

ÉCOLE DOCTORALE ONDES ET MATIÈRE

## THÈSE DE DOCTORAT

Présentée par

**Sarah Mauger**

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD XI

---

Couplage entre auto-focalisation et diffusion  
Brillouin stimulée pour des impulsions laser  
nanosecondes se propageant dans la silice

---

soutenue le 29 septembre 2011  
devant le jury composé de :

M. Philippe **Delaye**..... Président  
M. Antoine **Bourgeade**..... Rapporteur  
Mme. Tatiana **Itina**..... Rapporteur  
M. Olivier **Utéza**..... Examineur  
M. Guillaume **Colin de Verdière**..... Invité  
M. Stefan **Skupin**..... Invité  
M. Luc **Bergé** ..... Directeur de thèse



ÉCOLE DOCTORALE ONDES ET MATIÈRE

## THÈSE DE DOCTORAT

Présentée par

**Sarah Mauger**

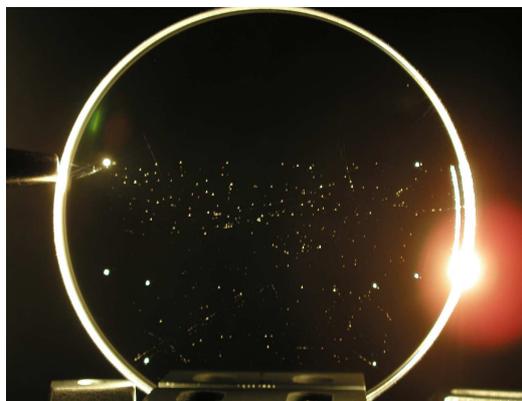
pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD XI

---

Couplage entre auto-focalisation et diffusion  
Brillouin stimulée pour des impulsions laser  
nanosecondes se propageant dans la silice

---





# Remerciements

*De très nombreuses personnes ont contribué à l'aboutissement de ce travail de thèse. Je tâcherai ici de remercier toutes ces personnes en présentant par avance mes excuses à celles que j'aurais oubliées !*

*Je tiens tout d'abord à exprimer mes sincères remerciements à mon directeur de thèse Luc Bergé sans qui ce travail n'aurait pu être réalisé. Merci de m'avoir accompagnée pendant ces trois années de thèse et de m'avoir soutenue et encouragée en période de doute et de stress ! Merci pour cette agréable collaboration.*

*Je remercie également Tatiana Itina et Antoine Bourgeade pour m'avoir fait l'honneur d'avoir accepté d'être mes rapporteurs. J'espère que la lecture de ce manuscrit n'aura pas gâché vos vacances d'été ! De même, mes remerciements s'adressent à Philippe Delaye pour avoir présidé mon jury et à Olivier Utéza pour avoir accepté d'en faire partie.*

*Je tiens à exprimer ma gratitude à Daniel Vanderhaegen, à Laurence Bonnet ainsi qu'à l'ensemble des membres du service pour l'accueil dans leur couloir !*

*Un grand merci à Stefan Skupin du Max-Planck pour son aide, sa disponibilité et son accueil. Mes séjours à Dresde n'auraient pas non plus été les mêmes sans Mickael, Joséphine, Christian et les autres.*

*Merci à Guillaume Colin de Verdière de m'avoir initiée aux joies des GPUs et de CUDA et surtout de m'avoir aidée dans cette lourde tâche en répondant à mes questions (même les plus naïves) !*

*Je tiens aussi à remercier les membres du CESTA/DLP, en particulier Denis Penninckx ainsi que Laurent Lamaignière pour les fructueux échanges (et les très belles images d'endommagement qui illustrent mon manuscrit !).*

*Le déroulement de cette thèse n'aurait pas été le même sans tous mes collègues et amis du quotidien : Alexandre, Frédéric, Aude, Gauthier, Vincent, et tous les autres stagiaires, thésards et post-docs avec qui j'ai partagé mes repas à la CA2. En particulier, merci à Xavier pour ton accueil mes premiers mois et aussi d'être revenu avant la fin de ma thèse pour en voir le dénouement ! Merci Franck pour les cours de salsa en ta compagnie et pour ta classe légendaire : personne ne porte le pull rose aussi bien que toi ! Merci Rachel de m'avoir redonné goût (ou presque) à la course à pied ainsi que pour tes conseils et toutes les réponses à mes nombreuses questions à propos de la thèse... et surtout du reste ! Merci à Michael pour les nombreux cafés au lait et les petits déjeuners les jours de déprime. Merci à Émeric de m'avoir accompagnée depuis le café du premier jour jusqu'à la soutenance en passant par les nombreux (surtout sur la fin) "départs anticipés" si tôt le matin et merci à Flo de nous avoir rejoints pour les traditionnels apéros "Chez Luc" ! Merci à Daniel pour les (trop rares) repas où tu nous as fait l'honneur de déjeuner avec nous et tes conseils en matière de schéma numérique ! Merci à Yoann (et aussi désolée) pour toutes les frites piquées dans ton assiette. Bon courage pour la suite, tu seras le dernier du groupe des 4 ! Merci à Débo pour m'avoir fait découvrir ses cours de danse et pour les longues conversations entre filles. Bonne chance pour la préparation parce que la prochaine à passer, c'est toi ! Merci Zohra d'avoir prolongé ton contrat de thèse rien que pour m'accompagner jusqu'au bout de cette aventure. Désolée de t'abandonner maintenant et bon courage pour arriver jusqu'à la fin ! Et c'est pas parce que je m'en vais qu'il faudra arrêter de me raconter les derniers potins !!*

*De nombreux amis m'ont également soutenue pendant ces trois ans. En particulier, merci à Laura, tu as toi aussi vécu les joies de la rédaction à quelques semaines d'intervalle ! Merci à Elsa, Clément et Olivier de m'avoir soutenue pendant ces trois années et d'être venus à ma soutenance. En particulier, merci Elsa pour ton sens de l'organisation sans faille. J'espère que mon exposé vous aura rappelé quelques souvenirs de SupOptique (un peu moins pour toi Clément !). Merci Fanny de m'accompagner depuis tant d'années et merci à Brieuç, même si je n'arrive pas à me faire à l'idée que tu aies changé le nom de ma copine !! Enfin, Jérôme, merci d'avoir égayé les derniers mois de ma thèse avec ton rire et ta bonne humeur...*

*Pour finir, je remercie ma famille sans qui rien de tout cela n'aurait été possible.*

---





# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Fusion et Lasers de puissance . . . . .	2
1.2	Endommagement laser . . . . .	6
1.3	Phénomènes optiques non-linéaires . . . . .	8
1.4	Enjeux et plan . . . . .	11
<b>2</b>	<b>SBS - Filamentation : Modèle et propriétés fondamentales</b>	<b>13</b>
2.1	Généralités sur la diffusion de la lumière . . . . .	14
2.2	Rétrodiffusion Brillouin par électrostriction - Description théorique . . . . .	15
2.2.1	Origine de la force d'électrostriction . . . . .	20
2.2.2	Équation de l'onde acoustique . . . . .	21
2.2.3	Équations des ondes optiques . . . . .	26
2.2.4	Générateur ou amplificateur Brillouin . . . . .	32
2.3	Éléments analytiques . . . . .	35
2.3.1	Quelques ordres de grandeur . . . . .	35
2.3.2	SBS : Analyse stationnaire 1D . . . . .	36
2.3.3	SBS : Analyse non-stationnaire 1D . . . . .	39
2.3.4	Effet Kerr 1D : Le soliton . . . . .	44
2.3.5	Auto-focalisation 2D . . . . .	46
2.3.6	Auto-focalisation 2D de deux ondes couplées . . . . .	55
2.3.7	SBS + Kerr : Analyse stationnaire . . . . .	60
2.3.8	SBS + Kerr : Analyse instationnaire . . . . .	65
<b>3</b>	<b>Impulsions monomodes</b>	<b>67</b>
3.1	Etude monodimensionnelle (1D) . . . . .	68
3.1.1	Introduction . . . . .	68
3.1.2	Code SBS 1D . . . . .	72
3.1.3	Validation . . . . .	76
3.2	Etude tridimensionnelle (3D) . . . . .	78
3.2.1	Introduction . . . . .	78
3.2.2	Code SBS 3D . . . . .	80
3.2.3	Validation . . . . .	81
3.3	Propagation d'impulsions gaussiennes monomodes . . . . .	83
3.3.1	Puissances modérées . . . . .	85
3.3.2	Fortes puissances . . . . .	86
3.4	Comportement de la densité de phonons . . . . .	91
3.5	Influence des paramètres physiques . . . . .	94

---

---

3.5.1	Influence de la longueur d'onde . . . . .	94
3.5.2	Influence de la longueur du diélectrique . . . . .	95
3.5.3	Influence de la forme spatiale . . . . .	95
3.5.4	Influence de la forme temporelle . . . . .	101
3.6	Comparaison aux résultats expérimentaux . . . . .	104
<b>4</b>	<b>Impulsions multi-modes</b>	<b>109</b>
4.1	Introduction . . . . .	110
4.2	Modulations d'amplitude . . . . .	114
4.2.1	Modulations perturbatives . . . . .	114
4.2.2	Modulations non perturbatives . . . . .	114
4.2.3	Influence des paramètres laser . . . . .	120
4.3	Modulation de phase . . . . .	122
4.3.1	Approches théoriques . . . . .	122
4.3.2	Impulsions à largeur spectrale modérée . . . . .	126
4.3.3	Existence d'une largeur spectrale et d'une profondeur de modulation critiques . . . . .	132
4.3.4	Influence des paramètres laser . . . . .	137
4.4	Instabilités modulationnelles . . . . .	140
4.5	Comparaison de résultats numériques et expérimentaux . . . . .	142
<b>5</b>	<b>« Perspective plasma »</b>	
	<b>- Code SBS CUDA</b>	<b>145</b>
5.1	Impulsions courtes . . . . .	147
5.1.1	Introduction . . . . .	147
5.1.2	Modèle revisité pour les impulsions courtes . . . . .	148
5.1.3	Résultats numériques . . . . .	152
5.2	Calcul sur processeurs graphiques - Code SBS CUDA . . . . .	157
5.2.1	Processeurs graphiques . . . . .	157
5.2.2	Code SBS CUDA . . . . .	159
5.2.3	Validation . . . . .	162
5.2.4	Améliorations des comportements divergents . . . . .	163
5.3	Résumé . . . . .	166
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>167</b>
<b>A</b>	<b>Dispersion d'ordre élevé</b>	<b>171</b>

---

---

<b>B</b>	<b>Génération de plasma</b>	<b>173</b>
B.1	Théorie . . . . .	173
B.2	Simulations . . . . .	176
<b>C</b>	<b>Performances des calculs sur processeurs graphiques</b>	<b>179</b>
C.1	Code SBS CUDA . . . . .	179
C.1.1	Strong scaling . . . . .	179
C.1.2	Weak scaling . . . . .	180
C.2	Code SBS HMPP . . . . .	182

---



# 1

## Introduction

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Fusion et Lasers de puissance . . . . .</b>	<b>2</b>
<b>1.2</b>	<b>Endommagement laser . . . . .</b>	<b>6</b>
<b>1.3</b>	<b>Phénomènes optiques non-linéaires . . . . .</b>	<b>8</b>
<b>1.4</b>	<b>Enjeux et plan . . . . .</b>	<b>11</b>

---

Depuis sa démonstration expérimentale en 1960 par T. Maiman [1], le laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) n'a cessé d'évoluer et les puissances optiques mises en jeu sont devenues de plus en plus importantes. Peu après la première émission laser obtenue au moyen d'un cristal de rubis à la longueur d'onde de 694 nm, les lasers à gaz ont été développés en utilisant de l'hélium et du néon opérant dans l'infrarouge à 1.15  $\mu\text{m}$  [2]. Puis les premières diodes laser et les lasers à semiconducteur ont été élaborés. Ces premières sources laser délivraient alors une puissance de quelques kilowatts sur des durées microsecondes. Des avancées technologiques telles que les lasers impulsionsnels (Q-switch) et les lasers à blocage de modes ont ensuite permis d'accroître les puissances crêtes de plusieurs ordres de grandeur [3] et de diminuer les durées d'impulsions à quelques picosecondes. Les intensités mises en jeu ont en parallèle augmenté jusqu'à atteindre une valeur de saturation à  $10^{16}$  W/cm<sup>2</sup> dans les années 70. Il faut attendre le milieu des années 80 pour qu'apparaisse la technologie d'amplification par dérive de fréquence (CPA pour "Chirped Pulse Amplification") [4] qui permet d'atteindre aujourd'hui des puissances de 100 terawatts et au-delà. Cette technique est en particulier employée sur les installations Gekko XII de l'université d'Osaka au Japon pour des énergies supérieures à la centaine de joules et OMEGA EP à l'université de Rochester aux États-Unis. Impliquant des énergies plus élevées ( $> 10$  kJ) mais des durées d'impulsions plus longues (quelques nanosecondes), différentes installations laser de puissance utilisant

---

un grand nombre de faisceaux sont actuellement opérationnelles ou en cours d'achèvement dans le monde : le National Ignition Facility (NIF) aux États-Unis [5], le Laser MégaJoule (LMJ) en France [6] et le prototype du laser SG-III en Chine [7]. Le LMJ produira par exemple une énergie de 1.8 MJ à la longueur d'onde de 1053 nm ( $1\omega$ ) en début de chaîne, convertie à 351 nm ( $3\omega$ ) en fin de chaîne, correspondant à une puissance totale de 550 térawatts à l'aide d'une capacité maximale d'accueil de 240 faisceaux.

L'invention des lasers et leur développement ont fortement impacté l'étude de l'interaction lumière-matière et en particulier l'optique non-linéaire, c'est-à-dire la composante de l'optique décrivant le comportement de la lumière dans un milieu dont la polarisation répond de façon non-linéaire au champ électrique laser. Des exemples bien connus d'effets non-linéaires sont les processus de mélange de fréquences telles que la génération d'harmoniques ou la somme de fréquence, l'effet Kerr, les processus de diffusion de type Brillouin ou Raman et bien d'autres. Ces nonlinéarités ne sont détectables que lorsque l'intensité laser est suffisamment élevée.

## 1.1 Fusion et Lasers de puissance

---

Ces progrès en matière de technologie laser ont permis d'envisager de nouvelles applications comme la Fusion par Confinement Inertiel (FCI), qui est l'une des techniques de production d'énergie les plus prometteuses. Nous rappelons ici brièvement son principe et nous nous intéressons au Laser Mégajoule, l'un des outils les plus importants du programme Simulation au Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives.

La fusion nucléaire, ou thermonucléaire, est un procédé au cours duquel deux noyaux atomiques s'assemblent pour former un noyau plus lourd. Le noyau résultant se trouve dans un état excité et doit revenir à un niveau d'énergie plus stable en émettant une ou plusieurs particules (en particulier des neutrons). L'énergie excédentaire est transmise aux particules émises sous forme d'énergie cinétique. Les réactions de fusion produisant le plus d'énergie sont celles faisant intervenir les noyaux les plus légers. La réaction retenue pour les projets de fusion actuellement développés est celle faisant intervenir un noyau de deutérium D (un proton et un neutron) et un noyau de tritium T (un proton et deux neutrons) :  $D + T \rightarrow {}^4\text{He} + n$ . Celle-ci produit un noyau d'hélium (He) et un neutron  $n$ . Cependant, la réaction de fusion est difficile à contrôler puisqu'il est nécessaire de rapprocher des noyaux chargés positivement qui ont une tendance naturelle à se repousser. Pour cela, deux solutions sont envisageables : la fusion par confinement magnétique, qui

---

consiste à piéger une petite quantité de combustible au sein d'un tore créé par des champs magnétiques, et la fusion par confinement inertiel assurée par la focalisation de nombreux faisceaux laser sur une cible.

La FCI consiste à irradier un combustible, ici le mélange de deutérium et de tritium enfermé dans une caspule de quelques millimètres de diamètre, à l'aide de faisceaux lasers très énergétiques. Une onde de choc centripète concentre le combustible au centre de la cible. La densité alors atteinte est de l'ordre de  $10^{26} \text{ cm}^{-3}$  à une température d'environ 10 millions de degrés. Pour cela, deux schémas classiques existent : l'attaque directe, où les faisceaux laser sont directement focalisés sur la cible, et l'attaque indirecte, où les faisceaux laser sont focalisés sur les parois d'une cavité contenant la cible, créant ainsi un rayonnement qui irradie uniformément le combustible.

Selon ce dernier schéma, le combustible à comprimer et à brûler est contenu dans un microballon de 2.4 mm de diamètre. Cette cible est entourée d'un

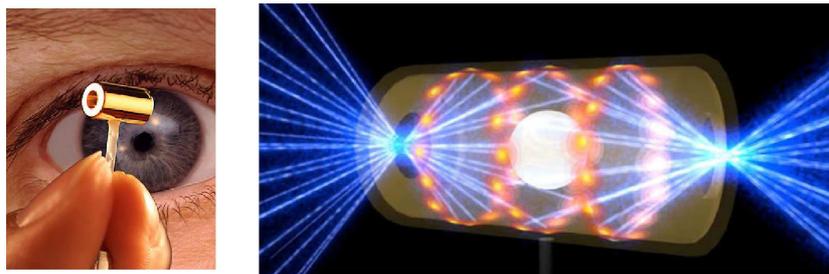


FIGURE 1.1 – (Gauche) Hohlraum. (Droite) Schéma d'attaque indirecte (Source : <http://lasers.llnl.gov>).

container en or, appelé *hohlraum*, dont la taille est d'environ 10 mm [Fig. 1.1 gauche]. Le confinement inertiel en configuration d'attaque indirecte [8] consiste à irradier le hohlraum à l'aide de faisceaux laser, comme le montre l'image de droite de la figure 1.1. Ces faisceaux sont dirigés vers les parois internes du hohlraum et l'énergie déposée est convertie en rayonnement X qui, piégé à l'intérieur de la cavité qui se comporte alors comme un four. Le rayonnement interagit avec le microballon qui implose avec une bonne isotropie.

L'énergie laser maximale de 1.8 MJ est prévue provenir de 30 chaînes laser de 8 faisceaux chacune, soit 240 faisceaux laser dont la taille de la tache focale est de 0.6 mm. Pour atteindre une telle énergie, l'impulsion laser initiale passe par une chaîne laser (Fig. 1.2) constituée de différents éléments.

En entrée de cette chaîne, se trouve une source délivrant une impulsion à

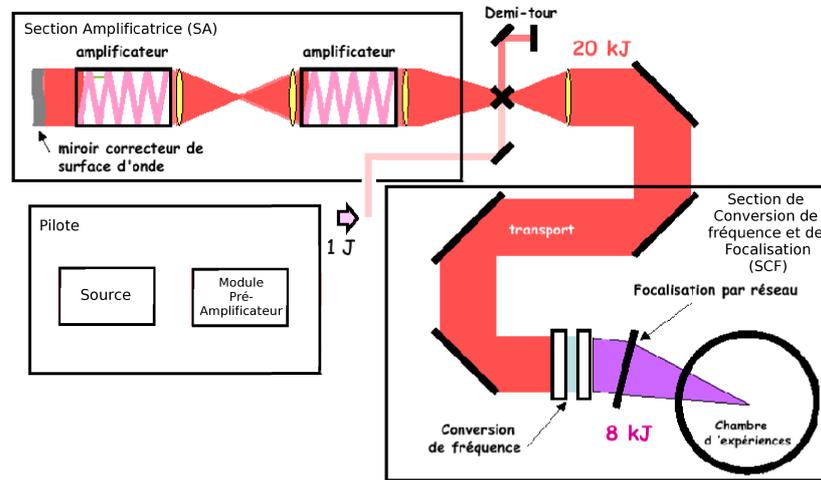


FIGURE 1.2 – Chaîne laser du LMJ (Source : <http://www-lmj.cea.fr>).

la longueur d'onde de 1053 nm d'énergie environ égale à 1 nanojoule. Un premier module, appelé *pilote*, réalise la mise en forme spatiale en section carrée de  $40 \times 40 \text{ mm}^2$ , et temporelle, sur une durée totale de 20 ns durant lesquelles le maximum de la puissance est délivré pendant 3 à 5 ns. Il synchronise aussi tous les faisceaux sur la cible et contient également des *modules pré-amplificateurs* qui amplifient l'énergie jusqu'à 1 joule. Ensuite vient la *Section Amplificatrice*, ou chaîne de puissance, qui est composée de deux modules amplificateurs et deux filtrages spatiaux. Cette section accroît l'énergie du faisceau jusqu'à atteindre un niveau de 15 à 20 kilojoules grâce à différents passages à travers des plaques de verre dopées au néodyme et pompées par flash. A la sortie de ce module, le faisceau a atteint sa taille finale de  $40 \times 40 \text{ cm}^2$  et entre dans la *Section de Conversion de fréquence et de Focalisation* où il est converti à 351 nm en traversant deux cristaux de KDP (dihydrogéo-phosphate de potassium). Les durées d'impulsion sont alors de 3 ns et le faisceau est prêt à pénétrer dans la chambre d'expériences.

La chambre d'expériences contenant la cible est une sphère de 10 m de diamètre dont la paroi est constituée d'aluminium et recouverte de béton boré pour des raisons de radioprotection (Fig. 1.3). L'intérieur de la sphère est placé sous une pression du l'ordre de milliardième de bar. Elle est équipée de hublots en silice de quelques centimètres d'épaisseur ( $\sim 3 - 4 \text{ cm}$ ) destinés à recevoir les faisceaux laser. Cette épaisseur de verre assure le maintien sous



FIGURE 1.3 – Chambres d’expériences (gauche) du LMJ et (droite) du NIF (Sources : <http://www-lmj.cea.fr> et <http://lasers.llnl.gov>).

vide de l’intérieur de la sphère par rapport au milieu extérieur. Ces fenêtres d’interface constitueront le matériau de notre étude, qui portera sur la propagation des faisceaux à l’intérieur des hublots.

La chambre d’expérience est finalement placée à l’intérieur d’un bâtiment de plus de 300 mètres de long, 160 mètres de large et de 35 mètres de haut. Le chantier de ce bâtiment est au cours d’achèvement du Centre d’Études Scientifiques et Techniques d’Aquitaine (CEA-CESTA), sur la commune du Barp en Gironde [Fig. 1.4].



FIGURE 1.4 – Chantier du LMJ (Source : <http://www-lmj.cea.fr>).

Un prototype du LMJ est déjà opérationnel : la Ligne d’Intégration Laser (LIL). Il est en fonctionnement depuis 2001 et a pour but de valider les choix technologiques du futur LMJ. Composé de quatre faisceaux, il correspond donc à un quadruplet alors que le LMJ devrait en comporter soixante.

---

L'une des principales applications du LMJ est militaire : depuis la signature du Traité d'Interdiction des Essais Nucléaires en 1995, il est nécessaire de pouvoir simuler sur des échelles réduites les processus physiques intervenant lors de l'étape finale du fonctionnement d'une arme thermonucléaire. Le LMJ permettra d'atteindre des environnements proches de ceux présents à l'intérieur des étoiles et des planètes, ce qui en fait un outil unique pour l'astrophysique et pour l'étude de la matière portée à des hautes densités d'énergie.

## 1.2 Endommagement laser

---

Avec les puissances laser croissantes vient la problématique de l'endommagement laser occasionné à la fois sur les optiques de la chaîne d'amplification laser et lors du passage des faisceaux dans les hublots de la chambre d'expériences. En effet, l'augmentation de l'intensité laser dans un matériau peut provoquer des effets réversibles tels que des déformations ou des effets irréversibles comme l'apparition de craquelures ou de cratères (voir Figure 1.5). Par exemple, pour une impulsion laser de durée  $\sim 3$  ns, le seuil de dommage en fluence dans la silice est de  $25 - 30$  J/cm<sup>2</sup> à  $1\omega$  et de  $12 - 14$  J/cm<sup>2</sup> à  $3\omega$  [9]. Pour des impulsions plus courtes à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 800$  nm, ce seuil est abaissé à l'intervalle  $\sim 1.4 - 4.4$  J/cm<sup>2</sup> pour des durées comprises entre 50 et 400 fs [10]. C'est ce type de dommages qui est mis à profit pour les applications relatives à la découpe par laser. Non contrôlé, l'endommagement reste toutefois un phénomène très limitant pour le développement et l'utilisation des lasers de puissance. C'est pourquoi la compréhension de ce phénomène reste primordiale.

L'endommagement laser est très différent selon que l'on opère en régime d'impulsions laser courtes (de durées femtosecondes) ou en régime d'impulsions longues (de l'ordre de quelques nanosecondes). Par exemple, la fluence de dommage évolue comme la racine carrée de la durée d'impulsion  $\propto \sqrt{\tau_p}$  pour des impulsions longues [12, 13] alors qu'elle suit une évolution de type plateau pour des durées allant de 100 fs à quelques centaines de femtosecondes et chute brusquement pour les très courtes durées d'impulsion [14, 15]. En effet, lors de l'irradiation d'un solide par un laser, l'énergie des photons est absorbée par les électrons en un temps inférieur à la femtoseconde (dépendant du matériau et des paramètres laser). Ce n'est qu'après un temps typique de quelques picosecondes que l'énergie correspondante est majoritairement transférée au réseau d'ions [16]. Si l'impulsion est de courte durée, le dépôt d'énergie amorçant le chauffage des électrons est temporellement découplé de

---

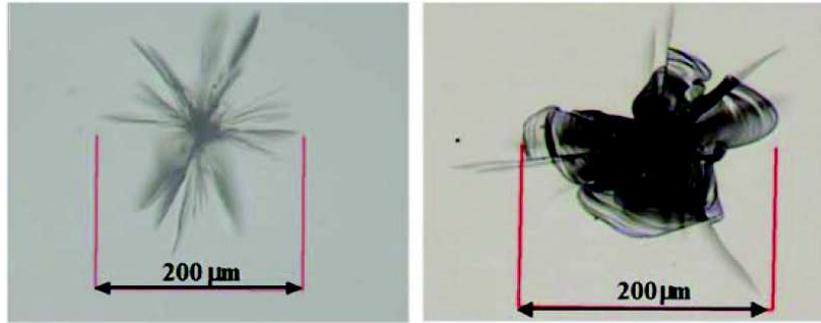


FIGURE 1.5 – Endommagement dans la silice par un laser Nd :YAG à la longueur d’onde  $\lambda_0 = 1064$  nm pour un diamètre de faisceau de  $8 \mu\text{m}$  et une durée d’impulsion de 7 ns : (gauche) endommagement en volume pour une fluence de l’ordre de  $\sim 100 \text{ J/cm}^2$  et (droite) endommagement en face arrière pour une fluence de l’ordre de  $\sim 65 \text{ J/cm}^2$  (cf. Réf. [11]).

l’apparition du dommage liée à d’éventuelles transitions de phase. Dans ces conditions, si l’intensité du champ dépasse le seuil d’ablation du matériau [17, 18], une éjection de matière est possible, accompagnée de la formation de cavités [19]. Dans ce cas, la zone ablatée est très nettement délimitée, ce qui en fait une technique appropriée, par exemple, pour l’usinage de surface par laser [20, 21, 22].

En régime d’impulsions nanosecondes, sur lequel nous nous concentrons essentiellement, les phénomènes décrits précédemment ont lieu pendant la durée de l’impulsion laser. Dans ce cas, la zone ablatée est beaucoup moins nettement délimitée et la région autour de cette zone est thermiquement endommagée. La description de ce phénomène est très complexe puisque faisant intervenir de nombreux effets non-linéaires appartenant à différents domaines de la physique, tels que l’ionisation multiphotonique puis par avalanche, le chauffage plasma, la diffusion de la chaleur, les transitions de phase solide, liquide et gaz ainsi que l’hydrodynamique des milieux ionisés. Dans ces conditions il devient très difficile d’établir un modèle unique, de sorte que chaque problème doit être traité indépendamment.

L’endommagement laser dépend non seulement de la nature du matériau irradié mais également des paramètres laser tels que la longueur d’onde, l’intensité, la durée d’impulsion ainsi que le nombre et la fréquence des tirs. À la base, le *claquage diélectrique* intrinsèque est le mécanisme fondamental de l’endommagement. Il se produit lors de l’irradiation d’un diélectrique : si le champ électrique incident est suffisamment intense, il peut ioniser des

atomes, générant ainsi des porteurs libres. L'endommagement a alors lieu lorsque l'intensité est suffisante pour entraîner une densité d'électrons supérieure à la densité critique [23, 12, 24, 25, 26] (typiquement  $\sim 8.8 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$  dans la silice à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 355 \text{ nm}$ ). Cette limite est déterminée par les caractéristiques intrinsèques du matériau et, en particulier, la largeur de sa bande interdite (gap), située entre la bande de valence et la bande de conduction. Cependant, les seuils d'endommagement laser mesurés expérimentalement sont plus faibles, ce qui laisse présumer que la présence de défauts dits *précurseurs* (inclusions métalliques, défauts structuraux, inhomogénéités, rayures ou fractures) amorce l'endommagement laser [24, 27].

Dans le cadre du LMJ, des études ont été menées sur l'endommagement du KDP, utilisé pour la conversion de fréquence [28, 27]. Dans l'étude qui suit, le matériau considéré est la silice pure utilisée pour les hublots de la chambre d'expériences du LMJ, pour laquelle le gap est de 9 eV. A la longueur d'onde ultraviolette de 355 nm, qui sera essentiellement traitée par la suite, les photons ont une énergie de 3.5 eV. Le passage d'un électron de la bande de valence à la bande de conduction nécessite donc une absorption à trois photons. En utilisant le modèle de Drude, il a été montré [29] que pour avoir endommagement, l'énergie minimale à apporter est de l'ordre de l'énergie d'ionisation des atomes. Pour une impulsion opérant à 355 nm et de durée 3 ns, ce seuil est évalué théoriquement à  $450 \text{ J/cm}^2$ . Or, comme introduit plus haut, les seuils mesurés sont bien inférieurs ( $\sim 12 - 14 \text{ J/cm}^2$  dans la Réf. [9]). Dans le cas de la silice, les défauts précurseurs sont des rayures et des fractures. Notons de plus l'existence de défauts structuraux absorbants induits sous flux laser : ces défauts peuvent absorber le rayonnement laser incident et contribuer à l'endommagement laser [30]. Ces défauts, initialement de l'ordre de la dizaine à la centaine de nanomètres, sont susceptibles de modifier localement la structure du matériau dont la bande de conduction peut se peupler par absorption multiphotonique, donnant lieu à la formation d'un plasma. Ce plasma est susceptible de créer une augmentation de température et de pression qui peut conduire à un site d'endommagement faisant classiquement quelques dizaines de micromètres. La naissance des dommages et leur croissance dans la silice sont encore actuellement étudiées de manière intensive dans de nombreux laboratoires [31, 32, 33].

### 1.3 Phénomènes optiques non-linéaires

---

Cette thèse n'a pas pour objet d'étudier les processus physiques intervenant dans la production de plasma ou dans la fusion par confinement inertiel.

---

Elle n'a pas non plus pour objectif d'examiner la physique de l'endommagement par irradiation laser. Plus en amont, elle s'intéresse aux phénomènes optiques non-linéaires amplifiant une impulsion laser au point de devenir source de dommages dans le milieu de propagation. A partir de maintenant, nous allons donc nous pencher sur ces effets non-linéaires pouvant être à l'origine de dégradations lors du passage d'un faisceau laser intense à travers quelques centimètres de silice.

Dans le cadre des lasers de puissance, différents processus non-linéaires sont à prendre en considération. Le premier est l'effet Kerr, observé pour la première fois en 1875 par John Kerr, et responsable de l'auto-focalisation du faisceau. L'auto-focalisation entraîne une réduction de la distribution spatiale d'une impulsion laser lors de son passage dans le matériau. Cette dynamique provoque une concentration de l'énergie du faisceau qui se comporte comme un filament de forte intensité et peut être à l'origine d'un claquage. Pour des faisceaux larges, ce même processus déstabilise l'enveloppe du faisceau qui peut alors se casser en filaments multiples. Ce phénomène est responsable de dommages à l'intérieur du milieu et en face arrière des fenêtres. À titre illustratif, la figure 1.6 (gauche, haut) détaille l'image d'un filament

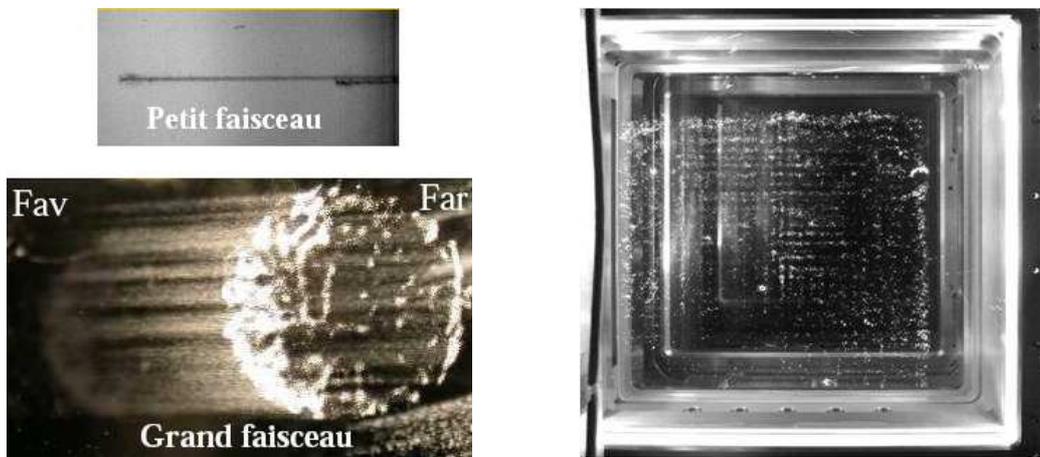


FIGURE 1.6 – (Gauche) Filaments : (haut) filamentation simple pour un petit faisceau (coupe longitudinale) et (bas) filamentation multiple pour un faisceau plus large (coupe en diagonale). (Droite) Coupe du hublot montrant des traces de dommages en face arrière pour une forte puissance incidente laser de  $\sim 1.2$  TW (Source : Laurent Lamaignère).

isolé dans une coupe d'échantillon de silice pour un petit faisceau et la figure 1.6 (gauche, bas) montre de nombreux filaments produits par un faisceau plus large subissant une filamentation multiple. La figure 1.6 (droite), re-

présentant une coupe du hublot LMJ, laisse apparaître des "empreintes" de micro-structures filamenteuses pouvant atteindre des intensités très élevées et des fluences au-delà des seuils de dommage. Ces dommages ont été obtenus pour une impulsion de  $\sim 3$  ns opérant à 355 nm et de puissance 1.2 TW.

Le second phénomène à prendre en compte est la diffusion Brillouin stimulée. La diffusion inélastique de la lumière par des phonons acoustiques a été prédite pour la première fois par Léon Brillouin en 1922 [34], ce qui explique sa dénomination. Ce processus n'a cependant été observé qu'en 1964, après l'apparition des lasers, par Chiao et al. [35]. Ce phénomène résulte d'une interaction entre le matériau et l'onde laser, qui provoque la génération d'une onde acoustique sur laquelle diffuse une onde électromagnétique se propageant préférentiellement en direction opposée à celle de l'onde laser. Il intervient pour des durées d'impulsions relativement longues (de l'ordre de quelques nanosecondes) et peut être source de dommages en face avant, comme le montre la figure 1.7 détaillant un échantillon de silice ayant subi différents endommagements laser. Lorsque le système anti-Brillouin reposant

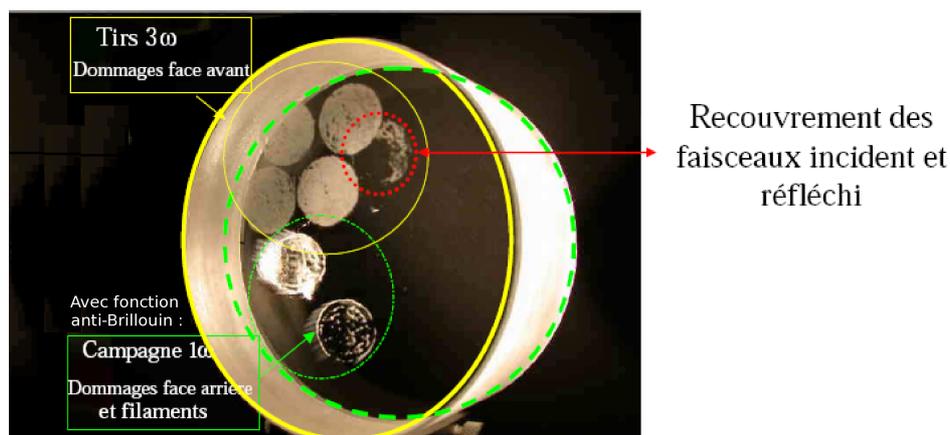


FIGURE 1.7 – Dommages en face avant sur un échantillon de silice de 4.3 cm d'épaisseur et de 10 cm de diamètre : pour les tirs à  $3\omega$  et en l'absence de la modulation anti-Brillouin, des dommages sont créés en face avant dus à la diffusion Brillouin. La présence de cette modulation (tirs à  $1\omega$ ) entraîne la suppression des dommages en face avant, mais privilégie l'apparition de filaments et de dommages en face arrière (Source : Laurent Lamaignère).

sur des modulations de phase rapides est inactif (tirs à  $3\omega$ ), des dommages apparaissent principalement en face avant de l'échantillon. Quand celui-ci est activé, les dommages en face avant disparaissent mais des filaments et des dommages en face arrière se forment. Nous verrons que ces derniers sont liés aux instabilités modulationnelles causées par la modulation anti-Brillouin.

Dans le cas de fortes puissances, ces deux processus non-linéaires sont couplés. D'une part, l'auto-focalisation dépend essentiellement de la puissance de l'onde laser : au-dessus d'un certain seuil, plus celle-ci est grande, plus l'auto-focalisation prend place rapidement. D'autre part, la diffusion Brillouin stimulée déplete l'onde laser au profit de l'onde rétrodiffusée, ce qui retarde le phénomène d'auto-focalisation. Un effet non-linéaire peut donc se développer au détriment de l'autre.

## 1.4 Enjeux et plan

---

Le but de ce mémoire est donc d'étudier l'efficacité de la rétrodiffusion Brillouin en présence de nonlinéarités Kerr. Ce travail a été réalisé à la Direction des Applications Militaires (DAM) du Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives (CEA) à Bruyères-le-Châtel. Les simulations numériques tridimensionnelles ont été effectuées sur les machines Platine et Titane du Centre de Calcul Recherche et Technologie (CCRT).

Nous essaierons de comprendre, à l'aide d'analyses théoriques et numériques, le couplage entre les deux effets non-linéaires évoqués précédemment et leur influence dans la transmission de l'onde laser en régime de forte puissance. Nous chercherons à limiter les dommages associés en examinant des configurations de faisceau (modulations de phase ou d'amplitude) susceptibles de les contrôler, tout au moins en partie.

Le corps de ce mémoire se décompose en quatre chapitres principaux :

- Le chapitre 2 a pour but de présenter un état de l'art des différents phénomènes non-linéaires mis en jeu et d'établir le système d'équations décrivant le couplage non-linéaire entre l'onde laser (pompe) et l'onde rétrodiffusée (Stokes) en présence d'une onde acoustique produite par le phénomène d'électrostriction. Nous procéderons à un traitement analytique de ces équations avec une dérivation dite du Viriel permettant de prédire les conditions d'auto-focalisation de l'onde de pompe et nous rappellerons les gains caractéristiques pour l'effet Brillouin sous différentes hypothèses.
  - Le chapitre 3 est centré sur l'étude numérique de la propagation d'une onde laser monomode à l'aide du code SBS qui sera présenté et validé dans sa version unidimensionnelle, puis tridimensionnelle. Nous met-
-

trons en évidence que, contrairement au régime de faible puissance où les comportements des ondes pompe et Stokes sont réguliers, une forte puissance incidente peut entraîner des comportements divergents sur ces deux ondes et augmenter considérablement leurs niveaux d'intensité et de fluence par auto-focalisation, jusqu'à ce qu'ils atteignent des valeurs proches du seuil de dommages dans la silice. L'influence des paramètres laser (distributions spatiale et temporelle, longueur d'onde) et de la taille de l'échantillon sera également étudiée.

- Pour remédier à la rétrodiffusion Brillouin, le chapitre 4 apportera des solutions permettant de limiter, voire supprimer, ce phénomène. Des modulations d'amplitude ou de phase seront examinées. Nous constaterons en particulier que les modulations d'amplitude, bien qu'efficaces pour supprimer l'effet Brillouin, entraînent une nette diminution de la puissance moyenne du faisceau. Nous montrerons également que les modulations de phase peuvent soit déclencher des instabilités modulationnelles, lorsque la largeur spectrale ou la profondeur de modulation de celle-ci est insuffisante, soit supprimer efficacement la rétrodiffusion Brillouin si ces deux paramètres dépassent des valeurs seuils.
  - Le chapitre 5 établit un lien entre l'étude d'impulsions longues réalisée dans les deux chapitres précédents avec la génération de plasma anticipant la création de dommages. Parce que celle-ci nécessite une résolution proche des durées typiques d'ionisation, i.e., femto- voire sub-femtosecondes, nous étudierons des régimes de filamentation multiple en régime d'impulsions ultracourtes. Revenant à nos impulsions longues d'origine, nous verrons qu'une nouvelle version de notre code opérant sur des processeurs graphiques pourrait être la solution requise pour atteindre des résolutions suffisamment fines décrivant correctement la génération de plasma par des impulsions laser nanosecondes en des temps de simulation raisonnables.
-

# 2

## SBS - Filamentation : Modèle et propriétés fondamentales

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Généralités sur la diffusion de la lumière . . . . .</b>	<b>14</b>
<b>2.2</b>	<b>Rétrodiffusion Brillouin par électrostriction</b>	
	- <b>Description théorique . . . . .</b>	<b>15</b>
2.2.1	Origine de la force d'électrostriction . . . . .	20
2.2.2	Équation de l'onde acoustique . . . . .	21
2.2.3	Équations des ondes optiques . . . . .	26
2.2.4	Générateur ou amplificateur Brillouin . . . . .	32
<b>2.3</b>	<b>Éléments analytiques . . . . .</b>	<b>35</b>
2.3.1	Quelques ordres de grandeur . . . . .	35
2.3.2	SBS : Analyse stationnaire 1D . . . . .	36
2.3.3	SBS : Analyse non-stationnaire 1D . . . . .	39
2.3.4	Effet Kerr 1D : Le soliton . . . . .	44
2.3.5	Auto-focalisation 2D . . . . .	46
2.3.6	Auto-focalisation 2D de deux ondes couplées . . . . .	55
2.3.7	SBS + Kerr : Analyse stationnaire . . . . .	60
2.3.8	SBS + Kerr : Analyse instationnaire . . . . .	65

---

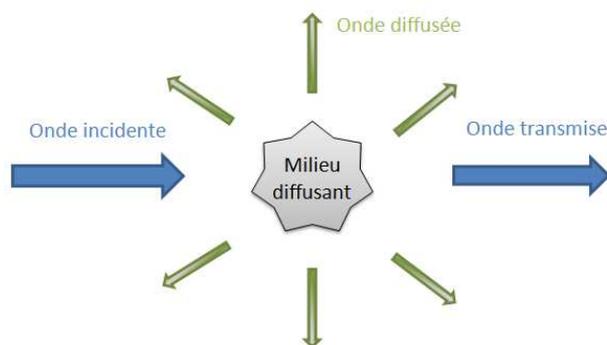


FIGURE 2.1 – Principe de la diffusion : Tout ou partie de l’onde incidente est diffusé par le milieu diffusant.

Dans ce chapitre, nous établissons les équations décrivant la propagation des enveloppes lentement variables des champs laser et Stokes subissant le couplage entre l’auto-focalisation induite par effet Kerr et la rétrodiffusion Brillouin stimulée. Nous détaillons les différentes hypothèses utilisées dans la dérivation de ce modèle de propagation. Nous rappelons ses propriétés analytiques de base ainsi que les différents phénomènes mis en jeu.

## 2.1 Généralités sur la diffusion de la lumière

Lorsqu’un faisceau laser se propage dans un milieu transparent (figure 2.1), les inhomogénéités de ce milieu créent des fluctuations de densité, qui sont responsables de différents types de diffusion. Cette diffusion peut être *élastique*, c’est-à-dire sans changement de fréquence de l’onde diffusée par rapport à l’onde incidente, ou *inélastique*, et dans ce cas, la fréquence de l’onde diffusée est décalée par rapport à celle de l’onde incidente. Le spectre de ces différentes diffusions est représenté en figure 2.2. Les composantes décalées vers des fréquences plus faibles sont appelées *composantes Stokes* et celles vers les fréquences supérieures sont appelées *composantes anti-Stokes*. En optique, les principaux processus de diffusion sont les suivants :

- La *diffusion Rayleigh* est une diffusion de type quasi-élastique (sans changement notable de fréquence). À cause des fluctuations locales du milieu, l’indice de réfraction subit des variations aléatoires, ce qui entraîne la dif-

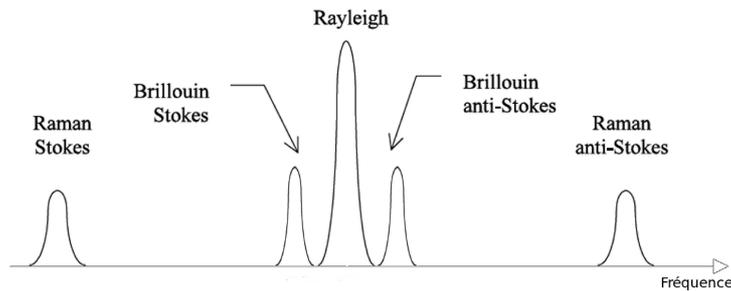


FIGURE 2.2 – Spectre de diffusion : Le pic central correspond à la diffusion Rayleigh ; il est centré sur la fréquence de l'onde incidente et possède les caractéristiques de diffusion quasi-élastique. Les diffusions Brillouin et Raman sont de type inélastiques et les ondes diffusées sont centrées sur des fréquences différentes de celle de l'onde de pompe. Les ondes de fréquences inférieures sont appelés Stokes et celles de fréquences supérieures, anti-Stokes.

fusion de la lumière dans toutes les directions. Cette diffusion peut avoir lieu lorsque la lumière traverse un liquide ou un solide, mais se rencontre principalement dans les gaz.

- La *diffusion Raman* résulte de l'interaction de la lumière avec les modes vibrationnels ou rotationnels des molécules constituant le milieu diffusant. De manière équivalente, elle peut être décrite par la diffusion de la lumière via des "phonons optiques" associés aux transitions d'états intramoléculaires. Cette diffusion est de type inélastique, c'est-à-dire accompagnée d'un changement de fréquence de l'onde diffusée.
- La *diffusion Brillouin*, également inélastique, est la diffusion de la lumière par des ondes sonores, c'est-à-dire par la propagation d'ondes de pression d'origine soit pondéromotrice (électrostriction), soit thermique (par absorption optique). Elle est généralement assimilée à de la diffusion par des "phonons acoustiques".

## 2.2 Rétrodiffusion Brillouin par électrostriction - Description théorique

Dans cette section, nous nous concentrons sur l'étude de la diffusion Brillouin et dérivons les équations d'enveloppe gouvernant les ondes de pompe et diffusée, couplées à l'onde sonore créée. Dans son principe général, le processus de rétrodiffusion Brillouin stimulée (SBS pour "Stimulated Brillouin Scattering") met en jeu une onde diffusée décalée en fréquence de l'onde de

pompe par une fréquence acoustique. Il y a deux moyens d'exciter l'effet Brillouin : d'une part l'*électrostriction*, qui provient de la pression exercée par le champ laser sur le matériau et en modifie le tenseur de polarisation ; d'autre part l'*absorption optique*, qui provoque une variation de température dans les zones de haute intensité et une expansion du matériau associée à une perturbation acoustique. Dans la configuration qui nous intéresse, celle du Laser MégaJoule (LMJ) dont les optiques sont en silice pure avec une absorption linéaire négligeable aux longueurs d'onde étudiées, seul le premier mécanisme sera retenu. L'essentiel de cette étude se fera à la longueur d'onde ultraviolette de 355 nm ( $3\omega$ ). Les conclusions restent néanmoins valables sur une plage de longueurs d'onde plus large et nous présenterons notamment des résultats à la longueur d'onde infrarouge de 1064 nm ( $1\omega$ ).

Sous l'effet d'un rayonnement laser incident, les molécules du milieu s'agitent autour de leur position d'équilibre, créant ainsi des ondes acoustiques. La pression, ainsi que la densité et la constante diélectrique du milieu s'en trouvent modifiées. Ces variations créent un réseau d'indice se déplaçant à la vitesse de l'onde acoustique. L'interaction de l'onde incidente avec ce réseau produit alors une onde diffusée décalée en fréquence par effet Doppler. L'onde Stokes correspond à un décalage en fréquence négatif ; l'onde anti-Stokes se réfère à un décalage positif.

Ce phénomène peut également être décrit de manière quantique comme une interaction entre un photon de l'onde de pompe, un photon Stokes (ou anti-Stokes) et un phonon acoustique. Dans le cas Stokes, il s'agit de la création d'un phonon contrairement au cas anti-Stokes qui correspond à l'annihilation d'un phonon. La quantité de phonons étant limitée, la diffusion anti-Stokes est en général moins efficace.

La mise en équation de ce phénomène et plus particulièrement du transfert d'énergie de l'onde incidente à l'onde Stokes fait apparaître un facteur de gain, appelé "gain Brillouin". Dans le cas des fibres optiques par exemple, les caractéristiques spectrales du gain Brillouin dépendent du type de fibre utilisé, de la température et des contraintes appliquées. C'est ce que nous remarquons sur la figure 2.3, provenant de la Réf. [36], qui montre des spectres expérimentaux de gain Brillouin pour trois fibres de structures et de niveaux de dopage en dioxyde de germanium différents. Les mesures ont été faites à l'aide d'un laser à semi-conducteur à cavité externe opérant à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 1.525 \mu\text{m}$  et en utilisant un système de détection hétérodyne avec une résolution de 3 MHz. La fibre (a) possède un cœur en silice quasi-pure d'indice  $n_0$ . Le décalage Brillouin mesuré  $\nu_B \approx 11.25 \text{ GHz}$  est en bon

---

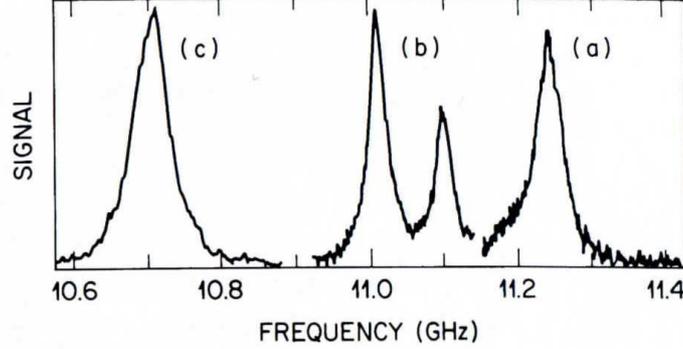


FIGURE 2.3 – Spectres de gain Brillouin de trois fibres à la longueur d’onde  $\lambda_0 = 1.525 \mu\text{m}$  pour trois différents types de fibre (a,b,c) [36].

accord avec la prédiction théorique

$$\nu_B = \frac{2n_0 C_S}{\lambda_0}, \quad (2.2.1)$$

où  $C_S$  est la vitesse des ondes sonores dans le milieu. Le décalage Brillouin est réduit pour les fibres (b) et (c). La fibre (b) donne une structure avec un double pic qui provient d’une distribution inhomogène en dioxyde de germanium à l’intérieur du cœur. Le phénomène de diffusion Brillouin est donc un phénomène résonant, comme le montrent les courbes de gain. Ce gain est piqué sur la valeur de décalage Brillouin :

$$\nu_B = \frac{\Omega_B}{2\pi}, \quad (2.2.2)$$

où  $\Omega_B$  est appelée fréquence Brillouin.

Considérons maintenant une onde laser incidente de fréquence  $\omega_1$  couplée à une onde acoustique, c’est-à-dire une onde de densité de matière se propageant dans le milieu. Le spectre de l’onde diffusée par effet Brillouin comporte généralement deux résonances de forme lorentzienne, comme le montre la figure 2.4, centrées en  $\omega_1 \pm \Omega$  où  $\Omega$  est la fréquence de l’onde acoustique. Le gain associé à ce processus est alors maximal lorsque  $\Omega \simeq \Omega_B$ . Ces deux raies ont la même *largeur spectrale* : les ondes acoustiques sont généralement amorties sur de courtes distances lors de leur propagation et leur amplitude décroît au cours du temps comme

$$\exp \left[ -\frac{\Gamma_B}{2} t, \right] \quad (2.2.3)$$

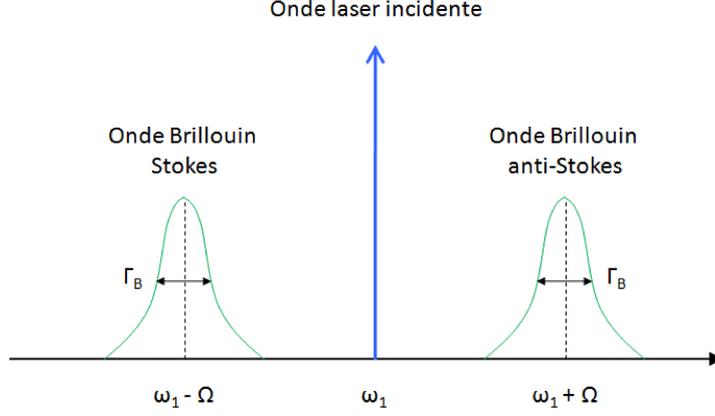


FIGURE 2.4 – Spectre de l’onde diffusée par effet Brillouin : l’onde incidente est à la fréquence  $\omega_1$ . La fréquence des ondes Brillouin diffusées Stokes et anti-Stokes est décalée de  $-\Omega$  et  $+\Omega$ , respectivement. Le spectre de chacune de ces deux ondes diffusées est une lorentzienne de largeur à mi-hauteur  $\Gamma_B$  où  $\Gamma_B$  est le coefficient d’amortissement.

où  $\Gamma_B$  est le coefficient d’amortissement. La transformée de Fourier d’un tel signal correspond à une lorentzienne de largeur spectrale à mi-hauteur

$$\Delta\nu_B = \frac{\Gamma_B}{2\pi}. \quad (2.2.4)$$

Les particules associées à l’onde acoustique sont des *phonons* et leur *durée de vie* est définie par

$$\tau_B = \frac{2}{\Gamma_B}. \quad (2.2.5)$$

Dans les configurations qui seront étudiées dans ce mémoire, ce temps de vie sera de l’ordre de  $\tau_B = 1 - 10$  ns. Pour la silice, l’inégalité  $\Omega_B \gg \Gamma_B$  sera toujours vérifiée par ailleurs.

Nous examinons ici l’onde Stokes. Considérons donc une onde laser incidente de fréquence  $\omega_1$  et de vecteur d’onde  $\vec{k}_1$  diffusée par les variations de la constante diélectrique du milieu associées à la présence d’une onde acoustique de fréquence  $\Omega$  et de vecteur d’onde  $\vec{q}$ . Une onde Stokes diffusée de vecteur d’onde  $\vec{k}_2$  est produite [36, 37, 38]. Nous sommes en présence d’un mécanisme de mélange à trois ondes et la loi de conservation de l’énergie nous permet d’écrire la fréquence de l’onde Stokes

$$\omega_2 = \omega_1 - \Omega, \quad (2.2.6)$$

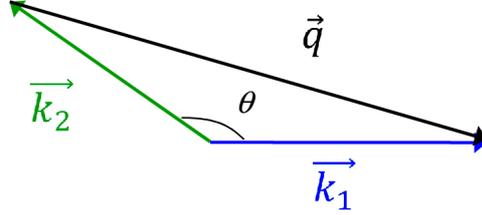


FIGURE 2.5 – Géométrie de la rétrodiffusion Brillouin : en bleu l’onde laser incidente de vecteur d’onde  $\vec{k}_1$  et de fréquence  $\omega_1$ , en vert l’onde Stokes diffusée de vecteur d’onde  $\vec{k}_2$  et de fréquence  $\omega_2$  et en noir l’onde acoustique de vecteur d’onde  $\vec{q}$  et de fréquence  $\Omega = \omega_1 - \omega_2$ .  $\theta$  est l’angle entre les vecteurs  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ .

où  $\Omega = \omega_1 - \omega_2 \simeq \Omega_B \ll \omega_1$ . Les fréquences et vecteurs d’onde des champs optiques sont liés par la relation de dispersion

$$\omega_i = \frac{k_i c}{n_0} \quad (i = 1, 2), \quad (2.2.7)$$

où  $c$  est la célérité de la lumière dans le vide et  $n_0 \equiv n(\omega_1) \simeq n(\omega_2)$  représente l’indice du milieu à la fréquence de l’onde laser incidente. La fréquence de l’onde acoustique est donnée par

$$\Omega \simeq \Omega_B = q C_S. \quad (2.2.8)$$

Dans le cas d’une diffusion d’angle  $\theta$  entre les vecteurs d’onde  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ , la figure 2.5 illustre la façon dont le vecteur d’onde de la perturbation acoustique est lié à ceux des ondes optiques. La conservation de la quantité de mouvement impose

$$\vec{k}_2 = \vec{k}_1 - \vec{q}. \quad (2.2.9)$$

D’après la figure 2.5, la relation entre les normes des vecteurs d’onde et l’angle de diffusion  $\theta$  est donnée par

$$q^2 = k_1^2 + k_2^2 - 2k_1 k_2 \cos \theta. \quad (2.2.10)$$

Comme  $\Omega \ll \omega_1$ , on en déduit que  $\omega_1 \approx \omega_2$  et donc, d’après (2.2.7),  $|k_1| \approx |k_2|$ , ce qui nous permet d’établir

$$q \simeq 2k_1 \sin(\theta/2). \quad (2.2.11)$$

Le décalage Brillouin est maximal pour  $\theta = \pi$ , c’est-à-dire en géométrie de rétrodiffusion. La fréquence associée est

$$\Omega_{\max} = \Omega_B = \frac{2C_S n_0 \omega_1}{c}, \quad (2.2.12)$$

et  $q \simeq 2k_1$ .

### 2.2.1 Origine de la force d'électrostriction

Dans la configuration étudiée dans ce mémoire, la diffusion Brillouin est générée par électrostriction. Nous allons donc rappeler l'origine de ce mécanisme. Sous l'action d'une onde incidente, la constante diélectrique du matériau  $\epsilon$  est modifiée en présence du champ électrique laser  $E$  [37]. A température constante, ce changement est donné par

$$\Delta\epsilon = \left( \frac{\partial\epsilon}{\partial\rho} \right)_T \rho', \quad (2.2.13)$$

où  $\rho'$  représente la variation de densité correspondante. La notation  $(\partial X/\partial Y)_Z$  correspond à la dérivée partielle de la quantité  $X$  par rapport à  $Y$  en considérant la variable  $Z$  constante. L'énergie potentielle par unité de volume est alors augmentée par la quantité  $\Delta U = \epsilon_0 \Delta\epsilon E^2/2$ , où  $\epsilon_0$  est la permittivité diélectrique du vide. Cette variation d'énergie est égale au travail exercé pour comprimer le matériau, qui est donné, d'après la première loi de la thermodynamique, par  $\Delta w = p_{st} (\Delta V/V) = -p_{st} (\rho'/\rho)$ . En posant  $\Delta U = \Delta w$  nous obtenons donc la *pression d'électrostriction*

$$p_{st} \equiv -\frac{\epsilon_0 \gamma_e E^2}{2}, \quad (2.2.14)$$

où  $\gamma_e$ , le coefficient du même nom, est donné par

$$\gamma_e \equiv \rho \left( \frac{\partial\epsilon}{\partial\rho} \right)_T. \quad (2.2.15)$$

Le signe négatif dans l'équation (2.2.14) montre que la pression totale est alors réduite dans les régions de fort champ électrique. Elle dépend de plus du carré du champ électrique, ce qui montre le caractère non-linéaire de ce phénomène. La *force électrostrictive* est définie par

$$\vec{f}_e \equiv \vec{\nabla} p_{st}. \quad (2.2.16)$$

Dans l'approximation  $\epsilon \simeq 1 + (\partial\epsilon/\partial\rho) \times \rho$ , il vient  $\gamma_e \simeq \epsilon - 1$ . En utilisant la loi de Lorentz-Lorenz, nous obtenons

$$\gamma_e = (n_0^2 - 1)(n_0^2 + 2)/3. \quad (2.2.17)$$

Le coefficient d'électrostriction est souvent exprimé en fonction du coefficient élasto-optique,  $p_{12}$ , du matériau, sous la forme

$$\gamma_e = n_0^4 p_{12}. \quad (2.2.18)$$

## 2.2.2 Équation de l'onde acoustique

L'équation décrivant l'évolution de la densité du matériau  $\rho$  est déduite des trois principales équations de la mécanique des fluides [39, 40], à savoir,

- L'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u}) = 0, \quad (2.2.19)$$

- L'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} \right] = -\nabla p + \eta \Delta \vec{u} + \left( \zeta + \frac{\eta}{3} \right) \nabla(\nabla \cdot \vec{u}) + \vec{f}_e, \quad (2.2.20)$$

- L'équation de transport de l'énergie :

$$\rho T \left( \frac{\partial s}{\partial t} + \vec{u} \nabla s \right) = \nabla(\kappa \nabla T) + \sigma'_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + Q, \quad (2.2.21)$$

traitées par linéarisation à l'aide des changements de variable  $\rho \rightarrow \rho_0 + \rho'$ , où  $\rho$  est la densité,  $T \rightarrow T_0 + T'$ , où  $T$  est la température,  $p \rightarrow p_0 + p'$ , où  $p$  est la pression,  $\vec{u} \rightarrow \vec{u}_0 + \vec{u}'$  avec  $\vec{u}_0 = \vec{0}$ , où  $\vec{u}$  est la vitesse du matériau et  $s \rightarrow s_0 + s'$ , où  $s$  est l'entropie.  $\kappa$  est le coefficient de conductivité thermique et  $\sigma'_{ik}$ , le tenseur des contraintes, dépend des viscosités effectives  $\eta$  et  $\zeta$  comme

$$\sigma'_{ik} = \eta \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) + \zeta \delta_{ik} \frac{\partial u_l}{\partial x_l}. \quad (2.2.22)$$

La fonction  $Q$  est définie par

$$Q(r, t) = \alpha_L I(r, t), \quad (2.2.23)$$

où  $\alpha_L$  est le coefficient d'absorption optique linéaire et  $I(r, t)$  l'intensité laser correspondant à la valeur moyenne de  $E^2$  sur plusieurs cycles optiques.

Ces équations sont développées au premier ordre des perturbations ( $\rho' \ll \rho_0$ ,  $T' \ll T_0$ ,  $p' \ll p_0$ ) pour se réduire respectivement au système suivant :

$$\partial_t \rho' + \rho_0 \nabla \cdot \vec{u}' = 0, \quad (2.2.24)$$

$$\rho_0 \partial_t \vec{u}' + \frac{C_S^2}{\gamma} \nabla \rho' + \frac{C_S^2 \beta_p \rho_0}{\gamma} \nabla T' - (2\eta_s + \eta_d) \nabla(\nabla \cdot \vec{u}') + \eta_s \nabla \times (\nabla \times \vec{u}') = \vec{f}_e, \quad (2.2.25)$$

$$(\rho_0 c_v \partial_t - \kappa \nabla^2) T' - \frac{c_v}{\beta_p} (\gamma - 1) \partial_t \rho' = \alpha_L I. \quad (2.2.26)$$

Dans l'équation (2.2.26),  $\eta_s$  et  $\eta_d$  sont les coefficients de viscosité de cisaillement et de dilatation,  $\beta_p$  est le coefficient d'expansion thermique à pression constante et  $\gamma \equiv c_p/c_v$  est l'indice adiabatique défini par le quotient des capacités calorifiques à pression et à volume constants. Pour établir l'équation (2.2.25) qui implique originellement le gradient de pression  $\nabla p$ , on définit  $T$  et  $\rho$  comme des variables thermodynamiques indépendantes telles que

$$p' = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T \rho' + \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_\rho T' = \frac{C_S^2}{\gamma} (\rho' + \beta_p \rho_0 T'). \quad (2.2.27)$$

Nous prenons la divergence de l'Eq. (2.2.24) et appliquons (2.2.25). De plus, en l'absence de spécification, on écrit  $\eta_b = (2/3)\eta_s + \eta_d$  représentant le coefficient de viscosité du milieu. Ainsi,

$$\partial_t^2 \rho' - \frac{C_S^2}{\gamma} \nabla^2 \rho' - \frac{C_S^2}{\gamma} \beta_p \rho_0 \nabla^2 T' - \frac{(4/3)\eta_s + \eta_b}{\rho_0} \nabla^2 \partial_t \rho' = -\nabla \cdot \vec{f}_e. \quad (2.2.28)$$

Nous dérivons ensuite par rapport au temps l'équation précédente, dont nous combinons le résultat avec l'Eq. (2.2.26) pour obtenir

$$\begin{aligned} \partial_t \left[ \partial_t^2 - \frac{C_S^2}{\gamma} \nabla^2 - \frac{(4/3)\eta_s + \eta_b}{\rho_0} \nabla^2 \partial_t \right] \rho' - \frac{C_S^2}{c_p} \beta_p \kappa \nabla^4 T' \\ - \frac{C_S^2}{\gamma} (\gamma - 1) \nabla^2 \partial_t \rho' = \nabla^2 \left[ \frac{C_S^2 \beta_p \alpha_L}{c_p} I - \frac{\gamma_e}{2n_0 c} \partial_t I \right]. \end{aligned} \quad (2.2.29)$$

Dans ce qui suit, nous supposons des matériaux et des durées d'impulsions à mi-hauteur  $\tau_p$  (FWHM pour "Full Width at Half Maximum") pour lesquels  $\alpha_L < c_p \gamma_e / 2n_0 c \tau_p C_S^2 \beta_p$ . Cette condition est toujours vérifiée dans la silice à 355 nm, puisque  $\alpha_L < 10^{-6} - 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ . Si nous ignorons de plus la conductivité thermique ( $\kappa \rightarrow 0$ ), qui est généralement relevante pour les durées d'impulsion très longues ( $> 100 \text{ ns}$ ), l'équation (2.2.29) se réduit finalement à

$$[\partial_t^2 - \Gamma' \nabla^2 \partial_t - C_S^2 \nabla^2] \rho' = \nabla \cdot \vec{f}_e \equiv -\frac{\gamma_e}{2n_0 c} \nabla^2 I. \quad (2.2.30)$$

Cette équation gouverne les fluctuations acoustiques excitées par l'onde laser. Ici,  $\Gamma' \simeq \frac{1}{\rho_0} \left[ \frac{4}{3}\eta_s + \eta_b \right]$  est lié au coefficient d'amortissement  $\Gamma_B$  par la relation

$$\Gamma_B = q^2 \Gamma'. \quad (2.2.31)$$

Supposons maintenant que la densité de phonons évolue sous la forme

$$\rho' = \rho'_0 + [\bar{\rho}(\vec{r}, t) e^{i(\vec{q} \cdot \vec{r} - \Omega t)} + c.c.], \quad (2.2.32)$$

où *c.c.* désigne le complexe conjugué et injectons cette expression dans l'équation (2.2.30). Le premier terme donne

$$\partial_t^2 \rho' = (-\Omega^2 \bar{\rho} - 2i\Omega \partial_t \bar{\rho} + \partial_t^2 \bar{\rho}) e^{i(qz - \Omega t)} + c.c., \quad (2.2.33)$$

puis le second terme se développe comme suit

$$\begin{aligned} \Gamma' \nabla^2 \partial_t \rho' &= \Gamma' [\partial_z^2 + \nabla_\perp^2] [(-i\Omega \bar{\rho} + \partial_t \bar{\rho}) e^{i(qz - \Omega t)} + c.c.] \\ &= \Gamma' (-i\Omega \nabla_\perp^2 \bar{\rho} + \partial_t \nabla_\perp^2 \bar{\rho} - i\Omega \partial_z^2 \bar{\rho} + \partial_t \partial_z^2 \bar{\rho} + 2q\Omega \partial_z \bar{\rho} \\ &\quad + 2iq \partial_t \partial_z \bar{\rho} + \Omega \partial_z \bar{\rho} + iq \partial_t \partial_z \bar{\rho} + iq^2 \Omega \bar{\rho} - q^2 \partial_t \bar{\rho}) e^{i(qz - \Omega t)} + c.c. \end{aligned} \quad (2.2.34)$$

tandis que le troisième terme s'écrit

$$-C_S^2 \nabla^2 \rho' = -C_S^2 \nabla_\perp^2 \bar{\rho} e^{i(qz - \Omega t)} - C_S^2 [-q^2 \bar{\rho} + 2iq \partial_z \bar{\rho} + \partial_z^2 \bar{\rho}] e^{i(qz - \Omega t)} + c.c. \quad (2.2.35)$$

Nous obtenons donc au total

$$\begin{aligned} (-C_S^2 + i\Gamma' \Omega) \nabla_\perp^2 \bar{\rho} + (-C_S^2 + i\Gamma' \Omega) \partial_z^2 \bar{\rho} + \partial_t^2 \bar{\rho} - 2i\Gamma' q \partial_t \partial_z \bar{\rho} \\ - (2\Gamma' q \Omega + 2iC_S^2 q) \partial_z \bar{\rho} + (\Gamma' q^2 - 2i\Omega) \partial_t \bar{\rho} \\ + (C_S^2 q^2 - \Omega^2 - i\Gamma' q^2 \Omega) \bar{\rho} = -\frac{\gamma_e}{2n_0 c} e^{-i(qz - \Omega t)} \nabla^2 I. \end{aligned} \quad (2.2.36)$$

### Simplifications sur les dérivées spatiales

Supposons que le membre de droite de l'Eq. (2.2.30) soit une petite perturbation. Au premier ordre, le terme d'électrostriction  $\sim \gamma_e$  peut être réduit à zéro :

$$(\partial_t^2 - \Gamma' \nabla^2 \partial_t - C_S^2 \nabla^2) \rho' = 0. \quad (2.2.37)$$

Cette équation linéaire peut ainsi être combinée à la relation (2.2.32) pour obtenir la relation de dispersion linéaire des modes acoustiques :

$$\Omega^2 = q^2 (C_S^2 - i\Omega \Gamma'). \quad (2.2.38)$$

Cette relation se réduit sous la forme

$$q^2 = \frac{\Omega^2}{C_S^2 - i\Omega \Gamma'} \simeq \frac{\Omega^2}{C_S^2} \left( 1 + \frac{i\Omega \Gamma'}{C_S^2} \right); \quad (2.2.39)$$

soit encore

$$q \simeq \frac{\Omega}{C_S} \left( 1 + \frac{i\Omega \Gamma'}{2C_S^2} \right) \approx \frac{\Omega}{C_S} + i \frac{\Gamma_B}{2C_S}. \quad (2.2.40)$$

Nous pouvons alors réintroduire l'expression de  $q$  dans l'équation (2.2.32) pour montrer que l'intensité des ondes acoustiques varie comme

$$\rho'^2(\vec{r}) = \rho'^2(0) e^{-\alpha_S x_i}, \quad (2.2.41)$$

le long de la coordonnée spatiale  $x_i = x, y$  ou  $z$ . Ici,  $\alpha_S = \Gamma_B/C_S$  correspond au coefficient d'absorption des ondes sonores. Dans le verre, on a  $C_S = 5.97 \times 10^5$  cm/s et à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 355$  nm,  $\Gamma_B \simeq 1.87 \times 10^9$  s<sup>-1</sup>, de sorte que  $\alpha_S = 3137$  cm<sup>-1</sup> et la longueur caractéristique d'amortissement des ondes acoustiques est inférieure à  $3.2 \mu\text{m}$ . Cette même longueur est de quelques  $10 \mu\text{m}$  à la longueur d'onde de  $1064$  nm. Typiquement,  $\alpha_S^{-1}$  correspond à l'ordre de grandeur du pas numérique spatial qui sera accessible à travers nos simulations numériques. Les dynamiques ultérieurement décrites, impliquant même des comportements de compression forte, se développent sur des échelles généralement supérieures à  $\alpha_S^{-1}$ . En conséquence, les variations transverses en  $(x, y)$  de l'enveloppe acoustique ne seront pas prises en compte pour des tailles de faisceaux supérieures à  $10 \mu\text{m}$ . Pour la même raison, nous négligerons les dérivées en  $z$  (variations longitudinales) de l'enveloppe acoustique  $\bar{\rho}$  sur des distances  $\gg \alpha_S^{-1}$ .

