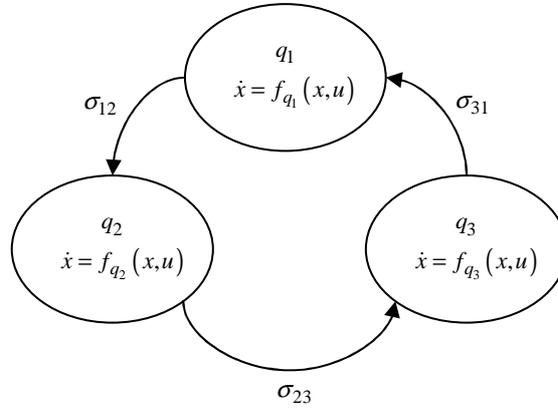


Fig. 4.7. Automate hybride.

avec σ_{qq^+} est l'événement discret associé à la transition discrète de l'état q vers l'état q^+ . Comme nous l'avons signalé dans les hypothèses de ce travail, le mode actif q du SLC est connu à tout instant.

Nous initialisons maintenant le SLC dans le mode 1 avec le vecteur d'état initial $x_{init} = [11 \ 12]$, l'évolution des états du SLC autonome est illustrée dans la figure 4.8. D'après cette figure, nous pouvons constater que le SLC est instable.

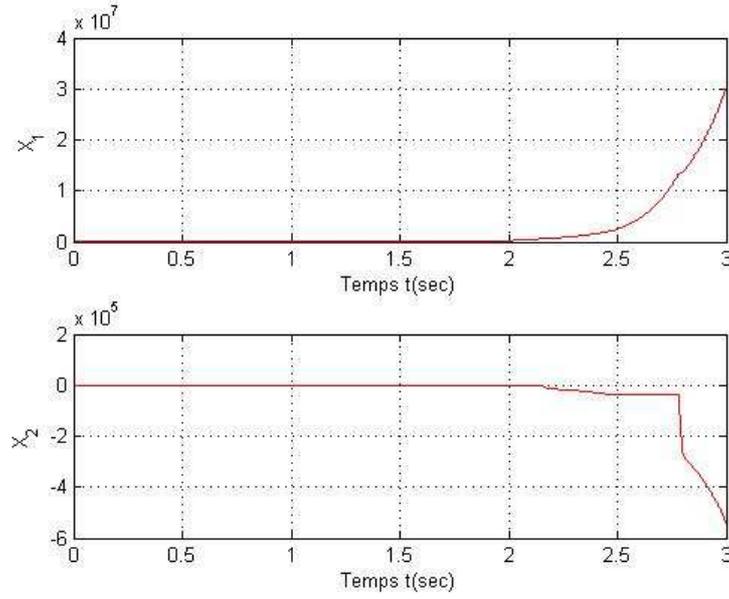


Fig. 4.8. Evolution des états du SLC autonome.

Notre objectif maintenant est de synthétiser une loi de commande tolérante aux défauts stabilisante via un retour d'état à base d'observateurs. Dans cet exemple, la loi de commande est constituée de trois correcteurs, un correcteur par mode. Le banc d'observateurs assurant l'estimation du vecteur d'état est constitué de deux observateurs hybrides robustes. Chaque observateur robuste a trois modes de fonctionnement. En appliquant le théorème 4.1, nous pouvons obtenir les solutions suivantes :

Les correcteurs du mode q_1 , du mode q_2 et du mode q_3 sont donnés respectivement par: $K_1 = [0.0419 \ 0.0260]$, $K_2 = [0.2399 \ 0.0163]$, $K_3 = [-0.0027 \ 0.0001]$.

Les matrices de gain de l'observateur hybride associé à la sortie y_1 sont données par : $L_1^1 = \begin{bmatrix} -1.27 \\ 0.1511 \end{bmatrix}$, $L_2^1 = \begin{bmatrix} -5.114 \\ 0.2019 \end{bmatrix}$, $L_3^1 = \begin{bmatrix} -31.4871 \\ 0.7224 \end{bmatrix}$.

pour : $\gamma_1^1 = 9.32$, $\gamma_2^1 = 10.02$, $\gamma_3^1 = 9.312$, $\beta_1^1 = 3.591$, $\beta_2^1 = 4.123$, $\mu_{12} = 0.5$, $\mu_{23} = 2$, $\mu_{31} = 0.9$ et $\beta_3^1 = 3.973$.

Les matrices de gain de l'observateur hybride associé à la sortie y_2 sont données par : $L_1^2 = \begin{bmatrix} -8.049 \\ 5.1532 \end{bmatrix}$, $L_2^2 = \begin{bmatrix} -6.7507 \\ 10.3539 \end{bmatrix}$, $L_3^2 = \begin{bmatrix} -27.4022 \\ 0.8704 \end{bmatrix}$.

pour : $\gamma_1^2 = 8.145$, $\gamma_2^2 = 11.654$, $\gamma_3^2 = 9.649$, $\beta_1^2 = 3.742$, $\beta_2^2 = 3.453$ et $\beta_3^2 = 4.021$.

Dans le but de mettre en exergue l'efficacité de l'approche proposée, les entrées inconnues $d(t)$ sont considérées comme bruit blanc gaussien centré d'une amplitude de 0.1. Le défaut de capteurs est simulé comme une impulsion, d'une amplitude de 1.5

(de grande amplitude), qui se produit dans le mode 3, entre les instants 0.95s et 1.2s et qui affecte la deuxième sortie du SLC.

L'évolution des résidus générés par les deux observateurs est présentée dans la figure 4.9. Les deux résidus convergent vers zéro après un temps moyen de convergence de près de 0.7s. Cependant, dès l'occurrence du défaut de capteurs, à l'instant 1.2s, le résidu r_2 s'éloigne notablement de zéro. De ce fait, le bloc de reconfiguration peut alors détecter et localiser le défaut et par la suite désigner parmi les deux observateurs celui qui va établir le retour d'état.

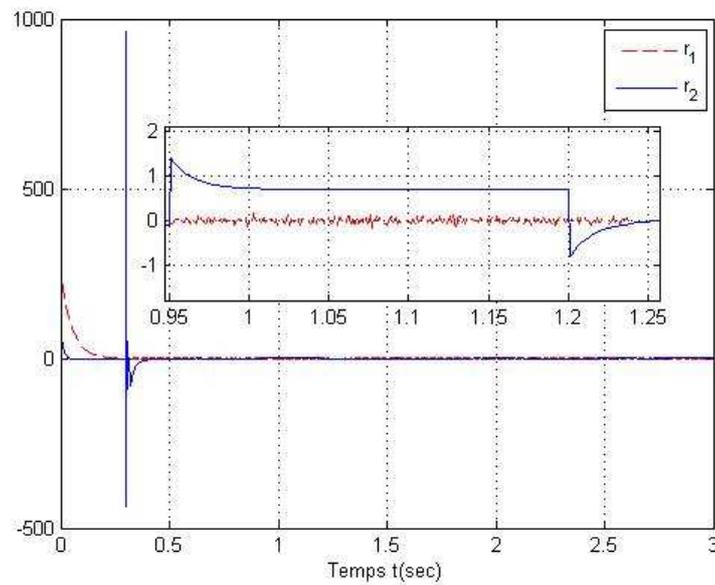


Fig. 4.9. Evolution des résidus.

Nous présentons dans la figure 4.10 l'évolution des sorties du SLC. Nous remarquons clairement l'effet du défaut sur la sortie y_2 du SLC.

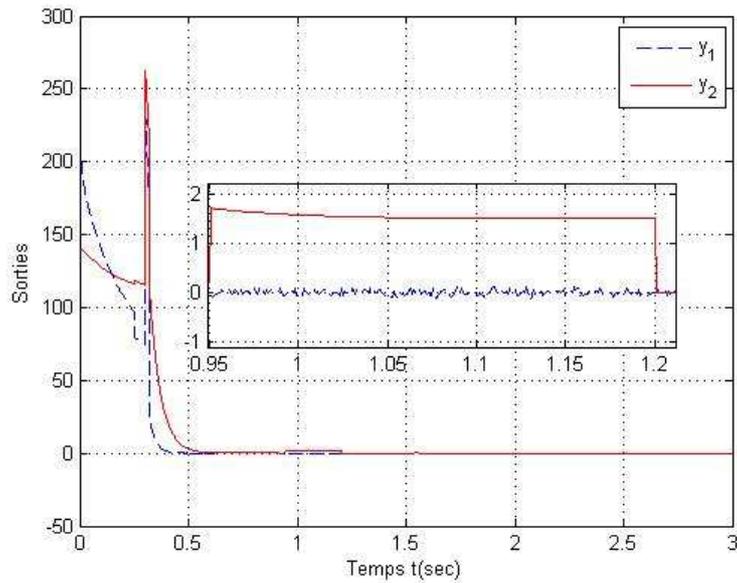


Fig. 4.10. Evolution des sorties du SLC.

Une fois le défaut est détecté et localisé, le bloc de reconfiguration fournit en ligne un signal ordonnant la commutation du mécanisme d'activation d'état. L'évolution du signal d'activation est montrée dans la figure 4.11. Durant la phase de l'apparition du défaut, nous remarquons que le bloc de reconfiguration choisi l'observateur 1 pour établir le retour d'état.

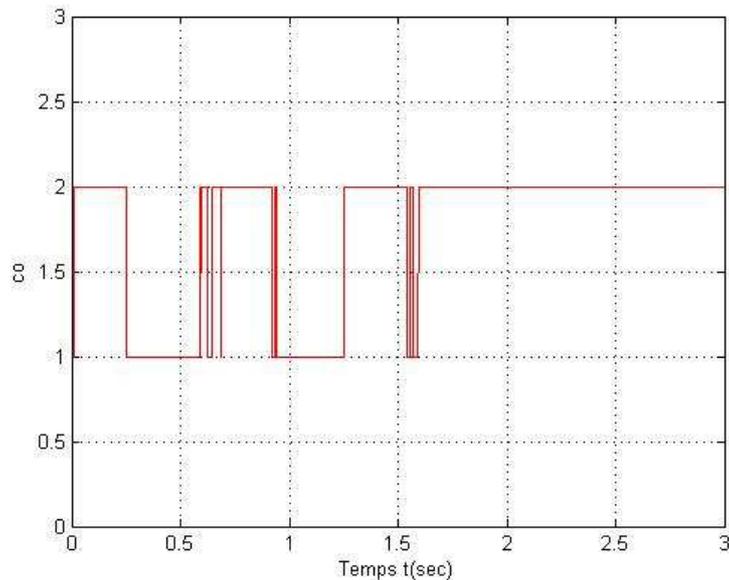


Fig. 4.11. Evolution du signal d'activation.

Dans les figures 4.12 et 4.13, nous montrons les évolutions des états estimés par les observateurs hybride 1 et 2, tracées dans le même graphe avec l'évolution de l'état réel du SLC. Dans un premier temps, nous remarquons que les états estimés par les deux

observateurs convergent vers l'état réel du système après un régime transitoire. Le deuxième constat concerne l'évolution de l'état réel, nous remarquons que la commande tolérante aux défauts a réussi à mettre à l'abri des défauts l'état réel.

Par ailleurs, la figure 4.13 montre que l'état estimé par l'observateur 2 s'éloigne notablement du zéro dès l'apparition de défaut.

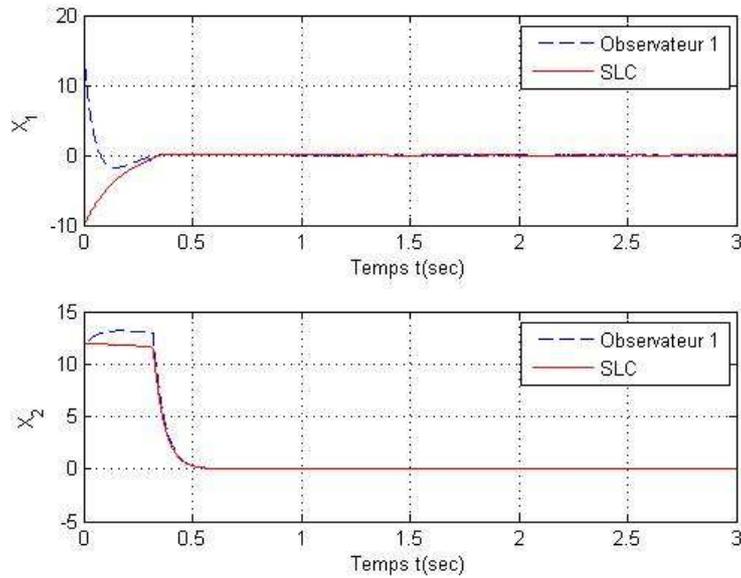


Fig. 4.12. Evolution des vecteurs d'état (Observateur 1, SLC).

