

THÈSE

PRÉSENTÉE À

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX 1

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

PAR

Pascal SIMON

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ: AUTOMATIQUE

**Détection robuste et précoce des pannes oscillatoires
dans les systèmes de commandes de vol**

Soutenue publiquement le : 7 décembre 2011

Après les avis de MM :

José RAGOT	Professeur, INPL, Nancy	Rapporteur
Michel VERGÉ	Professeur, Arts et Métiers, ParisTech	Rapporteur

Devant la commission d'examen formée de :

Philippe GOUPIL	Docteur, AIRBUS Operations S.A.S., Toulouse	Examineur
David HENRY	Professeur, Université de Bordeaux	Examineur
Loïc LAVIGNE	Maître de Conférences, Université de Bordeaux	Invité
Hervé LE BERRE	AIRBUS Operations S.A.S., Toulouse	Examineur
Xavier MOREAU	Professeur, Université de Bordeaux	Examineur
Ali ZOLGHADRI	Professeur, Université de Bordeaux	Directeur de thèse

—2011—

À ma mère

"Pluralitas non est ponenda sine neccesitate."
Guillaume d'Occam

Remerciements

Les travaux de recherche effectués dans cette thèse ont été réalisés dans le cadre d'une convention CIFRE au sein de l'équipe ARIA¹ du laboratoire IMS² (UMR CNRS No. 5218) et dans le service des calculateurs de commandes de vol (EYDCCC) de la société Airbus Operations S.A.S.

Je remercie chaleureusement mon directeur de thèse, Monsieur Ali ZOLGHADRI, professeur à l'Université de Bordeaux, de m'avoir accueilli dans son équipe de recherche. Je lui témoigne toute ma reconnaissance pour les conseils qu'il m'a prodigués au cours de ces années, pour les nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eues et pour m'avoir accordé sa confiance pour travailler à ses côtés. En outre, je tiens à le remercier pour la qualité et l'intensité de son encadrement.

Je remercie Monsieur Hervé LE BERRE, responsable du service des calculateurs de commandes de vol de m'avoir accueilli dans son équipe. Je lui témoigne toute ma reconnaissance pour sa confiance au cours de ces années de thèse. Mes remerciements vont également à mon superviseur industriel Monsieur Philippe GOUPIL, docteur-ingénieur au sein de l'équipe EDYCCC. À la fois pertinent et instructif, il a toujours su m'orienter et la réussite de cette thèse tient essentiellement à son accompagnement et son expertise d'une précieuse qualité.

Je tiens à remercier particulièrement Monsieur Loïc LAVIGNE, maître de Conférences à l'Université de Bordeaux, pour son soutien et ses encouragements dans les moments difficiles et de manière générale pour sa collaboration durant ce travail de thèse.

Je transmets également toute ma gratitude à Messieurs Efrain ALCORTA GARCIA et Denis EFIMOV pour les fructueuses discussions scientifiques que nous avons eues.

Que Monsieur José RAGOT, professeur à l'Institut National Polytechnique de Lorraine (INPL) à Nancy et Monsieur Michel VERGÉ, professeur au Centre Arts et Métiers ParisTech de Paris, trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude pour m'avoir fait l'honneur d'expertiser ce travail. J'adresse également mes plus sincères remerciements à Monsieur David HENRY, professeur à l'Université de Bordeaux ainsi que Monsieur Xavier MOREAU, professeur à l'Université de Bordeaux, pour m'avoir consacré un peu de leur

1. Approche Robuste Intégrée de l'Automatique

2. Intégration du Matériau au Système

temps et pour leur participation à mon jury.

Mes remerciements s'adressent également aux membres de l'équipe, Messieurs Tarek RAÏSSI et Jérôme CIESLAK, pour leur soutien, leurs précieux conseils et leur convivialité, ainsi qu'à mes collègues de bureau tant au laboratoire IMS qu'à Airbus : Irwin ISSURY, Gaëtan VIDEAU, Alexandre FALCO, Vincent MORIO, Anca GHEORGHE, Thomas BOCHOT, Manel SGAIRI et José TORRALBA qui ont contribué à ce que ces années de travail se déroulent dans un cadre très agréable. J'adresse également une pensée particulière aux autres membres du laboratoire et particulièrement à Monsieur François RIVET et aux doctorants de l'équipe CRONE pour la bonne ambiance d'échange et de travail que nous avons pu développer.

Ma reconnaissance va également aux membres des équipes d'Airbus qui m'ont aidé dans mes démarches industrielles. Je remercie plus particulièrement Messieurs Nicolas BOUTET et Arnaud CHEVALIER et Mademoiselle Adeline SERRECOURT pour m'avoir aidé dans la mise en place des tests et essais.

Enfin, je remercie tous les collègues d'Airbus et du laboratoire qui ont contribué à ce travail d'une façon directe ou indirecte, continue ou ponctuelle.

Je ne pourrai clore ces remerciements sans une pensée très personnelle aux membres de ma famille et à mes amis. Je remercie chaleureusement et sans mesure ma mère et mes grands-parents pour leur encouragement et leur soutien inconditionnel tout au long de mes années d'étude qui m'ont mené jusqu'au doctorat. Je profite donc de l'occasion qui m'est faite pour leur dire à quel point je leur suis reconnaissant de tout ce qu'ils ont fait pour moi. Je garde aussi une pensée émue pour mon père.

Je tiens également à dire toute ma sympathie aux personnes avec lesquelles j'ai passé des moments formidables hors laboratoire. Je pense évidemment à mes amis d'enfance et mes amis rencontrés lors de mes études. Aussi je remercie chaleureusement Erwan et Carole, Guillaume et Mélanie, Julien, Drez, Hervé, Ludo, Christophe, Aurélien, Nicolas, Fanch, Fabien, Charlie, Charlène, FX, Bobby, Corentine, Géraldine... mais je ne peux ici citer tous les amis (et amies) qui m'ont accompagné lors de ce travail et j'espère qu'ils ne m'en voudront pas de ne pas les nommer personnellement, je les remercie tous de leur soutien et de leurs encouragements.

Table des matières

Table des matières	vii
Table des figures	x
Liste des tableaux	xii
Liste des symboles	xv
Liste des publications de l’auteur	xvii
Introduction Générale	1
I Problématique des pannes oscillatoires dans les systèmes de Com- mandes De Vol Électriques Airbus	5
I.1 Description des Commandes De Vol Électriques Airbus	5
I.2 Les pannes dans les commandes de vol électriques	8
I.3 Les pannes oscillatoires	9
I.4 État de l’art sur la détection des pannes oscillatoires dans la gamme Airbus	13
I.4.1 A320 - Famille SA	13
I.4.2 A340-LR	13
I.4.3 A340-WBI	14
I.4.4 A380	14
I.4.4.1 Problématique A380	14
I.4.4.2 Génération de résidus par redondance analytique	15
I.4.4.3 Critère de détection : comptage des oscillations	16
I.5 Challenge pour les nouvelles générations d’avions	21
I.6 Conclusion	21
II Approche analytique en Détection et Localisation de Défauts	23
II.1 Problématique générale	23
II.2 Techniques basées sur une formulation explicite des objectifs de diagnostic	25
II.2.1 Découplage par projection dans l’espace de parité	27
II.2.2 Technique à base d’observateurs de diagnostic	29
II.2.3 Technique par synthèse directe de filtres de diagnostic	32
II.3 Techniques à base d’estimation de variables internes et externes	33
II.3.1 Estimation récursive Bayésienne	33