Sous ces approximations, nous obtenons donc, en utilisant (2.2.8), (2.2.31) et (2.2.36)

$$\begin{aligned} \partial_t^2 \bar{\rho} + (\Gamma_B - 2i\Omega)\partial_t \bar{\rho} + (\Omega_B^2 - \Omega^2 - i\Gamma_B\Omega)\bar{\rho} \\ = -\frac{\gamma_e}{2n_0c} e^{-i(qz - \Omega t)} \nabla^2 I. \end{aligned} \quad (2.2.42)$$

Nous anticipons sur l'Eq. (2.2.54) et la décomposition du champ optique total en une composante avant  $\sim U_1 e^{ik_1 z - i\omega_1 t}$  et une composante arrière  $\sim U_2 e^{-ik_2 z - i\omega_2 t}$  pour retenir la composante de  $I \sim E^2$  proportionnelle à  $e^{iqz - i\Omega t}$  dans le membre de droite de l'Eq. (2.2.30), et obtenir

$$\partial_t^2 \bar{\rho} + (\Gamma_B - 2i\Omega)\partial_t \bar{\rho} + (\Omega_B^2 - \Omega^2 - i\Gamma_B\Omega)\bar{\rho} = \frac{q^2 \gamma_e}{2n_0c} U_1 U_2^*. \quad (2.2.43)$$

### Simplifications sur les dérivées temporelles

L'équation (2.2.43) peut être réécrite dans le domaine de Fourier :

$$\left[ \omega^2 - \omega(2\Omega - i\Gamma_B) + (\Omega_B^2 - \Omega^2 - \frac{\Gamma_B^2}{4} - i\Gamma_B\Omega) \right] \widehat{Q} = -\frac{q^2 \gamma_e}{2n_0c} \widehat{U_1 U_2^*}, \quad (2.2.44)$$

où le symbole  $\widehat{\phantom{x}}$  représente la transformée de Fourier :

$$\widehat{G}(\omega) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} G(t) e^{i\omega t} dt. \quad (2.2.45)$$

L'expression de  $\widehat{Q}$  s'obtient ainsi facilement

$$\widehat{Q} = \frac{-(q^2 \gamma_e / 2n_0c) \widehat{U_1 U_2^*}}{[\omega - \omega_S + i(\Gamma_B/2)][\omega - \omega_{AS} + i(\Gamma_B/2)]}. \quad (2.2.46)$$

Avec  $\omega_{S,AS} \equiv \Omega \mp (\Omega_B^2 - \Gamma^2)^{1/2}$ , le spectre acoustique possède donc deux pics. L'un des pics est à la fréquence Stokes  $\omega_S = \Omega - \Omega_B$  et caractérise usuellement le phénomène Brillouin. Le second est à la fréquence anti-Stokes  $\omega_{AS} = \Omega + \Omega_B$ . Ce mode peut parfois être excité pour des impulsions Stokes de courte durée ou des impulsions de pompe larges [41, 42]. Parce que nous considérons des impulsions laser de durée FWHM supérieure à 1 ns, la contribution anti-Stokes sera ici négligée.

Sous la condition  $\Gamma_B \ll \Omega$ , l'équation précédente décrit une interaction optimale entre les ondes de pompe et Stokes pour  $\Omega = \Omega_B$ .

Nous appliquons en outre l'approximation d'enveloppe lentement variable

$$|\Omega\bar{\rho}| \gg |\partial_t\bar{\rho}|, \quad (2.2.47)$$

de sorte que l'on peut négliger la dérivée temporelle du second ordre. L'équation résultante déduite de (2.2.43) est donc :

$$-2i\Omega\partial_t\bar{\rho} + (\Omega_B^2 - \Omega^2 - i\Gamma_B\Omega)\bar{\rho} = \frac{q^2\gamma_e}{2n_0c}U_1U_2^*. \quad (2.2.48)$$

Puisque  $\Omega \simeq \Omega_B$ , nous utilisons l'approximation

$$\Omega_B^2 - \Omega^2 \simeq 2\Omega(\Omega_B - \Omega), \quad (2.2.49)$$

pour obtenir l'équation d'évolution des phonons :

$$\tau_B\partial_t\bar{\rho} + (1 - i\delta)\bar{\rho} = \frac{iq^2\gamma_e}{2\Gamma_B n_0 \Omega c}U_1U_2^*, \quad (2.2.50)$$

où  $\delta = \tau_B(\Omega - \Omega_B)$ . Réexprimée à l'aide du changement de variable

$$Q = \frac{2\Gamma_B n_0 c C_S}{iq\gamma_e}\bar{\rho} = \frac{\gamma_e k_0 \bar{\rho}}{ig_0 n_0^2 \rho_0}, \quad (2.2.51)$$

elle se réduit formellement à

$$\tau_B\partial_t Q + (1 - i\delta)Q = U_1U_2^*. \quad (2.2.52)$$

C'est cette équation qui sera retenue pour décrire l'évolution de l'enveloppe acoustique au cours de notre étude numérique.

### 2.2.3 Équations des ondes optiques

Intéressons-nous maintenant aux ondes optiques. Pour cela, nous commençons par rappeler les équations de Maxwell

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = \rho_e, \\ \nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0, \\ \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r}, t), \\ \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{J}(\vec{r}, t) + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r}, t), \end{cases}$$

où  $\vec{E}$  représente le champ électrique,  $\vec{D}$  l'induction électrique,  $\vec{H}$  le champ magnétique et  $\vec{B}$  l'induction magnétique.  $\rho_e$  correspond à la densité de charges (électrons libres) et  $\vec{J}$  est la densité de courant. Le milieu est supposé non magnétique,  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ , et non-linéaire, de sorte que  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$  où  $\vec{P}$  est le vecteur de polarisation.  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$  sont la permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique du vide, respectivement. Ces équations sont classiquement réduites à l'équation d'onde (avec  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ )

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \vec{E} = \mu_0 \left( \partial_t^2 \vec{P} + \partial_t \vec{J} \right), \quad (2.2.53)$$

dans laquelle nous négligeons l'effet des particules libres ( $\vec{J} = \vec{0}$  et  $\rho_e = 0$ ). Cette hypothèse est justifiée en Annexe B, où l'ionisation multiphotonique dans la silice a peu de signification physique pour des intensités  $\leq 5 \text{ TW/cm}^2$ . Nous supposons un champ polarisé linéairement, soit  $\vec{E} = E \vec{e}_x$ , de sorte que nous adoptons une description scalaire pour  $E$  et  $P$ , et substituons

$$E(\vec{r}, t) = \sqrt{c_1} (U_1 e^{ik_1 z - i\omega_1 t} + U_2 e^{-ik_2 z - i\omega_2 t} + c.c.) \quad (2.2.54)$$

où  $c_1 = \mu_0 \omega_0 / 2k_0$  est un coefficient de normalisation permettant d'assimiler  $|U_i|^2$  à des intensités ( $I_i \equiv |U_i|^2$ ) exprimées en  $\text{W/cm}^2$ . Dans le membre de droite, le premier terme correspond à l'onde de pompe qui se propage dans le sens des  $z$  croissants et le second terme traduit la propagation de l'onde Stokes se déplaçant dans le sens des  $z$  décroissants. Comme nous l'avons vu précédemment, les normes des vecteurs d'onde des deux composantes optiques sont proches. Nous posons donc

$$k_0 \equiv k_1 \simeq k_2, \quad (2.2.55)$$

et la différence de fréquence entre les deux ondes étant faible,  $\Omega \ll \omega_1, \omega_2$ , nous notons

$$\omega_0 \equiv \omega_1 \simeq \omega_2 \text{ avec } \omega_1 - \omega_2 \ll \omega_1. \quad (2.2.56)$$

Écrivons à présent le terme de polarisation :

$$P = P^{(1)} + P^{(3)} + P_{\text{elec}}. \quad (2.2.57)$$

Dans l'équation (2.2.57), la première contribution correspond à la polarisation linéaire et s'exprime dans le domaine de Fourier par l'expression

$$\widehat{P}^{(1)} = \epsilon_0 \chi^{(1)}(\omega) \widehat{E}, \quad (2.2.58)$$

où  $\chi^{(1)}(\omega)$  est la susceptibilité d'ordre un. Dans l'approximation d'ondes quasi-monochromatiques ( $\omega = \omega_0$ ), nous avons  $\chi^{(1)}(\omega) = \chi^{(1)}(\omega_i)_{i=1,2} \simeq \chi^{(1)}(\omega_0) \equiv \chi^{(1)}$ , qui vérifie la relation  $1 + \chi^{(1)} = n_0^2$  lorsque l'on ignore l'absorption linéaire.  $\omega_i$  est la fréquence centrale associée à l'enveloppe  $U_i$  ( $i = 1, 2$ ) et elle est liée au nombre d'onde  $k_i = n(\omega_i)\omega_i/c$ .

La polarisation non-linéaire du troisième ordre pour un milieu centrosymétrique et hors résonance optique s'exprime par [36, 37]

$$P^{(3)}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(3)}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) \\ \times E(\vec{r}, t_1) E(\vec{r}, t_2) E(\vec{r}, t_3) dt_1 dt_2 dt_3, \quad (2.2.59)$$

où  $\chi^{(3)}$  est le tenseur de susceptibilité cubique. Par simplicité, nous considérons ici dans le domaine de Fourier  $\chi^{(3)} \equiv \chi^{(3)}(\omega_0, \omega_0, -\omega_0)$  dans l'intervalle spectral étudié, c'est-à-dire, nous négligeons la dispersion non-linéaire du milieu de sorte que

$$P^{(3)} = \epsilon_0 \chi^{(3)} |E|^2 E. \quad (2.2.60)$$

Le changement de polarisation lié à l'électrostriction s'écrit

$$P_{\text{elec}} = \epsilon_0 \Delta \epsilon E, \quad (2.2.61)$$

où  $\Delta \epsilon = \gamma_e \rho' / \rho_0$  représente les variations de la constante diélectrique induites par les fluctuations de densité acoustique  $\rho'$ .

Par souci de généralité, nous prenons en compte la dispersion du milieu [ $k(\omega) \neq k_0$ ] et nous exprimons alors l'équation d'onde (2.2.53) dans l'espace de Fourier

$$\nabla^2 \widehat{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \widehat{E} = -\frac{\chi^{(1)} \omega^2}{c^2} \widehat{E} + \mu_0 \widehat{\partial_t^2 P_{\text{NL}}}, \quad (2.2.62)$$

où  $P_{\text{NL}} = P^{(3)} + P_{\text{elec}}$  et le nombre d'onde de l'impulsion est dépendant de la fréquence  $k(\omega) = [1 + \chi^{(1)}(\omega)]^{1/2} \omega / c$ . Nous obtenons alors

$$\nabla^2 \widehat{E} + k^2(\omega) \widehat{E} = -\mu_0 \omega^2 \widehat{P_{\text{NL}}}. \quad (2.2.63)$$

Explicitons donc dans un premier temps le membre de gauche où  $\nabla^2 = \partial_z^2 + \nabla_\perp^2$ , en commençant par sélectionner les termes oscillant comme  $e^{ik_1 z - i\omega_1 t}$

$$\sqrt{c_1} \left[ \partial_z^2 U_1 + 2ik_0 \partial_z U_1 + (k^2(\omega) - k_0^2) U_1 + \nabla_\perp^2 U_1 \right] e^{ik_1 z - i\omega_1 t}. \quad (2.2.64)$$

De même pour les termes oscillant en  $e^{-ik_2 z - i\omega_2 t}$ , nous retenons

$$\sqrt{c_1} \left[ \partial_z^2 U_2 - 2ik_0 \partial_z U_2 + (k^2(\omega) - k_0^2) U_2 + \nabla_\perp^2 U_2 \right] e^{-ik_2 z - i\omega_2 t}. \quad (2.2.65)$$

Nous effectuons ensuite un développement de Taylor de  $k(\omega)$  autour de  $k_0$

$$k(\omega) = k_0 + (\omega - \omega_0) k' + \sum_{n \geq 2} \frac{(\omega - \omega_0)^n}{n!} k^{(n)}(\omega_0) \quad (2.2.66)$$

avec  $k' = (\partial k / \partial \omega)|_{\omega=\omega_0}$  qui reste proche de  $k_0 / \omega_0 \equiv n_0 / c$  et

$$k^{(n)} \equiv \left. \frac{\partial^n k}{\partial \omega^n} \right|_{\omega=\omega_0}. \quad (2.2.67)$$

En particulier,  $k^{(2)} \equiv (\partial^2 k / \partial \omega^2)|_{\omega=\omega_0}$  est le coefficient de dispersion de la vitesse de groupe (GVD pour "Group Velocity Dispersion"). Nous obtenons alors

$$k^2(\omega) - k_0^2 \simeq 2k_0 k' (\omega - \omega_0) + 2k_0 \widehat{\mathcal{D}}, \quad (2.2.68)$$

où

$$\widehat{\mathcal{D}} = \sum_{n \geq 2} \left( \frac{k^{(n)}}{n!} \right) (\omega - \omega_0)^n \quad (2.2.69)$$

est l'opérateur associée à la dispersion d'ordre supérieur. Nous retournons à présent dans le domaine physique par transformée de Fourier inverse (voir par exemple [36]). Chaque contribution  $(\omega - \omega_0)^n$  appliquée sur l'enveloppe  $U_i$  battant à basse fréquence  $\omega - \omega_0$  correspond à la dérivée  $n^{\text{ième}}$  en temps de cette enveloppe soit

$$\mathcal{D} = \sum_{n \geq 2} \left( \frac{k^{(n)}}{n!} \right) (i\partial_t)^n. \quad (2.2.70)$$

Nous appliquons de plus les approximations de *paraxialité* (avec  $i = 1, 2$ ) :

$$|\partial_z U_i| \ll |k_i U_i|,$$

et d'enveloppe lentement variable :

$$|\partial_t U_i| \ll |\omega_i U_i|,$$

c'est-à-dire que les variations spatio-temporelles des amplitudes complexes ont lieu sur des distances et des temps beaucoup plus grands que la longueur d'onde et la période d'oscillation de l'onde porteuse, respectivement. Les équations de propagation pour l'enveloppe de l'onde de pompe  $U_1$  et de l'enveloppe Stokes  $U_2$  deviennent alors

$$2ik_0(\partial_z + k'\partial_t)U_1 + \nabla_{\perp}^2 U_1 + 2k_0\mathcal{D}U_1 = -\frac{\mu_0\omega_0^2}{\sqrt{c_1}}\mathcal{P}_{NL}^{env1}, \quad (2.2.71)$$

$$-2ik_0(\partial_z - k'\partial_t)U_2 + \nabla_{\perp}^2 U_2 + 2k_0\mathcal{D}U_2 = -\frac{\mu_0\omega_0^2}{\sqrt{c_1}}\mathcal{P}_{NL}^{env2}. \quad (2.2.72)$$

Ici  $\mathcal{P}_{NL}^{env(i)}$  représente l'enveloppe des non-linéarités associée à la polarisation non-linéaire qui, en termes des champs haute fréquence, est composée de contributions oscillant rapidement en  $e^{\pm ik_i z - i\omega_i t}$ . Rappelons que le modèle développé précédemment est valable lorsque les variations spatiales et temporelles du second ordre de l'enveloppe de l'onde acoustique sont négligées. Aussi, toutes les approximations usuelles pour les ondes lumineuses (paraxialité et approximation d'enveloppe lentement variable) s'appliquent. Enfin, la dispersion d'ordre élevé  $\mathcal{D}$  est ignorée, ce qui est justifié en Annexe A. Dans les chapitres suivants, nous considérerons des impulsions pompe nanosecondes à profils gaussiens, soit non modulées, soit modulées en phase ou en amplitude. En évaluant la transformée de Fourier de l'amplitude du champ dans ses états initial et focalisé, on déduit sa largeur spectrale  $\Delta\omega$ . En calculant le facteur GVD normalisé  $k^{(2)}\Delta\omega^2 L$  sur une longueur de propagation  $L \leq 10$  cm, on trouve généralement  $k^{(2)}\Delta\omega^2 L \ll 1$  quelle que soit la configuration du faisceau pompe. Cet argument nous permet de négliger la dispersion d'ordre deux et donc d'ordre supérieur.

Développons maintenant la polarisation non-linéaire

$$P_{NL}^{(3)} = \epsilon_0\chi^{(3)}E^3, \quad (2.2.73)$$

dans laquelle nous retenons les composantes en

$$\begin{aligned} e^{i(k_1 z - \omega_1 t)} &: 3\epsilon_0\chi^{(3)}c_1^{3/2}(|U_1|^2 + 2|U_2|^2)U_1 e^{i(k_1 z - \omega_1 t)} \text{ pour l'onde } U_1, \\ e^{i(-k_2 z - \omega_2 t)} &: 3\epsilon_0\chi^{(3)}c_1^{3/2}(|U_2|^2 + 2|U_1|^2)U_2 e^{i(-k_2 z - \omega_2 t)} \text{ pour l'onde } U_2. \end{aligned}$$

Ces deux expressions font apparaître deux phénomènes distincts. Les termes en  $\sim |U_i|^2 U_i$  ( $i = 1, 2$ ) correspondent à l'*auto-modulation de phase* selon laquelle la phase du champ optique  $U_i$  croît au cours de sa propagation et ceux en  $\sim |U_j|^2 U_i$  ( $i \neq j$ ) représentent l'effet de *modulation de phase croisée* indiquant un accroissement de la phase de l'onde optique  $U_i$  induite par la présence d'une seconde onde optique  $U_j$  ( $i \neq j$ ).

La polarisation associée aux variations de la constante diélectrique causée par électrostriction est quant à elle donnée par

$$P_{\text{elec}} = \epsilon_0 \Delta \epsilon \vec{E} = \sqrt{c_1} \epsilon_0 \frac{\gamma_e}{\rho_0} [\bar{\rho} e^{i(qz - \Omega t)} + c.c.] \times [U_1 e^{i(k_1 z - \omega_1 t)} + U_2 e^{i(-k_2 z - \omega_2 t)} + c.c.], \quad (2.2.74)$$

à partir de laquelle nous sélectionnons les termes en

$$e^{i(k_1 z - \omega_1 t)} : \sqrt{c_1} \epsilon_0 \frac{\gamma_e}{\rho_0} \bar{\rho} U_2 e^{i(k_1 z - \omega_1 t)} \text{ pour } U_1,$$

$$e^{i(-k_2 z - \omega_2 t)} : \sqrt{c_2} \epsilon_0 \frac{\gamma_e}{\rho_0} \bar{\rho}^* U_1 e^{i(-k_2 z - \omega_2 t)} \text{ pour } U_2.$$

Les équations (2.2.71) et (2.2.72) s'explicitent donc sous la forme

$$2ik_0 (\partial_z + k' \partial_t) U_1 + \nabla_{\perp}^2 U_1 = -2 \frac{\omega_0^2}{c^2} n_0 n_2 (|U_1|^2 + 2|U_2|^2) U_1 - \frac{\omega_0^2}{c^2} \frac{\gamma_e}{\rho_0} \bar{\rho} U_2, \quad (2.2.75)$$

$$-2ik_0 (\partial_z - k' \partial_t) U_2 + \nabla_{\perp}^2 U_2 = -2 \frac{\omega_0^2}{c^2} n_0 n_2 (|U_2|^2 + 2|U_1|^2) U_2 - \frac{\omega_0^2}{c^2} \frac{\gamma_e}{\rho_0} \bar{\rho}^* U_1, \quad (2.2.76)$$

où  $3c_1^{3/2} \epsilon_0 \chi^{(3)} = 2\sqrt{c_1} \epsilon_0 n_0 n_2$ . En appliquant le changement de variable (2.2.51), nous obtenons finalement nos équations de propagation :

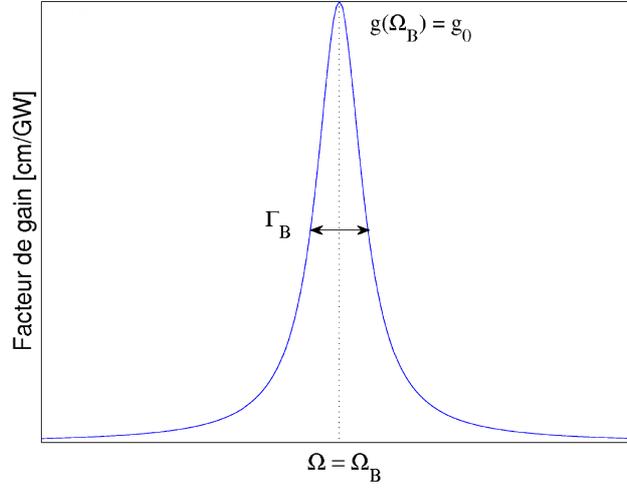


FIGURE 2.6 – Facteur de gain Brillouin. L'allure de cette courbe piquée en  $\Omega = \Omega_B$  et de largeur à mi-hauteur  $\Gamma_B$  est analogue à celles de la figure 2.3.

$$(\partial_z + k'\partial_t)U_1 = \frac{i\nabla_{\perp}^2 U_1}{2k_0} + \frac{in_2\omega_0}{c}(|U_1|^2 + 2|U_2|^2)U_1 - \frac{g}{2}QU_2, \quad (2.2.77)$$

$$(-\partial_z + k'\partial_t)U_2 = \frac{i\nabla_{\perp}^2 U_2}{2k_0} + \frac{in_2\omega_0}{c}(|U_2|^2 + 2|U_1|^2)U_2 + \frac{g}{2}Q^*U_1, \quad (2.2.78)$$

$$\tau_B\partial_t Q + (1 - i\delta)Q = U_1U_2^*. \quad (2.2.79)$$

où  $g$  est le facteur de gain Brillouin donné par

$$g(\Omega) = g_0 \frac{(\Gamma_B/2)^2}{(\Gamma_B/2)^2 + (\Omega_B - \Omega)^2}. \quad (2.2.80)$$

Cette équation montre que plus la différence entre les fréquences optiques des ondes de pompe et Stokes se rapproche de la fréquence Brillouin  $\Omega_B$ , plus le facteur de gain Brillouin est important (figure 2.6), plus le transfert d'énergie est important : une partie de l'énergie de l'onde de pompe est diminuée au profit de l'onde Stokes. Ici,  $g_0$  est le coefficient de couplage phonon-photon, ou facteur de gain Brillouin maximal. Il est donné par

$$g_0 = g(\Omega_B) = \frac{\gamma_e\omega_0^2}{n_0C_S c^3 \rho_0 \Gamma_B}, \quad (2.2.81)$$

et calculé à partir de la densité du matériau  $\rho_0 = 2.21 \text{ g/cm}^3$ . Comme  $\Gamma_B \sim q^2 \sim 1/\lambda_0^2$ , ce facteur de gain  $g_0 \sim \omega_0^2/\Gamma_B$  varie peu avec la longueur d'onde

laser ( $\gamma_e \sim n_0^4$ ) et, dans la littérature, il est souvent exprimé en fonction du coefficient élasto-optique longitudinal  $p_{12}$  [36, 43, 44, 45, 46] :

$$g_0 = \frac{\omega_0^2 n_0^7 p_{12}^2}{C_S c^3 \rho_0 \Gamma_B}, \quad (2.2.82)$$

avec  $\gamma_e = n_0^4 p_{12}$ . Selon les références précédentes, la valeur de  $p_{12}$  est comprise entre 0.27 et 0.286 pour des longueurs d'onde laser appartenant à l'intervalle  $355 \leq \lambda_0 \leq 1064$  nm, soit un facteur  $g_0$  de l'ordre de 5 cm/GW.

Dans l'analyse qui suit, nous considérons  $\Omega = \Omega_B$ , i.e., les ondes de pompe et Stokes sont à la résonance Brillouin de sorte que  $\delta = 0$ .

Revenons brièvement sur la diffusion Raman. Ce processus est analogue à la diffusion Brillouin, mais dans ce cas les photons incidents sont diffusés via des transitions vibrationnelles ou rotationnelles des molécules du milieu. Le temps de décroissance des phonons Raman (optiques) est plus court que le temps de vie des phonons Brillouin (acoustiques) d'un facteur  $\sim 10^3$ , ce qui signifie que pour les impulsions longues ( $\geq 1$  ns), la diffusion Raman est négligeable comparée à la diffusion Brillouin. Selon la Réf. [37], le coefficient de gain Raman dans la silice est typiquement  $g_r \approx 1 \times 10^{-2}$  cm/GW à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$  alors que le gain Brillouin prend des valeurs proches de  $g_0 \approx 5$  cm/GW. On trouve des écarts du même ordre de grandeur à 355 nm. Pour des ondes de pompe laser à durées nanosecondes, la diffusion Raman pourra donc être négligée par rapport à l'effet Brillouin.

## 2.2.4 Générateur ou amplificateur Brillouin

Deux configurations de rétrodiffusion Brillouin existent : le modèle *générateur SBS* et le modèle *amplificateur SBS*.

Dans la première configuration, le faisceau laser est appliqué en face avant d'un échantillon non-linéaire (silice) [Fig. 2.7(a)] et les champs Stokes et acoustique croissent à partir d'un bruit aléatoire thermique gaussien [47] noté  $N$ , prenant place dans la région d'interaction et ajouté naturellement dans l'Eq. (2.2.79). Avec  $\delta = 0$ , celle-ci s'écrit :

$$\tau_B \partial_t Q + Q = U_1 U_2^* + N, \quad (2.2.83)$$

soit en termes de la variable originelle  $\bar{\rho}$

$$\partial_t \bar{\rho} + \frac{\Gamma_B}{2} \bar{\rho} = \frac{i q \gamma_e}{4 n_0 C_S c} U_1 U_2^* + M \quad (2.2.84)$$

avec  $M = (iq\gamma_e/4n_0C_Sc)N$ . L'agitation thermique des molécules entraîne des fluctuations spontanées de densité du matériau. Ces fluctuations peuvent être modélisées à l'aide d'un processus stochastique, dont nous cherchons à déterminer l'expression  $M$ . Pour cela, nous divisons la région d'interaction en sous-régions notées  $i$  de longueur  $\Delta z$ . La fluctuation de densité moyenne dans la zone  $i$  est régie par l'équation

$$\partial_t \bar{\rho}_i + \frac{\Gamma_B}{2} \bar{\rho}_i = M_i, \quad (2.2.85)$$

où  $M_i$  correspond à une *force de Langevin*. Les fluctuations étant par nature décorrélées, le terme de bruit est considéré comme un bruit blanc gaussien. Il est donc de moyenne nulle

$$\langle M_i(t) \rangle = 0. \quad (2.2.86)$$

Ici, le symbole  $\langle \rangle$  représente la moyenne temporelle définie par  $\langle X_i \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow +\infty} \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} X_i(t) dt$ . La fonction d'auto-corrélation de  $M_i$  est un produit de fonctions de Dirac du temps et de l'espace

$$\langle M_i(t) M_j^*(t') \rangle = \bar{A}_M \delta_{ij} \delta(t - t'), \quad (2.2.87)$$

que nous introduisons dans l'expression en fonction de  $\bar{\rho}_i$

$$\Gamma_B \langle \bar{\rho}_i(t) \bar{\rho}_j(t') \rangle = \bar{A}_M \delta_{ij} \delta(t - t'). \quad (2.2.88)$$

Déterminons maintenant l'expression de l'amplitude  $\bar{A}_M$ . Elle peut être évaluée à l'aide d'un raisonnement thermodynamique. La densité d'énergie d'une onde acoustique est donnée par [40]

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \rho_0 \langle V^2 \rangle + \frac{1}{2} C_S^2 \frac{\langle \rho'^2 \rangle}{\rho_0}, \quad (2.2.89)$$

et l'énergie contenue dans un volume  $A\Delta z$ , où  $A$  est la surface effective considérée, est donc égale à  $\langle w \rangle A\Delta z$ , soit

$$E_i = \left( \frac{1}{2} \rho_0 \langle V^2 \rangle + \frac{1}{2} C_S^2 \frac{\langle \rho_i'^2 \rangle}{\rho_0} \right) A\Delta z. \quad (2.2.90)$$

À l'équilibre thermodynamique, le second terme de l'équation (2.2.90) vaut  $nk_B T/2$  [37, 48] où  $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$  est la constante de Boltzmann,  $T = 300 \text{ K}$  est la température du matériau et

$$n = \frac{\mathcal{N}_{Av} \rho_0 A \Delta z}{M_{\text{SiO}_2}} \quad (2.2.91)$$

est le nombre de molécules de l'échantillon dans le volume considéré. Ici,  $\mathcal{N}_{\text{Av}} = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  est le nombre d'Avogadro et pour la silice pure ( $\text{SiO}_2$ ),  $M_{\text{SiO}_2} = 60 \text{ g.mol}^{-1}$  est la masse molaire. Nous trouvons alors

$$\langle \rho_i'^2 \rangle = \frac{nk_B T \rho_0}{C_S^2 A \Delta z}. \quad (2.2.92)$$

Comme  $\langle \rho_i'^2 \rangle = (1/2) \langle \bar{\rho}_l(t) \bar{\rho}_l^*(t') \rangle$ , nous obtenons

$$\langle \bar{\rho}_l(t) \bar{\rho}_l^*(t') \rangle = \frac{2nk_B T \rho_0}{C_S^2 A \Delta z}. \quad (2.2.93)$$

Par comparaison avec l'équation (2.2.88), il vient immédiatement

$$\bar{A}_M = \frac{2\mathcal{N}_{\text{Av}} k_B T \rho_0^2 \Gamma_B}{C_S^2 M_{\text{SiO}_2}}. \quad (2.2.94)$$

Revenant à l'enveloppe acoustique normalisée  $Q$  et en utilisant la relation (2.2.51), nous obtenons les caractéristiques du bruit  $N$  avec une description continue :

$$\langle N(\vec{r}, t) \rangle = 0, \quad (2.2.95)$$

$$\langle N(x, y, z, t) N^*(x', y', z', t') \rangle = A_N \delta(t - t'), \quad (2.2.96)$$

où

$$A_N = \left( \frac{2n_0 c C_S}{q \gamma_e} \right)^2 \frac{2\mathcal{N}_{\text{Av}} k_B T \rho_0^2 \Gamma_B}{C_S^2 M_{\text{SiO}_2}}. \quad (2.2.97)$$

Comme le bruit est formellement en unités  $\text{GW}/\text{cm}^2$  [cf. Eq. (2.2.83)], l'unité physique du paramètre  $A_N$  est  $\text{GW}^2 \text{ ns}/\text{cm}^4$ . Il est de l'ordre de  $A_N \approx 3.7 \times 10^{-29} \text{ GW}^2 \text{ ns}/\text{cm} \times (\mathcal{N}_{\text{Av}} \rho_0 / M_{\text{SiO}_2})$  soit  $A_N \approx 8.2 \times 10^{-7} \text{ GW}^2 \text{ ns}/\text{cm}^4$ . Puisque  $n_0$  et  $\gamma_e$  ne sont que peu dépendants de  $\lambda_0$  et comme  $\Gamma_B \sim q^2$ , le paramètre  $A_N \propto n_0^2 \Gamma_B / \gamma_e^2 q^2$  varie donc peu avec la longueur d'onde laser utilisée.

Dans cette configuration, la valeur de l'intensité Stokes en sortie de l'échantillon est alors a priori inconnue. Dans la silice, le bruit thermique est suffisant pour créer une onde Stokes dans le milieu dès lors que le gain Brillouin en intensité  $G = \ln[I_2(z)/I_2(L)]$  excède une valeur seuil  $G_{\text{TH}}$ . Celle-ci est généralement estimée être de l'ordre de 25-30 [37, 44].

La deuxième configuration correspond à un modèle amplificateur Brillouin. Les champs laser et Stokes sont alors appliqués de manière externe [Fig. 2.7(b)] en entrée et en sortie du milieu, respectivement. Comme le montre la courbe de facteur de gain [Fig. 2.6], il est alors nécessaire que la fréquence

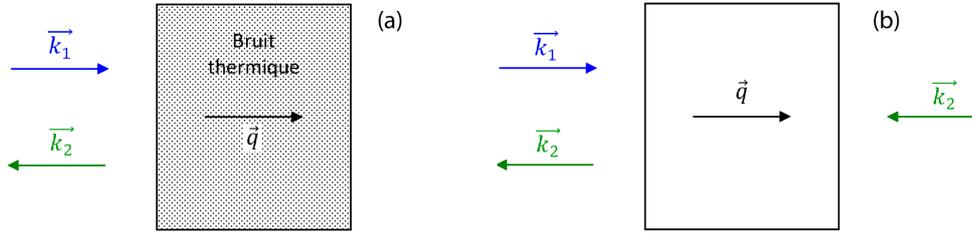


FIGURE 2.7 – Principe (a) du générateur SBS et (b) de l'amplificateur SBS.

$\omega_2$  de l'onde Stokes injectée soit telle que  $\Omega = \omega_1 - \omega_2$  soit proche de  $\Omega_B$ . Sous cette hypothèse, le couplage entre les deux ondes optiques donne lieu à la génération d'une onde acoustique. Dans ce cas, les conditions aux limites  $I_1(z = 0)$  et  $I_2(z = L)$  sont alors connues et peuvent modéliser soit des ondes planes, soit des faisceaux gaussiens ou carrés. On suppose généralement  $I_2(L) \ll I_1(0)$ . L'onde Stokes est alors exponentiellement amplifiée entre  $z = L$  et  $z = 0$ , proportionnellement à la déplétion de l'onde de pompe sur le trajet opposé.

## 2.3 Éléments analytiques

Nous donnons ici quelques éléments théoriques, qui permettront d'appréhender les mécanismes de base caractérisant la rétrodiffusion Brillouin et l'auto-focalisation induite par effet Kerr. SBS a été largement étudié depuis la fin des années 1960 dans de nombreuses configurations, pour des impulsions optiques à spectres étroits ou larges [49, 50]. Néanmoins, ces études restèrent majoritairement confinées à des systèmes 1D ( $\nabla_{\perp}^2 U_i = 0$ ) et elles ignorèrent pour la plupart la réponse Kerr optique ( $n_2 = 0$ ), à l'exception de quelques travaux [45, 51] limités à des intensités modérées ( $< 20 \text{ GW/cm}^2$ ).

### 2.3.1 Quelques ordres de grandeur

Les équations (2.2.77, 2.2.78, 2.2.79) décrivent la compétition entre l'auto-focalisation Kerr et la diffusion Brillouin. La Table 2.1 rappelle les valeurs des différents paramètres physiques aux deux longueurs d'onde qui seront étudiées dans la suite de ce travail :  $\lambda_0 = 355 \text{ nm}$  (UV) et  $\lambda_0 = 1064 \text{ nm}$  (IR). À l'aide de cette table, nous estimons les longueurs caractéristiques des différents phénomènes intervenant au cours de la propagation laser. La longueur caractéristique pour la diffraction du faisceau pompe est donnée par

$$L_{\text{diff}} = 2k_0 w_0^2, \quad (2.3.1)$$

Paramètres physiques	$\lambda_0 = 355 \text{ nm}$	$\lambda_0 = 1064 \text{ nm}$
$n_0$	1.4762	1.454
$P_{\text{cr}}$ [MW]	0.35	4.27
$n_2$ [ $\text{cm}^2/\text{W}$ ]	$3.6 \times 10^{-16}$	$2.7 \times 10^{-16}$
$\omega_0$ [ $\text{fs}^{-1}$ ]	5.31	1.77
$\tau_B$ [ns]	1.1	10
$\Gamma_B$ [ $\text{ns}^{-1}$ ]	1.87	0.21
$g_0$ [cm/GW]	4.4	5.2

TABLE 2.1 – Paramètres physiques dans la silice à 355 nm et 1064 nm.

et celle pour l'auto-focalisation est définie par

$$L_{\text{SF}} = c / (\omega_0 n_2 I_1(0)), \quad (2.3.2)$$

où  $I_1(0) = |U_1(0)|^2$  est l'intensité de l'onde de pompe. Enfin, la longueur de gain Brillouin dans la limite stationnaire correspond à la longueur d'amplification de l'onde Stokes :

$$L_B = 1 / (g_0 I_1(0)). \quad (2.3.3)$$

De simples ordres de grandeur indiquent que ces longueurs typiques obéissent à l'inégalité  $L_B < L_{\text{SF}} \ll L_{\text{diff}}$  pour des intensités laser au-delà de 5 GW/cm<sup>2</sup> et des facteurs de gain que nous fixons, par commodité, à la valeur  $g_0 \simeq 4.5$  cm/GW. Cette inégalité indique que l'effet Brillouin devrait prédominer au moins durant les premières étapes de la propagation non-linéaire.

### 2.3.2 SBS : Analyse stationnaire 1D

Nous nous intéressons maintenant à l'étude de la rétrodiffusion Brillouin dans sa limite stationnaire 1D, c'est-à-dire sans prendre en compte l'auto-focalisation ( $n_2 = 0$ ), ni la diffraction ( $\nabla_{\perp}^2 U_i = 0$ ), ni aucune dérivée en temps ( $\partial_t = 0$ ).

En l'absence de bruit ( $N = 0$ ), les équations du système peuvent être exprimées sous la forme

$$\partial_z I_1^S = -g I_2^S I_1^S, \quad (2.3.4)$$

$$\partial_z I_2^S = -g I_2^S I_1^S, \quad (2.3.5)$$

où  $g \simeq g_0$  et  $I_i^S$  ( $i = 1, 2$ ) est l'intensité en régime stationnaire des ondes de pompe et Stokes. Une première loi de conservation peut être obtenue à partir de ce système. En effet,  $\partial_z I_1^S - \partial_z I_2^S = 0$  fournit

$$I_1^S(z) - I_2^S(z) = I_1^S(0) - I_2^S(0). \quad (2.3.6)$$

Nous appliquons dans un premier temps l'hypothèse de non déplétion de la pompe ( $\partial_z I_1^S = 0$ ). La solution pour l'onde réfléchie est alors donnée par

$$I_2^S(z) = I_2^S(L) e^{G_{SS}}, \quad (2.3.7)$$

où  $G_{SS} = g_0 I_1^S(L - z)$  est le gain SBS stationnaire, maximum en  $z = 0$ ,

$$G_S = g_0 I_1^S L = L/L_B. \quad (2.3.8)$$

De manière à avoir un résultat plus réaliste, nous incluons la déplétion de la

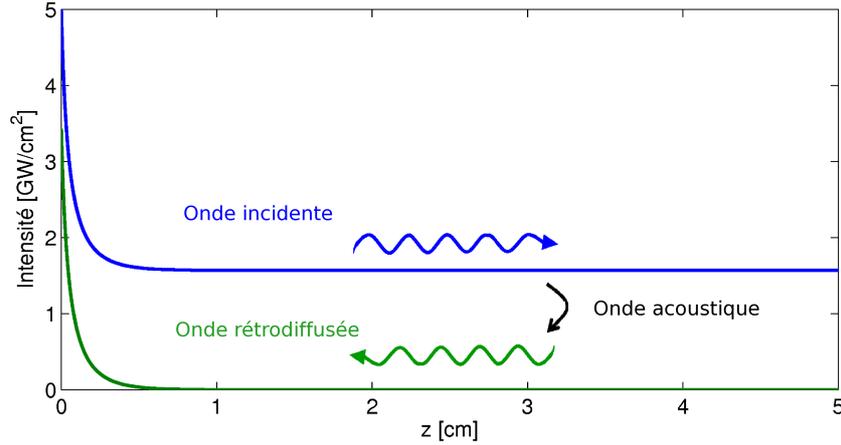


FIGURE 2.8 – Diffusion Brillouin stimulée : Solutions du modèle stationnaire 1D. Intensités des ondes incidente (bleu) et réfléchie (vert) en fonction de la distance de propagation pour  $I_1^S(0) = 5 \text{ GW/cm}^2$  et  $I_2^S(L) = 7 \times 10^{-17} I_1^S(0)$ .

pompe et introduisons les normalisations  $i_S = I_1^S(z)/I_1^S(0)$ ,  $b_S = I_2^S(z)/I_1^S(0)$  et  $b_0 = I_2^S(0)/I_1^S(0)$ . On obtient alors facilement les solutions élémentaires

$$i_S(z) = 1 - b_0 + b_S(z), \quad (2.3.9)$$

$$b_S(z) = b_0(1 - b_0) \frac{e^{-\gamma z}}{1 - b_0 e^{-\gamma z}}, \quad (2.3.10)$$

où  $\gamma = g_0 I_1^S(0)(1 - b_0)$  [49]. On notera qu'à l'inverse, une formulation de l'intensité rétrodiffusée  $b_S(0)$  peut être obtenue en utilisant la loi de conservation

$i_S(z) - b_S(z) = \text{const.}$  Ces équations décrivent la croissance exponentielle de l'onde rétrodiffusée, quand celle-ci se propage de  $z = L$  à  $z = 0$ , alors que l'onde de pompe est amoindrie en proportion égale au cours de sa propagation en sens inverse, comme le montre la figure 2.8. Sur cette figure, l'intensité de l'onde Stokes en  $z = L$  est  $I_2^S(L) = 7 \times 10^{-17} I_1^S(0)$  soit  $b_S(L) = 10^{-16}$ . À l'aide de l'Eq. (2.3.10), on trouve alors  $b_0 = 0.68$  soit  $I_2(0) = 3.4 \text{ GW/cm}^2$ , valeur qui est directement lisible sur le graphe. On retrouve sur ce dernier la conservation de la quantité  $I_1^S - I_2^S$  [Eq. (2.3.6)]. Ce mécanisme clé se manifeste de nouveau en prenant en compte la diffraction, auquel cas c'est la puissance partielle de l'onde laser incidente qui est diminuée au bénéfice de la puissance de l'onde Stokes.

Passons maintenant au modèle générateur SBS. Nous prenons ici en compte le bruit thermique permettant l'amorçage de l'effet Brillouin et considérons que la fonction de bruit peut être approchée par

$$NU_1^* U_2 \simeq \tilde{A} I_1, \quad (2.3.11)$$

où  $\tilde{A}$  est une constante à valeur réelle. Des opérations algébriques élémentaires sur les équations de départ nous donnent donc (avec  $\delta = 0$ )

$$\partial_z I_1^S = -g_0 I_1^S (I_2^S + \tilde{A}), \quad (2.3.12)$$

$$\partial_z I_2^S = -g_0 I_1^S (I_2^S + \tilde{A}). \quad (2.3.13)$$

Des solutions peuvent être rapidement obtenues par application directe de la loi de conservation  $I_1^S(z) - I_2^S(z) = \text{const}$  et la primitive  $\int dx / [x(x + K)] = K^{-1} \ln[x/(x + K)]$ . Nous trouvons alors à l'aide des quantités normalisées définies précédemment :

$$b_S(z) + \bar{A} = \frac{(b_0 + \bar{A})(1 - b_0 - \bar{A})e^{-\lambda'z}}{1 - (b_0 + \bar{A})e^{-\lambda'z}}, \quad (2.3.14)$$

$$i_S(z) = \frac{1 - b_0 - \bar{A}}{1 - (b_0 + \bar{A})e^{-\lambda'z}}, \quad (2.3.15)$$

où  $\lambda' = (1 - b_0 - \bar{A})g_0 I_1^S(0)$  et  $\bar{A} = \tilde{A}/I_1^S(0)$ . Les solutions exprimées avec des intensités physiques sont facilement obtenues en appliquant les changements  $i_S(z) = I_1^S(z)/I_1^S(0)$ ,  $b_S(z) = I_2^S(z)/I_1^S(0)$  et  $b_0 = I_2^S(0)/I_1^S(0)$ . En définissant les mêmes quantités pour  $z = L$  par  $i_L$  et  $b_L$ , respectivement, il est possible d'obtenir une expression équivalente où les  $b_0$  ont été remplacés par  $1 - i_L + b_L$ . Avec  $b_L = 0$ , la déplétion de l'onde de pompe et la croissance de l'onde Stokes par le bruit thermique sont analogues à celles caractérisant la configuration du modèle amplificateur SBS.

### 2.3.3 SBS : Analyse non-stationnaire 1D

L'hypothèse de stationnarité précédente n'est valable que dans la limite  $\Gamma_B \tau_p \gg 1$ , où  $\tau_p$  représente la durée initiale de l'impulsion pompe. Pour des impulsions de quelques nanosecondes ( $\tau_p \approx 2.5$  ns), cette limite n'est plus applicable et SBS se développe en régime transitoire. Le gain SBS 1D est classiquement évalué à partir de la méthode d'intégration de Riemann pour des profils temporels  $U_1(t)$  arbitraires, dans l'hypothèse d'une onde de pompe uniforme [50, 52]. Pour déterminer les solutions du système instationnaire, repartons des trois équations

$$(\partial_z + k' \partial_t) U_1 = -\frac{g_0}{2} Q U_2, \quad (2.3.16)$$

$$(-\partial_z + k' \partial_t) U_2 = \frac{g_0}{2} Q^* U_1, \quad (2.3.17)$$

$$\partial_t Q + \frac{\Gamma_B}{2} Q = \frac{\Gamma_B}{2} U_1 U_2^*, \quad (2.3.18)$$

sur lesquelles nous opérons le changement de variable

$$z' = -z; \quad t' = t + k' z, \quad (2.3.19)$$

ce qui donne

$$\frac{\partial}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z'} + k' \frac{\partial}{\partial t'}; \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'}. \quad (2.3.20)$$

Les équations pour  $U_2$  et  $Q$  deviennent

$$\frac{\partial U_2}{\partial z'} = \frac{g_0}{2} Q^* U_1, \quad (2.3.21)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t'} + \frac{\Gamma_B}{2} Q = \frac{\Gamma_B}{2} U_1 U_2^*. \quad (2.3.22)$$

Nous appliquons l'hypothèse de non-déplétion de la pompe et négligeons la dépendance en  $z'$  de l'enveloppe  $U_1(t')$  supposée non nulle. L'équation pour  $U_2$  peut alors être réécrite

$$\frac{\partial}{\partial z'} \left( \frac{U_2}{U_1(t')} \right) = \frac{g_0}{2} Q^*, \quad (2.3.23)$$

que nous dérivons par rapport au temps pour obtenir

$$\frac{\partial^2}{\partial t' \partial z'} \left( \frac{U_2}{U_1(t')} \right) = \frac{g_0}{2} \frac{\partial Q^*}{\partial t'}. \quad (2.3.24)$$

L'équation pour  $Q$  est insérée, soit

$$\frac{\partial^2}{\partial t' \partial z'} \left( \frac{U_2}{U_1(t')} \right) = -\frac{g_0 \Gamma_B}{4} Q^* + \frac{g_0 \Gamma_B}{4} U_1^* U_2. \quad (2.3.25)$$

On réinjecte alors l'équation pour  $U_2$  :

$$\frac{\partial^2}{\partial t' \partial z'} \left( \frac{U_2}{U_1(t')} \right) + \frac{\Gamma_B}{2} \frac{\partial}{\partial z'} \left( \frac{U_2}{U_1(t')} \right) - \frac{g_0 \Gamma_B}{4} |U_1(t')|^2 \frac{U_2}{U_1(t')} = 0. \quad (2.3.26)$$

En introduisant

$$\frac{U_2}{U_1(t')} = F = U e^{-\frac{\Gamma_B}{2} t'}, \quad (2.3.27)$$

l'équation précédente s'écrit

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t' \partial z'} - \frac{g_0 \Gamma_B}{4} |U_1(t')|^2 U = 0. \quad (2.3.28)$$

Posons maintenant

$$\tau(t') = \int_{-\infty}^{t'} |U_1(t')|^2 dt', \quad (2.3.29)$$

soit  $d\tau/dt' = |U_1(t')|^2$ , de sorte que

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \tau \partial z'} - \frac{g_0 \Gamma_B}{4} U = 0. \quad (2.3.30)$$

Nous allons résoudre cette dernière équation à l'aide de la méthode d'intégration de Riemann [53]. Soient  $U$  et  $V$  deux solutions de l'équation (2.3.30). Nous avons alors la relation

$$\frac{\partial}{\partial z'} \left( V \frac{\partial U}{\partial \tau} \right) - \frac{\partial}{\partial \tau} \left( U \frac{\partial V}{\partial z'} \right) = 0. \quad (2.3.31)$$

Définissons le domaine  $D$  comme sur la figure 2.9 avec les conditions aux limites

$$O(L, -\infty); P(z, -\infty); M(z, t); Q(L, t),$$

et utilisons maintenant la formule de Stokes qui permet de calculer

$$\iint_D \left[ \frac{\partial}{\partial z'} \left( V \frac{\partial U}{\partial \tau} \right) - \frac{\partial}{\partial \tau} \left( U \frac{\partial V}{\partial z'} \right) \right] = \oint_{OPMQ} \left[ U \frac{\partial V}{\partial z'} dz' + V \frac{\partial U}{\partial \tau} d\tau \right] = 0. \quad (2.3.32)$$

Nous décomposons l'intégrale précédente selon les segments du contour

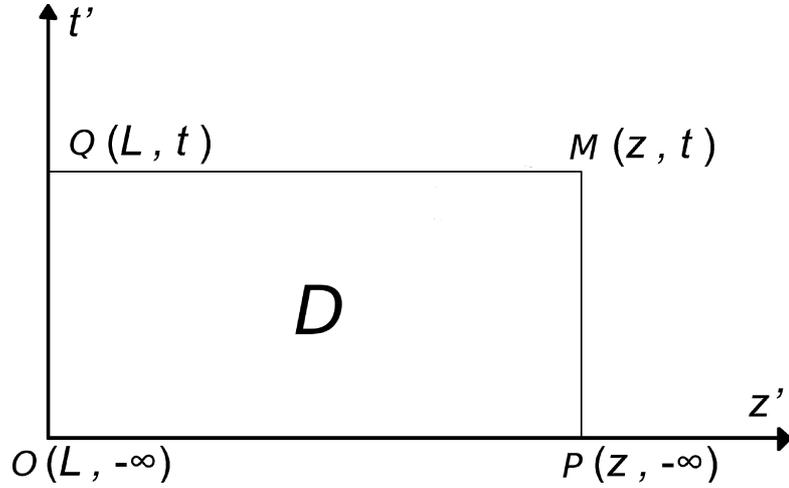


FIGURE 2.9 – Domaine d'intégration D.

OPMQ et intégrons par parties sur  $[PM]$  et  $[QO]$  pour obtenir

$$\begin{aligned} \int_0^P U \frac{\partial V}{\partial z'} dz' + [U(M)V(M) - U(P)V(P)] - \int_P^M U \frac{\partial V}{\partial \tau} d\tau + \int_M^Q U \frac{\partial V}{\partial z'} dz' \\ + [U(O)V(O) - U(Q)V(Q)] - \int_Q^O U \frac{\partial V}{\partial \tau} d\tau = 0. \end{aligned} \quad (2.3.33)$$

Nous cherchons alors la fonction  $V(z', \tau)$  sous la forme  $V(x)$  où  $x = (z - z')(\tau(t) - \tau(t'))$ , de sorte que  $V$  satisfasse

$$x \frac{d^2 V}{dx^2} + \frac{dV}{dx} - \frac{g_0 \Gamma_B}{4} V = 0. \quad (2.3.34)$$

On applique alors le changement de variable  $y = \sqrt{g_0 \Gamma_B x}$  et l'équation (2.3.34) devient

$$y^2 \frac{d^2 V}{dy^2} + y \frac{dV}{dy} - y^2 V = 0. \quad (2.3.35)$$

Cette équation est l'équation différentielle ayant pour solution la fonction de Bessel modifiée de première espèce d'ordre 0 soit  $V(y) = \mathcal{I}_0(y)$ , ce qui donne  $V(z', \tau(t')) = \mathcal{I}_0 \left( \sqrt{g_0 \Gamma_B (z - z')(\tau(t) - \tau(t'))} \right)$  et  $V(z, \tau(t)) = 1$ . Ces résultats sont alors reportés dans l'équation (5.1.2), dans laquelle nous intro-

duisons les conditions aux limites définies précédemment, pour obtenir

$$U(z, t) = U(L, t) + \int_{-\infty}^t U(L, t') \frac{\partial \mathcal{I}_0 \left( \sqrt{g_0 \Gamma_B (z - L) (\tau(t) - \tau(t'))} \right)}{\partial \tau} d\tau. \quad (2.3.36)$$

Rappelons que  $U(t') = \frac{U_2}{U_1(t')} e^{\frac{\Gamma_B}{2} t'}$ , soit

$$U_2(z, t) = U_2(L, t) + \int_{-\infty}^t U_2(L, t') \frac{U_1(t)}{U_1(t')} e^{-\frac{\Gamma_B}{2} (t-t')} \frac{\partial \mathcal{I}_0 \left( \sqrt{g_0 \Gamma_B (z - L) (\tau(t) - \tau(t'))} \right)}{\partial \tau} d\tau. \quad (2.3.37)$$

En utilisant la relation des fonctions de Bessel modifiées,  $\mathcal{I}_1(y) = \frac{d\mathcal{I}_0(y)}{dy}$ , nous obtenons l'expression intégrale de  $U_2$  :

$$U_2(z, t) = U_2(L, t) + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^t dt' U_1(t) U_1^*(t') U_2(L, t') e^{-\frac{\Gamma_B}{2} (t-t')} \frac{X \mathcal{I}_1(X)}{\tau(t) - \tau(t')}, \quad (2.3.38)$$

où  $X = [g_0 \Gamma_B (L - z) (\tau(t) - \tau(t'))]^{1/2}$ ,  $\tau(t) = \int_{-\infty}^t dt' |U_1(t')|^2$  et  $\mathcal{I}_1$  est la fonction de Bessel modifiée d'ordre 1.

Pour une impulsion pompe simple de durée  $\tau_p$ , par exemple carrée et de type onde plane, on reconnaît  $\tau(t) \simeq \tau_p I_1^S$ . Plusieurs régimes peuvent alors être considérés suivant la valeur du gain Brillouin stationnaire  $g_0 I_1^S L$ , la durée de l'impulsion  $\tau_p$  et selon le spectre de l'impulsion pompe et ses variations de phase [50]. À l'exception des impulsions longues à spectre étroit ( $\Gamma_B \tau_p \gg 1$ ) pour lesquelles la gain stationnaire s'applique, nous déterminons ci-dessous l'expression du gain Brillouin en intensité dans différents cas à l'aide de comportements asymptotiques.

#### A Gain faible

##### 1 Impulsions courtes - Fluctuations de phase lentes :

Pour des gains Brillouin faibles, nous exploitons la limite  $I_1(x) \rightarrow x/2$  dans l'équation (2.3.38). L'hypothèse d'impulsion courte nous assure de plus  $e^{-\Gamma_B (t-t')/2} \sim 1$  avec  $\Gamma_B \tau_p \ll 1$ . Nous obtenons donc

$$U_2(z, t) = U_2(L, t) e^{g_0 \Gamma_B I_1^S \tau_p \Delta z / 4}, \quad (2.3.39)$$

où  $\Delta z = L - z$ . Le gain en intensité est donc donné par

$$G = g_0 \Gamma_B I_1^S \tau_p \Delta z / 2, \quad (2.3.40)$$

qui est proche du gain stationnaire, excepté que l'on prend en compte la durée de l'impulsion  $G = G_{SS}\Gamma_B\tau_p/2$ .

## 2 Impulsions longues - Fluctuations de phase rapides :

Supposons un spectre de pompe lorentzien de sorte que

$$\langle U_1(t)U_1^*(t') \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T U_1(\eta + \Delta t)U_1^*(\eta)d\eta, \quad (2.3.41)$$

$$\langle U_1(t)U_1^*(t') \rangle = I_1^S e^{-\Delta\omega|t-t'|}. \quad (2.3.42)$$

L'équation sur  $U_2$  peut alors s'exprimer comme suit

$$U_2(z, t) \simeq U_2(L, t) \times e^{\frac{g_0\Gamma_B I_1^S}{4} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{\Gamma_B}{2}(t-t') - \Delta\omega|t-t'|} dt' \Delta z}, \quad (2.3.43)$$

qui peut être mise sous la forme

$$U_2(z, t) \simeq U_2(L, t) \times e^{g_0 I_1^S \Delta z \frac{\Gamma_B/2}{2(\Gamma_B/2 + \Delta\omega)}} = e^{G_{SS} \frac{\Gamma_B/2}{2(\Gamma_B/2 + \Delta\omega)}}. \quad (2.3.44)$$

Là encore, dans la limite d'une pompe à spectre large  $\Delta\omega \gg \Gamma_B/2$ , le gain Brillouin effectif en intensité  $G \approx G_{SS}\Gamma_B/2\Delta\omega$  est diminué par rapport au gain stationnaire.

## B Gain fort :

### 1 Impulsions courtes - Fluctuations de phase lentes :

Nous considérons maintenant des gains forts tels que la limite  $I_1(x) \rightarrow e^x/\sqrt{2\pi x}$  s'applique dans l'équation (2.3.38). Le gain instationnaire est obtenu par [52]

$$G_T = \ln \frac{|U_2(z, t)|^2}{|U_2(L, t)|^2}, \quad (2.3.45)$$

où l'équation sur  $U_2$  se réduit à l'intégrale suivante approchée :

$$\frac{U_2(z, t)}{U_2(L, t)} \simeq \int_{-\infty}^t e^{-\frac{\Gamma_B}{2}(t-t') + \sqrt{g_0\Gamma_B(L-z)} \int_{t'}^t |U_1(\eta)|^2 d\eta} \times U_1(t)U_1^*(t') dt', \quad (2.3.46)$$

soit

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}G_T &= -\frac{\Gamma_B\tau_p}{2} + \sqrt{g_0\Gamma_B\Delta z \int_{t'}^t |U_1(t')|^2 dt'} \\ &\quad - \frac{1}{2} \ln \left( 2\pi \sqrt{g_0\Gamma_B\Delta z \int_{t'}^t |U_1(t')|^2 dt'} \right). \end{aligned} \quad (2.3.47)$$

Le premier terme est supposé petit et sera ensuite négligé. Nous utilisons de plus l'approximation d'onde de pompe plane  $\int_{t'}^t |U_1(t')|^2 dt' = \tau_p I_1^S$ . Le gain non-stationnaire en intensité est alors principalement déterminé par le premier terme soit

$$G_T = 2\sqrt{g_0 I_1^S \Gamma_B \tau_p (L - z)}, \quad (2.3.48)$$

qui est en accord avec la Réf. [54]. Pour  $\Gamma_B \tau_p \approx 1$ , ce gain est plus faible que le gain stationnaire  $G_{SS}$ , à cause de sa formulation en racine carrée.

## 2 Impulsions longues - Fluctuations de phase rapides :

En première approximation, nous retrouvons le gain stationnaire [52]. Cela est dû au fait que la phase de l'onde Stokes reproduit la phase de l'onde de pompe, ce qui optimise le gain. On peut en effet vérifier que le gain  $G_{SS}$  maximise le terme exponentiel dans l'intégrale (2.3.46). Cependant, une analyse détaillée dans les sections suivantes permettra de mettre en évidence qu'en régime non-stationnaire et de gain fort, des modulations de phase peuvent efficacement abaisser le gain Brillouin.

Nous nous intéressons maintenant au phénomène d'auto-focalisation.

### 2.3.4 Effet Kerr 1D : Le soliton

Lorsqu'un faisceau laser de forte intensité se propage dans un milieu Kerr, il en modifie localement les propriétés électromagnétiques, ce qui, en retour, influence sa propagation. Cette interaction se traduit par la modification du vecteur de polarisation  $\vec{P}$ , à travers sa contribution cubique  $\chi^{(3)}$ . Celle-ci affecte l'indice optique effectif du matériau sous la forme  $n = n_0 + n_2 I$ , où  $I$  désigne l'intensité laser.

Examinons dans un premier temps l'équation pour une seule onde dans le cas d'un milieu Kerr 1D, par exemple une fibre optique pour laquelle la diffraction transverse est négligée tandis que le terme de dispersion de la vitesse de groupe en  $k^{(2)} \partial_t^2$  est conservé. L'équation de propagation résultante est l'équation de *Schrödinger non-linéaire* (NLS)

$$\partial_z U_1 + k' \partial_t U_1 + \frac{ik^{(2)}}{2} \partial_t^2 U_1 = \frac{in_2 \omega_0}{c} |U_1|^2 U_1. \quad (2.3.49)$$

Nous appliquons le changement de variable

$$z \rightarrow \xi = z; \quad t \rightarrow \tau = t - k' z, \quad (2.3.50)$$

soit  $\partial_z = \partial_\xi - k' \partial_\tau$  et  $\partial_t = \partial_\tau$ . L'équation (2.3.49) devient donc

$$i\partial_\xi U_1 - \frac{k^{(2)}}{2} \partial_\tau^2 U_1 + \frac{n_2 \omega_0}{c} |U_1|^2 U_1 = 0, \quad (2.3.51)$$

où nous supposons un régime de dispersion dite anormale,  $k^{(2)} < 0$ , que nous changeons en  $k^{(2)} = -|k^{(2)}|$ . Définissons maintenant les paramètres

$$L_D = \frac{\tau_0^2}{|k^{(2)}|}; \quad T = \frac{\tau}{\tau_0}; \quad Z = \frac{\xi}{L_D}; \quad N^2 = \frac{L_D n_2 \omega_0}{c},$$

où  $L_D$  est la longueur de dispersion et  $T_0$  est la durée de l'impulsion. L'équation (2.3.49) se réduit alors à

$$i\partial_Z U_1 + \frac{1}{2} \partial_T^2 U_1 + N^2 |U_1|^2 U_1 = 0. \quad (2.3.52)$$

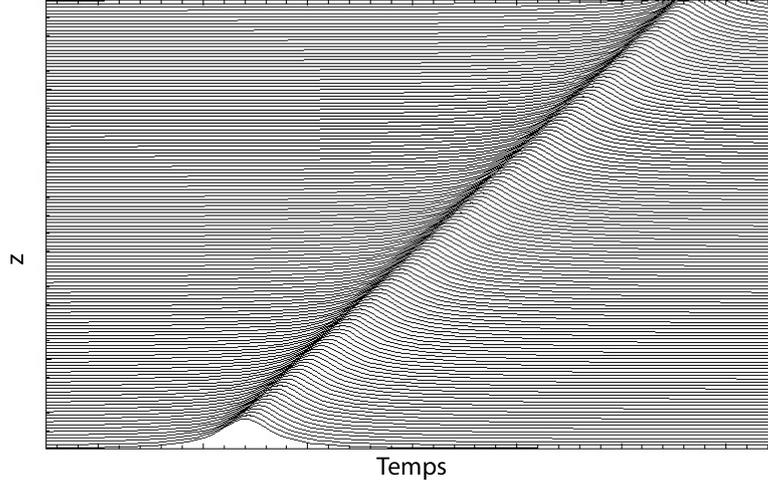
Cette équation a été résolue analytiquement en 1972 par Zakharov et Shabat [55]. Elle possède en particulier une solution pour  $N = 1$  appelée *soliton fondamentale* :

$$U_1(T, Z) = \operatorname{sech}(T) e^{iZ/2}. \quad (2.3.53)$$

Ce soliton correspond à une impulsion temporelle en forme de sécante hyperbolique qui se propage le long de la dimension  $Z$  de manière invariante, en raison de la compensation entre l'effet Kerr et la dispersion. Les solitons sont des solutions d'onde solitaire de type 1D ou (1 + 1)-dimensionnels : ils sont confinés à une dimension (ici  $t$ ) et se propage dans l'autre (ici  $z$ ). Ces solitons sont connus pour être structurellement stables [56]. Un exemple de propagation est montré en figure 2.10 : lors de sa propagation le long de l'axe des  $z$ , le profil temporel de l'impulsion est conservé. Si l'on modifie légèrement son profil ou sa puissance, il va alors s'ajuster pour atteindre sa forme standard avec la puissance adéquate.

Cette stabilité est également soulignée par la collision de deux solitons qui peuvent se traverser et interagir de façon quasi-élastique : leurs profils respectifs demeurent inchangés après interaction, tandis que seule leur phase relative subit un décalage.

A l'inverse, les solutions de type ondes stationnaires ou solitons spatiaux en dimensions (2 + 1) et (3 + 1) sont instables dans un milieu Kerr cubique non-saturé. Une petite perturbation ou un bruit de faible amplitude peut alors engendrer une diffraction ou au contraire un collapse à distance finie.

FIGURE 2.10 – Soliton 1D dans le plan  $(z, t)$ .

### 2.3.5 Auto-focalisation 2D

#### A. Principe

Nous considérons à présent la propagation d'une seule onde dans un milieu Kerr 2D cubique. La dérivation mathématique classique du modèle décrivant le mécanisme d'auto-focalisation s'effectue alors avec un champ électrique  $\vec{E}$  à une seule composante et un vecteur de polarisation  $\vec{P}$  sans électrostriction. La filamentation d'impulsions laser en régime nanoseconde est généralement modélisée à partir de l'équation NLS résultante :

$$(\partial_z + k'\partial_t)U_1 = \frac{i\nabla_{\perp}^2 U_1}{2k_0} + \frac{in_2\omega_0}{c}|U_1|^2 U_1, \quad (2.3.54)$$

dans laquelle nous retrouvons (de gauche à droite) la propagation du champ électrique laser le long de la direction de propagation  $z$ , la dispersion du premier ordre, la diffraction de l'onde laser dans le plan transverse  $(x, y)$  et enfin la réponse Kerr, fonction de l'intensité laser  $I = |U_1|^2$  et de l'indice non-linéaire  $n_2$ . La dispersion d'ordre élevé est négligée. Nous opérons de nouveau le changement de variables (2.3.50) réduisant l'Eq. (2.3.54) à

$$i\partial_z U_1 + \frac{1}{2k_0}\nabla_{\perp}^2 U_1 + f(|U_1|^2) U_1 = 0, \quad (2.3.55)$$

où la nonlinéarité  $f$  est donnée par  $f(|U_1|^2) = (n_2\omega_0/c)|U_1|^2$ . Rappelons que cette équation admet plusieurs invariants : la puissance du faisceau  $P$  et

l'Hamiltonien  $H$  définis par

$$P \equiv \int |U_1|^2 d\vec{r} = P_1, \quad (2.3.56)$$

$$H \equiv \int \left[ \frac{1}{2k_0} |\nabla_{\perp} U_1|^2 - \frac{n_2 \omega_0}{2c} |U_1|^4 \right] d\vec{r}, \quad (2.3.57)$$

où  $\vec{r} = (x, y)$ . Pour démontrer l'invariance de  $P$ , l'équation (2.3.55) est multipliée par  $U_1^*$ . Puis la partie imaginaire du résultat

$$\partial_z |U_1|^2 = -\frac{1}{k_0} \nabla_{\perp} \text{Im} (U_1^* \nabla_{\perp} U_1), \quad (2.3.58)$$

est intégrée en espace pour des solutions ainsi que leurs dérivées nulles à l'infini, ce qui conduit à

$$d_z \int |U_1|^2 d\vec{r} = d_z P = 0, \text{ soit } P = \int |U_1|^2 = \text{const}, \quad (2.3.59)$$

et donc  $P(z) = P(0)$ .