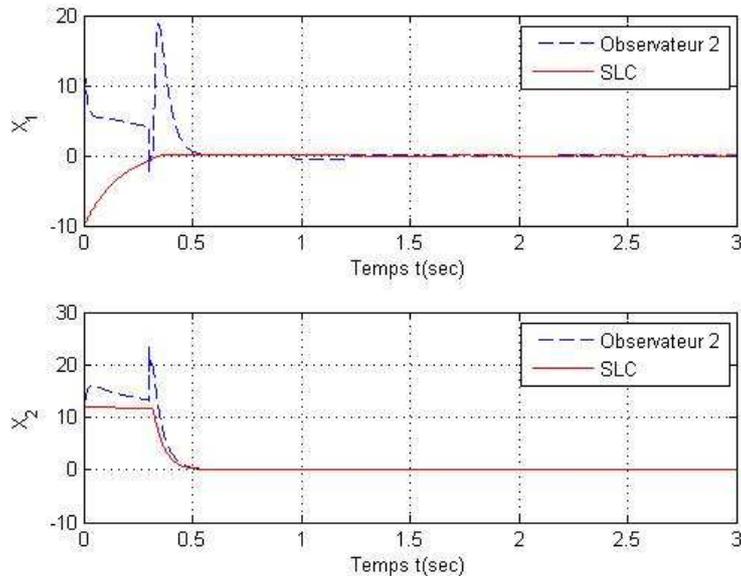


Fig. 4.13. Evolution des vecteurs d'état (Observateur 2, SLC).

IV.7. Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons passé en revue quelques méthodes de synthèse de lois de commande tolérantes aux défauts. En présence d'un

défaut d'une amplitude importante, une analyse critique a permis de mettre en évidence les limitations des approches de la commande tolérante aux défauts basées sur l'accommodation de défauts en présence d'un défaut de grande amplitude.

Nous nous sommes alors intéressés, dans la deuxième partie de ce chapitre, aux méthodes basées sur la reconfiguration du système. Nous avons proposé une approche de synthèse de lois commande tolérantes aux défauts de capteurs stabilisantes via un retour d'état. Cette approche permet de préserver les performances nominales du système (situation non défailante) en présence d'un défaut de capteur simple. L'idée consiste à reconfigurer le retour d'état en remplaçant le vecteur d'état estimé à partir d'une sortie en défaut par un autre estimé à partir d'une sortie saine. La redondance des estimations est assurée dans cette approche par un banc d'observateurs hybrides robustes qui fournit plusieurs estimations correctes des vecteurs d'état et de sorties.

Finalement, un exemple numérique illustrant l'efficacité de l'approche développée a été présenté.

Conclusions et perspectives

Ce travail de thèse entre dans le cadre des travaux du projet de Recherche Inter-laboratoires COSMOS (Conception et Observation de Systèmes à MOdes Multiples de fonctionnement Sûrs) du GIS 3SGS (Surveillance, Sûreté et Sécurité des Grands Systèmes). Il concerne, pour une grande part le diagnostic à base de modèle des SDH et d'autre part propose une approche de synthèse de lois de commande tolérantes aux défauts.

Ainsi, avant d'entamer le problème de diagnostic des SDH, nous avons exposé dans la première partie du premier chapitre une description générale des SDH. Dans ce cadre, nous avons introduit la définition formelle, à base d'automate hybride, d'un SDH. Le choix du formalisme d'automate hybride comme outil pertinent de modélisation des SDH est choisi pour sa simplicité et sa capacité à représenter une large classe de systèmes hybrides. Ensuite, nous avons illustré à travers des exemples les classes les plus rencontrées dans la littérature et dans la pratique, à savoir, les systèmes impulsionsnels (systèmes à sauts), les systèmes linéaires par morceaux et les systèmes à commutations.

Dans la deuxième partie, après avoir rappelé brièvement les définitions et la terminologie utilisées dans le domaine de diagnostic, nous avons passé en revue quelques approches de diagnostic à base de modèle proposées dans la littérature aussi bien pour les systèmes continus que pour les SED. Ensuite, nous avons présenté quelques méthodes de diagnostic des SDH en respectant une classification selon que les méthodes soient issues des systèmes continus, des SED et qu'elles soient mixtes.

Une analyse critique des travaux, réalisés autour du diagnostic des SDH, a permis de dresser les constats suivants:

- Les méthodes issues des systèmes continus et celles issues des SED privilégient l'un des deux aspects du SDH au détriment de l'autre.
- De nombreux chercheurs ont opté pour les méthodes à base d'observateurs pour le diagnostic de la partie continue des SDH. (Kratz and Aubry, 2003 ; Saadaoui *et al*, 2006 ; Xu *et al*, 2007, Pettersson, 2005; Juloski *et al*, 2003; Balluchi *et al*, 2002). Cette préférence est justifiée par la flexibilité dans le choix de ses gains.
- Peu de travaux considèrent la robustesse, vis-à-vis des entrées inconnues, et la sensibilité aux défauts des opérations de détection et de localisation de défauts.

Partant de cet état de fait, et tenant compte des limitations déjà observées dans les approches de diagnostic des SDH existantes, nous avons proposé, dans le deuxième

chapitre, une première contribution à travers une approche de synthèse d'observateurs hybrides robustes pour la détection de défauts affectant la partie continue d'une classe de SLC. Il s'agit des défauts de capteurs et d'actionneurs. L'idée clé de cette approche consiste à prendre en considération, dès la phase de la conception de l'observateur hybride, la robustesse vis-à-vis des entrées inconnues et la sensibilité aux défauts. Des conditions de convergence, assurant la bornitude et la robustesse de l'erreur d'estimation et prenant compte des décalages de détection du mode actif, ont été proposées sous forme de LMI. Une seconde contribution dans ce chapitre concerne les procédures itératives permettant de trouver un compromis entre la robustesse vis-à-vis des entrées inconnues et la sensibilité aux défauts de l'observateur hybride. Ce problème a été traité pour le moment pour les systèmes continus mais pas dans le cadre des systèmes dynamiques hybrides. Nous avons montré finalement à travers des résultats de simulation la pertinence de l'approche de synthèse proposée.

Dans le troisième chapitre, une approche de diagnostic pour une classe de SLC, soumise à des effets indésirables dus à des entrées inconnues et à des erreurs de modélisation, a été proposée. Nous avons ainsi établi une méthodologie de diagnostic qui consiste à utiliser conjointement des outils initialement dédiés au diagnostic des systèmes continus et d'autres spécifiques aux SED. La méthodologie proposée est basée sur trois modules ; deux types de générateurs de résidus (issus de l'Automatique continue) et un estimateur en-ligne de l'état discret, appelé diagnostiqueur (issu de l'Automatique événementielle). Notre diagnostiqueur utilise les deux types de résidus, provenant de la partie continue, pour identifier le mode de fonctionnement du SLC et isoler les défauts de capteurs. Les résidus structurés ont été utilisés pour la localisation des défauts de capteurs. Nous les avons générés à travers un générateur développé autour d'un schéma DOS à base d'observateurs hybrides, à la fois robustes vis-à-vis des entrées inconnues et sensibles aux défauts de capteurs. Nous avons par la suite illustré à la fin du troisième chapitre la pertinence de l'approche de diagnostic proposée à travers un exemple numérique.

Dans le quatrième chapitre, nous avons, d'abord, passé en revue les différentes méthodes de synthèse de lois de commande tolérantes aux défauts. Une analyse critique a permis de mettre en évidence les limitations des approches de la commande tolérante aux défauts basée sur l'accommodation de défauts.

Nous nous sommes alors intéressés aux méthodes basées sur la reconfiguration du système. Nous avons proposé une approche de synthèse de lois de commande tolérantes aux défauts de capteurs stabilisante via un retour d'état. Cette approche permet de préserver les performances nominales du système (situation non défailante) en présence d'un défaut de capteur. L'idée consiste à reconfigurer le retour d'état en remplaçant le vecteur d'état estimé à partir d'une sortie en défaut par un autre estimé à partir d'une sortie saine. La redondance des estimations est assurée dans cette approche par un banc d'observateurs hybrides robustes qui fournit plusieurs estimations correctes des vecteurs d'état et de sorties. Finalement, un exemple numérique illustrant l'efficacité de l'approche développée a été présenté.

A l'issue de ce mémoire, plusieurs problèmes demeurent ouverts. Nous présentons ci après les pistes de recherche qui nous semblent les plus prometteuses.

Une des pistes sur lesquels nous travaillons actuellement est de trouver un exemple de système physique sur lequel pourrait être validé l'ensemble des résultats de ce travail. Ceci soulèvera sûrement un second problème rencontré lors de la réalisation de ce travail et qui concerne le conservatisme des conditions LMI élaborées. En effet, les conditions suffisantes proposées, issues de l'utilisation des fonctions quadratiques de Lyapunov, peuvent être relâchées en s'orientant vers d'autres formes de fonctions de Lyapunov. Des approches à bases de fonctions non quadratiques de Lyapunov pourraient être envisagées.

Le deuxième problème concerne la procédure itérative pour l'optimisation de la synthèse d'observateurs à la fois robustes par rapport aux entrées inconnues et sensibles aux défauts. En effet, cette procédure ne permet pas dans sa version actuelle de fournir un optimum global car elle dépend du choix des valeurs initiales des paramètres de l'algorithme, fixé arbitrairement par l'utilisateur. Il serait alors intéressant de développer une méthode d'initialisation qui permette d'améliorer les résultats de l'algorithme proposé.

En outre, l'observateur de détection proposé dans ce travail ne possède aucune contrainte sur le temps de convergence. Ceci peut créer des problèmes dans le cas où les systèmes physiques surveillés possèdent un temps de séjours trop petit. A titre d'exemple, le cas des convertisseurs statiques où le temps de séjour dans chaque mode de fonctionnement est très petit. Une approche à bases d'observateurs non linéaires robustes pourrait aussi être envisagée pour d'une part améliorer les performances en terme de robustesse et d'autre part utiliser la notion de convergence en temps fini largement étudiée pour les observateurs modes glissant par exemple.

De plus, la méthodologie de diagnostic proposée dans ce travail concerne principalement les défauts de capteurs ainsi que les défauts engendrant des transitions discrètes vers un mode non-successeur. Là-encore, nous pouvons élargir les travaux présentés à d'autres classes de SDH et traiter d'autres types de défauts, entres autres, les défauts d'actionneurs, les défauts paramétriques,....

Enfin, le travail que nous avons engagé sur la synthèse de lois de commande tolérantes aux défauts, n'est qu'un premier jalon qui devrait être complété par d'autres travaux portant par exemple sur le développement de lois de reconfiguration de la trajectoire discrète. Ceci passera par l'étude de plusieurs problèmes comme la détermination de l'ensemble de séquences de commutation garantissant la stabilité ainsi que le placement de capteurs pour garantir l'observabilité et/ou la diagnosticabilité.

A.1. Définitions et outils mathématiques

Définition A.1.

La séquence $(x(0), x(1), x(2), x(3) \dots)$ est dite bornée par x_{max} si $\forall k \geq 0$ $\|x(k)\| \leq x_{max}$.

La séquence $(x(0), x(1), x(2), x(3) \dots)$ est dite finalement bornée (en anglais eventually bounded) par x_{max} si $\forall \delta \geq 0 \exists K_0 > 0 \forall k \geq K_0 \|x(k)\| = x_{max} + \delta$.

i.e. $\lim_{k \rightarrow \infty} \|x(k)\| \leq x_{max}$.

S-procédure

En considérant les fonction réelles $f(x), h_i(x), i = 1, \dots, m$ définies sur un ensemble X , la S-procédure consiste à substituer la condition (A.24) par la condition (A.25).

$$f(x) < 0, \forall x \neq 0, x \in X \mid h_i(x) \geq 0, i = 1, \dots, m \quad (\text{A.24})$$

$$\exists \tau_i \geq 0, i = 1, \dots, m \mid f(x) + \sum_{i=1}^m \tau_i h_i(x) \leq 0 \quad (\text{A.25})$$

Les deux conditions ne sont pas équivalentes en général mais il est évident que (A.25) implique (A.24). Il est à noter que différentes version de cette procédure peuvent être définies en considérant des inégalités strictes, larges ou des égalités (Fradkov, 2006, Boyd *et al.*, 1994).

A.2. Preuve du théorème 2.3 : Bornitude de l'erreur d'estimation

Considérons la contrainte quadratique suivante (utilisée dans la S-procédure):

$$\|e_x\|^2 \geq \varepsilon^2 \|x\|^2 \quad (\text{A.26})$$

Pour quelques valeurs de $\varepsilon > 0$, nous supposons que $\Delta V_{\hat{q}}(e_x(k)) < 0$ quand (A.26) est vérifiée.