II.3.2	Filtre de Kalman linéaire	34
II.3.3	Filtre de Kalman Etendu (Extended Kalman Filter)	35
II.3.4	Filtre de Kalman Non-Parfumé (Unscented Kalman Filter)	36
II.3.4.1	La transformation non-parfumée (Unscented Transformation)	36
II.3.4.2	La transformation non-parfumée réduite (Scaled Unscented Transformation)	38
II.3.4.3	Implémentation du filtre UKF	40
II.3.5	Filtre de type "Divided Difference"	42
II.3.5.1	Interpolation Polynomiale de Stirling	42
II.3.5.2	Implémentation du filtre DDF	43
II.3.6	Filtrage Particulaire	49
II.3.6.1	Intégration de Monte-Carlo	49
II.3.6.2	Échantillonnage d'Importance	50
II.3.6.3	Échantillonnage d'Importance Séquentiel	50
II.3.6.4	Dégénérescence des pondérations et ré-échantillonnage	52
II.3.6.5	Densité d'importance optimale	52
II.3.6.6	Implémentation du filtrage particulaire	54
II.3.7	Estimation duale ou conjointe d'état et de paramètres	54
II.4	Évaluation des résidus	56
II.4.1	Utilisation de distances statistiques	56
II.4.1.1	Divergences : Kullback-Leibler et Jensen-Shannon	56
II.4.2	Test de décision statistique	57
II.4.2.1	Test de Neyman-Pearson	57
II.4.2.2	Test séquentiel sur le rapport de vraisemblance (SPRT) : Test progressif de Wald	59
II.4.3	Cas particuliers des pannes oscillatoires	61
II.4.3.1	Transformation en changement de type échelon	61
II.4.3.2	Comptage du nombre d'oscillations	61
II.5	Conclusion	61

IIIDétection robuste et précoce des pannes oscillatoires dans le système des Commandes de Vol Electriques **63**

III.1	Introduction	63
III.2	Approches non-paramétriques de détection d'un signal harmonique	64
III.2.1	Détection synchrone	64
III.2.2	Méthode de corrélation	65
III.3	Filtrage sélectif	66
III.4	Techniques basées sur la modélisation directe des pannes oscillatoires . . .	66
III.4.1	Estimation des pannes oscillatoires à l'aide d'un filtre de Kalman	66
III.4.2	Synthèse d'un observateur dédié	67
III.5	Approche par filtrage non-linéaire local avec optimisation des hyper-paramètres	69
III.5.1	Servo-commande de l'actionneur hydraulique	71
III.5.1.1	Modélisation	71
III.5.1.2	Identifiabilité du modèle	74

III.5.2	Processus de réglage de la solution retenue	76
III.5.2.1	Méthode d'estimation hors-ligne des matrices de covariance du bruit d'état et d'observation	76
III.5.2.2	Méthode d'estimation en-ligne des matrices de covariance du bruit d'état et d'observation	83
III.6	Conclusion	84
IV	Résultats expérimentaux : simulations et tests sur banc d'essais	85
IV.1	Introduction	85
IV.2	Mise en place d'un protocole expérimental	85
IV.2.1	Détermination de seuils minimum de détection sans fausses alarmes	86
IV.2.2	Recherche de l'amplitude minimale de panne détectable	87
IV.2.3	Mise en place effective	87
IV.3	Résultats du protocole	89
IV.4	Intégration et validation sur bancs d'essais Airbus	92
IV.4.1	Implémentation du filtre DD	93
IV.4.1.1	Réalisation des planches SCADE	93
IV.4.1.2	Implantation dans le calculateur	97
IV.4.2	Tests et résultats sur banc d'essais	97
IV.4.2.1	Présentations des installations d'Essais en Vol d'Airbus	97
IV.4.2.2	Essais	99
IV.5	Bilan des tests sur banc d'essais	108
	Conclusion	109
	Annexes	113
	Annexe 1 : Résultats du protocole	114
	Annexe 2 : Planches SCADE	123
	Bibliographie	125

Table des figures

I.1	Architecture des commandes de vol mécaniques et électriques	6
I.2	Schéma des commandes de vol électriques	6
I.3	Historique des CDVE chez Airbus	7
I.4	Architecture CDVE sur A380	7
I.5	Localisation des sources de pannes oscillatoires dans la chaîne d'asservissement de la gouverne	10
I.6	Types de pannes oscillatoires	10
I.7	Facteur de Sécurité	13
I.8	Génération de résidus	17
I.9	Comptage des oscillations sur le résidu en cas de panne liquide	18
I.10	Comptage des oscillations sur le résidu en cas de panne solide	19
I.11	Risque de fausse alarme du dispositif de comptage de panne solide	20
I.12	Schéma de principe de la méthode de surveillance des pannes oscillatoires	20
II.1	Schéma de principe d'un observateur	29
II.2	Générateur de résidu à base d'observateur non-linéaire	31
II.3	Variables internes et externes	33
II.4	Avantage des Sigma-Points	39
II.5	Échantillonnage d'Importance	51
II.6	Estimation Duale	55
II.7	Régions de décision.	58
III.1	Chaîne d'asservissement en position d'une gouverne de l'A380	71
III.2	Modèle physique de l'actionneur hydraulique	72
III.3	Schéma de principe de l'estimation adaptative multi-modèles (MMAE)	77
III.4	Valeurs optimales des variances de bruit d'état	82
IV.1	Comparaison de résidus sans pannes	86
IV.2	Position de la gouverne sans pannes	89
IV.3	Cycle en V	93
IV.4	Installations d'Essais en Vol	98
IV.5	Simulateur de Vol	98
IV.6	Limitation en amplitude de l'ordre en fonction de la fréquence	100
IV.7	Exemple de résidus pour un scénario : Pression à 350bar dans le circuit hydraulique et une barre d'effort sur l'actionneur	101
IV.8	Flight Control Check	104

IV.9 Décollage à Fort Centrage Avant	105
IV.10Panne liquide de 2Hz d'amplitude 0.5°	105
IV.11Panne liquide de 8Hz d'amplitude 0.5°	106

Liste des tableaux

IV.1 Temps de détection	88
IV.2 Résultats normalisés du protocole pour la méthode DD	91
IV.3 Résultats normalisés du protocole pour la méthode NLO	92
IV.4 Relevé des seuils normalisés de détection minimum sans fausses alarmes pour la méthode DD	102
IV.5 Relevé des seuils normalisés de détection minimum sans fausses alarmes pour la méthode NLO	103
IV.6 Tableaux récapitulatifs des seuils de détection minimum sans fausses alarmes retenus pour les essais en détection	103
IV.7 Amplitude normalisée de panne minimale détectable	107

Liste des algorithmes

II.1	Le filtre de Kalman	36
II.2	Le filtre de Kalman étendu	37
II.3	Le filtre de Kalman non-parfumé	41
II.4	Le filtre à Différence Divisée	47
II.5	Filtrage Particulaire	54

Liste des symboles

ADIRS	Air Data/Inertial Reference System (<i>Système de Données Anémométriques et Inertiellles</i>)
ANI	ANalogic Input (<i>Entrée Analogique</i>)
ANO	ANalogic Output (<i>Sortie Analogique</i>)
BA	Banc Actionneur
BIS	Banc Intégration Système
CDKF	Central Difference Kalman Filter (<i>Filtre de Kalman à Différence Centrale</i>)
CDVE	Commandes De Vol Electriques
CIFRE	Convention Industrielle de Formation par la REcherche
CoF	Continuation of Flight (<i>Continuité du Vol</i>)
COVAS	COMmande du Vol de l'Avion Souple
DDF	Divided Difference Filter (<i>Filtre à Différence Divisée</i>)
EASA	European Aviation Safety Agency (<i>Agence Européenne de la Sécurité Aérienne</i>)
EBHA	Electrical Backup Hydraulic Actuator (<i>Actionneur Hydraulique avec mode de secours Electrique</i>)
EHA	Electro Hydrostatic Actuator (<i>Actionneur Electro-Hydrostatique</i>)
EKF	Extended Kalman Filter (<i>Filtre de Kalman Etendu</i>)
FAA	Federal Aviation Administration (<i>Administration Fédérale de l'Aviation</i>)
FCPC	Flight Control Primary Computer (<i>Calculateur Primaire de Commandes de Vol</i>)
FCSC	Flight Control Secondary Computer (<i>Calculateur Secondaire de Commandes de Vol</i>)
FDI	Fault Detection and Isolation (<i>Détection et Localisation de Défauts</i>)
FS	Factor of Safety (<i>Facteur de Sécurité</i>)