L'invariance de l'Hamiltonien est obtenue en multipliant (2.3.55) par  $\partial_z U_1^*$  et en intégrant en espace la partie réelle du résultat

$$\frac{1}{k_0} \text{Re} (\partial_z U_1^* \nabla_{\perp}^2 U_1) + f(|U_1|^2) \partial_z |U_1|^2 = 0. \quad (2.3.60)$$

Pour cela, nous définissons la fonction  $F$  telle que  $F(|U_1|^2) = \int_0^{|U_1|^2} f(s) ds$  de sorte que  $d_z F(|U_1|^2) = f(|U_1|^2) d_z |U_1|^2$ , ce qui permet d'obtenir

$$d_z \left[ \int \frac{1}{2k_0} |\nabla_{\perp} U_1|^2 d\vec{r} - \int F(|U_1|^2) d\vec{r} \right] = 0, \quad (2.3.61)$$

soit

$$H = \int \left[ \frac{1}{2k_0} |\nabla_{\perp} U_1|^2 - F(|U_1|^2) \right] d\vec{r} = \text{const}. \quad (2.3.62)$$

Après avoir démontré l'existence de ces deux invariants, nous cherchons une relation reliant ces derniers au rayon carré moyen de la solution

$$\langle r^2 \rangle \equiv \int r^2 |U_1|^2 d\vec{r} / P, \quad (2.3.63)$$

où  $r \equiv \sqrt{x^2 + y^2}$ . Une première relation nécessite de multiplier l'équation (2.3.55) par  $r^2 U_1^*$  et d'intégrer la partie imaginaire du résultat pour obtenir

$$\int r^2 \partial_z |U_1|^2 d\vec{r} + \frac{1}{k_0} \text{Im} \int r^2 (U_1^* \nabla_{\perp}^2 U_1) d\vec{r} = 0. \quad (2.3.64)$$

Pour évaluer le second terme, une intégration par parties donne alors

$$\text{Im} \int r^2 (U_1^* \nabla_{\perp}^2 U_1) d\vec{r} = -2 \text{Im} \int_0^{\infty} r U_1^* \partial_r U_1 2\pi r dr - \text{Im} \int_0^{\infty} r^2 |\partial_r U_1|^2 2\pi r dr, \quad (2.3.65)$$

où le second terme est nul et donc

$$d_z \int r^2 |U_1|^2 d\vec{r} = \frac{2}{k_0} \text{Im} \int \vec{r} \left( U_1^* \vec{\nabla}_{\perp} U_1 \right) d\vec{r}. \quad (2.3.66)$$

La dérivée en  $z$  du membre de droite est alors traitée en multipliant l'équation (2.3.55) par  $\vec{r} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} U_1^*$  et en intégrant en espace la partie réelle du résultat, soit

$$\underbrace{i(\vec{r} \nabla_{\perp} U_1^* \partial_z U_1 - \vec{r} \nabla_{\perp} U_1 \partial_z U_1^*)}_{(1)} + \frac{1}{2k_0} \underbrace{(\vec{r} \nabla_{\perp} U_1^* \nabla_{\perp}^2 U_1 + \vec{r} \nabla_{\perp} U_1 \nabla_{\perp}^2 U_1^*)}_{(2)} + \underbrace{(\vec{r} \nabla_{\perp} U_1^* f(|U_1|^2) U_1 + \vec{r} \nabla_{\perp} U_1 f(|U_1|^2) U_1^*)}_{(3)} = 0. \quad (2.3.67)$$

Le troisième terme (3) de l'équation précédente est intégré par parties :

$$\int (3) d\vec{r} = -2 \int F(|U_1|^2) d\vec{r}. \quad (2.3.68)$$

Le premier terme de (2) est à son tour intégré par parties pour donner

$$\int \vec{r} \nabla_{\perp} U_1^* \nabla_{\perp}^2 U_1 d\vec{r} = - \int |\nabla_{\perp} U_1|^2 d\vec{r} - \int_0^{\infty} r^2 \partial_r^2 U_1^* \partial_r U_1 2\pi dr. \quad (2.3.69)$$

En utilisant  $\partial_r^2 U_1^* = \nabla_{\perp}^2 U_1^* - (1/r) \partial_r U_1^*$ , nous obtenons

$$\int (2) d\vec{r} = 0. \quad (2.3.70)$$

Le premier terme (1) de l'équation (2.3.67) est intégré en utilisant (2.3.55) :

$$\int (1) d\vec{r} = 2 \int F(|U_1|^2) d\vec{r}. \quad (2.3.71)$$

Ainsi

$$d_z \text{Im} \int \vec{r} \nabla_{\perp} U_1^* U_1 d\vec{r} = \frac{1}{k_0} \int |\nabla_{\perp} U_1|^2 d\vec{r} + 2 \int [F(|U_1|^2) - f(|U_1|^2)|U_1|^2] d\vec{r}. \quad (2.3.72)$$

En combinant le complexe conjugué de l'équation précédente avec la dérivée en  $z$  de (2.3.66), nous obtenons la relation fondamentale

$$P d_z^2 \langle r^2 \rangle = \frac{4}{k_0} H + \frac{4}{k_0} B, \quad (2.3.73)$$

où  $B \equiv \int [2F(|U_1|^2) - f(|U_1|^2)|U_1|^2] d\vec{r}$ . Comme nous considérons une nonlinéarité Kerr en  $|U_1|^2$ , on en déduit  $F(u) = f(u)u/2$ , soit  $B = 0$ . L'identité (2.3.73) peut alors être intégrée deux fois en  $z$  pour obtenir la majoration

$$P \langle r^2 \rangle \leq \frac{2}{k_0} H z^2 + d_z \langle r^2 \rangle|_{z=0} z + \langle r^2 \rangle|_{z=0}. \quad (2.3.74)$$

Si  $H < 0$  et si  $F(u) \leq f(u)u/2$ , alors le produit  $P \langle r^2 \rangle$  tend vers zéro et la solution  $U_1$  de l'équation (2.3.55) diverge en amplitude (ou "collapse") à une distance finie  $z = z_c < +\infty$ . Cette démonstration est celle dite du *Théorème du Viriel* pour l'équation NLS 2D [56, 57].

Nous établissons maintenant une inégalité sur  $P$  utile à la suite du raisonnement :

$$P = \int |U_1|^2 d\vec{r} = -\text{Re} \int \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} |U_1|^2 d\vec{r} \quad (2.3.75)$$

qui peut être majorée en appliquant l'inégalité de Cauchy-Schwarz par

$$P \leq \left( \int r^2 |U_1|^2 d\vec{r} \right)^{1/2} \left( \int |\nabla_{\perp} U_1|^2 d\vec{r} \right)^{1/2}, \quad (2.3.76)$$

soit

$$P \leq \langle r^2 \rangle \int |\nabla_{\perp} U_1|^2 d\vec{r}. \quad (2.3.77)$$

Dans cette inégalité,  $P > 0$  et en cas d'explosion, on a  $\langle r^2 \rangle \rightarrow 0$  lorsque  $z \rightarrow z_c$  où  $z_c$  est la distance de collapse, ce qui implique que la norme du gradient  $\int |\nabla_{\perp} U_1|^2 d\vec{r}$  diverge. Cette propriété montre que la solution  $U_1(z)$  cesse d'exister à une distance finie, si elle est définie au préalable comme existant dans un espace de Sobolev approprié [53, 57]. De plus, l'Hamiltonien (2.3.57) avec  $\int F(|U_1|^2) d\vec{r} = (n_2 \omega_0 / 2c) |U_1|^2$  étant fini et constant, la divergence établie précédemment fait exploser la norme  $\int |U_1|^4 d\vec{r}$ . Nous appliquons ensuite le théorème de la valeur moyenne pour obtenir une inégalité sur cette norme

$$\int |U_1|^4 d\vec{r} \leq \max_r |U_1|^2 \times \int |U_1|^2 d\vec{r}. \quad (2.3.78)$$

Etant donné que  $\int |U_1|^4 d\vec{r} \rightarrow +\infty$  et  $\int |U_1|^2 d\vec{r} = P$  est constante, l'explosion du maximum de l'intensité  $|U_1|^2$  suit immédiatement. Mathématiquement, on montre que cette explosion survient avant que le rayon carré moyen ne s'annule totalement [56]. Par ailleurs, l'inégalité de Sobolev [56, 58]

$$\int |U_1|^4 d\vec{r} \leq C \int |\nabla_{\perp} U_1|^2 d\vec{r} \times \int |U_1|^2 d\vec{r}, \quad (2.3.79)$$

permet de minorer l'Hamiltonien :

$$H \geq \int \frac{1}{2k_0} |\nabla_{\perp} U_1|^2 d\vec{r} - \frac{\tilde{C}}{2} \int |\nabla_{\perp} U_1|^2 d\vec{r} \int |U_1|^2 d\vec{r}, \quad (2.3.80)$$

soit

$$H \geq \int \frac{1}{2k_0} |\nabla_{\perp} U_1|^2 d\vec{r} \left( 1 - \frac{\tilde{C}}{2} P \right), \quad (2.3.81)$$

avec  $\tilde{C} = C n_2 \omega_0 k_0 / c$ . Pour avoir effectivement un collapse, c'est-à-dire  $\int |\nabla_{\perp} U_1|^2 d\vec{r} \rightarrow +\infty$  à distance finie, il est donc nécessaire de garantir  $P \geq 2/\tilde{C}$ . Dans le cadre de l'équation NLS normalisée, c'est-à-dire où les constantes physiques  $1/2k_0$  et  $n_2 \omega_0 / c$  sont réduites à l'unité par un simple changement de variables, il a été démontré [59, 60] que la meilleure constante pour l'inégalité (2.3.79) est  $C_{\text{opt}} = 2/P_C$  où  $P_C = \int \phi^2 d\vec{r} = 11.68$ . Ici  $\phi$ , définie à partir de  $U_1 = \phi e^{iz}$ , est la solution à symétrie radiale de plus petite norme  $L^2$ , appelée mode de Townes, de l'équation  $-\phi + \nabla_{\perp}^2 \phi + \phi^3 = 0$ .  $P_C$  est donc la puissance minimale que  $U_1$  doit contenir à  $z = 0$  pour qu'il puisse y avoir explosion à distance finie. Ces estimations théoriques sur l'équation NLS justifient l'existence d'une puissance critique au-delà de laquelle le faisceau peut s'auto-focaliser sous l'influence de la nonlinéarité Kerr. En unités physiques dimensionnées, cette puissance, appelée *puissance critique d'auto-focalisation*, prend la valeur

$$P_{\text{cr}} = \frac{3.72 \lambda_0^2}{8\pi n_0 n_2}, \quad (2.3.82)$$

où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde de l'impulsion laser et  $n_2$  le coefficient Kerr du milieu supposé toujours positif.

## B. Auto-focalisation simple et filamentation multiple

Pour des puissances supérieures à  $P_{\text{cr}}$ , le matériau se comporte comme une lentille convergente, forçant le faisceau à se concentrer autour d'un ou plusieurs points dans son plan de diffraction. Selon le nombre de filaments

formés, on parle de *filamentation simple* ou *multiple*. L'intensité de ces filaments peut alors atteindre des valeurs très élevées, conduisant éventuellement à l'endommagement du matériau. La figure 2.11 décrit schématiquement le phénomène d'auto-focalisation optique pour une impulsion gaussienne.

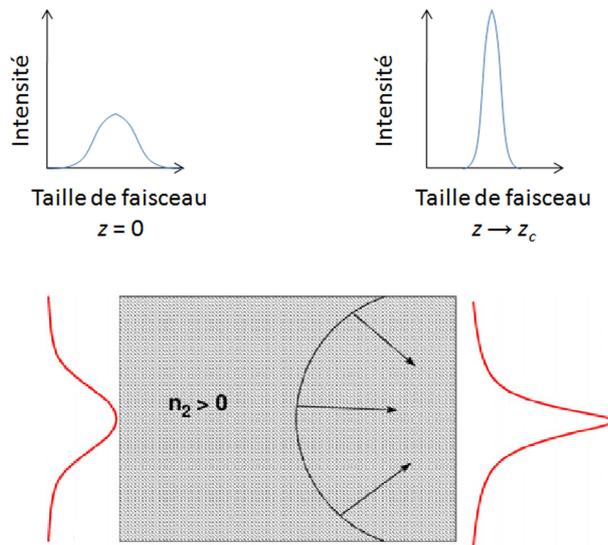


FIGURE 2.11 – Principe de l'auto-focalisation pour un faisceau incident se propageant dans un milieu Kerr d'indice non-linéaire  $n_2 > 0$ .

Une fois la dynamique de collapse amorcée, la solution s'auto-focalise près de la distance  $z_c$  sur l'axe optique. Dans les années 70, les travaux de Marburger [61] ont permis de prédire qu'une impulsion laser gaussienne définie à  $z = 0$  par la fonction

$$U_1(x, y, z = 0) = \sqrt{\frac{2P_1}{\pi w_0^2}} e^{-\frac{x^2+y^2}{w_0^2}}, \quad (2.3.83)$$

devait s'auto-focaliser pour des puissances suffisamment élevées à la distance

$$z_c \simeq L_M = \frac{0.092L_{\text{diff}}}{[(\sqrt{P_1/P_{\text{cr}}} - 0.852)^2 - 0.0219]^{1/2}}. \quad (2.3.84)$$

Dans l'expression (2.3.83),  $w_0$  est le rayon à  $1/e^2$  de l'intensité laser et  $P_1$  désigne la puissance crête de l'impulsion. Cette prédiction est confirmée sur la figure 2.12. La puissance étant constante en fonction de  $z$ , la compression

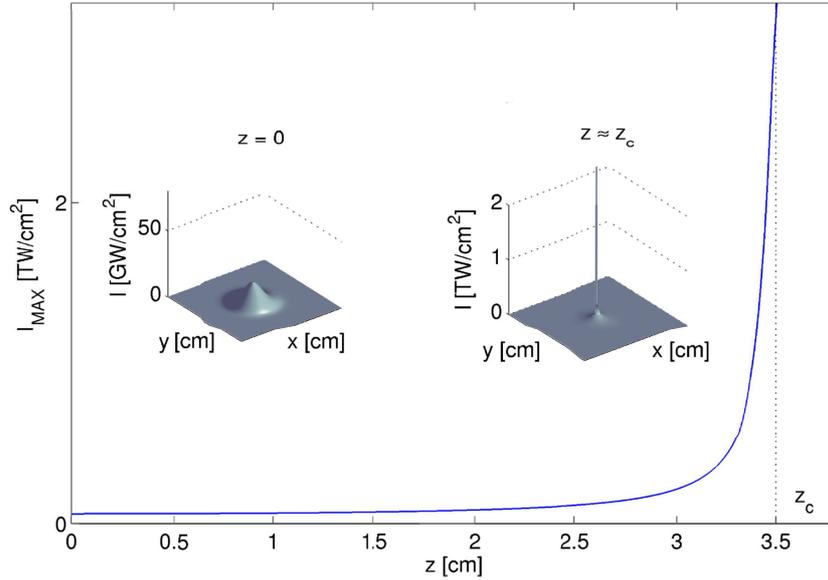


FIGURE 2.12 – Filamentation simple pour un faisceau gaussien non perturbé ( $P_1 = 16P_{cr}$ ) à la distance proche de celle de Marburger  $z_c \approx L_M \approx 3.4$  cm (droite verticale en pointillés). On notera le changement d'échelle des intensités lorsque l'onde s'auto-focalise.

spatiale de l'impulsion implique une augmentation de son intensité en vertu de la relation

$$I_1(z) = \frac{2P_1}{\pi w(z)^2}, \quad (2.3.85)$$

où  $w(z) \sim \sqrt{\langle r^2 \rangle}$  désigne le rayon caractéristique de l'onde à  $z > 0$ . La distance de collapse estimée à partir de cette figure est  $z_c = 3.5$  cm. Si nous appliquons maintenant la formule de Marburger [Eq. (2.3.84)] avec  $P_1 = 16P_{cr}$ , nous obtenons  $L_M = 3.4$  cm dans les mêmes conditions. Les profils d'intensité en  $z = 0$  (gauche) et  $z \approx z_c$  (droite) traduisent également l'auto-focalisation optique : l'impulsion de départ est spatialement étendue et d'intensité de l'ordre de la dizaine de  $\text{GW}/\text{cm}^2$  alors qu'à l'approche du point d'auto-focalisation, nous observons l'émergence d'un pic très localisé spatialement et d'intensité de quelques  $\text{TW}/\text{cm}^2$ , soit plusieurs centaines de fois supérieure à celle de l'impulsion de départ.

Pour des puissances incidentes très élevées et en présence d'un bruit aléatoire, le faisceau pompe peut se casser en cellules de petite taille amorcées par des instabilités modulationnelles [62]. Ces cellules croissent le long de l'axe des  $z$  pour former des *filaments multiples*. Comme le montrent les profils d'intensité de la Fig. 2.13 et la courbe d'intensité maximale associée, le

collapse du faisceau apparaît alors à une distance plus courte donnée par l'évaluation [63, 64]

$$z_c^{\text{MF}} \approx \lambda_0 / 2\pi n_2 I_1(0), \quad (2.3.86)$$

où  $I_1(0) = 2P_1/\pi w_0^2$ . Sur cette figure, la courbe d'intensité maximale en fonc-

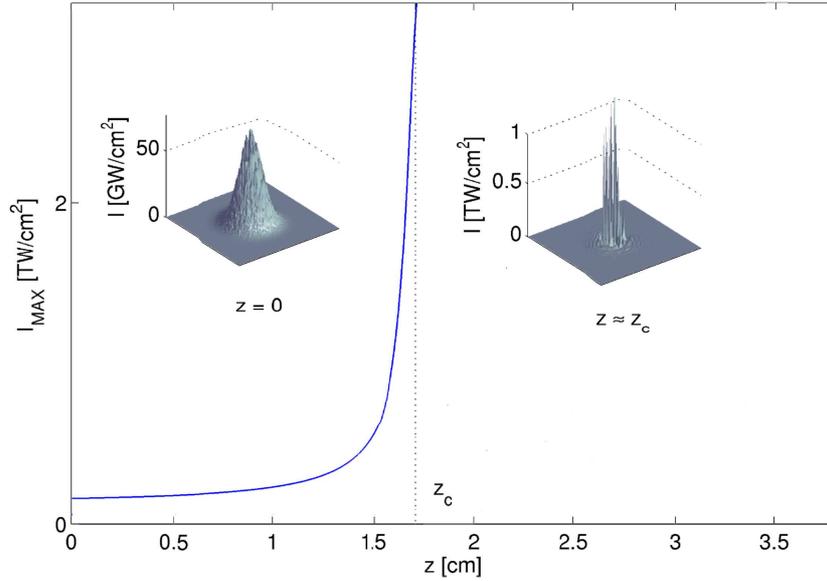


FIGURE 2.13 – Filamentation multiple d'une impulsion gaussienne perturbée par un bruit aléatoire de 20% en amplitude ( $P_1 = 40P_{\text{cr}}$ ). On notera le changement d'échelle des intensités lorsque l'onde s'auto-focalise. Le faisceau multi-filamenté collapse plus tôt ( $z_c \approx L_{SF} \approx 1.7$  cm) que la prédiction de Marburger ( $L_M \approx 2$  cm).

tion de la distance de propagation nous permet d'évaluer la distance d'auto-focalisation à  $z_c \approx 1.7$  cm, qui est en très bon accord avec l'estimation fournie par l'équation (2.3.86) donnant  $L_{SF} = 1.7$  cm. La prédiction de Marburger pour une impulsion gaussienne de même puissance [ $P_1 = 40P_{\text{cr}}$ ] est  $L_M = 2$  cm, qui est supérieur à la valeur effectivement relevée. Ce raccourcissement de la distance de collapse caractérise le phénomène de filamentation multiple.

### C. Instabilités modulationnelles

Dans le cas d'une filamentation multiple, la distance de collapse dépend de l'inverse de la puissance laser initiale  $z_c \sim 1/P_1$  [63, 64]. Le régime de filamentation, simple ou multiple, dépend également de la forme initiale du faisceau [65]. Pour des profils supergaussiens d'ordre élevé par exemple, la filamentation multiple apparaît préférentiellement sur les bords de l'impulsion, alors que des faisceaux gaussiens avec des puissances crêtes suffisamment

fortes subissent une filamentation multiple en leur centre.

Evaluons donc le taux de croissance de perturbations agissant sur l'onde de pompe. Pour plus de simplicité, nous limiterons notre analyse à des perturbations statiques croissant le long de l'axe  $Oz$  uniquement. Pour cela, nous repartons de l'équation (2.3.55)

$$\partial_z U_1 = \frac{i\nabla_{\perp}^2 U_1}{2k_0} + \frac{in_2\omega_0}{c}|U_1|^2 U_1. \quad (2.3.87)$$

La solution en onde plane telle que  $\nabla_{\perp}^2 U_1 = 0$  est  $U_1(z) = A_1 e^{\frac{in_2\omega_0}{c}|A_1|^2 z}$  où  $A_1$  est une constante réelle. Nous introduisons ensuite la solution perturbée

$$U_1(z) = A_1 e^{\frac{in_2\omega_0}{c}|A_1|^2 z} [1 + \epsilon(u + iv)], \quad (2.3.88)$$

où  $\epsilon \ll 1$ ,  $u$  et  $v$  sont des fonctions réelles supposées osciller en  $\cos(\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{r}_{\perp})$  avec le nombre d'onde transverse  $k_{\perp}$ . On a donc  $(\nabla_{\perp}^2 + k_{\perp}^2)(u, v) = 0$ , ce qui nous amène à l'équation linéarisée :

$$\frac{in_2\omega_0}{c}|A_1|^2 + (\partial_z u + i\partial_z v) = -\frac{ik_{\perp}^2}{2k_0}(u + iv) + (2u + iv)|A_1|^2 \frac{in_2\omega_0}{c}. \quad (2.3.89)$$

En séparant parties réelle et imaginaire, nous obtenons le système

$$\partial_z u = \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} v, \quad (2.3.90)$$

$$\partial_z v = \left[ \frac{2n_2\omega_0}{c}|A_1|^2 - \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \right] u. \quad (2.3.91)$$

Nous pouvons combiner les deux équations ci-dessus pour obtenir

$$\partial_z^2 v = \gamma^2 v, \quad (2.3.92)$$

où

$$\gamma = \sqrt{\frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \left[ \frac{2n_2\omega_0}{c}|A_1|^2 - \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \right]}^{1/2} \quad (2.3.93)$$

désigne le taux de croissance des perturbations. Les instabilités modulationnelles ont alors lieu pour tout nombre transverse appartenant au domaine

$$0 < \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} < \frac{2n_2\omega_0}{c}|A_1|^2, \quad (2.3.94)$$

et le taux de croissance maximal  $\gamma_1 \equiv \gamma_{\max} = (n_2\omega_0/c)|A_1|^2$  correspond au nombre d'onde optimal  $k_{\perp}^{\max} = \sqrt{2k_0(n_2\omega_0/c)}|A_1|$ .

## 2.3.6 Auto-focalisation 2D de deux ondes couplées

### A. Seuils d'auto-focalisation

Nous supposons maintenant la présence d'une deuxième onde à l'intérieur du milieu tout en continuant de négliger l'effet Brillouin. Pour cela, nous utilisons les deux premières équations du système (2.2.77) et (2.2.78) dans lesquelles nous supposons  $g_0 \rightarrow 0$  ainsi que la limite de stationnarité  $k' \partial_t \rightarrow 0$ . Puis, nous appliquons le principe de stationnarité sur les enveloppes optiques :

$$\partial_z U_1 = \frac{i \nabla_{\perp}^2 U_1}{2k_0} + \frac{i n_2 \omega_0}{c} (|U_1|^2 + 2|U_2|^2) U_1, \quad (2.3.95)$$

$$-\partial_z U_2 = \frac{i \nabla_{\perp}^2 U_2}{2k_0} + \frac{i n_2 \omega_0}{c} (|U_2|^2 + 2|U_1|^2) U_2. \quad (2.3.96)$$

Nous déterminons dans un premier temps la relation entre les puissances des ondes pompe et Stokes. En appliquant le traitement de la sous-section précédente, la constante du mouvement

$$P_1(z) - P_2(z) = P_1(0) - P_2(0) \quad (2.3.97)$$

indique l'équilibre entre déplétion de la puissance de l'onde de pompe et la croissance de celle de l'onde Stokes. Nous évaluons alors le comportement des intégrales  $\int r^2 I_i d\vec{r}$ , en effectuant les opérations  $\times r^2 U_i^*$  et  $\times \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} U_i^*$  sur ces équations, dont on combine les parties réelles et imaginaires. Ces intégrales décrivent les rayons carrés des ondes laser et Stokes :

$$d_z^2 \int r^2 I_1 d\vec{r} = \frac{2}{k_0^2} \int |\nabla_{\perp} U_1|^2 d\vec{r} - \frac{2\omega_0 n_2}{ck_0} \int I_1^2 d\vec{r} + \frac{4\omega_0 n_2}{ck_0} \int I_1 \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} I_2 d\vec{r}, \quad (2.3.98)$$

$$d_z^2 \int r^2 I_2 d\vec{r} = \frac{2}{k_0^2} \int |\nabla_{\perp} U_2|^2 d\vec{r} - \frac{2\omega_0 n_2}{ck_0} \int I_2^2 d\vec{r} + \frac{4\omega_0 n_2}{ck_0} \int I_2 \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} I_1 d\vec{r}. \quad (2.3.99)$$

Leur somme évolue alors le long de l'axe des  $z$  comme

$$d_z^2 \int r^2 (I_1 + I_2) d\vec{r} = \frac{4H_{SF}}{k_0}, \quad (2.3.100)$$

où

$$H_{SF} \equiv \frac{1}{2k_0} \sum_{i=1,2} \int |\nabla_{\perp} U_i|^2 d\vec{r} - \frac{n_2 \omega_0}{2c} \sum_{i=1,2} \int I_i^2 d\vec{r} - \frac{n_2 \omega_0}{c} \int 2I_1 I_2 d\vec{r} \quad (2.3.101)$$

définit l'Hamiltonien du système. Cet invariant inclut les normes  $L^2$  des gradients, qui divergent à distance finie dans le cas d'un collapse NLS classique. Une condition suffisante de collapse est alors donnée par  $H_{SF} < 0$  (les effets Kerr non-linéaires dominant continuellement sur la diffraction transverse). Avec les inégalités de Schwarz et Sobolev [66], on peut borner cet Hamiltonien. On utilise le fait que  $2 \int I_1 I_2 d\vec{r} \leq \int I_1^2 d\vec{r} + \int I_2^2 d\vec{r}$  et que  $\int I_i^2 \leq (2P_i/P_C) \int |\nabla_{\perp} U_i|^2 P_i d\vec{r}$ , où  $2n_2\omega_0/cP_C = 1/P_{cr}$ , pour obtenir

$$H_{SF} \geq \frac{1}{2k_0} \int |\nabla_{\perp} U_1|^2 d\vec{r} \left( 1 - \frac{P_1}{P_{cr}} - \frac{2P_2}{P_{cr}} \right) + \frac{1}{2k_0} \int |\nabla_{\perp} U_2|^2 d\vec{r} \left( 1 - \frac{P_2}{P_{cr}} - \frac{2P_1}{P_{cr}} \right). \quad (2.3.102)$$

Ici,  $P_i \equiv \int I_i d\vec{r}$  désigne la puissance respective de chaque onde optique ( $i = 1, 2$ ) et  $P_{cr}$  est la puissance critique d'auto-focalisation [cf. Eq. (2.3.82)]. Définissons le coefficient de réflexion en puissance de l'onde Stokes  $R \equiv P_2/P_1$ . Deux conditions requises pour l'auto-focalisation s'écrivent donc

$$P_1 + 2P_2 \geq P_{cr}, \\ P_2 + 2P_1 \geq P_{cr}.$$

En supposant  $R \leq 1$ , une condition nécessaire à l'auto-focalisation totale de l'onde de pompe, compatible avec une divergence à distance finie de la norme de son gradient, est donc

$$P_1(0) \geq \frac{P_{cr}}{1 + 2R}. \quad (2.3.103)$$

Il apparaît donc que la présence d'une deuxième onde dans le milieu modifie la condition d'auto-focalisation de l'onde de pompe en diminuant la puissance critique effective. Cet abaissement du seuil en puissance de l'auto-focalisation est dû à la modulation de phase croisée ( $n_2 I_i U_j$  avec  $i \neq j$ ).

Dans la limite où  $P_2(0)$  tend vers 0, on retrouve le seuil d'auto-focalisation pour une seule onde. Pour des impulsions initialement gaussiennes, la distance de collapse peut alors être estimée par la formule de Marburger [61].

## B. Instabilités modulationnelles

Nous reprenons maintenant le raisonnement sur le taux de croissance des perturbations dans le cas de deux ondes se propageant dans des directions opposées. Pour cela, nous repartons du système stationnaire (2.3.95) et

(2.3.96). Les solutions stationnaires  $U_i^S$  satisfaisant les conditions  $\partial_t U_i^S = 0$  et  $\nabla_{\perp}^2 U_i^S = 0$  pour des ondes planes sont données par

$$U_i^S = \phi_i e^{i\lambda_i z}, \quad (2.3.104)$$

où  $\lambda_i = (n_2 \omega_0 / c)(I_i^S + 2I_j^S)$  et  $I_i^S = |U_i^S|^2$  ( $i, j = 1, 2; i \neq j$ ). Nous cherchons ensuite des solutions perturbées sous la forme

$$U_i(z, t, \vec{r}_{\perp}) = \phi_i e^{i\lambda_i z} [1 + \epsilon(u_i + iv_i)], \quad (2.3.105)$$

où  $\phi_i$  est choisi réel sans perte de généralité,  $u_i$  et  $v_i$  sont des fonctions réelles et  $\epsilon \ll 1$ . Après linéarisation, les équations gouvernant les perturbations sont séparées entre parties réelle et imaginaire pour obtenir le système suivant

$$\partial_z u_1 = \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} v_1, \quad (2.3.106)$$

$$\partial_z v_1 = \left( -\frac{k_{\perp}^2}{2k_0} + \frac{2n_2 \omega_0}{c} |\phi_1|^2 \right) u_1 + \frac{4n_2 \omega_0}{c} |\phi_1|^2 u_2, \quad (2.3.107)$$

$$-\partial_z u_2 = \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} v_2, \quad (2.3.108)$$

$$-\partial_z v_2 = \left( -\frac{k_{\perp}^2}{2k_0} + \frac{2n_2 \omega_0}{c} |\phi_2|^2 \right) u_2 + \frac{4n_2 \omega_0}{c} |\phi_2|^2 u_1. \quad (2.3.109)$$

Le problème spectral associé aux perturbations peut alors être écrit sous forme matricielle

$$d_z^2 \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}, \quad (2.3.110)$$

avec

$$M_{11} = \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \left( \frac{2n_2 \omega_0}{c} I_{1,S} - \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \right); \quad M_{12} = \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \left( \frac{4n_2 \omega_0}{c} \right) I_{2,S},$$

$$M_{21} = \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \left( \frac{4n_2 \omega_0}{c} \right) I_{1,S}; \quad M_{22} = \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \left( \frac{2n_2 \omega_0}{c} I_{2,S} - \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \right).$$

Les valeurs propres  $\Lambda$  de l'équation (2.3.110) sont données par

$$0 = \Lambda^2 - 2\Lambda \left[ \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \left( \frac{n_2 \omega_0}{c} (I_1^S + I_2^S) - \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \right) \right]$$

$$+ \left( \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \right)^2 \left[ \frac{2n_2 \omega_0}{c} I_1^S - \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \right] \left[ \frac{2n_2 \omega_0}{c} I_2^S - \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \right] - \left( \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \right)^2 \left( \frac{4n_2 \omega_0}{c} \right)^2 I_1^S I_2^S, \quad (2.3.111)$$

ce qui détermine le taux de croissance exponentiel des modes perturbatifs

$$\Lambda_{\pm} = \gamma_{\pm}^2 = \frac{k_{\pm}^2}{2k_0} \left[ 2\Delta_{\pm} - \frac{k_{\pm}^2}{2k_0} \right], \quad (2.3.112)$$

où

$$2\Delta_{\pm} = \frac{n_2\omega_0}{c}(I_1^S + I_2^S) \pm \left[ \left( \frac{n_2\omega_0}{c} \right)^2 (I_1^S - I_2^S)^2 + 2 \left( \frac{2n_2\omega_0}{c} \sqrt{I_1^S I_2^S} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (2.3.113)$$

Les instabilités apparaissent donc dans le domaine des nombres d'onde transverses

$$0 < \frac{k_{\pm}^2}{2k_0} < 2\Delta_{\pm}, \quad (2.3.114)$$

et le taux de croissance maximal  $\Delta_{+}$  est obtenu pour  $k_{\pm}^{\max} = \sqrt{2k_0\Delta_{+}}$ . Nous rappelons que  $\gamma_1 = (n_2\omega_0/c)I_1^S$  et définissons  $R_S = I_2^S/I_1^S$  comme étant le coefficient de réflexion stationnaire en intensité. Le taux de croissance maximal des perturbations pour des ondes se propageant dans des directions opposées peut être réexprimé sous la forme

$$\gamma_{\max} = \frac{\gamma_1}{2} \left[ (1 + R_S) + \sqrt{(1 - R_S)^2 + 16R_S} \right]. \quad (2.3.115)$$

Lorsque les deux ondes sont d'intensité comparable,  $\gamma_{\max}$  peut atteindre des valeurs trois fois supérieures au cas d'une onde unique. La présence d'une deuxième onde en contre-propagation induit donc une augmentation significative des instabilités modulationnelles, comme le montre la figure 2.14.

Initialement appliquée à un milieu infini, l'analyse précédente peut être revisitée pour un échantillon d'épaisseur finie  $L$  impliquant des conditions aux limites spécifiques. A cette fin, nous reprenons les équations (2.3.106) - (2.3.109) dans lesquelles nous supposons que  $u_1$  et  $u_2$  sont des sommes des solutions fondamentales  $\sim e^{\pm ik_{\pm}z}$  où  $k_{\pm}^2 = -\gamma_{\pm}^2$ , soit

$$u_1 = Ae^{ik_{+}z} + Be^{-ik_{+}z} + Ce^{ik_{-}z} + De^{-ik_{-}z}. \quad (2.3.116)$$

Nous définissons les conditions initiales  $u_1(0) = v_1(0) = u_2(L) = v_2(L) = 0$ , ce qui nous permet, à l'aide des équations (2.3.106)-(2.3.109), d'obtenir le système de Cramer

$$\begin{aligned} A + B + C + D &= 0, \\ k_{+}A - k_{+}B + k_{-}C - k_{-}D &= 0, \\ \alpha_{+}e^{ik_{+}L}A + \alpha_{+}e^{-ik_{+}L}B + \alpha_{-}e^{ik_{-}L}C + \alpha_{-}e^{-ik_{-}L}D &= 0, \\ \alpha_{+}k_{+}e^{ik_{+}L}A - \alpha_{+}k_{+}e^{-ik_{+}L}B + \alpha_{-}k_{-}e^{ik_{-}L}C - \alpha_{-}k_{-}e^{-ik_{-}L}D &= 0, \end{aligned}$$

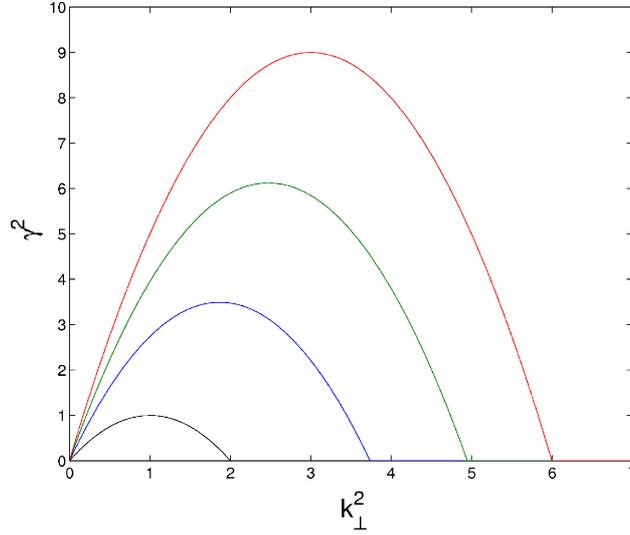


FIGURE 2.14 – Taux de croissance normalisé en fonction des nombres d’onde transverses pour différentes valeurs de  $R_S$  [Eq. (2.3.115)]. La courbe noire correspond à une seule onde de pompe et la courbe rouge montre l’instabilité modulationnelle transverse pour deux ondes de même intensité. Les courbes bleue et verte représentent les cas  $R_S = 0.33$  et  $R_S = 0.67$ , respectivement.

avec

$$\alpha_{\pm} = \frac{k_{\perp}^2}{2k_0}(\gamma_1 - \Delta_{\pm}).$$

Ce système admet une solution si et seulement si son discriminant est nul :

$$2k_+k_- \left( \frac{\alpha_+}{\alpha_-} + \frac{\alpha_-}{\alpha_+} \right) + \cos[(k_+ + k_-)L] (k_+ - k_-)^2 - \cos[(k_+ - k_-)L] (k_+ + k_-)^2 = 0.$$

En utilisant les formules de trigonométrie élémentaires, nous obtenons alors

$$2\cos(k_+L)\cos(k_-L) + \left( \frac{k_+}{k_-} + \frac{k_-}{k_+} \right) \sin(k_+L)\sin(k_-L) - \left( \frac{\alpha_-}{\alpha_+} + \frac{\alpha_+}{\alpha_-} \right) = 0 \quad (2.3.117)$$

qui est le principal résultat de Luther et McKinstrie sur les valeurs propres déterminant l’intensité seuil de l’onde de pompe  $\gamma_1$  pour le déclenchement d’instabilités modulationnelles [67]. Les solutions de cette équation sont représentées sur la figure 2.15 pour  $R_S = 0.1$  (a) et  $R_S = 1$  (b). On observe que plus le coefficient de réflexion est élevé, plus l’intensité seuil d’instabilité est faible, et ce sur une plage de nombres d’onde plus grande. Ceci signifie que

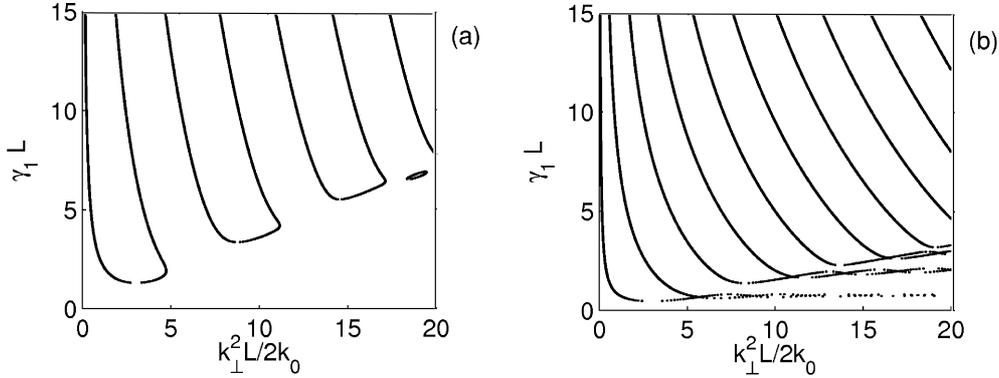


FIGURE 2.15 – Intensité seuil d’instabilité satisfaisant l’équation (2.3.117) dans un milieu fini pour (a)  $R_S = 0.1$  et (b)  $R_S = 1$ .

plus le coefficient de réflexion est élevé, plus les instabilités se développent facilement. Cela prouve à nouveau que la présence d’une deuxième onde accroît les instabilités, d’autant plus que son intensité est élevée.

Nous terminons cette section avec des éléments analytiques sur le couplage entre rétrodiffusion Brillouin et auto-focalisation.

### 2.3.7 SBS + Kerr : Analyse stationnaire

Nous nous intéressons maintenant au système couplant la rétrodiffusion Brillouin et l’auto-focalisation Kerr dans la limite stationnaire. En effet, il est intéressant de noter en première approche que pour des impulsions longues de durée  $\tau_p > 1$  ns, la distance associée à la dispersion de l’impulsion est  $\sim c\tau_p/n_0 > 20$  cm, ce qui est bien au-delà des épaisseurs de verre qui seront utilisées ici ( $L = 5$  à  $10$  cm). Nous pouvons donc appliquer la limite  $k' \partial_t U_i \ll \partial_z U_i$  sur chacune des enveloppes. Nous supposons de plus  $\mathcal{D} = 0$  et  $\partial_t Q = 0$ , conduisant au système SBS/Kerr :

$$\partial_z U_1 = \frac{i\nabla_{\perp}^2 U_1}{2k_0} + \frac{in_2\omega_0}{c} (|U_1|^2 + 2|U_2|^2) U_1 - \frac{g_0}{2}|U_2|^2 U_1, \quad (2.3.118)$$

$$-\partial_z U_2 = \frac{i\nabla_{\perp}^2 U_2}{2k_0} + \frac{in_2\omega_0}{c} (|U_2|^2 + 2|U_1|^2) U_2 + \frac{g_0}{2}|U_1|^2 U_2. \quad (2.3.119)$$

Nous considérons dans cette étude un facteur de gain  $g_0$  faible. Avec  $I_i = |U_i|^2$  ( $i = 1, 2$ ), nous obtenons aisément

$$d_z I_1 = -\frac{1}{k_0} \vec{\nabla}_\perp \text{Im} \left( U_1^* \vec{\nabla}_\perp U_1 \right) - g_0 I_1 I_2, \quad (2.3.120)$$

$$d_z I_2 = \frac{1}{k_0} \vec{\nabla}_\perp \text{Im} \left( U_2^* \vec{\nabla}_\perp U_2 \right) - g_0 I_1 I_2. \quad (2.3.121)$$

La puissance de chaque onde, pompe et rétrodiffusée, satisfait alors

$$d_z P_1 = -g_0 \int I_1 I_2 d\vec{r}, \quad (2.3.122)$$

$$d_z P_2 = -g_0 \int I_1 I_2 d\vec{r}, \quad (2.3.123)$$

ce qui nous donne de nouveau

$$P_1(z) - P_2(z) = \text{const.} \quad (2.3.124)$$

Si l'on suppose de plus que  $I_1$  est constante, nous pouvons alors écrire une équation pour  $P_2$

$$d_z P_2(z) = -g_0 I_1 P_2(z), \quad (2.3.125)$$

impliquant une croissance exponentielle de la puissance de l'onde Stokes durant sa propagation dans le sens des  $z$  décroissants :

$$P_2(z) = P_2(L) e^{g_0 I_1 (L-z)}. \quad (2.3.126)$$

Considérons une pompe constante et appliquons maintenant les règles générales de calcul sur les intégrales  $\int r^2 I_i d\vec{r}$ , c'est-à-dire que l'on multiplie par  $r^2 U_i^*$  et  $\vec{r} \cdot \vec{\nabla}_\perp U_i^*$  les équations de propagation et on combine les parties réelles et imaginaires des résultats. Après quelques étapes algébriques, nous obtenons

$$\begin{aligned} d_z^2 \int r^2 I_1 d\vec{r} &= \frac{2}{k_0^2} \int |\nabla_\perp U_1|^2 d\vec{r} - \frac{2n_2 \omega_0}{ck_0} \int I_1^2 d\vec{r} + \frac{4n_2 \omega_0}{ck_0} \int I_1 \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_\perp I_2 d\vec{r} \\ &\quad + \frac{2}{k_0} g_0 \text{Im} \int I_2 U_1 \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_\perp U_1^* d\vec{r} - g_0 d_z \int r^2 I_1 I_2 d\vec{r}, \end{aligned} \quad (2.3.127)$$

$$\begin{aligned} d_z^2 \int r^2 I_2 d\vec{r} &= \frac{2}{k_0^2} \int |\nabla_\perp U_2|^2 d\vec{r} - \frac{2n_2 \omega_0}{ck_0} \int I_2^2 d\vec{r} + \frac{4n_2 \omega_0}{ck_0} \int I_2 \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_\perp I_2 d\vec{r} \\ &\quad - \frac{2}{k_0} g_0 \text{Im} \int I_1 U_2 \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_\perp U_2^* d\vec{r} - g_0 d_z \int r^2 I_1 I_2 d\vec{r}. \end{aligned} \quad (2.3.128)$$

Nous dérivons ensuite un Hamiltonien pour le système stationnaire en multipliant les deux équations par  $\partial_z U_i^*$  et en intégrant la partie imaginaire du résultat. Nous ajoutons ensuite les deux équations obtenues, ce qui donne

$$\begin{aligned} d_z \left[ \frac{1}{2k_0} \sum_{i=1,2} \int |\nabla_{\perp} U_i|^2 d\vec{r} - \frac{n_2 \omega_0}{2c} \sum_{i=1,2} \int |U_i|^4 d\vec{r} - \frac{2n_2 \omega_0}{c} \int I_1 I_2 d\vec{r} \right] \\ = -g_0 \text{Im} \int [I_2 (U_1 \partial_z U_1^*) - I_1 (U_2 \partial_z U_2^*)] d\vec{r}. \end{aligned} \quad (2.3.129)$$

Ici, la dernière intégrale est une contribution dissipative ( $\sim U_i \partial_z U_i^*$ ), qui reste perturbative dans la limite  $g_0 \rightarrow 0$ . En utilisant  $H_{\text{SF}}$  défini en (2.3.101) ainsi que les équations précédentes, nous obtenons

$$\begin{aligned} d_z^2 \int r^2 (I_1 + I_2) d\vec{r} = \frac{4H_{\text{SF}}}{k_0} \\ + 2g_0 \left[ \frac{1}{k_0} \text{Im} \int (I_2 U_1 \vec{r} \cdot \vec{\nabla} U_1^* - I_1 U_2 \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} U_2^*) - d_z \int r^2 I_1 I_2 d\vec{r} \right]. \end{aligned} \quad (2.3.130)$$

Cette équation fait apparaître des termes d'échange de flux entre les ondes de pompe et Stokes. Nous pouvons donc conjecturer que la présence de ces termes dépendant du facteur de gain traduit une déplétion de l'onde de pompe qui pourrait retarder le processus d'auto-focalisation.

Nous incluons maintenant le couplage Brillouin à l'analyse sur les taux de croissance des perturbations oscillantes. Pour inclure le gain Brillouin, on considère des perturbations acoustiques telles que

$$Q = Q^S [1 + \epsilon(\delta q_r + i\delta q_i)], \quad (2.3.131)$$

avec  $\delta q_r$ ,  $\delta q_i$  à valeurs réelles et  $Q^S = \phi_1 \phi_2^* e^{i(\lambda_1 - \lambda_2)z}$  où  $\phi_i$ ,  $u_i$  et  $v_i$  ont été définis dans la sous-section précédente. Les équations (2.3.106) et (2.3.109) sur les perturbations deviennent

$$\partial_z u_1 = \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} v_1, \quad (2.3.132)$$

$$\partial_z v_1 = \left( \frac{2n_2 \omega_0}{c} I_1^S - \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \right) u_1 + \left( \frac{4n_2 \omega_0}{c} - g_0 \right) I_2^S u_2, \quad (2.3.133)$$

$$-\partial_z u_2 = \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} v_2, \quad (2.3.134)$$

$$-\partial_z v_2 = \left( \frac{2n_2 \omega_0}{c} I_1^S - \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \right) u_2 + \left( \frac{4n_2 \omega_0}{c} + g_0 \right) I_1^S u_1. \quad (2.3.135)$$

On considère des domaines de propagation pour lesquels  $I_1^S$  et  $I_2^S$  sont quasiment constantes en  $z$  (limite  $g_0$  faible) de sorte que les équations précédentes s'écrivent de nouveau sous la forme matricielle

$$d_z^2 \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}, \quad (2.3.136)$$

avec

$$\begin{aligned} M_{11} &= \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \left( \frac{2n_2\omega_0}{c} I_{1,S} - \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \right); & M_{12} &= \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \left( \frac{4n_2\omega_0}{c} - g_0 \right) I_{2,S}, \\ M_{21} &= \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \left( \frac{4n_2\omega_0}{c} + g_0 \right) I_{1,S}; & M_{22} &= \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \left( \frac{2n_2\omega_0}{c} I_{2,S} - \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \right). \end{aligned}$$

Les valeurs propres de ce système sont données par

$$\gamma_{\pm}^2 = \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \left[ 2\Delta'_{\pm} - \frac{k_{\perp}^2}{2k_0} \right], \quad (2.3.137)$$

où

$$2\Delta'_{\pm} = \gamma_1 \left[ (1 + R_S) \pm \sqrt{(1 - R_S)^2 \pm R_S(16 - \beta^2)} \right], \quad (2.3.138)$$

avec  $\beta = g_0 c / n_2 \omega_0$ . Nous voyons immédiatement que dès lors que  $g_0$  s'approche de  $4n_2\omega_0/c$ , le taux de croissance décroît fortement comparé à l'Eq. (2.3.115). À l'inverse, si  $g_0 \rightarrow 0$ , ce qui correspond à une suppression de l'effet Brillouin, les modes perturbatifs peuvent croître plus rapidement au cours de la propagation. Les figures 2.16 montrent ces taux de croissance en fonction du nombre d'onde transverse pour différentes valeurs (petites) du gain  $\propto \beta$ . Si le gain Brillouin devient plus important et  $\beta \rightarrow 4$  [Fig. 2.16(a)], le taux de croissance est notablement réduit comparé à un gain Brillouin faible [Fig. 2.16(b)] pour un coefficient de réflexion non nul. Ainsi, un gain Brillouin plus faible peut amplifier plus facilement des perturbations spatiales affectant les ondes de pompe et Stokes.

Notons que cette étude n'est valable que dans la limite  $g_0$  faible. En effet, si le gain Brillouin est trop important, l'hypothèse d'intensités constantes n'est plus applicable et l'analyse cesse d'être valide.

De même, l'étude en milieu fini nous fournit le même résultat que dans la sous-section précédente. L'équation (2.3.117) est alors modifiée en substituant  $\Delta_{\pm}$  par  $\Delta'_{\pm}$ . Cette équation permet d'obtenir l'intensité seuil de l'onde de pompe nécessaire pour observer des instabilités. La figure 2.16(c) montre

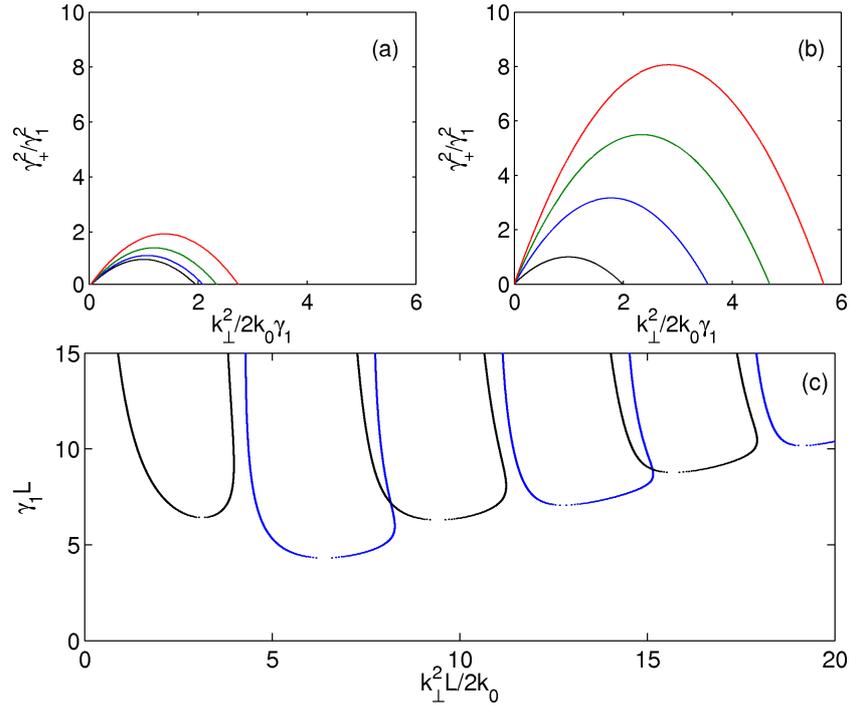


FIGURE 2.16 – Taux de croissance normalisé en fonction du nombre d'onde transverse pour différentes valeurs de  $R_S$  avec (a)  $g_0 = 0.25$  cm/GW et (b)  $g_0 = 0.1$  cm/GW. La courbe noire correspond à l'instabilité modulationnelle transverse pour une onde de pompe seule et la courbe rouge montre l'instabilité modulationnelle transverse pour deux ondes de même intensité se propageant dans des directions opposées. Les courbes bleue et verte représentent les calculs pour  $R_S = 0.33$  et  $R_S = 0.67$ , respectivement. (c) montre l'intensité seuil d'instabilité normalisée  $\gamma_1 L$  satisfaisant l'équation (2.3.117) où  $\Delta'_\pm$  a été substitué à  $\Delta_\pm$  pour un milieu fini et  $R_S = 10^{-3}$ . La courbe noire correspond au cas où l'on néglige le SBS ( $g_0 = 0$ ) alors que la courbe bleue représente le cas avec un gain Brillouin réduit  $g_0 \approx 0.7$  cm/GW.

cette intensité seuil normalisée  $\gamma_1 L$  en fonction du nombre d'onde transverse normalisé satisfaisant l'Eq (2.3.117) pour  $R_S = 10^{-3}$  et  $g_0 \simeq 0.7$  cm/GW. Le facteur de gain Brillouin est volontairement pris inférieur à sa valeur réelle ( $g_0 \approx 4.5$  cm/GW) pour rester dans la limite  $g_0$  faible. Cette estimation correspond à des configurations qui seront étudiées dans le Chapitre 4. Nous observons alors que dans ce cas, le seuil d'instabilité est légèrement inférieur au cas où  $g_0 = 0$ . Cela confirme à nouveau que, même pour une réflectivité faible, un gain Brillouin réduit peut accroître les instabilités modulationnelles transverses.

### 2.3.8 SBS + Kerr : Analyse instationnaire

Avec  $k' \partial_t \neq 0$ , les identités établies en Section 2.3.7 sur les rayons carrés moyens doivent être complétées comme suit

$$\begin{aligned} d_z^2 \int r^2 I_1 d\vec{r} &= \frac{2}{k_0^2} \int |\nabla_{\perp} U_1|^2 d\vec{r} \\ &- \frac{2\omega_0 n_2}{ck_0} \int I_1^2 d\vec{r} + \frac{4\omega_0 n_2}{ck_0} \int I_1 \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} I_2 d\vec{r} - 2k' \partial_z \partial_t \int r^2 I_1 d\vec{r} \\ &+ \frac{2g_0}{k_0} \text{Im} \int Q U_2 (1 + \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_{\perp}) U_1^* d\vec{r} - g_0 \text{Re} \int r^2 (\partial_z + k' \partial_t) (Q U_2 U_1^*) d\vec{r}, \end{aligned} \quad (2.3.139)$$

$$\begin{aligned} d_z^2 \int r^2 I_2 d\vec{r} &= \frac{2}{k_0^2} \int |\nabla_{\perp} U_2|^2 d\vec{r} - \frac{2\omega_0 n_2}{ck_0} \int I_2^2 d\vec{r} \\ &+ \frac{4\omega_0 n_2}{ck_0} \int I_2 \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_{\perp} I_1 d\vec{r} + k'^2 \partial_t^2 \int r^2 I_2 d\vec{r} + \frac{8k'}{k_0} \text{Im} \int \partial_t U_2 (1 + \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_{\perp}) U_1^* d\vec{r} \\ &- \frac{2g_0}{k_0} \text{Im} \int Q^* U_1 (1 + \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_{\perp}) U_2^* d\vec{r} - g_0 \text{Re} \int r^2 (\partial_z + k' \partial_t) (Q U_2 U_1^*) d\vec{r}. \end{aligned} \quad (2.3.140)$$

Notons alors qu'il est impossible d'établir une intégrale Hamiltonienne - même dans la limite  $g_0 \rightarrow 0$  - à cause du signe opposé  $\pm k' \partial_t$  entre les composantes avant et arrière d'une part et en raison du produit des nonlinéarités croisées d'autre part.

Cependant, il est toutefois possible d'obtenir un invariant. Exprimons en effet les équations (2.2.77) et (2.2.78) avec de nouvelles variables  $u = (z + t/k')/2$  et  $v = (t/k' - z)/2$ , de sorte que  $\partial_z + k' \partial_t = \partial_u$  et  $-\partial_z + k' \partial_t = \partial_v$  [68]. Il est facile, en appliquant les transformations précédentes, de trouver

$$\partial_u P_1 = (\partial_z + k' \partial_t) P_1 = -g_0 \text{Re} \int Q U_1^* U_2 d\vec{r}, \quad (2.3.141)$$

$$\partial_v P_2 = (-\partial_z + k' \partial_t) P_2 = g_0 \text{Re} \int Q U_1^* U_2 d\vec{r}, \quad (2.3.142)$$

menant à  $\partial_u P_1 + \partial_v P_2 = 0$  ou de manière équivalente :

$$\partial_z (P_1 - P_2) = -k' \partial_t (P_1 + P_2). \quad (2.3.143)$$

L'expression précédente fournit une nouvelle constante du mouvement

$$E_1(z) - E_2(z) = E_1(0) - E_2(0), \quad (2.3.144)$$

où  $E_i \equiv \int I_i d\vec{r} dt$  désigne les énergies partielles des ondes pompe ( $E_1$ ) et Stokes ( $E_2$ ). Cette dernière équation traduit la conservation de l'énergie totale, c'est-à-dire que la déplétion de l'énergie de l'onde de pompe se fait continuellement au profit de la croissance de l'onde Stokes.

A ce jour, aucune solution analytique du système complet (2.2.77)-(2.2.79) n'est disponible. C'est pourquoi des simulations numériques deviennent nécessaires. Les évaluations analytiques précédentes, même établies hors des limites de validité du système complet, mettent en avant deux mécanismes distincts. D'une part la déplétion de la puissance de l'onde de pompe  $P_1$  par le processus SBS, qui entraîne une augmentation de la puissance de l'onde Stokes  $P_2$  le long du chemin optique. D'après la relation de Marburger [Eq. (2.3.84)], la distance d'auto-focalisation d'une onde gaussienne variant avec l'inverse de  $\sqrt{P_1}$ , on s'attend donc à observer un retard de l'apparition du foyer non-linéaire (point de collapse) dans le matériau. D'autre part, pour des puissances optiques suffisamment élevées, l'onde laser peut éventuellement croître très rapidement par auto-focalisation et causer une croissance tout aussi brutale de l'onde Stokes, outre sa croissance exponentielle classique.

# 3

## Impulsions monomodes

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Etude monodimensionnelle (1D)</b>	<b>68</b>
3.1.1	Introduction	68
3.1.2	Code SBS 1D	72
3.1.3	Validation	76
<b>3.2</b>	<b>Etude tridimensionnelle (3D)</b>	<b>78</b>
3.2.1	Introduction	78
3.2.2	Code SBS 3D	80
3.2.3	Validation	81
<b>3.3</b>	<b>Propagation d'impulsions gaussiennes monomodes</b>	<b>83</b>
3.3.1	Puissances modérées	85
3.3.2	Fortes puissances	86
<b>3.4</b>	<b>Comportement de la densité de phonons</b>	<b>91</b>
<b>3.5</b>	<b>Influence des paramètres physiques</b>	<b>94</b>
3.5.1	Influence de la longueur d'onde	94
3.5.2	Influence de la longueur du diélectrique	95
3.5.3	Influence de la forme spatiale	95
3.5.4	Influence de la forme temporelle	101
<b>3.6</b>	<b>Comparaison aux résultats expérimentaux</b>	<b>104</b>

---

Les études analytiques menées au Chapitre 2 étant insuffisantes pour décrire en détail le couplage entre la rétrodiffusion Brillouin et l'auto-focalisation, il a donc été nécessaire de développer des outils numériques permettant de résoudre le système d'équations complet. Une difficulté inhérente aux simulations numériques est que le collapse d'onde induit une croissance de l'intensité laser de plusieurs décades sur des durées et des distances très courtes, donnant ainsi naissance à des pics très étroits en temps, comme en espace. Pour décrire convenablement les phénomènes étudiés, les résolutions spatiales doivent donc être de quelques micromètres sur des distances centimétriques et les résolutions temporelles doivent atteindre la centaine de femtosecondes alors que les durées initiales des impulsions considérées sont de quelques nanosecondes.

Dans un premier temps, nous avons implémenté un modèle unidimensionnel, qui, après validation, a été étendu à trois dimensions en espace. Ces outils seront ici exploités pour comprendre l'évolution d'impulsions monomodes, par exemple de type gaussien. Nous examinerons alors l'évolution des ondes optiques et acoustique pour différentes valeurs de puissances et intensités laser incidentes. Ces comportements seront ensuite comparés à des résultats expérimentaux existants. Enfin, une étude de l'influence de différents paramètres tels que la longueur d'onde laser, la longueur de propagation ou le profil spatio-temporel du faisceau pompe sera présentée. Deux domaines de longueurs d'onde seront étudiés : dans un premier temps l'ultraviolet (UV,  $\lambda_0 = 355$  nm), puis l'infrarouge (IR,  $\lambda_0 = 1064$  nm).

## 3.1 Etude monodimensionnelle (1D)

---

### 3.1.1 Introduction

La diffusion Brillouin est un phénomène particulièrement présent, et bien souvent néfaste, dans la transmission d'impulsions laser par de longues fibres optiques. C'est pourquoi de nombreux auteurs se sont intéressés à cet effet non-linéaire dans des milieux monodimensionnels. Parmi eux, R. V. Johnson et J. H. Marburger [68] font partie des premiers, en 1971, à décrire le transfert d'intensité d'une onde de pompe vers une onde diffusée dans des milieux finis ou infinis à l'aide d'un système ignorant l'effet Kerr. Ils analysent en particulier les oscillations de relaxation subies par la composante rétrodiffusée à travers deux régimes de propagation distincts : le premier où la diffusion se fait uniquement dans la direction arrière, auquel cas les oscillations n'ap-

---

paraissent que pour des milieux finis et leur période est proportionnelle à la longueur de propagation totale  $L$ . L'amplitude de ces oscillations devient plus faible au fur et à mesure que le régime stationnaire est atteint. Dans la seconde configuration, l'onde incidente est diffusée dans les directions avant et arrière. Dans ce cas, les oscillations observées sur les ondes diffusées ont une période proportionnelle à la distance nécessaire pour que l'onde diffusée vers l'avant atteigne une intensité comparable à celle de l'onde de pompe.

Sur la base des mêmes équations, R. G. Smith [69] a montré que cet effet peut être particulièrement important dans les fibres optiques avec peu de pertes. Une puissance critique de l'onde de pompe à partir de laquelle la composante rétrodiffusée peut être significativement amplifiée est alors définie. Le critère retenu est que le champ diffusé en face d'entrée par effet Brillouin doit être comparable au champ incident injecté. Cette puissance s'exprime alors en fonction de l'aire effective de la fibre  $A_{\text{eff}}$ , de son coefficient d'atténuation  $\alpha$  et du coefficient de gain Brillouin  $\gamma_0$  à l'aide de la relation

$$P_{\text{crit}} = \frac{G_{\text{crit}} A_{\text{eff}} \alpha}{\gamma_0}, \quad (3.1.1)$$

où  $G_{\text{crit}} \simeq 21$ . Cette estimation donne par exemple une puissance critique d'apparition spontanée de la diffusion Brillouin de  $P_{\text{crit}} \simeq 35$  mW dans une fibre d'aire effective  $A_{\text{eff}} = 10^{-7}$  cm<sup>2</sup> et de coefficient d'atténuation  $\alpha = 20$  dB/km.

Des observations expérimentales de rétrodiffusion Brillouin ont été confrontées à la prédiction précédente [43] à l'aide d'un laser xénon opérant à la longueur d'onde 535.5 nm. Dans ce cas, le seuil en puissance d'apparition d'une onde rétrodiffusée est inférieur à 1 W. En particulier, pour une fibre de 3.8  $\mu\text{m}$  de diamètre et de perte linéaire de 20 dB/km, ce seuil peut n'être que de 40 mW. Les différentes mesures expérimentales présentées sont en accord avec la formule de Smith avec une marge d'erreur de seulement 10%. L'expérience a également montré que l'impulsion rétrodiffusée peut atteindre des puissances crêtes supérieures à la puissance d'entrée, engendrant ainsi des dommages dans les fibres, même lorsque la puissance d'entrée est inférieure au seuil de dommage. Dans cette référence, les auteurs observent également les oscillations de relaxation prédites en milieu fini en Réf. [68].

L'influence d'un "feedback" entretenu par des réflexions à l'intérieur de la fibre sur le comportement temporel de la diffusion Brillouin a également été étudiée [49] avec une cavité constituée d'une fibre et de deux miroirs de coefficients de réflexion  $R_1$  et  $R_2$  placés à chacune des extrémités de celle-ci. L'influence de l'intensité pompe incidente  $I_1(0)$  et de la valeur du coefficient de réflexion  $R = R_1 R_2$  est examinée. Sans "feedback", les oscillations

observées sur l'onde Stokes sont celles prédites dans [68], de période correspondant au temps d'un aller-retour dans la fibre. Lorsque le coefficient de réflexion est petit [ $R = 5 \times 10^{-5}$  et  $g_0 LI_1(0) = 13$ ], des oscillations régulières dues à des instabilités modulationnelles temporelles apparaissent et s'amplifient, contrairement aux oscillations de relaxation qui n'existent qu'en régime transitoire. Lorsque le coefficient de réflexion est augmenté [ $R = 2 \times 10^{-2}$  et  $g_0 LI_1(0) = 13$ ], les oscillations de relaxation redeviennent dominantes. Des comportements similaires sont observés sur l'onde de pompe transmise. Des expériences réalisées à l'aide d'un laser argon de longueur d'onde  $\lambda_0 = 514.5$  nm ont confirmé ces prédictions théoriques.

L'importance de la réfraction Kerr non-linéaire a également été étudiée, notamment dans la Réf. [70]. Dans le cas stationnaire, les intensités pompe et Stokes ne sont pas affectées par les termes d'auto-modulation de phase et de modulation de phase croisée. À l'inverse, dans le modèle dépendant du temps, ces effets non-linéaires conduisent à une variation de la phase des ondes pompe et Stokes en fonction du temps et de l'espace, qui entraîne alors l'émergence d'instabilités dynamiques. Des expériences réalisées avec un laser à argon corroborent ces conclusions. Ces travaux ont été complétés en Réf. [71], où l'influence d'un bruit initiateur sur le SBS est analysée expérimentalement. Ces expériences, réalisées avec un laser Nd :YAG à  $1.06 \mu\text{m}$ , ont montré que, proche du seuil SBS, on observe une dynamique stochastique de l'onde Stokes due à l'influence du bruit. Lorsque l'on est au-delà du seuil, le comportement de l'onde Stokes devient reproductible et les fluctuations stochastiques finissent par disparaître.

Un article de H. Li et K. Ogusu [45] étudie en 1999 l'effet Brillouin dans les fibres monomodes avec un laser pulsé YAG. L'influence de différents paramètres est examinée à l'aide de simulations numériques, validant partiellement les expériences. En particulier, une puissance supérieure à  $0.27$  kW entraîne l'apparition d'une composante rétrodiffusée ainsi qu'une compression temporelle de l'onde transmise par rapport à l'onde incidente. La durée d'impulsion joue également un rôle. En effet, pour une impulsion de durée  $2$  ns, aucune onde rétrodiffusée n'apparaît, contrairement à une impulsion de  $50$  ns. Pour des impulsions bien plus longues, dont la durée  $\sim 5 \mu\text{s}$  est plus grande que le temps de vie des phonons  $\tau_B$ , et pour une fibre de longueur  $L = 100$  m, la compression temporelle de l'onde transmise disparaît et des oscillations de relaxation temporelles de période  $\sim t_r = 2n_0L/c$  se développent sur toute la durée des composantes transmise et réfléchi. Cette période correspond au temps de parcours d'un aller-retour dans la fibre. Ces oscillations peuvent donc être observées dans le cas de longues fibres satisfaisant l'inégalité  $t_r \gg \tau_B$ . Lorsque la durée de l'impulsion pompe devient encore plus importante,  $\tau_p \sim 100 \mu\text{s} \gg t_r$ , l'amplitude des oscillations est

fortement diminuée, jusqu'à ce que celles-ci disparaissent. Par ailleurs, pour un coefficient  $n_2$  et une puissance de pompe  $P_1(0) = 400$  W suffisamment élevés, des oscillations temporelles sont aussi susceptibles d'apparaître sur la partie avant de l'onde de pompe. La valeur seuil pour ces oscillations est de  $n_2 = 2.6 \times 10^{-6}$  cm<sup>2</sup>/GW, soit d'une décade supérieure au coefficient Kerr usuel de la silice. Ces instabilités liées au coefficient  $n_2$  n'apparaissent que lorsque les termes d'auto-modulation de phase et de modulation de phase croisée deviennent importants.

En 2002, l'article de S. Le Floch et P. Cambon [72] établit une nouvelle expression du seuil Brillouin faisant intervenir la longueur de la fibre  $L$ , plus précise que l'évaluation de Smith [69]. À l'aide d'un traitement des équations Brillouin dans le domaine de Fourier, une expression révisée du gain critique (3.1.1) est ainsi obtenue :

$$G_{\text{crit}} \simeq \ln \left( \frac{4A_{\text{eff}}\nu_B \bar{G}^{3/2} \pi^{1/2}}{g_0 k_B T \Gamma_B \nu_0 L_{\text{eff}}} \right), \quad (3.1.2)$$

où  $L_{\text{eff}} = [1 - \exp(-\alpha L)] / \alpha$  est la longueur effective de la fibre incluant le coefficient d'atténuation  $\alpha$ ,  $\bar{G} \simeq 21$  est le gain de Smith et  $\nu_0$  est la fréquence laser.

Le phénomène de diffusion Brillouin a également été analysé dans les matériaux nanostructurés [73] et a récemment connu un vif regain d'intérêt dans de nouveaux champs de recherche comme la propagation de lumière lente [41, 42, 74, 75, 76] ou le stockage de lumière [77]. Typiquement, le processus de diffusion Brillouin est exploité en configuration amplificateur : un faisceau pompe est injecté à l'extrémité  $z = L$  d'une fibre et amplifie un signal de faible puissance injecté à l'entrée  $z = 0$  de la fibre. Le signal amplifié à  $z = L$  est soit retardé, soit avancé en temps via la variation de l'indice de réfraction induite par le gain Brillouin. Cette variation est associée à une modification de la vitesse de groupe du signal qui peut alors être ralenti ou accéléré. Dans la Réf. [74], les auteurs montrent qu'il est possible de produire un retard d'un faisceau signal de 63 ns allant jusqu'à 25 ns en ajustant l'intensité d'une pompe continue. Dans le cas du stockage de lumière, le processus de diffusion Brillouin stimulée est utilisé pour convertir des séquences d'impulsions optiques en excitations acoustiques. Ces impulsions peuvent ensuite être reconstituées après un temps limité par le temps de vie de l'excitation acoustique et "relues" par une autre onde de pompe adéquate opérant à la même fréquence que la pompe ayant permis le stockage [77].

Certaines données publiées dans la littérature et rappelées précédemment sont utilisées dans ce qui suit pour valider la version 1D de notre code SBS.

### 3.1.2 Code SBS 1D

Cette version 1D intègre le système dérivé au Chapitre 2 en géométrie monodimensionnelle, c'est-à-dire sans diffraction dans le plan transverse  $(x, y)$  :

$$(\partial_z + k' \partial_t) U_1 = \frac{in_2 \omega_0}{c} (|U_1|^2 + 2|U_2|^2) U_1 - \frac{g_0}{2} Q U_2, \quad (3.1.3)$$

$$(-\partial_z + k' \partial_t) U_2 = \frac{in_2 \omega_0}{c} (|U_1|^2 + 2|U_2|^2) U_2 + \frac{g_0}{2} Q^* U_1, \quad (3.1.4)$$

$$\tau_B \partial_t Q + Q = U_1 U_2^* + N. \quad (3.1.5)$$

Ce système est constitué d'une équation pour la composante avant de l'onde laser pénétrant dans le matériau, l'autre pour sa composante rétrodiffusée qui est excitée par le phénomène d'électrostriction générateur de phonons. Ces deux équations sont couplées avec une équation décrivant l'émission d'ondes acoustiques à partir d'un bruit thermique gaussien.