Pour une valeur arbitraire de $\delta > 0$, on note par :

$$V_{max}^\delta = \max_{\|e_x\| \leq \varepsilon x_{max} + \delta} V_{\hat{q}}(e_x(k)) \quad (\text{A.27})$$

On désigne par S_δ l'ensemble suivant:

$$S_\delta = \{e_x \mid V_{\hat{q}}(e_x(k)) < V_{max}^\delta\} \quad (\text{A.28})$$

Puisque $\Delta V_{\hat{q}}(e_x(k)) < 0$ pour $e_x \notin S_\delta$, il s'ensuit que S_δ est positivement invariant c.-à-d. pour $K_0 > 0$.

$$\exists K_0 > 0 \quad V_{\hat{q}}(e_x(K_0)) < V_{max}^\delta$$

Selon la condition $\alpha I \leq P_{\hat{q}} \leq \xi I$ (Théorème 2.3), il résulte que :

$$V_{max}^\delta < \xi [\varepsilon x_{max} + \delta]^2 \quad (\text{A.29})$$

Par conséquent,

$$\forall \delta > 0 \quad \exists K_0 > 0 \quad \forall k > K_0 \quad \|e_x(k)\| \leq \sqrt{\frac{\xi}{\alpha}} [\varepsilon x_{max} + \delta] \quad (\text{A.30})$$

D'après la définition A.1, on peut alors obtenir,

$$e_x = \lim_{k \rightarrow \infty} \max \|e_x(k)\| \leq \sqrt{\frac{\xi}{\alpha}} \varepsilon x_{max} \quad \blacksquare$$

A.3. Preuve du lemme 2.3

En partant du cas discret du système (2.27),

$$\begin{cases} e_d(k+1) = \bar{A}_{\hat{q}} e_d(k) + \bar{B}_{d_q} d(k) \\ r_d(k) = V(C_{\hat{q}} e_d(k) + D_{d_q} d(k)) \end{cases} \quad (\text{A.31})$$

la condition $\|r_d\|_2^2 - \gamma_{\hat{q}}^2 \|d\|_2^2 < 0$ peut être alors reformulée de la façon suivante :

$$\sum_{k=0}^N (r_d^T r_d) \leq \gamma_{\hat{q}}^2 \sum_{k=0}^N (d^T d)$$

Définissons le critère J_1 comme suit :

$$J_1 = \sum_{k=0}^N (r_d^T r_d - \gamma_{\hat{q}}^2 d^T d)$$

Notre objectif est de trouver les conditions qui assurent que $J_1 \leq 0$.

En introduisant une fonction multiple de Lyapunov candidate $V(e_d) = e_d^T P_{\hat{q}} e_d \geq 0$, $P_{\hat{q}} > 0$, nous obtenons :

$$J_1 = \sum_{k=0}^N (r_d^T r_d - \gamma_{\hat{q}}^2 d^T d + \Delta V(e_d(k))) - V(e_d(N))$$

$$J_1 = \left(\sum_{k=0}^N \begin{bmatrix} e_d^T & d^T \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T V^T \\ D_{d_q}^T V^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VC_{\hat{q}} & VD_{d_q} \end{bmatrix} + E_d}_{R_d} \begin{bmatrix} e_d \\ d \end{bmatrix} \right) - V(e(N))$$

$$\text{où } E_d = \begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} - P_{\hat{q}} & \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \bar{B}_{d_q} \\ (*) & \bar{B}_{d_q}^T P_{\hat{q}} \bar{B}_{d_q} - \gamma_{\hat{q}}^2 I \end{bmatrix}. \text{ D'où, } J_1 \leq 0, \text{ si } R_d \leq 0.$$

En utilisant le complément de Schur, la matrice R_d devient :

$$R_d = \begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} - P_{\hat{q}} & \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \bar{B}_{d_q} & C_{\hat{q}}^T V^T \\ (*) & \bar{B}_{d_q}^T P_{\hat{q}} \bar{B}_{d_q} - \gamma_{\hat{q}}^2 I & D_{d_q}^T V^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (\text{A.32})$$

On peut développer l'inégalité (A.32) sous la forme suivante :

$$R_d = \begin{bmatrix} \rho + C_{\hat{q}}^T K_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} K_{\hat{q}} C_{\hat{q}} & \theta_d + C_{\hat{q}}^T K_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} K_{\hat{q}} D_{d_q} & C_{\hat{q}}^T V^T \\ (*) & \lambda_d + D_{d_q}^T K_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} K_{\hat{q}} D_{d_q} & D_{d_q}^T V^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0$$

avec : $\rho = A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} A_{\hat{q}} - A_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T A_{\hat{q}} - P_{\hat{q}}$, $\theta_d = A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} B_{d_q} - A_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} D_{d_q} - C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T B_{d_q}$,
 $\lambda_d = B_{d_q}^T P_{\hat{q}} B_{d_q} - B_{d_q}^T H_{\hat{q}} D_{d_q} - D_{d_q}^T H_{\hat{q}}^T B_{d_q} - \gamma_{\hat{q}}^2 I$.

Donc,

$$R_d = \underbrace{\begin{bmatrix} \rho & \theta_d & C_{\hat{q}}^T V^T \\ (*) & \lambda_d & D_{d_q}^T V^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix}}_Q + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{2} C_{\hat{q}}^T \\ \frac{1}{2} D_{d_q}^T \\ 0 \end{bmatrix}}_{R^T} M_{\hat{q}} \underbrace{\begin{bmatrix} C_{\hat{q}} & D_{d_q} & 0 \end{bmatrix}}_S + \underbrace{\begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T \\ D_{d_q}^T \\ 0 \end{bmatrix}}_{S^T} M_{\hat{q}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{2} C_{\hat{q}} & \frac{1}{2} D_{d_q} & 0 \end{bmatrix}}_R \leq 0 \quad (\text{A.33})$$

avec : $M_{\hat{q}} = K_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} K_{\hat{q}}$.

En utilisant le lemme 2.1 (Lemme de Finsler), l'inégalité (A.33) est équivalente aux inégalités matricielles (A.34) et (A.35).

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \rho & \theta_d & C_{\hat{q}}^T V^T \\ (*) & \lambda_d & D_{d_q}^T V^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix}}_Q - \zeta_{\hat{q}} \underbrace{\begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & C_{\hat{q}}^T D_{d_q} & 0 \\ (*) & D_{d_q}^T D_{d_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{S^T S} \leq 0 \quad (\text{A.34})$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \rho & \theta_d & C_{\hat{q}}^T V^T \\ (*) & \lambda_d & D_{d_q}^T V^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix}}_Q - \zeta_{\hat{q}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{4} C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & \frac{1}{4} C_{\hat{q}}^T D_{d_q} & 0 \\ (*) & \frac{1}{4} D_{d_q}^T D_{d_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{R^T R} \leq 0 \quad (\text{A.35})$$

Nous pouvons constater alors :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \rho & \theta_d & C_{\hat{q}}^T V^T \\ (*) & \lambda_d & D_{d_q}^T V^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix}}_Q \leq \frac{1}{4} \zeta_{\hat{q}} \begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & C_{\hat{q}}^T D_{d_q} & 0 \\ (*) & D_{d_q}^T D_{d_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \leq \zeta_{\hat{q}} \begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & C_{\hat{q}}^T D_{d_q} & 0 \\ (*) & D_{d_q}^T D_{d_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ceci nous permet de garder seulement l'inégalité (A.35), qui vérifie implicitement l'inégalité (A.34). ■

A.4. Preuve du lemme 2.5

De la même manière que précédemment, la condition $\|r_f\|_2^2 - \beta_{\hat{q}}^2 \|f\|_2^2 > 0$ est reformulée de la façon suivante :

$$\sum_{k=0}^N (r_f^T r_f) \geq \beta_{\hat{q}}^2 \sum_{k=0}^N (f^T f)$$

Définissons le critère J_2 comme suit :

$$J_2 = \sum_{k=0}^N (r_f^T r_f - \gamma_{\hat{q}}^2 f^T f)$$

Notre objectif est de déterminer les conditions assurant que $J_2 \geq 0$.

En introduisant une fonction multiple de Lyapunov candidate $V(e_f) = e_f^T P_{\hat{q}} e_f \geq 0$, $P_{\hat{q}} > 0$, nous obtenons :

$$J_2 = \left(\sum_{k=0}^N \begin{bmatrix} e_f^T & f^T \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T V^T \\ D_{f_q}^T V^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VC_{\hat{q}} & VD_{f_q} \end{bmatrix} - E_f}_{R_f} \begin{bmatrix} e_f \\ f \end{bmatrix} \right) + V(e(N))$$

$$J_2 = \left(\sum_{k=0}^N \begin{bmatrix} e_f^T & f^T \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T V^T \\ D_{f_q}^T V^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VC_{\hat{q}} & VD_{f_q} \end{bmatrix} - E_f}_{R_f} \begin{bmatrix} e_f \\ f \end{bmatrix} \right) + V(e(N))$$

$$\text{avec : } E_f = \begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} - P_{\hat{q}} & \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \bar{B}_{f_q} \\ (*) & \beta_{\hat{q}}^T I + \bar{B}_{f_q}^T P_{\hat{q}} \bar{B}_{f_q} \end{bmatrix}.$$

$$\text{Ainsi, si } R_f = \begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T V^T VC_{\hat{q}} - \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} + P_{\hat{q}} & C_{\hat{q}}^T V^T VD_{f_q} - \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \bar{B}_{f_q}^T \\ (*) & D_{f_q}^T V^T VD_{f_q} - \beta_{\hat{q}}^T I - \bar{B}_{f_q}^T P_{\hat{q}} \bar{B}_{f_q} \end{bmatrix} \geq 0, \text{ on peut}$$

obtenir $J_2 \geq 0$.

On peut alors reformuler la dernière inégalité comme suit :

$$\left(\begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} - P_{\hat{q}} - 2C_{\hat{q}}^T V^T VC_{\hat{q}} & -\bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \bar{B}_{f_q} \\ (*) & \beta_{\hat{q}}^2 I + \bar{B}_{f_q}^T P_{\hat{q}} \bar{B}_{f_q} - 2D_{f_q}^T V^T VD_{f_q} \end{bmatrix} + \Lambda_f \right) \leq 0 \quad (\text{A.36})$$

avec :

$$\Lambda_f = \begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T V^T V C_{\hat{q}} & C_{\hat{q}}^T V^T V D_{f_q} \\ (*) & D_{f_q}^T V^T V D_{f_q} \end{bmatrix}$$

En utilisant le complément de Schur. L'inégalité (A.36) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} \bar{A}_{\hat{q}} - P_{\hat{q}} - 2C_{\hat{q}}^T V^T V C_{\hat{q}} & -\bar{A}_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} B_{f_q} & C_{\hat{q}}^T V^T \\ (*) & \beta_{\hat{q}}^2 I + \bar{B}_{f_q}^T P_{\hat{q}} \bar{B}_{f_q} - 2D_{f_q}^T V^T V D_{f_q} & D_{f_q}^T V^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (\text{A.37})$$

Si on développe (A.37), on peut obtenir:

$$\begin{bmatrix} \rho + C_{\hat{q}}^T K_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} K_{\hat{q}} C_{\hat{q}} - 2C_{\hat{q}}^T V^T V C_{\hat{q}} & -(\theta_f + C_{\hat{q}}^T K_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} K_{\hat{q}} D_{f_q}) & C_{\hat{q}}^T V^T \\ (*) & \lambda_f + D_{f_q}^T K_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} K_{\hat{q}} D_{f_q} - 2D_{f_q}^T V^T V D_{f_q} & D_{f_q}^T V^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0$$

avec : $\rho = A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} A_{\hat{q}} - A_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} C_{\hat{q}} - C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T A_{\hat{q}} - P_{\hat{q}}$, $\theta_f = A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}} B_{f_q} - A_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}} D_{f_q} - C_{\hat{q}}^T H_{\hat{q}}^T B_{f_q}$,
 $\lambda_f = B_{f_q}^T P_{\hat{q}} B_{f_q} - B_{f_q}^T H_{\hat{q}} D_{f_q} - D_{f_q}^T H_{\hat{q}}^T B_{f_q} + \beta_{\hat{q}}^2 I$.

Donc :

$$\begin{bmatrix} \rho - 2C_{\hat{q}}^T V^T V C_{\hat{q}} & -\theta_f & C_{\hat{q}}^T V^T \\ (*) & \lambda_f - 2D_{f_q}^T V^T V D_{f_q} & D_{f_q}^T V^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{2} C_{\hat{q}}^T \\ -\frac{1}{2} D_{f_q}^T \\ 0 \end{bmatrix}}_{R^T} M_{\hat{q}} \underbrace{\begin{bmatrix} C_{\hat{q}} & -D_{f_q} & 0 \end{bmatrix}}_S \quad (\text{A.38})$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T \\ -D_{f_q}^T \\ 0 \end{bmatrix}}_{S^T} M_{\hat{q}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{2} C_{\hat{q}} & -\frac{1}{2} D_{f_q} & 0 \end{bmatrix}}_R \leq 0$$

En utilisant le lemme 2.1(Lemme de Finsler), l'inégalité (A.38) est équivalent aux inégalités matricielles (A.39) et (A.40).

$$\begin{bmatrix} \rho - 2C_{\hat{q}}^T V^T V C_{\hat{q}} & -\theta_f & C_{\hat{q}}^T V^T \\ (*) & \lambda_f - 2D_{f_q}^T V^T V D_{f_q} & D_{f_q}^T V^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix} - \mathbf{v}_{\hat{q}} \underbrace{\begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & -C_{\hat{q}}^T D_{f_q} & 0 \\ (*) & D_{f_q}^T D_{f_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{S^T S} \leq 0 \quad (\text{A.39})$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \rho - 2C_{\hat{q}}^T V^T V C_{\hat{q}} & -\theta_f & C_{\hat{q}}^T V^T \\ (*) & \lambda_f - 2D_{f_q}^T V^T V D_{f_q} & D_{f_q}^T V^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix}}_{\mathcal{Q}} - \mathbf{v}_{\hat{q}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{4} C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & -\frac{1}{4} C_{\hat{q}}^T D_{f_q} & 0 \\ (*) & \frac{1}{4} D_{f_q}^T D_{f_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{R}^T \mathcal{R}} \leq 0 \quad (\text{A.40})$$

On peut remarquer que :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \rho - 2C_{\hat{q}}^T V^T V C_{\hat{q}} & -\theta_f & C_{\hat{q}}^T V^T \\ (*) & \lambda_f - 2D_{f_q}^T V^T V D_{f_q} & D_{f_q}^T V^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix}}_{\mathcal{Q}} \leq \frac{1}{4} \mathbf{v}_{\hat{q}} \begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T C_{\hat{q}} & -C_{\hat{q}}^T D_{f_q} & 0 \\ (*) & D_{f_q}^T D_{f_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\leq \mathbf{v}_{\hat{q}} \begin{bmatrix} C_{\hat{q}}^T C & -C_{\hat{q}}^T D_{f_q} & 0 \\ (*) & D_{f_q}^T D_{f_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ceci nous permet de garder seulement l'inégalité (A.40), qui vérifie implicitement l'inégalité (A.40). ■

B.1. Version discrète du générateur de signatures de modes

Nous présentons dans cette section la version discrète du lemme 3.1.