FTC	Fault Tolerant Control (<i>Commande Tolérante aux Fautes</i>)
GLA	Gust Load Alleviation (<i>Allègement de Charge lors de Rafales</i>)
GMMAE	Generalized Multiple-Model Adaptive Estimation (<i>Estimation Adaptative Multi-Modèles Généralisée</i>)
LAF	Load Alleviation Function (<i>Fonction d'Allègement de Charges</i>)
LPF	Liquid Penalty Factor (<i>Facteur de Pénalité pour les pannes Liquides</i>)
LR	Long Range (<i>Long Courrier, famille A330/A340</i>)
LVDT	Linear Variable Differential Transducer (<i>Capteur Linéaire Différentiel</i>)
MLA	Manoeuvre Load Alleviation (<i>Allègement de Charge en Manoeuvre</i>)
MMAE	Multiple-Model Adaptive Estimation (<i>Estimation Adaptative Multi-Modèles</i>)
MTBF	Mean Time Between Failure (<i>Temps Moyen Entre Défaillances</i>)
OFC	Oscillatory Failure Cases (<i>Pannes Oscillatoires</i>)
PA	Pilote Automatique
RMSE	Root Mean Square Error (<i>Erreur-Type</i>)
RVDT	Rotatory Variable Differential Transducer (<i>Capteur Rotatoire Différentiel</i>)
SA	Single Aisle (<i>Monocouloir, famille A320</i>)
SCADE	Safety Critical Application Development Environment
SDP	SemiDefinite Programming (<i>Programmation Semi Définie</i>)
SISR	Sequential Importance Sampling and Resampling (<i>Echantillonnage d'Importance et de Rééchantillonnage Séquentiels</i>)
SPF	Solid Penalty Factor (<i>Facteur de Pénalité pour les pannes Solides</i>)
SPRT	Sequential Probability Ratio Test (<i>Test Séquentiel du Rapport de Vraisemblance</i>)
ToO	Time of Occurence (<i>Temps d'Apparition</i>)
UIO	Unknown Input Observer (<i>Observateur à Entrées Inconnues</i>)
UKF	Unscented Kalman Filter (<i>Filtre de Kalman Non-Parfumé</i>)
WBI	Wing Box Insert (<i>Version allongée des A340 : A340-500/600</i>)

Liste des publications de l'auteur

Publications dans des revues spécialisées avec comité

1. Lavigne L., Zolghadri A., Goupil P. et Simon P. (2011). A model-based technique for early and robust detection of oscillatory failure case in A380 actuators. *International Journal of Control, Automation and Systems (IJCAS)* - vol : 9 - pages : pp. 42-49.

Communications dans des congrès internationaux avec actes

1. Simon P., Lavigne L., Zolghadri A. et Goupil, P. (2008). Détection de pannes oscillatoires dans une chaîne d'asservissement en position d'une gouverne de l'A380. *5^{ème} Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA 2008)*. Bucharest, Roumanie.
2. Lavigne L., Zolghadri A., Goupil P. et Simon P. (2008). Oscillatory Failure Case detection for new generation Airbus aircraft : A model-based challenge. *47th IEEE Conference on Decision and Control (CDC 2008)*. Cancun, Mexique.
3. Lavigne L., Zolghadri A., Goupil P. et Simon P. (2008). Robust and early detection of Oscillatory Failure Case for new generation Airbus aircraft. *26th AIAA Guidance, Navigation and Control Conferenc (AIAA 2008)*., Honolulu, Hawaii.
4. Alcorta-Garcia E., Zolghadri A., Goupil P., Lavigne L. et Simon. P. (2009). Non-linear Observer-Based OFC Detection for A380 Aircraft. *7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2009)*, Barcelone, Espagne.
5. Efimov, D., Zolghadri, A. et Simon, P. (2010). Improving fault detection abilities of extended Kalman filters by covariance matrices adjustment. *Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol 2010)*. Nice, France.
6. Efimov, D., Zolghadri, A. et Simon, P. (2011). Fault detection improving by extended Kalman filter adjustment for oscillatory failure case in aircrafts. *4th European Conference for Aerospace Sciences (EUCASS 2011)*. Saint-Petersbourg, Russie.

Prix

Le deuxième prix "PhD days", en octobre 2008, à Toulouse, pour le poster intitulé : "Oscillatory Failure Detection in Flight Control System". Cette journée "PhD day", organisée chaque année par Airbus, est destinée à faire le point sur les activités R&D émer-

gentes et faisant l'objet d'un partenariat avec les universités européennes (principalement la France, l'Allemagne, le Royaume-Uni et l'Espagne).

Introduction Générale

Le travail présenté dans ce mémoire résulte d'une collaboration, sous la forme d'une convention CIFRE entre le laboratoire IMS de l'université Bordeaux I et Airbus Operations S.A.S à Toulouse. Le contexte général de la thèse porte sur la détection robuste et précoce d'une classe de défauts dans les systèmes de commandes de vol. La détection de ce type de défauts est jugée importante par Airbus car ils peuvent provoquer des charges structurales et affecter la pilotabilité de l'avion. L'objectif final est de concevoir et de mettre en place une démarche performante pouvant faire l'objet d'une utilisation en environnement opérationnel (banc d'essai, tests en vol, ...) et susceptible d'être embarquée dans le cadre des futures programmes Airbus. La classe de défauts qui fait l'objet des travaux effectués dans le cadre de cette thèse correspond aux pannes oscillatoires (OFC : Oscillatory Failure Case).

De façon générale, l'optimisation globale du design structural de l'avion est un enjeu majeur pour tous les constructeurs, dans l'optique d'une contribution au développement d'un avion plus "durable". Cette démarche est foncièrement liée aux performances de l'avion, c'est-à-dire son rayon d'action, son confort et son impact environnemental à travers sa consommation, son empreinte sonore et les matériaux utilisés pour sa fabrication. Une stratégie généralement utilisée afin d'optimiser les performances d'un avion est de diminuer le poids de l'appareil en utilisant des structures allégées (telles que les matériaux composites) et des systèmes réduits en terme de complexité calculatoire. La structure de l'avion est ainsi conçue pour absorber une certaine enveloppe de charge et elle doit être résistante à des perturbations extérieures (rafales de vent, turbulences. . .) qui génèrent un surplus de charges structurales. Les pannes auxquelles nous nous intéressons dans ce travail surviennent dans les chaînes d'asservissement des différents gouvernes de l'avion (ailerons, gouvernes de direction et de profondeur, aérofreins. . .). Un des rôles des calculateurs de commandes de vol embarqués est de réaliser l'asservissement en position de ces gouvernes. Pour cela, ils utilisent des sous-systèmes sophistiqués, tolérants aux défauts, capables de gérer des situations de défaillances. Cependant, si certaines pannes ne sont pas détectées dans le temps imparti, cela peut entraîner le système hors de son comportement nominal, dégradant ainsi les performances de vol et pouvant provoquer un dépassement des limites tolérées sur la structure. L'intégration des technologies permettant de détecter des pannes de plus petites amplitudes plus rapidement est un enjeu majeur pour concevoir des avions plus légers donc plus performants. Les travaux présentés dans ce manuscrit s'inscrivent dans le cadre de cet objectif général.

La démarche utilisée dans cette thèse pour résoudre cette problématique est une méthode à base de modèle, assurant une certaine robustesse vis-à-vis des imperfections de

modélisation. Durant ces trois dernières décennies, de nombreux travaux ont été effectués afin de résoudre le problème de détection et localisation de défauts (FDI : Fault Detection and Isolation) en utilisant des techniques à base de modèles (voir par exemple [Hwang *et al.*, 2010, Zolghadri, 2011]). L'idée de base consiste à estimer, ou à reconstruire, les variables internes et/ou externes dont la déviation en dehors d'une plage de référence est révélatrice de l'apparition d'un phénomène anormal. Le fonctionnement estimé est comparé à un fonctionnement de référence attendu en l'absence de pannes. Cette comparaison peut être effectuée dans l'espace des sorties, ou dans l'espace décrivant l'état interne (états/paramètres) du système. Les signaux indicateurs sont ensuite structurés et traités par des tests de décision de façon à fournir les indicateurs de diagnostic.