Pour résoudre les deux premières équations (3.1.3) et (3.1.4), nous avons utilisé la méthode des caractéristiques. Cette méthode de résolution d'équations aux dérivées partielles (EDP) s'applique au modèle générique

$$a(z, t) \partial_z U + b(z, t) \partial_t U + c(z, t) U = 0, \quad (3.1.6)$$

où  $U$  est une fonction de variables  $(z, t)$  avec la condition initiale  $U(z, 0) = f(z)$ . Le but de cette méthode est alors de réexprimer l'équation à l'aide d'un nouveau système de coordonnées  $(z_0, s)$  dans lequel les EDPs deviennent des équations différentielles ordinaires (EDO) selon certaines courbes dites "caractéristiques" dans le plan  $(z, t)$ . La nouvelle variable  $s$  varie alors que la variable  $z_0$  reste constante le long de la caractéristique. Si l'on choisit

$$\frac{dz}{ds} = a(z, t) \text{ et } \frac{dt}{ds} = b(z, t), \quad (3.1.7)$$

nous obtenons

$$\frac{dU}{ds} = \frac{dz}{ds} \partial_z U + \frac{dt}{ds} \partial_t U = a(z, t) \partial_z U + b(z, t) \partial_t U, \quad (3.1.8)$$

le long des courbes caractéristiques, et l'EDP originale devient l'ODE

$$\frac{dU}{ds} + c(z, t) U = 0. \quad (3.1.9)$$

Appliquons cette méthode aux équations (3.1.3) et (3.1.4) :

$$\begin{aligned} \partial_z U_1(z_1(s), t_1(s)) + k' \partial_t U_1(z_1(s), t_1(s)) = \\ \frac{in_2 \omega_0}{c} [|U_1(z_1(s), t_1(s))|^2 + 2|U_2(z_1(s), t_1(s))|^2] U_1(z_1(s), t_1(s)) \\ - \frac{g_0}{2} Q(z_1(s), t_1(s)) U_2(z_1(s), t_1(s)), \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

$$\begin{aligned} -\partial_z U_2(z_2(s), t_2(s)) + k' \partial_t U_2(z_2(s), t_2(s)) = \\ \frac{in_2 \omega_0}{c} [|U_2(z_2(s), t_2(s))|^2 + 2|U_1(z_2(s), t_2(s))|^2] U_2(z_2(s), t_2(s)) \\ + \frac{g_0}{2} Q^*(z_2(s), t_2(s)) U_1(z_2(s), t_2(s)), \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

On obtient pour  $U_1$  :

$$k' \frac{dU_1(z_1(s), t_1(s))}{ds} = k' \frac{\partial z_1(s)}{\partial s} \frac{\partial U_1(z_1(s), t_1(s))}{\partial z_1(s)} + k' \frac{\partial t_1(s)}{\partial s} \frac{\partial U_1(z_1(s), t_1(s))}{\partial t_1(s)}. \quad (3.1.12)$$

Posons alors

$$\frac{\partial z_1(s)}{\partial s} = \frac{1}{k'}, \quad \frac{\partial t_1(s)}{\partial s} = 1, \quad (3.1.13)$$

de sorte que

$$z_1(s) = \frac{1}{k'} s + z_1^0, \quad t_1(s) = s + t_1^0, \quad (3.1.14)$$

où  $t_1^0 = 0$ . En suivant la même méthode pour l'onde  $U_2$  avec

$$z_2(s) = -\frac{1}{k'} s + z_2^0, \quad t_2(s) = s + t_2^0, \quad (3.1.15)$$

le système d'équations (3.1.10) et (3.1.11) se réécrit

$$\begin{aligned} k' \frac{dU_1(z_1(s), t_1(s))}{ds} = \\ \frac{in_2 \omega_0}{c} [|U_1(z_1(s), t_1(s))|^2 + 2|U_2(z_1(s), t_1(s))|^2] U_1(z_1(s), t_1(s)) \\ - \frac{g_0}{2} Q(z_1(s), t_1(s)) U_2(z_1(s), t_1(s)), \end{aligned} \quad (3.1.16)$$

$$\begin{aligned} k' \frac{dU_2(z_2(s), t_2(s))}{ds} = \\ \frac{in_1 \omega_0}{c} [|U_2(z_2(s), t_2(s))|^2 + 2|U_1(z_2(s), t_2(s))|^2] U_2(z_2(s), t_2(s)) \\ + \frac{g_0}{2} Q^*(z_2(s), t_2(s)) U_1(z_2(s), t_2(s)), \end{aligned} \quad (3.1.17)$$

La discrétisation du problème s'effectue comme suit pour  $U_1$  :

$$\frac{dU_1(z_1(s), t_1(s))}{ds} = \frac{U_1(z_1(s + \Delta s), t_1(s + \Delta s)) - U_1(z_1(s), t_1(s))}{\Delta s}, \quad (3.1.18)$$

avec

$$z_1(s) = z(s); \quad z_1(s + \Delta s) = z(s) + \Delta z, \quad (3.1.19)$$

$$t_1(s) = t(s); \quad t_1(s + \Delta s) = t(s) + \Delta t. \quad (3.1.20)$$

Un traitement analogue sur  $U_2$  fait intervenir les variables

$$z_2(s) = z(s); \quad z_2(s + \Delta s) = z(s) - \Delta z, \quad (3.1.21)$$

$$t_2(s) = t(s); \quad t_2(s + \Delta s) = t(s) + \Delta t. \quad (3.1.22)$$

Une méthode de "split-step" (ou splitting des opérateurs) est ensuite employée pour l'intégration numérique du système complet. L'intégration des termes non-linéaires (effet Kerr optique et couplage avec les ondes acoustiques) est réalisée dans l'espace réel entre deux étapes d'intégration linéaire. L'incrément  $\Delta z$  le long de l'axe de propagation  $z$  est fixé par l'utilisateur. Il est fonction de la distance physique de propagation et du nombre de points choisis. Le langage utilisé pour ce code est le Fortran 90.

Dans un premier temps, l'onde acoustique est initialisée à partir du bruit thermique gaussien. À chaque pas de temps, fixé par la relation  $\Delta t = k' \Delta z$ , différentes opérations sont appliquées sur les ondes. La première résout l'équation acoustique à l'aide d'un schéma de type Euler :

$$Q(z, t + \Delta t) = Q(z, t) - \frac{\Delta t}{\tau_B} Q(z, t) + \frac{\Delta t}{\tau_B} U_1(z, t) U_2^*(z, t) + \frac{\Delta t}{\tau_B} N. \quad (3.1.23)$$

Nous traitons ensuite les ondes optiques. Pour cela, nous incrémentons les termes correspondant à l'effet Kerr à l'aide des transformations :

$$U_1(z, t) \rightarrow U_1(z, t) \exp \left\{ \left[ |U_1(z, t)|^2 + 2|U_2(z + \Delta z, t)|^2 \right] k_0 n_2 \Delta z \right\}, \quad (3.1.24)$$

$$U_2(z, t) \rightarrow U_2(z, t) \exp \left\{ \left[ |U_2(z, t)|^2 + 2|U_1(z - \Delta z, t)|^2 \right] k_0 n_2 \Delta z \right\}. \quad (3.1.25)$$

Puis, nous implémentons la contribution correspondant à l'effet Brillouin :

$$\begin{aligned}
U_1(z + \Delta z, t + \Delta t) = & \left\{ U_1(z, t) \left[ 1 - \left( \frac{g_0 \Delta z}{4} \right)^2 Q(z, t + \Delta t) Q^*(z, t) \right] \right. \\
& - \frac{g_0 \Delta z}{4} Q(z + \Delta z, t) U_2(z + \Delta z, t) \\
& \left. - \frac{g_0 \Delta z}{4} Q(z, t + \Delta t) U_2(z + \Delta z, t) \right\} \\
& \times \left[ 1 + \left( \frac{g_0 \Delta z}{4} \right)^2 Q(z, t + \Delta t) Q^*(z + \Delta z, t + \Delta t) \right]^{-1},
\end{aligned} \tag{3.1.26}$$

$$\begin{aligned}
U_2(z - \Delta z, t + \Delta t) = & \left\{ U_2(z, t) \left[ 1 - \left( \frac{g_0 \Delta z}{4} \right)^2 Q^*(z, t + \Delta t) Q(z, t) \right] \right. \\
& + \frac{g_0 \Delta z}{4} Q^*(z - \Delta z, t) U_1(z - \Delta z, t) \\
& \left. + \frac{g_0 \Delta z}{4} Q^*(z, t + \Delta t) U_1(z - \Delta z, t) \right\} \\
& \times \left[ 1 + \left( \frac{g_0 \Delta z}{4} \right)^2 Q^*(z, t + \Delta t) Q(z - \Delta z, t + \Delta t) \right]^{-1}.
\end{aligned} \tag{3.1.27}$$

Le calcul se poursuit par des opérations de décalage des tableaux de données pour  $U_1$  et  $U_2$  dans la dimension  $z$  ( $U_1$  vers la droite et  $U_2$  vers la gauche) de sorte que l'on a accès à  $U_1(z, t + \Delta t)$  et  $U_2(z, t + \Delta t)$  pour chaque  $z$ . Dans la configuration de générateur SBS et pour une onde de pompe gaussienne, nous appliquons les conditions aux limites :

$$U_2(L, t) = 0, \tag{3.1.28}$$

$$U_1(0, t) = \sqrt{I_1(0)} \exp\left(-\frac{t^2}{t_p^2}\right). \tag{3.1.29}$$

Ce code est séquentiel, c'est-à-dire que le programme est exécuté par un et un seul processeur de la machine de calcul et toutes les variables et constantes du programme sont allouées dans la mémoire centrale de ce processeur. Pour un nombre de points égal à 5000 dans la dimension de l'axe de propagation, et pour des durées d'impulsions de l'ordre de quelques nanosecondes, le calcul

---

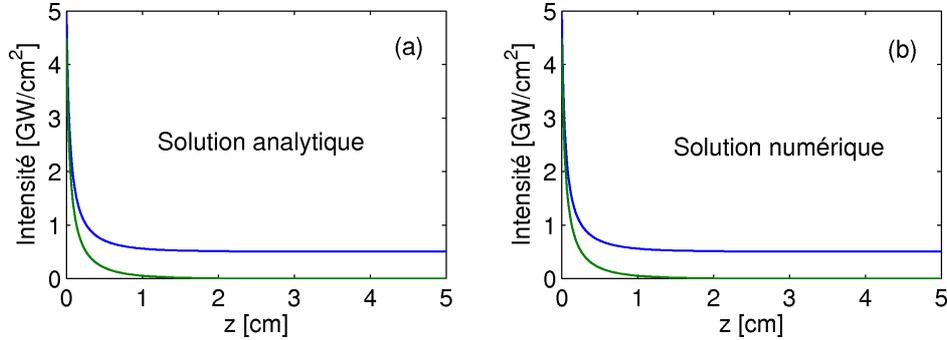


FIGURE 3.1 – Intensités des faisceaux pompe (courbe bleue) et Stokes (courbe verte) en fonction de la distance de propagation dans le milieu. (a) Résultats des solutions analytiques; (b) Résultats numériques du code SBS 1D.

ne dure en général que quelques minutes.

Le code SBS 1D fournit des fichiers de sortie contenant les valeurs des amplitudes et des phases des ondes optiques  $U_1$  et  $U_2$  et de l'onde acoustique pour différentes valeurs de  $z$  et différentes valeurs de  $t$ . Le post-processing se fait à l'aide de programmes *matlab*. Ceux-ci permettent de tracer en particulier les profils en intensité des ondes  $U_1$  et  $U_2$  en  $z = 0$  et en  $z = L$ , ainsi que les intensités maximales de chacune des ondes en fonction de  $z$ .

### 3.1.3 Validation

Pour valider le code précédent, nous avons tout d'abord comparé les résultats numériques obtenus aux solutions analytiques (2.3.9), (2.3.10) définies dans la limite stationnaire [49]. Dans le cas le plus simple, nous annulons le bruit gaussien ( $N = 0$ ) et imposons une condition aux limites (modèle amplificateur SBS) constante de manière à ce qu'un régime stationnaire se mette en place. La figure 3.1 représente l'intensité maximale en  $\text{GW}/\text{cm}^2$  en fonction de la distance de propagation pour un échantillon de longueur  $L = 5$  cm et un rayon à  $1/e^2$  de l'intensité laser (waist)  $w_0 = 150 \mu\text{m}$ . L'intensité de l'onde de pompe en  $z = 0$  vaut  $I_1(0) = 5 \text{ GW}/\text{cm}^2$  et celle de l'onde Stokes en  $z = L$  vaut  $I_2(L) = 5 \times 10^{-6} \text{ GW}/\text{cm}^2$ . L'accord entre les résultats analytiques et numériques est excellent.

Nous avons ensuite testé le code SBS 1D en confrontant ses solutions à des résultats numériques publiés en Réf. [45], dont le modèle de départ est analogue au nôtre, pour une longueur d'onde laser de  $1.06 \mu\text{m}$  et des fais-

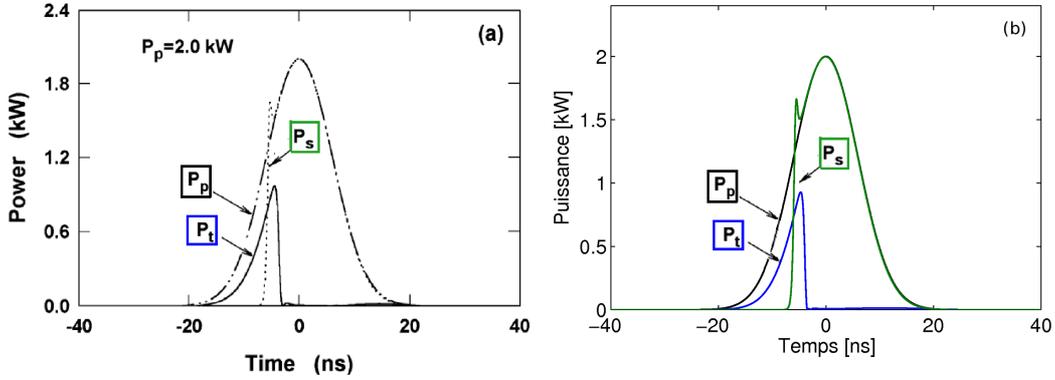


FIGURE 3.2 – Profils de puissance des impulsions laser incidente ( $P_p$ , courbe noire), transmise en fin d'échantillon ( $P_t$ , courbe bleue), et Stokes en face avant ( $P_s$ , courbe verte), en fonction du temps. (a) Résultats de la Réf. [45]; (b) Résultats du code SBS 1D.

FIGURE 3.3 – Profils de puissance des impulsions laser incidente, transmise en fin d'échantillon, et Stokes en face avant, en fonction du temps avec les mêmes conventions graphiques qu'en Fig. 3.2. (a) Résultats expérimentaux de la Réf. [45]; (b) résultats du code SBS 1D.

ceaux temporellement gaussiens. La figure 3.2 en présente un exemple pour une impulsion gaussienne de durée  $\tau_p = 14$  ns, un milieu de longueur  $L = 50$  cm et une puissance incidente  $P_1(0) = 2$  kW. Pour une même surface effective transverse, les résultats sont identiques.

Enfin, ce même article [45] contient aussi des résultats expérimentaux auxquels nous avons comparé nos calculs numériques pour des puissances et des durées d'impulsions plus élevées [ $\tau_p = 50$  ns,  $P_1(0) = 200$  W]. En examinant la Fig. 3.3(b), le lecteur pourra observer que nos profils numériques sont en très bon accord avec ces données expérimentales qui, par ailleurs, n'ont pas été reproduites numériquement par leurs auteurs.

Sur les exemples précédents, nous constatons une déplétion de la puissance de l'onde de pompe, accompagnée d'une compression temporelle de l'impulsion transmise par rapport à l'impulsion incidente. La dynamique de ces impulsions est essentiellement déterminée par les termes de couplage Brillouin. En effet, le rôle du terme Kerr n'est que très faible dans les milieux 1D : en comparant les coefficients Kerr et SBS, nous obtenons  $\omega_0 n_2 / g_0 c \approx 3 \times 10^{-3}$  pour  $\lambda_0 = 1.06 \mu\text{m}$ , ce qui justifie la domination de l'effet Brillouin

dans cette géométrie prévenant toute amplification spontanée de l'intensité laser.

## 3.2 Etude tridimensionnelle (3D)

---

### 3.2.1 Introduction

Les études sur la diffusion Brillouin ne se limitent pas aux milieux 1D. De nombreuses études de ce phénomène reliées à la robustesse des optiques dans les installations laser de forte puissance ont également été réalisées pour des milieux volumiques. Par exemple, des mesures de largeurs Brillouin ainsi que des vitesses du son dans différents types de verre ont été effectuées en 1979 [78] à l'aide d'un laser opérant à 488 nm et d'un interféromètre Fabry-Pérot. Les valeurs rapportées dans cette publication sont comprises entre 50 et 300 MHz pour les largeurs Brillouin et entre  $3.5 \times 10^5$  et  $6.9 \times 10^5$  cm/s pour les vitesses du son.

L'effet Brillouin pour des impulsions de durée nanoseconde a particulièrement été étudié sous l'hypothèse simplificatrice de non déplétion de l'onde de pompe [79]. Sous cette hypothèse, il apparaît possible de déterminer le temps requis pour que la puissance Stokes atteigne une fraction donnée de la puissance de pompe dans de larges fenêtres de verre. Ce temps dépend notamment des dimensions de la fenêtre et du niveau de bruit, ce qui a été confirmé expérimentalement.

En 1989, J. R. Murray et al. [44] développent à leur tour une théorie associée à la diffusion Brillouin transverse dont l'approche théorique est analogue à la rétrodiffusion Brillouin. Un gain Brillouin dépendant du temps est alors défini par

$$G(t) \approx 2 \left( \frac{g_0 I_1 L t}{\tau_B} \right)^{1/2}, \quad (3.2.1)$$

où  $t$  est le temps écoulé depuis le début d'une impulsion de type créneau. L'allure de cette formule pour un temps égal à la durée d'impulsion  $\tau_p$  est analogue à l'expression du gain instationnaire dérivée au Chapitre 2 [Eq. (2.3.48)]. La valeur seuil de ce gain pour amorcer la diffusion Brillouin est  $G(t) = G_T$ , où  $G_T$  est compris dans l'intervalle 20-40, selon la source de bruit. Des expériences discutées dans cet article mettent en évidence le phénomène Brillouin dans des optiques en silice de grande taille pour des gains supérieurs à cette valeur seuil. Ces expériences utilisent un laser à 1053 nm triplé en fréquence et des fenêtres en silice de 80 cm de diamètre et de 3.75 cm d'épaisseur. Pour une impulsion de durée 2.4 ns et d'énergie 5.75 kJ, une

---

baisse de la transmission de l'onde laser est observée à partir de durées d'impulsion pompe égales à 1.6 ns. Cette transmission peut décroître jusqu'à 30%.

Plus récemment, l'effet Brillouin longitudinal dans des matériaux 3D a été examiné dans le cadre de l'endommagement des verres par laser. En 2005, H. Bercegol et al. [80] ont expérimentalement étudié les dommages liés à la propagation laser dans un bloc de silice représentatif des hublots de la chambre d'expérience du LMJ ou du NIF. Les impulsions utilisées proviennent d'un laser Nd :YAG délivrant une énergie totale de l'ordre de 600 mJ en environ 6 ns, et produisant les trois longueurs d'onde  $\lambda_0 = 1064$  nm ( $1\omega$ ), 532 nm ( $2\omega$ ) et 355 nm ( $3\omega$ ). Ce laser est capable de générer des impulsions monomodes à l'aide d'un système injecteur. Les auteurs ont montré que la propagation de telles impulsions ( $1\omega$  et  $3\omega$ ) dans des blocs de silice de 4.3 cm d'épaisseur entraînent des dommages non seulement en face arrière mais aussi en face avant, en raison du phénomène SBS. L'auto-focalisation est d'autant plus importante que la diffusion Brillouin est faible. À l'inverse, lorsque l'effet Brillouin est particulièrement fort, l'auto-focalisation peut être significativement diminuée dans le sens où les distances d'auto-focalisation mesurées pour l'onde de pompe sont bien plus grandes que la prédiction de Marburger.

Beaucoup plus récemment, les dommages induits par laser sur des optiques en silice de grande taille ont été examinés par Han Wei et al. [81]. Pour cela, un laser délivrant 1.6 kJ par tir et des impulsions carrées ( $29 \times 29$  cm<sup>2</sup>) de 3 ns à la longueur d'onde de 351 nm ont été utilisées. L'expérience comptait 26 tirs laser de forte fluence pouvant atteindre 3.5 J/cm<sup>2</sup>. Six fractures sur les faces avant et arrières d'un réseau en silice ont été observées. Les fractures en face avant sont attribuées à la rétrodiffusion Brillouin.

Dans un contexte analogue, rappelons les travaux de R. A. Negres et al. [32] qui se sont intéressés à l'effet de la durée de l'impulsion laser sur la croissance des dommages induits par laser UV sur des composants en silice. Un laser Nd :YAG délivrant des impulsions de 30 mm de diamètre et d'une énergie de 100 J a permis de réaliser des expériences impliquant des fluences d'entrée variant entre 4 et 12 J/cm<sup>2</sup> pour des durées d'impulsion comprises entre 1 et 15 ns à 351 nm. Lors de la propagation de ces impulsions dans des optiques en silice de 5 cm de diamètre et de 1 cm d'épaisseur, les impulsions les plus courtes (1-2 ns) provoquent une croissance linéaire des dommages alors que les impulsions de plus de 2 ns causent une croissance exponentielle. De plus, le seuil de dommage en fluence augmente en fonction de la durée d'impulsion lorsque celle-ci est comprise entre 1 et 10 ns. La morphologie du site d'endommagement est également dépendante de la durée : les impulsions les plus longues (5 à 15 ns) déposent un maximum de leur énergie de manière stochastique (zones de défauts irradiés par des éclaircissement suf-

---

fisamment élevés), contrairement aux plus courtes dont l'énergie se dépose préférentiellement de manière déterministe, là où l'éclairement est intense.

### 3.2.2 Code SBS 3D

L'étude de la filamentation laser couplée à l'effet Brillouin dans des matériaux denses sujets à endommagement s'effectue à partir de la version 3D du code SBS intégrant le système d'équations (2.2.77)-(2.2.79) complet. Ce code utilise le même schéma de progression  $(z, t)$  développé en Section 3.1.2. Nous prenons ici en compte la diffraction dans le plan transverse  $(x, y)$  en insérant l'opérateur  $\nabla_{\perp}^2 = \partial_x^2 + \partial_y^2$  dans les équations pour  $U_1$  et  $U_2$ .

Cette version est parallélisée en architecture MPI (Message Passing Interface). La parallélisation se fait selon l'axe de propagation, qui se trouve découpé en  $N_{\text{proc}}$  zones où  $N_{\text{proc}}$  désigne le nombre de processeurs. Pour cela, nous utilisons une bibliothèque MPI qui permet une programmation par *échange de messages*. Chaque processus exécute des parties spécifiques du programme dont les variables résident dans la mémoire locale allouée à chaque processeur. Des échanges de données entre deux ou plusieurs processeurs sont possibles via un appel à des sous-programmes particuliers.

Dans cette version tridimensionnelle, une méthode de "split-step" [82] est appliquée pour l'étape correspondant à la diffraction, insérée avant les calculs des contributions Kerr et SBS. L'idée est ici de séparer les contributions calculées dans la version 1D dans l'espace réel des contributions liées à la diffraction traitées dans l'espace de Fourier. En variables de Fourier, l'opérateur  $\nabla_{\perp}^2$  se traduit par une multiplication de la solution  $U_i (i = 1, 2)$  à chaque pas  $\Delta z$  par  $\exp[-i(k_x^2 + k_y^2)\Delta z]$  où  $\vec{k}_{\perp} = (k_x, k_y)$  est le vecteur d'onde transverse. Pour effectuer les passages de l'espace réel à l'espace de Fourier, nous utilisons des transformées de Fourier rapides (FFT). Ces FFTs sont exécutées à l'aide de la bibliothèque FFTW.

Le calcul de la diffraction se fait en plusieurs étapes :

- Passage dans l'espace de Fourier à l'aide de FFT 2D de  $U_1$  et  $U_2$ .
- Multiplication des tableaux  $\hat{U}_1$  et  $\hat{U}_2$  par  $\exp[-i(k_x^2 + k_y^2)\Delta z]$ .
- Passage dans l'espace réel à l'aide de FFT<sup>-1</sup> 2D de  $\hat{U}_1$  et  $\hat{U}_2$ .

De plus, des échanges de tranches entre les tableaux correspondant à différents domaines de l'axe  $z$  sont nécessaires entre les différents processeurs. Ces tâches sont effectuées par échanges MPI.

---

Le code SBS 3D possède de plus une routine de reprise permettant d'effectuer des calculs sur plusieurs exécutions successives. Les calculs requérant jusqu'à  $256 \times 256 \times 4096$  points dans les dimensions spatiales durent au minimum cinq jours sur 128 processeurs, soit environ 15 000 heures CPU au total. Cette configuration de calcul représente le maillage maximum que nous avons utilisé sur les cœurs CPU du CCRT, compte tenu de la disponibilité des processeurs et de leur mémoire limite (4 Go/cœur).

Les sorties fournies par ce code 3D sont les profils de puissance en temps des ondes en entrée et en sortie de l'échantillon, les intensités maximales et les énergies partielles des deux ondes en fonction de la distance de propagation ainsi que les valeurs des amplitudes et phases des champs optiques et acoustique pour tous les temps considérés et pour chaque distance  $z$  de fin de processeur. Il y a donc autant de tableaux de sortie que de processeurs pour un champ donné. Toutes ces données sont post-traitées à l'aide de programmes *matlab* qui permettent notamment de tracer des profils 3D dans les plans  $(x, y)$ ,  $(x, t)$  ou  $(z, t)$  pour chacune des ondes considérées.

### 3.2.3 Validation

Pour valider le code SBS 3D, nous avons tout d'abord vérifié que la propagation d'impulsions gaussiennes en temps et en espace donnait lieu à un collapse d'onde survenant à la distance prédite par la formule de Marburger [Eq. (2.3.84)] en l'absence d'effet Brillouin ( $g_0 = 0$ ).

La figure 3.4(a-d) montre l'évolution du profil d'intensité à différentes valeurs de la distance de propagation pour une impulsion spatialement et temporellement gaussienne. Cette impulsion est donnée par

$$U_1(x, y, z = 0, t) = \sqrt{I_1(0)} \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{w_0^2} - \frac{t^2}{t_p^2} \right], \quad (3.2.2)$$

où  $I_1(0)$  est son intensité initiale,  $w_0$  le rayon du faisceau et  $t_p$  la mi-largeur en temps de l'impulsion, tous deux mesurés à  $1/e^2$  de l'intensité. La puissance, donnée par  $P_1(0) = \pi w_0^2 I_1(0)/2$ , est de  $16 P_{cr}$ . Nous nous intéressons ici aux distorsions spatiales de l'impulsion. On retrouve sur cette figure la dynamique d'auto-focalisation décrite pour une seule onde dans le chapitre précédent. La courbe (a) montre une forte augmentation de l'intensité autour de la distance  $z_c \approx L_M = 3.4$  cm. Nous observons sur les profils (b,c,d) une compression spatiale de plus en plus forte lorsque la distance de propagation augmente

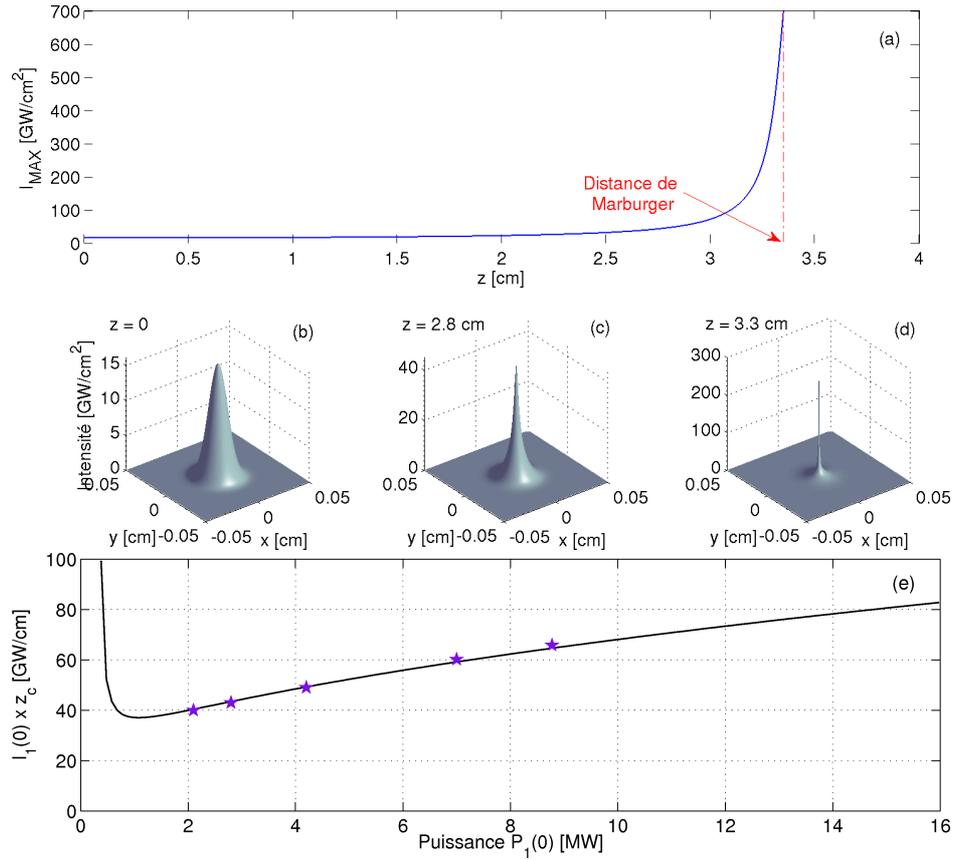


FIGURE 3.4 – (a) Intensité maximale d’une impulsion incidente gaussienne de puissance incidente  $P_1(0) = 16 P_{cr}$ . Profils d’intensité dans le plan  $(x, y)$  en (b)  $z = 0$ , (c)  $z = 2.8$  cm et (d)  $z = 3.3$  cm. La distance de collapse prédite par la formule de Marburger est  $L_M = 3.4$  cm. (e) Courbe de Marburger tracée en termes de  $I_1(0) \times z_c$  en fonction de la puissance incidente. Les étoiles violettes correspondent aux simulations numériques du code SBS 3D.

et des intensités de plus en plus élevées :  $I_{1\max}(z = 0) \approx 16 \text{ GW/cm}^2$ ,  $I_{1\max}(z = 2.8) \approx 45 \text{ GW/cm}^2$  et  $I_{1\max}(z = 3.3) \approx 350 \text{ GW/cm}^2$ .

Nous avons ensuite vérifié que ce comportement restait vrai pour différentes puissances incidentes allant de 6 à  $27 P_{\text{cr}}$ . Les résultats sont résumés sur la figure 3.4(e) et comparés à la prédiction de Marburger. Cette figure montre l'évolution du produit de l'intensité initiale par la distance d'auto-focalisation  $I_1(0) \times z_c$  en fonction de la puissance incidente. Cette représentation est indépendante de la taille du faisceau en raison de la dépendance de la distance de Marburger en longueur de diffraction  $z_R \sim w_0^2$ , rendant le produit  $I_0 \times z_c$  uniquement dépendant de la puissance incidente du faisceau et de la puissance critique d'auto-focalisation. Nous observons un très bon accord entre nos simulations numériques (étoiles) avec cette prédiction (courbe noire) pour la gamme de puissances incidentes considérée.

Dans ce qui suit, nous utilisons le code SBS 3D pour comprendre le couplage entre effet Kerr et rétrodiffusion Brillouin pour des impulsions de puissance modérée ou forte se propageant en géométrie pleinement 3D dans des solides transparents. Alors que les termes Kerr étaient d'influence limitée en géométrie 1D, nous verrons que ce couplage devient primordial et singulier en 3D lorsque les puissances dépassent la valeur critique d'auto-focalisation.

### 3.3 Propagation d'impulsions gaussiennes monomodes

---

Nous nous intéressons dans cette section à la propagation d'impulsions spatialement et temporellement gaussiennes. Nous considérons des faisceaux monochromatiques de longueur d'onde  $\lambda_0 = 355 \text{ nm}$ . L'enveloppe de l'onde de pompe incidente est donnée par l'équation (3.2.2). Cette impulsion se propage dans un échantillon de silice de longueur  $L$ , comme indiqué sur la figure 3.5. Les dimensions  $x$  et  $y$  sont les dimensions transverses et  $z$  correspond à l'axe de propagation. Nous suivons l'évolution des champs  $U_1$ ,  $U_2$  et  $Q$  à l'intérieur de l'échantillon et, en particulier, nous calculons l'onde de pompe en sortie du cristal et l'onde Stokes au niveau de la face d'entrée.

Dans un premier temps, nous définissons les valeurs numériques des paramètres physiques qui seront utilisés pour ces simulations.

- Selon les Réfs. [43, 45], la valeur du coefficient élasto-optique  $p_{12}$  pour la silice est comprise entre 0.27 et 0.286 pour des longueurs d'onde laser appartenant à l'intervalle  $355 \leq \lambda_0 \leq 1064 \text{ nm}$ . Les valeurs de  $p_{12}$  mention-
-

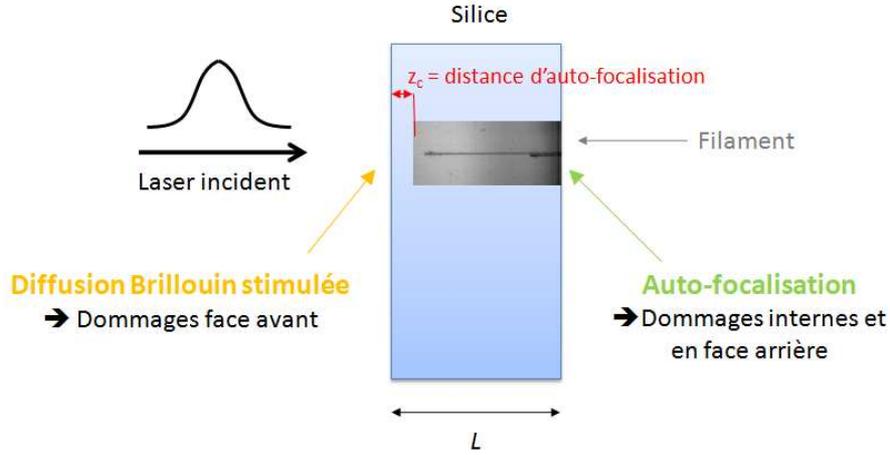


FIGURE 3.5 – Propagation d’une impulsion gaussienne dans un échantillon de silice et rappel des processus non-linéaires occasionnant des dommages.

nées ci-dessus correspondent à des facteurs de gain Brillouin  $4.4 \leq g_0 \leq 5.2$  cm/GW pour le même intervalle spectral. Ces estimations sont également en accord avec Murray et al. [44]. Dans ce qui suit, nous fixerons  $p_{12} = 0.27$  conduisant à la valeur  $g_0 = 4.5$  cm/GW pour toute longueur d’onde centrale. Nous avons vérifié numériquement que ce choix conduit à une incertitude sur la distance d’auto-focalisation limitée à 10% pour les deux longueurs d’onde considérées. Cette marge d’erreur est faible et sera donc négligée.

- Le paramètre  $\Gamma_B = 2\pi\Delta\nu_B$  varie avec l’inverse du carré de la longueur d’onde laser et correspond à celui de la Réf. [37],  $\Delta\nu_B$  étant la largeur à mi-hauteur du spectre de gain Brillouin. Cette référence donne  $\Delta\nu_B = 78$  MHz, soit  $\Gamma_B = 2\pi\Delta\nu_B = 0.49 \text{ ns}^{-1}$  à la longueur d’onde  $\lambda_0 = 694$  nm. On déduit donc la valeur  $\Gamma_B = 1.87 \text{ ns}^{-1}$  pour  $\lambda_0 = 355$  nm.

Nous considérons un rayon à  $1/e^2$   $w_0 = 150 \mu\text{m}$  et une durée à mi-largeur  $t_p = 2.12$  ns pour une longueur  $L = 5$  cm de l’échantillon. Les valeurs des paramètres physiques à 355 nm sont rappelés dans la Table 2.1. En particulier la puissance critique à cette longueur d’onde est de  $P_{\text{cr}} = 0.35$  MW. Les calculs ont été effectués sur les machines Titane et Platine du Centre de Calcul Recherche et Technologie (CCRT) au CEA/DIF. Nous avons utilisé 128 processeurs gérant un maillage de  $256 \times 256 \times 4096$  points dans l’espace  $(x, y, z)$  distribué sur une boîte numérique de  $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm} \times 5 \text{ cm}$ , ce

qui correspond à des résolutions spatiales de  $\Delta x = \Delta y = 3.9 \mu\text{m}$  et  $\Delta z = 12.2 \mu\text{m}$ . La fenêtre numérique en temps est de 16 ns et le pas de résolution temporelle est  $\Delta t = \Delta z/k' = 60$  fs.

### 3.3.1 Puissances modérées

Nous entendons par "puissance modérée" une puissance incidente pour laquelle il n'y a pas de collapse du faisceau pompe dans l'échantillon de longueur  $L$ . Nous considérons ici une impulsion de puissance  $P_1(0) = 5P_{\text{cr}}$ . La figure 3.6(a) montre l'évolution des intensités maximales des ondes de pompe et Stokes en fonction de la distance de propagation dans la silice. La courbe bleue en trait plein représente l'évolution de l'onde de pompe. Nous observons que l'intensité de celle-ci croît lentement d'environ  $5 \text{ GW/cm}^2$ . Cette croissance s'accompagne d'une diminution de la taille du faisceau et traduit un début d'auto-focalisation dans le milieu. La courbe bleue en pointillés nous permet de mettre en évidence l'influence de l'effet Kerr sur le comportement de l'impulsion laser. Sur cette courbe, l'effet Kerr n'est pas pris en compte ( $n_2 = 0$ ). L'intensité pompe reste alors à une valeur comparable à sa valeur de départ et il n'y a pas d'auto-focalisation. Examinons à présent l'onde rétrodiffusée. En  $z = L$ , son intensité est bien nulle, mais celle-ci s'amplifie au cours de la propagation dans le sens des  $z$  décroissants pour atteindre environ  $4 \text{ GW/cm}^2$  en  $z = 0$ . Cette croissance est effectivement due à l'effet Brillouin, comme en témoigne la courbe verte en pointillés correspondant au cas négligeant l'effet Kerr et dont le comportement est très similaire à la courbe représentant l'évolution de l'onde Stokes selon le modèle complet. Les comportements mis en évidence sur les courbes d'intensités sont les mêmes que pour les régimes de faibles intensités étudiés en Réf. [51].

Examinons à présent le comportement des énergies partielles

$$E_i(z) \equiv \int F_i d\vec{r} \quad (i = 1, 2), \quad (3.3.1)$$

où  $F_i \equiv \int I_i dt$  désigne la fluence des ondes pompe et Stokes. Ces énergies partielles sont représentées sur la figure 3.6(b). En courbe bleue, l'énergie partielle de l'onde de pompe est légèrement déplétée au cours de sa propagation au profit de la création de l'onde Stokes, dont l'énergie partielle, en vert, croît dans le sens des  $z$  décroissants. Notons également que la différence  $E_1(z) - E_2(z)$  est conservée sur toute la longueur de propagation. Cette propriété est en accord avec l'Eq. (2.3.144) et permet de garantir une précision numérique suffisante.

La figure 3.6(b) présente également les profils de fluence des ondes pompe et Stokes en  $z = L$  et  $z = 0$ , respectivement. L'onde diffusée semble repro-

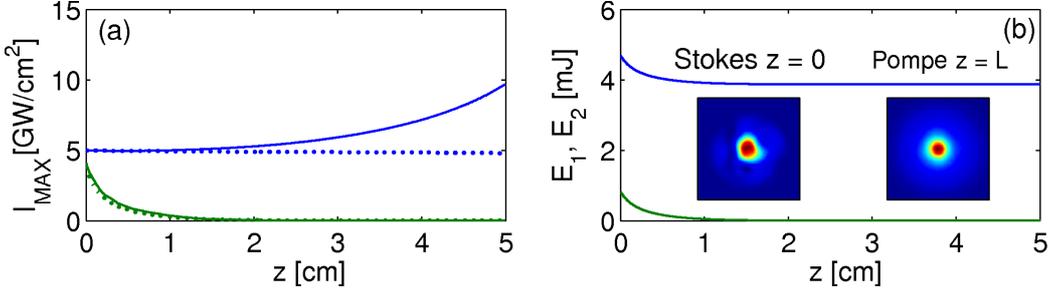


FIGURE 3.6 – (a) Intensités maximales et (b) énergies partielles des impulsions gaussiennes à 355 nm avec  $w_0 = 150 \mu\text{m}$ ,  $t_p = 2.12 \text{ ns}$  pour  $P_1(0) = 5P_{cr}$ . Les courbes bleues (vertes) se réfèrent à l’onde de pompe (Stokes). Les lignes en trait plein correspondent au modèle complet alors que les lignes en pointillés ne prennent pas en compte la réponse Kerr. Les inserts montrent les distributions de fluence pour les ondes Stokes et pompe sur une section de  $400 \times 400 \mu\text{m}^2$  dans le plan  $(x, y)$  à  $z = 0$  et  $z = L$ , respectivement.

duire le profil de l’onde incidente, comme attendu en rétrodiffusion Brillouin [52]. Les fluences atteintes par chacune des ondes sont inférieures au  $\text{J}/\text{cm}^2$  alors que le seuil de dommage à 355 nm est de l’ordre de  $\sim 12\text{-}14 \text{ J}/\text{cm}^2$  [9].

### 3.3.2 Fortes puissances

Nous étudions maintenant des régimes de plus fortes puissances, i.e.,  $P_1(0) > 14P_{cr}$ . Pour cette gamme de puissances, l’onde de pompe s’auto-focalise plus tôt, comme le prédit la loi de Marburger (2.3.84), et subit un collapse à l’intérieur de l’échantillon. Cet effet n’est pas sans conséquence sur la diffusion Brillouin.

Les figures 3.7(a,c) montrent l’évolution des intensités maximales des deux ondes pour deux puissances incidentes : (a)  $P_1(0) = 16P_{cr}$  et (c)  $P_1(0) = 27P_{cr}$ . On constate dans les deux cas que l’onde de pompe subit une auto-focalisation forte conduisant à un collapse. On remarquera en effet que l’intensité initiale est de 16 et 27  $\text{GW}/\text{cm}^2$ , respectivement, alors qu’au-delà de la distance de collapse  $z_c$ , les niveaux atteints sont de l’ordre de quelques  $\text{TW}/\text{cm}^2$ , soit quelques centaines de fois supérieurs. Il est important de noter qu’une propagation "post-collapse" a ici un sens : alors que dans les systèmes NLS classiques non saturants, la divergence de l’intensité au voisinage de  $z_c$  empêche une onde isolée de se propager au-delà de cette distance, le couplage SBS entre l’onde  $U_1$  et l’onde  $U_2$  maintient ces deux composantes en état d’auto-guidage sans singularité mathématique. On s’attend toutefois à ce que la résolution numérique sature artificiellement la croissance

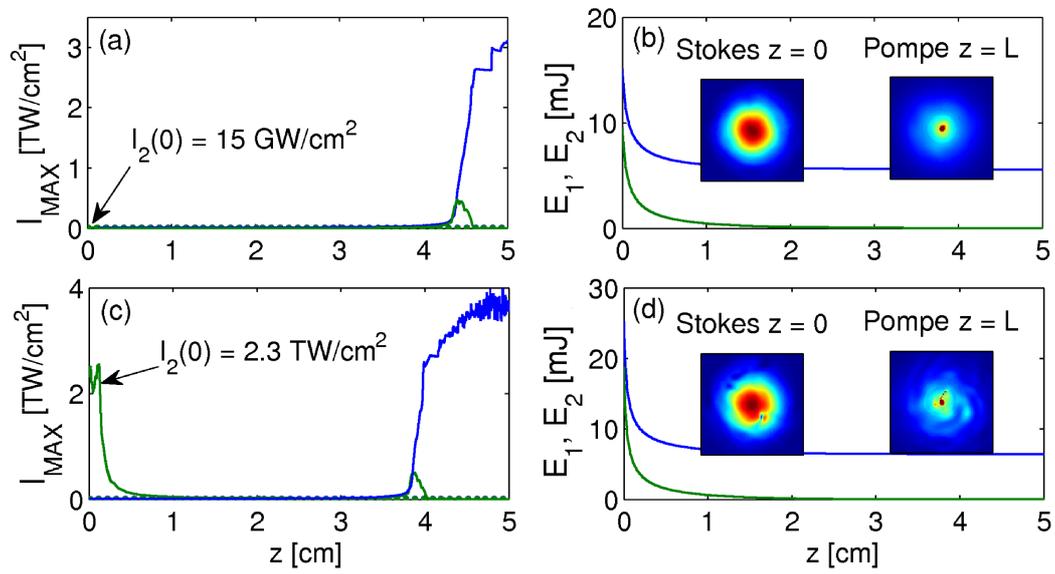


FIGURE 3.7 – (a,c) Intensités maximales et (b,d) énergies partielles des impulsions gaussiennes à 355 nm avec  $w_0 = 150 \mu m$ ,  $t_p = 2.12 ns$  pour (a,b)  $P_1(0) = 16 P_{cr}$  et (c,d)  $27 P_{cr}$ . Les courbes bleues se réfèrent à l'onde de pompe et les vertes à l'onde Stokes. Les inserts montrent les distributions de fluence pour les ondes Stokes et pompe sur une section de  $400 \times 400 \mu m^2$  dans le plan  $(x, y)$  à  $z = 0$  et  $z = L$ , respectivement.

de l'onde de pompe. Nous verrons à partir de simulations complémentaires effectuées sur des processeurs graphiques (Chapitre 5) qu'une meilleure résolution permet à la génération de plasma de jouer un rôle défocalisant plus prononcé, sans cependant modifier notablement les caractéristiques de la propagation non-linéaire des deux composantes  $U_1$  et  $U_2$  en régime purement optique. En particulier, le lieu d'auto-focalisation  $z_c$  reste inchangé sur l'axe optique. Les courbes de la figure 3.7 nous permettent d'évaluer cette distance d'auto-focalisation pour les deux puissances considérées. Nous obtenons des distances  $z_c$  clairement supérieures à la prédiction de Marburger :

$$\begin{aligned} z_c &\approx 4.3 \text{ cm pour } P_1(0) = 16P_{\text{cr}} \text{ alors que } L_M = 3.4 \text{ cm,} \\ z_c &\approx 4 \text{ cm pour } P_1(0) = 27P_{\text{cr}} \text{ alors que } L_M = 2.5 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Cette différence est due à la déplétion de l'onde de pompe dont la puissance effective est diminuée au cours de sa propagation. Comme le montre la formule de Marburger [Eq. (2.3.84)], et comme anticipé dans le Chapitre 2, on s'attend dans ce cas à obtenir une distance d'auto-focalisation plus grande. L'absence de termes Kerr ( $n_2 = 0$ ) entraîne de nouveau une inhibition du phénomène d'auto-focalisation. Il a été observé à l'aide de simulations numériques que les termes de modulation de phase croisée  $\sim |U_j|^2 U_i$  ( $i \neq j$ ) influencent la croissance de l'intensité Stokes et participent au processus d'autofocalisation : en l'absence de cette contribution, les distances d'auto-focalisation des deux ondes peuvent être légèrement décalées. L'absence de ces termes n'empêche cependant ni l'onde de pompe ni l'onde Stokes de subir un collapse à des distances comparables à celles mesurées précédemment.

Qu'en est-il de l'onde Stokes ? Le collapse de l'onde de pompe peut effectivement avoir des répercussions sur le comportement de l'onde Stokes, dont les nonlinéarités Kerr ont alors tendance à diverger. En fait, l'onde Stokes, dont la dynamique est essentiellement gouvernée par le terme  $g_0 Q U_1^*/2$ , peut suivre le même comportement que l'onde de pompe, selon la réalisation du bruit et la durée effective de l'impulsion pompe près de la zone de collapse. En effet, les figures 3.7(a,c) montrent toutes les deux une amorce de croissance de l'onde Stokes au voisinage de l'auto-focalisation de la pompe. Cette amorce peut ensuite être suivie ou non d'une amplification. Par exemple, le profil temporel de l'onde de pompe peut être comprimé sur des durées de l'ordre de la dizaine de picosecondes, trop courtes pour que l'onde Stokes ait le temps de croître. Cette dynamique peut être observée sur la figure 3.8(b). La largeur temporelle du pic d'intensité pompe est de  $\sim 10$  ps par "compression" temporelle Kerr (cf. plus bas). Dans ce cas, une augmentation de l'onde

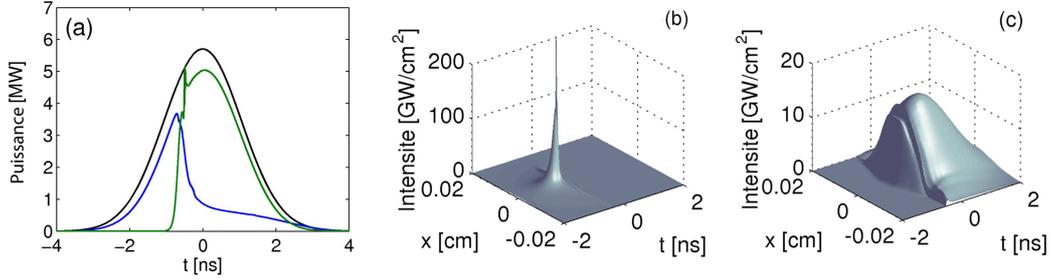


FIGURE 3.8 – (a) Profils de puissance de l’onde de pompe incidente (courbe noire), l’onde transmise (courbe bleue) et l’onde Stokes réfléchie (courbe verte) pour  $P_1(0) = 16 P_{cr}$ . Profils d’intensité associés dans le plan  $(x, t)$  : (b) onde de pompe près du point de collapse  $I_1(z \approx z_c = 4.3 \text{ cm})$  et (c) onde Stokes en entrée de l’échantillon  $I_2(0)$ .

de pompe ne garantit pas toujours une divergence de l’onde Stokes, ce que d’autres simulations employant des résolutions différentes ont confirmé.

Avant d’analyser cette dynamique, revenons sur les figures 3.7(b,d) qui détaillent l’évolution des énergies partielles au cours de la propagation. Le code couleur utilisé est le même que pour les intensités. Les courbes bleues montrent une forte déplétion de l’onde de pompe. L’énergie pompe est rapidement diminuée dans un rapport  $E_1(z)/E_1(0) \approx 0.35$  dès  $z = 1 \text{ cm}$  pour  $P_1(0) = 16 P_{cr}$  et  $E_1(z)/E_1(0) \approx 0.26$  pour  $P_1(0) = 27 P_{cr}$ . À l’inverse, les énergies partielles des ondes Stokes croissent depuis  $z = L$  vers  $z = 0$  pour atteindre  $E_2(0) \approx 10 \text{ mJ}$  pour  $P_1(0) = 16 P_{cr}$  et  $E_2(0) \approx 19 \text{ mJ}$  pour  $P_1(0) = 27 P_{cr}$ . L’énergie laser incidente est donc rapidement transférée vers la composante Stokes selon la puissance considérée. Cette diminution d’énergie semble préserver la distance d’auto-focalisation de l’onde de pompe à des distances supérieures à celle de Marburger, quelle que soit la puissance incidente du faisceau. Ici, la fluence de l’onde Stokes réfléchie peut atteindre des valeurs typiques d’endommagement. L’inspection des données numériques nous fournit en effet  $F_2^{max}(0) \approx 11.4 \text{ J/cm}^2$  à  $27 P_{cr}$  alors que la même fluence réfléchie vaut  $6.2 \text{ J/cm}^2$  à  $16 P_{cr}$ .

La figure 3.8(a) montre les profils de puissance des ondes incidente, transmise en  $z = L$  et réfléchie en  $z = 0$  en fonction du temps pour une puissance incidente de  $P_1(0) = 16P_{cr}$ . La courbe noire montre la forme initiale gaussienne de l’impulsion. Autour de l’instant  $t = -1 \text{ ns}$ , la puissance de l’onde transmise est fortement diminuée, contrairement à celle de l’onde réfléchie qui croît et atteint un niveau proche de celle de l’onde incidente. Observons à présent la dynamique des impulsions. Les figures 3.8(b,c) montrent les profils

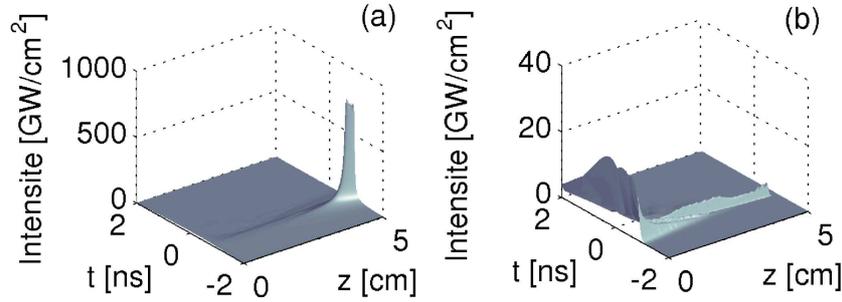


FIGURE 3.9 – Profils d’intensité maximale dans le plan  $(z, t)$  pour  $P_1(0) = 16 P_{cr}$  : (a)  $I_{1\max}(z)$  et (b)  $I_{2\max}(z)$ .

d’intensité des impulsions pompe à l’approche de point de collapse et Stokes à l’entrée de l’échantillon de silice dans le plan  $(z, t)$  pour la même puissance incidente. Près du foyer non-linéaire ( $z \simeq z_c$ ), nous pouvons remarquer à nouveau que l’onde de pompe est déplétée à partir de l’instant  $t = -1$  ns, d’où un pic Stokes émerge et croît selon les  $z$  décroissants en couvrant la durée restante de la pompe. Une structure de pic unique est amplifiée sur l’onde de pompe comme sur l’onde Stokes, i.e., la filamentation est "simple".

Pour finir, la figure 3.9 présente les intensités maximales des mêmes ondes de pompe (a) et réfléchie (b) dans le plan  $(z, t)$ . L’onde de pompe s’auto-focalise le long de l’axe des  $z$  à la distance  $z \simeq z_c = 4.3$  cm. L’onde Stokes est quant à elle amplifiée durant son parcours vers les  $z$  décroissants pour atteindre  $\sim 15$  GW/cm<sup>2</sup>, comme sur la figure 3.7(a).

Sur les figures 3.8(b) et 3.9(a), on observe une compression temporelle de l’impulsion à l’approche du point d’auto-focalisation. Comme annoncé plus haut, celle-ci peut atteindre des durées d’environ  $\sim 10$  ps. Cette “auto-compression” est causée par l’effet Kerr et expliquée à l’aide du modèle dit du “moving focus” [61, 83, 84]. Nous avons en effet vu dans le chapitre précédent qu’une impulsion spatialement gaussienne s’auto-focalise à la distance de Marburger, qui dépend de sa puissance. Considérons maintenant le profil temporel de la distribution de puissance. D’après l’Eq. (3.2.2), il est donné par

$$P_1(t) = P_1(0) \exp \left[ -\frac{t^2}{t_p^2} \right]. \quad (3.3.2)$$

Chaque tranche temporelle de l’impulsion s’auto-focalise donc à une distance

$z_c(t)$  différente, fixée par la distance de Marburger dépendante du temps :

$$z_c(t) = L_M(t) = \frac{0.092L_{\text{diff}}}{[(\sqrt{P_1(t)}/P_{\text{cr}} - 0.852)^2 - 0.0219]^{1/2}}. \quad (3.3.3)$$

La distance d'auto-focalisation étant identifiée par la distance la plus courte où prend place l'auto-focalisation, elle correspond à celle de la tranche temporelle centrale de plus forte puissance ( $t = 0$ ). Les tranches temporelles de moindre puissance ont donc une distance  $z_c(t \neq 0)$  plus grande. Les profils auto-comprimés résultent en fait des premières tranches temporelles auto-focalisées, qui forment un profil très étroit en temps près de la distance  $z_c(t \approx 0)$ . Les tranches sous-critiques en puissance diffractent simplement. Cette dynamique explique la compression temporelle observée sur les profils d'intensité. Comparé à la dynamique de propagation 1D où la déplétion de l'onde de pompe due à l'effet Brillouin raccourcit naturellement l'impulsion pompe [Fig. 3.2], les facteurs de compression temporelle obtenus en 3D par la dynamique de collapse sont clairement supérieurs [Fig. 3.8(b)].

### 3.4 Comportement de la densité de phonons

Analysons à présent la densité de phonons normalisée  $Q$ . Pour cela, nous comparons les résultats des simulations pour des puissances d'entrée  $P_1(0) = 5, 16$  et  $27 P_{\text{cr}}$ . La figure 3.10 montre l'évolution de l'intensité maximale  $|Q|^2$  dans le plan  $(x, t)$  à  $z = 0$  soit en fin d'échantillon pour la plus faible puissance, soit en  $z \approx z_c$  pour les plus fortes. Nous constatons qu'en entrée de l'échantillon, la densité de phonons commence à croître autour du temps  $t \approx -1$  ns [légèrement plus grand pour  $P_1(0) = 5 P_{\text{cr}}$ ], ce qui correspond au temps où l'énergie pompe est transférée à l'onde Stokes. À partir de cet instant, cette densité croît jusqu'à atteindre son maximum pour  $t \approx 0.5$  ns. Ce maximum est d'autant plus grand que la puissance d'entrée est grande :  $|Q(z = 0)|_{\text{max}}^2 \approx 5 \text{ GW/cm}^2$  pour  $P_1(0) = 5 P_{\text{cr}}$  et  $|Q(z = 0)|_{\text{max}}^2 \approx 400 \text{ GW/cm}^2$  pour  $P_1(0) = 27 P_{\text{cr}}$  (avec notre normalisation  $|Q|^2$  a comme unité des  $\text{W/cm}^2$ ). Du côté des temps positifs, l'étendue temporelle de  $|Q|^2$  reproduit la partie arrière de l'impulsion d'entrée. En fin d'échantillon, les comportements sont différents. Pour le cas à faible puissance (b) ne subissant pas de collapse à l'intérieur du matériau, le comportement de  $|Q|^2$  apparaît très bruité, ce qui est dû au fait que la densité de phonons n'a pas eu le temps de croître et est essentiellement régie par le bruit thermique initiant le processus Brillouin. Pour les cas à plus forte puissance (d,f), l'intensité  $|Q|^2$  calculée à une distance proche du point de collapse de l'onde de pompe  $z \approx z_c$  reproduit la partie arrière du faisceau mais est beaucoup plus faible

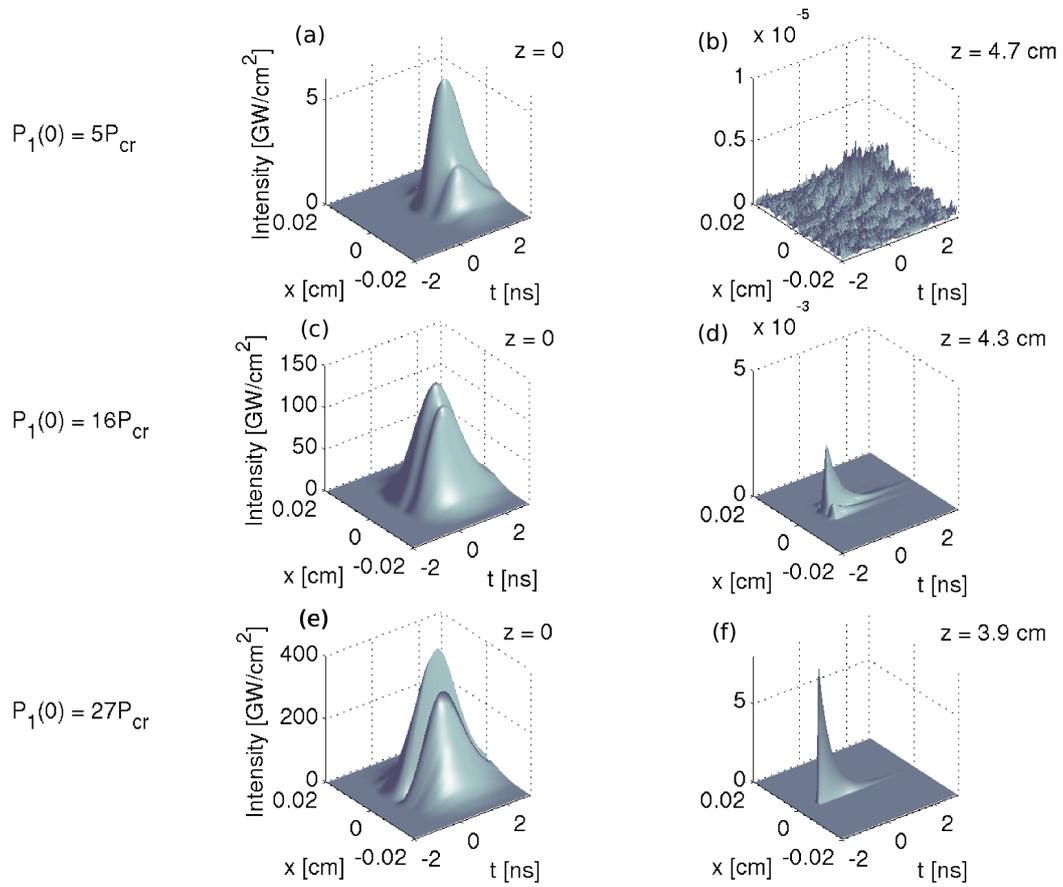


FIGURE 3.10 – Maximum de  $|Q|^2$  dans le plan  $(x, t)$  : (a) et (b) pour  $P_1(0) = 5 P_{cr}$  en  $z = 0$  et  $z = 4.7$  cm, (c) et (d) pour  $P_1(0) = 16 P_{cr}$  en  $z = 0$  et  $z \approx z_c \approx 4.3$  cm et, (e) et (f) pour  $P_1(0) = 27 P_{cr}$  en  $z = 0$  et  $z \approx z_c \approx 3.9$  cm.

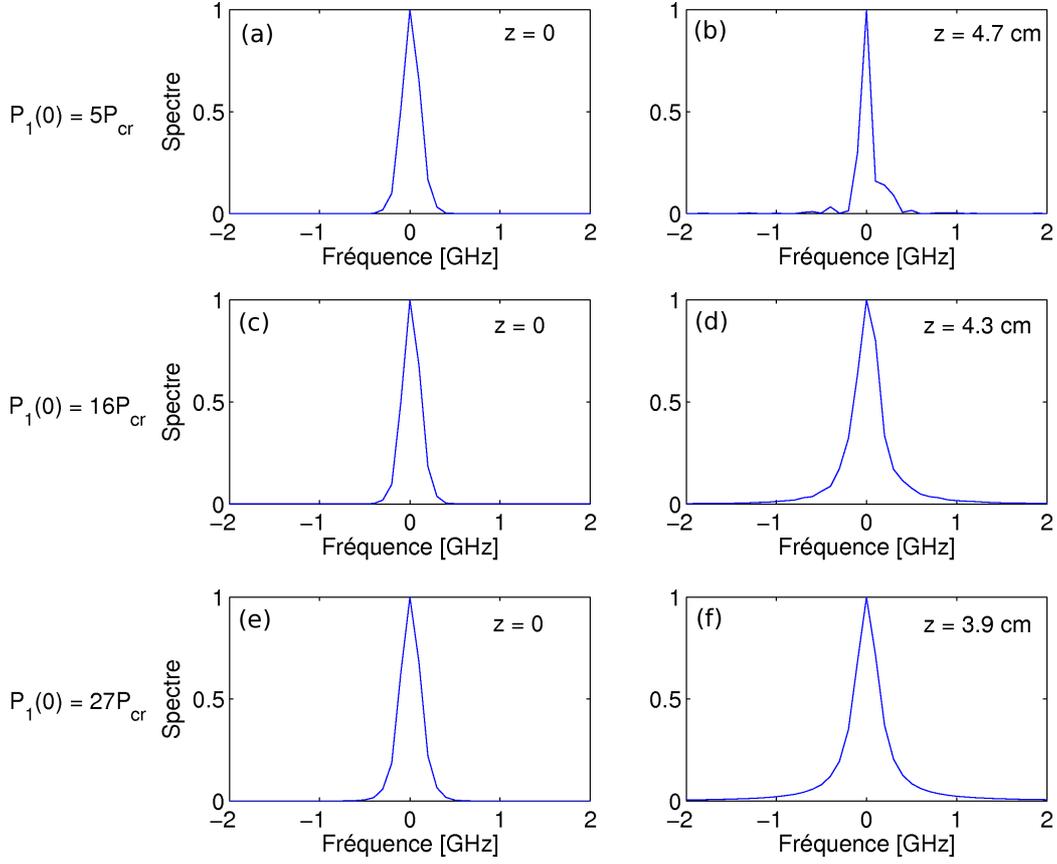


FIGURE 3.11 – Spectre de la densité de phonons normalisée  $Q$  : (a) et (b)  $P_1(0) = 5 P_{cr}$  en  $z = 0$  et  $z = 47$  cm, (c) et (d)  $P_1(0) = 16 P_{cr}$  en  $z = 0$  et  $z \approx z_c \approx 4.3$  cm et, (e) et (f)  $P_1(0) = 27 P_{cr}$  en  $z = 0$  et  $z \approx z_c \approx 3.9$  cm.

qu'en entrée d'échantillon. De plus, les étendues temporelle et spatiale de celle-ci sont très réduites : elles subissent principalement les distortions de l'onde de pompe en état d'auto-focalisation en amplifiant principalement sa composante à  $t \approx -1$  ns.

Le spectre de l'onde acoustique est représenté en figure 3.11 pour les trois puissances incidentes considérées aux mêmes distances de propagation. Ce spectre est obtenu en calculant la transformée de Fourier

$$\hat{Q}(z, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} Q(z, t) e^{-i\omega t} dt. \quad (3.4.1)$$

Pour  $\Omega \approx \Omega_B$ , le spectre donné par  $\hat{Q}$  est centré en  $\omega = \Omega - \Omega_B \approx 0$ . Dans les

trois cas, en entrée d'échantillon (a,c,e), le spectre possède la même largeur ( $\sim 200$  MHz) centrée sur une seule fréquence, ce qui valide l'hypothèse que le mode anti-Stokes, situé à  $\sim 400$  GHz peut ne pas être excité, même en régime d'auto-focalisation promouvant des raccourcissements dans l'impulsion pompe. Donc seule l'onde Stokes réfléchie est à prendre en compte et négliger la contribution anti-Stokes reste une hypothèse raisonnable. Le spectre en fin d'échantillon pour  $P_1(0) = 5 P_{\text{cr}}$  (b) est très irrégulier, ce qui est de nouveau dû au caractère aléatoire des fluctuations acoustiques dans cette région. Les spectres aux plus fortes puissances à l'approche de la distance d'auto-focalisation de l'onde de pompe sont légèrement plus larges ( $\sim 300$  MHz) qu'en  $z = 0$ , mais restent composés d'un seul pic, centré en  $\Omega = \Omega_B$ .

## 3.5 Influence des paramètres physiques

Cette section discute l'influence sur la dynamique non-linéaire de différents paramètres laser tels que la longueur d'onde, la forme spatiale et la forme temporelle de l'impulsion incidente, ainsi que le rôle de la longueur de l'échantillon.

### 3.5.1 Influence de la longueur d'onde

Nous comparons la filamentation UV étudiée précédemment avec celle prenant place à la longueur d'onde infrarouge  $\lambda_0 = 1064$  nm dans l'impulsion pompe. Certains paramètres physiques dépendent de cette longueur d'onde [36, 37] et leurs valeurs sont rappelées dans la Table 2.1. La dynamique alors observée est résumée dans la figure 3.12 présentant des résultats de calculs 3D pour  $P_1(0) = 6 P_{\text{cr}} = 25.6$  MW. À la longueur d'onde  $\lambda_0 = 1064$  nm, les données numériques montrent des dynamiques non-linéaires comparables à celles des impulsions UV. Nous observons en effet que l'onde de pompe s'auto-focalise à la distance  $z_c \approx 2.7$  cm, qui est supérieure à la formule de Marburger (2.3.84) prédisant  $L_M = 2.2$  cm. Cette propriété provient à nouveau de la déplétion de l'onde de pompe, qui se produit de nouveau autour de l'instant  $t \approx -1$  ns. Ici, l'onde Stokes créée est amplifiée et subit à son tour une auto-focalisation, comme dans le cas à  $27 P_{\text{cr}}$  à 355 nm.

Une différence notable entre les deux longueurs d'onde est que l'intensité seuil pour la croissance de la composante Stokes est plus grande que pour un faisceau UV :  $I_{\text{seuil}} \approx 35$  GW/cm<sup>2</sup> dans l'infrarouge contre  $I_{\text{seuil}} = 13$  GW/cm<sup>2</sup> dans l'ultraviolet. La puissance seuil  $P_{\text{seuil}}$  nécessaire pour atteindre le régime de collapse change également :  $P_{\text{seuil}} = 13P_{\text{cr}} = 4.9$  MW pour la

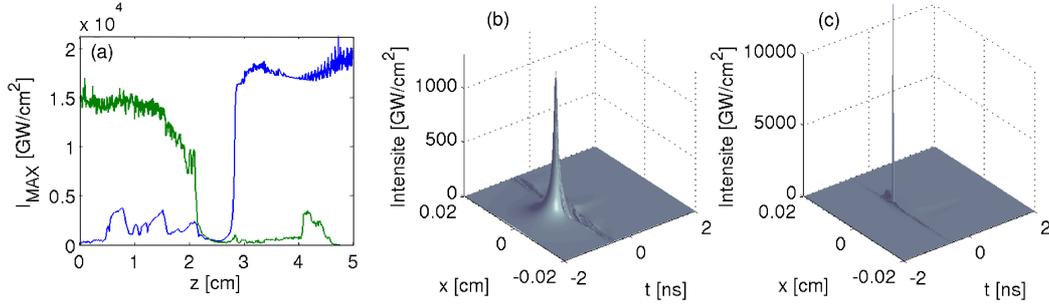


FIGURE 3.12 – (a) Intensités maximales des impulsions pompe et Stokes à 1064 nm avec  $P_1(0) = 6 P_{cr}$ . La courbe bleue se réfère à l’onde incidente et la verte à l’onde réfléchie. Profils d’intensité dans le plan  $(x, t)$  : (b) onde de pompe près du point de collapse  $I_1(z \approx z_c)$  et (c) onde Stokes en  $z = 0$  ( $L = 5$  cm).

longueur d’onde ultraviolette alors que  $P_{seuil} = 3P_{cr} = 12.8$  MW dans le domaine infrarouge. Nous attribuons ces différences au fait que le facteur Kerr  $n_2\omega_0/c$  et la largeur Brillouin  $\Gamma_B = 2/\tau_B$  sont plus faibles pour  $\lambda_0 = 1064$  nm.