Lemme 3.1 (version discrète). *Considérons le cas discret du SLC (3.1) avec le cas discret de l'observateur (3.2). Le système (3.3)-(3.4) en temps discret est asymptotiquement stable et satisfait la condition (3.5) s'il existe des matrices $P_q > 0$, M_q et le scalaire σ_q tels que la LMI suivante est vérifiée :*

$$\begin{bmatrix} \rho - \frac{\sigma_q}{4} C_q^T C_q & \theta_d - \frac{\sigma_q}{4} C_q^T D_{d_q} & C_q^T \\ (*) & \lambda_d - \frac{\sigma_q}{4} D_{d_q}^T D_{d_q} & D_{d_q}^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0$$

avec : $\rho = A_q^T P_q A_q - A_q^T M_q C_q - C_q^T M_q^T A_q - P_q$, $\theta_d = A_q^T P_q B_{d_q} - A_q^T M_q D_{d_q} - C_q^T M_q^T B_{d_q}$,
 $\lambda_d = B_{d_q}^T P_q B_{d_q} - B_{d_q}^T M_q D_{d_q} - D_{d_q}^T M_q^T B_{d_q} - \gamma_q^2 I$, $M_q = P_q K_q$.

Preuve :

En partant du cas discret du système (3.3)-(3.4) :

$$e_q(k+1) = (A_q - K_q C_q) e_q(k) + (B_{d_q} - K_q D_{d_q}) d(k) \quad (\text{A.41})$$

$$r_q(k) = C_q e_q(k) + D_{d_q} d(k) \quad (\text{A.42})$$

La condition $\|r_q\|_2^2 - \gamma_q^2 \|d\|_2^2 < 0$ peut être reformulée de la façon suivante :

$$\sum_{k=0}^N (r_q^T r_q) \leq \gamma_q^2 \sum_{k=0}^N (d^T d)$$

Définissons le critère J_1 comme suit :

$$J_1 = \sum_{k=0}^N (r_q^T r_q - \gamma_q^2 d^T d)$$

Notre objectif est de trouver les conditions assurant que $J_1 \leq 0$.

En introduisant une fonction de Lyapunov candidate pour chaque sous-système $V_q(e) = e_q^T P_q e_q \geq 0, P_q > 0$ D'où, J_1 devient:

$$J_1 = \sum_{k=0}^N (r_q^T r_q) - \gamma_q^2 \sum_{k=0}^N (d^T d) = \sum_{k=0}^N (r_q^T r_q - \gamma_q^2 d^T d)$$

Pour le reste de la preuve, le lecteur peut se référer à la preuve du lemme 2.3 (Annexe A). ■

B.2. Version discrète du générateur de signatures de défauts

B.2.1. Version discrète du théorème 3.1

Nous présentons dans cette section la version discrète du théorème 3.1. Concernant la preuve de ce théorème, le lecteur peut se référer à la preuve du théorème 2.3 (Chapitre 2) (Belkhiat *et al.*, 2011c).

Théorème 3.1 (version discrète). *Considérons le cas discret du SLC (3.1) avec le cas discret du $i^{\text{ème}}$ observateur DOS (3.11) et supposons que pour $T_0 > 0$ nous avons $\max_{k>T_0} \|x(k)\| \leq x_{\max}$ et $\max_{k>T_0} \|u(k)\| \leq u_{\max}$.*

Supposons également qu'il existe des matrices $P_{\hat{q}}^i = (P_{\hat{q}}^i)^T > 0$, $M_{\hat{q}}^i$ et des scalaires $\zeta_{\hat{q}}^i$, $\omega_{\hat{q}}^i$, $\alpha^i > 0$, $\xi^i > 0$ et $v_{\hat{q},q}^i \geq 0$ et $\mu_{\hat{q}^+, \hat{q}}^i \leq 1$ telles que les LMI suivantes sont satisfaites :

$$\begin{aligned}
5. \quad & \alpha^i I \leq P_{\hat{q}}^i \leq \xi^i I && \hat{q} \in Q \\
6. \quad & \begin{bmatrix} \eta^i - P_{\hat{q}}^i + v_{\hat{q},q}^i I - \frac{\zeta_{\hat{q}}^i}{4} C_{\hat{q}}^{iT} C_{\hat{q}}^i & \theta^i \\ (*) & \Xi^i \end{bmatrix} \leq 0 && (\hat{q}, q) \in I_g \\
7. \quad & \begin{bmatrix} \eta^i - P_{\hat{q}}^i + v_{\hat{q},q}^i I - \frac{\omega_{\hat{q}}^i}{4} C_{\hat{q}}^{iT} C_{\hat{q}}^i & \Gamma^i \\ (*) & \Pi^i \end{bmatrix} \leq 0 && (\hat{q}, q) \in I_g \\
8. \quad & P_{\hat{q}^+}^i - \mu_{\hat{q}^+, \hat{q}}^i P_{\hat{q}}^i < 0 && (\hat{q}, q) \in I_g
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{avec : } \eta^i &= A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}}^i A_{\hat{q}} - A_{\hat{q}}^T M_{\hat{q}}^i C_{\hat{q}}^i - C_{\hat{q}}^{iT} M_{\hat{q}}^{iT} A_{\hat{q}}, \\
\Xi^i &= A_q^T P_{\hat{q}}^i A_q - A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}}^i A_q - A_q^T P_{\hat{q}}^i A_{\hat{q}} + \eta^i - A_q^T M_{\hat{q}}^i C_q^i + A_q^T M_{\hat{q}}^i C_{\hat{q}}^i \\
&+ A_{\hat{q}}^T M_{\hat{q}}^i C_q^i - C_q^{iT} M_{\hat{q}}^{iT} A_q + C_q^{iT} M_{\hat{q}}^{iT} A_{\hat{q}} + C_{\hat{q}}^{iT} M_{\hat{q}}^{iT} A_q, \\
&- (\varepsilon^i)^2 v_{\hat{q},q}^i I + \frac{\zeta_{\hat{q}}^i}{4} (C_q^{iT} C_{\hat{q}}^i + C_{\hat{q}}^{iT} C_q^i - C_q^{iT} C_q^i - C_{\hat{q}}^{iT} C_{\hat{q}}^i) \\
\theta^i &= A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}}^i A_q - \eta^i - A_{\hat{q}}^T M_{\hat{q}}^i C_q^i - C_{\hat{q}}^{iT} M_{\hat{q}}^{iT} A_q + \frac{\zeta_{\hat{q}}^i}{4} (C_{\hat{q}}^{iT} C_q^i - C_{\hat{q}}^{iT} C_{\hat{q}}^i), \\
\Pi^i &= B_q^T P_{\hat{q}}^i B_q - B_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}}^i B_q - B_q^T P_{\hat{q}}^i B_{\hat{q}} + B_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}}^i B_{\hat{q}} - B_q^T M_{\hat{q}}^i D_q^i + B_q^T M_{\hat{q}}^i D_{\hat{q}}^i \\
&+ B_{\hat{q}}^T M_{\hat{q}}^i D_q^i - B_{\hat{q}}^T M_{\hat{q}}^i D_{\hat{q}}^i - D_q^{iT} M_{\hat{q}}^{iT} B_q + D_q^{iT} M_{\hat{q}}^{iT} B_{\hat{q}} + D_{\hat{q}}^{iT} M_{\hat{q}}^{iT} B_q, \\
&- D_{\hat{q}}^{iT} M_{\hat{q}}^{iT} B_{\hat{q}} - (\varepsilon^i)^2 v_{\hat{q},q}^i I + \frac{\omega_{\hat{q}}^i}{4} (D_q^{iT} D_{\hat{q}}^i + D_{\hat{q}}^{iT} D_q^i - D_q^{iT} D_q^i - D_{\hat{q}}^{iT} D_{\hat{q}}^i)
\end{aligned}$$

Alors, l'erreur d'estimation e_w est bornée par

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \max \|e_w(k)\| \leq \sqrt{\frac{\xi}{\alpha}} \varepsilon (x_{\max} + u_{\max})$$

où ε^i est un scalaire positif, \hat{q}^+ est le mode successeur de \hat{q} , $(\hat{q}^+, \hat{q}) \in I_g$, $M_{\hat{q}}^i = P_{\hat{q}}^i L_{\hat{q}}^i$ et $v_{\hat{q}, q}^i$, $(\hat{q}, q) \in I_g$.

B.2.1. Version discrète du lemme 3.2

Nous présentons dans cette section la version discrète du lemme 3.2. Concernant la preuve de ce théorème, le lecteur peut se référer à la preuve du lemme 2.3 (annexe A) (Belkhiat *et al.*, 2011c).

Lemme 3.2 (version discrète). *Considérons le cas discret du SLC (2.1) avec le cas discret de l' $i^{\text{ème}}$ observateur DOS (3.11). Le système (3.18) en temps discret est asymptotiquement stable et satisfait la condition (3.27) s'il existe des matrices $P_{\hat{q}}^i = (P_{\hat{q}}^i)^T > 0$, $M_{\hat{q}}^i$ et le scalaire $\kappa_{\hat{q}}^i$ tels que la LMI suivante est vérifiée :*

$$\begin{bmatrix} \phi^i - \frac{\kappa_{\hat{q}}^i}{4} (C_{\hat{q}}^i)^T C_{\hat{q}}^i & \psi_d^i - \frac{\kappa_{\hat{q}}^i}{4} (C_{\hat{q}}^i)^T D_{d_q}^i & (C_{\hat{q}}^i)^T \\ (*) & \varphi_d^i - \frac{\kappa_{\hat{q}}^i}{4} (D_{d_q}^i)^T D_{d_q}^i & (D_{d_q}^i)^T \\ (*) & (*) & -I \end{bmatrix} \leq 0$$

$$\text{avec : } \phi^i = A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}}^i A_{\hat{q}} - A_{\hat{q}}^T M_{\hat{q}}^i C_{\hat{q}}^i - C_{\hat{q}}^{iT} M_{\hat{q}}^{iT} A_{\hat{q}} - P_{\hat{q}}^i, \quad \psi_d^i = A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}}^i B_{d_q} - A_{\hat{q}}^T M_{\hat{q}}^i D_{d_q}^i - C_{\hat{q}}^{iT} M_{\hat{q}}^{iT} B_{d_q},$$

$$\varphi_d^i = B_{d_q}^T P_{\hat{q}}^i B_{d_q} - B_{d_q}^T M_{\hat{q}}^i D_{d_q}^i - D_{d_q}^{iT} M_{\hat{q}}^{iT} B_{d_q} - (\bar{\gamma}_{\hat{q}}^i)^2 I \text{ et } M_{\hat{q}}^i = P_{\hat{q}}^i L_{\hat{q}}^i.$$

B.2.3. Version discrète du lemme 3.3

Nous présentons dans cette section la version discrète du lemme 3.2. Concernant la preuve de ce théorème, le lecteur peut se référer à la preuve du lemme 2.5 (annexe A) (Belkhiat *et al.*, 2011c).

En temps discret

Lemme 3.3 (version discrète). *Considérons le cas discret du SLC (2.1) avec le cas discret du $i^{\text{ème}}$ observateur DOS (3.19). Le système en temps discret est asymptotiquement stable et satisfait la condition (3.29) s'il existe des matrices $P_{\hat{q}}^i = (P_{\hat{q}}^i)^T > 0$, $M_{\hat{q}}^i$ et le scalaire $\rho_{\hat{q}}^i$ tels que la LMI suivante est vérifiée :*

$$\left[\begin{array}{ccc} A_{\hat{q}}^T P_{\hat{q}}^i A_{\hat{q}} - A_{\hat{q}}^T M_{\hat{q}}^i C_{\hat{q}}^i - C_{\hat{q}}^{iT} M_{\hat{q}}^{iT} A_{\hat{q}} - P_{\hat{q}}^i - \left(\frac{8 + \rho_{\hat{q}}^i}{4} \right) (C_{\hat{q}}^i)^T C_{\hat{q}}^i & A_{\hat{q}}^T M_{\hat{q}}^i + \frac{1}{4} \rho_{\hat{q}}^i (C_{\hat{q}}^i)^T & (C_{\hat{q}}^i)^T \\ (*) & (\beta_{\hat{q}}^i)^2 I - \left(\frac{8 + \rho_{\hat{q}}^i}{4} \right) I & I \\ (*) & (*) & -I \end{array} \right] \leq 0$$

avec : $M_{\hat{q}}^i = P_{\hat{q}}^i L_{\hat{q}}^i$.