Cette démarche suppose la disponibilité, *a priori*, d'une caractérisation de l'ensemble des sources d'incertitudes affectant le modèle nominal du système, généralement sous forme stochastique. Typiquement, dans le cas d'une modélisation d'état, il s'agit de caractériser le bruit d'état (connaissance imparfaite du modèle) et le bruit de mesure (imperfections des chaînes d'instrumentation/capteurs). Sur la base de cette description, la famille des techniques à base de filtre de Kalman (dans ses variantes linéaires ou non linéaires) a été largement utilisée pour concevoir des méthodes de détection et de diagnostic. Ces techniques ont atteint aujourd'hui un degré de maturité suffisant au plan méthodologique. Cependant, à l'heure actuelle, on ne peut pas parler d'une véritable percée des méthodes FDI à base de modèles dans le domaine industriel ([Zolghadri, 2011]). Le domaine aéronautique, où les structures des modèles sont généralement bien connues et relativement bien établies, est pourtant le terrain idéal pour appliquer ces méthodes. À notre connaissance, c'est le constructeur Airbus qui, pour la première fois en aéronautique civile, a équipé à grande échelle un des avions de sa gamme (A380) d'une stratégie avancée de détection à base de modèles, fournissant une couverture complète des pannes recherchées [Goupil, 2010, Goupil, 2011]. Dans cette approche afin de limiter les coûts calculatoires, un modèle non linéaire simplifié de l'actionneur est utilisé. Ce modèle permet d'obtenir de très bons résultats lors de manœuvres peu dynamiques ; par contre lors de fortes dynamiques les performances de la méthode se dégradent. Un des objectifs fixés dans le cadre de cette thèse est de mettre au point une méthode permettant d'améliorer la qualité du modèle non linéaire pour qu'il représente mieux le comportement de la chaîne d'asservissement même lors de manœuvres très dynamiques. La méthodologie retenue doit respecter les diverses contraintes que le milieu industriel impose. Par exemple, la charge de calcul disponible dans les calculateurs de vol n'est pas extensible : l'espace alloué se doit d'être le plus petit possible. Un autre critère important est la portabilité de la méthode. En effet, la méthodologie retenue doit être facilement adaptable, pour tous les types de gouvernes ainsi que pour les différents actionneurs présents dans les chaînes d'asservissement en position de ces dernières.

Le mémoire est organisé de la façon suivante :

Le **premier chapitre** a pour objet de présenter le contexte des commandes de vol électriques chez Airbus ainsi que la problématique de détection des pannes oscillatoires dans les chaînes d'asservissement des différentes gouvernes de l'avion. Dans un premier temps, un descriptif de ces pannes oscillatoires est donné. Leurs origines et leurs natures, ainsi que leurs conséquences sont explicitées. Nous décrivons ensuite les techniques utilisées à bord des aéronefs actuels de la famille Airbus, telles que des méthodes basées sur la

redondance d'informations et la dissimilarité matérielle, utilisées à bord des A330/A340. La méthodologie actuellement en service sur la famille A380 sera également présentée. Cette description abordera la partie génération des signaux indicateurs de défauts, et la partie prise de décision (appelé par Airbus *comptage*) qui permettra le déclenchement ou non d'un booléen signalant une panne. Enfin, les enjeux majeurs pour les futurs avions seront exposés.

Le **deuxième chapitre** est dédié à un tour d'horizon rapide des principales techniques de détection et de diagnostic à base de modèles pouvant être appliquées à cette problématique. Comme précédemment souligné, le champ des techniques analytiques développées en diagnostic est très vaste, et il existe un nombre très important de travaux et publications dans la littérature. Étant donné les caractéristiques du problème abordé, nous avons restreint notre étude qui se focalisera essentiellement sur des techniques utilisant des modèles présentant un caractère non linéaire. Le filtrage local non linéaire, les filtres à particules permettant l'estimation de variables externes et internes, les techniques à base d'observateurs et notamment d'observateurs non-linéaire rentrent ainsi dans le champ d'investigation de notre problématique et sont donc étudiés.

Le **troisième chapitre** s'applique à exposer les techniques potentiellement candidates pour résoudre le problème de la détection des pannes oscillatoires. En premier lieu, quelques techniques classiques et non-paramétriques seront décrites et nous verrons pourquoi elles ne peuvent pas être appliquées à la problématique des pannes oscillatoires. Ensuite, des techniques se basant sur la modélisation directe des pannes oscillatoires seront étudiées, tels les observateurs dédiés pour la détection de pannes oscillatoires. Cette étude nous permettra de motiver notre choix final portant sur une technique de filtrage non linéaire et adaptative, associée à un processus d'optimisation de ses paramètres de haut niveau. Nous mettrons l'accent sur l'optimisation des paramètres de réglages, adaptée au contexte de détection des pannes oscillatoires, qui conditionnent fortement les performances attendues. L'optimisation se fait dans cadre "Multi- Model Adaptative Estimation" (Estimation Adaptative Multi-Modèles).

Enfin le **quatrième chapitre** présente les résultats expérimentaux. D'abord, nous présentons les résultats de simulation obtenus à l'aide du logiciel Matlab en utilisant des jeux de données réels issus d'enregistrements effectués lors d'essais en vol d'un A380. Nous avons réalisé un protocole de détermination de la plus petite amplitude de panne détectable (dans un temps imparti). Le principe de ce protocole sera présenté en détail et les résultats obtenus seront analysés. La comparaison est faite par rapport à la technique actuellement utilisée par Airbus. La deuxième partie du chapitre est consacrée aux tests réalisés sur bancs d'essai au laboratoire de tests d'Airbus France à Toulouse. Tout d'abord, l'implantation du filtre *Divided Difference* au premier ordre au sein d'un calculateur de vol est traitée. On insistera en particulier sur toutes les contraintes qu'il a fallu prendre en compte pour adapter la méthodologie et le processus d'implémentation dans un calculateur de vol. La fin du chapitre présente le type d'installations utilisées pour ces essais, ainsi que la procédure stricte employée pour caractériser les résultats obtenus et avoir une comparaison significative des méthodes entre elles. Ce chapitre se termine par une partie analyse de résultats obtenus sur les bancs d'essais et simulateurs de vol et nous permettra de conclure sur l'efficacité de la méthode proposée.

Chapitre I

Problématique des pannes oscillatoires dans les systèmes de Commandes De Vol Électriques Airbus

Ce chapitre a pour objet de décrire brièvement les systèmes de commandes de vol embarqués à bord des avions de la gamme Airbus et les pannes pouvant survenir au sein de ces systèmes et ayant des conséquences sur la pilotabilité et la structure de l'avion. Nous décrirons plus en détail les pannes oscillatoires, dont la détection robuste et précoce est le thème central de ces travaux de thèse. Après avoir présenté les solutions technologiques (dans un ordre chronologique) actuellement employées pour la détection et la passivation (c'est-à-dire l'annulation de l'effet) de ces pannes, nous motiverons nos choix afin d'améliorer ces techniques pour les futurs programmes. L'objectif final étant de contribuer à l'optimisation globale de l'avion, en particulier au niveau du design structural de celui-ci. En effet, il est possible de montrer qu'une aptitude à détecter plus rapidement des pannes de plus faibles amplitudes peut permettre d'alléger la structure de l'avion, et donc d'améliorer ses performances et son empreinte environnementale (consommation de carburant, émissions sonores, etc...).

I.1 Description des Commandes De Vol Électriques Airbus

Le système de commandes de vol est composé de deux ensembles :

- Les commandes de vol primaires définissent l'ensemble des éléments entre les organes de pilotage et les gouvernes destinées à contrôler l'attitude, la trajectoire et la vitesse de l'avion en mode de pilotage manuel.
- Les commandes de vol secondaires constituées par l'ensemble des éléments destinés à contrôler la portance de l'avion.