### 3.5.2 Influence de la longueur du diélectrique

Nous étudions ici l’influence de la longueur de l’échantillon sur la rétro-diffusion Brillouin en simulant la propagation d’une impulsion gaussienne de puissance initiale  $P_1(0) = 16 P_{cr}$  dans 5, 7 et 10 cm de silice. Comme attendu au chapitre 2, l’efficacité de ce processus varie avec la longueur  $L$ . La figure 3.13 montre en effet que plus la distance de propagation est importante, plus l’énergie de l’onde laser transmise est faible :  $E_1(z = L) = 5.5$  mJ pour  $L = 5$  cm alors que  $E_1(z = L) = 2.7$  mJ pour  $L = 10$  cm. À l’inverse, l’énergie atteinte par l’onde Stokes à l’entrée de l’échantillon de silice est d’autant plus grande que la longueur  $L$  est importante :  $E_2(0) = 9.7$  mJ pour  $L = 5$  cm contre  $E_2(0) = 12.4$  mJ pour  $L = 10$  cm. Pour ces deux longueurs, nous retrouvons la conservation de l’énergie [Eq. (2.3.144)] :  $E_1(0) - E_2(0) = E_1(L)$  pour  $L = 5$  et 10 cm.

### 3.5.3 Influence de la forme spatiale

L’influence de la forme du faisceau incident est maintenant étudiée à l’aide de distributions spatiales plus larges définies par

$$U_1(x, y, z = 0, t) = \sqrt{I_1(0)} e^{-t^2/t_p^2} \exp\left(-\frac{x^{2n_x}}{w_0^{2n_x}} - \frac{y^{2n_y}}{w_0^{2n_y}}\right), \quad (3.5.1)$$

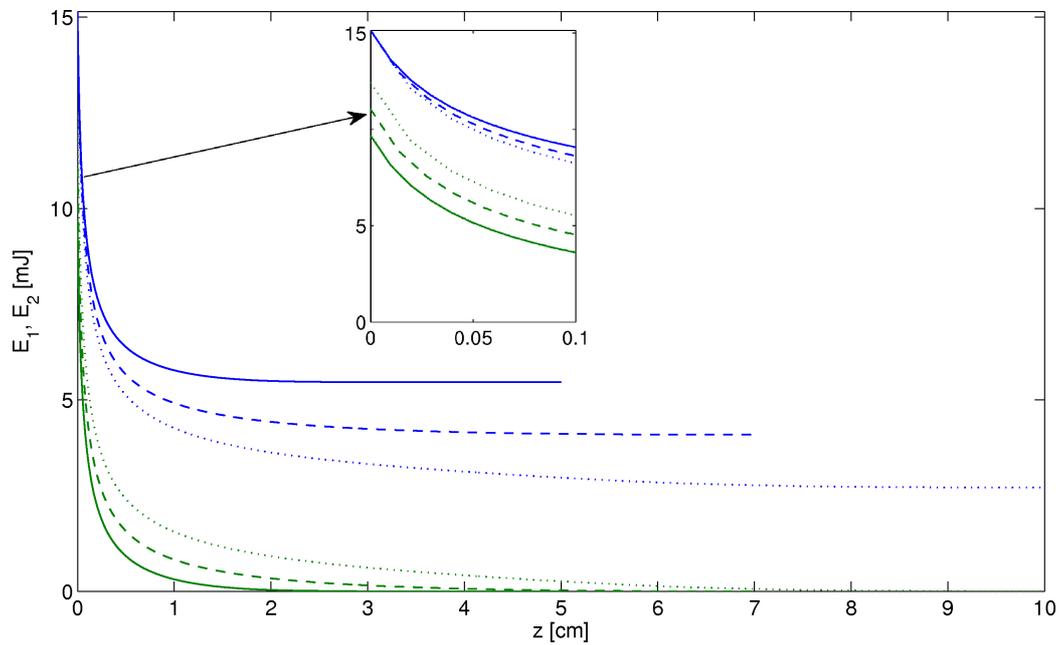


FIGURE 3.13 – Energies partielles de l'onde de pompe (courbes bleues) et Stokes (courbes vertes) pour un échantillon de 5 cm (courbes en trait plein), 7 cm (courbes en tirets) et 10 cm (courbes en pointillés). L'insert détaille les niveaux d'énergie des ondes Stokes près de l'entrée de l'échantillon.

où la durée  $t_p$  à  $1/e^2$  de l'intensité conserve la même valeur que précédemment,  $w_0$  est le rayon du faisceau,  $n_x$  et  $n_y$  sont les ordres du profil supergaussien. Supposant des ordres  $n_x = n_y = n$  identiques selon les dimensions  $(x, y)$ , l'intensité et la puissance de la pompe sont liées par la relation

$$I_1(0) = \frac{2^{1/n} P_1(0)}{4w_0^2 \Gamma^2 \left(1 + \frac{1}{2n}\right)}, \quad (3.5.2)$$

où  $\Gamma(x)$  est la fonction Gamma définie par  $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$ .

En l'absence de SBS, plus l'ordre de la supergaussienne est élevé, plus la distance de collapse est petite en régime de filamentation multiple [65]. Des simulations réalisées avec un facteur de gain Brillouin  $g_0 = 0$  et une puissance incidente de  $P_1(0) = 50 P_{\text{cr}}$  sont présentées en figure 3.14 et restent en accord avec cette observation. Sur cette figure, les profils d'intensité à droite correspondent à une impulsion gaussienne ( $n = 1$ ), qui s'auto-focalise à la distance  $z_c \approx L_M = 8.6$  cm. Lorsque  $n = 2$  (profils au centre et courbe en tirets), cette distance est réduite à  $z_c = 7.5$  cm. Enfin, lorsque  $n = 10$  (profils d'intensité à gauche et courbe en trait plein), la distance de collapse est encore plus faible avec  $z_c = 3.6$  cm. Les profils d'intensité nous permettent en outre de constater que contrairement au cas gaussien  $n = 1$  qui développe un unique filament, les deux autres cas présentent de nombreux filaments émergeant sur les zones de plus fort gradient d'intensité, c'est-à-dire les bords et les coins de la distribution spatiale.

Intéressons-nous maintenant au couplage Brillouin. La figure 3.15 présente l'évolution d'une impulsion supergaussienne d'ordre 10 de puissance incidente  $P_1(0) = 50 P_{\text{cr}}$ . L'onde Stokes, générée ou non selon les configurations, confirme le fait que plus l'impulsion pompe est déplétée, plus la distance d'auto-focalisation est grande. Le niveau de turbulence optique à l'intérieur de la tache focale croît avec l'ordre de la supergaussienne (non montré), tandis que la distance de collapse diminue lorsque la filamentation multiple prend place. Pour  $n = 10$ , les distances d'auto-focalisation ont été comparées pour chacun des cas. Pour le résultat sans SBS [Fig. 3.15(b)], c'est-à-dire sans déplétion de la pompe, l'équation (2.3.86) prévoit une distance d'auto-focalisation  $L_{\text{SF}} = 1.5$  cm, qui est inférieure à la distance donnée par le calcul numérique,  $z_c = 3.4$  cm. Pour l'échantillon de 5 cm d'épaisseur avec SBS [Fig. 3.15(c)], une estimation de la distance d'auto-focalisation est  $z_c = 4.9$  cm. Pour un échantillon doublé en longueur [Fig. 3.15(d)], la distance d'auto-focalisation est évaluée numériquement à  $z_c = 7.1$  cm. Le profil spatial de l'onde Stokes à l'entrée de l'échantillon, qui est principalement

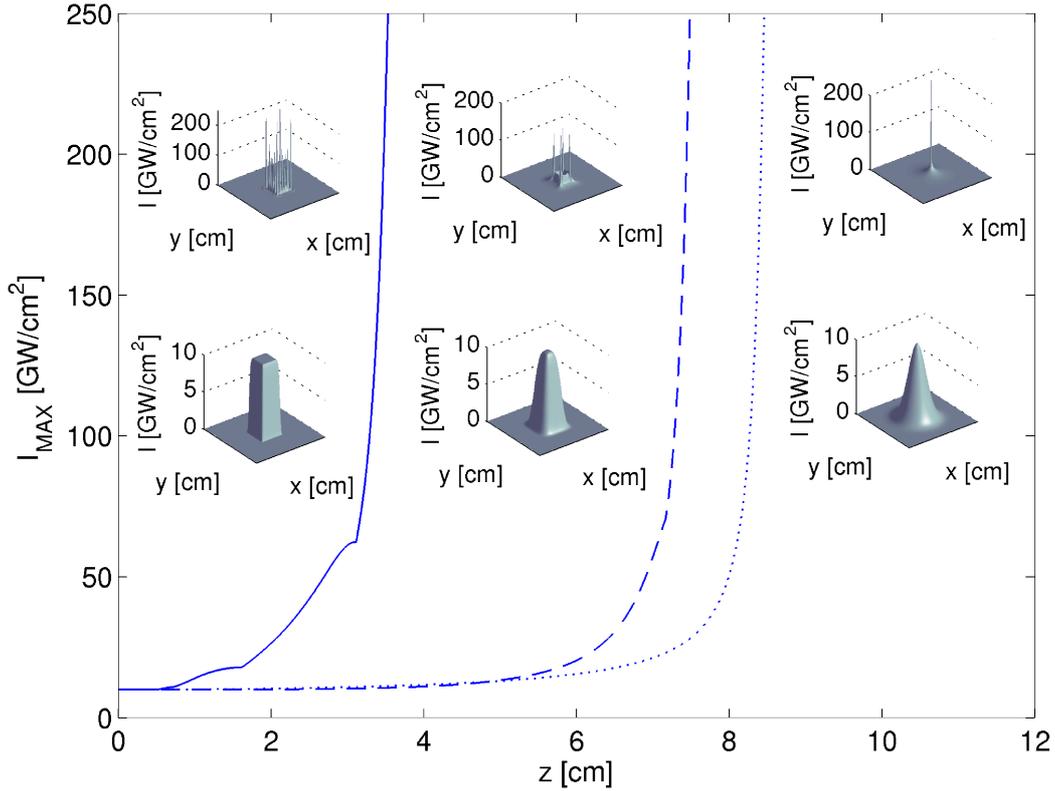


FIGURE 3.14 – Intensités maximales en fonction de  $z$  pour des impulsions gaussiennes et supergaussiennes avec  $I_1(0) = 10 \text{ GW/cm}^2$  et  $P_1(0) = 50 P_{\text{cr}}$  dans le cas où SBS est négligé. La courbe en pointillés (profil d'intensité à droite) correspond au collapse d'un faisceau gaussien à  $z_c = 8.6$  cm, en accord avec Marburger. La courbe en tirets (profil d'intensité du milieu) représente une impulsion supergaussienne d'ordre 2 de même puissance. La distance d'auto-focalisation est réduite à 7.5 cm. La courbe en trait plein (profil d'intensité à gauche) montre l'intensité atteinte par une impulsion supergaussienne d'ordre 10, collapsant à 3.6 cm. Les inserts détaillent les profils d'intensité de l'onde de pompe près de son point de collapse.

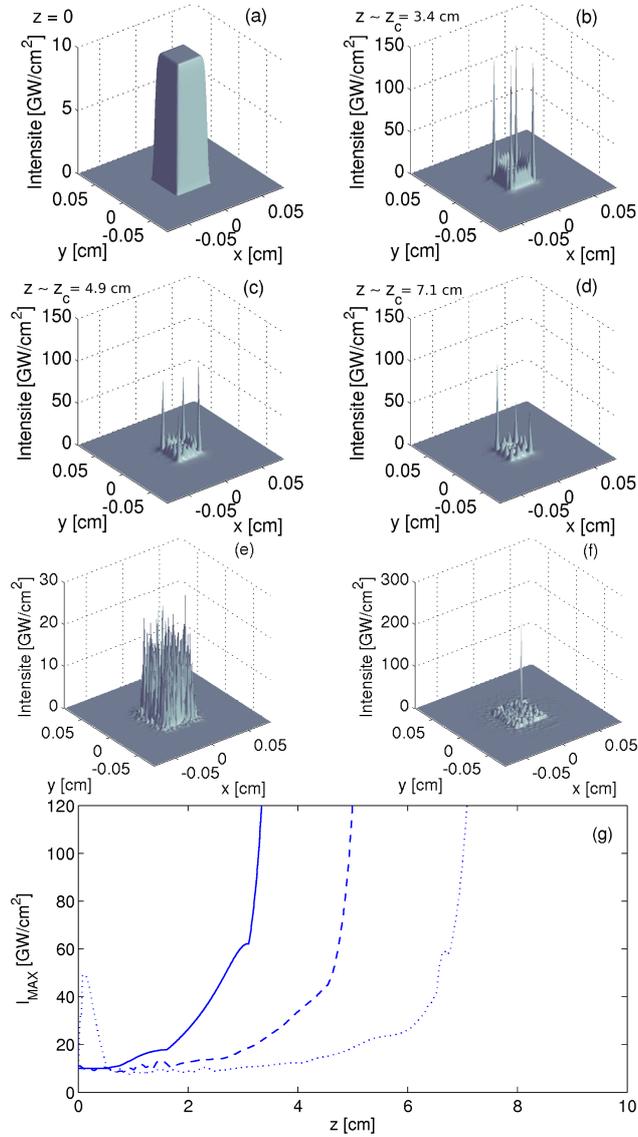


FIGURE 3.15 – Profils dans le plan  $(x, y)$  d'une impulsion supergaussienne du 10<sup>ième</sup> ordre et de puissance  $P_1(0) = 50 P_{\text{cr}}$  : onde de pompe (a) à l'entrée de l'échantillon et (b) près de la distance d'auto-focalisation avec  $g_0 = 0$ . Profils d'intensité pour des épaisseurs de (c) 5 cm et (d) 10 cm en prenant en compte l'effet Brillouin ( $g_0 \neq 0$ ). (e) et (f) montrent les profils Stokes à l'entrée de l'échantillon de 5 et 10 cm, respectivement. (g) montre l'intensité maximale sans SBS (courbe solide) et avec SBS pour un échantillon de 5 cm (courbe en tirets) et 10 cm (courbe en pointillés).

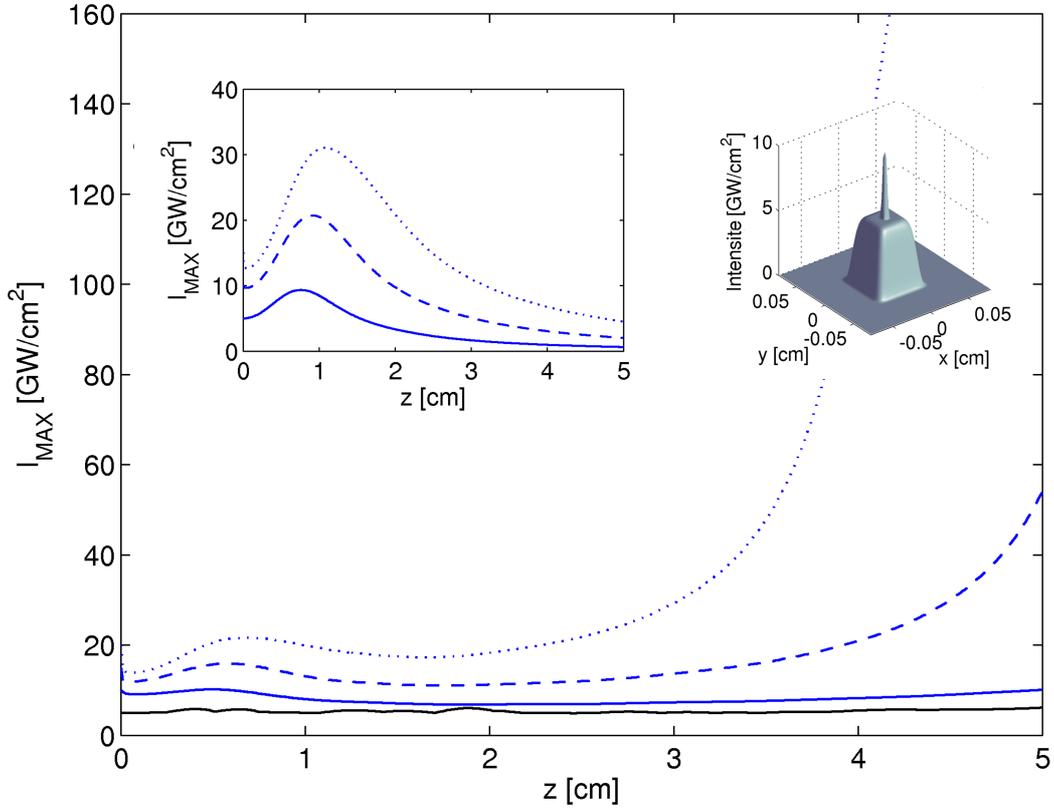


FIGURE 3.16 – Intensités maximales d'une impulsion pompe supergaussienne d'ordre 2 non perturbée d'intensité égale à  $5 \text{ GW/cm}^2$  (courbe noire), possédant en son centre un défaut gaussien d'intensité égale à  $5 \text{ GW/cm}^2$  (courbe bleue en trait plein),  $10 \text{ GW/cm}^2$  (courbe bleue en tirets) et  $15 \text{ GW/cm}^2$  (courbe bleue en pointillés). L'insert gauche détaille l'intensité du défaut gaussien seul avec le même code couleur. L'insert droit montre un profil d'intensité pompe avec défaut à  $z = 0$ .

gouvernée par le terme  $(g_0/2)Q^*U_1$  de l'Eq. (2.2.78), suit la forme "globale" de l'impulsion pompe perturbée [Figs. 3.15(e,f)]. Comme nous l'avons déjà vu précédemment, cette onde Stokes peut ou non diverger. Ici, seule l'onde Stokes se propageant dans un échantillon de 10 cm [figure 3.15(f)] subit un collapse avec un filament particulièrement intense atteignant quelques centaines de  $\text{GW/cm}^2$ .

Différentes perturbations de type "défaut" ont ensuite été modélisées par une gaussienne de rayon dix fois plus petit, localisée sur le centre ou sur les bords d'impulsions supergaussiennes. La figure 3.16 montre les résultats numériques obtenus pour une impulsion incidente supergaussienne du 2<sup>nd</sup> ordre de puissance "hors défaut"  $P_1(0) = 25P_{\text{cr}}$  [ $w_0 = 274 \mu\text{m}$  et  $I_1(0) = 5$

GW/cm<sup>2</sup>], puis perturbée avec un défaut gaussien en son centre de waist  $w_{0G} = 27.4 \mu\text{m}$ , d'intensité initiale  $I_{1G}(0) = 5, 10$  et  $15 \text{ GW/cm}^2$  et de puissances respectives  $0.17, 0.38$  et  $0.5P_{\text{cr}}$ . Ni le support supergaussien seul, ni la perturbation gaussienne seule ne collapsent à l'intérieur de l'échantillon aux intensités étudiées ici. Lorsque l'on superpose le défaut gaussien au fond supergaussien, l'impulsion totale ne s'auto-focalise que dans le cas où  $I_{1G}(0) = 15 \text{ GW/cm}^2$ . Ainsi, la présence d'un défaut n'affecte pas réellement la dynamique d'une impulsion supergaussienne, hormis la position des filaments, excepté dans le cas évident où l'intensité du défaut devient très supérieure à l'intensité du fond supergaussien. Par souci de complétude, nous avons aussi simulé des faisceaux supergaussiens plus puissants ( $\rightarrow 50 P_{\text{cr}}$ ) supportant un défaut localisé sur l'un des sommets de la distribution spatiale de l'impulsion pompe. De nouveau, la présence du défaut ne change pas l'évolution de l'impulsion supergaussienne et, avec un défaut d'intensité modérée, la dynamique de filamentation est toujours supportée par le fond supergaussien.

### 3.5.4 Influence de la forme temporelle

Analysons à présent l'influence de la distribution temporelle d'un faisceau pompe à profil spatial gaussien pour une faible puissance  $P_1(0) = 5 P_{\text{cr}}$ . Pour comparaison avec des profils classiques gaussiens, nous utilisons ici un profil temporel de forme créneau de 4.2 ns. Nous observons, comme dans le cas d'un profil temporel gaussien, une déplétion de l'onde de pompe au profit de l'onde Stokes [Figs. 3.17 (courbes foncées)]. Les courbes d'intensité (c) montrent le même comportement que la figure 3.6. En effet, l'onde de pompe croît lentement pour atteindre un niveau d'intensité d'environ  $\sim 10 \text{ GW/cm}^2$ , et l'onde Stokes réfléchi à  $z = 0$  atteint  $\sim 5 \text{ GW/cm}^2$ . La déplétion de l'onde de pompe (d) correspondante est de  $E_1(L)/E_1(0) \approx 0.62$ . Analysons à présent l'effet d'une durée plus grande pour une impulsion créneau de 10 ns. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 3.17 (courbes de couleurs claires en pointillés). Les profils de puissance des différentes ondes montrent des comportements similaires pour les deux impulsions carrées. De même, les intensités maximales (c) atteintes par les ondes pompe et Stokes sont identiques. Une légère différence sur les énergies partielles (d) témoigne cependant d'une plus forte déplétion de l'onde de pompe pour une durée plus grande :  $E_1(L)/E_1(0) \approx 0.5$  pour le créneau de durée 10 ns.

Nous nous intéressons cette fois à l'influence d'une impulsion créneau de 4.2 ns pour des puissances plus importantes :  $P_1(0) = 16 P_{\text{cr}}$ . Les résultats correspondant sont montrés sur la figure 3.18 et comparés à ceux de la fi-

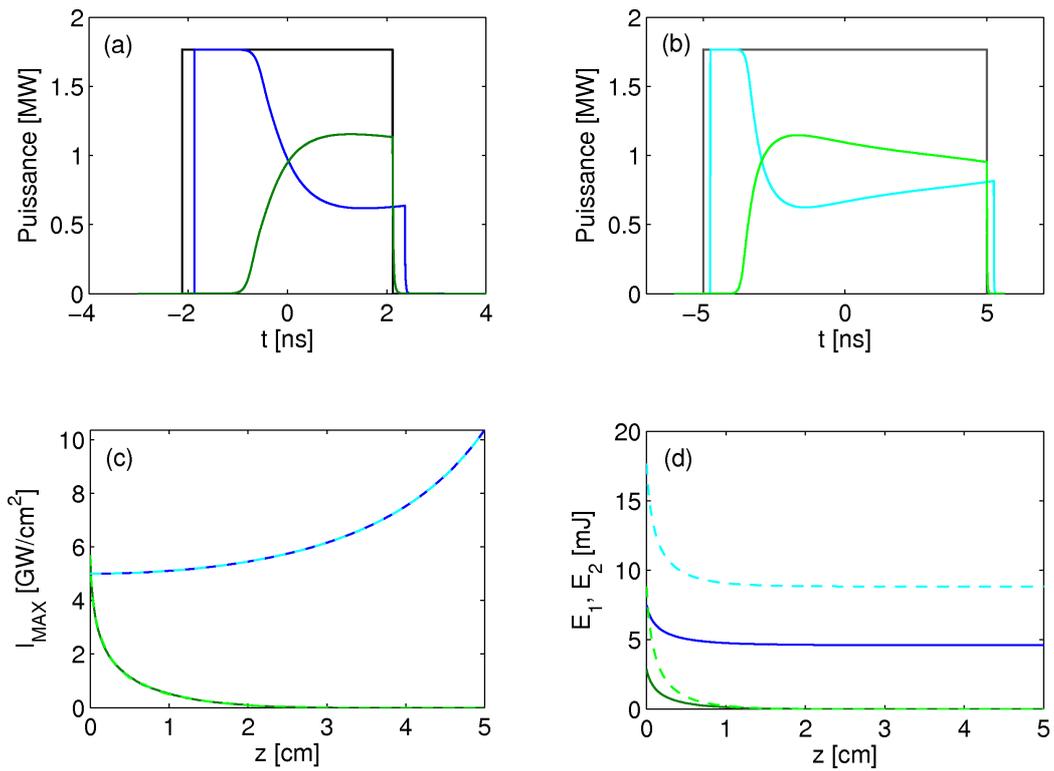


FIGURE 3.17 – Puissance de l'onde incidente (courbes noires), de l'onde transmise en fin d'échantillon (courbes bleues) et de l'onde réfléchie en entrée de l'échantillon (courbes vertes) pour une impulsion laser de puissance  $P_1(0) = 5P_{cr}$  avec un profil temporel en créneau de durée (a) 4.2 ns et (b) 10 ns. Evolution des (c) intensités maximales et (d) énergies partielles de l'onde de pompe (bleue) et Stokes (verte). Les courbes de couleurs foncées représentent les résultats pour un créneau de 4.2 ns alors que les courbes claires correspondent à un créneau de 10 ns.

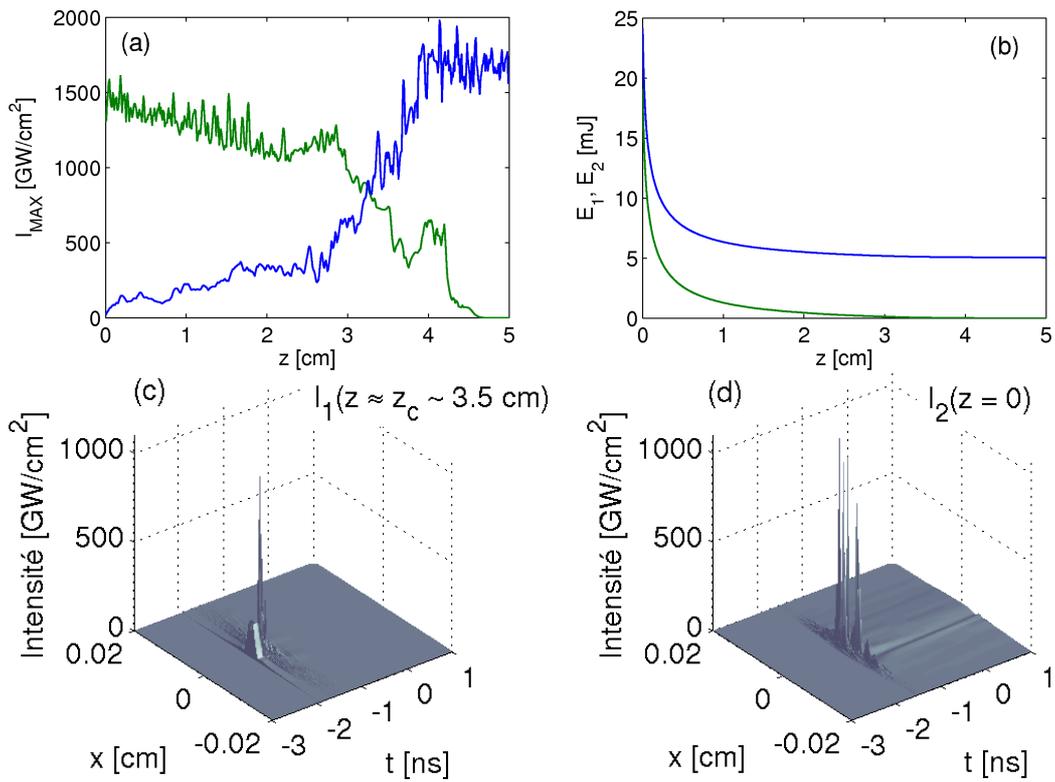


FIGURE 3.18 – (a) Intensités maximales et (b) énergies partielles de l’onde de pompe (bleue) et Stokes (verte) pour une impulsion incidente de puissance  $P_1(0) = 16P_{cr}$  avec un profil temporel en créneau de 4.2 ns. Profils d’intensité dans le plan  $(x, t)$  : (c) onde de pompe près de son point de collapse  $I_1(z \approx z_c \sim 3.5$  cm) et (d) onde Stokes en entrée de l’échantillon  $I_2(0)$ .

gure 3.7(a,b). Les énergies partielles traduisent une déplétion comparable de l'onde de pompe. Cependant, les intensités maximales diffèrent. En effet, les courbes sont plus perturbées et l'onde Stokes, très fortement amplifiée, atteint environ  $1.5 \text{ TW/cm}^2$ . Enfin, la distance de collapse de l'onde de pompe est plus courte,  $z_c \simeq 3 - 4 \text{ cm}$ , alors qu'elle était de  $4.3 \text{ cm}$  pour un profil gaussien. Ce comportement peut être attribué à la présence de forts gradients d'intensités en temps qui favorisent la croissance de modulations temporelles. On devine que par couplages non-linéaires, ces instabilités impactent à leur tour les distributions spatiales et sont alors responsables de l'auto-focalisation plus rapide de l'onde de pompe. Les profils d'intensité dans le plan  $(x, t)$  des ondes (c) pompe et (d) Stokes montrent effectivement l'émergence de plusieurs pics selon la dimension transverse  $x$ .

De ces simulations, il apparaît donc que la forme temporelle de l'impulsions d'entrée n'a qu'une faible incidence sur la dynamique de propagation lorsque la puissance d'entrée est faible. On retrouve ici la propriété basique de l'effet Brillouin selon laquelle l'onde Stokes se découple de ses conditions "initiales" de production pour s'amplifier exponentiellement vers un niveau d'intensité identique à l'onde de pompe à  $z = 0$ . Pour des puissances plus importantes, la déplétion de l'onde de pompe reste similaire mais, si le profil temporel présente des bords francs, les dynamiques des deux ondes peuvent être modifiées par des instabilités non seulement temporelles mais également spatiales. En particulier, la distance d'auto-focalisation de l'onde de pompe semble se raccourcir en raison de l'établissement d'un régime de filamentation multiple. Nous verrons ultérieurement que ce comportement affecte ainsi des impulsions pompe à modulations de phase rapides.

### 3.6 Comparaison aux résultats expérimentaux

Des résultats expérimentaux sont disponibles en Réf. [85] pour laquelle aucune comparaison avec des données numériques n'existait jusqu'à présent. Pour confronter ces résultats expérimentaux à nos calculs numériques, nous utilisons l'intégrale de "rupture"  $B$  (pour "Breakdown"), donnée par

$$B = \frac{2\pi}{\lambda_0} \int_0^L n_2 I_1(z) dz \approx \frac{2\pi n_2}{\lambda_0} I_1(0) z_c. \quad (3.6.1)$$

Cette intégrale est proportionnelle à l'indice non-linéaire du milieu traversé et elle mesure la variation de phase non-linéaire accumulée par le faisceau lors de sa propagation. Elle permet notamment de quantifier les déformations

non-linéaires Kerr subies par le faisceau. La loi de Marburger [Eq. (2.3.84)] peut alors être réécrite sous la forme :

$$B = \frac{P_1(0)}{P_{\text{cr}}} \times \frac{0.684}{\sqrt{\left(\sqrt{P_1(0)/P_{\text{cr}}} - 0.852\right)^2 - 0.0219}}. \quad (3.6.2)$$

C'est cette intégrale que nous représentons sur la figure 3.19 pour des puissances incidentes comprises entre 0 et  $30 P_{\text{cr}}$  soit, à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 355 \text{ nm}$ ,  $0 \leq P_1(0) \leq 10.5 \text{ MW}$ , et à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 1064 \text{ nm}$ ,  $0 \leq P_1(0) \leq 128.1 \text{ MW}$ .

Dans les différentes simulations incluant SBS, l'énergie de l'onde de pompe est rapidement transférée vers la composante Stokes dans un rapport  $E_1(z_c)/E_1(0) \approx 1/3 - 1/4$  selon la puissance considérée [voir Fig. 3.7 par exemple], ce qui préserve la distance d'autofocalisation de l'onde laser à des distances comparables  $z_c \approx 4 - 4.5 \text{ cm}$ , quelle que soit la puissance incidente du faisceau. Le foyer non-linéaire varie donc peu avec le puissance de l'onde de pompe. Ces distances suivent alors la droite empirique (droite en pointillés)

$$z_c = aw_0^2 + \frac{b}{I_1(0)}, \quad (3.6.3)$$

avec  $a \approx 14.75 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$  et  $b = 25.5 \text{ GW/cm}$  pour la longueur de l'échantillon sélectionnée ( $L = 5 \text{ cm}$ ). Cette distance est supérieure à la distance de Marburger (courbe trait plein) en raison de la déplétion de l'onde de pompe.

Ce comportement est indiqué sur la figure 3.19. Nous constatons par ailleurs sur cette figure que les données numériques et expérimentales sont en très bon accord pour les deux longueurs d'onde considérées  $\lambda_0 = 355 \text{ nm}$  et  $\lambda_0 = 1064 \text{ nm}$ . On observera que le comportement du produit  $B \sim I_0 \times z_c$ , évalué à partir des données expérimentales, évolue quasi-linéairement comme une droite affine, en accord avec nos prédictions numériques.

En résumé, ce chapitre a permis de mieux comprendre le couplage entre la diffusion Brillouin et l'auto-focalisation Kerr en mettant en évidence pour des impulsions monomodes la déplétion de l'onde de pompe au profit de la création de l'onde rétrodiffusée, qui se traduit par une distance d'auto-focalisation du faisceau pompe supérieure à la prédiction de Marburger. Quels que soient les paramètres laser, les ondes de pompe et Stokes peuvent toutes deux atteindre des niveaux d'intensité et de fluence très élevés en régime d'auto-focalisation, et donc être responsables de dommages en faces avant et arrière des échantillons de silice dans lesquels elles se propagent. Il est donc nécessaire de trouver des solutions permettant de réduire l'effet Brillouin tout en

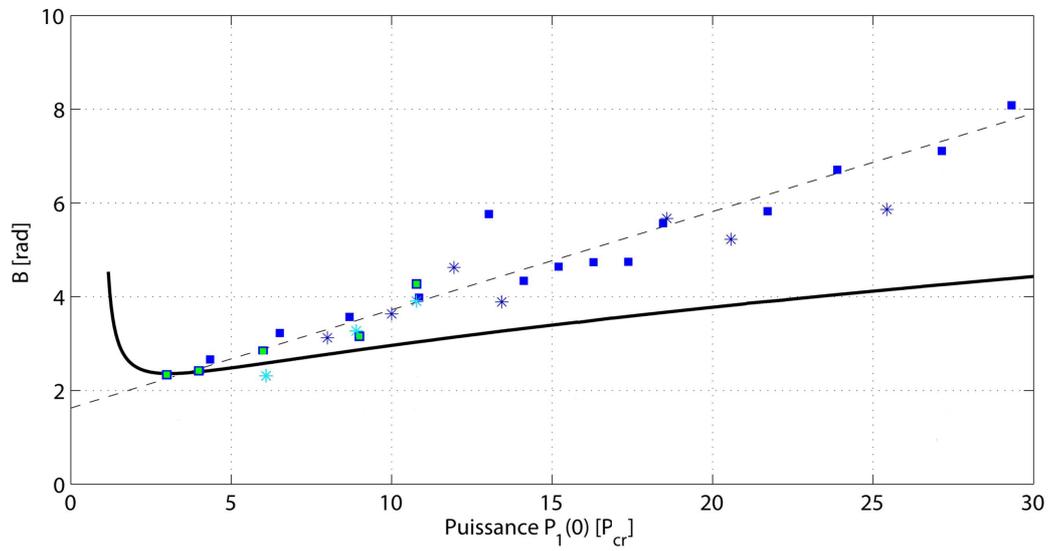


FIGURE 3.19 – Intégrale de rupture  $B$  en fonction de la puissance initiale  $P_1(0)$  en termes de  $P_{cr}$ . La courbe noire rappelle la loi de Marburger (2.3.84). Les carrés bleus correspondent aux données pour des faisceaux gaussiens se propageant dans 5 cm de silice à 355 nm. Les carrés avec un intérieur vert représentant les résultats de calcul à 1064 nm. La courbe en pointillés illustre la droite évoquée dans le texte. Les étoiles rappellent des résultats expérimentaux de la Réf. [85] : bleu pour  $\lambda_0 = 355$  nm et turquoise pour  $\lambda_0 = 1064$  nm.

conservant une distance d'auto-focalisation de l'onde de pompe suffisamment grande. Cette étude fera l'objet du chapitre suivant.



# 4

## Impulsions multi-modes

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>110</b>
<b>4.2</b>	<b>Modulations d'amplitude</b>	<b>114</b>
4.2.1	Modulations perturbatives	114
4.2.2	Modulations non perturbatives	114
4.2.3	Influence des paramètres laser	120
<b>4.3</b>	<b>Modulation de phase</b>	<b>122</b>
4.3.1	Approches théoriques	122
4.3.2	Impulsions à largeur spectrale modérée	126
4.3.3	Existence d'une largeur spectrale et d'une profondeur de modulation critiques	132
4.3.4	Influence des paramètres laser	137
<b>4.4</b>	<b>Instabilités modulationnelles</b>	<b>140</b>
<b>4.5</b>	<b>Comparaison de résultats numériques et expérimentaux</b>	<b>142</b>

---

Nous étudions l'efficacité de différentes configurations de faisceaux à large bande pour supprimer la rétrodiffusion Brillouin tout en gardant une distance d'auto-focalisation pour l'onde de pompe la plus grande possible. Dans un premier temps, nous rappelons les effets d'impulsions à spectre large étudiés dans la littérature. Nous examinerons ensuite l'influence de différentes modulations appliquées sur l'impulsion d'entrée. Les deux grandes catégories de modulations qui seront envisagées sont les suivantes : des modulations d'amplitude, perturbatives ou non, et des modulations de phase rapides.

Deux catégories de faisceaux à large bande seront examinées :

- Des impulsions multimodes en amplitude, c'est-à-dire dont le profil temporel est composée de trains d'impulsions. Cette mise en forme peut être, par exemple, obtenue à l'aide d'une modulation d'amplitude du type [42]

$$E_1(t, 0) = \left( \sum_{n=-\infty}^{+\infty} E_{1,n} \exp[-(t - n\Delta t)^2/t_p^2] \right) e^{-i\omega_1 t}, \quad (4.0.1)$$

subdivisant l'impulsion incidente en sous-impulsions de période  $\Delta t$ ,

- Des impulsions constituées de  $N$  modes spectraux espacés d'une fréquence  $\nu_m$  et de largeur de bande totale  $\Delta\nu \approx N\nu_m$ . Ce type de spectre est obtenu par exemple avec une modulation de phase et dans cette configuration le champ incident peut être formellement décomposé comme suit [86] :

$$E_1(t, 0) = \sum_{n=1}^N E_{1,n} e^{-i\omega_{1,n} t}, \quad (4.0.2)$$

élargissant à l'aide de  $N$  raies le spectre de l'impulsion d'entrée.

Dans ces deux cas, le spectre de l'impulsion pompe est notablement élargi.

## 4.1 Introduction

---

La rétrodiffusion Brillouin étant souvent synonyme de pertes d'énergie, baisse de transmission de l'onde laser, ou d'endommagements sévères créés en face d'entrée des matériaux, de nombreux auteurs ont proposé des méthodes pour supprimer la composante rétrodiffusée dans des fibres comme dans des volumes solides.

La possibilité de diminuer l'effet de la diffusion stimulée à l'aide d'une onde de pompe spectralement large apparaît pour la première fois en 1970.

---

Y. E. D'Yakov [87] traite analytiquement le cas de la diffusion Brillouin et R. L. Carman et al. [52] la diffusion Raman, dont la théorie est analogue. Dans cette dernière référence, il est montré que le gain stationnaire  $G_{SS}$  est diminué en présence d'une onde de pompe dont le spectre de largeur  $\Delta\omega \gg \Gamma_B$  devient  $G_{SS} - \ln(2G_{SS}\Delta\omega\Gamma_B)$ .

Dans son article de revue, G. C. Valley [50] redérive en 1986 une expression analytique de l'évolution de l'onde Stokes à l'aide d'une intégration de Riemann inspirée du traitement de la diffusion Raman [52]. La notion de pompe large correspond à des impulsions pompe multi-modes ayant une largeur spectrale  $\Delta\omega$  grande devant la largeur Brillouin  $\Gamma_B$ . Dans ces conditions, on s'intéresse notamment au changement du gain effectif [53, 87], et donc de l'intensité seuil SBS. En configuration amplificateur de *faible gain*, une onde de pompe large, satisfaisant la condition énoncée précédemment, produit une diminution du gain Brillouin effectif pour des ondes pompe et Stokes décorrélées en phase. Dans le cas où le spectre incident est large et supposé de forme lorentzienne :

$$\langle U_1(t)U_1^*(t') \rangle = I_1 e^{-\Delta\omega|t-t'|}, \quad (4.1.1)$$

le gain est multiplié par  $\Gamma_B/2\Delta\omega \ll 1$ , soit  $G \approx G_{SS}\Gamma_B/2\Delta\omega$ . À l'inverse, en présence de fluctuations de phase rapides, les ondes deviennent corrélées quelles que soient les conditions d'entrée et le gain approche le gain stationnaire. Dans la configuration générateur, il apparaît que plus l'élargissement spectral de la pompe est grand, plus le seuil Brillouin en intensité est élevé, et donc le gain réduit [88, 89, 90]. La réduction du gain est d'autant plus efficace que la corrélation entre les phases des ondes pompe et Stokes est faible [91]. Notons que cette corrélation est d'autant plus faible que la longueur de cohérence de la pompe est petite devant la longueur d'interaction Brillouin.

Ce concept est justifié par E. Lichtman et al. [92] qui ont analysé les modifications du gain Brillouin produit par deux modes pompe dans une fibre monomode de longueur  $L$  en régime stationnaire. Dans cette configuration, le gain SBS dépend du rapport de la longueur de cohérence de la pompe sur la longueur d'amplification Brillouin caractéristique  $L_B$ , ainsi que du rapport de la séparation entre les deux fréquences de pompe  $\Omega$  divisée par la largeur Brillouin. Dans le cas où la longueur de cohérence est inférieure à la longueur d'interaction Brillouin (ce qui implique  $\Omega L/c \gg 1$  car  $L > L_B$ ), les termes d'interférences entre les modes acoustiques sont négligés et les deux modes Stokes générés sont indépendants l'un de l'autre et n'interagissent qu'avec leur propre mode de pompe. Dans ces conditions, le gain est toujours plus faible que le gain SBS stationnaire pour une pompe monomode :

$$G \approx G_{SS} \frac{\Gamma_B}{2(\Gamma_B + \Omega/2)}. \quad (4.1.2)$$

Plus la séparation  $\Omega$  entre les deux modes est importante, plus le gain Brillouin est diminué. Pour un schéma de type amplificateur Brillouin, le gain dépend du mode Stokes injecté, c'est-à-dire des conditions aux limites en  $z = L$ . Pour un milieu générateur de Brillouin, l'onde Stokes est produite avec un gain proche de  $G_{SS}$ . Ces conclusions ont été mises en évidence expérimentalement pour un laser opérant à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 524.5$  nm.

En 1988, Y. Aoki et al. [86] ont généralisé la propriété ci-dessus à  $N$  modes. Lorsque l'espacement entre les modes pompe est supérieur à la largeur de gain Brillouin, chaque mode Stokes créé reste couplé à son mode pompe correspondant et évolue indépendamment des autres modes Stokes voisins. Le seuil SBS avec une onde de pompe constituée de  $N$  modes d'égale intensité est alors  $N$  fois supérieur à celui d'une onde de pompe monomode. Ces prédictions ont été validées à partir d'une expérience utilisant un laser Nd :YAG à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 1.32 \mu\text{m}$  et dont le nombre de modes variait entre 1 et 3 dans une fibre en silice de 10 km. Pour un seul mode de pompe, le seuil Brillouin était de 13 mW. Pour deux modes pompe, il atteignait 26 mW, conformément à la théorie rappelée ci-dessus.

La Réf. [93] analyse l'influence d'une pompe spectralement large sur le Brillouin transverse dans un milieu tridimensionnel. Il apparaît à nouveau que le seuil peut être augmenté en utilisant un laser multi-mode de largeur spectrale suffisamment grande. Après avoir dérivé une solution analytique de l'onde Stokes pour un seul mode pompe dans le cas stationnaire, les auteurs analysent ensuite l'effet d'une pompe multimode en mettant le système d'équations sous la forme d'un problème aux valeurs propres. La résolution de ce système montre que pour un espacement entre les modes supérieur à la largeur Brillouin  $\Gamma_B$ , les modes Stokes sont indépendants les uns des autres et le gain peut être diminué par le nombre de modes considérés d'égale intensité. Une légère différence est rapportée selon que le nombre de modes de pompe est pair ou impair, dû à la présence ou non d'un mode central.

Notons que des conclusions similaires ont été obtenues en Réf. [44], où le gain Brillouin est réduit d'un facteur  $F = \Gamma_B / (\Gamma_B + \Delta\omega)$  en présence d'une onde de pompe multimode de largeur  $\Delta\omega$ . Des expériences montrent notamment qu'une bande spectrale de  $\sim 8$  GHz est suffisante pour réduire le Brillouin transverse à des niveaux négligeables dans des conditions initiales dépassant d'un facteur deux le seuil SBS.

Enfin, l'effet d'une onde de pompe multimode de durée 3 ns sur l'endommagement laser en faces avant et arrière de blocs de silice a été expérimentalement étudié [80] avec un laser Nd :YAG à mode déclenché incluant un injecteur. Lorsque l'injecteur est en fonctionnement, l'impulsion laser délivrée est monomode. À l'inverse, lorsque celui-ci est éteint, l'impulsion générée est

multimode et composée de nombreux pics temporels. Cette modulation correspond à un couplage de modulations de phase et d'amplitude. En présence de telles modulations, une forte diminution du Brillouin, voire une suppression des dommages en face avant, est observée. Cependant, l'apparition de filaments et de dommages en face arrière a lieu à partir d'intensités plus faibles que pour des impulsions monomodes. En particulier, l'auto-focalisation amorçant la filamentation a lieu à des distances plus courtes que la distance de Marburger, c'est-à-dire telles que le produit de cette distance par l'intensité laser initiale soit de l'ordre de  $I_1(0) \times z_c \sim 20 \text{ GW/cm}^2$ . En appliquant la formule de Marburger, cela correspondrait à un indice non-linéaire de  $n_2 = 7.8 \times 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{GW}$ , alors que, dans la silice, cet indice vaut  $3.6 \times 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{GW}$  à 355 nm. Ce comportement paradoxal restait jusque là inexpliqué. Nous proposons une explication de ce phénomène plus bas.

D'après les résultats évoqués précédemment, trois inégalités essentielles sur les propriétés des modulations de phase sont à retenir pour supprimer la rétrodiffusion Brillouin, à savoir :

- i)  $n_0 \Delta \nu L_B / c \gg 1$  : La longueur de cohérence laser doit être petite devant la longueur d'interaction Brillouin,
- ii)  $\nu_m > \Gamma_B / 2\pi = \Delta \nu_B$  assure l'indépendance des modes Stokes les uns par rapport aux autres,
- iii)  $\Delta \nu \gg \Delta \nu_B$  ou  $\Delta \omega \gg \Gamma_B$  signifie une largeur spectrale très grande devant la largeur Brillouin.

Nous allons étudier l'effet de différentes modulations sur la dynamique du processus Brillouin en régime de filamentation. Pour modéliser la modulation de l'enveloppe incidente  $U_1$ , nous utilisons la transformation

$$U_1 \rightarrow M(t) \times U_1, \quad (4.1.3)$$

où  $M(t)$  est la fonction de modulation impliquant deux paramètres essentiels : la fréquence de modulation  $\nu_m$  et la profondeur de modulation  $m$ .

Nous nous baserons dans un premier temps sur la fonctionnalité anti-Brillouin actuellement en place sur la LIL [94] pour laquelle  $\nu_m = \omega_m / 2\pi = 2 \text{ GHz}$  assurant la condition  $\nu_m \gg \nu_B$ . La profondeur de modulation, variant comme l'inverse de  $\lambda_0$ , a été choisie à partir de résultats d'expériences et de simulations. Elle est fixée à  $m_{1\omega} = 7$  à  $1\omega$  ( $\lambda_0 = 1064 \text{ nm}$ ) soit  $m = m_{3\omega} = 21$  à  $3\omega$  ( $\lambda_0 = 355 \text{ nm}$ ). Elle est reliée à la structure de la distribution spectrale pour laquelle le nombre de modes les plus intenses est approximativement  $N \approx 2m$ .

## 4.2 Modulations d'amplitude

Dans cette section, nous nous proposons d'étudier des impulsions pompes temporellement multimodes basées sur des modulations d'amplitude.

### 4.2.1 Modulations perturbatives

Commençons par une modulation d'amplitude de type perturbative :

$$M(t) = 1 + \varepsilon \cos(2\pi m \nu_m t), \quad \varepsilon \ll 1. \quad (4.2.1)$$

La figure 4.1 en représente un exemple pour une impulsion incidente de puissance  $P_1(0) = 27P_{\text{cr}}$  à 355 nm et une amplitude de perturbation  $\varepsilon = 10\%$ . Les paramètres de modulation choisis sont une fréquence  $\nu_m = 2$  GHz et une profondeur de modulation  $m = 21$  pour un échantillon de silice d'épaisseur  $L = 5$  cm. Le profil de puissance (a) montre la présence d'oscillations sur les ondes incidente (courbe noire) et transmise (courbe bleue), qui se retrouvent également sur l'onde réfléchie (courbe verte). Sur les courbes d'intensités, on constate que l'onde Stokes atteint toujours plusieurs dizaines de  $\text{GW}/\text{cm}^2$  et que l'onde de pompe s'auto-focalise à une distance  $z_c \approx 3.9$  cm, supérieure à la prédiction de Marburger ( $L_M = 2.5$  cm). Cela traduit un effet Brillouin fort, tout comme le soulignent les courbes d'énergies partielles où l'onde de pompe est déplétée dans un rapport 1/3 au profit de l'onde réfléchie.

Le résultat correspondant à cette modulation a été reporté sur la Fig. 4.19, présentée en fin de chapitre, à l'aide d'un triangle bleu clair. Il souligne le peu d'efficacité de telles modulations pour réduire l'effet Brillouin.

### 4.2.2 Modulations non perturbatives

Considérons à présent des ondes de pompe modulées en amplitude sous la forme

$$M(t) = \cos[m \sin(2\pi \nu_m t)]. \quad (4.2.2)$$

La figure A.1 de l'annexe A montre que le spectre correspondant à cette modulation est large. D'autres modulations du type  $M(t) = \cos(2\pi m \nu_m t)$ ,  $M(t) = |\cos[m \sin(2\pi \nu_m t)]|$  ou  $M(t) = \cos^2[m \sin(2\pi \nu_m t)]$  conduisent à des comportements comparables.

## Théorie

Ce type de modulation subdivise l'impulsion en trains de sous-impulsions. Avec les paramètres  $m = 21$  et  $\nu_m = 2$  GHz, la période de ces sous-impulsions

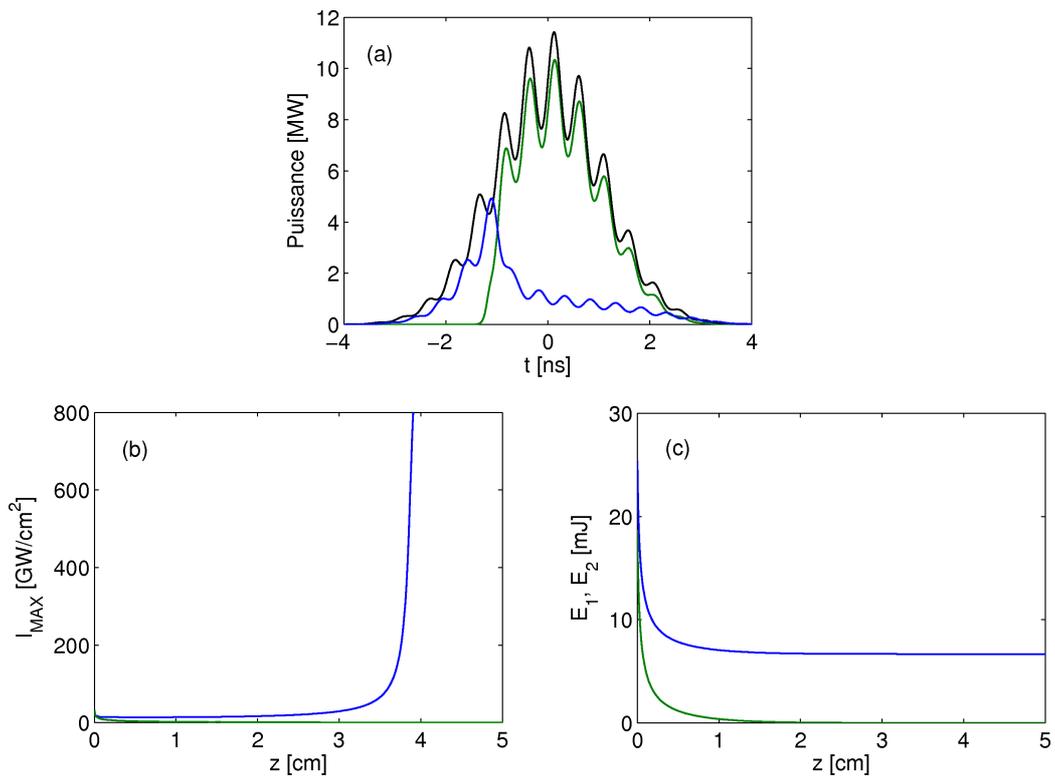


FIGURE 4.1 – (a) Profils de puissance de l'onde incidente (courbe noire), de l'onde transmise en fin d'échantillon (courbe bleue) et de l'onde réfléchie en entrée (courbe verte) pour une impulsion incidente de puissance  $P_1(0) = 27P_{\text{cr}}$  pour une perturbation de 10%. (b) Intensités maximales et (c) énergies partielles de l'onde de pompe (courbe bleue) et Stokes (courbe verte) le long de l'axe optique.

est d'environ 20 ps, ce qui est bien inférieur au temps de vie des phonons,  $\tau_B = 1 - 10$  ns, de sorte que la création de l'onde acoustique peut être inhibée.

Analysons à présent l'effet d'une modulation d'amplitude non perturbative à l'aide de l'expression de l'amplitude Stokes obtenue dans le Chapitre 2 [Eq. (2.3.38)]. Nous reprenons alors le calcul de  $U_2(z)$  dans le cas où  $U_1 = \sqrt{I_1} \cos(m\omega_m t)$  avec  $\omega_m = 2\pi\nu_m$  :

$$\frac{U_2(z)}{U_2(L)} \simeq I_1 \int_{-\infty}^t dt' e^{-\frac{\Gamma_B}{2}(t-t') + \sqrt{g_0 \Gamma_B \Delta z \frac{I_1}{2}} \sqrt{t-t'}} \cos(m\omega_m t) \cos(m\omega_m t'), \quad (4.2.3)$$

où  $\Delta z = L - z$  et  $\int_{t'}^t |U_1(\eta)|^2 d\eta \simeq I_1/2$ . Rappelons que la fonction d'auto-corrélation de  $U_1(t)$  est donnée par

$$\langle U_1(t) U_1^*(t') \rangle = \phi(\tau = t - t') = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T U_1(t + \tau) U_1^*(t) dt, \quad (4.2.4)$$

$$= \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{I_1}{2T} \cos(m\omega_m \tau) \frac{[2m\omega_m T + \sin(2m\omega_m T)]}{2m\omega_m}, \quad (4.2.5)$$

soit

$$\phi(\tau) = \frac{I_1}{2} \cos(m\omega_m \tau). \quad (4.2.6)$$

Nous obtenons alors

$$\frac{U_2(z)}{U_2(L)} \simeq \frac{I_1}{2} \int_{-\infty}^t dt' \cos[m\omega_m(t-t')] e^{-\frac{\Gamma_B}{2}(t-t') + \sqrt{g_0 \Gamma_B \Delta z \frac{I_1}{2}} \sqrt{t-t'}}. \quad (4.2.7)$$

Posons  $\tau = m\omega_m(t-t')$ , l'expression précédente devient

$$\frac{U_2(z)}{U_2(L)} = \frac{I_1}{2} \int_0^{+\infty} \frac{d\tau}{m\omega_m} \cos(\tau) e^{-\frac{\Gamma_B \tau}{2m\omega_m} + \sqrt{g_0 \frac{I_1}{2} \Delta z \frac{\Gamma_B}{m\omega_m}} \sqrt{\tau}}. \quad (4.2.8)$$

Sous l'hypothèse  $\Gamma_B/2m\omega_m \rightarrow 0$ , nous pouvons faire l'approximation

$$\exp \left[ -\frac{\Gamma_B u}{2m\omega_m} + \sqrt{g_0 \frac{I_1}{2} \Delta z \frac{\Gamma_B}{m\omega_m}} \sqrt{u} \right] \sim 1, \quad (4.2.9)$$

et donc

$$\frac{U_2(z)}{U_2(L)} \propto \int_0^{+\infty} \frac{du}{m\omega_m} \cos(u) = 0, \quad (4.2.10)$$

de sorte que la croissance de l'onde Stokes se trouve donc inhibée.

Le même calcul peut être repris pour une modulation du type  $M(t) = \cos[m \sin(\omega_m t)]$ . Pour cela, nous utiliserons les relations impliquant les fonctions de Bessel de première espèce :

$$\exp [i m \sin(\omega_m t)] = \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} J_l(m) e^{i l \omega_m t}, \quad (4.2.11)$$

où  $J_l(x)$  est la fonction de Bessel d'ordre  $l$  et

$$\sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l^2(m) = 1. \quad (4.2.12)$$

La fonction d'auto-corrélation de  $U_1(t)$  se trouve alors modifiée comme suit :

$$\begin{aligned} & \langle \cos[m \sin(\omega_m t)] \cos[m \sin(\omega_m t')] \rangle = \\ & \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \sum_{2k} J_{2k}(m) \cos(2k\omega_m t) \sum_{2p} J_{2p}(m) \cos(2p\omega_m t') dt'. \end{aligned} \quad (4.2.13)$$

Une sommation sur les mêmes indices  $k = p$  conduit alors à

$$\phi(\tau) = \sum_{2k} J_{2k}^2(m) \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \cos[2k\omega_m t] \times \cos[2k\omega_m(t + \tau)] dt, \quad (4.2.14)$$

et donc

$$\phi(\tau) = \sum_{2k} J_{2k}^2(m) \frac{\cos(2k\omega_m \tau)}{2}. \quad (4.2.15)$$

Ainsi, chaque contribution d'ordre  $k$  a une moyenne nulle en temps et est en outre multipliée par  $J_{2k}^2(m)$ , dont la valeur devient petite ( $\leq 1/m$ ) dans la limite  $m \gg 1$ . Pour comparaison,  $U_2(z)/U_2(L)$  a le même comportement que pour la modulation en  $\cos(m\omega_m t)$ , mais elle est affectée de  $J_{2k}^2(m) \ll 1$  à tous les ordres.

Les modulations d'amplitude non-perturbatives devraient donc permettre d'inhiber la création de l'onde Stokes rétrodiffusée. C'est ce que nous allons à présent démontrer numériquement.

## Résultats numériques

Cette sous-section détaille les résultats numériques obtenus pour des impulsions pompe modulées en amplitude avec  $M(t) = \cos[m \sin(\omega_m t)]$ ,  $m = 21$

---

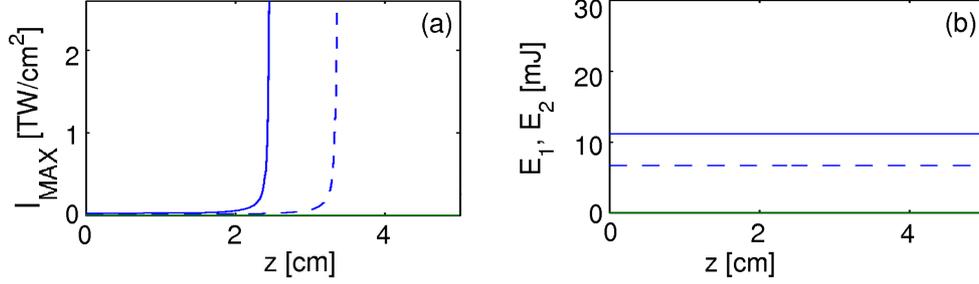


FIGURE 4.2 – (a) Intensités maximales et (b) énergies partielles pour des impulsions modulées en amplitude. Les courbes bleues (vertes) se rapportent à l'onde de pompe (Stokes). Les lignes en trait plein correspondent à la puissance non perturbée  $P_1(0) = 16P_{cr}$  et les lignes en pointillés à  $P_1(0) = 27P_{cr}$ .

et  $\omega_m = 2\pi\nu_m$  avec  $\nu_m = 2$  GHz. La figure 4.2 présente les résultats correspondant à des puissances incidentes  $P_1(0) = 16 P_{cr}$  et  $27 P_{cr}$  (puissance de l'enveloppe gaussienne non modulée). Les courbes d'intensités (a) montrent une auto-focalisation d'une onde de pompe gaussienne : les impulsions ayant des intensités initiales respectives de 16 et 27  $\text{GW}/\text{cm}^2$  peuvent alors atteindre plusieurs  $\text{TW}/\text{cm}^2$  après quelques centimètres de propagation dans la silice. La distance d'auto-focalisation obtenue correspond à la distance prédite par la formule de Marburger :  $L_M = 3.4$  cm et  $L_M = 2.5$  cm, respectivement. Ces comportements traduisent un collapse pur. Dans les deux cas, l'onde Stokes reste à un niveau d'intensité quasi-nul. Sur la figure (b), l'énergie partielle de l'onde de pompe reste toujours constante au cours de sa propagation et n'est pas donc pas déplétée par l'effet Brillouin. Par conséquent, l'énergie partielle de l'onde Stokes reste proche de zéro. La fluence Stokes maximale rétrodiffusée n'atteint que  $F_2^{max}(0) \approx 7 \mu\text{J}/\text{cm}^2$ , ce qui reste négligeable.

Ces propriétés peuvent être expliquées par deux raisons à partir des calculs précédents. Tout d'abord, l'intensité moyenne du faisceau incident est divisée par deux dans l'argument du gain exponentiel. De plus, pour une onde laser initialement plane, le produit  $U_1(t)U_1^*(t')$  dans l'intégrand de l'équation (2.3.38) a une fonction d'auto-corrélation égale à l'expression  $(I_1(0)/2) \sum_{2k} J_{2k}^2(m) \cos[2k\omega_m(t-t')]$ , moyennant tous les ordres à zéro dans l'intégrale en temps du rapport  $U_2(z, t)/U_2(L, t)$ .

La figure 4.3 détaille les profils de puissance et d'intensité des ondes de pompe et réfléchiée pour une puissance incidente  $P_1(0) = 16 P_{cr}$ . Sur le profil de puissance (a), nous observons l'effet de la modulation  $M(t) =$

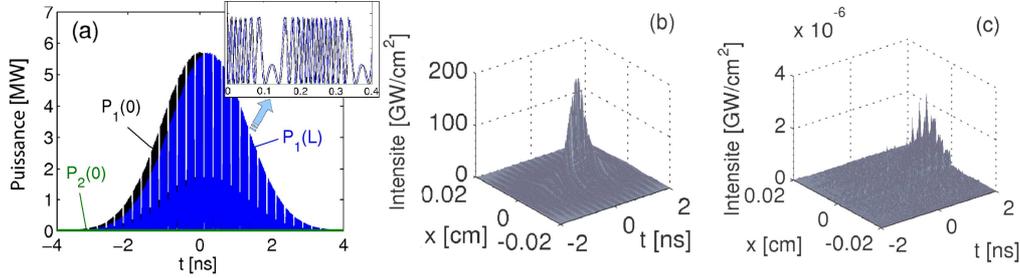


FIGURE 4.3 – (a) Profils temporels de puissance de l'onde de pompe incidente (courbe noire), l'onde transmise (courbe bleue) et l'onde Stokes réfléchie (courbe verte) pour une onde de pompe de puissance incidente  $P_1(0) = 16 P_{\text{cr}}$ , modulée en amplitude par la fonction  $M(t) = \cos[m \sin(\omega_m t)]$  avec  $\omega_m = 2\pi\nu_m$ . En insert, un zoom du profil de puissance. Profils d'intensité associés dans le plan  $(x, t)$  : (b) onde de pompe près du point de collapse  $I_1(z \approx z_c = 3.4 \text{ cm})$  et (c) onde Stokes en entrée de l'échantillon  $I_2(0)$ .

$\cos[m \sin(\omega_m t)]$  : celle-ci subdivise l'impulsion de départ en sous-impulsions de période  $\sim 2\pi/m\omega_m \simeq 24 \text{ ps}$ , inhibant la création d'ondes acoustiques. La puissance de l'onde Stokes reste à un niveau de puissance négligeable. Observons à présent les profils d'intensité dans le plan  $(x, t)$ . L'onde de pompe (b) à la distance de propagation proche de sa distance d'auto-focalisation préserve son enveloppe gaussienne, ce qui explique que celle-ci s'autofocalise à la distance de Marburger. Quant à l'onde Stokes réfléchie (c), elle reste à un niveau d'intensité  $I_2(0)$  inférieur à  $10 \text{ kW/cm}^2$ . La figure 4.4 détaille les profils des impulsions pompe et Stokes dans le plan  $(z, t)$  pour la puissance  $P_1(0) = 16 P_{\text{cr}}$ , ce qui permet de suivre le comportement des ondes le long de l'axe de propagation. L'onde de pompe (a) s'auto-focalise effectivement à la distance  $z_c \approx L_M = 3.4 \text{ cm}$ , tout en conservant un profil temporel gaussien. L'intensité de l'onde Stokes (b) reste quasi-nulle. Ces résultats ont été publiés dans la Réf. [95].

Nous avons identifié numériquement un seuil en fréquence,  $\omega_{\text{cr}} \approx 0.8 \text{ ns}^{-1}$ , en-dessous duquel l'efficacité de l'amplitude de modulation est perdue. Ce seuil en fréquence correspond à des périodes approchant  $\tau_B$ , c'est-à-dire le temps de vie de l'onde acoustique.

Des résultats similaires ont été obtenus pour des modulations plus simples du type  $M(t) = \cos(m\omega_m t)$ ,  $M(t) = |\cos(m\omega_m t)|$  ou  $M(t) = \cos^2(m\omega_m t)$ . Le prix à payer pour cette technique est que l'énergie et la puissance moyennes disponibles dans l'impulsion modulée sont divisées par un facteur proche de deux. En effet, on peut calculer la valeur moyenne de la puissance du faisceau

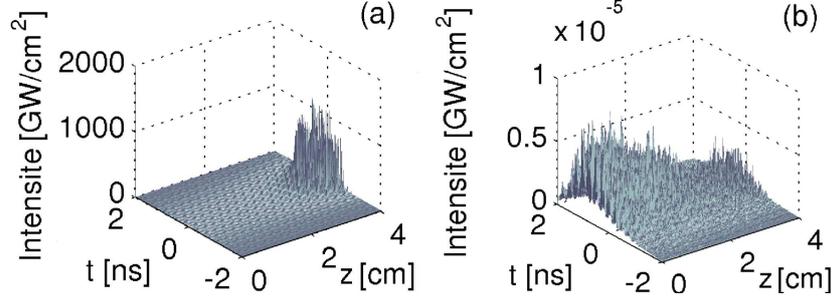


FIGURE 4.4 – Profils d'intensité maximale dans le plan  $(z, t)$  pour une impulsion modulée en amplitude avec  $P_1(0) = 16 P_{cr}$  : (a)  $I_{1max}(z)$  et (b)  $I_{2max}(z)$ .

sur  $k \gg 1$  cycles optiques par

$$P_{moyenne} = \frac{\omega_0 P_1(0)}{2k\pi} \int_0^{2k\pi/\omega_0} M^2(t) e^{-2t^2/t_p^2} dt = \frac{1}{f} P_1(0). \quad (4.2.16)$$

Suivant les fonction de modulation considérées, l'Eq. (4.2.16) contient un facteur  $f$  allant de 2.3 jusqu'à 3.2 entre la puissance d'une impulsion non modulée et son équivalent modulé en amplitude. Cette solution diminue donc notablement la puissance laser délivrée sur cible pour réaliser la fusion par confinement inertiel.

### 4.2.3 Influence des paramètres laser

Intéressons-nous à présent à l'influence de différents paramètres de l'impulsion, à savoir la longueur d'onde et la forme spatiale du faisceau pompe.

#### Longueur d'onde

Commençons par l'influence de la longueur d'onde en considérant une impulsion incidente infrarouge avec  $\lambda_0 = 1064$  nm. La figure 4.5 présente les résultats d'une simulation pour une onde de pompe de puissance incidente  $P_1(0) = 6 P_{cr}$  modulée en amplitude à l'aide de la fonction  $M(t) = \cos[m \sin(\omega_m t)]$  où  $m = 21$  et  $\omega_m = 2\pi\nu_m$  avec  $\nu_m = 2$  GHz. Les courbes d'intensité maximale (a) montrent une auto-focalisation pure de l'onde de pompe à la distance de Marburger  $z_c \approx L_M \approx 2.1$  cm. L'intensité de l'onde Stokes n'est pas amplifiée. Sur les profils d'intensité dans le plan  $(x, t)$ , l'enveloppe gaussienne de l'onde de pompe (b) est préservée et l'onde réfléchie (c) reste de nouveau à des niveaux d'intensité tout à fait négligeables.