Concernant la preuve de ce lemme, le lecteur peut se référer à la preuve du lemme 2.5 (Annexe A).

Bibliographie

A

- Ackerson, G. A., & Fu, K. S. (1970). On state estimation in switching environments. *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 15, pp. 321-326.
- Akhenak, A. (2004). *Conception d'observateurs non linéaires par approche multimodèle: application au diagnostic*. Thèse de doctorat, Ecole doctorale IAEM Lorraine, Nancy, France.
- Alessandri, A., & Coletta, P. (2001). Design of Luenberger observers for a class of hybrid linear systems, *Hybrid Systems : Computation and Control. Lecture Notes in Computer Science*, vol. 2034, Springer-verlag, pp. 7-18.
- Alessandri, A., & Coletta, P. (2003). Design of observers for switched discrete-time linear systems. *Proceedings of the American Control Conference*, Denver, USA, pp. 2785-2790.
- Alur, R., Courcoubetis, C., Halbwachs, N., Henzinger, T., HO, P., Nicollin, X., Olivero, A., Sifakis, J., & Yovine, S. (1995). The algorithmic analysis of hybrid systems. *Theoretical Computer Science*, No. 138, pp.3-34.
- Andry, A. N., Shapiro, E. Y., & Chung, J. C. (1983). Eigenstructure assignement for linear systems. *IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems*, vol. 19.
- Antsaklis, P. J., Lemmon, M. D., & Stiver, J. A. (1993). *Hybrid system modelling and event identification*. Technical report of the ISIS Group at the University of Notre Dame ISIS-93-002, Notre Dame, IN, USA.
- Antsaklis, P. J., & Koutsoukos, X. D. (2003). *Software-Enabled Control: Information Technologies for Dynamical Systems*. Chapter Hybrid Dynamical Systems: Review and Recent Progress, Wiley-IEEE Press, 2003.
- Asarin, E., & Maler, O. (1999). As soon is possible : time optimal control of timed automata. *Hybrid Systems : Computation and Control HSCC'99*, LNCS, 1569 : pp.19-30.
- Aström, K., Albertos, P., Blanke, M., Isidori, A., Schaufelberger, W., & Sanz, R. (2000). *Control of complex systems*. Springer Verlag.

B

- Babaali, M., & Egerstedt, M. (2004). *Hybrid Systems : Computation and Control. Chap. Observability of switched linear systems*, pp. 48-63. *Lecture Notes in Computer Science*. Springer-Verlag.

-
- Babaali, M., & Egerstedt, M. (2005). Asymptotic observers for discrete-time switched linear systems. *Proceedings of 16th IFAC World Congress*, Prague, The Czech Republic.
- Bacon, B. J., Ostroff, A. J., & Joshi, S. M. (2001). Reconfigurable NDI controller using inertial sensor failure detection and isolation. *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, no. 4, pp. 1373-1383.
- Bainov, D. D., & Simeonov, P. S. (1989). *Systems with impulse effects: stability theory and applications*. Halsted, New York.
- Bakarić, V., Vukić, Z., & Antonić, R. (2003). Scope and application of reconfigurable control. *The 11th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED'03*, CD-ROM, Rhodes, Greece.
- Balluchi, A., Benvenuti, L., Di Benedetto, M., & Sangiovanni-Vincentelli, A. (2002). Design of observer for hybrid system. *Hybrid Systems: Computation and Control (HSCC'02)*, vol. 2289, pp. 76-89. Springer-Verlag.
- Banerjee, A., Natarajan, V., Sen, S., Chatterjee, A., Srinivasan, G., & Bhattacharya, S. (2011). *24th International conference on VLSI Design (VLSI Design)*, Chennai, India.
- Barbot, J. P., Saadaoui, H., Djemai, M., & Manamanni, N. (2007). Nonlinear observer for autonomous switching systems with jumps, *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, vol. 1, no. 4, pp. 537-547.
- Basseville, M. (1988) Detecting changes in signals and systems – a survey. *Automatica*, vol. 24, no. 3, pp. 309-326.
- Bayouhdh, M., Travé-Massuyès, L., & Xavier, O. (2008). Hybrid systems diagnosis by coupling continuous and discrete event techniques. *Proceeding of the 17th IFAC World Congress, (IFAC-WC'08)*, pp. 7265-7270, Séoul, Corée du Sud.
- Bayouhdh, M., & Travé-Massuyès, L. (2009). An algorithm for active diagnosis of hybrid systems casted in the DES Framework. *2nd IFAC Workshop on Dependable Control of Discrete Systems*, Bari, Italy.
- Bejarano, F. J., & Pisano, A. (2011). Switched Observers for Switched Linear Systems With Unknown Inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, no. 3, pp. 0018-9286.
- Belkhiat, D. E. C., Messai, N., & Manamanni, N. (2010). Synthèse d'observateur robuste pour la détection de défauts d'une classe de systèmes à commutations. *6^{ème} Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA 2010)*, Nancy, France.
- Belkhiat, D. E.C., Messai, N., & Manamanni, N. (2011a). Design of robust detection observer for discrete-time linear switched system. *18th world Congress of the International Federation of Automatic Control (IFAC 2011)*, Milan, Italy.

- Belkhiat, D. E. C., Messai, N., & Manamanni, N. (2011b). Design of a robust fault detection based observer for linear switched systems with external disturbances. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, vol 5, no. 2, pp. 206-219.
- Belkhiat, D. E. C, Messai, N, & Manamanni, N. (2011c). A fault detection & Isolation scheme for discrete time switched linear systems. *9th IEEE International Conference on Control & Automation (IEEE ICCA'11)*, Santiago, Chile.
- Bhowal, P., Sarkar, D., Mukhopadhyay, S., & Basu, A. (2007). Fault diagnosis in discrete time hybrid systems - a case study. *Information Sciences*, vol. 177, no. 5, pp. 1290–1308.
- Birouche, A. (2006). *Contribution sur la synthèse d'observateurs pour les systèmes dynamiques hybrides*. Thèse de Doctorat, Centre de recherche en automatique de Nancy, Nancy, France.
- Blanke, M., Staroswiecki, M., & Wu, N. E. (2001). Concepts and methods in fault-tolerant control. *Tutorial in American Control Conference*. Arlington, VA, USA.
- Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, M., & Staroswiecki, M. (2003). *Diagnosis and fault tolerant control*. Springer, New York.
- Bodson, M., & Groszkiewicz, J. (1997). Multivariable adaptive control algorithms for reconfigurable flight control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 5, no. 2, pp. 217-229.
- Boukas, E. (2005). *Stochastic switching systems analysis and design*. Control engineering series editor William S. Levine. 2005.
- Bourdais, R., Hetel, L., Daafouz, J., & Perruquetti, W. (2007). Stabilité et stabilisation d'une classe de système dynamiques hybrides. *JESA*, vol. 41, pp. 819–853. Hermes.
- Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., & Balakrishnan, V. (1994). Linear matrix inequality in systems and control theory. *Studies in Applied Mathematics*, Philadelphia, USA.
- Brambilla, D., Capisani, L. M., Ferrara, A., & Pisu, P. (2008). Second order sliding mode observers for fault detection of robot manipulators. *47th IEEE conference on Decision and Control, CDC'08*, pp. 2949-2954.
- Branicky, M.S. (1994). Stability of Switched and Hybrid Systems. *The 33rd Conference On decision and Control*, pp. 3110-3114, Baltimore.
- Branicky, M. S., & Mitter, S. K. (1995). Algorithms for optimal hybrid control. *The 34rd Conference on Decision and Control*, pp. 2661–2666.
- Branicky, M. S. (1996). *Studies in Hybrid Systems: Modeling, Analysis, and Control*. PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology. 1996.
- Branicky. M. S. (1997), Stability of Hybrid Systems: State Of the Art. *Proceeding of the 36th Conference On Decision and Control*.

- Branicky, M. S. (1998). Analyzing and synthesizing hybrid control systems. In G. Rozenberg and F. Vaandrager (eds), *Embedded Systems*, Lecture Notes in Computer Science, Berlin: Springer, pp. 74-113.
- Brogliato, B. (1999). *Nonsmooth Mecahnics, Second edition*. Springer, London.
- Brogliato, B. (2001). On the control of nonsmooth complementarity dynamical systems. *Philosophical Transactions of the Royal Society series A (Mathematical, Physical and Engineering Sciences), Special issue Non-smooth Mechanics*, (F. Pfeiffer, Ed). Vol. 359, no. 1789.
- Buisson, J., & Cormerais, H. (1998). Descriptor systems for the knowledge modelling and simulation of hybrid physical systems. ADPM98, *European Journal of Automation (JESA)*, vol. 32, no. 9-10, pp. 1047-1072.
- ## C
- Chaieb, S., Boutat, D., Benali, A., & Kartz, F. (2006). Dynamic control of switched linear systems: a common lyapunov function approach. *The 45th Proceeding IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, CA, USA.
- Champagnat, R. (1998). *Supervision de systèmes discontinus : Définition d'un modèle hybride et pilotage en temps-réel*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, Toulouse, France.
- Campos-Delgado, D. U., & Espinoza-Trejo, D. R. (2011). An observer-based diagnosis scheme for single and simultaneous open-switch faults in introduction motor drives, *IEEE Transactions on industrial electronics*, vol. 58, no. 2, 2011.
- Chantler, M. J., Coghill, G. M., Shen, Q., & Leitch, R. R. (1998). Selecting tools and techniques for model-based diagnosis, *Artificial Intelligence in Engineering*, vol. 12, pp. 81-98.
- Cébron, B. (2000). *Commande de systèmes dynamiques hybrides*. Thèse de doctorat, Université d'Angers, Angers, France.
- Christophe, C., Cocquempot, V., & Jiang, B. (2002). Link between high gain observer-based residual and parity space one, *American Control Conference*, Anchorage, Alaska, Etats-Unis.
- Chua, L.O., & Dang, A.C. (1986). Canonical piecewise-linear modelling. *IEEE Trans. Circuit and Systems*, vol. 33, no. 5, pp. 511-525.
- Ciobotaru, B., Staroswiecki, M., & Christophe, C. (2006). Fault tolerant control of Boeing 747 short-period mode using the admissible model matching technique. *6th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS'06)*, P. R, Beijing, China.
- Clark, R. N. (1978). Instrument fault detection, *IEEE trans. Aerospace Electron. Syst.*, vol. 14, pp. 456-465.

- Cocquempot, V., Staroswiecki, M., & EL Mezyani, T. (2003). Switching time estimation and fault detection for hybrid systems using structured parity residuals, *5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of technical Processes*, Washington DC, USA, pp. 681-686.
- Cocquempot, V., EL Mezyani, T., & Staroswiecki, M. (2004). Fault detection and isolation for hybrid systems using structured parity residuals. *Asian Control Conference: ASCC'2004*, Melbourne, Australie.
- Combacau, M. (1991). *Commande et surveillance des systèmes à événements discrets complexes: application aux ateliers flexibles*. Thèse de doctorat, Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes, Toulouse, France.
- ## D
- Daafouz, J., Riedinger, P., & Iung, C. (2003). Observer based switched controller design for discrete time switched system. *European Control Conference*. 2003.
- Daigle, M. J., Roychoudhury, I., Biswas, G., Koutsoukos, D. X, Patterson-Hine, A., & Poll, S. (2010). A comprehensive diagnosis methodology for complex hybrid systems: a case study on spacecraft power distribution systems. *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, vol. 40, no. 5, pp. 917-931
- Darabi, H., Jafar, H., & Buczak, A. L. (2003). A control switching theory for supervisory control of discrete event systems I. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, vol. 19, no. 1, pp. 131-137.
- Dauphin-Tanguy, G. (2000). *Les bond graphs*. Hermes Science Publications, ISBN: 2-7462-0158-5.
- David, R., & Alla, H. (1994). Petri nets for modeling of dynamic systems- a survey. *Automatica*, vol. 30, no. 2, pp. 175-202.
- David, R. (2000), "Modeling by Hybrid Petri Nets and Extended Hybrid Petri Nets". *The 4th international Conference Automation of mixed Processes: Hybrid dynamical Systems*, pp. 3-6.
- Davila, J., Pisano, A., et Usai, E. (2009). Finite-time observation of the continuous and discrete state for a class of nonlinear switched dynamics. *3rd IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems*, Zaragoza, Spain.
- Dayawansa, W., & Martin, C. (1999). A converse Lyapunov theorem for a class of dynamical systems wich undergo switching. *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 44, no. 4, pp. 751-760.
- Debouk, R., Lafortune, S., & Teneketzis, D. (2000). Coordinated decentralized protocols for failure diagnosis of discrete event systems. *Discrete Event Dynamic Systems :Theory and Applications*, vol. 10, no. 1-2, pp. 33-86.