Le système des commandes de vol principales comprend, (figure I.1) :

- les organes de pilotage : manche, palonnier...
- les organes de transmission et de traitement des ordres de l'équipage, qui sont dans le cas de commandes mécaniques la timonerie, des bielles, des câbles, etc..., et dans

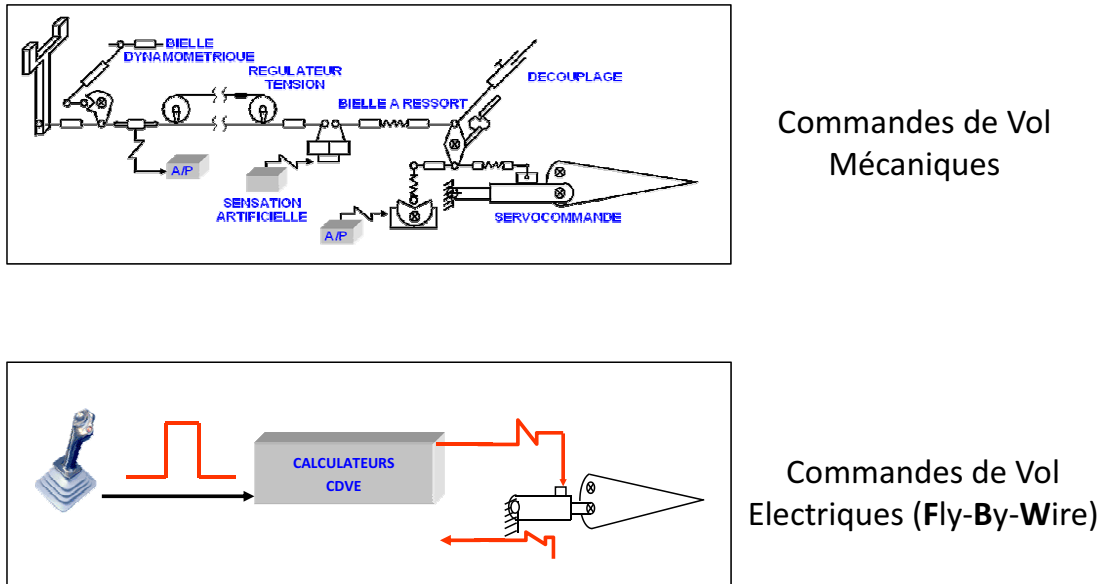


Figure I.1 – Architecture des commandes de vol mécaniques et électriques

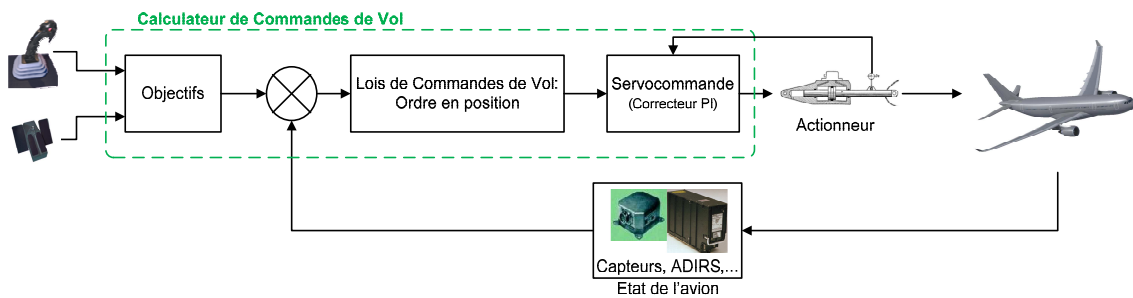


Figure I.2 – Schéma des commandes de vol électriques

le cas de commandes électriques les calculateurs de commandes de vol et le câblage électrique...

- les surfaces de contrôle (ailerons, gouvernes de profondeur, direction...) et leurs actionneurs (hydraulique ou électro-hydraulique)
- un ensemble de capteurs : LVDT (capteur de position linéaire de la tige de l'actionneur), RVDT (capteur de position angulaire de la surface de contrôle), etc...

Dans le cadre de cette thèse, seules les Commandes De Vols Électriques (CDVE) seront étudiées (figure I.2). Un bref historique de l'intégration des CDVE dans les différents programmes européens, avec pour origine le Concorde à la fin des années soixante, est donné sur le diagramme représenté sur la figure I.3. L'introduction progressive par Airbus des CDVE sur les avions civils de grande taille a permis d'améliorer sensiblement le contrôle de l'avion et d'introduire des protections permettant à l'avion de rester dans l'enveloppe de vol sûre [Favre, 1996, Traverse *et al.*, 2004].

L'architecture complète des CDVE sur A380, c'est-à-dire une vue synthétique de l'ensemble des gouvernes, leur emplacement, leur nombre, leurs actionneurs associés, leur éventuelle redondance, les circuits hydrauliques qui alimentent les actionneurs, les calcu-

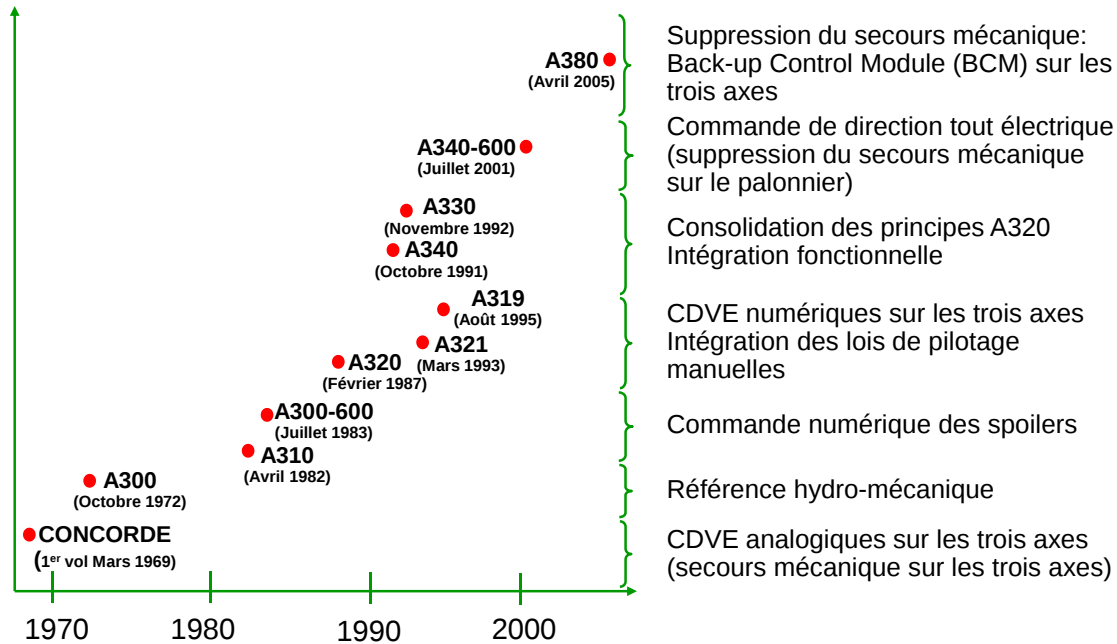


Figure I.3 – Historique des CDVE chez Airbus

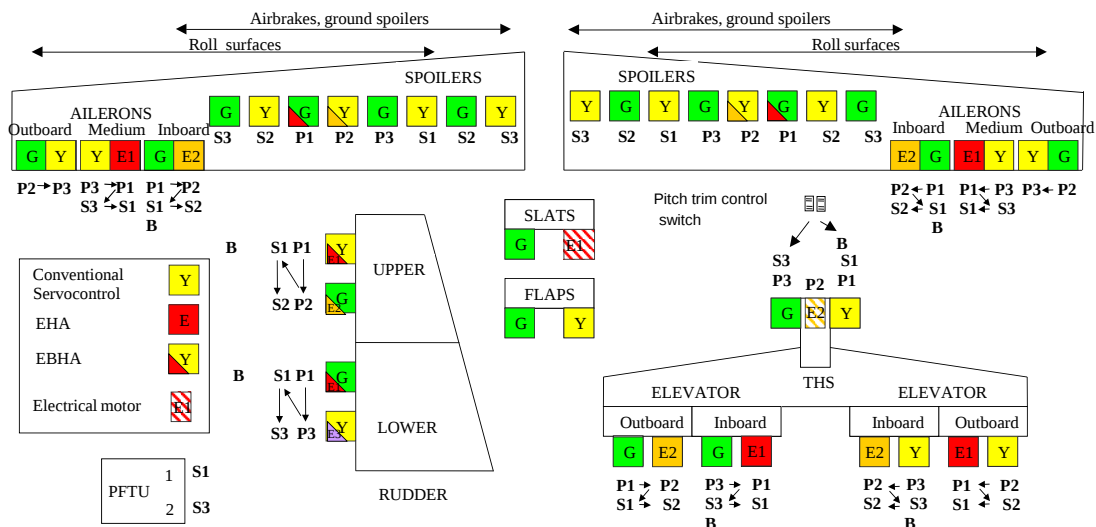


Figure I.4 – Architecture CDVE sur A380

lateurs qui gèrent l'ensemble ainsi que la stratégie de reconfiguration pour chacune d'elles est décrite dans la figure I.4. La reconfiguration signifie dans ce cas la gestion automatique du système après détection de pannes.