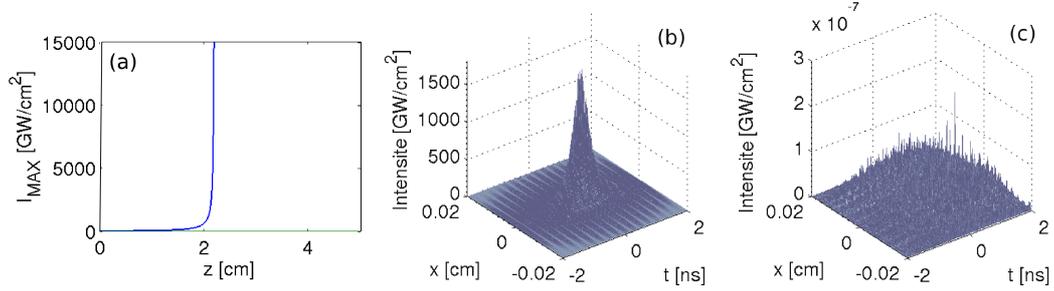


FIGURE 4.5 – (a) Intensités maximales des impulsions pompe et Stokes à 1064 nm avec  $P_1(0) = 6 P_{cr}$  pour une impulsion incidente modulée en amplitude. La courbe bleue se réfère à l'onde incidente et la verte à l'onde réfléchie. Profils d'intensité dans le plan  $(x, t)$  : (b) onde de pompe près du point de collapse  $I_1(z \approx z_c = 2.1 \text{ cm})$  et (c) onde Stokes en  $z = 0$  ( $L = 5 \text{ cm}$ ).

D'autres simulations ont été effectuées à différentes puissances incidentes et elles ont répété le même comportement, ce qui démontre l'efficacité de cette technique pour des longueurs d'onde diverses.

### Forme spatiale

Intéressons-nous à présent à l'influence de la forme spatiale du faisceau pompe sur l'efficacité de la modulation d'amplitude. Pour cela, nous utilisons un profil supergaussien, comme défini par l'Eq. (3.5.1), avec un ordre  $n = 10$  et une puissance incidente de  $P_1(0) = 50 P_{cr}$ . L'intensité initiale vaut  $I_1(0) = 10 \text{ GW/cm}^2$ , correspondant à un rayon du faisceau de  $w_0 = 222 \mu\text{m}$ . La figure 4.6 montre l'évolution d'une telle impulsion à laquelle nous avons appliqué la modulation d'amplitude  $M(t) = \cos[m \sin(\omega_m t)]$  où  $m = 21$  et  $\omega_m = 2\pi\nu_m$  avec  $\nu_m = 2 \text{ GHz}$ . La figure (a) montre les intensités maximales des deux ondes : celle de l'onde de pompe, qui subit un collapse en l'absence de diffusion Brillouin. Sur les profils d'intensité dans le plan  $(x, y)$ , nous observons que l'onde de pompe (b) collapse, notamment dans les zones de fort gradient d'intensité (bords et coins de l'impulsion). Quant à l'onde réfléchie en entrée de l'échantillon, elle possède la forme carrée de l'impulsion d'entrée, comme vu au Chapitre 3, mais elle n'atteint des niveaux d'intensité que de quelques  $\text{kW/cm}^2$ .

Ainsi, la modulation d'amplitude est un moyen efficace pour supprimer la rétrodiffusion Brillouin, quelle que soit la longueur d'onde ou la forme d'impulsion pompe utilisée. Cependant, comme nous l'avons vu précédemment, cette technique divise la puissance moyenne de l'impulsion par un facteur

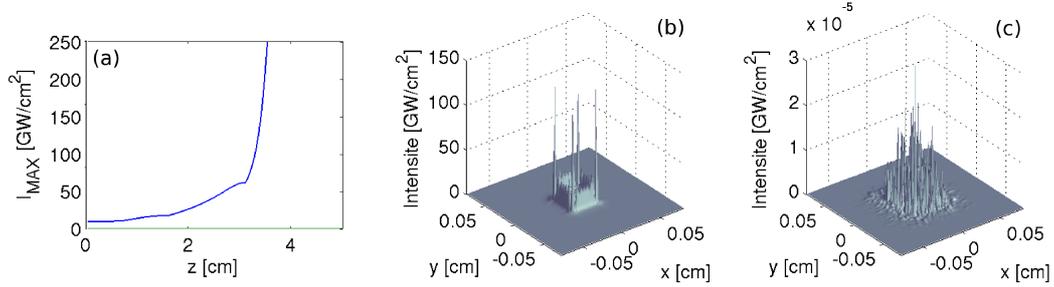


FIGURE 4.6 – (a) Intensités maximales des impulsions pompe et Stokes pour un profil laser supergaussien d’ordre 10 avec  $P_1(0) = 50 P_{cr}$  temporellement modulé en amplitude. La courbe bleue se réfère à l’onde incidente et la verte à l’onde réfléchie. Profils d’intensité dans le plan  $(x, y)$  : (b) onde de pompe près du point de collapse  $I_1(z \approx z_c = 3.5 \text{ cm})$  et (c) onde Stokes en  $z = 0$  ( $L = 5 \text{ cm}$ ).

supérieur à deux, ce qui est pénalisant en énergie pour des installations laser de forte puissance. Il est donc nécessaire d’envisager une autre alternative.

## 4.3 Modulation de phase

Pour remédier à l’inconvénient précédent, nous nous concentrons sur les modulations de phase, qui n’affectent pas le niveau de puissance incidente.

### 4.3.1 Approches théoriques

Dans un premier temps, nous allons décrire par la voie analytique l’effet d’une telle modulation sur le processus Brillouin.

#### Décomposition multimode

D’après [86], lorsqu’une modulation de phase de fréquence  $\nu_m$  et de profondeur de modulation  $m$  est appliquée, les ondes de pompe ( $E_1$ ) et Stokes ( $E_2$ ) deviennent multimodes et peuvent être approchées à partir des décompositions suivantes

$$E_1 = \sum_{n=1}^N E_{1,n} e^{i(k_{1,n}z - \omega_{1,n}t)}, \quad (4.3.1)$$

$$E_2 = \sum_{n=1}^N E_{2,n} e^{-i(k_{2,n}z + \omega_{2,n}t)}, \quad (4.3.2)$$

où  $E_{i,n}$ ,  $k_{i,n}$  et  $\omega_{i,n}$  ( $i = 1, 2$ ) sont les champs, nombres d'onde et fréquences des ondes pompe et Stokes associés au mode  $n$ .  $N$  est le nombre total de modes. L'évolution de la densité acoustique, approchée par l'Eq. (2.2.30) devient, sous les approximations paraxiale et d'enveloppe lentement variable et lorsque l'on néglige la variations transverses de la densité ( $\nabla_{\perp}^2 \ll \partial_z^2$ ) :

$$\partial_t \bar{\rho} + \frac{\Gamma_B}{2} \bar{\rho} = \frac{\gamma_e}{4i\Omega_B n_0 c} \partial_z^2 I \times e^{-i(qz - \Omega_B t)}. \quad (4.3.3)$$

La séparation entre deux modes de pompe est définie par  $\omega_{1,n+1} - \omega_{1,n} = \Omega_{\text{esp}} \equiv 2\pi\nu_m$ . Le décalage entre le premier mode de pompe et son mode Stokes correspondant est, quant à lui, donné par  $\Omega_B = \omega_{1,1} - \omega_{2,1} = 2C_S k_{1,1} = 2C_S(n_0\omega_{1,1}/c)$ . Le décalage entre un mode  $n$  de pompe et son mode Stokes vaut  $\omega_{1,n} - \omega_{2,n} = \Omega_B + \Delta\omega_n$  où  $\Delta\omega_n = (2n_0C_S/c)(\omega_{1,n} - \omega_{1,1})$ . Supposer  $\Delta\omega_n$  négligeable revient à l'approximation de base  $\omega_{1,n} - \omega_{2,n} \simeq \Omega_B$ . Tous les modes optiques sont couplés au même mode acoustique  $q = k_{1,1} + k_{2,1}$  et donc

$$k_{1,n} + k_{2,n} = q + \Delta k_n, \quad (4.3.4)$$

avec  $k_{1,n} = n\Omega_{\text{esp}}/v_1 = nn_0\Omega_{\text{esp}}/c$ . Ici,  $v_1$  est la vitesse de groupe de l'onde de pompe, ce qui conduit au désaccord en nombre d'onde

$$\Delta k_n = \left( \frac{\partial k}{\partial \omega} \Big|_{\omega_{1,n}} + \frac{\partial k}{\partial \omega} \Big|_{\omega_{2,n}} \right) (n-1)\Omega_{\text{esp}} = \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) (n-1)\Omega_{\text{esp}}, \quad (4.3.5)$$

où  $v_2$  est la vitesse de phase de l'onde Stokes. Nous pouvons alors redériver les équations de propagation en ne gardant que les termes résonnants aux fréquences  $\omega_{1,n}$  et  $\omega_{2,n}$  uniquement. Chaque mode de pompe doit alors satisfaire

$$2ik_{1,n} \left( \partial_z + \frac{n_0}{c} \partial_t \right) E_{1,n} + \nabla_{\perp}^2 E_{1,n} = -\frac{3\chi^{(3)}}{c^2} \omega_{1,n}^2 (|E_{1,n}|^2 + 2|E_{2,n}|^2) E_{1,n} - \frac{\gamma_e \omega_{1,n}^2}{c^2 \rho_0} \bar{\rho} E_{2,n} e^{-i\Delta k_n z}, \quad (4.3.6)$$

$$2ik_{2,n} \left( -\partial_z + \frac{n_0}{c} \partial_t \right) E_{2,n} + \nabla_{\perp}^2 E_{2,n} = -\frac{3\chi^{(3)}}{c^2} \omega_{2,n}^2 (|E_{2,n}|^2 + 2|E_{1,n}|^2) E_{2,n} - \frac{\gamma_e}{c^2 \rho_0} \omega_{2,n}^2 \bar{\rho}^* E_{1,n} e^{i\Delta k_n z}. \quad (4.3.7)$$

En posant  $E_{i,n} = (1/\sqrt{2n_0\epsilon_0 c}) U_{i,n}$  pour  $i = 1, 2$ ,  $I_i = |U_i|^2$ , et  $\bar{\rho} = (iq\gamma_e/2\Gamma_B n_0 c C_S) Q$ , nous obtenons

$$\left( \partial_z + \frac{n_0}{c} \partial_t \right) U_{1,n} = \frac{i\nabla_{\perp}^2}{2k_{1,n}} + \frac{in_2\omega_{1,n}}{c} (I_{1,n} + 2I_{2,n}) U_{1,n} - \frac{g_0}{2} Q U_{2,n} e^{-i\Delta k_n z}, \quad (4.3.8)$$

$$\left(-\partial_z + \frac{n_0}{c}\partial_t\right) U_{2,n} = \frac{i\nabla_{\perp}^2}{2k_{2,n}} + \frac{in_2\omega_{2,n}}{c}(I_{2,n} + 2I_{1,n})U_{2,n} + \frac{g_0}{2}Q^*U_{1,n}e^{i\Delta k_n z}, \quad (4.3.9)$$

$$\frac{2}{\Gamma_B}\partial_t Q + Q = \sum_{m=1}^N U_{1,m}U_{2,m}^* e^{i\Delta k_m z}. \quad (4.3.10)$$

Par souci de simplicité, nous considérons la limite statique :

$$Q = \sum_{m=1}^N U_{1,m}U_{2,m}^* e^{i\Delta k_m z}, \quad (4.3.11)$$

que l'on peut reporter dans les équations pour les ondes de pompe et Stokes. En introduisant  $\Delta k_{mn} = \Delta k_m - \Delta k_n \simeq \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)(m-n)\Omega_{\text{esp}}$ , et en multipliant les équations précédentes par  $U_{1,n}^*$  et  $U_{2,n}^*$ , respectivement, nous obtenons les équations sur les intensités

$$\begin{aligned} \left(\partial_z + \frac{n_0}{c}\partial_t\right) I_{1,n} &= \frac{\nabla_{\perp}}{k_{1,n}} \text{Im}(U_{1,n}\nabla_{\perp}U_{1,n}^*) - g_0 I_{1,n}I_{2,n} \\ &\quad - g_0 |U_{1,n}U_{2,n}^*| \sum_{m \neq n} |U_{1,m}U_{2,m}| \cos(\Delta k_{mn}z + \delta_{mn}), \end{aligned} \quad (4.3.12)$$

$$\begin{aligned} \left(-\partial_z + \frac{n_0}{c}\partial_t\right) I_{2,n} &= \frac{\nabla_{\perp}}{k_{2,n}} \text{Im}(U_{2,n}\nabla_{\perp}U_{2,n}^*) + g_0 I_{1,n}I_{2,n} \\ &\quad + g_0 |U_{1,n}U_{2,n}| \sum_{m \neq n} |U_{1,m}U_{2,m}| \cos(\Delta k_{mn}z + \delta_{mn}), \end{aligned} \quad (4.3.13)$$

où nous posons  $\delta_{mn} = \arg(U_{2,n}) - \arg(U_{1,n}) + \arg(U_{1,m}) - \arg(U_{2,m})$ . Comme  $U_1$  et  $U_2$  sont des fonctions d'enveloppe,  $\delta_{nm}$  est considéré comme variant lentement comparé à  $\Delta k_{mn}z$ . La longueur de cohérence  $L_{\text{coh}}$  est fixée par l'inégalité  $L_{\text{coh}} = 2\pi/\Delta k_{mn} < L_B < L$  avec

$$\frac{2n_0\Omega_{\text{esp}}}{c} < \Delta k_{mn} < \frac{2Nn_0\Omega_{\text{esp}}}{c}. \quad (4.3.14)$$

Cette condition implique que le dernier terme des équations précédentes est de moyenne nulle et chaque mode Stokes  $n$  croît avec le gain uniquement fixé par son mode de pompe  $n$ . Il n'y a aucune interférence entre les modes voisins. Dans ce cas, les intensités totales pompe et Stokes pour des ondes incohérentes peuvent s'écrire

$$I_1 = \sum_{n=1}^N I_{1,n}(z), \quad I_2 = \sum_{n=1}^N I_{2,n}(z). \quad (4.3.15)$$

En sommant sur tous les modes dans les équations (4.3.12) et (4.3.13), les termes Brillouin se réécrivent sous la forme  $\pm\bar{\gamma}I_1I_2$ , où  $\bar{\gamma} \equiv g_0 \frac{\sum_{n=1}^N I_{1,n}I_{2,n}}{I_1I_2}$ . Supposons que les modes soient tous d'égale intensité, nous obtenons

$$\bar{\gamma} = g_0/N, \quad (4.3.16)$$

et le gain est réduit d'un facteur  $1/N$ . Le gain Brillouin stationnaire devient alors  $G_S = L/NL_B$ . Le gain instationnaire peut être réexprimé par  $G_T \sim (2/\sqrt{N}) \times \sqrt{\Gamma_B t_p L/L_B}$ . Nous comprenons alors que pour un nombre de modes suffisamment élevé, des impulsions multimodes peuvent efficacement atténuer la croissance exponentielle de l'onde Stokes.

### Décomposition en fonctions de Bessel

Une autre façon de traiter analytiquement la modulation de phase est d'utiliser les fonctions de Bessel. À partir de l'équation (2.3.38), la modulation de phase est introduite sous l'hypothèse d'onde plane à l'aide de

$$U_1 \sim \sqrt{I_1(0)} e^{im \sin(\omega_m t)} = \sqrt{I_1(0)} \sum_{l=-\infty}^{l=+\infty} J_l(m) e^{il\omega_m t}. \quad (4.3.17)$$

Dans la limite de gain fort, l'évolution de  $U_2$  est donnée par l'expression

$$\frac{U_2(z \rightarrow 0, t)}{U_2(L, t)} \sim \frac{I_1(0)}{2} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^t f(t-t') e^{g(t-t')} J_l^2(m) dt', \quad (4.3.18)$$

où seuls les modes d'indices égaux contribuent deux à deux, soit après avoir introduit le changement de variable  $\tau = t - t'$  :

$$\frac{U_2(z \rightarrow 0, t)}{U_2(L, t)} \sim \frac{I_1(0)}{2} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} f(\tau) e^{g(\tau)} J_l^2(m) d\tau, \quad (4.3.19)$$

où  $f$  est une fonction lentement variable non singulière et la fonction  $g$  est définie au premier ordre par

$$g(\tau) = - \left( \frac{\Gamma_B}{2} - i\omega_m l \right) \tau + \sqrt{g_0 \Gamma_B \Delta z I_1(0)} \sqrt{\tau}. \quad (4.3.20)$$

Le maximum de  $U_2(z \rightarrow 0, t)/U_2(L, t)$  est donné par la valeur maximale de l'exponentielle en fonction du temps  $\tau$ , i.e.,  $\tilde{G}_{\max} = G_{SS} \Gamma_B / (\Gamma_B - 2i\omega_m l)$ , résultant dans l'expression finale

$$\frac{I_2(z \rightarrow 0, t)}{I_2(L, t)} \simeq I_1(0) \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l^2(m) \exp \left( \frac{G_{SS}}{1 + 4\omega_m^2 l^2 / \Gamma_B^2} \right). \quad (4.3.21)$$

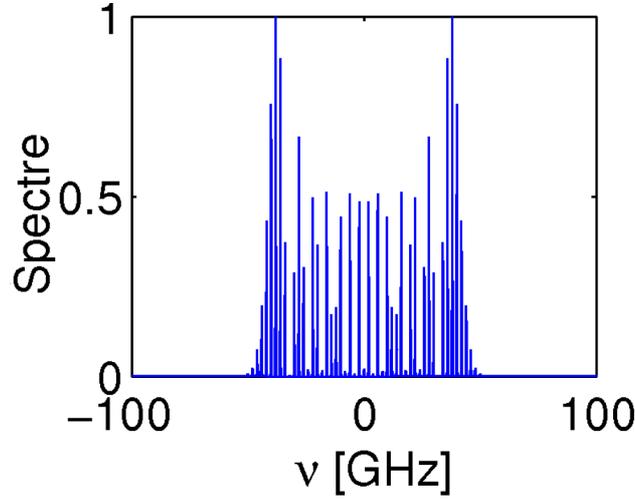


FIGURE 4.7 – Spectre de l'onde de pompe dans le cas d'une modulation de phase du type  $M(t) = \exp [i m \sin(\omega_m t)]$  avec  $m = 21$  et  $\nu_m = 2$  GHz.

Cette expression montre qu'à chaque ordre  $l$  caractérisant la décomposition multimodale en fonctions de Bessel de l'impulsion modulée en phase, le gain SBS est considérablement réduit pour les fréquences de modulation satisfaisant  $\omega_m \gg \Gamma_B$ .

Nous allons à présent tester cette modulation à l'aide de simulations numériques. Nous analyserons dans un premier temps des largeurs spectrales relativement faibles, limitées à  $\Delta\nu \leq 100$  GHz.

### 4.3.2 Impulsions à largeur spectrale modérée

L'idée est ici d'introduire une modulation de phase via la transformation de la condition initiale  $U_1 \rightarrow M(t) \times U_1$  avec  $M(t) = \exp [i m \sin(2\pi\nu_m t)]$  et de produire un spectre multimode de largeur à  $1/e$  égale à  $\Delta\nu \simeq 2m\nu_m$ . Nous rappelons que l'élargissement spectral dans le cas de modulations sinusoïdales est donné par le critère de Carson [96], prévoyant que 98% de l'énergie est contenue dans  $\Delta\nu = 2(m+1)\nu_m$  soit  $\Delta\nu \simeq 2m\nu_m$  pour  $m$  grand. On utilise de nouveau une profondeur de modulation  $m = 21$  et une fréquence  $\omega_m = 2\pi\nu_m$ , où  $\nu_m = 2$  GHz, de sorte que  $\Delta\omega \gg \Gamma_B = 1.87$  GHz. En traçant le spectre de cette modulation par transformée de Fourier, nous obtenons le résultat présenté en figure 4.7. Ce spectre exhibe un nombre de raies proche de  $N \approx 2m = 42$  et sa largeur totale est de  $\Delta\nu = 84$  GHz. Notons toutefois que l'intensité n'est pas équirépartie et certains modes apparaissent plus

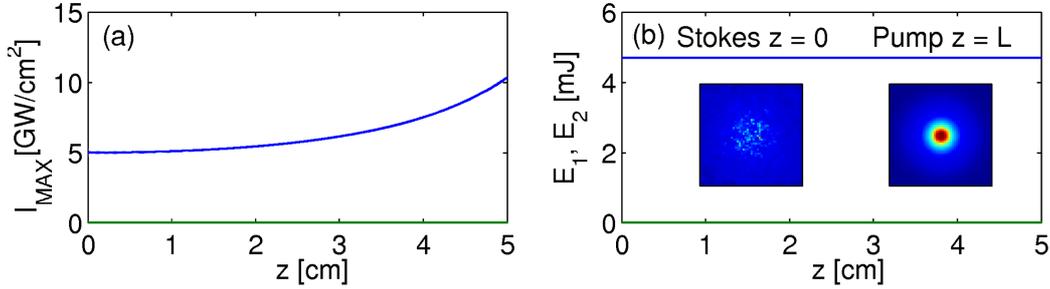


FIGURE 4.8 – (a) Intensités maximales et (b) énergies partielles pour  $P_1(0) = 5 P_{cr}$ . Les courbes bleues se réfèrent à l’onde de pompe et les courbes vertes correspondent à l’onde Stokes. Les inserts montrent les distributions de fluence dans le plan transverse  $(x, y)$  sur une section de  $400 \times 400 \mu\text{m}^2$ .

amplifiés par rapport aux autres.

Comme rappelé plus haut, une onde de pompe à spectre large,  $\Delta\omega \gg \Gamma_B$ , peut être utilisée pour diminuer les fluences réfléchies. En utilisant une pompe multimode dont l’espacement inter-modal est plus grand que la largeur de raie Brillouin et pour une longueur de cohérence optique satisfaisant  $\Delta\omega L_B/c \gg 1$ , on s’attend en principe à ce que l’intensité de chaque mode soit divisée par leur nombre total ( $= 2m$ ) et que le gain Brillouin, qui dépend directement de l’intensité du faisceau incident, décroisse avec un gain divisé par  $1/2m$  en régime stationnaire ou  $1/\sqrt{2m}$  en régime instationnaire.

### Faibles puissances

Nous allons commencer par tester cette modulation pour une impulsion d’entrée de faible puissance,  $P_1(0) = 5 P_{cr}$ . Les résultats sont présentés sur la figure 4.8. En (a), l’onde de pompe subit une légère auto-focalisation, qui se traduit par une augmentation de l’intensité, analogue à celle de la Fig. 3.6(a). L’onde Stokes reste quant à elle à un niveau d’intensité nul, ce qui est dû à la suppression de l’effet Brillouin. Cette propriété se retrouve sur les courbes d’énergies partielles (b) : celle de l’onde de pompe reste constante tout au long de sa propagation et aucune croissance n’est observée pour l’énergie Stokes. Dans cette configuration, la modulation de phase précédente est donc efficace pour supprimer la rétrodiffusion Brillouin.

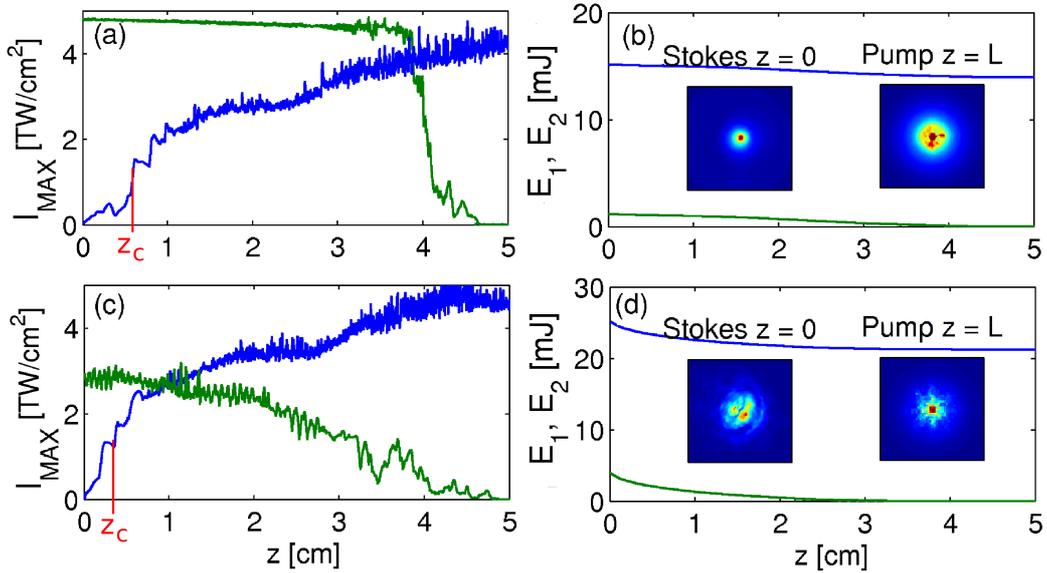


FIGURE 4.9 – Intensités maximales (gauche) et énergies partielles (droite) pour (a,b)  $P_1(0) = 16 P_{\text{cr}}$  et (c,d)  $P_1(0) = 27 P_{\text{cr}}$  pour des impulsions laser modulées en phase ( $m = 21$  et  $\nu_m = 2$  GHz). Les conventions de tracé sont les mêmes que pour la figure 4.8. Les inserts montrent les distributions de fluence pour les ondes Stokes et pompe sur une section de  $400 \times 400 \mu\text{m}^2$  dans le plan  $(x, y)$  à  $z = 0$  et  $z = L$ , respectivement.

### Fortes puissances

Nous allons constater dans cette sous-section que la propriété précédente ne tient plus à forte puissance pour laquelle un collapse de l'onde de pompe a lieu à l'intérieur de l'échantillon. Les résultats correspondants sont présentés sur la figure 4.9, pour des impulsions de puissances incidentes  $P_1(0) = 16$  et  $27 P_{\text{cr}}$  sur lesquelles ont été appliquées la même modulation de phase. Les comportements observés sur les courbes d'intensité (a,c) sont analogues pour les deux puissances : l'onde de pompe s'auto-focalise à une distance bien plus courte que sans modulation [voir Fig. 3.7(a,c)] et atteint toujours des niveaux d'intensité de l'ordre de plusieurs  $\text{TW}/\text{cm}^2$ . Contrairement au cas à faible puissance pour lequel aucune intensité Stokes n'est détectée, nous observons ici que l'onde réfléchie est créée puis amplifiée vers la face avant jusqu'à atteindre plusieurs  $\text{TW}/\text{cm}^2$ . Les énergies partielles (b,d) des ondes de pompe ne sont que très peu déplétées au cours de leur propagation :  $E_1(L)/E_1(0) \approx 0.93$  pour  $P_1(0) = 16 P_{\text{cr}}$  et  $E_1(L)/E_1(0) \approx 0.84$  pour  $P_1(0) = 27 P_{\text{cr}}$ , ce qui démontre une action non négligeable de la modulation de phase sur les échanges d'énergie. Dans cette situation, l'effet Kerr prend le dessus sur l'effet Brillouin et conduit à l'augmentation de l'intensité

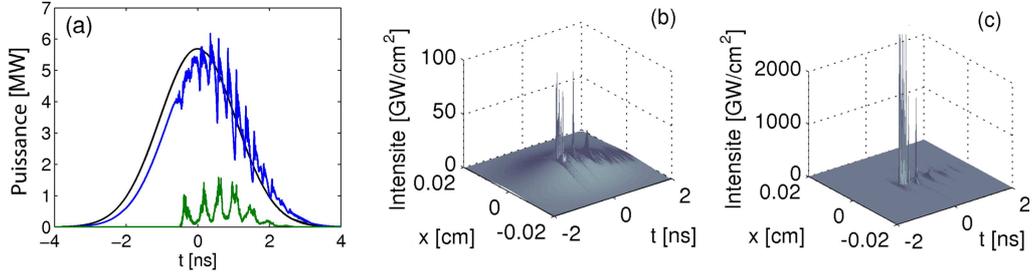


FIGURE 4.10 – (a) Profils temporels de puissance de l’onde de pompe incidente (courbe noire), l’onde transmise (courbe bleue) et l’onde Stokes réfléchie (courbe verte) pour une onde de pompe de  $16 P_{cr}$  modulée en phase par la fonction  $\exp[i m \sin(\omega_m t)]$ . Profils d’intensité associés dans le plan  $(x, t)$  : (b) onde de pompe près du point de collapse  $I_1(z \approx z_c = 0.6 \text{ cm})$  et (c) onde Stokes en entrée de l’échantillon  $I_2(0)$ .

de l’onde de pompe qui s’auto-focalise donc plus rapidement. Plus précisément, les profils spatiaux et temporels deviennent fortement perturbés par les modulations rapides de phase, ce qui conduit à la formation de structures multi-pics dans l’onde laser. Les profils de fluence présentés en inserts montrent en effet des formes irrégulières. Bien que la fluence réfléchie reste à des valeurs considérablement faibles pour des puissances incidentes modérées,  $F_2^{max}(0) = 0.05 \mu\text{J}/\text{cm}^2$  pour  $5 P_{cr}$ , elle retrouve des valeurs beaucoup plus élevées à forte puissance :  $F_2^{max}(0) = 6$  et  $7 \text{ J}/\text{cm}^2$  pour  $16$  et  $27 P_{cr}$ , respectivement. Ces niveaux de fluence restent sous les seuils de dommages standards ( $\sim 12 \text{ J}/\text{cm}^2$  à  $355 \text{ nm}$  pour des impulsions de  $3 \text{ ns}$ ) mais s’en approchent sensiblement.

La figure 4.10 détaille les comportements temporels correspondant et confirme la conclusion précédente : contrairement au cas non modulé [voir Fig. 3.8], la puissance atteinte par l’onde réfléchie reste relativement faible, et celle atteinte par l’onde transmise reste proche de la puissance incidente, ce qui traduit à nouveau la faible déplétion de l’onde de pompe. Cependant, avec une modulation de phase, la partie arrière de l’impulsion fluctue fortement en temps et des instabilités temporelles affectent les deux composantes optiques, avec une période correspondant à la fréquence de modulation. Ces instabilités se retrouvent amplifiées sur les profils d’intensité (b,c) : à travers les couplages non-linéaires, l’onde de pompe se décompose en pics multiples, qui s’auto-focalisent sur des distances de propagation plus courtes que pour un faisceau non modulé. L’estimation de cette distance est proche de l’estimation fournie par l’évaluation pour la filamentation multiple [Eq. (2.3.86)]. Plus précisément, en prenant en compte la déplétion de l’onde de pompe,

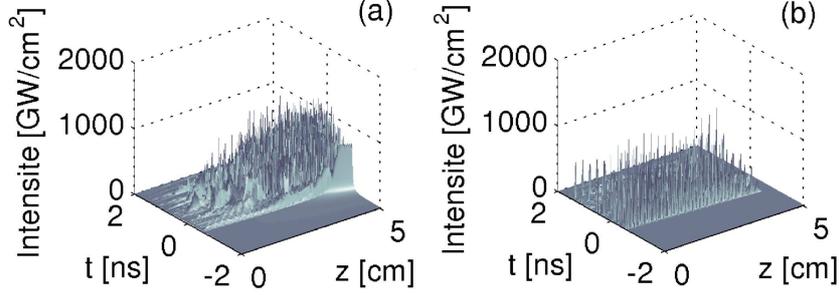


FIGURE 4.11 – Profils d'intensité maximale dans le plan  $(z, t)$  pour une impulsion modulée en phase de puissance  $P_1(0) = 16 P_{cr}$  : (a)  $I_{1max}(z)$  et (b)  $I_{2max}(z)$ .

cette dernière s'auto-focalise à la distance

$$z_c \approx L_{SF} \times \frac{E_1(0)}{E_1(L)}. \quad (4.3.22)$$

Cette distribution turbulente favorise la divergence systématique de l'onde Stokes [Figs. 4.9(a,c)]. La figure 4.10(c) montre que la modulation de phase entraîne aussi l'apparition d'une filamentation multiple en espace pour l'onde rétrodiffusée en  $z = 0$ , avec des filaments pouvant atteindre localement plusieurs  $TW/cm^2$ .

La figure 4.11 détaille les profils d'intensité maximale dans le plan  $(z, t)$  pour des ondes modulées en phase dans le cas  $P_1(0) = 16P_{cr}$ . En suivant l'évolution des deux ondes au cours de leur propagation, on observe que les composantes optiques avant et arrière se brisent en structures multi-pics avec une période  $\sim 1/\nu_m \approx 2\pi/\omega_m$ . Ce type d'instabilité affecte fortement la dynamique de filamentation. En résumé, la modulation de phase affaiblit mais ne supprime pas le SBS en régime de collapse.

Dans ces conditions, il est intéressant d'étudier le comportement de la densité de phonons. La figure 4.12 montre le profil de  $|Q|^2$  dans le plan  $(x, t)$  aux deux distances  $z = 0$  et  $z \approx z_c$ . Comme dans les cas non modulés détaillés au chapitre précédent, la densité de phonons commence à croître au moment où l'onde Stokes est amplifiée [voir figure 4.10(a)], c'est-à-dire  $t \approx 0$ . À  $z = 0$ , l'onde acoustique est temporellement plus large. Nous observons ici des instabilités en temps et en espace issues du couplage entre les ondes laser incidente et réfléchie, toutes deux modulées. Cette densité de phonons atteint de plus un niveau d'intensité élevé, ce qui montre bien que la création d'onde acoustique dans le milieu n'est pas inhibée.

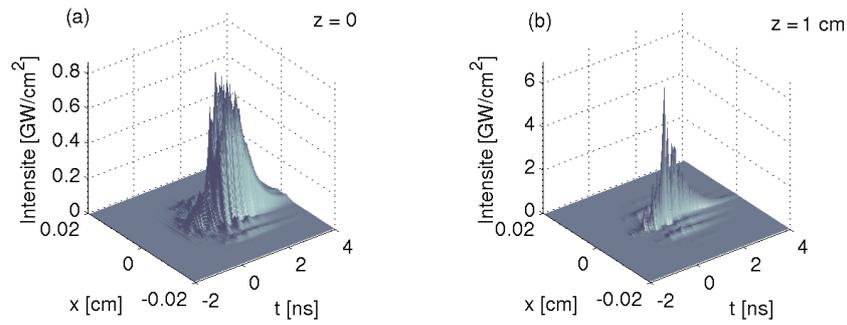


FIGURE 4.12 – Maximum de  $|Q|^2$  dans le plan  $(x, t)$  pour une impulsion de puissance incidente  $P_1(0) = 16 P_{cr}$  et modulée en phase avec  $m = 21$  et  $\nu_m = 2$  GHz : (a) en  $z = 0$  et (b) en  $z \approx z_c = 1$  cm.

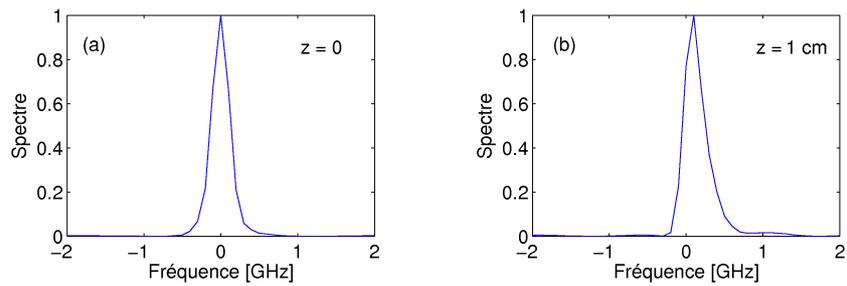


FIGURE 4.13 – Spectre de la densité de phonons normalisée  $Q$  pour une impulsion incidente de puissance incidente  $P_1(0) = 16 P_{cr}$  et modulée en phase avec  $m = 21$  et  $\nu_m = 2$  GHz : (a) en  $z = 0$  et (b) en  $z \approx z_c = 1$  cm.

Observons à présent les spectres acoustiques sur la figure 4.13. Le spectre en  $z = 0$  ne comporte qu'un seul pic, de largeur comparable à celles mesurées sur les spectres pour des impulsions non modulées. A l'approche du foyer non-linéaire de l'onde de pompe, ce pic se déforme et se décale légèrement sur la droite, où un plateau de faible intensité émerge de la dynamique turbulente mettant en jeu des pics d'intensité pouvant atteindre la dizaine de picosecondes. Ce spectre reste cependant monomode.

En résumé, une modulation de phase modérée ( $\sim 100$  GHz) fonctionne dans son principe inhibiteur des énergies et des puissances Stokes. Cependant, parce qu'elle ne réduit pas suffisamment l'effet Brillouin dans le cas de fortes puissances pompe, elle est encore capable de produire localement des intensités Stokes importantes et conduire à de la filamentation multiple se développant sur l'onde de pompe à de plus courtes distances dans l'échantillon.

### 4.3.3 Existence d'une largeur spectrale et d'une profondeur de modulation critiques

#### Condition sur la largeur spectrale

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'existence d'une largeur spectrale critique, fonction de l'intensité incidente, au-delà de laquelle une modulation de phase pourrait radicalement supprimer l'effet Brillouin, même en régime d'auto-focalisation forte. Révélée par des simulations effectuées à l'aide du code SBS 3D, une telle largeur critique existe vraiment. La figure 4.14 montre l'intensité du faisceau pompe à la valeur critique de  $\Delta\nu$  numériquement évaluée (courbe trait plein) et pour une valeur légèrement inférieure (courbe en pointillés) dans le cas  $P_1(0) = 16P_{cr}$ . Si la largeur spectrale est inférieure à sa valeur critique ( $\Delta\nu_{cr} \simeq 620$  GHz), l'auto-focalisation se produit à une distance plus courte le long de l'axe optique et les profils d'intensités (non montrés) sont perturbés par des pics périodiques correspondant à la fréquence de modulation. Au contraire, si une largeur suffisamment importante est appliquée, la composante Stokes reste d'intensité négligeable et l'onde de pompe s'auto-focalise à la distance de Marburger  $z_c \approx L_M = 3.4$  cm.

Pour évaluer analytiquement cette bande spectrale critique, nous négligeons le bruit gaussien et ré-exprimons l'équation pour l'enveloppe de la densité de phonons  $Q$  [Eq. (2.2.79)]. On définit la puissance des ondes acous-

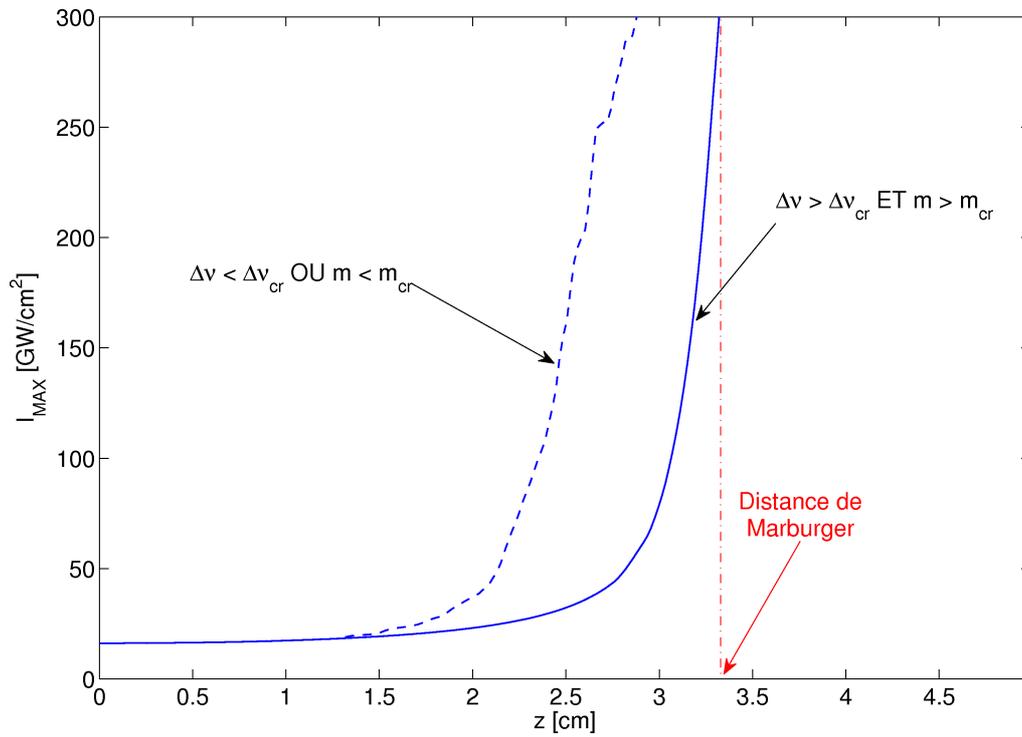


FIGURE 4.14 – Intensité maximale en fonction de la distance de propagation pour  $P_1(0) = 16P_{\text{cr}}$ . La courbe en trait plein (pointillés) correspond à une modulation de largeur spectrale  $\Delta\nu > \Delta\nu_{\text{cr}} = 620$  GHz à  $16P_{\text{cr}}$  (respectivement  $\Delta\nu < \Delta\nu_{\text{cr}}$  : ici la fréquence de modulation est diminuée de 1 GHz par rapport à sa valeur critique).

tiques par  $W = \int |Q|^2 d\vec{r}_\perp$ , de sorte que

$$\partial_t W + \Gamma_B W = \frac{\Gamma_B}{g_0} (-\partial_z + k' \partial_t) P_2 = -\frac{\Gamma_B}{g_0} (\partial_z + k' \partial_t) P_1. \quad (4.3.23)$$

Cette équation peut être intégrée en temps. En utilisant le théorème de Parseval-Plancherel et des conditions aux limites nulles, nous obtenons

$$d_z E_1 = d_z E_2 = -g_0 \int \int_{-\infty}^{+\infty} |\widehat{Q}(\omega)|^2 d\omega d\vec{r}_\perp. \quad (4.3.24)$$

Ici, la densité de phonons dans le domaine de Fourier (symbole  $\widehat{\phantom{x}}$ ) est donnée par

$$|\widehat{Q}|^2 = \left( \frac{\Gamma_B}{2} \right)^2 \frac{|\widehat{U}_1 \widehat{U}_2^*|^2}{\omega^2 + (\Gamma_B/2)^2}. \quad (4.3.25)$$

D'après la Réf. [52], avec des phases relatives de  $U_1$  et  $U_2$  décorréliées,  $\widehat{U}_1 \widehat{U}_2^* \equiv (1/\sqrt{2\pi}) \int U_1(z, \vec{r}_\perp, t) U_2^*(z, \vec{r}_\perp, t) e^{i\omega t} dt$  conduit à

$$|\widehat{U}_1 \widehat{U}_2^*|^2 \approx \frac{1}{\Delta\omega} \langle I_1(z, \vec{r}_\perp, t) \rangle \int I_2 dt = \frac{\langle I_1 \rangle}{\Delta\omega} F_2, \quad (4.3.26)$$

où  $\langle I_1 \rangle$  est l'intensité de pompe moyennée en temps avec une largeur spectrale  $\Delta\omega$ . On trouve donc que l'évolution de l'énergie Stokes est donnée par

$$-d_z E_2 = \frac{g_0 \pi \Gamma_B}{2 \Delta\omega} \int d\vec{r}_\perp \langle I_1 \rangle F_2. \quad (4.3.27)$$

En supposant que  $\pi w_0^2 F_2 / 2 \approx E_2$  et  $\int d\vec{r}_\perp \langle I_1 \rangle \approx P_1(0)$ , nous obtenons

$$E_2(z) \approx E_2(L) e^{\frac{g_0 \Gamma_B}{\Delta\omega w_0^2} P_1(0)(L-z)}. \quad (4.3.28)$$

Limiter la croissance de l'énergie Stokes requiert alors

$$\Delta\nu \gg \Delta\nu_{\text{cr}} = \frac{\pi}{2} \Gamma_B g_0 I_1(0) L, \quad (4.3.29)$$

menant à une valeur minimale de la largeur spectrale  $\Delta\nu$  nécessaire pour inhiber le SBS. Cette valeur seuil est fonction de l'intensité de la pompe incidente.

Des simulations ont été réalisées pour vérifier la validité de l'Eq. (4.3.29). Sur la figure 4.15 est représentée la valeur de la largeur spectrale critique évaluée à partir de nos simulations numériques en fonction de l'intensité

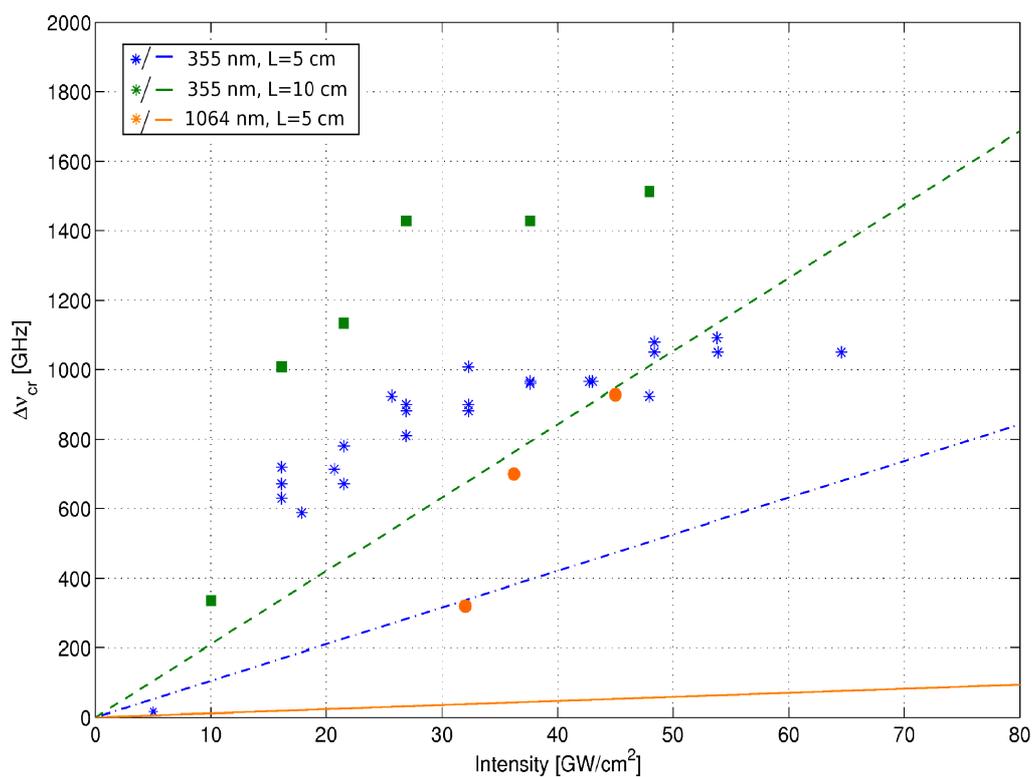


FIGURE 4.15 – Largeur spectrale critique en fonction de l'intensité pompe. Les symboles bleus (verts) correspondent aux seuils évalués numériquement à  $\lambda_0 = 355$  nm avec  $L = 5$  cm (respectivement,  $L = 10$  cm). Les symboles oranges font référence aux seuils numériques dans l'infrarouge ( $\lambda_0 = 1064$  nm) pour  $L = 5$  cm. Les courbes en trait plein montrent la borne inférieure de l'Eq. (4.3.29) pour les cas précédents avec le même code couleur.

pompe initiale pour un échantillon de 5 cm. Des résultats sont également montrés pour une épaisseur de verre de 10 cm. Comme l'effet Brillouin devient plus efficace sur des longueurs de propagation plus grandes, la valeur de cette bande spectrale critique doit alors être augmentée. Toutes les valeurs estimées par nos simulations numériques sont supérieures à l'évaluation analytique donnée par l'Eq. (4.3.29). Bien qu'approximative, cette évaluation reste cependant valable et fournit une borne inférieure pour la valeur de  $\Delta\nu_{\text{cr}}$ . Notons que, d'après la borne (4.3.29), la largeur spectrale  $\Delta\nu_{\text{cr}}$  varie avec la longueur d'onde via  $\Gamma_B$  et devrait donc être plus faible dans le domaine infrarouge. Cela est effectivement confirmé à travers nos calculs numériques : par exemple, avec  $I_1(0) \approx 38 \text{ GW/cm}^2$ , nous trouvons une largeur critique de 730 GHz dans l'infrarouge, alors que  $\Delta\nu_{\text{cr}} \approx 970 \text{ GHz}$  dans le domaine ultraviolet.

### Condition sur le nombre de modes

Garantir  $\Delta\nu > \Delta\nu_{\text{cr}}$  n'est pas suffisant dans l'absolu, car il est nécessaire de produire un nombre de modes relativement grand pour rendre la modulation de phase efficace. Par exemple, nous avons effectué de nombreux calculs numériques où, pour des valeurs de  $m$  petites, accroître  $\Delta\nu$  en augmentant seulement la fréquence de modulation  $\nu_m$  ne parvenait pas à réduire l'effet Brillouin. Sur la base des travaux de Murray et al. [44] (voir aussi Boyd [37]), un système générateur de SBS amorcé à partir d'un bruit produit efficacement un signal Brillouin si le gain exponentiel atteint un seuil  $G_{\text{TH}}$  qui, pour la plupart des matériaux, est de l'ordre de 25-30. En régime SBS non-stationnaire et supposant l'intensité pompe également répartie sur les  $2m$  modes, nous pouvons donc espérer réduire l'effet Brillouin sous la condition  $G_{\text{T}} = 2\sqrt{\Gamma_B t_p L / L_B} < G_{\text{TH}}\sqrt{2m}$ , ou plus simplement

$$2m > G_{\text{T}}^2 / G_{\text{TH}}^2, \quad (4.3.30)$$

conduisant aux valeurs minimales de profondeur de modulation  $m_{\text{cr}} \approx 5$  à 10 pour  $G_{\text{TH}} = 25$  et 30, respectivement. Ces évaluations sont en accord raisonnable avec nos estimations numériques de  $m_{\text{cr}}$ , c'est-à-dire  $m_{\text{cr}} = 6$  pour  $16P_{\text{cr}} \leq P_1(0) \leq 27P_{\text{cr}}$  et  $m_{\text{cr}} = 8$  pour  $38P_{\text{cr}} \leq P_1(0) \leq 49P_{\text{cr}}$ . Notons que les deux critères d'évaluation (4.3.29) et (4.3.30) de la bande spectrale seuil et de son nombre de modes associés ne dépendent aucunement des paramètres Kerr.

Nous avons donc démontré que pour toute intensité incidente, il est possible de supprimer la rétrodiffusion Brillouin à l'aide d'une modulation de

phase, à condition que ses paramètres soient adaptés, c'est-à-dire que la largeur spectrale totale ainsi que le nombre de modes dépassent une valeur critique dont l'ordre de grandeur peut être estimé analytiquement. Ces résultats ont été publiés dans la Réf. [97].

#### 4.3.4 Influence des paramètres laser

Pour terminer l'étude des modulations de phase, nous vérifions que les conclusions précédentes restent valables lorsque certains paramètres physiques tels que la longueur d'onde ou la forme spatiale de l'impulsion pompe sont modifiés.

##### Longueur d'onde

Analysons l'effet d'un changement de longueur d'onde en optant pour le domaine infrarouge,  $\lambda_0 = 1064$  nm. Pour cela, nous suivons l'évolution d'une impulsion de puissance  $P_1(0) = 6 P_{cr}$  modulée en phase avec une bande spectrale sous-critique, puis sur-critique. Ces résultats sont présentés en figure 4.16. Pour une modulation de phase de largeur spectrale sous-critique, nous observons que les courbes d'intensité (a) suivent le même comportement que dans le cas "mal modulé" à  $\lambda_0 = 355$  nm. En effet, l'onde de pompe s'auto-focalise bien avant la distance de Marburger  $z_c \approx 1$  cm  $< L_M$ . De plus, l'onde Stokes subit une forte auto-focalisation à l'intérieur du milieu. Les deux ondes atteignent localement des intensités très élevées et subissent de fortes instabilités, notamment temporelles. En particulier, la période de ces perturbations sur l'onde réfléchie (c) correspond à la fréquence de modulation. Nous retrouvons donc bien les comportements observés pour des modulations de phase ayant une largeur spectrale sous-critique. En revanche, lorsque la modulation est suffisamment efficace ( $\Delta\nu > \Delta\nu_{cr}$ ) avec  $\nu_m = 60$  GHz et  $m = 21$ , les courbes d'intensité (d) montrent un collapse pur de l'onde de pompe (e) et une onde Stokes (f) quasi-nulle. Dans ces conditions, le profil de l'onde incidente près de son point de collapse (e) montre une forme gaussienne préservée alors que l'intensité de l'onde Stokes en entrée de l'échantillon ne dépasse pas quelques kW/cm<sup>2</sup>.

##### Forme spatiale

Examinons à présent le cas d'un faisceau pompe de forme carrée dont le profil est modélisé par une supergaussienne d'ordre  $n = 10$  et de puissance  $P_1(0) = 50 P_{cr}$ . La figure 4.17 présente les résultats pour une impulsion incidente modulée en phase avec  $m = 21$  et pour deux fréquences de modulation

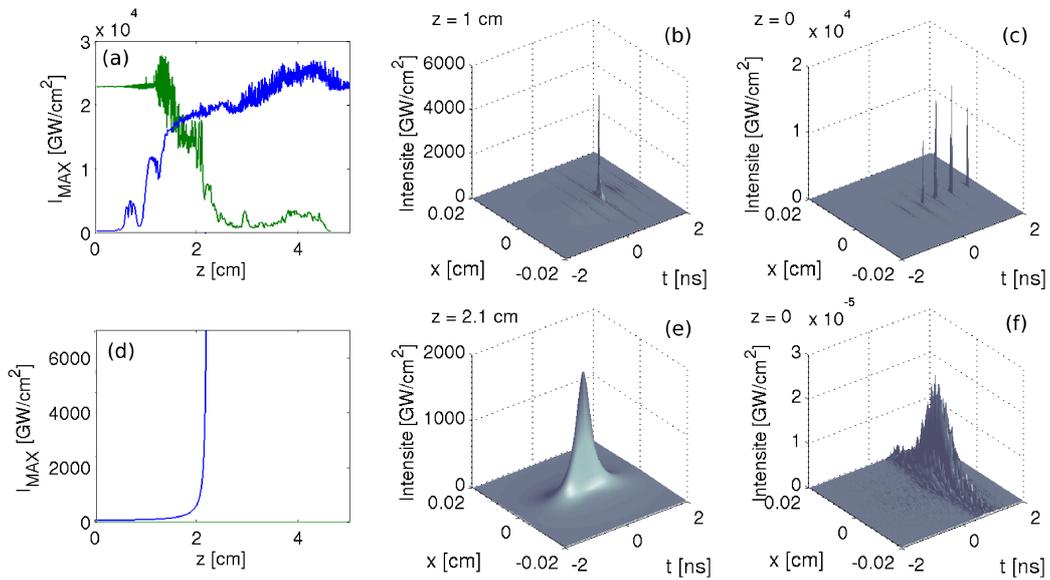


FIGURE 4.16 – (a,d) Intensités maximales des impulsions pompe et Stokes à 1064 nm avec  $P_1(0) = 6 P_{\text{cr}}$  pour une impulsion incidente modulée en phase. Les courbes bleues se réfèrent à l'onde incidente et les courbes vertes à l'onde réfléchie. Profils d'intensité dans le plan  $(x, t)$  : (b,e) onde de pompe près du point de collapse  $I_1(z \approx z_c)$  et (c,f) onde Stokes en  $z = 0$  (noter le changement d'échelle). (a,b,c) correspondent à une fréquence de modulation  $\nu_m = 2$  GHz et une profondeur de  $m = 7$  et (d,e,f) résumant l'action d'une fréquence plus importante  $\nu_m = 60$  GHz et une profondeur de modulation  $m = 21$ .

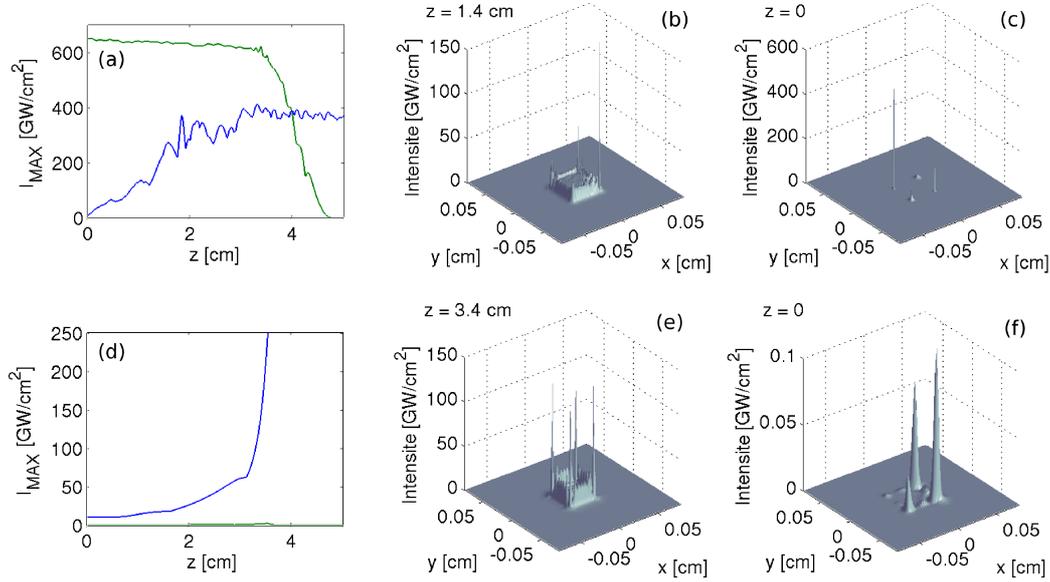


FIGURE 4.17 – (a,d) Intensités maximales des impulsions pompe et Stokes pour un profil spatial supergaussien d'ordre 10 avec  $P_1(0) = 50 P_{cr}$  et  $I_1(0) = 10 \text{ GW/cm}^2$ . L'impulsion incidente est modulée en phase avec une profondeur de modulation  $m = 21$ . Les courbes bleues se réfèrent à l'onde incidente et les courbes vertes à l'onde réfléchie. Profils d'intensité dans le plan  $(x, y)$  : (b,e) onde de pompe près du point de collapse  $I_1(z \approx z_c)$  et (c,f) onde Stokes en  $z = 0$ . (a,b,c) correspondent à une fréquence de modulation  $\nu_m = 2$  GHz et (d,e,f) impliquent une fréquence plus importante  $\nu_m = 15$  GHz.

différentes :  $\nu_m = 2$  et 15 GHz. Il est ici nécessaire d'utiliser une fréquence de modulation de 15 GHz pour supprimer la rétrodiffusion Brillouin avec l'intensité pompe initiale  $I_1(0) = 10 \text{ GW/cm}^2$ . Dans le premier cas (a), l'onde de pompe s'auto-focalise à une distance plus courte ( $z_c \approx 1.5$  cm) que dans le cas d'une modulation sur-critique (d) pour laquelle  $z_c \approx 3.4$  cm. De plus, dans le premier cas, l'onde Stokes est amplifiée à des niveaux d'intensité très élevés contrairement au second cas où celle-ci reste à une intensité inhibée. Les profils d'intensité de l'onde de pompe (b,e) présentent dans les deux cas une dynamique d'auto-focalisation, où les bords de la distribution supergaussienne filamentent fortement. Quant aux ondes Stokes, dans le cas où la modulation est sous-critique (c), les niveaux d'intensité atteints sur les bords de l'impulsion en entrée d'échantillon restent importants alors que lorsque cette modulation est sur-critique (f), l'intensité maximale de l'onde réfléchie n'excède pas  $0.1 \text{ GW/cm}^2$ .

Là encore, nous constatons que les comportements concernant les modulations de phase sous- et sur-critiques sont génériques quelle que soit la

longueur d'onde ou la forme d'impulsion.

## 4.4 Instabilités modulationnelles

---

Dans le but d'expliquer les instabilités observées en présence d'une modulation de phase de largeur spectrale sous-critique, nous allons à présent faire le lien avec la théorie des instabilités modulationnelles développée au chapitre 2.

Pour cela, rappelons les conclusions des sous-sections 2.3.6 et 2.3.7. Tout d'abord, il a été montré que pour un facteur de gain Brillouin nul ( $g_0 = 0$ ), plus le rapport de l'intensité d'une onde en contrepropagation sur celle de l'onde avant est élevé, plus le taux de croissance est important (jusqu'à trois fois supérieur à sa valeur pour une seule onde [voir Fig. 2.14]) et plus l'intensité seuil d'instabilité est faible (voir Fig. 2.15). Cela signifie qu'en présence d'une deuxième onde dans le milieu, les instabilités se développent plus facilement. En présence d'un facteur de gain Brillouin faible, il apparaît que lorsque  $g_0 \rightarrow 4n_2\omega_0/c$ , le taux de croissance diminue sans s'annuler. De plus, en présence d'un gain Brillouin proche de zéro mais non nul, les modes perturbatifs deviennent plus fortement amplifiés et le seuil d'instabilité est légèrement plus faible [cf. Fig. 2.16]. Ainsi, en présence d'un reliquat d'onde rétrodiffusée et avec un facteur de gain Brillouin fortement diminué, des instabilités modulationnelles peuvent apparaître et être plus facilement amplifiées.

Or, les calculs analytiques de la sous-section 4.3.1 ont montré qu'en présence d'une modulation de phase et sous hypothèse de stationnarité, le facteur de gain Brillouin est divisé par un facteur égal au nombre de modes  $N$  présents dans le spectre de l'onde de pompe, lorsque l'intensité totale est équirépartie entre tous les modes. En régime instationnaire, ce gain devrait alors être diminué par un facteur  $\sim \sqrt{N}$ . En considérant une modulation de largeur modérée avec par exemple  $m = 21$ , il vient  $N \simeq 2m = 42$  et  $g_0 \rightarrow g_0 \simeq 4.5\sqrt{42} \approx 0.7$  cm/GW.

Nous allons alors chercher à vérifier que la présence d'un gain Brillouin diminué par une modulation de phase accroît les instabilités modulationnelles. Pour ce faire, nous avons effectué des simulations numériques avec une impulsion non modulée sujette à un gain Brillouin artificiellement diminué. La figure 4.18 montre la dynamique des impulsions pompe et Stokes pour une puissance  $P_1(0) = 27P_{\text{cr}}$  avec le gain Brillouin  $g_0 = 4.5/\sqrt{2m} \approx 0.7$  cm/GW. Sur la Fig. 4.18(a), la distance d'auto-focalisation de la pompe devient proche

---

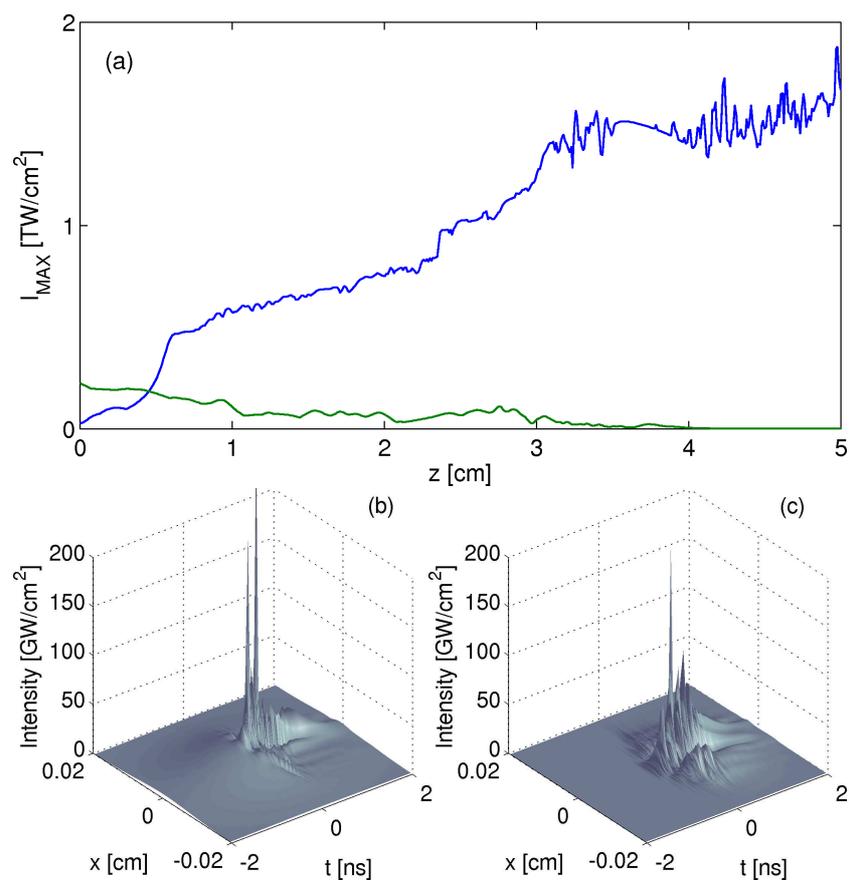


FIGURE 4.18 – (a) Intensités maximales vs.  $z$  de l’onde de pompe (courbe bleue) et de l’onde Stokes (courbe verte) pour  $P_1(0) = 27 P_{\text{cr}}$  sans modulation de phase mais avec un gain Brillouin artificiellement réduit  $g_0 = 4.5/\sqrt{2m} \approx 0.7 \text{ cm}/\text{GW}$ . (b) et (c) détaillent respectivement les profils d’intensité dans le plan  $(x, t)$  de l’onde de pompe près du point de collapse et de l’onde Stokes à l’entrée de l’échantillon.

de celle atteinte avec une modulation de phase en Fig. 4.9(c). Les profils d'intensité maximale dans le plan  $(x, t)$  [Fig. 4.18(b,c)] montrent que les faisceaux pompe et Stokes sont perturbés en temps et en espace, ce qui est semblable à la Fig. 4.10(b,c) (pompe modulée en phase avec une largeur sous-critique). Ainsi, les instabilités observées pour les impulsions modulées en phase sont dues au gain Brillouin trop faible, laissant l'effet Kerr prédominer. Celui-ci amplifie tout d'abord les perturbations temporelles puis, par couplages non-linéaires, il peut également amplifier des perturbations spatiales aux fortes intensités incidentes.

Ainsi, cette simulation permet de démontrer que la présence d'un facteur de gain Brillouin  $g_0$  faible entraîne un développement des instabilités sur les ondes de pompe et Stokes. La présence d'une modulation de phase permet donc de diminuer la rétrodiffusion Brillouin à travers une baisse du facteur de gain. Néanmoins, cette baisse peut être à l'origine de la croissance d'instabilités. Cette conclusion permet d'expliquer les comportements observés pour les impulsions de forte puissance modulées en phase avec des largeurs spectrales trop faibles et montre l'importance de choisir une modulation de phase de largeur spectrale et de profondeur de modulation appropriées.

## 4.5 Comparaison de résultats numériques et expérimentaux

---

Regroupant l'ensemble des résultats précédents, la figure 4.19 complète l'intégrale de rupture

$$B = \frac{2\pi n_2}{\lambda_0} I_1(0) z_c. \quad (4.5.1)$$

Nous avons représenté ici des données additionnelles correspondant à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 1064$  nm. Nous rappelons également des points expérimentaux provenant de la Réf. [80] pour des faisceaux à profils quasiment gaussiens en espace et en temps, ainsi que les données numériques pour les faisceaux non modulés obtenus au chapitre précédent.

Lorsque l'onde de pompe est modulée en phase avec une largeur spectrale inférieure à la largeur critique, le produit  $I_1(0) \times z_c$  sature autour de  $B \simeq 1.5$  rad, ce qui est en accord remarquable avec les données expérimentales de la référence [80]. La saturation du produit  $B$  autour de 1.5 rad peut s'expliquer par le fait que l'impulsion modulée se fragmente en sous-impulsions en espace et en temps, créant ainsi un régime de filamentation multiple et promouvant un foyer non-linéaire plus court. Les distances d'auto-focalisation, pour des

---

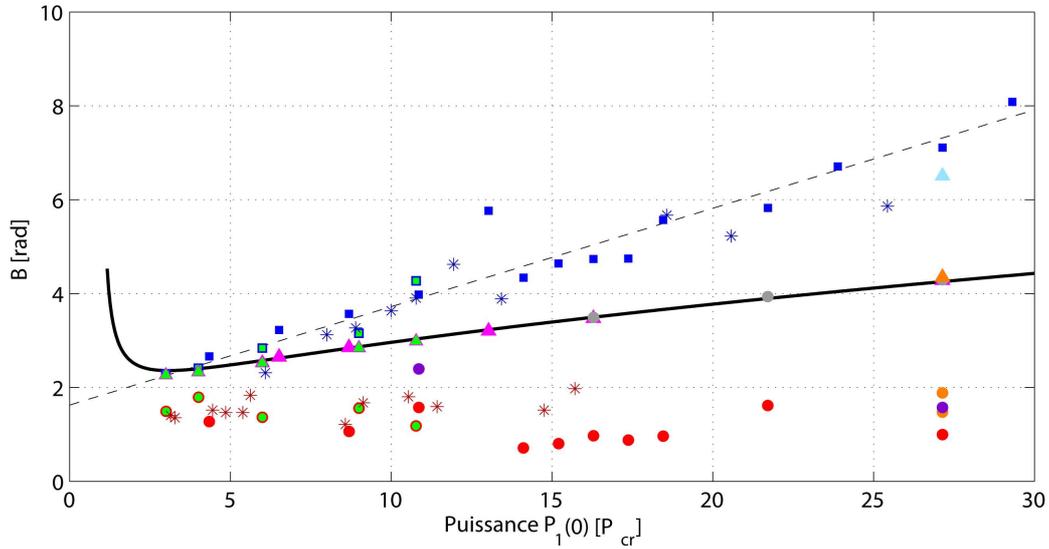


FIGURE 4.19 – Intégrale  $B$  en fonction de la puissance incidente laser pour un faisceau pompe gaussien. Les carrés bleus correspondent aux données calculées pour des faisceaux non modulés à 355 nm. Le triangle bleu ciel correspond à une modulation d’amplitude perturbative. La courbe noire représente la formule de Marburger sur laquelle les triangles indiquent les résultats pour une onde modulée en amplitude avec  $F(t) = \cos[m\sin(\omega_m t)]$  (triangles roses) ou  $F(t) = \cos(m\omega_m t)$  (triangle orange). Plus bas, les cercles rouges correspondent à un faisceau pompe modulé en phase avec  $m = 21$  et  $\nu_m = 2$  GHz; les points oranges se réfèrent à des faisceaux modulés en phase avec  $m$  variant de 5 à 42; le point violet montre un exemple où  $m = 21$  et  $\nu_m = 14$  GHz. Enfin, les cercles gris sur la courbe de Marburger correspondent à une modulation de phase avec une largeur et une profondeur sur-critiques. Les symboles avec un intérieur vert correspondent aux résultats de calcul à 1064 nm. Les étoiles rappellent des résultats expérimentaux [80] rapportés pour les deux longueurs d’onde 355 nm et 1064 nm.

faisceaux dont la distribution dévie fortement d’une gaussienne et devient multi-piquée, devraient donc satisfaire la relation (4.3.22) incluant la faible déperdition d’énergie de l’onde de pompe par l’effet Brillouin résiduel. Appliquant les évaluations précédentes, on trouve immédiatement  $I_1(0) \times z_c \approx 18$  GW/cm, en accord avec les comportements expérimentaux et numériques qui impliquent une modulation de phase de largeur modérée.