- Decarlo, R., Branicky, M. S., Pettersson, S., & Lennartson, B. (2000). Perspective and Results on the Stability and Stabilizability of Hybrid Systems. *Proceeding of the IEEE*, vol. 8. no. 7.
- De Flaugergues, V., Cocquempot, V., Bayart, M., & Lefebvre, N. (2009). Exhaustive search of residuals computation schemes using macro-graphs and invertibility constraints. *IFAC Safeprocess*, Barcelona, Spain.
- De Larminat, P. (1995). *Automatique, commande des systèmes linéaires*. Hermes, 2^{ème} édition, 1995.
- Demetriou, M. A. (2005). Using unknown input observers for robust adaptive fault detection in vector second-order systems, *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 19, no. 2, 2005.
- Demongodin, I., & Koussoulas, N. T. (2006). Differential Petri net models for industrial automation and supervisory control. *IEEE Trans. System, Man and Cybernetics –Part C, Application and Reviews*. Vol. 36, n. 4.
- Derbel, H. (2009). *Diagnostic à base de modèles des systèmes temporisés et d'une sous-classe de systèmes dynamiques hybrides*. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier-Grenoble I et l'école nationale des sciences de l'informatique, France et Tunisie.
- De Santis, E., Di Benedetto, M., Di Gennaro, S., & Pola, G. (2003). Hybrid observer design methodology. *Technical report ST-2001-32460 of European commission (Distributed control and stochastic analysis of hybrid systems supporting safety critical real-time systems design)*.
- De Benedetto, M. D., Di Gennaro, S., & D'Innocenzo, A. (2005). Critical observability and hybrid observers for error detection in Air Traffic Management. *IEEE international Symposium on Mediterrean Conference on Intelligent Control*, pp. 1303-1309.
- Ding, S. X. (2008). *Model-based fault diagnosis techniques*. Edition Springer Verlag, Berlin Heideberg.
- Domlan, E. A., Ragot, J., & Maquin, D. (2006). Systèmes à commutation: diagnostic de fonctionnement et identification de la loi de commutation. *Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA'2006*, Bordeaux, France.
- Domlan, E. A., Ragot, J., & Maquin, D. (2007). Switching systems mode estimation using a model-based diagnosis method, *8th Conference on Diagnostics of Processes and Systems*, Slubice, Poland.
- Duan, Z., Long, T., & Cai, Z. (2008). Fault diagnosis for hybrid dynamic systems with imperfect model based on particle filters, *7th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Chongqing, China.
- Dumitrescu, E., Girault, A., Marchand, H., & Rutten, E. (2007). Optimal discrete controller synthesis for modelling fault-tolerant distributed systems. *1st IFAC workshop on dependable control of discrete systems*, Paris, France.

Dumont, P. E. (2005). *Tolérance active aux fautes des systèmes d'instrumentation*, Thèse de doctorat, Ecole doctorale sciences pour l'ingénieur de Lille, Lille, France.

E

El Mezyani, T. (2005). *Méthodologie de surveillance des systèmes dynamiques hybrides*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique Universitaire de Lille, Lille, France.

Emami-Naeini, A., Akhter, M., & Rock, S. (1988). Effect of model uncertainty on failure detection: The threshold selector, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 33, pp. 1106-1115.

Eterno, J. S., Looze, D. P., Weiss, J. L., & Willsky, A. S. (1985). Design issues for fault tolerant restructurable aircraft control. *The 24th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 24, pp. 900-905

F

Fang, X. (1993). Failure detection and isolation for dynamic systems using robust residuals. *TOOLDIAG'93, Int Conference on Fault Diagnosis*, Toulouse, vol. 1, pp. 10-20.

Feng, (2003). Observer based output feedback controller design of Piecewise discrete time linear systems. *IEEE Transactions on Circuit and Systems*, vol. 50. no. 3. pp. 448-451.

Flaus, J. M. (1998). Modeling and analysis of hybrid dynamical systems: an introduction. *JESA*, vol. 32, pp. 797-830.

Fourlas, K., Kyriakopoulos, K., & Krikelis, N. (2002), Diagnosability of hybrid systems. *Proceedings of MCCA'02*, pp. 3994–3999.

Fradkov, A. L. (2006). Conic S-procedure and constrained dissipativity for linear systems. *5th IFAC Symposium on robust control design*, Toulouse, France.

Frank, P. M. (1987). Fault diagnosis in dynamic systems via state estimation. A survey in system fault diagnostics. *Reliability and Related Knowledge-based Approaches*, Tzafestas S. e.a (Eds), Dr. Reidel Publ. Comp., Dordrecht, vol. 1, pp.35-98.

Fragkoulis, D. (2008). *Détection et localisation des défauts provenant des actionneurs et des capteurs: application sur un système non linéaire*. Thèse de Doctorat, Université Toulouse III- Paul Sabatier, Toulouse, France.

Funiak, S. (2004). State estimation of probabilistic hybrid systems with particle filters. *In partial fulfilment of the requirements for the degree of Master of Engineering in Electrical Engineering and Computer Science at the Massachusetts of Technology*.

G

Gao, Z., & Antsaklis, P. (1992). Reconfigurable control system design via perfect model following. *International Journal of Control*, vol. 56, no. 4, pp. 783-798.

- Gertler, J. (1991). Analytical redundancy methods in fault detection and isolation – survey and synthesis. *IFAC Symposium on fault detection supervision and safety for technical process*, Baden-Baden, Allemagne.
- Gertler, J., & Monajemy, R. (1995). Generating directional residuals with dynamic parity relations. *Automatica*, vol 31, no. 4, pp. 627-635.
- Ghantasala, S., & El-Farra, N. H. (2007). Model-Based Fault-Isolation and reconfigurable control of transport reaction processes with actuator faults. *American Control Conference*, pp. 2066-2071.
- Goebel, R., Teel, A., & Sanfelice, R. (2009). Hybrid dynamical systems, *IEEE Control Systems Magazine*.
- Gopinathan, M., Mehra, K. R., & Runkle, C. J. (1999). Model predictive fault-tolerant temperature control scheme for hot isostatic pressing. *American Control Conference*, pp. 637-641.
- Guéguen, H., & Lefebvre, M. A. (2001). A comparison of mixed specification formalisms. *Journal Européen des Systèmes Automatisés. JESA*, vol. 35, pp. 381-394.
- Guéguen, H., Lefebvre, M. A., Zaytoon, J., & Nasri, O. (2009). Safety verification and reachability analysis for hybrid systems. *Annual Reviews in Control*, vol. 33, no. 1, pp. 25-36.
- ## H
- Haddad, W., Chellaboina, V., & Nersesov, S. G. (2006). Impulsive and hybrid dynamical systems. *Princeton Series In Applied Mathematics*.
- Hakem, A., Pekpe, K. M., & Cocquempot, V. (2010). Parameter-free method for switching time estimation and current mode recognition. *Conference on Control and Fault Tolerant Systems*, Nice, France.
- Hamdi, F., Manamanni, N., Messai, N., & Benmahammed, K. (2009). Hybrid observer design for switched linear systems via differentials Petri Nets. *Nonlinear Analysis: Hybrid System*, pp. 310-322.
- Hamdi, F. (2010). *Contribution à la synthèse d'observateurs pour les systèmes hybrides*. Thèse de doctorat, Université de Batna, Batna, Algérie.
- Harel, D., Pnueli, A., Schmidt, J. P., & Sherman, R. (1986). On the formal semantics statecharts. In *Proc. First IEEE Symp. Logic in Computer. Science*, Cambridge, Massachusetts.
- Harkat, M. F. (2003). *Détection et localisation de défauts par analyse en Composantes principale*. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, France.
- Hashtrudi Zad, S. (1999). *Fault Diagnosis in discrete-event and hybrid systems*. Thèse de doctorat, Université de Toronto, Canada.

- Heemels, W., Lazar, M., Wouw, V., & Pavlov, A. (2008). Observer-based Control of Discretetime Piecewise Affine Systems: Exploiting Continuity Twice. *The 47th IEEE Conference on Decision and Control*, Cancun, Mexico.
- Hespanha, J. P. (2004). Uniform stability of switched linear systems extensions of la Salle's Invariant principal. *IEEE Transaction on Automatic Control*.
- Hien, L.V., Ha, Q.P., & Phat, V. N. (2009). Stability and stabilization of switched linear dynamic systems with time delay and uncertainties. *Applied Mathematics and Computation*. pp. 223–231.
- Hofbaur, M. W. (2005). *Hybrid Estimation of Complex Systems*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- Holloway, L. E., & Krogh, B. H. (1990). Synthesis of feedback control logic for a class of controlled Petri Nets, *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 35, no. 5, pp. 514-523.
- Huang, C. Y., & Stengel, R. (1990). Restructurable control using proportional-integral implicit model following. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 13, no. 2, pp. 303-309.
- Huo, Y., Ioannou, P. & Mirmirani, M. (2002). Fault-tolerant control and reconfiguration for high performance aircraft. *Review. Technical report no. 01-11-01*, University of Southern California, Los Angeles, Cal., US.
- I**
- Ibrir, S. (2009). Hybrid observer design for a class of nonlinear systems. *7th IEEE Asian Control Conference*, pp. 142-147.
- Iordache, M. V., & Antsaklis, P. J. (2004). Resilience to failure and reconfigurations in the supervision based on place invariants. *American Control Conference*, Boston, USA.
- Iqbal, M., Bhatti, A. I., Iqbal, S., & Khan, Q. (2009). Parameter estimation based fault diagnosis of uncertain nonlinear three tank system using HOSM differentiator observer, *The 13th International Multitopic Conference*, Islamabad, Pakistan.
- Isermann, R., & Ballé, P. (1997). Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical process. *Control Engineering Practice*, vol. 5, no. 5, pp. 709-719.
- Isermann, R., Schwarz, R., & Stolzl, S. (2002). Fault-tolerant drive-by-wire systems, *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 22, no. 5, pp. 64-81.
- Isermann, R. (2006). *Fault diagnosis systems*. Springer-Verlag, Berlin.
- Izadian, A., & Khayyer, P. (2010). Application of Kalman in model-based fault diagnosis of a DC-DC boost converter, *36th Annual conference of IEEE Industrial Electronics*, Glendale, AZ, USA.

J

- Jamouli, H. (2003). *Génération de résidus directionnels pour le diagnostic des systèmes linéaires stochastiques et la commande tolérante aux défauts*. Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré Nancy 1, Nancy, France.
- Jiang, T., Khorasani, K., & Tafazoli, S. (2008). Parameter estimation-based fault detection, isolation and recovery for nonlinear satellite models, *IEEE Transactions on control systems technology*, vol. 16, no: 4, pp. 799-808.
- Jiang, J. (2010). Why does one need fault-tolerant control systems anyway?. *Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol)*.
- Jiangjiang, W., Youying, J., & Chunfa, Z. (2008). Robust cascade control system design for central air-conditioning system. *7th World congress on Intelligent Control and Automation*, pp. 1506-1511, Chongqing, China.
- Jiye, S., Rixin, W., Minqiang, X., & Jingbo, G. (2007). Model-based fault diagnosis for the spacecraft power system. *International Conference on Computational Intelligence and Security Workshops*. Harbin, Heilongjiang, China.
- Johansen, T. A., & Murray-Smith, R. (1997). Multiple model approaches to modelling and control. *Taylor and Francis*, 1997.
- Johansson, M. (2003). *Piecewise linear control systems: A computational approach*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- Juloski, A., Heemels, M., & Weiland, S. (2002). Observer design for class of piecewise affine systems. *Proceeding of Conference on Decision and Control*, Las Vegas, USA, pp. 2606-2611.
- Juloski, A., Heemels, M., Boers, Y., & Veschure, F. (2003). Two approaches to state estimation for a class of piecewise affine systems. *42nd IEEE Conference on Decision and Control*, Maui, Hawaii, USA, pp. 143-148.
- Julski, A. (2004). *Observer design and identification methods for hybrid systems: Theory and experiments*. PhD Thesis, Eindhoven: Technische Universiteit.

K

- Kanev, S. (2004). *Robust fault tolerant control*. Ph. D Thesis, University of Twente, Netherland.
- Karsai, G., Abdelwahed, S., & Biswas, G. (2003). Integrated diagnosis and control for hybrid dynamic systems. *Guidance, Navigation and Control Conference*, Austin, TX.
- Klai, M. (1994). *Stabilisation des systèmes linéaires continus contraints sur la commande par retour d'état et de sortie saturés*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse, Toulouse, France.