I.2 Les pannes dans les commandes de vol électriques

L'aboutissement du développement d'un avion est le processus de certification. Pour obtenir ce certificat, synonyme d'utilisation commerciale dans l'espace aérien international protégé, le constructeur doit démontrer que son produit est en conformité avec les règlements internationaux imposés par les autorités de navigabilité (par exemple, EASA (European Aviation and Safety Agency) en Europe et FAA (Federal Aviation Administration) aux États-Unis). Le principe de base est l'application du règlement CS 25.25302 [FAR/CS25, 2003] qui préconise, question de bon sens, que plus les conséquences d'un événement sont importantes, moins cet événement doit être probable. En particulier, toute panne simple ne doit pas avoir de conséquences catastrophiques. Toute combinaison de pannes ayant une conséquence catastrophique doit être démontrée comme extrêmement improbable, c'est-à-dire avec une probabilité inférieure à 10^{-9} par heure de vol.

Or le système de commandes de vol est un système critique car les conséquences de ses pannes peuvent être catastrophiques, comme par exemple :

- l'embarquement en butée d'une gouverne,
- la perte de contrôle de l'avion sur l'axe de tangage,
- une oscillation parasite d'une gouverne à une fréquence critique pour la structure (phénomène de résonance),
- la perte de contrôle latéral de l'avion suite à une panne d'un moteur.

Le constructeur doit donc prendre toutes les précautions possibles dans la conception d'un avion pour que les pannes du système CDVE n'aient pas de conséquences critiques. Il doit également être en mesure de démontrer cette tenue des objectifs de sécurité aux autorités de certification. Pour cela, Airbus a développé et utilise un certain nombre de règles d'or [Goupil, 2010] :

- l'analyse de sécurité : l'ensemble des pannes du système est listé (pannes simples, pannes multiples, pannes cachées, etc...), la criticité des pannes est évaluée, la probabilité d'occurrence est déterminée et enfin, on vérifie la correspondance entre criticité et probabilité (par exemple, la probabilité de toute panne catastrophique est bien vérifiée inférieure à 10^{-9} par heure de vol),
- le développement des composants et des systèmes suivant des règlements stricts : [DO178B/ED12, 1992] pour les logiciels dans les calculateurs, [D0254/ED80, 2000] pour les composants, etc...
- la redondance matérielle : utilisation de plusieurs calculateurs de commandes de vol (par exemple 6 sur A380), recours à plusieurs sources de puissance, électrique comme hydraulique, installation de plusieurs actionneurs sur une même gouverne (dans un schéma actif/passif), etc...
- l'utilisation d'une architecture "dual channel" des calculateurs de commandes de vol : les deux voies calculent les lois de pilotages avec des capteurs dédiés et s'auto-surveillent. Une voie (dite COM pour Command) gère l'asservissement des surfaces de contrôle. L'autre voie (MON pour Monitoring) gère la surveillance de la voie COM et de l'intégralité des composants du système de CDVE,
- la surveillance permanente de toutes les composantes du système CDVE : surveillance des capteurs, des actionneurs, des calculateurs, des échanges entre calculateurs, etc...

- l'usage d'une logique de reconfiguration : cela signifie la mise en place d'une gestion automatique des systèmes suite à la détection d'une panne, notamment en vue d'une transparence envers le pilote pour alléger sa charge de travail. Deux niveaux de reconfiguration ont été développés : une reconfiguration système et une reconfiguration en lois de commandes,
- l'emploi du principe de dissimilarité : qui signifie l'utilisation d'équipements redondants, de conception et/ou de réalisation différentes. Ainsi l'A380 utilise deux types d'actionneurs et tous les avions Airbus recourent à deux sortes de calculateurs (primaires et secondaires). Les parties "hardware" et "software" sont différentes et ne sont pas développées par les mêmes équipes. La dissimilarité concerne également la ségrégation des routes des circuits hydrauliques et électriques ainsi que celle de l'installation physique des calculateurs.

La tolérance aux pannes repose donc fortement sur la redondance matérielle et sur la dissimilarité. Les systèmes de reconfiguration, et donc de fonctionnement en mode dégradé, permettent également une tolérance envers les défaillances. La détection de pannes s'effectue grâce à des tests de cohérence et de consistance. Par exemple, le même signal peut être calculé dans des équipements redondants et la comparaison des deux signaux par une logique de seuil et de temps de confirmation permet d'exhiber une panne.

I.3 Les pannes oscillatoires

Les détections de pannes telles que l'embarquement ou le grippage sont des cas traités dans la littérature [Briere *et al.*, 1993, Chen et Jiang, 2005, Varga, 2007], par contre les pannes oscillatoires (ou OFC : Oscillatory Failure Cases) n'ont été étudiées que beaucoup plus récemment [Giessler, 1998, Garcia *et al.*, 2009, Goupil, 2011]. Les travaux présentés dans cette thèse traiteront exclusivement de la détection de cas de pannes OFC.

Origine

D'une manière générale dans ce travail de thèse, seules sont considérées les pannes oscillatoires qui correspondent à tout dysfonctionnement du système CDVE entraînant une oscillation intempestive d'une seule gouverne. Plus précisément, nous nous intéressons aux sources de pannes situées dans la chaîne d'asservissement en position des gouvernes : l'ordre loi est considéré comme correct car surveillé par ailleurs, donc toute oscillation est de sa part une réponse de la loi de pilotage à une perturbation (par exemple une turbulence) ou à une demande du pilote ou du pilote automatique (PA). Les OFC ont de multiples origines : il peut s'agir des composants intervenants dans les ANI (ANalogic Input) ou les ANO (ANalogic Output), des capteurs de position et éventuellement de la connectique et du câblage, ainsi que des calculateurs de vol ou de la rupture d'une pièce mécanique dans l'actionneur. Toutes ces sources conduisent à une oscillation non souhaitée du courant de commande envoyé à l'actionneur. Pour plus de détails se reporter à la figure I.5 . Pour l'A380, il faut également tenir compte des pannes provenant des EHA (Electro Hydrostatic Actuator) et des EBHA (Electrical Backup Hydraulic Actuator, servocommande classique pouvant basculer en un mode spécifique EHA) qui comportent un boîtier électronique susceptible de générer une panne oscillatoire.

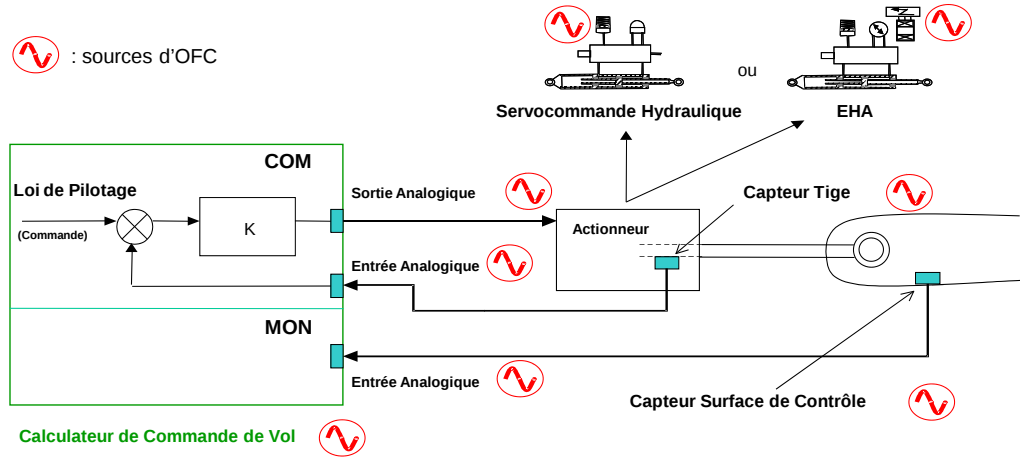


Figure I.5 – Localisation des sources de pannes oscillatoires dans la chaîne d'asservissement de la gouverne