Le triangle bleu ciel, situé entre les points bleus (faisceaux non modulés) et la courbe de Marburger, correspond à la simulation réalisée avec la fonction de modulation d’amplitude perturbative. Ce résultat montre que ce type de modulation baisse légèrement la distance d’auto-focalisation, mais la rétrodiffusion Brillouin reste comparable à celle de faisceaux non modulés.

Sur la courbe de Marburger, les symboles roses et orange font référence aux simulations réalisées pour une onde de pompe uniquement modulée en amplitude, pour lesquelles le SBS est radicalement supprimé. Enfin, les ronds gris sont le résultat de simulations réalisées avec une impulsion incidente modulée en phase avec une largeur spectrale et une profondeur de modulation supérieures à leur valeur critique. Là encore, les résultats se situent sur la courbe de Marburger, ce qui traduit le fait que l'onde Stokes n'est pas créée et que l'onde de pompe subit la dynamique d'auto-focalisation d'une impulsion gaussienne pure.

En conclusion, nous avons donc montré que différents types de modulation peuvent agir sur la rétrodiffusion via des mécanismes bien distincts.

Les modulations d'amplitude perturbatives permettent de diminuer l'effet Brillouin mais restent néanmoins insuffisantes, contrairement aux modulations d'amplitudes non-perturbatives formant des trains de paquets d'onde picosecondes qui inhibent la création d'ondes acoustiques dans le milieu et empêchent donc la rétrodiffusion. Néanmoins, la puissance moyenne du faisceau s'en trouve divisée par un facteur supérieur à deux.

Concernant les modulations de phase, nous avons démontré que lorsque la largeur spectrale de la modulation ou le nombre de modes est trop faible, ce type de modulation inhibe la création d'ondes acoustiques pour de faibles puissances de pompe incidentes, pour lesquelles il n'y a pas de collapse. Elle s'avère cependant peu efficace aux plus fortes puissances déclenchant un collapse à l'intérieur du matériau. Pour toute intensité incidente, il existe toutefois un nombre de modes et une largeur spectrale critiques au-delà desquels la modulation de phase permet de supprimer radicalement la composante rétrodiffusée. Cette technique semble être la plus appropriée pour non seulement inhiber la création d'ondes acoustiques à fortes puissances, mais aussi décaler le point d'auto-focalisation à des distances de propagation plus grandes au sein de l'échantillon.

---

# 5

## « Perspective plasma » - Code SBS CUDA

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Impulsions courtes . . . . .</b>	<b>147</b>
5.1.1	Introduction . . . . .	147
5.1.2	Modèle revisité pour les impulsions courtes . . . . .	148
5.1.3	Résultats numériques . . . . .	152
<b>5.2</b>	<b>Calcul sur processeurs graphiques -</b>	
	<b>Code SBS CUDA . . . . .</b>	<b>157</b>
5.2.1	Processeurs graphiques . . . . .	157
5.2.2	Code SBS CUDA . . . . .	159
5.2.3	Validation . . . . .	162
5.2.4	Améliorations des comportements divergents . . . . .	163
<b>5.3</b>	<b>Résumé . . . . .</b>	<b>166</b>

---

Les études menées dans les deux chapitres précédents ont montré que des pics très intenses sont susceptibles d'apparaître dans les profils temporels des ondes pompe et Stokes en régime de collapse. La durée de ces pics peut atteindre la picoseconde, voire quelques centaines de femtosecondes, lorsque la dynamique d'auto-focalisation force l'onde de pompe à croître en intensité jusqu'à plusieurs  $\text{TW}/\text{cm}^2$ . Sur ces durées et pour ces valeurs d'intensité laser, il peut être nécessaire de revoir le modèle de génération de plasma stationnaire rappelé en Annexe B et utiliser une modélisation instationnaire. L'Annexe B nous a permis de justifier la faible pertinence de la génération de plasma dans le cadre de nos simulations SBS 3D. L'hypothèse de stationnarité provient ici de la durée des pics laser minimale estimée à quelques picosecondes, qui reste relativement grande devant le temps de recombinaison électronique dans la silice ( $\sim 150$  fs). La raison principale éludant la défocalisation plasma est que les seuils d'ionisation sont si élevés ( $> 10 \text{ TW}/\text{cm}^2$ ) que la résolution accessible pour des faisceaux incidents initialement longs en durée ( $\sim 2 - 3$  ns) et relativement étendus dans le plan transverse ( $w_0 \simeq 100 - 500 \mu\text{m}$ ) reste insuffisante. Gardant à l'esprit l'objectif initial, i.e., la propagation d'impulsions de type LIL de durée longue et de grand diamètre ( $\sim 40 \times 40 \text{ cm}^2$ ), nous pouvons aisément deviner que la résolution numérique optimale, même sur les machines de calcul massivement parallèles, restera limitée pour d'une part décrire l'évolution spatiale de structures optiques intenses développant une dynamique singulière sur quelques  $\mu\text{m}$ , et d'autre part résoudre correctement l'ionisation du matériau par ces mêmes pics optiques raccourcis sur des durées femtosecondes. Le but de ce chapitre n'est évidemment pas d'achever le point précédent, mais de proposer des pistes permettant de converger vers sa résolution. Deux voies sont explorées. La première consiste à simuler des taches focales laser de durée initiale assez grande ( $\sim 1$  ps) devant la durée d'un front d'ionisation plasma ( $\sim 1$  fs), et ce pour une seule onde laser sans effet Brillouin mais en prenant en compte la nature inertielle de l'excitation plasma. La deuxième, à l'inverse, assume une réponse plasma non-inertielle (stationnaire) mais reprend quelques simulations antérieures à l'aide d'un nouveau code SBS gérant des maillages plus lourds sur des processeurs graphiques.

Nous allons donc dans un premier temps étudier la propagation d'impulsions laser de durées picosecondes sans rétrodiffusion Brillouin à l'aide d'un autre code plus adapté à ces caractéristiques. Les résolutions accessibles dans ces conditions permettront de simuler les effets plasma avec le maillage approprié. Puis nous verrons comment il est possible, en adaptant le code SBS pour son utilisation sur processeurs graphiques, d'atteindre des résolutions décrivant mieux la génération de plasma par une onde de pompe nanoseconde

---

produisant une onde Stokes.

## 5.1 Impulsions courtes

---

Cette section détaille la filamentation multiple d'impulsions lumineuses dans la silice pour des longueurs d'onde UV ( $\lambda_0 = 355$  nm) et IR ( $\lambda_0 = 1550$  nm). Le rayon de la tache focale laser considérée est de  $200 \mu\text{m}$  et la durée d'impulsion à  $1/e^2$  est réduite à  $t_p = 500$  fs (FWHM  $\simeq 1$  ps), contrairement aux impulsions nanosecondes étudiées dans les chapitres précédents. Dans ce contexte, les phénomènes physiques à prendre en compte peuvent différer. En particulier, l'effet Brillouin sera ici négligé puisque les impulsions sont bien trop courtes pour exciter une onde acoustique dans le milieu.

### 5.1.1 Introduction

À des puissances incidentes supérieures à la puissance critique d'auto-focalisation, les impulsions laser femtosecondes sont capables de générer des filaments se propageant sur de longues distances dans les milieux transparents tels que l'air, les gaz rares, les liquides et les verres. Les phénomènes de base responsables de cette dynamique de filamentation sont l'auto-focalisation induite par effet Kerr qui se développe dans les premiers stades de propagation, suivie de la génération de plasma qui défocalise les parties les plus intenses de l'impulsion. Les aspects fondamentaux et les applications de ce processus ont été revus dans différents articles de revue [98, 99, 100, 101, 102]. En plus de leur capacité à s'auto-comprimer [103, 104, 105], les impulsions femtosecondes peuvent également devenir instables et se décomposer en filaments multiples sous l'action du bruit ambiant local [62, 106, 107, 108]. La conséquence de ces deux dynamiques est néfaste car cette filamentation brise l'homogénéité de la tache focale laser à travers l'apparition aléatoire des filaments. Plusieurs travaux ont porté sur la filamentation d'impulsions femtosecondes dans les diélectriques, tels que la silice [18]. Cette filamentation est susceptible d'engendrer des micro-modifications induites dans des matériaux solides et peut conduire à des dommages.

Appliquées aux solides, les études mentionnées précédemment restent cependant limitées à des régimes de propagation pour lesquels l'impulsion conserve son intégrité spatiale. Décrire la filamentation multiple d'impulsions dans les matériaux denses nécessite d'avoir des résolutions numériques très fines. Typiquement, une résolution spatiale de  $\sim 1 \mu\text{m}$  est en général requise dans le plan de diffraction transverse. Concernant la dimension temporelle, malgré des durées proches d'une picoseconde, la résolution doit être

---

en-deçà de la femtoseconde pour résoudre convenablement la réponse plasma. Ces exigences ont pu être satisfaites grâce au code de propagation ultrarapide FEMTO\_3D à architecture MPI classique [100] utilisé sur la machine Titane du CCRT.

### 5.1.2 Modèle revisité pour les impulsions courtes

Le système d'équations correspondant à des impulsions de quelques centaines de femtosecondes diffère sur quelques points de celui établi au chapitre 2. Les durées considérées étant bien inférieures aux temps de vie des phonons dans la silice ( $\tau_B = 1 - 10$  ns), les ondes acoustiques ne peuvent pas se former et la rétrodiffusion Brillouin est ici négligée. Considérons un champ électrique polarisé linéairement, composé uniquement d'une composante avant :

$$E = \sqrt{\frac{\mu_0 \omega_0}{2k_0}} U e^{ik_0 z - i\omega_0 t} + c.c., \quad (5.1.1)$$

d'enveloppe  $U(x, y, z, t)$  normalisée de sorte que l'intensité de l'impulsion  $I = |U|^2$  soit exprimée en W/cm<sup>2</sup>. Cette enveloppe est couplée à la densité d'électrons libres  $\rho_e(x, y, z, t)$  créée par photo-ionisation, à travers l'équation de Schrödinger étendue [100]

$$\begin{aligned} \partial_z U = & \frac{i}{2k_0} T^{-1} \nabla_{\perp}^2 U + i D U - i \frac{k_0}{2n_0^2 \rho_c} T^{-1} \rho_e U - \frac{\sigma}{2} \rho_e U - \\ & - \frac{U_i W(I) (\rho_{nt} - \rho_e)}{2I} U + i \frac{\omega_0}{c} n_2 T \int R(t-t') |U(t')|^2 dt' U, \end{aligned} \quad (5.1.2)$$

$$R(t) = (1 - g) \delta(t) + g \theta(t) \frac{1 + \omega_R^2 \tau_R^2}{\omega_R \tau_R^2} e^{-t/\tau_R} \sin(\omega_R t), \quad (5.1.3)$$

$$\partial_t \rho_e = W(I) (\rho_{nt} - \rho_e) + \sigma \rho_e I / U_i - \rho_e / \tau_{rec}. \quad (5.1.4)$$

Comme pour les impulsions nanosecondes,  $z$  est la variable de propagation et  $\nabla_{\perp}^2 = \partial_x^2 + \partial_y^2$  l'opérateur de diffraction transverse. À la différence de notre système d'origine,  $t$  est un temps retardé dans le repère se déplaçant à la vitesse de groupe de l'impulsion ( $t \rightarrow t - k'z$ ). L'opérateur  $D = \sum_{n \gg 2} (k^{(n)}/n!) (i\partial_t)^n$  décrit la dispersion chromatique à tous les ordres et inclut les coefficients  $k^{(2)} \equiv k''$  pour la dispersion de la vitesse de groupe (GVD) et  $k^{(3)} \equiv k'''$  pour la dispersion du troisième ordre (TOD pour "Third Order Dispersion"). Les valeurs des termes de dispersion dans le verre proviennent de la Réf. [36]. D'autres termes font aussi leur apparition :

- L'opérateur  $T = 1 + (i/\omega_0)\partial_t$  traduit les corrections à l'approximation d'enveloppe lentement variable pour les impulsions de courte durée [109]. Cette description n'est valable que lorsque la différence entre la vitesse de groupe et la vitesse de phase est faible, c'est-à-dire  $|k_0 - \omega_0 k'|/k_0 \ll 1$ . L'opérateur  $T^{-1}$  induit une focalisation spatio-temporelle sur le terme de diffraction  $[T^{-1}\nabla_{\perp}^2 U]$ . La nonlinéarité Kerr est affectée par l'opérateur  $T$ , qui entraîne un auto-raïdissement de l'impulsion (self-steepening) pour  $n_2 > 0$ . Cet auto-raïdissement force la composante arrière de l'enveloppe laser à se raidir aux dépens de la composante avant.
- La réponse Kerr non-linéaire inclut une composante instantanée et une contribution Raman retardée de fraction  $g$  dépendant de la longueur d'onde laser [36, 110]. La partie instantanée  $\sim \delta(t)$  décrit la réponse des électrons liés. La partie retardée  $\sim \theta(t)$  correspond à la diffusion Raman qui se produit sur quelques dizaines de femtosecondes par excitation d'états vibrationnels et rotationnels dans les molécules anisotropes (par exemple  $\text{SiO}_2$ ).
- L'équation source plasma est semblable à celle dérivée dans l'Annexe B [voir l'équation (B.1.3)]. Le taux d'ionisation  $W(I)$  décrit non seulement l'ionisation multiphotonique [Eq. (B.1.6)] mais aussi l'ionisation en régime tunnel aux hautes intensités  $> 20 \text{ TW/cm}^2$ . Le taux d'ionisation proposé par Keldysh [111] pour les cristaux est utilisé avec une masse réduite (électron-trou) pour la silice égale à 0.635 et en considérant le potentiel d'ionisation  $U_i = 7.8 \text{ eV}$ . La densité initiale de molécules de  $\text{SiO}_2$  est  $\rho_{\text{nt}} = 2.1 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ . Le terme en  $\sigma I/U_i$  correspond à l'ionisation collisionnelle et celui en  $1/\tau_{\text{rec}}$  traduit la recombinaison des électrons avec les atomes du matériau ( $\tau_{\text{rec}} = 150 \text{ fs}$ ).

Outre les coefficients de dispersion et la réponse Kerr modifiée, les autres paramètres physiques tels que la section efficace d'avalanche  $\sigma$  sont rappelés dans la Table 5.1. Les équations de propagation (5.1.2) à (5.1.4) sont intégrées numériquement selon un modèle split-step avançant la solution en  $z$ ; le temps est considéré comme une dimension transverse. On simule ici des faisceaux représentés à  $z = 0$  par des profils spatial et temporel supergaussiens du second ordre

$$U(x, y, z = 0, t) = \sqrt{I_0} e^{-\frac{x^4}{w_0^4} - \frac{4y^4}{w_0^4}} e^{-\frac{t^4}{t_p^4}} \quad (5.1.5)$$

où  $I_0 = P_{\text{in}}/[2w_0^2\Gamma^2(5/4)]$ .  $P_{\text{in}}$  est la puissance d'entrée et  $\Gamma(x)$  est la fonction Gamma. L'impulsion d'entrée (5.1.5) est de rayon  $w_0$  et de demi-largeur égale à  $t_p$ .

Avant de discuter le régime de filamentation en régime plasma, nous examinons l'effet des premières nonlinéarités (Kerr) par une étude des instabi-

Paramètres vs. $\lambda_0$	355 nm	1550 nm
$k''$ (fs <sup>2</sup> /cm)	1169	-279
$k'''$ (fs <sup>3</sup> /cm)	348	1510
$n_0$	1.47	1.44
$n_2$ ( $\times 10^{-16}$ cm <sup>2</sup> /W)	3.6	2.2
$P_{\text{cr}}$ (MW)	0.35	12
$g$	0.15	0.18
$\tau_R$ (fs)	50	32
$\omega_R^{-1}$ (fs)	11.9	12.3
$\sigma$ ( $\times 10^{-19}$ cm <sup>2</sup> )	1.108	21.56

TABLE 5.1 – Paramètres physiques dans la silice à 355 nm et 1550 nm. Les indices Kerr proviennent des Réfs. [36, 112].

lités modulationnelles analogue à celle réalisée au Chapitre 2, mais prenant ici en compte des modes perturbatifs non-stationnaires. Nous assimilons la partie centrale la plus intense du faisceau à une onde plane. Localement, des perturbations oscillantes peuvent croître avec le taux exponentiel  $\Gamma$  :

$$U \simeq \left\{ \sqrt{I} + \left[ \tilde{a}(x, y, t) + i\tilde{b}(x, y, t) \right] e^{\Gamma z} \right\} e^{i\gamma_1 z}, \quad (5.1.6)$$

où  $\gamma_1 = (\omega_0 n_2 / c) I$ ,  $\tilde{a}$ ,  $\tilde{b}$  sont des fonctions à valeurs réelles et  $|\tilde{a}|, |\tilde{b}| \ll \sqrt{I}$ . En négligeant les termes plasma ainsi que la contribution Raman retardée limitée à seulement 18% de la nonlinéarité Kerr, l'équation (5.1.6) est insérée dans

$$\partial_z U = \frac{i}{2k_0} T^{-1} \nabla_{\perp}^2 U + iDU + \frac{i\omega_0 n_2}{c} T |U|^2 U, \quad (5.1.7)$$

qui peut être directement linéarisée. En approchant  $a, b$  par des fonctions oscillantes  $a, b \sim \cos(\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{r})$  avec un nombre d'onde transverse  $k_{\perp} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  et en utilisant les transformées de Fourier  $[a(\bar{\omega}), b(\bar{\omega})] \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} [\tilde{a}(t), \tilde{b}(t)] e^{i\bar{\omega}t} dt$ , le taux de croissance des perturbations est alors donné par la racine réelle positive de

$$\Gamma^2 = \left[ \frac{2\omega_0 n_2}{c} \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{\bar{\omega}}{\omega_0} \right) I_0 + \sum_{n \geq 2} \frac{k^{(n)}}{n!} \bar{\omega}^n - \frac{k_{\perp}^2}{2k_0 \left( 1 + \frac{\bar{\omega}}{\omega_0} \right)} \right] \times \left[ \frac{k_{\perp}^2}{2k_0 \left( 1 + \frac{\bar{\omega}}{\omega_0} \right)} - \sum_{n \geq 2} \frac{k^{(n)}}{n!} \bar{\omega}^n - \frac{n_2 \bar{\omega}}{c} I_0 \right]. \quad (5.1.8)$$

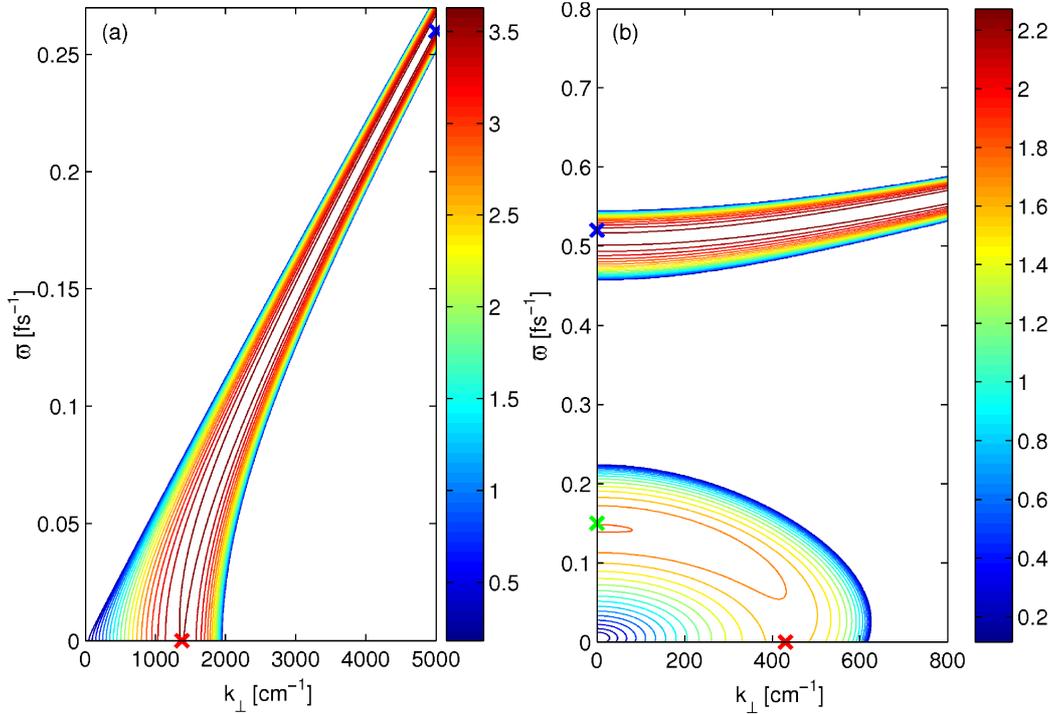


FIGURE 5.1 – Isovaleurs du taux de croissance  $\Gamma$  [ $\text{cm}^{-1}$ ] dans le plan  $(k_{\perp}, \bar{\omega})$  pour (a)  $\lambda_0 = 355$  nm et  $I_0 = 0.06$  TW/ $\text{cm}^2$ ; (b)  $\lambda_0 = 1550$  nm et  $I_0 = 0.2$  TW/ $\text{cm}^2$ . Les croix localisent des valeurs discutées dans le texte.

La fréquence de Fourier  $\bar{\omega}$  correspond aux fluctuations périodiques en temps de l'enveloppe du champ [113]. Le taux de croissance maximum  $\Gamma_{\max} \simeq \gamma_1 = (\omega_0 n_2 / c) I_0$  est atteint pour les nombres d'onde et fréquences satisfaisant  $k_{\perp}^2 / 2k_0 - \sum_{n=2,3} (k^{(n)} / n!) \bar{\omega}^n \simeq (\omega_0 n_2 / c) I_0$ . Si la perturbation est stationnaire, l'instabilité est caractérisée par le nombre d'onde maximal  $k_{\perp}^{\max} = \omega_0 n_2 I_0 / c$  lié à la longueur d'onde de modulation optimale  $\lambda_{\text{opt}} = 2\pi / k_{\perp}^{\max}$ , comme dans le chapitre 2. On montre que pour nos configurations de faisceaux et les paramètres du milieu, la dispersion chromatique peut être limitée à la TOD. Par ailleurs, les termes relatifs aux opérateurs  $T, T^{-1} \sim \bar{\omega} / \omega_0$  ne modifient pas profondément les zones d'instabilité maximale dans le plan  $(k_{\perp}, \bar{\omega})$ . En régime de dispersion normale ( $k'' > 0, \lambda_0 = 355$  nm), l'action de la TOD est négligeable et les domaines d'instabilité forment des hyperboles dans le plan  $(k_{\perp}, \bar{\omega})$ . En régime de dispersion anormale ( $k'' < 0, \lambda_0 = 1550$  nm), deux zones d'instabilité peuvent apparaître : des ellipses à petites fréquences et des hyperboles à larges fréquences. Ces comportements sont montrés en Figs. 5.1(a) et 5.1(b). Dans 5.1(a), une impulsion à 355 nm d'intensité modérée développe un mode perturbatif à croissance maximale autour du nombre

d'onde  $k_{\perp}^{\max} = 1378 \text{ cm}^{-1}$  correspondant à des longueurs de modulation  $\lambda_{\text{opt}} \simeq 46 \text{ }\mu\text{m}$  dans la limite  $\bar{\omega} \rightarrow 0$ . Au contraire, l'impulsion à 1550 nm peut amplifier des modulations en temps, compte-tenu de la dispersion anormale du milieu. Dans la région elliptique de la figure 5.1(b), dominée par la GVD, on relève le taux de croissance maximum pour  $k_{\perp}^{\max} \simeq 430 \text{ cm}^{-1}$  ( $\lambda_{\text{opt}} \simeq 144 \text{ }\mu\text{m}$ ) dans la limite  $\bar{\omega} \rightarrow 0$  et pour  $\bar{\omega}^{\max} \simeq 0.15 \text{ fs}^{-1}$  ( $\tau_{\text{opt}} = 2\pi/\bar{\omega}^{\max} \simeq 42 \text{ fs}$ ) dans la limite  $k_{\perp} \rightarrow 0$ . Au-dessus de la zone elliptique, i.e., dans la branche hyperbolique dominée par TOD, l'impulsion peut être destabilisée par des modes de plus grandes fréquences ( $\bar{\omega}^{\max} \simeq 0.52 \text{ fs}^{-1}$ ,  $\tau_{\text{opt}} \simeq 12 \text{ fs}$ ).

### 5.1.3 Résultats numériques

Nous résolvons à présent les équations (5.1.2) à (5.1.4) à l'aide de simulations numériques directes. Pour décrire correctement les fronts d'ionisation ainsi que les processus d'auto-focalisation et de raccourcissements d'impulsion, ces simulations ont employé des résolutions de  $0.8 \text{ }\mu\text{m}$  en  $(x, y)$  et  $0.4 \text{ fs}$  en temps pour un pas auto-adaptatif en  $z$ . Elles ont utilisé 1024 processeurs pour une boîte numérique de  $1024 \times 1024 \times 8192$  points et ont requis plusieurs mois de calcul intensif. Ces résultats ont été publiés dans la Réf. [114].

#### Impulsions ultraviolettes

Nous considérons ici une impulsion opérant à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 355 \text{ nm}$  et de 100 puissances critiques, perturbée par un bruit aléatoire de 5% sur les amplitudes spatiale et temporelle. Cette impulsion développe des modulations régulières sur ses bords les plus abrupts, avant que les filaments n'atteignent le seuil d'ionisation [115, 116]. La figure 5.2(a) montre l'évolution de l'intensité de l'impulsion et de la densité d'électrons maximales. Pour des intensités proches du seuil d'ionisation  $I_{\max} \simeq 15 - 20 \text{ GW/cm}^2$ , la densité plasma correspondante vaut  $\rho_{e \max} \simeq 4 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ , ce qui est en accord avec la Réf. [117]. Dans le stade précédant la génération de plasma, un motif d'anneau est généré à partir de la forme supergaussienne [65] et amplifié en une forme rectangulaire le long de l'axe de propagation, comme le montrent les profils de fluence [ $F \equiv \int I(t)dt$ ] de la figure 5.2(b). Environ quatre modulations apparaissent avec une période spatiale de  $50 \text{ }\mu\text{m}$  selon l'axe des  $x$ , dimension selon laquelle la forme du faisceau est la plus allongée. À  $z = 1.2 \text{ cm}$ , l'intensité totale du faisceau a augmenté de 50% et le collapse a lieu 4 mm plus loin. Au-delà du foyer non-linéaire, l'impulsion se décompose en filaments multiples, tout d'abord sur l'anneau rectangulaire ( $\sim 8$  filaments), puis à l'intérieur de l'anneau où le nombre de microstructures augmente.

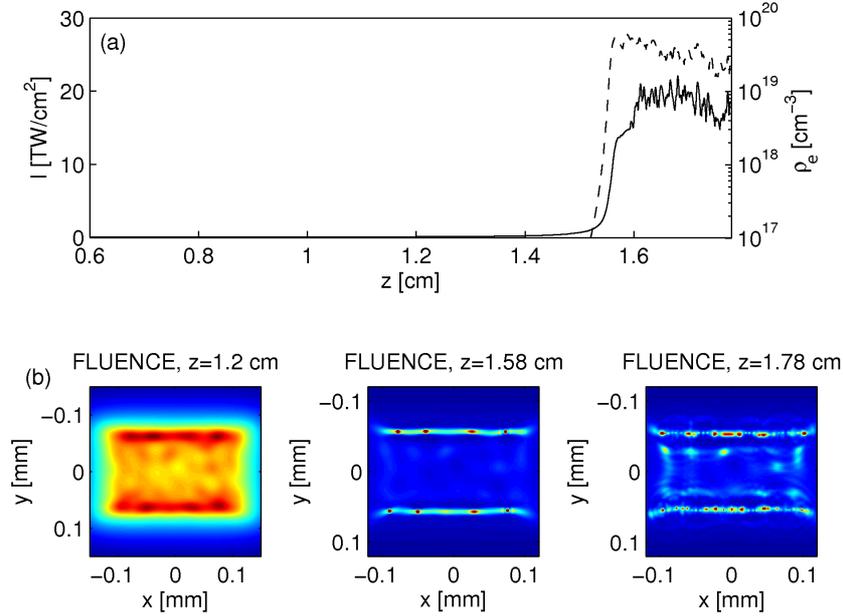


FIGURE 5.2 – (a) Intensité (courbe en trait plein) et densité d'électrons (courbe brisée) maximales pour une impulsion opérant à 355 nm, de demi-durée  $t_p = 500$  fs et de rayon  $w_0 = 200 \mu\text{m}$ . (b) Profils de fluence pour différentes distances de propagation.

La figure 5.3 montre trois profils d'intensité de l'impulsion dans le plan  $(x, t)$  selon la coordonnée  $y$  d'intensité maximale. Dans la direction  $x$ , quatre modulations sont clairement amplifiées avant le foyer. Cependant, aucune oscillation temporelle ne semble émerger selon l'axe des  $z$ . La période des modulations transverses  $\sim 46 \mu\text{m}$ , tout comme le taux de croissance  $\Gamma_{\text{max}} \simeq 3.7 \text{ cm}^{-1}$ , sont en accord avec les prédictions théoriques déduites de la figure 5.1(a). Au foyer non-linéaire ( $z = 1.58 \text{ cm}$ ), un pic dominant de durée  $\sim 35$  fs survit à la défocalisation plasma. La durée FWHM de l'impulsion totale reste cependant grande, de l'ordre de  $\sim 400$  fs. Pour une distance légèrement supérieure,  $z > 1.7 \text{ cm}$ , des filaments multiples naissent de la compétition entre les non-linéarités Kerr et plasma dans différentes tranches temporelles de l'impulsion [118]. Les durées de ces pics sont comprises entre 10 et 50 fs. Notons que les structures les plus amplifiées apparaissent sur les parties avant et arrière de l'impulsion, suggérant une action collective de la réponse plasma. Pour chaque filament, un profil temporel à double pics principaux, caractéristiques de la filamentation d'impulsions courte en dispersion normale, se développe préférentiellement [119, 120]. Le gradient temporel de l'opérateur  $T$  étant proportionnel à la longueur d'onde, il n'a que peu d'influence à 355 nm, c'est pourquoi l'effet d'auto-raïdissement est mineur [121].

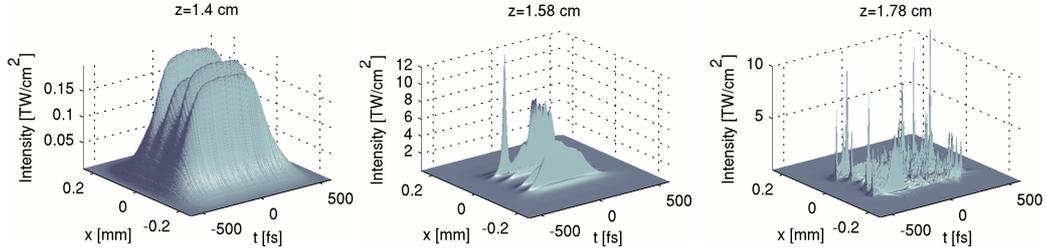


FIGURE 5.3 – Profils d’intensité pour l’impulsion opérant à 355 nm avec  $t_p = 500$  fs dans le plan  $(x, y)$  à la coordonnée  $y \simeq -0.6$  mm pour trois distances de propagation conduisant au régime plasma.

Nous avons de plus vérifié que l’intensité de saturation et la densité d’électrons maximales sont de l’ordre de grandeur attendu. Pour cela, nous évaluons la valeur de l’intensité pour laquelle le terme Kerr instantané ( $g = 0$ ) compense la réponse plasma :

$$W(I) = \frac{2\rho_c n_0 n_2}{\Delta T \rho_{nt}} \times I, \quad (5.1.9)$$

pour une durée moyenne  $\Delta T$  égale à l’étendue temporelle de l’impulsion raccourcie par le premier front d’ionisation. Pour l’impulsion considérée, dont le pic dominant est de durée  $\sim 35$  fs à  $z = 1.58$  cm, nous obtenons  $I_{\max} = 19$  TW/cm<sup>2</sup> et  $\rho_{e \max} = 1.7 \times 10^{20}$  cm<sup>-3</sup>, ce qui est en bon accord avec la figure 5.2(a). Cette évaluation nous permet de calibrer le gain plasma par rapport à l’intensité de filamentation (appelée aussi "clamping intensity"). La simulation valide le comportement de l’impulsion de forte intensité  $> 10$  TW/cm<sup>2</sup> en régime d’auto-guidage plasma.

### Impulsions infrarouges

Examinons à présent les distorsions subies par l’impulsion infrarouge en régime de dispersion anormale ( $\lambda_0 = 1550$  nm). Les valeurs de fluences, initialement  $\leq 0.2$  J/cm<sup>2</sup>, pourront atteindre jusqu’à 1.5 – 3 J/cm<sup>2</sup> en régime plasma. Ces valeurs sont proches du seuil de dommage pour les grandes longueurs d’onde [16]. La durée d’impulsion considérée est la même que pour les impulsions ultraviolettes ( $t_p = 500$  fs) et le rayon de la distribution laser initiale est  $w_0 = 200$   $\mu$ m. Même pour une puissance incidente relativement faible,  $P_{\text{in}} = 10 P_{\text{cr}}$ , les faisceaux supergaussiens deviennent facilement instables en espace et peuvent subir de la filamentation multiple sur leurs bords [65]. Le faisceau incident possède une intensité moyenne  $I_0 \simeq 0.2$  TW/cm<sup>2</sup> et son amplitude est perturbée en temps et en espace par un bruit aléatoire

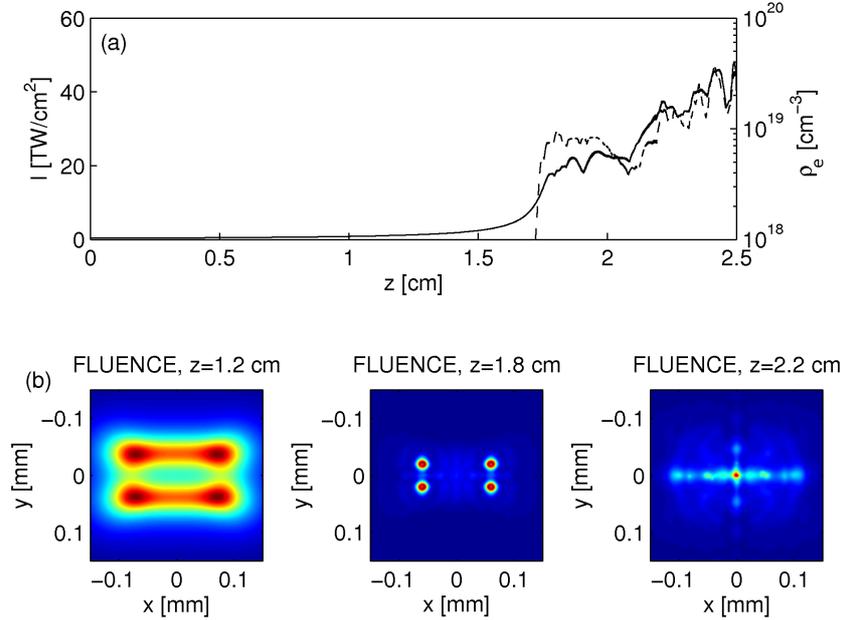


FIGURE 5.4 – (a) Intensité (courbe en trait plein) et densité d'électrons (courbe brisée) maximales pour une impulsion opérant à 1550 nm, de demi-durée  $t_p = 500$  fs et de rayon  $w_0 = 200 \mu\text{m}$ . (b) Profils de fluence pour différentes distances de propagation.

de 5%. La figure 5.4(a) montre que l'intensité augmente de 50% à  $z = 1$  cm et le collapse a lieu à la distance  $z_c \simeq 1.8$  cm. La figure 5.4(b) détaille les distributions de fluence à trois distances caractéristiques autour du foyer non-linéaire. À partir de  $z = 0.8$  cm, quatre modulations régulières apparaissent, espacées de 120 – 150  $\mu\text{m}$  dans la direction  $x$  (selon laquelle la supergaussienne est la plus large). Elles s'amplifient autour de  $z = 1.2$  cm pour finalement donner naissance à quatre filaments à  $z = 1.8$  cm. Les filaments les plus proches fusionnent le long de l'axe des  $y$ , avant que les deux cellules résultantes ne coalescent au centre en régime plasma ( $z = 2.2$  cm). D'autres filaments peuvent être créés dans les traces des précédents à des distances ultérieures [118].

La figure 5.5 illustre l'évolution de l'intensité maximale dans le plan  $(x, t)$  à différentes distances. En plus des instabilités spatiales, nous observons des modulations temporelles : certaines de courte période ( $\sim 10$  fs) qui ne sont pas amplifiées et d'autres de plus longue période ( $\sim 50$  fs) qui s'amplifient le long de l'axe des  $z$ . En espace, les nombres d'onde les plus instables autour de  $k_{\perp} \simeq 437 \text{ cm}^{-1}$  ( $\Gamma_{\text{max}} \simeq 2 \text{ cm}^{-1}$ ) correspondent à des modulations de période 143  $\mu\text{m}$ . Ces comportements sont en bon accord avec la figure 5.1(b). Au foyer, le plasma défocalise toutes les composantes de l'impulsion dont

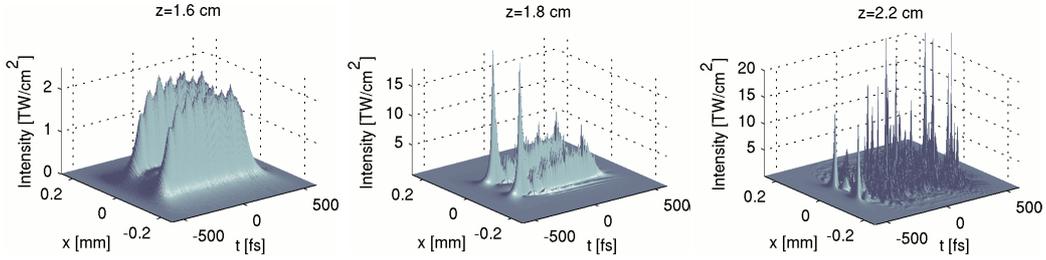


FIGURE 5.5 – Profils d’intensité pour l’impulsion opérant à 1550 nm avec  $t_p = 500$  fs dans le plan  $(x, y)$  pour trois distances de propagation (à la coordonnée  $y \simeq 0.028, 0.019$ , et 0 mm, respectivement).

l’intensité est proche de la valeur de saturation, de sorte que le pic non-défocalisé à l’avant est de durée FWHM  $\sim 40$  fs. Notons que les modulations survivent dans la partie arrière de l’impulsion ( $z_c = 1.8$  cm). Pour de plus longues distances ( $z = 2.2$  cm), un régime de turbulence optique se développe. La refocalisation amplifiée à l’arrière de l’impulsion suggère une forte action des opérateurs  $T, T^{-1}$ , renforcée pour les grandes longueurs d’onde [121].

En utilisant  $\Delta T = 40$  fs et en résolvant l’équation (5.1.9), nous évaluons l’intensité de saturation et la densité d’électrons maximale à  $I_{\max} \simeq 20$  TW/cm<sup>2</sup> et  $\rho_{e\max} = 6 \times 10^{18}$  cm<sup>-3</sup>, qui sont bien restituées par la figure 5.4.

En résumé, nous avons étudié la filamentation multiple d’impulsions de durée FWHM initiale d’une picoseconde. Pour ces impulsions courtes, nous observons un rôle important des termes plasma aussi bien pour les longueurs d’ondes ultraviolettes que dans l’infrarouge. Dans les deux cas étudiés, un bon accord entre les résultats numériques et les prédictions théoriques a été obtenu, que ce soit avec les grandeurs caractérisant les instabilités modulationnelles que pour les valeurs d’intensité de saturation et de densité d’électrons. Un plasma non-stationnaire entraîne une défocalisation de la partie arrière de l’impulsion et une saturation de l’intensité laser. Cette saturation intervient pour des intensités de l’ordre de 15 – 20 TW/cm<sup>2</sup>, à partir desquelles le rôle de la réponse plasma devient prépondérant. Ces simulations sont instructives car elles mettent en avant une dynamique d’auto-guidage Kerr/plasma ressemblant à celle de l’onde de pompe au-delà de la distance d’auto-focalisation pour des impulsions nanosecondes en régime SBS. En particulier, les intensités optiques saturent à des niveaux présentant des ordres de grandeur comparables tout en développant des fluctuations rapides. Les intensités atteintes ici sont cependant rarement accessibles avec notre code SBS 3D opérant sur des processeurs classiques. Il pourrait donc être intéres-

sant d'avoir un outil permettant d'atteindre des résolutions plus élevées de manière à résoudre des intensités plus grandes et une réponse plasma plus efficace pour nos impulsions nanosecondes d'origine. Pour cela, une adaptation du code SBS pour l'exploitation de processeurs graphiques a été réalisée.

## 5.2 Calcul sur processeurs graphiques - Code SBS CUDA

---

Dans cette section, nous détaillons le principe de la programmation sur processeurs graphiques, appelés GPUs pour "Graphics Processing Unit". La comparaison des performances atteintes avec celles du code SBS 3D dans sa version initiale est donnée en Annexe C.

### 5.2.1 Processeurs graphiques

Les *GPUs*, communément appelés processeurs graphiques, sont aux cartes graphiques de nos ordinateurs ce que le processeur central (Central Processing Unit ou *CPU*) est à la carte mère. Initialement destinés au rendu en temps réel de scènes 3D, par exemple pour les jeux vidéo, ces traitements graphiques sont particulièrement adaptés au calcul parallèle. Pour réaliser une programmation sur GPU, il est nécessaire de comprendre leur architecture et plus particulièrement leur grille de calcul, qui est une grille à deux niveaux (Fig. 5.6). Le premier niveau est matérialisé sous la forme d'une grille composée de blocs ; chaque bloc est pris en charge par un "multiprocesseur", unité matérielle regroupant de nombreuses unités de traitement [les GPUs modernes peuvent contenir plusieurs demi douzaines de multiprocesseurs]. Le deuxième niveau est celui du bloc de threads. Un thread est un processus exécuté sur une unité de traitement élémentaire d'un multiprocesseur ; il traitera un unique élément des données. Tous les threads d'un bloc sont exécutés simultanément (mode dit SIMT pour Single Instruction Multiple Threads).

Un programme CUDA s'écrit sur la forme d'un enchaînement de noyaux (appelés kernels dans la nomenclature CUDA). Un kernel est une fonction exécutée en parallèle sur la grille présentée plus haut qui est découpée par blocs de  $N$  threads. Le nombre total de threads sur lequel va s'exécuter un kernel est défini lors du lancement de celui-ci. Les threads sont caractérisés par deux jeux de coordonnées : la position du thread dans son bloc ( $threadIdx.\{x, y, z\}$ ) et de son bloc dans la grille ( $blockIdx.\{x, y, z\}$ ). La position globale de l'élément traité est alors une fonction simple de ces deux informations : dans un bloc 1D, l'indice global est donné par la formule

---

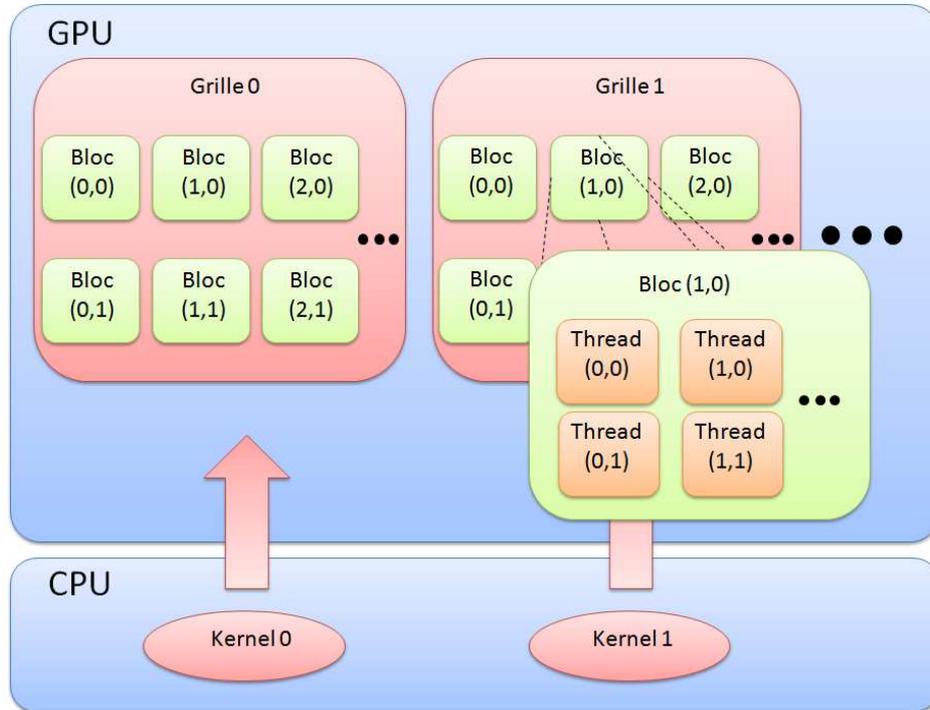


FIGURE 5.6 – Grilles de calcul d'un GPU.

$threadIdx.x + blockIdx.x \times blockDim.x$  (en 2D et 3D on utilisera une fonction analogue prenant en compte les dimensions des grilles et des blocs).

Le nombre maximal de threads par bloc est fixé par le matériel (1024 pour les dernières générations de GPU de chez NVIDIA). Une grille peut compter jusqu'à  $65\,535 \times 65\,535$  ( $\times 65\,535$  en CUDA 4.0) blocs. L'objectif d'un calcul GPU est d'obtenir une haute intensité arithmétique (rapport du nombre d'opérations flottantes par accès mémoire) sans interaction de threads. Les calculs se font ainsi indépendamment, ce qui limite les communications. La haute intensité arithmétique et le faible taux de transferts conduisent à la gestion performante de maillages importants en des temps records.

L'architecture des processeurs graphiques requiert d'adapter le code à l'aide d'un langage de programmation adapté. Deux outils ont été essentiellement développés. Nous nous concentrerons ici sur l'un d'entre eux : CUDA. Le second outil pour l'architecture GPUs, appelé HMPP, est commenté dans l'Annexe C.

## 5.2.2 Code SBS CUDA

Nous avons adapté le code SBS 3D en langage CUDA (Computer Unified Device Architecture), qui est le langage de programmation développé par le constructeur NVIDIA. Nous avons pour cela utilisé l'environnement CUDA/3.2 supportant les transformées de Fourier rapides et l'utilisation de nombres complexes à double précision. CUDA est une extension des langages C et C++ qui permet d'écrire les fonctions utilisées dans les kernels. Celles-ci seront exécutées sur plusieurs threads en parallèle. Cependant, les transferts de données entre CPU et GPU (cf. Fig. 5.6) étant particulièrement coûteux en temps, l'utilisation de processeurs graphiques ne peut être bénéfique que si l'intégralité d'une boucle de calcul est effectuée sur ces derniers. Pour arriver à cette fin, chacune des fonctions composant la boucle a été adaptée sur GPUs. Le code dispose d'un paramètre qui, selon sa valeur, permet d'utiliser le code en version Fortran 90 sur CPU ou bien en CUDA sur GPU.

L'adaptation des fonctions du code SBS a tout d'abord commencé par un interfaçage Fortran 90 - C/C++ de manière à pouvoir utiliser le langage CUDA. Pour leur "traduction", nous créons une fonction CUDA qui reproduit exactement le comportement de son équivalent FORTRAN. Une grille, correspondant à la géométrie de notre problème, doit être définie au préalable lors de l'invocation du kernel ; dans le cas de SBS3D, toutes les cellules peuvent être calculées de front, il y aura donc utilisation d'un nombre de threads équivalent qu nombre de mailles. Notre kernel décrit ensuite les directives de calcul qui seront exécutées par tous les threads concernés en parallèle. Ces kernels sont ensuite appelés depuis le programme en Fortran 90. Nous donnons ici un exemple de kernel pour la partie de la boucle temporelle calculant la contribution des termes Brillouin sur les champs optiques.

La version CPU de cette boucle intégrant les équations (3.1.26) et (3.1.27) s'écrit en Fortran 90 :

```

DO k=dim_z_start,dim_z_end
  DO j=1,dim_y
    DO i=1,dim_x
      U1_buffer(i,j,k)=
        (U1(i,j,k)*(1.D0-(0.25D0*g0*delta_z)**2*Q_buffer(i,j,k)*CONJG(Q(i,j,k)))
        -0.25D0*g0*Q(i,j,k+1)*U2(i,j,k+1)*delta_z &
        -0.25D0*g0*Q_buffer(i,j,k)*U2(i,j,k+1)*delta_z) &
        /((1.D0+(0.25D0*g0*delta_z)**2*Q_buffer(i,j,k)*CONJG(Q_buffer(i,j,k+1))))
      U2_buffer(i,j,k)=
        (U2(i,j,k)*(1.D0-(0.25D0*g0*delta_z)**2*CONJG(Q_buffer(i,j,k))*Q(i,j,k))

```

```
+0.25D0*g0*CONJG(Q(i,j,k-1))*U1(i,j,k-1)*delta_z &  
+0.25D0*g0*CONJG(Q_buffer(i,j,k))*U1(i,j,k-1)*delta_z) &  
/(1.D0+(0.25D0*g0*delta_z)**2*CONJG(Q_buffer(i,j,k))*Q_buffer(i,j,k-1))  
ENDDO  
ENDDO  
ENDDO
```

Pour comparaison, son analogue CUDA sur GPU doit être réécrit ainsi :

```
__global__ void  
sbs(double gdz, double gdz2, int dimw, int diminz,  
    cplx8_t * p_u1_dev, cplx8_t * p_u2_dev, cplx8_t * p_q_dev,  
    cplx8_t * p_qb_dev, cplx8_t * p_u1b_dev, cplx8_t * p_u2b_dev)  
{  
    int i = idx1dG();  
    if (i >= (dimw * (diminz)))  
        return;  
    cplx8_t Tu1, Tum1, Tu2, Tu2p1, Tq, Tqp1, Tqm1, Tqb, Tqbp1, Tqbm1, Tval;  
    // m1 stands for minus one; p1 for plus one  
    long idxu1 = i + dimw;  
    long idxu1m1 = i;  
    long idxu2 = i;  
    long idxu2p1 = i + dimw;  
    long idxq = i + dimw;  
    long idxqm1 = i;  
    long idxqp1 = i + dimw + dimw;  
    long idxqb = i + dimw;  
    long idxqbm1 = i;  
    long idxqbp1 = i + dimw + dimw;  
    long idxu1b = i + dimw;  
    long idxu2b = i;  
    Tu1 = p_u1_dev[idxu1];  
    Tum1 = p_u1_dev[idxu1m1];  
    Tu2 = p_u2_dev[idxu2];  
    Tu2p1 = p_u2_dev[idxu2p1];  
    Tq = p_q_dev[idxq];  
    Tqm1 = p_q_dev[idxqm1];  
    Tqp1 = p_q_dev[idxqp1];  
    Tqb = p_qb_dev[idxqb];  
    Tqbp1 = p_qb_dev[idxqbp1];  
    Tqbm1 = p_qb_dev[idxqbm1];  
    Tval =
```

```

    (Tu1 * (1. - gdz2 * Tqb * conj(Tq)) - gdz * Tqp1 * Tu2p1 -
    gdz * Tqb * Tu2p1);
    Tval = Tval / (1. + gdz2 * Tqb * conj(Tqbp1));
    p_u1b_dev[idxu1b] = Tval;
    Tval =
    (Tu2 * (1. - gdz2 * conj(Tqb) * Tq) + gdz * conj(Tqm1) * Tum1 +
    gdz * conj(Tqb) * Tum1);
    Tval = Tval / (1. + gdz2 * conj(Tqb) * Tqbm1);
    p_u2b_dev[idxu2b] = Tval;
}

```

L'appel qui suit (écrit en rouge) prend alors en entrée toutes les variables nécessaires et définit la grille paramétrée avec `block` et `grid` :

```

SetBlockDims(ga.dimw * ga.diminz0, 64, &block, &grid);
    sbs <<< grid, block >>> (gdz, gdz2,
    ga.dimw, ga.diminz0,
    (cplx8_t *) ga.p_u1_dev, (cplx8_t *) ga.p_u2_dev,
    (cplx8_t *) ga.p_q_dev, (cplx8_t *) ga.p_qb_dev,
    (cplx8_t *) ga.p_u1b_dev,
    (cplx8_t *) ga.p_u2b_dev);

```

Sur cet exemple de kernel, il est possible de constater que l'implémentation en langage CUDA augmente considérablement la taille du code : celui-ci possédait initialement 1071 lignes. Sa version CUDA en possède 6136.

En appliquant la même démarche sur toutes les fonctions, on peut porter entièrement la boucle de calcul sur GPU. Quelques transferts de données sont néanmoins indispensables. En particulier, des échanges de tableaux entre les différentes tranches MPI sont nécessaires pour les étapes de FFT, bien que ceux-ci soient limités à quelques tranches seulement. De plus, l'écriture dans des fichiers de sortie impose des transferts de données de GPU vers CPU, d'où l'intérêt de choisir un pas de sortie raisonnable à la fois dans la dimension temporelle et dans la dimension longitudinale.

De plus, la parallélisation en mode MPI a été améliorée à l'aide d'OpenMP permettant un mode de calcul hybride total : CPU avec OpenMP et MPI + GPU avec CUDA. En présence d'un nombre de GPUs supérieur au nombre de processus demandé, l'ensemble d'un calcul est fait sur GPUs en mode MPI + CUDA. A l'inverse, lorsqu'il n'y a pas suffisamment de GPUs disponibles, une partie du calcul est effectuée sur ces derniers en MPI + CUDA et l'autre partie sur l'ensemble des CPUs disponibles en mode MPI + OpenMP. Cette option fait du code SBS CUDA un outil de simulation opérationnel en "full machine" sur les supercalculateurs les plus performants au monde.

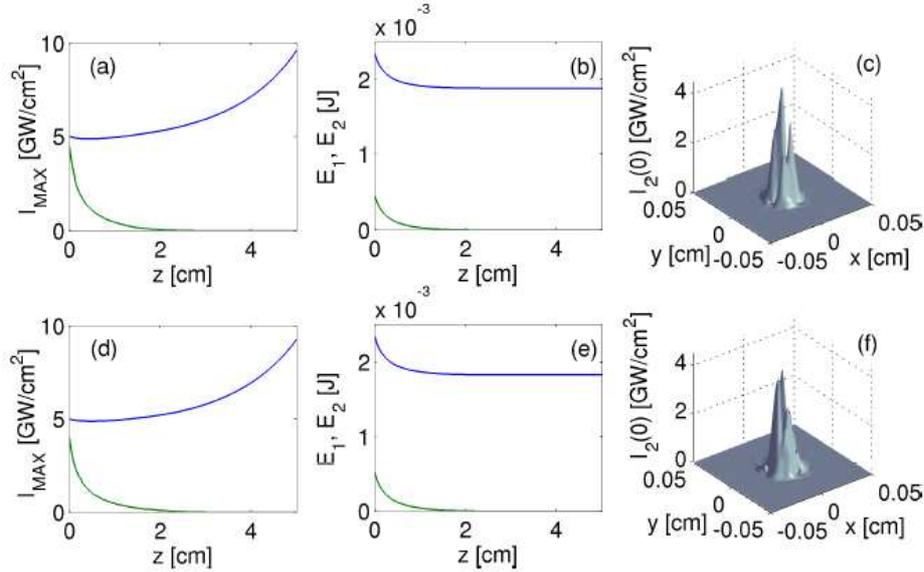


FIGURE 5.7 – (a),(d) Intensités maximales des ondes de pompe (courbes bleues) et Stokes (courbes vertes) pour une impulsion gaussienne de puissance incidente égale à  $5 P_{cr}$  se propageant dans 5 cm de silice. (b) et (e) montrent les énergies partielles correspondantes. (c) et (f) représentent le profil d'intensité maximale de l'onde Stokes en entrée de l'échantillon. (a,b,c) montrent un calcul effectué sur CPU avec le code SBS 3D alors que (d,e,f) sont les résultats du même calcul effectué sur GPU à l'aide du code SBS CUDA.

Tout comme pour le code SBS 3D/CPU, des fichiers de sortie fournissent les profils d'intensité ainsi que les puissances et énergies des ondes optiques et acoustique à l'aide d'un post-traitement avec *matlab*.

### 5.2.3 Validation

Dans le but de valider notre code CUDA, des résultats obtenus avec un maillage faible de  $128 \times 128 \times 512$  points ont été comparés à ceux effectués avec l'ancienne version du code. Ces résultats, présentés en figure 5.7, sont très ressemblants, à l'exception de légères différences dues à l'implémentation du bruit initiateur du SBS qui a dû être modifiée dans la version CUDA. Ces résultats permettent d'obtenir une première évaluation du gain de temps du calcul sur GPUs. Par exemple, ce calcul a été effectué en 3.4 minutes sur 128 GPUs contre 20.7 minutes sur 128 CPUs, soit un facteur d'accélération de 6.

## 5.2.4 Améliorations des comportements divergents

En utilisant 128 GPUs de la machine Titane du CCRT, des cas avec  $512 \times 512 \times 8192$  points en  $(x, y, z)$  deviennent réalisables dans des temps raisonnables (cf. Annexe C), donnant accès à des résolutions plus fines, i.e.,  $\Delta x = \Delta y = 1.9 \mu\text{m}$ ,  $\Delta z = 6.1 \mu\text{m}$  et  $\Delta t = 30 \text{ fs}$ . Nous allons à présent analyser l'influence de cette résolution sur les résultats physiques en nous appuyant sur quelques exemples. Par souci de simplicité et par cohérence avec la modélisation employée dans le code SBS 3D, nous appliquons l'hypothèse de stationnarité sur la réponse plasma (cf. Annexe B). En accord logique avec nos simulations en régime ultracourt, la saturation plasma n'est appliquée que pour les calculs GPU promouvant des croissances d'intensités suffisantes, i.e., supérieures à  $10 \text{ TW/cm}^2$ .

### Auto-focalisation seule

Commençons par examiner le cas d'une gaussienne subissant uniquement l'auto-focalisation (pas d'effet Brillouin) de puissance incidente  $P_1(0) = 27 P_{\text{cr}}$  pour laquelle la distance de collapse est  $L_M = 2.5 \text{ cm}$ . Nous avons comparé un calcul CPU avec une résolution  $256 \times 256 \times 4096$  points à deux calculs GPU : le premier avec  $256 \times 256 \times 4096$  points et le second avec  $512 \times 512 \times 8192$  points. Les résultats sont présentés sur la figure 5.8. Pour les deux cas à plus basse résolution, les résultats entre code CPU et code GPU sont identiques. Seul le temps de calcul diffère : un gain d'un facteur proche de 7 est obtenu avec le code SBS CUDA. Lorsque le nombre de points est plus important, le niveau d'intensité accessible par le calcul est nettement supérieur :  $I_{1 \text{ max}} \approx 13 \text{ TW/cm}^2$  contre  $3\text{-}4 \text{ TW/cm}^2$  pour les deux cas précédents. Néanmoins, les distances d'auto-focalisation restent inchangées quelle que soit la résolution. La défocalisation plasma abaisse sensiblement l'intensité de saturation. Avec  $I_{1 \text{ max}} = 7 \text{ TW/cm}^2$ , la densité d'électrons  $\rho_{e \text{ max}} \simeq 2.8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  demeure cependant inférieure aux valeurs attendues.

### Auto-focalisation vs. effet Brillouin

Nous nous intéressons à présent aux résultats fournis par le code SBS CUDA pour décrire la compétition entre l'auto-focalisation Kerr et la rétrodiffusion Brillouin, incluant ou non la réponse plasma. La figure 5.9 présente des données pour une impulsion incidente de puissance  $P_1(0) = 27 P_{\text{cr}}$  modulée en phase avec une largeur spectrale sous-critique ( $\nu_m = 2 \text{ GHz}$  et  $m = 21$ ). Elle compare les résultats de calculs CPU (courbes bleue et verte) avec  $256 \times 256 \times 4096$  points et GPU (courbes rouge et orange) avec  $512 \times 512 \times 8192$  points [Fig. 5.9(a)]. Les comportements obtenus sont ana-

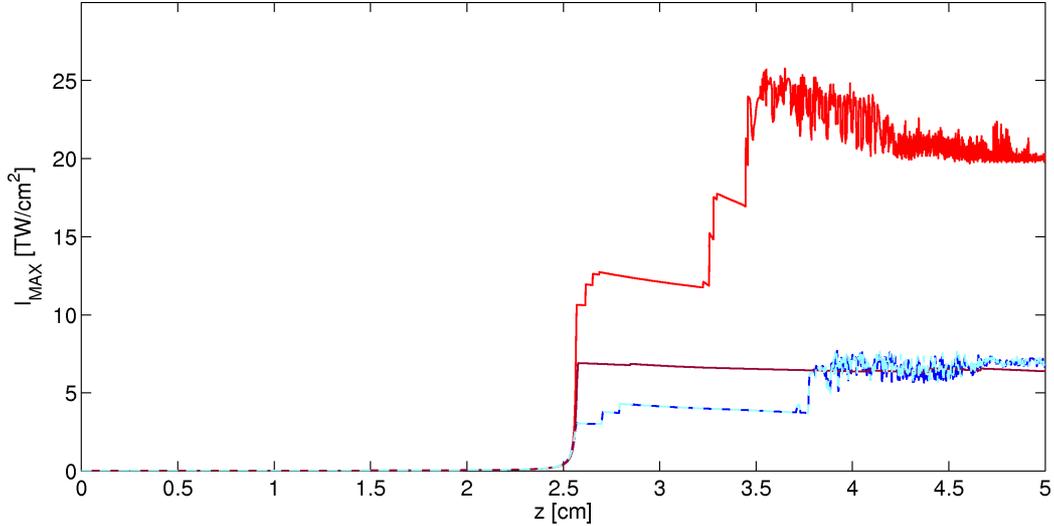


FIGURE 5.8 – Intensités maximales pour une impulsion gaussienne de puissance  $P_1(0) = 27 P_{\text{cr}}$  se propageant dans 5 cm de silice. Courbe en pointillés bleu clair superposée à la courbe bleu foncé : calcul CPU avec  $256 \times 256 \times 4096$  points. Courbe bleu foncé : calcul GPU avec  $256 \times 256 \times 4096$  points. Courbe rouge clair : calcul GPU avec  $512 \times 512 \times 8192$  points sans les termes plasma. Courbe rouge foncé : calcul GPU avec  $512 \times 512 \times 8192$  points avec les termes plasma.

logues en termes de distance d’auto-focalisation. Cependant, comme pour le cas à une seule onde, les niveaux d’intensité atteints par les ondes pompe et Stokes sont de l’ordre de  $10 - 14 \text{ TW/cm}^2$ . Ils approchent les seuils de saturation pour lesquels les termes plasma devraient commencer à défocaliser efficacement l’impulsion (cf. Fig. 5.2). Ici, cette défocalisation est supposée stationnaire. Avec une densité pic  $\rho_{e \text{ max}} \propto \tau_{\text{rec}} \rho_{\text{nt}} \sigma_3 I_{\text{MAX}}^3$  proche de  $10^{20} \text{ cm}^{-3}$ , la réponse plasma est attendue limiter la croissance des ondes pompe et Stokes tout en dissipant une partie de leur énergie par absorption multiphotonique.

L’influence des termes plasma est présentée en Fig. 5.9(b) : on notera une atténuation de la croissance des ondes pompe et Stokes et de leur valeur de saturation. Avec  $I_{1 \text{ max}} \simeq 7 \text{ TW/cm}^2$  et  $I_{2 \text{ max}} \simeq 6 \text{ TW/cm}^2$ , la densité d’électrons  $\rho_{e \text{ max}} \simeq 1.8 - 2.8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  reste toujours inférieure à  $10^{20} \text{ cm}^{-3}$ . Les comportements des intensités des ondes de pompe et Stokes sont néanmoins similaires à ceux sans les termes plasma. La dynamique non-linéaire des deux ondes est analogue, à l’exception de leur niveau de saturation qui est sensiblement abaissé en régime plasma. Cette propriété valide les résultats discutés en régime purement optique dans les chapitres précédents.

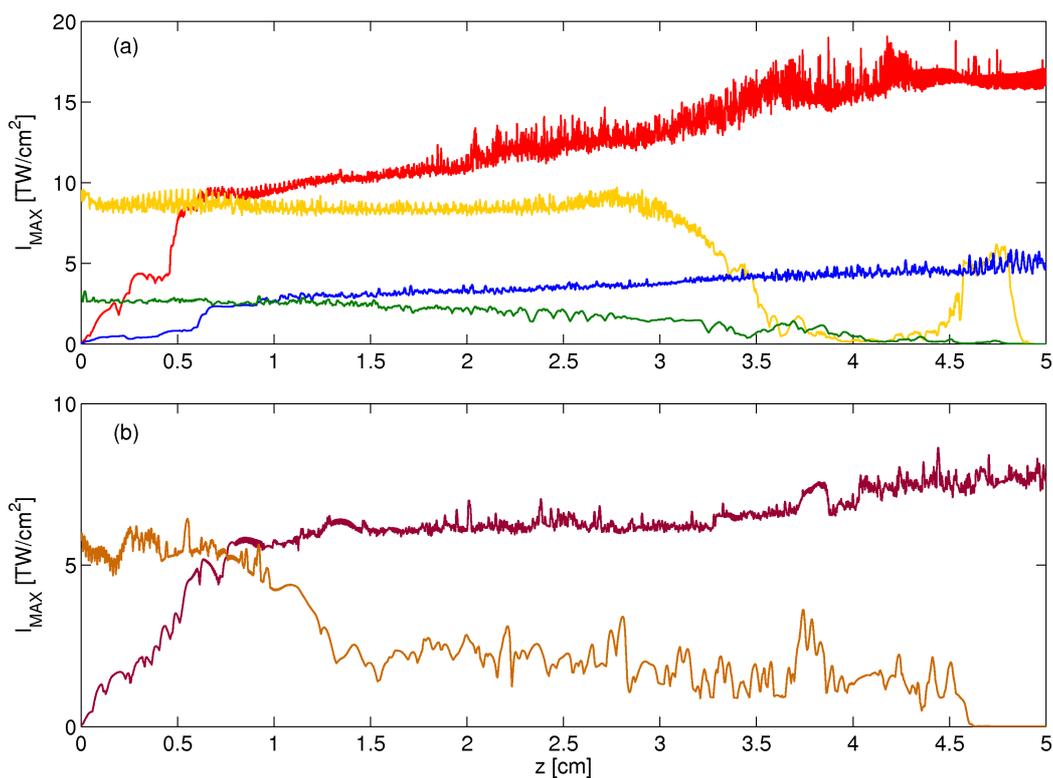


FIGURE 5.9 – Intensités maximales des ondes pompe (courbes bleue ou rouges) et Stokes (courbes verte ou oranges) pour une impulsion gaussienne de puissance incidente de  $P_1(0) = 27 P_{\text{cr}}$  modulée en phase avec une largeur de bande sous-critique ( $\nu_m = 2$  GHz et  $m = 21$ ) et se propageant dans 5 cm de silice. (a) Courbes bleue et verte : calcul CPU avec  $256 \times 256 \times 4096$  points sans les termes plasma. Courbes rouge et orange claires : calcul GPU avec  $512 \times 512 \times 8192$  points sans les termes plasma. (b) Courbes rouge et orange foncées : calcul GPU avec  $512 \times 512 \times 8192$  points avec les termes plasma.

## 5.3 Résumé

---

La première partie de ce chapitre nous a permis d'examiner le rôle de la génération de plasma lors de la propagation d'impulsions courtes ( $\sim 500$  fs) : la formation de plasma entraîne une défocalisation de l'impulsion lorsque celle-ci atteint une intensité de saturation, proche du seuil d'ionisation. Pour les impulsions examinées, cette intensité est de l'ordre de  $15 - 20$  TW/cm<sup>2</sup> pour des densités électroniques voisines de  $10^{19} - 10^{20}$  cm<sup>-3</sup>. L'idée sous-jacente était d'évaluer ces intensités seuils via des résolutions accessibles en architecture MPI/CPU classique sur des durées d'impulsions plus courtes. Pour des impulsions nanosecondes, nous avons opté pour un outil plus performant que le code SBS CPU de manière à atteindre ces résolutions requises pour les intensités maximales très élevées. C'est effectivement ce qu'ont permis de réaliser les processeurs graphiques, pour lesquels nous avons adapté le code en architecture CUDA. Les premiers résultats ont montré que cette technique est prometteuse puisqu'elle permet d'atteindre des intensités jusqu'à cinq fois supérieures à celles des calculs CPU en un temps de calcul du même ordre de grandeur. Pour ces valeurs d'intensité, la densité d'électrons maximale ne dépasse cependant pas  $10^{20}$  cm<sup>-3</sup>. Notons que dans ces conditions, la résolution temporelle est également affinée ( $\sim 30$  fs), mais elle devrait l'être plus encore dans les calculs futurs. Les modifications induites par la saturation plasma affectent peu le comportement dynamique des ondes pompe et Stokes, à l'exception de leur niveau de saturation.

---

# 6

## Conclusion

L'évolution des puissances laser à travers les progrès technologiques a rendu la problématique de l'endommagement laser de plus en plus importante. Celui-ci est en effet un facteur limitant dans le développement des lasers de puissance, tels que le laser Mégajoule, dédiés en particulier à la fusion par confinement inertiel. Dans ce cadre, des dommages sont susceptibles d'apparaître dans les hublots en silice de la chambre d'expériences de telles installations. C'est pourquoi ce travail de thèse, réalisée au sein de la Direction des Applications Militaires du Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives, s'est intéressé aux mécanismes d'optique non-linéaire précurseurs d'endommagement en faces avant et arrière des composants optiques et examine des solutions pour les limiter.