- Konstantopoulos, I., & Antsaklis P. (1996). An eigenstructure assignment approach to control reconfiguration. *4th IEEE Mediterranean Symposium on Control and Automation*. Greece.
- Koutsoukos, X., Kurien, J., & Zhao, F. (2003). Estimation of distributed hybrid systems using particle filtering methods. *Hybrid Systems and Control (HSCc 2003)*, vol. 2623, Lecture Notes in Computer Science, pp. 298-313. Springer.
- Kratz, F., & Aubry, D. (2003). Finite memory observer for state estimation of hybrid system. *5th IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety of Technical Processes*. Washington DC, USA, pp: 687-691.
- Kurovszky, M. (2002). *Etude des systèmes dynamiques hybrides par représentation d'état discrète et automate hybride*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier –Grenoble 1-, Grenoble, France.
- Kwakernaak, H., & Sivan, R. (1972). Linear Optimal Control. *Wiley Interscience*, New York, USA.
- L**
- Le Bail, J., Alla, H., & David, R. (1991). Hybrid Petris nets. *European Control Conference*, Grenoble, France, pp. 1472-1477.
- Li, Z., Kabbaj, N., Dahhou, B., Aguilar Martin, J. (2003). Fault-tolerant control for nonlinear dynamic systems. *IFAC Symposium on Power Plants & Power Systems control 2003*, Seoul Corée, pp. 15-19.
- Li, Z., Soh, Y., & Wen, C. (2005a). *Switched impulsive systems: Analysis, Design, and applications*. Springer, New York, 2005.
- Li, L. L., Zhou, D. H., & Liu, K. D. (2005b). Robust fault diagnosis of nonlinear systems based on an unknown input extended Kalman Observer. *16th IFAC World Congress*, Prague, Czech Republic.
- Li, L. L., Zhao, J., Dimirovski, G. M. (2011). Observer-based reliable exponential stabilisation and H_∞ control for switched systems with faulty actuators: An average dwell time approach. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, vol. 5, no. 3, pp. 479-491.
- Liberzon, D., & Morse, D. (1999). Basic problems in stability and design of switched systems. *IEEE Control Systems*, vol. 19, no. 5, pp. 59-70.
- Liberzon, D. (2003). *Switching in Systems and Control*. ISBN 0-8176-4297-8. Birkhäuser.
- Ljung, L. (1999). *System identification: Theory for the User*. PTR Prentice Hall Information and Systems Sciences Series Thomas Kailath, Series Editor.
- Lunze, J. (2000). Diagnosis of directly controlled continuous systems. *Automatisierungstechnik*, vol. 54, no.8, pp. 385-395.

Lunze, J. (2006). Diagnosis of discretely controlled continuous systems. *Automatisierungstechnik*, vol. 54, no 8, p. 385–395.

Lunze, J., & Lamnabhi-Lagarrigue. (2009). *Handbook of Hybrid Systems Control: Theory, Tools, Applications*. Cambridge University Press.

Lygeros, J., Johansson, K., Simic, S., Zhang, J., & Sastry, S. (2003). Dynamical properties of hybrid automata. *IEEE Transaction on automatic control*, vol. 48, no. 1, pp. 2-17.

M

Maciejowski, J. M. (1997). Modelling and predictive control : Enabling technologies for reconfiguration. *IFAC Conference on Systems Structure and Control*, Bucharest.

Manon, P. (2001). *Sur l'optimisation des séquences de fonctionnement des systèmes dynamiques hybrides*. Thèse de Doctorat, Université de Claude Bernard, Lyon, France.

Maybeck, P., & Stevens, R. (1991). Reconfigurable flight control via multiple model adaptive control method. *IEEE Trans. On Aerospace and Electronic Systems*, vol. 27, no. 2, pp. 470-479.

McIlraith, S., Biswas, G., Clancy, D., Gupta, V. (2000). Hybrid systems diagnosis. *3rd International Workshop on hybrid systems: Computation and Control*, Rome, Italy, pp. 33-48.

Meseguer, J., Puig, V., & Escobet, T. (2010). Fault diagnosis using a timed discrete-event approach based on interval observers : application to Sewer Networks. *IEEE Transaction on systems, man, and cybernetics-Part A: Systems and Humans*, vol. 40, no. 5, pp. 900-916.

Messai, N., Thomas, P., Lefebvre, D., & Riera, B. (2006). Fault detection for HDS by means of neural networks : application to two tanks hydraulic system. *6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, Beijing, China, 2006.

Moerder, D., Halyo; N., Broussard, J., & Caglayan, A. (1989). Application of precomputed control laws in a reconfigurable aircraft control system. *Journal of Guidance, Control and Dynamic*, vol. 12, no. 3, pp. 325-333.

Mohammadi, R., Hashtrudi-Zad, S., & Khorasani K. (2009). Diagnosis of hybrid systems: Part 2- Residual generator selection and diagnosis in the presence of unreliable residual generators. *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, San Antonio, USA.

Mokhtari, A. (2007). *Diagnostic des systèmes hybrides: développement d'une méthode associant la détection par classification et la simulation dynamique*. Thèse de Doctorat, université de Toulouse, Toulouse, France.

-
- Montmain, J. (1992). *Interprétation qualitative de simulation pour le diagnostic en ligne*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, France.
- Mosterman, P. J. (1997). *Hybrid dynamic systems : a hybrid Bond-Graph modeling paradigm and its application in diagnosis*. Thèse de doctorat, Vanderbilt University.
- Mosterman, P. J. (2002). Hybrsim a modelling and simulation environment for hybrid bond graphs. *The I MECH E Part I, Journal of Systems and Control Engineering, Part I*, vol. 216, no. 1, pp. 35–46.

N

- Narasimhan, S., & Biswas, G. (2007). Model-based diagnosis of hybrid systems. *IEEE Transaction on systems, man, and cybernetics-Part A: Systems and Humans*, vol. 37, no. 3, pp. 348-361.
- Niemann H., 2003. Dual Youla parameterisation. In: *IEE Proceedings: Control Theory and Application*, vol. 150, no. 5, pp. 493-497.
- Nke, Y., & Lunze, J. (2010). Fault-tolerant control of nondeterministic input/output automata subject to actuator faults. *Discrete Event Systems*, vol. 10, no. 1, Germany.
- Noura, H., Sauter, D., Hamelin, F., & Theilliol, D. (2000). Fault-tolerant control in dynamic systems: application to a winding machine. *IEEE control systems*, no. 1, pp. 33-49.

O

- Odgaard, P. F., Stoustrup, J. (2010). Unknown input observer based detection of sensor faults in wind turbine, *IEEE International Conference on Control Applications (CCA)*, Yokohama, Japan.
- Olivier-Maget, N. (2007). *Surveillance des systèmes dynamiques hybrides : application aux procédés*. Thèse de Doctorat, université de Toulouse, Toulouse France.
- Olivier-Maget, N., Hétreux, G., Le Lann, J. M., & Le Lann, L. V. (2008). Fault detection and isolation based on the model-based approach : Application on chemical processes. *18th European Symposium on Computer Aided Process Engineering*, Bertrand Braunschweig and Xavier Joulia (Editors).
- Olivier-Maget, N., Hétreux, G., Le Lann, J. M., & Le Lann, M. V. (2009). Model-based fault diagnosis for hybrid systems: Application on chemical processes. *Computers and Chemical Engineering*, vol. 33, pp. 1617-1630.
- Ostroff, A. (1985). Techniques for accommodating control effectors failures on a mildly statically unstable airplane. *American Control Conference*. Boston, USA, pp. 906-913.

Ould Bouamama, B., Medjaher, K., Samantary, A. K., & Staroswiecki, M. (2006). Supervision of an industrial steam generator. Part I: Bond graph modelling. *Control Engineering Practice, CEP*, vol. 14, no. 1, pp. 71-83.

P

Park, S. J., & Cho, K. H. (2009). Supervisory control for fault-tolerant scheduling of real-time multiprocessor systems with aperiodic tasks. *7th IFAC world congress*, Seoul, Korea.

Patton, R. (1997). Fault-tolerant control : the 1997 situation. *Safeprocess'97*, pp. 1033-1055, Hull, England.

Peleties. (1991). Stability of Switched and Hybrid Systems. *American control conference*.

Pekpe, K. M., Christophe, C., & Cocquempot, V. (2008). *Détection et localisation de défauts de capteurs pour les systèmes à structure linéaire et bilinéaire*. In *Diagnostic des systèmes complexes*, Ed. D. Lefebvre, H. Chafouk, A. El Hami, M. Bennouna, ISBN 9954-8992-0-0, 2008, pp. 201-217.

Pettersson, S. (2003). Synthesis of switched linear systems. *The 42nd IEEE Conference on Decision and Control*, Hawaii USA.

Pettersson, S. (2005). Switched state jump observers for switched system. *16th IFAC World Congress*, Pargue, The Czech Republic.

Pettersson, S. (2006). Designing switched observers for switched systems using multiple Lyapunov functions and dwell-time switching. *2nd IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems*. Alghero, Italy.

Philippot, A. (2006). *Contribution au diagnostic décentralisé des systèmes à événements discrets: Application aux systèmes manufacturiers*. Thèse de Doctorat, université de Reims, Reims, France.

Prakash, J., Patwardhan, S. C., & Shah, S. L. (2010). Design and implementation fault tolerant model predictive control scheme on a simulated model of three-tank hybrid. *2010 Conference on Control and Fault Tolerant Systems*, pp. 173-178, Nice, France.

Q

Qin, S. J., & Dunia, R. (1998). Determining the number of principal components for best reconstruction. *5th IFAC Symposium on Dynamics and Control of process Systems*, pp.359-364, Corfu, Greece.

R

Ragot, J., & Maquin D. (2000). *Diagnostic des systèmes linéaires*, Hermes Science publication, 2000.

Ramadge, P. J., & Wonham, W. M. (1987). Supervisory control of a class of discrete event processes. *SIAM J. Control Optim*, vol. 25, no. 1, pp.206-230.

- Rauch, H. (1994). Intelligent fault diagnosis and control reconfiguration. *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 14, no. 3, pp:6–12.
- Rocha Loures, E., & Pascal, J. C. (2005). A diagnosis framework of hybrid dynamic systems based on time fuzzy Petri Nets. *16th Terminal World Congress*, Prague, Czech Republic.
- Rodrigues, M. (2005). *Diagnostic et commande active aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires*. Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré-Nancy1, Nancy, France.
- Rodrigues, M., Theilliol, D., & Sauter, D. (2006). Fault tolerant control design for switched systems. *The 2nd IFAC conference on Analysis and Design of Hybrid Systems*, pp. 223-228, Alghero, Italy
- Rohloff, K. R. (2005). Sensor Failure Tolerant Supervisory Control. *44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference*, pp. 3493-3498.

S

- Saadaoui, H., Manamanni, N., Djemai, M., Barbot, J. P., & Floquet, F. (2006). Exact differentiation and sliding mode observer for switched mechanical systems. *Elsevier, Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications, Special Issue*, vol. 65, no. 65, pp. 1050-1069.
- Sampath, M., Sengupta, R., Lafortune, S., Sinnamohideen, K., & Teneketzis, D. (1995). Diagnosability of discrete event system. *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 40, no. 9, pp. 1555-1575.
- Sampath, M., Sengupta, R., Lafortune, S., & Sinnamohideen, K. (1996). Failure diagnosis using discrete event models. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 4, no. 2, pp.105-124.
- Silveira, M. D. (2003), *Sur la distribution avec redondance partielle de modèles à événements discrets pour la supervision de procédés industriels*. Thèse de doctorat, L'université Paul Sabatier de Toulouse, Toulouse, France.
- Shorten, R., Wirth, F., Mason, O., Wulff, K., & King, C. (2007). Stability criteria for switched and hybrid systems. *SIAM Review*, vol. 49, no. 7, pp. 545-592.
- Staroswiecki, M., & Gehin, A. (2001). From control to supervision. *Safeprocess'00*, vol. 1, pp. 312-323, Budapest, Hongrie.
- Staroswiecki M. (2003). Fault tolerant control. *Aalborg seminar*.
- Staroswiecki, M. (2005a). Fault tolerant control: the pseudo-inverse method revisited. *16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic*.

Staroswiecki, M. (2005b). Fault tolerant control using an admissible model matching approach. *The 44th IEEE international Workshop on Principles of Diagnosis DX'99*, Loch Awe, UK.

Suyama, K. (2002). What is reliable control?. *The 15th triennial IFAC World Congress*, Barcelona, Spain.

T

Theilliol, D., Noura, H., & Ponsart J. (2002). Fault diagnosis and accommodation of three-tank system based on analytical redundancy. *ISA Transactions*, vol. 41, pp. 365-382.

Theilliol, D. (2003). *Contribution à l'étude et au développement des systèmes tolérants aux défauts: diagnostic et accommodation à base de modèles linéaires et au-delà*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université Henri Poincaré-Nancy 1, Nancy, France.

Theilliol, D., Sauter, D., & Ponsart, J. (2003). A multiple model based approach for fault tolerant control in non linear systems. *The 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFEPROCESS'2003)*, Washington D.C., USA, pp. 151-156.

Thévenon, L., & Flaus, J. M. (2000). Modular representation of complex hybrid systems: Application to the simulation of batch processes. *Simulation Practice and Theory (SIMPRA)*.

Thévenon, L. (2000). *Représentation des Systèmes Hybrides Complexes par Flux de Données : Développement d'un Outil de Modélisation et de Simulation des Procédés Batch*. Thèse doctorat, l'INPG, France.

Thorsley, D. & Teneketzis, D. (2005). Diagnosability of stochastic discrete-event systems. *IEEE Transactions On Automatic Control*, vol. 50, no. 4, pp. 476–492.

Tian, Y. Floquet, T., Belkoura, L., et Perruquetti, W. (2010). Algebraic switching time identification for a class of linear hybrid systems. *Nonlinear Analysis: Hybrid systems*,

Tittus, M. (1993). *An algorithm for the generation of control laws for linear hybrid systems*. Technical report, CTH/RT/R-93/0013, Control Engineering Lab, Chalmers University of Technology, S-412 96 Gothenburg, Sweden.