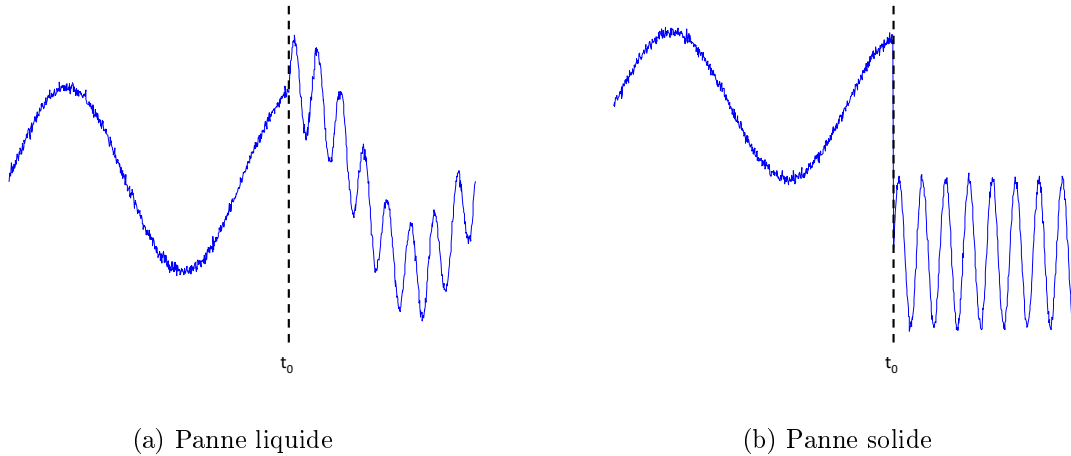


Figure I.6 – Types de pannes oscillatoires

Caractéristiques

Une panne oscillatoire, une fois apparue dans la boucle d'asservissement, peut se présenter de deux manières. Elle est dite "liquide" (ou additive) lorsque le signal perturbateur vient s'ajouter au signal de fonctionnement normal, et elle est dite "solide" (ou substitutive) lorsque le signal perturbateur se substitue au signal normal, voir figure I.6 . Du point de vue fréquentiel, les pannes oscillatoires sont uniformément réparties sur le domaine $[0 - 10Hz]$, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de fréquences privilégiées pour l'apparition

de ces pannes. En effet au-delà de $10Hz$, on considère que les pannes n'ont aucune conséquence du fait de la bande passante de l'actionneur qui atténue leurs effets. Pour ce qui est de l'amplitude, il n'y a pas non plus de valeurs privilégiées. Toutefois, il existe une limitation en vitesse de déplacement de la gouverne prévue dans l'asservissement pour tenir compte des limitations physiques des actionneurs. Donc la vitesse V (ou pente) maximale qui limite le déplacement de la gouverne donne dans le cas d'une oscillation triangulaire (cas le plus dimensionnant) $V = \frac{2A}{T/2} = 4Af \Rightarrow A = \frac{V}{4f}$. V étant fixée, l'amplitude maximale A de déplacement de la gouverne dépend alors de la fréquence f dudit déplacement ; donc l'amplitude du débattement de la gouverne est limité pour des fréquences élevées.

Un autre paramètre à considérer est la probabilité d'occurrence de ce type de panne. Ceci permet d'évaluer l'efficacité et les performances que doit satisfaire la méthode de détection. En effet, dans notre cas, les pannes oscillatoires ont une probabilité d'occurrence $\mathcal{P}_{OC}$ assez faible, ce qui signifie que c'est un phénomène très rare. Cependant, lorsqu'elles surviennent, elles doivent être détectées rapidement : on cherche à ce que la probabilité qu'un panne survienne et qu'elle ne soit pas détectée inférieure à $10^{-9}h^{-1}$. Étant donné que la probabilité d'occurrence des pannes est $\mathcal{P}_{OC}$ ¹, il est alors possible de calculer une probabilité de non-détection $\mathcal{P}_{ND}$. Il faut également garantir une probabilité de fausses alarmes $\mathcal{P}_{FA}$ ne dégradant pas le temps moyen entre défaillances (MTBF : Mean Time Between Failure) du calculateur.

Conséquences

La capacité à détecter rapidement ce type de pannes est très importante car elle a un impact sur la conception structurelle de l'aéronef. En effet, l'avion est conçu pour absorber une certaine enveloppe de charge. Il faut garantir grâce à des surveillances adaptées, la préservation de cette enveloppe. En effet, l'occurrence d'une panne entraîne des charges qui font sortir l'avion de son enveloppe de dimensionnement. Si cela ne peut être garanti, il faut renforcer la structure de l'avion, c'est-à-dire l'alourdir, au détriment de ses performances, c'est-à-dire son rayon d'action, son confort et son impact environnemental à travers sa consommation, son empreinte sonore et les matériaux utilisés pour sa fabrication.

Trois types de conséquences majeures peuvent être distinguées :

- **Conséquences au niveau des charges** : De manière générale, les pannes dans les CDVE (embarquement de la gouverne, grippage de la gouverne, dégradation de la dynamique (due à une fuite hydraulique par exemple), perte de lois spécifiques telles la Manoeuvre Load Alleviation (MLA) ou la Gust Load Alleviation (GLA), qui sont des lois permettant d'alléger les charges sur la structure lors de manœuvres excessives ou de rafales de vent) ont des conséquences sur les charges structurales. En effet, lors de la conception de l'avion, le dimensionnement de la structure est étudié pour absorber un certain nombre de vibrations, lui garantissant une enveloppe de charge, voir [Besch *et al.*, 1996]. Afin de ne pas endommager la structure, il est

1. Pour des raisons de confidentialité, les valeurs des diverses probabilités ne seront pas communiquées dans ce document.

nécessaire de mettre en place des surveillances pour éviter que certaines de ces pannes ne fassent sortir l'avion de cette enveloppe de charge sûre.

- **Conséquence au niveau de l'aéroélasticité** : En plus des interactions avec les charges décrites précédemment pour tous types de pannes, les pannes oscillatoires peuvent engendrer des phénomènes liés à l'aéroélasticité de la structure. En effet, couplées au comportement aéro-élastique de l'aéronef, les OFC peuvent conduire à des charges inacceptables ou des vibrations, qui dans le pire cas entraînent la résonance avec les modes naturels de l'avion. Ce pire cas est très peu probable mais il est impossible de démontrer qu'il ne se produira pas, il doit donc être couvert. Les surveillances usuelles ne garantissent pas que l'enveloppe de charges acceptables soit respectée pour de telles pannes. Une surveillance spécifique des pannes oscillatoires doit être effectuée en tenant compte de la fréquence de ces pannes.

Dimensionnement de la surveillance

Fondamentalement, durant tous les vols, un niveau standard de sécurité doit être maintenu même en présence de panne. En accord avec la réglementation CS.25302 [FAR/CS25, 2003], lorsque le système passe en situation de défaillance, deux cas sont à prendre en compte :

- Au temps d'apparition de la panne (ToO : Time of Occurrence) et immédiatement après, les charges (incluant celles dues aux actions correctives du pilote) sont déterminées pour un avion sous conditions normales de vol avec un facteur en Nz de 1-g . Ces charges multipliées par un facteur de sécurité (FS : Factor of Safety) dépendant de la probabilité d'apparition de la panne (I.7a) représentent les charges maximales prises en compte lors de la fabrication de l'avion. Pour la certification d'un avion, le ToO impose que les pannes soient détectées et passivées rapidement, mais à des niveaux non-contrainants.
- Pour la poursuite du vol (CoF : Continuation of Flight) : la défaillance est considérée présente jusqu'à la fin du vol, les charges peuvent alors être calculées de la même manière que dans le cas non défaillant, en prenant en compte les charges dues aux différentes manœuvres de l'avion ainsi que celles dues aux différentes perturbations atmosphériques. En d'autres termes ces charges peuvent être déterminées en ajoutant celles dues à la défaillance et celles prévues dans le cahier des charges lors de la conception de l'avion. Dans ce cas là chaque partie de la structure doit être conçue pour pouvoir supporter les charges prédéfinies lors de la construction, multipliées là aussi par un autre facteur de sécurité dépendant de la probabilité de se trouver dans cet état de panne (I.7b). Pour la certification d'un avion, à l'inverse du ToO, le CoF permet de voler avec des pannes , qui doivent cependant être détectées et passivées mais plus de temps est alloué à cette surveillance.

Pour satisfaire ces deux requêtes nécessaires à la certification d'un avion, deux surveillances en parallèles pourraient être mises en place pour couvrir les exigences voulues. Cependant, une seule surveillance est élaborée : pour prendre en compte les demandes du ToO et du CoF, elle doit concrètement être capable de détecter de faibles pannes (CoF) en un minimum de temps (ToO). Ce sera le leitmotiv des travaux menés dans cette thèse.