Les principaux mécanismes d'optique non-linéaire ont été présentés dans le chapitre 2 : l'*auto-focalisation* induite par effet Kerr, responsable des dommages à l'intérieur et en face arrière de l'échantillon de silice et la *rétro-diffusion Brillouin stimulée*, entraînant la création d'une onde acoustique et d'une onde optique réfléchie, source principale de l'endommagement en face avant. Le système d'équations qui décrit le couplage de ces trois ondes dans un milieu dense a été dérivé et étudié de manière analytique pour comprendre les comportements de base des différents phénomènes entrant en jeu. Ainsi, un traitement de type Viriel a permis de prédire les conditions d'auto-focalisation, différentes selon qu'il y a une ou deux composantes optiques se propageant dans le milieu. Ce chapitre a également été l'occasion de rappeler les gains caractéristiques de l'effet Brillouin en régimes stationnaire et instationnaire. Nous avons enfin montré que les deux processus non-linéaires évoqués sont couplés : l'auto-focalisation dépend essentiellement de la puissance de l'onde de pompe et celle-ci est déplétée par la diffusion Brillouin.

C'est donc ce couplage qui a été examiné dans le chapitre 3 à l'aide de simulations numériques. Après avoir décrit et validé les outils numériques

---

conçus pour résoudre le système développé au chapitre 2 (codes mono- et tridimensionnels), ceux-ci ont été utilisés pour comprendre la dynamique des différentes ondes évoluant dans un matériau volumique. A faible puissance incidente, une légère diminution de l'énergie de pompe est observée au profit de la création d'une onde réfléchie, appelée onde Stokes. L'essentiel des calculs présentés a concerné des impulsions pompe de plus fortes puissances, pour lesquelles un collapse d'onde prend place à l'intérieur du matériau. La distance à laquelle se produit cette auto-focalisation est supérieure à la prédiction de Marburger pour une seule onde en raison de la diminution de sa puissance. Ce processus a une incidence importante sur la composante rétrodiffusée, qui peut également être amplifiée à des niveaux d'intensité très élevés. Sans préparation du faisceau pompe, nous avons observé que les ondes optiques peuvent atteindre des fluences proches du seuil de dommage dans la silice. Ces comportements sont génériques dans l'ultraviolet comme dans l'infrarouge, pour diverses longueurs d'échantillon et pour des distributions variées en espace et en temps de l'onde laser incidente. À notre connaissance, nos travaux constituent les premiers calculs de faisceaux collapsant couplés avec la rétrodiffusion Brillouin en géométrie pleinement 3D.

Pour réduire les fluences rétrodiffusées, le chapitre 4 a proposé des solutions capables de limiter, voire supprimer, l'amplification de l'onde Stokes. Deux techniques majeures ont été examinées, dont la première est la *modulation d'amplitude*. Après avoir montré que les modulations d'amplitude perturbatives s'avéraient insuffisantes, nous avons analysé l'effet d'une modulation d'amplitude non-perturbative permettant de diviser l'impulsion incidente en trains d'impulsions de période picoseconde. Cette mise en forme de l'impulsion pompe inhibe la création de l'onde acoustique et, par ce biais, supprime la composante rétrodiffusée. Dans ce cas, la distance d'auto-focalisation de l'onde de pompe est celle prédite par Marburger pour des faisceaux gaussiens. L'inconvénient majeur de cette technique réside dans le fait que la puissance effective moyenne de l'onde de pompe est alors divisée par un facteur au moins égal à deux, ce qui diminue notablement l'énergie délivrée par la source laser. Une seconde solution a alors été examinée : la *modulation de phase* à spectre large. Celle-ci est particulièrement efficace pour supprimer la rétrodiffusion Brillouin à condition que la largeur spectrale ainsi que la profondeur de modulation soient chacune supérieure à une valeur critique estimée analytiquement et évaluée numériquement. À l'inverse, si cette condition n'est pas remplie, la modulation de phase, bien qu'affaiblissant la puissance rétrodiffusée, engendre de fortes instabilités modulationnelles temporelles et spatiales qui peuvent conduire à des dommages locaux dans le matériau. Ces instabilités apparaissent en présence d'un reliquat d'onde rétrodiffusée

---

---

et d'un facteur de gain Brillouin affaibli par la modulation de phase laissant l'effet Kerr prédominer. Dans ces conditions, de la filamentation multiple est susceptible de se développer et de raccourcir significativement la distance de collapse de l'onde de pompe. Il y a dix ans, des expériences menées au CEA-CESTA [80] avaient rapporté des comportements analogues en invoquant un doublement arbitraire de l'indice Kerr. Nos simulations ont permis d'élucider ce point en montrant que ce n'est pas l'indice Kerr qui est modifié, mais la dynamique de filamentation qui devient hautement instable en présence de modulations de phase non contrôlées.

Le dernier chapitre s'est intéressé à la génération de plasma, en s'appuyant sur une étude concise de la filamentation multiple pour des impulsions sub-picosecondes dans les domaines ultraviolet et infrarouge, avec une résolution de l'ordre de la femtoseconde proche de la durée typique d'ionisation. Pour de telles impulsions, le modèle théorique a été modifié. En particulier, la diffusion Brillouin, qui ne peut être excitée que pour des impulsions dont la durée est supérieure au temps de vie des phonons, est négligée. La contribution Raman retardée est ajoutée dans le terme Kerr et des effets de focalisation spatio-temporelle et d'auto-raïdissement sont pris en compte à travers les opérateurs  $T$ ,  $T^{-1}$  corrigeant l'approximation d'enveloppe lentement variable pour des impulsions brèves. Le modèle d'ionisation considéré est quant à lui instationnaire. Il inclut non seulement l'ionisation multiphotonique, mais aussi l'ionisation par effet tunnel et par avalanche. Dans ces conditions, la génération de plasma devient importante lorsque l'intensité de l'onde de pompe atteint une intensité de saturation de l'ordre de 15-20 TW/cm<sup>2</sup>, entraînant une défocalisation de l'impulsion laser et une production d'électrons libres de densité maximale  $\rho_{e\max} \sim 10^{20}$  cm<sup>-3</sup>. Nous avons alors tenté d'établir un lien avec notre étude des impulsions nanosecondes en adaptant notre code SBS aux processeurs graphiques, de façon à améliorer considérablement les performances de calcul. Cette version GPU permet d'atteindre des résolutions plus fines et de résoudre des intensités plus grandes en un temps de calcul comparable aux simulations CPU. Les intensités maximales dans ces conditions sont de l'ordre de 10-14 TW/cm<sup>2</sup>. Elles approchent les intensités seuil d'ionisation, contrairement au code CPU pour lequel elles restaient proches de 5 TW/cm<sup>2</sup>. Cet outil semble donc être prometteur pour une meilleure description de la génération de plasma à partir d'impulsions initialement longues, c'est-à-dire nanosecondes.

Ce travail a donc permis de tester la dynamique de collapse d'impulsions laser puissantes dans les verres et d'analyser le couplage entre filamentation et rétrodiffusion Brillouin. Il a aussi permis d'approuver des configurations

---

d'impulsions d'entrée à large bande comme solution pour limiter la croissance de l'onde Stokes en régime d'auto-focalisation laser dans la silice. La technique la plus efficace s'avère être la modulation de phase, dès lors que sa bande spectrale et son nombre de modes sont sur-critiques, puisqu'elle n'affecte ni le niveau d'énergie, ni la puissance incidente du faisceau.

L'étude précédente a montré que la dynamique d'impulsions optiques en régime d'auto-focalisation détruisait la forme temporelle des faisceaux incidents pour former des structures très petites en espace, mais aussi très courtes en temps. À ces structures sont associées des réponses plasma, tout d'abord en régime multiphotonique, puis en régimes tunnel et collisionnel. Nous pouvons alors anticiper que les densités électroniques de  $10^{19} - 10^{20} \text{ cm}^{-3}$  devraient être facilement augmentées de quelques décades en sommant toutes les composantes auto-focalisées émergeant d'une impulsion nanoseconde, pour atteindre les valeurs de claquage dans les verres, ce qui requiert usuellement des densités proches de la densité critique ( $\sim 10^{22} \text{ cm}^{-3}$  à 355 nm) [12, 24, 25, 26]. Les processus de chauffage cinétiques et hydrodynamiques, ignorés dans notre mémoire, gouvernent ensuite la production de dommages. Ce travail fera peut être l'objet d'une autre thèse. À cette fin, pour que les simulations de propagation de faisceaux intenses dans les milieux condensés soient plus représentatives des expériences réalisées, par exemple, sur la LIL, des améliorations sont encore nécessaires. Un modèle de génération de plasma instationnaire devrait non seulement être implémenté mais les tailles des faisceaux simulés devraient être beaucoup plus importantes. En effet, nous avons travaillé ici avec des faisceaux de quelques centaines de microns de diamètre, et non avec des faisceaux de section carrée de plusieurs dizaines de centimètres de côté. Les effets de taille, donc de puissance à intensité constante, dans les grandes structures optiques restent non élucidés. Dans ce cas, une grande taille de faisceau implique une forte augmentation de la puissance, ce qui devrait influencer la dynamique de collapse. Bien que performant et encore améliorable, le code CUDA seul ne permettra probablement pas de décrire des faisceaux centimétriques avec les résolutions accessibles dans les simulations présentées ici. Pour relever ce défi, la conception de nouveaux outils de calcul pourrait donc être envisagée en s'appuyant non seulement sur les technologies informatiques utilisant des cœurs GPU ou hybrides, mais également sur le développement des futurs calculateurs pétaflopiques, voire exaflopiques.

---

# A

## Dispersion d'ordre élevé

Nous justifions ici que la dispersion d'ordre élevé soit négligée. L'étude est faite à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 355$  nm mais les mêmes conclusions restent valables à 1064 nm. Pour ce faire, il nous suffit de montrer que la dispersion de la vitesse de groupe (GVD) reste négligeable. Nous évaluons, à l'aide de simulations numériques, le spectre en amplitude de l'impulsion pompe à  $z = 0$  et en régime d'auto-focalisation pour les différents types de modulation examinés au cours de ce travail. Nous calculons alors la transformée de Fourier du maximum [dans le plan  $(x, y)$ ] de l'amplitude du champ dans ses états initial et focalisé et en déduisons leur largeur spectrale respective.

La figure A.1 montre ces spectres pour des impulsions non modulée, modulée en phase et modulée en amplitude à  $z = 0$  (haut) et près de leur point d'auto-focalisation (bas). La largeur spectrale  $\Delta\omega$  est évaluée à  $1/e$  et à 0.05 du maximum d'amplitude et nous calculons le facteur GVD normalisé  $k^{(2)}\Delta\omega^2L$ , où  $k^{(2)} = 1169$  fs<sup>2</sup>/cm à 355 nm pour une longueur de propagation  $L = 5$  cm. Les résultats sont résumés dans la Table A.1. Dans chaque cas, le facteur GVD reste faible par rapport à l'unité, ce qui implique que la dispersion chromatique d'ordre deux, et donc d'ordre supérieur, peut être considérée comme négligeable.

MODULATION	Facteur GVD à $1/e$	Facteur GVD à 0.05
Pas de modulation	$3.6 \times 10^{-7}$	$9.4 \times 10^{-6}$
Modulation de phase	$1.6 \times 10^{-3}$	$1.9 \times 10^{-3}$
Modulation d'amplitude	$1.4 \times 10^{-2}$	$7.9 \times 10^{-2}$

TABLE A.1 – Facteur de dispersion du second ordre  $k^{(2)}\Delta\omega^2L$  de la composante avant du champ laser près de son point de collapse pour les différents types de modulation.

---

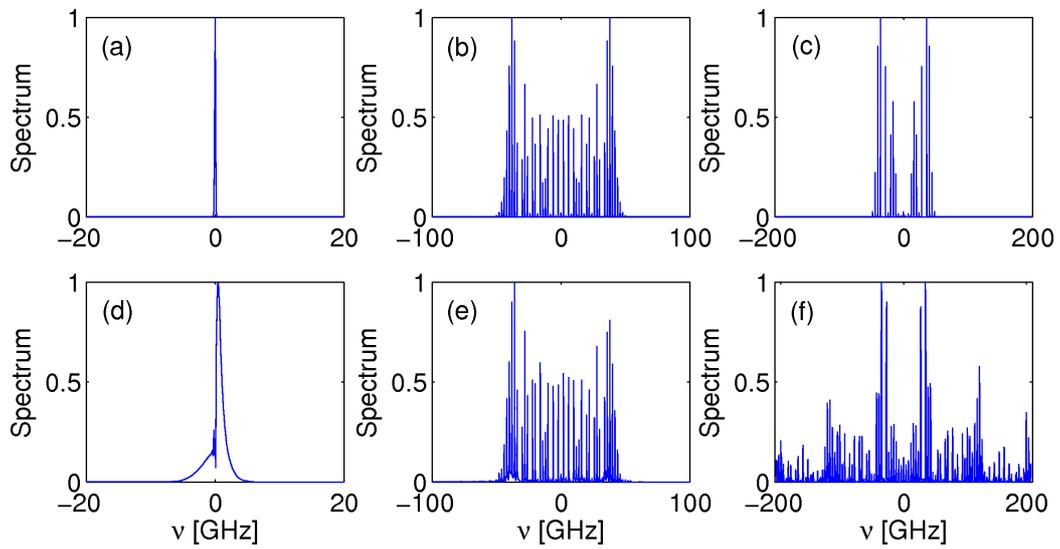


FIGURE A.1 – Spectres en amplitude du champ de pompe à  $z = 0$  pour (a) aucune modulation, (b) une modulation de phase et (c) une modulation d'amplitude. En régime d'auto-focalisation, à la distance (d)  $z = 4.4$  cm sans modulation, (e)  $z = 0.6$  cm avec une modulation de phase et (f)  $z = 3.4$  cm avec une modulation d'amplitude ( $m = 21$ ,  $\nu_m = 2$  GHz).

# B

## Génération de plasma

Nous discutons ici la problématique de l'ionisation et la création d'un plasma d'électrons. Cette problématique repose sur deux questions fondamentales soulevées par la valeur importante du seuil d'intensité ( $\geq 15 \text{ TW/cm}^2$ ) au-delà duquel la défocalisation plasma entre en jeu : 1/ Peut-on décrire correctement la formation du plasma par des impulsions laser initialement de longues durées et de quelques centaines de microns en diamètre, compte tenu du maillage important requis et de la disponibilité des processeurs sur les supercalculateurs actuels? À la lecture du chapitre 5, la réponse est négative : les maillages courants, y compris ceux gérés sur GPUs pour le moment ( $512 \times 512 \times 8192$  sur 128 unités de calcul), ne peuvent atteindre des pas de temps et d'espace proches de la femtoseconde et du micron, respectivement. Pour nos configurations de faisceau, le maillage devrait être raffiné d'un facteur  $> 100$ , ce qui reviendrait soit à monopoliser plusieurs milliers de processeurs pendant des mois, soit à achever un calcul sur deux ans avec 128 GPUs. Acceptant cette limitation, nous pouvons adapter la réponse plasma à des impulsions dont la résolution en temps est limitée. Vient alors la deuxième question : 2/ L'influence du plasma modifie-t-elle les comportements rapportés tout au long de ce mémoire? C'est ce que nous discutons ci-dessous.

### B.1 Théorie

---

Nous considérons des nonlinéarités additionnelles telles que la génération de plasma. Le couplage plasma vient des équations de Maxwell, et plus précisément du terme  $\mu_0 \partial_t \vec{J}$  dans l'Eq. (2.2.53) où  $\vec{J}$  désigne la densité de courant donnée scalairement par

$$J = q_e \rho_e v_e. \quad (\text{B.1.1})$$

---

Ici  $q_e$  est la charge d'un électron,  $\rho_e$  est la densité d'électrons libres et  $\nu_e$  est leur vitesse. La dérivée du courant est alors exprimée par

$$\frac{\partial J}{\partial t} \approx q_e \rho_e \frac{\partial \nu_e}{\partial t} = \frac{q_e^2 \rho_e E}{m_e}, \quad (\text{B.1.2})$$

où  $E$  est le champ électrique total et  $m_e$  est la masse d'un électron. L'équation source pour la densité d'électrons libres est, quant à elle, donnée par le modèle de Drude [10, 122, 123, 124, 125] où  $\rho_e \ll \rho_{nt}$  et

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = W(I) \rho_{nt} + \frac{\sigma}{U_i} \rho_e I - \frac{\rho_e}{\tau_{\text{rec}}}. \quad (\text{B.1.3})$$

L'intensité  $I$  s'exprime

$$I = |U_1|^2 + |U_2|^2 + (U_1 U_2^* e^{2ik_0 z} + c.c.), \quad (\text{B.1.4})$$

et  $\rho_{nt} = 2.2 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$  est la densité d'espèces neutres,  $\tau_{\text{rec}} \approx 150 \text{ fs}$  est le temps de recombinaison des électrons dans la silice [126] et  $W(I)$  est le taux d'ionisation photonique. Le terme  $\sigma I/U_i$  correspond à l'ionisation collisionnelle des électrons libres avec les atomes neutres, de section efficace  $\sigma = \mu_0 q_e^2 / m_e \tau_0 \omega_0 k_0 \approx 1.1 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$  à 355 nm, où  $\tau_0 \approx 20 \text{ fs}$  est le temps de collision électron-ion.

Pour évaluer le taux d'ionisation multiphotonique, différentes théories existent et mettent en avant deux régimes majeurs [111, 127]. Pour des diélectriques, nous utiliserons la théorie de Keldysh [111]. Le régime d'ionisation est alors fonction de la valeur du paramètre adiabatique

$$\gamma_{\text{Keldysh}} = \omega_0 \frac{\sqrt{2m_e U_i}}{|q_e E_m|}, \quad (\text{B.1.5})$$

où  $E_m$  est l'amplitude crête du champ laser ( $E_m = 2|E|$ ) et  $U_i$  est le potentiel d'ionisation des atomes du milieu. La limite  $\gamma_{\text{Keldysh}} < 1$  est valable pour les hautes intensités ( $I \geq 10^{14} \text{ W/cm}^2$ ) pour lesquelles les électrons sont capables de passer la barrière coulombienne d'un atome par effet tunnel. Elle correspond à la *limite tunnel*. Dans le cas  $\gamma_{\text{Keldysh}} > 1$ , c'est-à-dire pour des intensités  $< 10^{13} \text{ W/cm}^2$ , l'ionisation se développe dans la *limite multiphotonique* impliquant un nombre fini de photons pour libérer un électron. Puisque nos intensités sont limitées à 10-15 TW/cm<sup>2</sup>, nous optons pour ce taux d'ionisation défini par

$$W(I) = \sigma_K I^K, \quad (\text{B.1.6})$$

où  $K = \text{mod} \left( \frac{U_i}{\hbar\omega_0} \right) + 1$  représente le nombre minimum de photons d'énergie  $\hbar\omega_0$  nécessaires pour extraire un électron d'une espèce neutre ayant l'énergie d'ionisation  $U_i$ . Pour la silice ionisée à 355 nm, on considère  $U_i = 9$  eV nécessitant  $K = 3$  photons et  $\sigma_K = 2.48 \times 10^{-38} \text{ ns}^{-1} \text{ cm}^6 / \text{W}^3$  est la section efficace associée.

Pour des intensités laser limitées à  $10 \text{ TW/cm}^2$ , on a  $\sigma T \tau_{\text{rec}} / U_i \ll 1$  et l'ionisation collisionnelle peut donc être omise. Si on suppose une impulsion carrée en temps d'étendue  $T_0$ ,  $\rho_e(t)$  s'intègre facilement sous la forme

$$\rho_e(t) = \tau_{\text{rec}} \rho_{nt} \sigma_3 I_0^3 e^{-t/\tau_{\text{rec}}} \quad (\text{B.1.7})$$

$$\left[ H \left( t + \frac{T_0}{2} \right) (e^{t/\tau_{\text{rec}}} - e^{-T_0/2\tau_{\text{rec}}}) - H \left( t - \frac{T_0}{2} \right) (e^{t/\tau_{\text{rec}}} - e^{T_0/2\tau_{\text{rec}}}) \right],$$

où  $H(x)$  est la fonction de Heaviside. Avec  $\tau_{\text{rec}} = 150$  fs, la densité reste quasi-constante sur les durées typiques  $T_0 \gtrsim 1$  ps caractéristiques des pics les plus intenses montrés sur la figure 4.10(b). Dans ce cadre, l'hypothèse de stationnarité peut donc être appliquée.

Les pertes plasma causées par photo-ionisation sont évaluées à l'aide du théorème de Poynting :  $J_{\text{perte}}^{\text{PI}} E = W(I) \rho_{nt} U_i$ , ce qui conduit à

$$J_{\text{perte}}^{\text{PI}} = W(I) \rho_{nt} \frac{U_i E}{I} \frac{k_0}{\omega_0 \mu_0}, \quad (\text{B.1.8})$$

et finalement

$$\mu_0 \frac{\partial J_{\text{perte}}^{\text{PI}}}{\partial t} = -ik_0 \beta^{(K)} I^{K-1} E, \quad (\text{B.1.9})$$

où  $\beta^{(K)} = \sigma_K K \hbar\omega_0 \rho_{nt}$  est le facteur d'absorption multiphotonique. Les termes de couplage plasma et de pertes associées sont ensuite reportés dans le terme  $\mu_0 \partial_t J$  de l'Eq. (2.2.53). Si on conserve uniquement les contributions en  $e^{ik_0 z - i\omega_0 t}$  pour la composante avant et en  $e^{-ik_0 z - i\omega_0 t}$  pour la composante arrière, les équations de propagation (2.2.77) et (2.2.78) doivent être complétées par

$$-\frac{ik_0 \rho_{nt} \sigma^{(3)} \tau_{\text{rec}}}{2n_0^2 \rho_c} F_i U_i - \frac{\beta^{(3)}}{2} G_i U_i, \quad (\text{B.1.10})$$

dans leur membre de droite, où  $i = 1, 2, i \neq j$ ,

$$F_i = I_i^3 + 4I_j^3 + 12I_i^2 I_j + 18I_i I_j^2, \quad (\text{B.1.11})$$

$$G_i = I_i^2 + 3I_j^2 + 6I_i I_j, \quad (\text{B.1.12})$$

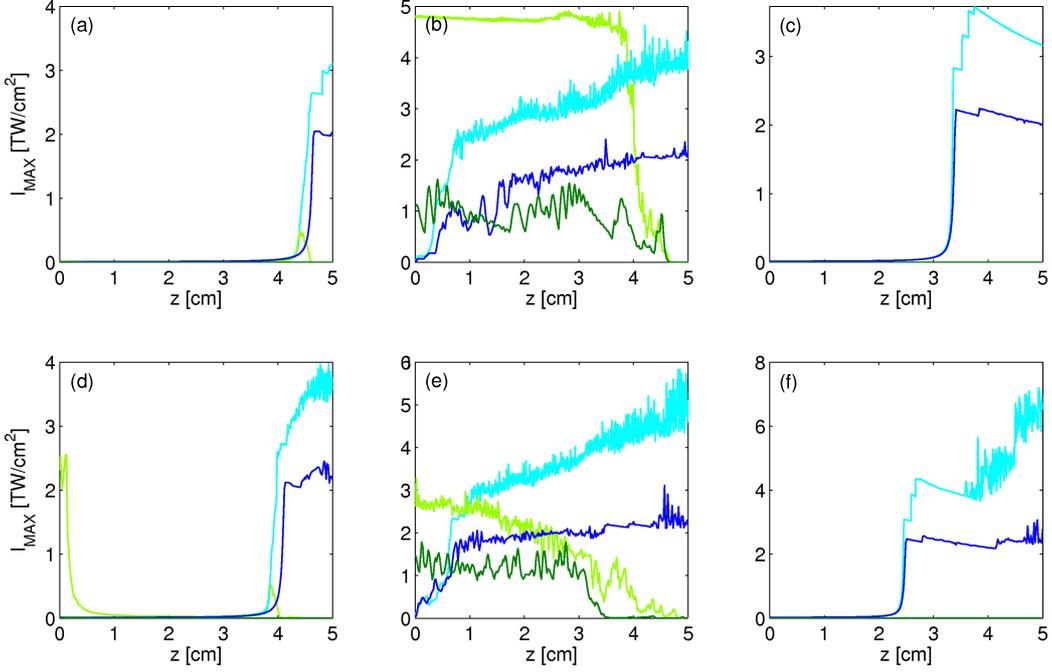


FIGURE B.1 – Intensités maximales le long de l’axe de propagation (a,d) sans modulation, (b,e) avec une modulation de phase et (c,f) avec une modulation d’amplitude avec (a,b,c)  $P_1(0) = 16P_{\text{cr}}$  et (d,e,f)  $P_1(0) = 27P_{\text{cr}}$ . Les courbes bleu (vert) clair montrent l’onde de pompe (Stokes) lorsque la réponse plasma est négligée. Les courbes bleu (vert) foncé montrent l’onde de pompe (Stokes) en présence d’une défocalisation plasma.

et  $\rho_c \equiv \omega_0^2 m_e \epsilon_0 / q_e^2 = 8.8 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$  désigne la densité critique plasma, au-delà de laquelle l’impulsion laser ne peut plus se propager. L’intensité de saturation à partir de laquelle la défocalisation plasma équilibre l’auto-focalisation Kerr pour une seule onde est  $I \geq 10.7 \text{ TW/cm}^2$ , correspondant à la densité  $\rho_{e \text{ max}} \simeq 1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ . Ce seuil est applicable aux deux ondes, pompe et Stokes, lorsque celles-ci atteignent leur intensité pic à des instants et des distances différents.

## B.2 Simulations

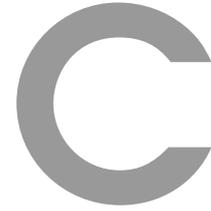
La figure B.1 vérifie la conclusion précédente en montrant les intensités maximales des ondes de pompe et Stokes le long de l’axe de propagation pour les niveaux de puissance  $P_1(0) = 16P_{\text{cr}}$  (haut) et  $P_1(0) = 27P_{\text{cr}}$  (bas) de faisceaux pompe non modulé, modulé en phase et modulé en amplitude. Les courbes de couleurs foncées correspondent à l’intégration numérique du sys-

---

tème complet incluant les termes plasma, tandis que les courbes de couleurs claires font référence au système initial ignorant la production du plasma. La plupart des comportements dynamiques restent similaires, malgré une baisse sensible des niveaux de saturation lorsque  $I_1$  et/ou  $I_2$  atteignent leur plus haut niveau. Soulignons l'absence d'amplification de l'onde Stokes en Fig. B.1(d), qui, comme nous l'avons vu au chapitre 3, est aléatoire en ce sens qu'elle dépend de la durée effective de son mode pompe excitateur. À l'exception de cette différence, les dynamiques non-linéaires restent analogues, la réponse plasma lissant davantage les courbes d'intensités maximales. Parce que les seuils de saturation sont trop bas pour avoir une pertinence physique, nous ignorerons l'action défocalisante du plasma d'électrons, à l'exception des calculs sur processeurs graphiques accédant aux intensités d'ionisation standard ( $> 10 \text{ TW/cm}^2$ ). Notons que la figure B.1 suggère la possibilité pour les deux composantes optiques d'être mutuellement auto-guidées par défocalisation plasma, comme dans le cas des filaments femtosecondes [100].

---





# Performances des calculs sur processeurs graphiques

Cette annexe détaille les performances de calcul sur processeurs graphiques en langage CUDA. Elle s'appuie sur des comparaisons avec celles du code SBS 3D fonctionnant sur CPUs exclusivement. Nous examinons les performances de ce code sous deux aspects différents, à savoir le *strong scaling* et le *weak scaling*. Ces comparaisons sont effectuées pour un nombre analogue de sorties nécessaires au dépouillement des résultats. La version HMPP du même code est finalement décrite et ses performances sont brièvement exposées.

## C.1 Code SBS CUDA

---

### C.1.1 Strong scaling

Ici, nous considérons une configuration de faisceau à maillage constant ( $128 \times 128 \times 256$  points) et augmentons le nombre de CPUs ou de GPUs utilisés. Les temps de calcul correspondant à ces deux cas sont synthétisés dans la Table C.1 et représentés sur la figure C.1.

Unités de calcul	Temps CPU [s]	Temps GPU [s]	Gain
1	20176	2319	8.70
2	10395	1481	7.02
4	5641	875	6.45
8	3070	609	5.04
16	1660	516	3.22
32	970	450	2.16

TABLE C.1 – Temps de calcul sur CPUs et GPUs dans la configuration "strong scaling".

---

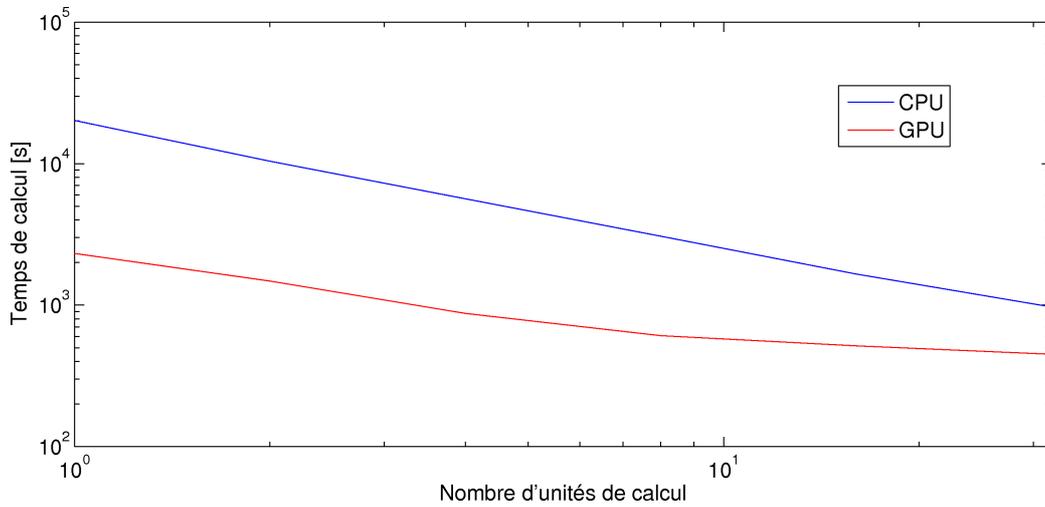


FIGURE C.1 – "Strong scaling" : Temps de calcul sur CPU (courbe bleue) et sur GPU (courbe rouge) en fonction du nombre d'unités de calcul utilisées.

Nous observons une saturation des performances lorsque l'on augmente le nombre de GPUs. Pour un seul GPU, aucun transfert de données n'est à considérer, contrairement aux autres cas impliquant plusieurs GPUs où le temps de transfert prend une part de plus en plus importante par rapport au temps de calcul, d'où la saturation observée.

### C.1.2 Weak scaling

Dans la configuration "weak scaling", nous considérons des briques de calcul de  $128 \times 128 \times 64$  points exécutées sur une seule unité de calcul (CPU ou GPU). Puis nous vérifions que, lorsque l'on multiplie par un facteur 2 le nombre de points dans la dimension  $z$  et le nombre d'unités de calcul, le temps de calcul est multiplié par 2. Nous rappelons en effet que pour une fenêtre numérique en  $(z, t)$  fixée, multiplier par 2 le nombre de points en  $z$  implique de multiplier par 2 le nombre de points en temps dont les pas d'intégration respectifs sont liés par la relation  $\Delta z = \Delta t/k'$ . Doubler à la fois le maillage en  $z$  et le nombre d'unités devrait conduire environ à un temps de calcul total multiplié par  $\sim 2$ . Ce scaling est confirmé par la Table C.2. Il apparaît également sur la figure C.2, qui montre le temps de calcul en fonction du nombre d'unités lorsque l'on augmente d'un même facteur le nombre de points dans la dimension en  $z$ . Quel que soit le nombre d'unités de calcul utilisé, le temps de calcul CPU est beaucoup plus long que le temps GPU. Sous la courbe pour le calcul GPU est tracée la droite de pente égale à deux

Unités de calcul	Temps CPU [s]	Temps GPU [s]	Gain
1	1258	170	7.4
2	2751	477	5.8
4	5348	944	5.7
8	10810	1906	5.7
16	22245	4133	5.4
32	×	10700	×

TABLE C.2 – Temps de calcul sur CPUs et GPUs dans la configuration “weak scaling”

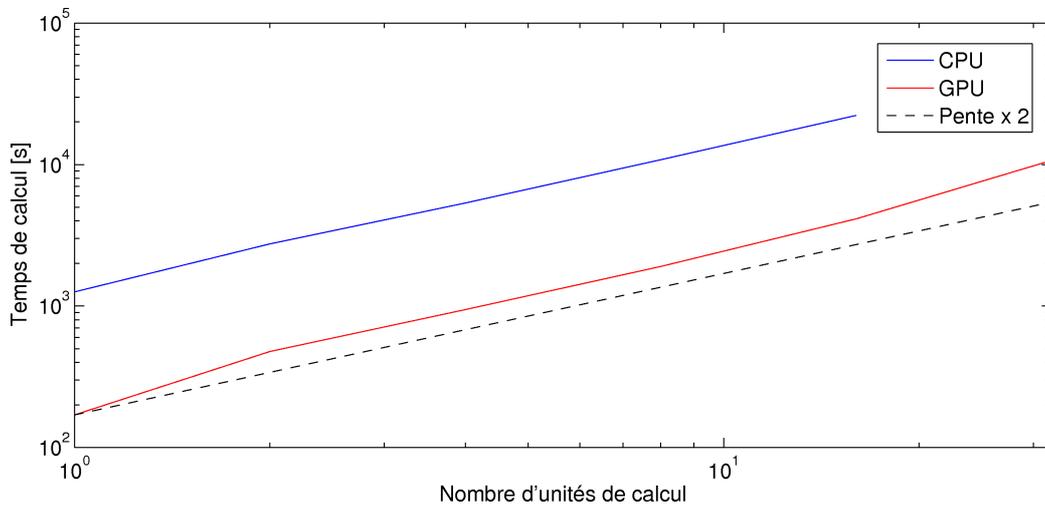


FIGURE C.2 – "Weak scaling" : Temps de calcul sur CPU (courbe bleue) et sur GPU (courbe rouge) en fonction du nombre d'unités de calcul utilisées. La courbe noire en pointillés montre la prédiction théorique du temps de calcul sur GPU si aucun transfert de données n'était pris en compte.

(courbe noire en pointillés). En théorie, la courbe GPU devrait suivre cette allure. Cependant, un décrochement apparaît à partir de 2 GPUs utilisés : dès lors que plusieurs GPUs sont utilisés, des transferts entre ces derniers sont nécessaires, expliquant alors une légère perte de temps sur le coût total du calcul.

À partir de ce travail, il est possible de prévoir le temps de calcul d'une simulation dont le maillage est  $512 \times 512 \times 8192$ . On utilise pour cela 128 GPUs et une brique de base de dimensions  $512 \times 512 \times 128$  qui correspond à la plus grosse brique possible sur un GPU. Le temps nécessaire pour réaliser cette simulation à très haute résolution sera de 519447 secondes soit 6 jours.

Cette durée est comparable à celle nécessaire pour une simulation CPU étant 16 fois moins précise.

## C.2 Code SBS HMPP

Nous avons aussi développé une version HMPP du code SBS. HMPP (Hybrid Multicore Parallel Programming), outil de programmation hybride, est un produit commercial développé par l'entreprise CAPS. Contrairement au langage CUDA, pour lequel le code doit être réécrit, il suffit ici d'annoter son code à l'aide de directives spécifiques, que celui-ci soit écrit en Fortran ou en C. Ces directives permettent l'exécution de fonctions, appelées *codelets*, sur les processeurs graphiques. Cette exécution peut être synchrone ou asynchrone et des spécifications concernant les transferts de données peuvent être ajoutées. Deux directives essentielles permettent d'utiliser cet outil : *codelet* qui permet de déclarer une fonction exécutée à distance et *callsite* qui permet l'appel des codelets. Ici, le choix de la grille de calcul n'est pas fixée par l'utilisateur mais directement par HMPP.

Voici un exemple de codelet, reprenant la fonction de calcul des termes Brillouin dont les versions Fortran 90 et CUDA sont présentées en Section 5.2 (les directives spécifiques HMPP apparaissent en rouge) :

```
!$hmp <sbsgrp> Hsbs codelet
SUBROUTINE sbs(U1, U2, U1_BUFFER, U2_BUFFER, Q_BUFFER, Q, delta_z, g0, dim_x,
dim_y, dim_z_start, dim_z_end)
  IMPLICIT NONE
  integer, intent(IN) :: dim_x, dim_y, dim_z_start, dim_z_end
  COMPLEX(8), intent(IN) :: U1 (dim_x, dim_y, dim_z_start-1 : dim_z_end)
  COMPLEX(8), intent(IN) :: U2 (dim_x, dim_y, dim_z_start : dim_z_end+1)
  COMPLEX(8), intent(IN) :: Q (dim_x, dim_y, dim_z_start-1 : dim_z_end+1)
  COMPLEX(8), intent(IN) :: Q_buffer (dim_x, dim_y, dim_z_start-1 : dim_z_end+1)
  COMPLEX(8), intent(INOUT) :: U1_buffer(dim_x, dim_y, dim_z_start-1 : dim_z_end)
  COMPLEX(8), intent(INOUT) :: U2_buffer(dim_x, dim_y, dim_z_start : dim_z_end+1)
  REAL(8) :: delta_z, g0, qdg, qg, qgz
  INTEGER(4) :: i,j,k,l
  intrinsic :: CONJG, MOD, INT
  qdg = (0.25D0 * g0 * delta_z)**2
  qg = 0.25D0 * g0
  qgz = qg * delta_z
  !$omp parallel do shared(u1_buffer, u2_buffer) private(i,j,k)
  DO k = dim_z_start, dim_z_end
```

```

!$hmppcg Parallel
DO l = 1, dim_x * dim_y
  !DO j = 1, dim_y; DO i = 1, dim_x
  i = MOD((l-1), dim_x) + 1
  j = INT((l-1)/ dim_x) + 1
  U1_buffer(i,j,k) = (U1(i,j,k) *&
    (1.DO - qdg * Q_buffer(i,j,k) * CONJG(Q(i,j,k)))&
    -qgz*Q(i,j,k+1)*U2(i,j,k+1)-qgz*Q_buffer(i,j,k)*U2(i,j,k+1))&
    /(1.DO + qdg * Q_buffer(i,j,k) * CONJG(Q_buffer(i,j,k+1)))
  U2_buffer(i,j,k) = (U2(i,j,k)*&
    (1.DO - qdg * CONJG(Q_buffer(i,j,k)) * Q(i,j,k))&
    +qgz*CONJG(Q(i,j,k-1))*U1(i,j,k-1)+qgz*CONJG(Q_buffer(i,j,k))*U1(i,j,k-1))&
    /(1.DO + qdg * CONJG(Q_buffer(i,j,k)) * Q_buffer(i,j,k-1))
  !ENDDO
ENDDO
ENDDO
END SUBROUTINE sbs.

```

Le codelet est appelé à l'aide de la directive callsite :

```

!$hmpp <sbsgrp> Hsbs callsite &
!$hmpp <sbsgrp>,args[g0].nouupdate=true&
!$hmpp <sbsgrp>,args[delta_z,dim_x,dim_y,dim_z_start,dim_z_end].nouupdate=true&
!$hmpp <sbsgrp>,args[U1,U2,U1_BUFFER,U2_BUFFER,Q_BUFFER,Q].nouupdate=true&
!$hmpp <sbsgrp>
call sbs(U1,U2,U1_BUFFER,U2_BUFFER,Q_BUFFER,Q,
        delta_z,g0,dim_x,dim_y,dim_z_start,dim_z_end).

```

Les autres directives du code désactivent ensuite les transferts de données activés par défaut puisque celles-ci ont été actualisées sur les processeurs graphiques par la fonction effectuée en amont.

Cette version HMPP a été récemment achevée. Ses performances ont été testées par Guillaume Colin de Verdière (CEA-DIF/DSSI) et sont présentées sur la figure C.3 pour une tâche MPI avec une brique de base de  $128 \times 128 \times 256$  points. Les codes SBS CUDA et HMPP fournissent des performances bien supérieures au code opérant sur CPU. Cependant, la version HMPP produit des performances sensiblement meilleures que le code CUDA pour la plupart des fonctions.

Géom: 128 x 128 x 256  
PAS de SORTIES  
1 MPI

	Scalaire	18457,52	3030,9	4668,67	7531,1	1054,4	15,68	1933,82
	HMPP	820,34	56,86	388,23	156,61	81,58	2,04	29,7
	CUDA	1267,66	75,01	458,95	135,611	66,99	66,51	531,3
		ALL	NOISE	DIFFUS	KERSBS	SHIFT	BOUND	FLUX
Accélération	HMPP / SEQ	22,50	53,29	12,03	48,09	12,92	7,69	65,11
	CUDA / SEQ	14,56	40,41	10,17	55,53	15,74	0,24	3,64

Diffus = FFT FW + diffrac + FFTBW  
KERSBS = KER + SBS

FIGURE C.3 – Temps de calcul et accélération par rapport au code SBS CPU des codes SBS CUDA et HMPP pour les différentes fonctions du programme. Tests effectués pour une brique de  $128 \times 128 \times 256$  points sur une unité de calcul sans sortie de fichiers. (Source : G. Colin de Verdière)

# Bibliographie

- [1] T. H. Maiman. Stimulated optical radiation in ruby. *Nature* **187**, 493 (1960).
  - [2] A. Javan, W. R. Bennett, and D. R. Herriott. Population inversion and continuous optical maser oscillation in a gas discharge containing a He-Ne mixture. *Phys. Rev. Lett.* **6**, 106 (1961).
  - [3] F. J. McClung and R. W. Hellwarth. Giant optical pulsations from ruby. *Journal of Applied Physics* **33**, 828 (1962).
  - [4] D. Strickland and G. Mourou. Compression of amplified chirped optical pulses. *Optics Communications* **56**, 219 (1985).
  - [5] W. H. Lowdermilk. Status of the National Ignition Facility project. *Proc. SPIE* **3047**, 16 (1996).
  - [6] M. L. André. Status of the LMJ project. *Proc. SPIE* **3047**, 38 (1996).
  - [7] Hansheng Peng, Xiao Min Zhang, XiaoFeng Wei, Wanguo Zheng, Feng Jing, Zhan Sui, Dianyuan Fan, and Zunqi Lin. Status of the SG-III solid state laser project. *Third International Conference on Solid State Lasers for Application to Inertial Confinement Fusion* **3492**, 25 (1999).
  - [8] J. D. Lindl, P. Amendt, R. L. Berger, S. G. Glendinning, S. H. Glenzer, S. W. Haan, R. L. Kauffman, O. L. Landen, and L. J. Suter. The physics basis for ignition using indirect-drive targets on the National Ignition Facility. *Physics of Plasmas* **11**, 339 (2004).
  - [9] J. Neauport, P. Cormont, L. Lamaignère, C. Ambard, F. Pilon, and H. Bercegol. Concerning the impact of polishing induced contamination of fused silica optics on the laser-induced damage density at 351 nm. *Optics Communications* **281**, 3802 (2008).
  - [10] J. R. Peñano, P. Sprangle, B. Hafizi, W. Manheimer, and A. Zigler. Transmission of intense femtosecond laser pulses into dielectrics. *Phys. Rev. E* **72**, 036412 (2005).
  - [11] B. Bertussi. Etude des mécanismes initiateurs de l'endommagement laser dans les composants optiques : vers une amélioration de la tenue au flux. *Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille* (2005).
  - [12] B. C. Stuart, M. D. Feit, A. M. Rubenchik, B. W. Shore, and M. D. Perry. Laser-induced damage in dielectrics with nanosecond to subpicosecond pulses. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2248 (1995).
  - [13] M. Lenzner, J. Krüger, S. Sartania, Z. Cheng, Ch. Spielmann, G. Mourou, W. Kautek, and F. Krausz. Femtosecond optical breakdown in dielectrics. *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4076 (1998).
-

- [14] Dominic Giguère, Gilles Olivié, François Vidal, Stéphanie Toetsch, Guillaume Girard, Tsuneyuki Ozaki, Jean-Claude Kieffer, Ossama Nada, and Isabelle Brunette. Laser ablation threshold dependence on pulse duration for fused silica and corneal tissues : experiments and modeling. *J. Opt. Soc. Am. A* **24**, 1562 (2007).
- [15] B. Chimier, O. Utéza, N. Sanner, M. Sentis, T. Itina, P. Lassonde, F. Légaré, and J. C. Vidal, F. Kieffer. Damage and ablation thresholds of fused-silica in femtosecond regime. *Phys. Rev. B* **84**, 094104 (2011).
- [16] B. C. Stuart, M. D. Feit, S. Herman, A. M. Rubenchik, B. W. Shore, and M. D. Perry. Nanosecond-to-femtosecond laser-induced breakdown in dielectrics. *Phys. Rev. B* **53**, 1749 (1996).
- [17] N. Sanner, O. Utéza, B. Bussiere, G. Coustillier, A. Leray, T. Itina, and M. Sentis. Measurement of femtosecond laser-induced damage and ablation thresholds in dielectrics. *Applied Physics A : Materials Science and Processing* **94**, 889 (2009).
- [18] T. E. Itina, O. Utéza, N. Sanner, and M. Sentis. Interaction of femtosecond laser pulses with dielectric materials : insights from numerical modelling. *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials* **12**, 470 (2010).
- [19] L. Hallo, A. Bourgeade, V. T. Tikhonchuk, C. Mezel, and J. Breil. Model and numerical simulations of the propagation and absorption of a short laser pulse in a transparent dielectric material : Blast-wave launch and cavity formation. *Phys. Rev. B* **76**, 024101 (2007).
- [20] J. Hermann, M. Benfarah, G. Coustillier, S. Bruneau, E. Axente, J.-F. Guillemoles, M. Sentis, P. Alloncle, and T. Itina. Selective ablation of thin films with short and ultrashort laser pulses. *Applied Surface Science* **252**, 4814 (2006).
- [21] O. Utéza, B. Bussière, F. Canova, J.-P. Chambaret, P. Delaporte, T. Itina, and M. Sentis. Laser-induced damage threshold of sapphire in nanosecond, picosecond and femtosecond regimes. *Applied Surface Science* **254**, 799 (2007).
- [22] M. E. Povarnitsyn, T. E. Itina, M. Sentis, K. V. Khishchenko, and P. R. Levashov. Material decomposition mechanisms in femtosecond laser interactions with metals. *Phys. Rev. B* **75**, 235414 (2007).
- [23] D. Du, X. Liu, G. Korn, J. Squier, and G. Mourou. Laser-induced breakdown by impact ionization in SiO<sub>2</sub> with pulse widths from 7 ns to 150 fs. *Appl. Phys. Lett.* **64**, 3071 (1994).
-

- 
- [24] N. Bloembergen. Role of cracks, pores, and absorbing inclusions on laser induced damage threshold at surfaces of transparent dielectrics. *Appl. Opt.* **12**, 661 (1973).
- [25] S. C. Jones, P. Braunlich, R. T. Casper, X.-A. Shen, and P. Kelly. Recent progress on laser-induced modifications and intrinsic bulk damage of wide-gap optical materials. *Optical Engineering* **28**, 1039 (1989).
- [26] W. Lee Smith, J. H. Bechtel, and N. Bloembergen. Picosecond laser-induced breakdown at 5321 and 3547 Å : Observation of frequency-dependent behavior. *Phys. Rev. B* **15**, 4039 (1977).
- [27] G. Duchateau, G. Geoffroy, A. Dyan, H. Piombini, and S. Guizard. Electron-hole dynamics in normal and deuterated  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  illuminated by intense femtosecond laser pulses. *Phys. Rev. B* **83**, 075114 (2011).
- [28] G. Duchateau. Simple models for laser-induced damage and conditioning of potassiumdihydrogen phosphate crystals by nanosecond pulses. *Opt. Express* **17**, 10434 (2009).
- [29] A. M. Rubenchik and M. D. Feit. Initiation, growth and mitigation of uv laser induced damage in fused silica. *Proc. SPIE* **4679**, 79 (2002).
- [30] M. A. Josse, H. Bercegol, R. Courchinoux, T. Donval, L. Lamaignère, B. Pussacq, and J. L. Rullier. Study of the evolution of mechanical defects on silica samples under laser irradiation at 355 nm. *Laser-Induced Damage in Optical Materials : 2006* **6403**, 64030E (2006).
- [31] H. Bercegol. Endommagement laser nanoseconde en surface de la silice vitreuse. *Mémoire de HDR, Sciences des Matériaux, Université de Bordeaux 1* (2009).
- [32] R. A. Negres, M. A. Norton, D. A. Cross, and C. W. Carr. Growth behavior of laser-induced damage on fused silica optics under UV, ns laser irradiation. *Opt. Express* **18**, 19966 (2010).
- [33] L. Lamaignère, G. Dupuy, T. Donval, P. Grua, and H. Bercegol. Comparison of laser-induced surface damage density measurements with small and large beams : toward representativeness. *Appl. Opt.* **50**, 441 (2011).
- [34] L. Brillouin. Diffusion de la lumière et des rayons X par un corps transparent homogène. influence de l'agitation thermique. *Ann. Phys. (Paris)* **17**, 88 (1922).
- [35] R. Y. Chiao, C. H. Townes, and B. P. Stoicheff. Stimulated brillouin scattering and coherent generation of intense hypersonic waves. *Phys. Rev. Lett.* **12**, 592 (1964).
-

- 
- [36] G. P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press San Diego third edition (2001).
- [37] R. W. Boyd. *Nonlinear Optics*. Academic Press San Diego (1992).
- [38] Y. R. Shen. *The Principles of Nonlinear Optics*. John Wiley & Sons New-York (1984).
- [39] D. I. Kovsh, S. Yang, D. J. Hagan, and E. W. Van Stryland. Nonlinear optical beam propagation for optical limiting. *Appl. Opt.* **38**, 5168 (1999).
- [40] L.D. Landau and E.M. Lifshitz. *Fluid Mechanics*. Pergamon Press first edition (1975).
- [41] L. Ren and Y. Tomita. Transient and nonlinear analysis of slow-light pulse propagation in an optical fiber via stimulated Brillouin scattering. *J. Opt. Soc. Am. B* **26**, 1281 (2009).
- [42] V. P. Kalosha, Liang Chen, and Xiaoyi Bao. Slow and fast light via SBS in optical fibers for short pulses and broadbandpump. *Opt. Express* **14**, 12693 (2006).
- [43] E. P. Ippen and R. H. Stolen. Stimulated Brillouin scattering in optical fibers. *Appl. Phys. Lett.* **21**, 539 (1972).
- [44] J. R. Murray, J. Ray Smith, R. B. Ehrlich, D. T. Kyrazis, C. E. Thompson, T. L. Weiland, and R. B. Wilcox. Experimental observation and suppression of transverse stimulated Brillouin scattering in large optical components. *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2402 (1989).
- [45] H. Li and K. Ogusu. Dynamic behavior of stimulated Brillouin scattering in a single-mode optical fiber. *Jpn. J. Appl. Phys.* **38**, 6309 (1999).
- [46] C. L. Tang. Saturation and spectral characteristics of the Stokes emission in the stimulated Brillouin process. *Journal of Applied Physics* **37**, 2945 (1966).
- [47] R. W. Boyd, K. Rzazewski, and P. Narum. Noise initiation of stimulated Brillouin scattering. *Phys. Rev. A* **42**, 5514 (1990).
- [48] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, and L. P. Pitaevskii. *Statistical Physics*. Pergamon (1980).
- [49] I. Bar-Joseph, A. A. Friesem, E. Lichtman, and R. G. Waarts. Steady and relaxation oscillations of stimulated brillouin scattering in single-mode optical fibers. *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 1606 (1985).
- [50] G. C. Valley. A review of stimulated Brillouin scattering excited with a broad-band pump laser. *IEEE J. Quant. Electron.* **22**, 704 (1986).
-

- 
- [51] J. M. Sajer. Stimulated Brillouin scattering and front surface damage. *Proceedings of the SPIE* **5273**, 129 (2004).
- [52] R. L. Carman, F. Shimizu, C. S. Wang, and N. Bloembergen. Theory of stokes pulse shapes in transient stimulated Raman scattering. *Phys. Rev. A* **2**, 60 (1970).
- [53] C. S. Wang. Theory of stimulated raman scattering. *Phys. Rev.* **182**, 482 (1969).
- [54] J.-M. Sajer. *Rapport CEA : Modélisation classique de l'effet Brillouin stimulé*. CEA/CESTA/DLP/SCSL DO 91 (1999).
- [55] V. E. Zakharov and A. B. Shabat. Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media. *Sov. Phys. JETP* **34**, 62 (1972).
- [56] J. J. Rasmussen and K. Rypdal. Blow-up in nonlinear Schrödinger equations - I. A general review. *Phys. Scr.* **33**, 481 (1986).
- [57] L. Bergé. Wave collapse in physics : Principles and applications to light and plasma waves. *Phys. Rep.* **303**, 259 (1998).
- [58] R. T. Glassey. On the blowing-up of solutions to the Cauchy problem for nonlinear Schrödinger equations. *J. Math. Phys.* **18**, 1794 (1977).
- [59] R. Y. Chiao, E. Garmire, and C. H. Townes. Self-trapping of optical beams. *Phys. Rev. Lett.* **13**, 479 (1964).
- [60] M. I. Weinstein. Nonlinear Schrödinger equations and sharp interpolation estimates. *Commun. Math. Phys.* **87**, 567 (1983).
- [61] J. H. Marburger. Self-focusing : Theory. *Prog. Quantum Electron.* **4**, 35 (1975).
- [62] V. I. Bespalov and V. I. Talanov. Filamentary structure of light beams in nonlinear liquids. *JETP Lett.* **3**, 307 (1966).
- [63] A. J. Campillo, S. L. Shapiro, and B. R. Suydam. Periodic breakup of optical beams due to self-focusing. *Appl. Phys. Lett.* **23**, 628 (1973).
- [64] G. Fibich, S. Eisenmann, B. Ilan, Y. Erlich, M. Fraenkel, Z. Henis, A. L. Gaeta, and A. Zigler. Self-focusing distance of very high power laser pulses. *Opt. Express* **13**, 5897 (2005).
- [65] L. Bergé, Cl. Gouédard, J. Schjødt-Eriksen, and H. Ward. Filamentation patterns in Kerr media vs. beam shape robustness, nonlinear saturation and polarization states. *Physica D* **176**, 181 (2003).
- [66] L. Bergé. Coalescence and instability of copropagating nonlinear waves. *Phys. Rev. E* **58**, 6606 (1998).
-

- 
- [67] G. G. Luther and C. J. McKinstrie. Transverse modulational instability of collinear waves. *J. Opt. Soc. Am. B* **7**, 1125 (1990).
- [68] R. V. Johnson and J. H. Marburger. Relaxation oscillations in stimulated raman and brillouin scattering. *Phys. Rev. A* **4**, 1175 (1971).
- [69] R. G. Smith. Optical power handling capacity of low loss optical fibers as determined by stimulated Raman and Brillouin scattering. *Appl. Opt.* **11**, 2489 (1972).
- [70] W. Lu, A. Johnstone, and R. G. Harrison. Deterministic dynamics of stimulated scattering phenomena with external feedback. *Phys. Rev. A* **46**, 4114 (1992).
- [71] R. G. Harrison, P. M. Ripley, and W. Lu. Observation and characterization of deterministic chaos in stimulated Brillouin scattering with weak feedback. *Phys. Rev. A* **49**, R24 (1994).
- [72] S. Le Floch and P. Cambon. Theoretical evaluation of the Brillouin threshold and the steady-state Brillouin equations in standard single-mode optical fibers. *J. Opt. Soc. Am. A* **20**, 1132 (2003).
- [73] V. I. Kovalev and R. G. Harrison. A new nonlinear-wave-equation formalism for stimulated Brillouin scattering. *Phys. Lett. A* **374**, 2297 (2010).
- [74] Y. Okawachi, M. S. Bigelow, J. E. Sharping, Z. Zhu, A. Schweinsberg, D. J. Gauthier, R. W. Boyd, and A. L. Gaeta. Tunable all-optical delays via Brillouin slow light in an optical fiber. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 153902 (2005).
- [75] Z. Zhu, D. J. Gauthier, Y. Okawachi, J. E. Sharping, A. L. Gaeta, R. W. Boyd, and A. E. Willner. Numerical study of all-optical slow-light delays via stimulated Brillouin scattering in an optical fiber. *J. Opt. Soc. Am. B* **22**, 2378 (2005).
- [76] R. W. Boyd, D. J. Gauthier, A. L. Gaeta, and A. E. Willner. Maximum time delay achievable on propagation through a slow-light medium. *Phys. Rev. A* **71**, 023801 (2005).
- [77] Z. Zhu, D. J. Gauthier, and R. W. Boyd. Stored light in an optical fiber via stimulated Brillouin scattering. *Science* **318**, 1748 (2007).
- [78] D. Heiman, D. S. Hamilton, and R. W. Hellwarth. Brillouin scattering measurements on optical glasses. *Phys. Rev. B* **19**, 6583 (1979).
- [79] J. M. Eggleston and M. J. Kushner. Stimulated Brillouin scattering parasitics in large optical windows. *Opt. Lett.* **12**, 410 (1987).
- [80] H. Bercegol, L. Lamaignère, V. Cavaro, and M. Loiseau. Filamentation and surface damage in fused silica with single-mode and multi-mode pulses. *Proceedings of the SPIE* **5991**, 59911Z (2005).
-

- 
- [81] W. Han, W. Q. Huang, K. Y. Li, F. Wang, B. Feng, H. T. Jia, F. Q. Li, Y. Xiang, F. Jing, and W. G. Zheng. Stimulated Brillouin scattering damage of large-aperture fused silica grating. *Chin. Phys. Lett.* **27**, 124205 (2010).
- [82] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling. *Numerical Recipes*. Cambridge University Press Cambridge (1989).
- [83] S. A. Akhmanov, A. P. Sukhorukov, and R. V. Khokhlov. Self-focusing and diffraction of light in a nonlinear medium. *Sov. Phys. Usp.* **10**, 609 (1968).
- [84] V. N. Lugovoi and A. M. Prokhorov. Theory of the propagation of high-power laser radiation in a nonlinear medium. *Sov. Phys. Usp.* **16**, 658 (1974).
- [85] H. Bercegol, Th. Donval, B. Forestier, L. Lamaignère, M. Loiseau, and G. Razé. Measurement and prediction of rear surface damage in fused silica windows caused by UV nanosecond pulses. *Proceedings of the SPIE* **5647**, 355 (2004).
- [86] Y. Aoki and K. Tajima. Stimulated Brillouin scattering in a long single-mode fiber excited with a multimode pump laser. *J. Opt. Soc. Am. B* **5**, 358 (1988).
- [87] Y. E. D'yakov. Excitation of stimulated light scattering by broad-spectrum pumping. *JETP Lett.* **11**, 243 (1970).
- [88] S.A. Akhmanov, Y. E. D'yakov, and L.I. Pavlov. Statistical phenomena in Raman scattering stimulated by a broad-band pump. *Sov. Phys. JETP* **39**, 249 (1974).
- [89] I. G. Zubarev and S. I. Mikhailov. Stimulated scattering of light in a noisy pumping field with a spectrum wider than the frequency shift of the Stokes component. *Soviet Journal of Quantum Electronics* **4**, 683 (1974).
- [90] V.I. Popovichev, V. V. Ragul'skii, and F.S. Faizullov. Stimulated Mandel'shtam-Brillouin scattering excited by radiation with a broad spectrum. *JETP Letters* **19**, 196 (1974).
- [91] P. Narum, M. D. Skeldon, and R. W. Boyd. Effect of laser mode structure on stimulated Brillouin scattering. *IEEE J. Quant. Electron.* **22**, 2161 (1986).
- [92] E. Lichtman, A. A. Firsem, R. G. Waarts, and H. H. Yaffe. Stimulated Brillouin scattering excited by two pump waves in single-mode fibers. *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 1397 (1987).
-

- 
- [93] G. Arisholm and P. Narum. Transient transverse stimulated Brillouin scattering with a broad-band pump. *IEEE J. Quant. Electron.* **28**, 2075 (1992).
- [94] S. Hocquet. Optimisation de la modulation de phase utilisée pour les lasers de puissance. *Thèse de Doctorat, École Doctorale d'Informatique, Télécommunications et Électronique de Paris* (2009).
- [95] S. Mauger, L. Bergé, and S. Skupin. Self-focusing versus stimulated Brillouin scattering of laser pulses in fused silica. *New J. Phys.* **12**, 103049 (2010).
- [96] J. R. Carson. Notes on the theory of modulation. *Proc. IRE* **10**, 57 (1922).
- [97] S. Mauger, L. Bergé, and S. Skupin. Controlling the stimulated Brillouin scattering of self-focusing nanosecond laser pulses in silica glasses. *Phys. Rev. A* **83**, 063829 (2011).
- [98] S. L. Chin, S. A. Hosseini, W. Liu, Q. Luo, F. Théberge, N. Aközbek, A. Becker, V. P. Kandidov, O. G. Kosareva, and H. Schroeder. The propagation of powerful femtosecond laser pulses in optical media : Physics, applications, and new challenges. *Can. J. Phys.* **83**, 863 (2005).
- [99] A. Couairon and A. Mysyrowicz. Femtosecond filamentation in transparent media. *Phys. Rep.* **441**, 47 (2007).
- [100] L. Bergé, S. Skupin, R. Nuter, J. Kasparian, and J. P. Wolf. Optical ultrashort filaments in weakly-ionized, optically-transparent media. *Rep. Prog. Phys.* **70**, 1633 (2007).
- [101] J. Kasparian and J.-P. Wolf. Physics and applications of atmospheric nonlinear optics and filamentation. *Opt. Express* **16**, 466 (2008).
- [102] V. P. Kandidov, S. A. Shlenov, and O. G. Kosareva. Filamentation of high-power femtosecond laser radiation. *Quant. Electron.* **39**, 205 (2009).
- [103] A. Zaïr, A. Guandalini, F. Schapper, M. Holler, J. Biegert, L. Gallmann, A. Couairon, M. Franco, A. Mysyrowicz, and U. Keller. Spatio-temporal characterization of few-cycle pulses obtained by filamentation. *Opt. Express* **15**, 5394 (2007).
- [104] S. Skupin, G. Stibenz, L. Bergé, F. Lederer, T. Sokollik, M. Schnürer, N. Zhavoronkov, and G. Steinmeyer. Self-compression by femtosecond pulse filamentation : Experiments versus numerical simulations. *Phys. Rev. E* **74**, 056604 (2006).
- [105] X. Chen, Y. Leng, J. Liu, Y. Zhu, R. Li, and Zh. Xu. Pulse self-compression in normally dispersive bulk media. *Opt. Commun.* **259**, 331 (2006).
-

- 
- [106] A. J. Campillo, S. L. Shapiro, and B. R. Suydam. Relationship of self-focusing to spatial instability modes. *Appl. Phys. Lett.* **24**, 178 (1974).
- [107] L. Bergé, S. Skupin, F. Lederer, G. Méjean, J. Yu, J. Kasparian, E. Salmon, J. P. Wolf, M. Rodriguez, L. Wöste, R. Bourayou, and R. Sauerbrey. Multiple filamentation of terawatt laser pulses in air. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 225002 (2004).
- [108] S. Henin, Y. Petit, J. Kasparian, J.-P. Wolf, A. Jochmann, S. Kraft, S. Bock, U. Schramm, R. Sauerbrey, W. Nakaema, K. Stelmasczyk, P. Rohwetter, L. Wöste, C.-L. Soulez, S. Mauger, L. Bergé, and S. Skupin. Saturation of the filament density of ultrashort intense laser pulses in air. *Applied Physics B : Lasers and Optics* **100**, 77 (2010).
- [109] T. Brabec and F. Krausz. Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3282 (1997).
- [110] A. A. Zozulya, S. A. Diddams, A. G. Van Engen, and T. S. Clement. Propagation dynamics of intense femtosecond pulses : Multiple splittings, coalescence, and continuum generation. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1430 (1999).
- [111] L. V. Keldysh. Ionization in the field of a strong electromagnetic wave. *Sov. Phys. JETP* **20**, 1307 (1965).
- [112] D. Milam. Review and assessment of measured values of the nonlinear refractive-index coefficient of fused silica. *Appl. Opt.* **37**, 546 (1998).
- [113] K. Rypdal and J. Juul Rasmussen. Stability of solitary structures in the nonlinear Schrödinger equation. *Phys. Scr.* **40**, 192 (1989).
- [114] L. Bergé, S. Mauger, and S. Skupin. Multifilamentation of powerful optical pulses in silica. *Phys. Rev. A* **81**, 013817 (2010).
- [115] L. Guyon, F. Courvoisier, V. Boutou, R. Nuter, A. Vinçotte, S. Champeaux, L. Bergé, P. Glorieux, and J.-P. Wolf. Self-organized bundle of lasing filaments in dense media. *Phys. Rev. A* **73**, 051802(R) (2006).
- [116] A. Vinçotte and L. Bergé. Atmospheric propagation of gradient-shaped and spinning femtosecond light pulses. *Physica D* **223**, 163 (2006).
- [117] D. G. Papazoglu, I. Zergioti, and S. Tzortzakis. Plasma strings from ultraviolet laser filaments drive permanent structural modifications in fused silica. *Opt. Lett.* **32**, 2055 (2007).
- [118] S. A. Hosseini, Q. Luo, B. Ferland, W. Liu, S. L. Chin, O. G. Kosareva, N. A. Panov, N. Aközbek, and V. P. Kandidov. Competition of multiple filaments during the propagation of intense femtosecond laser pulses. *Phys. Rev. A* **70**, 033802 (2004).
-

- 
- [119] M. Mlejnek, E. M. Wright, and J. V. Moloney. Dynamic spatial replenishment of femtosecond pulses propagating in air. *Opt. Lett.* **23**, 382 (1998).
- [120] M. Mlejnek, M. Kolesik, J. V. Moloney, and E. M. Wright. Optically turbulent femtosecond light guide in air. *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2938 (1999).
- [121] S. Skupin and L. Bergé. Supercontinuum generation of ultrashort laser pulses in air at different central wavelengths. *Opt. Commun.* **280**, 173 (2007).
- [122] S. Tzortzakis, L. Sudrie, M. Franco, B. Prade, A. Mysyrowicz, A. Couairon, and L. Bergé. Self-guided propagation of ultrashort IR laser pulses in fused silica. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 213902 (2001).
- [123] P. K. Kennedy. A first-order model for computation of laser-induced breakdown thresholds in ocular and aqueous media : Part I - Theory. *IEEE J. Quant. Electron.* **31**, 2241 (1995).
- [124] E. Yablonovitch and N. Bloembergen. Avalanche ionization and the limiting diameter of filaments induced by light pulses in transparent media. *Phys. Rev. Lett.* **29**, 907 (1972).
- [125] M. D. Feit and J. A. Fleck. Effect of refraction on spot-size dependence of laser-induced breakdown. *Appl. Phys. Lett.* **24**, 169 (1974).
- [126] P. Audebert, Ph. Daguzan, A. Dos Santos, J.-C. Gauthier, J.-P. Geindre, S. Guizard, G. Hamoniaux, K. Krastev, P. Martin, G. Petite, and A. Antonetti. Space-time observation of an electron gas in SiO<sub>2</sub>. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1990 (1994).
- [127] M. V. Ammosov, N. B. Delone, and V. P. Krařnov. Tunnel ionization of complex atoms and of atomic ions in an alternating electromagnetic field. *Sov. Phys. JETP* **64**, 1191 (1986).
-

# Liste de publications

- S. Mauger, L. Bergé, and S. Skupin, *New J. Phys.* **12**, 103049 (2010).
- L. Bergé, S. Mauger, and S. Skupin, *Phys. Rev. A* **81**, 013817 (2010).
- S. Hénin, Y. Petit, J. Kasparian, J.-P. Wolf, A. Jochmann, S. D. Kraft, S. Block, U. Schramm, R. Sauerbrey, W. N. Nakaema, K. Stelmaszczyk, P. Rohwetter, L. Wöste, C. L. Soulez, S. Mauger, L. Bergé, and S. Skupin, *Appl. Phys. B : Lasers & Optics* **100**, 77-84 (2010).
- S. Mauger, L. Bergé, and S. Skupin, *Phys. Rev. A* **83**, 063829 (2011).





## Résumé

Dans le cadre des études sur l'endommagement laser liées au projet Mégajoule, nous analysons le couplage entre l'auto-focalisation induite par effet Kerr et la rétrodiffusion Brillouin stimulée pour des impulsions de durée nanoseconde se propageant dans des échantillons de silice. L'influence de la puissance d'entrée, des modulations de phase ou d'amplitude ainsi que la forme spatiale du faisceau sur la dynamique de filamentation est discutée. Nous montrons qu'une modulation d'amplitude appropriée divisant l'impulsion incidente en train d'impulsions de l'ordre de la dizaine de picosecondes supprime l'effet Brillouin pour toute puissance incidente mais réduit notablement la puissance laser disponible. À l'inverse, des impulsions modulées en phase avec une largeur spectrale comparable peuvent subir de la filamentation multiple et une auto-focalisation à distance plus courte causées par des instabilités modulationnelles. Nous démontrons cependant l'existence d'une largeur spectrale critique à partir de laquelle la rétrodiffusion peut être radicalement inhibée par une modulation de phase, même pour des fortes puissances. Cette observation reste valide pour des faisceaux de forme carrée avec des profils spatiaux plus larges, qui s'auto-focalisent beaucoup plus rapidement et se brisent en filaments multiples sur de courtes distances. L'inclusion de la génération de plasma pour limiter la croissance des ondes pompe et Stokes est finalement abordée.

**Mots clés :** Interaction laser-matière, Endommagement laser, Equation de Schrödinger non-linéaire, Effet Kerr, Auto-focalisation, Filamentation, Diffusion Brillouin Stimulée

## Abstract

As part of the studies on laser damage linked to the Megajoule project, we analyze the coupling between the Kerr induce self-focusing and the stimulated Brillouin backscattering pour nanosecond optical pulses propagating in silica samples. The influence of the incident power, phase or amplitude modulations as well as the spatial profile of the pulse of the filamentation dynamic is discussed. We show that an appropriate amplitude modulation dividing the incident pulse in pulse trains of picosecond durations suppresses the Brillouin effect for any incident power but noticeably reduces the available average laser power. On the contrary, phase modulated pulses with a comparable spectral width can undergo multiple filamentation and self-focusing at a shorter distance, caused by modulational instabilities. We demonstrate however the existence of a critical spectral bandwidth from which the backscattering can be radically inhibited by a phase modulation, even for high powers. This conclusion remains valid for spatially broader squared pulses, which self-focus earlier and break into multiple filaments at shorter distances. The inclusion of plasma generation to limit the growth of pump and Stokes waves is finally addressed.

**Key words :** Laser-matter interaction, Laser induced damage, Nonlinear Schrödinger equation, Kerr effect, Self-focusing, Filamentation, Stimulated Brillouin scattering