Tittus, M., & Edgardt, B. (1998). Control design for integrator hybrid systems. *IEEE Transactions on automatic Control, Special Issue on Hybrid Systems*, vol. 43, pp. 491–500.

Travé-Massuyès, L., Dague, P., & Guerrin, F. (1997). *Le raisonnement qualitatif pour les sciences de l'ingénieur*. Edition Hermès, Paris, France.

Tripakis, S. (2002). Fault diagnosis for timed automata. *The 7th International Symposium on Formal Techniques in Real-Time and Fault-Tolerant Systems, FTRTFT'02*, Springer-Verlag, London, UK, ISBN 3-540-44165-4, pp. 205–224.

Tsui, C. C. (1999). A design example with eigenstructure assignment control whose loop transfer function is fully realized. *Journal of the Franklin Institute*, n. 336, pp. 1049-1053.

V

Van der Schaft, A., & Schumacher, H. (2000). *An introduction to hybrid dynamical systems*. Springer, Berlin.

Veillete, R. (2002). Design of reliable control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37. pp. 290-304.

Vento, J., Puig, V., & Serrate, R. (2010). Fault detection and isolation of hybrid system using diagnosers that combine discrete and continuous dynamics, *Conference on Control and Fault Tolerant Systems*, Nice, France.

Vergé, M., & Jaume, D. (2004). *Modélisation structurée des systèmes avec les Bond Graphs*. Edition Technip, Paris, France.

Vibert, D., Valentin-Roubinet, C., & Niel, E. (1997). A modelling method to take into account fluctuations of continuous variables in a class of hybrid systems. *European Control Conference ECC'97*, Brussels, Belgium.

Vidal, R., Chiuso, A., & Soatta, S. (2002). Observability and identifiability of jump linear systems. *The 41st IEEE Conference on Decision and Control*. Las Vegas, NV, pp. 3614-3619.

W

Wang A.P., & Lin S.F., (2000). The Parametric Solutions of Eigenstructure Assignment for Controllable and Uncontrollable Singular Systems. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 248, no. 2, pp.549-571.

Wang, W., Zhou, D. H., & Li, Z. (2006). Robust state estimation and fault diagnosis for uncertain hybrid systems. *Nonlinear Analysis*, vol. 65, no. 12, pp. 2193-2215.

Wang, W., Li, L., Zhou, D., & Liu, K. D. (2007). Robust state estimation and fault diagnosis for uncertain hybrid nonlinear systems. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, vol. 1, pp. 2-15.

Wang, F. C., Tang, C.W., & Huang, B-J. (2010). Multivariable robust control for a Red-Green-Blue lighting system. *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 25, n. 2, pp. 417-428.

Weber, P. (1999). *Diagnostic de procédé par l'analyse des estimation paramétriques de modèles de représentation à temps discret*. Thèse de Doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble, Grenoble, France.

Wen, Q. (2009). *Fault-Tolerant supervisory control of discrete-event systems*. PhD Thesis, Iowa State University, Ames.

Wen, Q., Kumar, R., Huang, J., & Liu, H. (2008). A framework for fault-tolerant control of discrete event systems. *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 53, no. 8, pp. 1839-1849.

Willsky, A.S. (1976). A survey of design methods for failure detection in dynamic systems. *Automatica*, vol. 12, pp. 601-611, 1976.

X

Xie, D., & Chen, X. (2007). Observer-based switched control design for switched linear systems with time delay in detection of switching signal. *IET Control Theory and Applications*, vol. 2, no. 5, pp. 437-445.

Xu, J., Loh, A. P., & Lum, K. Y. (2007). Observer-based fault detection for piecewise linear systems : Continuous-time cases. *IEEE International Conference on Control Applications CCA 2007*, Singapore, pp. 379-384.

Xue, F., & Da-Zhong, Z. (2005). Fault tolerant supervisory for discrete event systems based on event observer. *International conference on intelligent computing*, Hefei, Chine.

Y

Yan, B., & Chen, G. (2009). Model-Based fault diagnosis for IEEE 802.11 Wireless LANs. *International Conference on Mobile and Ubiquitous Systems: Computing, Networking and Services (MobiQuitous)*, Toronto, Canada.

Yang, Z., Izadi-Zamanabadi, R., & Blanke, M. (2000). On-line multiple-model based adaptive control reconfiguration for a class of nonlinear control systems. *SAFEPROCESS'2000*, Budapest, Hungary, pp. 745-750.

Yang, H., Jiang, B., & Staroswiecki, M. (2007a). Observer-based fault-tolerant control for a class of switched nonlinear systems. *IET Control Theory Application*, vol. 1, no. 5, pp. 1523-1532.

Yang, H., Cocquempot, V., & Jiang, B. (2007b). Fault tolerant strategy for hybrid longitudinal control systems of automated vehicles. *The 46th IEEE Conference On Decision and Control*, pp. 3176-3181, New Orleans, USA.

Yang, H., Cocquempot, V., & Jiang, B. (2009a). Robust fault tolerant tracking control with application to hybrid nonlinear systems. *IET Control Theory and Applications*, vol. 3, no. 2, pp-211-224.

Yang, H., Jiang, B., & Cocquempot, V. (2009b). Fault tolerant control in hybrid systems: a brief survey. *The 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, pp. 229-234, Barcelona, Spain.

Yang, H., Cocquempot, V., & Jiang, B. (2009c). Dissipativity of switched systems with application to supervisory fault tolerant control analysis and design of hybrid systems. *The 3rd IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems*, vol. 3, no. 1, Zaragoza, Spain.

- Yang, H., Jiang, B., & Cocquempot. (2010). *Fault tolerant control design for hybrid systems*. Springer, ISBN: 3642106803.
- Yong, L., Dongye, S., Datong, Q., Jianjun, H., & Fengbin, H. (2011). Model based fault diagnosis of the clamp force control system of continuously variable transmission. *3rd international conference on measuring technology and mechatronics automation*, ShangHai, China.
- Youla, D.C., Jabri, H. A., & Bongiorno, J. J. 1976. Modern Wiener-Hopf design of optimal controllers – Part II: The multivariable case. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.21, no. 3, pp. 319-338.
- Yulei, S., & El-Ferra, N. H. (2010). Robust fault detection and reconfigurable control of distributed energy generation systems. *American Control Conference (ACC'11)*, pp. 2671-2676.
- Z**
- Zad, S. H., Kwong, R. H., & Wonham, W. M. (1998). Fault diagnosis in discrete-event systems. *IEEE Conference on Decision and Control (CDC'98)*, pp. 3769-3774.
- Zad, S. H. (1999). *Fault Diagnosis in discrete-event and hybrid systems*. PhD Thesis, Université de Toronto, Canada.
- Zad, S. H., Kwong, R. H., & Wonham, W. M. (2003). Fault diagnosis in discrete-event systems: Framework and model reduction. *IEEE Transactions On Automatic Control*, vol. 48, no. 7, pp. 1199-1212.
- Zad, S., R. Kwong, R., & Wonham, W. M. (2005), Fault diagnosis in discrete-events systems : Incorporating timing information», *IEEE Transactions On Automatic Control*, vol. 50, no. 7, pp. 1010–1015.
- Zaytoon, J. (2001). *Modélisation, analyse et commande des systèmes dynamiques hybrides*. Hermès Science Publication, Paris.
- Zhang, Y., & Jiang, J. (2001). Integrated active fault tolerant control using IMM approach. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, no. 4, pp. 1221-1235.
- Zhang, Y., & Jiang, J. (2003a). Bibliographical review on reconfigurable fault tolerant control systems. *Safeprocess'03*, Washington, USA, pp. 1033-1055.
- Zhang, Y., & Jiang, J. (2003b). Fault tolerant control system design with explicit consideration of performance degradation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. Vol. 39, no. 3, pp. 838-848.
- Zhang, Y., Jiang, J., Yang, Z., & Akbar Hussain, D. M. (2005). Managing performance degradation in fault tolerant control systems. *16th IFAC World Congress*, Prague, Czech Republic.
- Zhang, Y., & Jiang, J. (2006). Issues on integration of fault diagnosis and reconfigurable control in active fault-tolerant control systems. *6th IFAC Symposium on Fault*

- Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS'06)*, P. R. Beijing, China.
- Zhang, Y., Rabbath, C. A., & Su, C.-Y. (2008a). Reconfigurable control allocation applied to an aircraft benchmark model. *American Control Conference, ACC'08*, pp. 1052–1057, Seattle, Washington, USA.
- Zhang, X., Polycarpou, M. M., & Parisini, T. (2008b). Adaptive fault-tolerant control of a class of nonlinear MIMO systems. *47th IEEE Conference on Decision and Control, CDC'08*, pp.398-403.
- Zhao, Q., & Jiang, J. (1998). Reliable state feedback control system design against actuator failure. *Automatica*, vol. 34, no. 10, pp. 1267-1272.
- Zhong, M. X., Ding, S., Lam, J., & Wang, H. (2003). A LMI approach robust fault detection filter for uncertain LTI systems, *Automatica*, vol. 39, pp. 543-550.
- Zhou, K., Doyle, J. C., & Glover, K. (1996). *Robust and Optimal Control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Zhou, K., Zhang, R. (2001). A new controller architecture for high performance, robust and fault tolerant control. *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 46, no. 10, pp. 1613-1618.
- Zhou, K., & Ren, Z. (2001). A new controller architecture for high performance, robust, and fault-tolerant control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 46, no. 10, pp. 1613-1618.
- Zhou, K., Ren, Z., & Wang, W. (2006). On the design of unknown input observers and fault detection filters, *the 6th World congress on intelligent control and automation (WCICA '06)*, Dalian, China

Diagnostic d'une classe de systèmes linéaires à commutations : Approche à base d'observateurs robustes

Résumé : Ce travail de thèse porte, en premier lieu et principalement, sur le diagnostic à base de modèle d'une classe de SLC (Systèmes Linéaires à Commutations). Une problématique récurrente dans ce type de problème concerne la prise en considération de façon explicite les deux aspects, continu et discret, constituant un SLC. Dans ce cadre, nous avons proposé une méthodologie de détection et de localisation de défauts qui combine les outils initialement dédiés au diagnostic des systèmes continus et d'autres spécifiques aux SED (Systèmes à Événement Discrets). L'approche proposée est conçue autour de trois modules : deux types de générateurs de résidus (issus de l'Automatique continue) et un estimateur en-ligne de l'état discret, appelé diagnostiqueur (issu de l'Automatique événementielle). Notre diagnostiqueur utilise les deux types de résidus, provenant de la partie continue, afin d'identifier le mode de fonctionnement du SLC et d'isoler les défauts de capteurs. Les résidus utilisés pour la localisation des défauts de capteurs sont générés à travers un générateur développé autour d'un schéma DOS (Dedicated Observer Scheme) à base d'observateurs hybrides, à la fois robustes vis-à-vis des entrées inconnues et sensibles aux défauts de capteurs. En second lieu, sur la base des résultats obtenus à l'aide de l'approche de diagnostic développée, nous avons proposé une approche préliminaire de synthèse de lois de commande tolérantes aux défauts de capteurs stabilisante via un retour d'état. Cette approche permet de préserver les performances nominales du système (situation non défaillante) en présence d'un défaut de capteurs. L'idée consiste à reconfigurer le retour d'état en remplaçant le vecteur d'état estimé à partir d'une sortie en défaut par un autre estimé à partir d'une sortie saine. La redondance des estimations est assurée dans cette approche par un banc d'observateurs hybrides robustes qui fournit plusieurs estimations correctes des vecteurs d'état et de sorties.

Mots Clés : Systèmes Dynamiques Hybrides (SDH), Systèmes linéaires à Commutations (SLC), Observateurs hybrides, Diagnostic, Inégalité Matricielle Linéaire (IML), critère H_∞ , commande tolérante aux défauts.

Diagnosis of a class of switched linear systems: An approach based on robust observer

Abstract: This thesis focuses, in first and foremost, on the model-based diagnosis of a class of SLC (Switched Linear Systems). The basic idea is to consider the continuous and discrete aspects, forming an SLC, explicitly. In this context, we proposed a methodology for detecting and locating faults that combines the tools originally dedicated to the continuous systems and the DES (discrete event systems) diagnosis. The proposed approach is designed around three modules: two types of residual generators (from the continuous Automatic) and an on-line estimator of the discrete state, called diagnoser (from the event Automatic). Our diagnoser uses the residual generators issue from the continuous part to identify the SLC mode and isolate sensor faults. Residues used for fault location sensors are generated through a generator developed around a scheme DOS (Dedicated Observer Scheme) based on hybrid observers. These observers are robust vis-à-vis the unknown input and sensitive to sensor faults. Secondly, based on the obtained results using the previous diagnosis approach, we proposed a preliminary approach for fault-tolerant state-feedback control law synthesis. This approach preserves the nominal performance of the system (as non-defaulting) in the presence of defective sensors. The idea is to reconfigure the state feedback by replacing the state vector estimated from defected output by another estimated from non-defected one. Redundancy estimates is provided in this approach by a bank of robust hybrid observer that provides several accurate estimates of state vectors and outputs.

Key words: Hybrid Dynamic Systems (HDS), Switched Linear Systems (SLS), Hybrid Observer, Diagnosis, Linear Matrix Inequality (LMI), H_∞ Robust Control, Fault Tolerant Control (FTC).