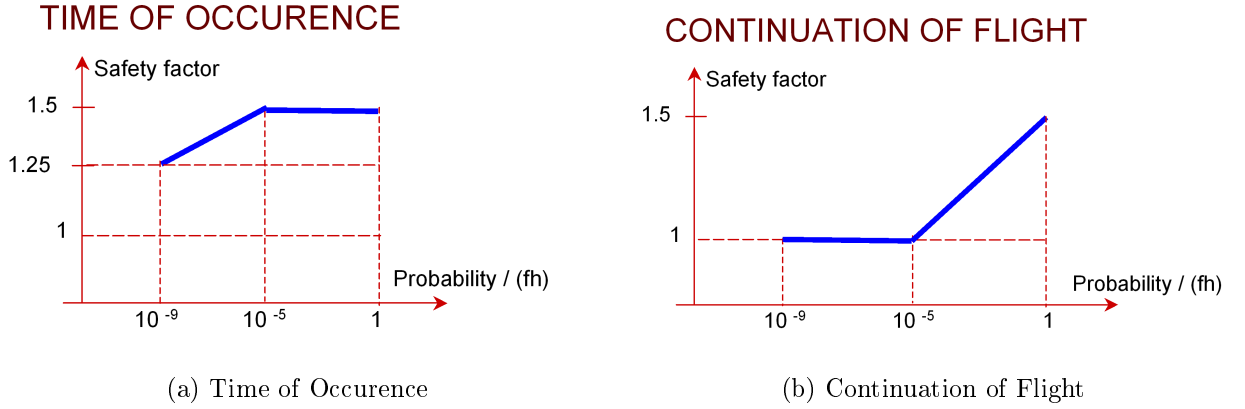


Figure I.7 – Facteur de Sécurité

Remarque 1. Dans notre cas, les pannes étant oscillatoires avec une fréquence inconnue a priori, on ne cherchera pas à détecter les pannes en un temps minimum, mais en un minimum de cycles ou périodes, au-delà d'une amplitude minimum.

I.4 État de l'art sur la détection des pannes oscillatoires dans la gamme Airbus

Le phénomène des pannes oscillatoires a commencé à être analysé et traité lorsque les commandes de vol mécaniques ont laissé place à des commandes de vol de plus en plus électriques. De part leur origine, elles n'ont pas de sens sur un aéronef à commandes de vols mécaniques. Pour le programme Single Aisle (SA), et pour les programmes suivants : A340-LR (Long Range), A340-WBI (Wing Box Insert) et A380, des méthodes de détection, que l'on présente ci-dessous, ont été utilisées.

I.4.1 A320 - Famille SA

Ce programme n'est pas concerné par le problème des OFC. Par contre, une surveillance est chargée de couvrir le cas de désancrage d'un actionneur qui se traduit par des oscillations localisées en fréquence. Le dispositif utilisé consiste à repérer les extremums de la position (un maximum en front montant et un minimum en front descendant) et un dépassement de seuil à partir d'un extremum. Il permet une détection quelque soit la composante continue de la gouverne [Goupil, 2007b].

I.4.2 A340-LR

Pour cet avion, la bande passante des lois de pilotage est distincte de la bande fréquentielle à surveiller (à partir de $1,5Hz$), il n'y a pas de recouvrement. De plus, ces ordres sont filtrés au-delà de $1Hz$ par un filtre de Tchebyscheff, ce qui atténue l'effet d'éventuelles pannes présentes sur l'ordre. Pour détecter des pannes oscillatoires au-delà de $1,5Hz$, il

suffit donc de surveiller la position de la gouverne. En récupérant l'information issue du capteur de position, le signal est filtré puis un comptage est effectué sur le nombre de dépassements successifs et alternés de ce signal par rapport à un seuil de détection et ce pendant un temps donné. Au-delà d'un certain nombre de dépassements, il est considéré qu'une oscillation est présente [Goupil et Traverse, 2008].

I.4.3 A340-WBI

Sur cet avion, la problématique est plus complexe que sur la famille Long Range. D'une part, les fréquences des modes souples sont plus proches des modes de l'avion rigide et d'autre part, les niveaux à détecter sont plus faibles. La mise en place de lois de pilotage dites COVAS (COMmande du Vol de l'Avion Souple), [Kubica *et al.*, 1995], tenant compte de la souplesse de l'avion, ont entraîné la suppression des filtres de Tchebyscheff. La loi amortissant les premiers modes souples génère des ordres oscillants à des fréquences pour lesquelles des pannes doivent être détectées. Il y a donc recouvrement entre les deux domaines fréquentiels, celui des lois et celui des pannes. La solution retenue sur les A340-LR ne peut être appliquée car elle ne permet pas de discriminer une panne oscillatoire d'une réponse de la loi hors panne (qui peut osciller pour contrer des mouvements turbulents, par exemple).

La solution retenue sur les FCPC (Flight Control Primary Computer) consiste à surveiller une tension particulière, dite "tension de référence" V_{ref} , calculée à partir de l'acquisition des signaux capteurs de retour de position, qui a la propriété de ne jamais osciller sauf en cas de panne. Concernant les autres sources de pannes, les ANO oscillent à très haute fréquence et les oscillations générées par les ANI apparaissent sur la V_{ref} . Pour détecter les pannes oscillatoires, le système de comptage utilisé sur A340-LR est appliqué sur cette tension. Sur les FCSC (Flight Control Secondary Computer), où l'acquisition des signaux est différente (échantillonnage Delta-Sigma), la solution type A340 a été appliquée car les surveillances ne s'effectuent que dans des cas bien particuliers non problématiques.

I.4.4 A380

I.4.4.1 Problématique A380

Sur cet avion, le mode d'acquisition des signaux capteurs (échantillonnage Delta-Sigma) diffère du FCPC WBI mais une surveillance des oscillations de la V_{ref} reste possible en pratique. Cependant, il n'est pas garanti que cette tension oscille en présence d'une panne oscillatoire. Tout comme il n'est pas garanti que les modes de défaillance des ANO et des ANI se traduisent par une oscillation de la V_{ref} . Il ne faut pas considérer, comme sur le WBI, que les ANO oscillent à très haute fréquence en mode défaillant. S'ils oscillent à basse fréquence, la seule surveillance de la V_{ref} ne peut suffire. Enfin, l'A380 est équipé d'actionneurs d'un nouveau type (EHA et EBHA) comprenant un boîtier électronique source de panne oscillatoire, dans un domaine de fréquence qui reste à caractériser. En définitive, la solution appliquée au programme WBI n'est pas satisfaisante pour l'A380, car il y a de nouvelles sources de pannes et pas de garanties quant à la mise en évidence des pannes oscillatoires par la V_{ref} .

Bien que les modes souples de l'A380 soient plus élevés en fréquence que sur le WBI, les lois de pilotage pourront tout de même générer des ordres oscillants dans le domaine fréquentiel à surveiller : par exemple, des lois "confort" sont prévues sur certaines surfaces, le LAF (Load Alleviation Function) se situe autour de 1 Hz, etc... La solution retenue sur le programme Long Range ne peut donc pas être appliquée. Enfin, les niveaux à détecter sont plus faibles que sur les programmes antérieurs.

C'est pourquoi il était nécessaire de s'orienter vers de nouvelles méthodes, l'idéal étant de s'affranchir complètement du système d'acquisition et de génération du calculateur (nous avons vu que ce n'était pas le cas sur le WBI), de ses défaillances, et également de l'évolution de l'ordre loi (la dynamique et l'amplitude des ordres loi hors panne interférant avec la dynamique et l'amplitude des pannes que l'on cherche à couvrir). La méthode retenue pour cette surveillance se décompose en deux étapes majeures [Goupil, 2007a, Goupil, 2010] :

- La génération d'un signal indicateur de défauts ou **résidu**, qui représente l'écart entre le fonctionnement réel et le fonctionnement idéal du système,
- La détection de la panne sur le résidu et la prise de décision.

I.4.4.2 Génération de résidus par redondance analytique

D'une manière générale, le cadre des méthodes de détection et localisation de défauts (FDI : Fault Detection and Isolation) est utilisé ici. Suite à des études préalablement menées [Blondin, 2001], une méthode de génération de résidus en boucle ouverte a été retenue. La méthode de redondance analytique à base de modèles a été retenue [Goupil, 2010] : cette méthode est implémentée à bord des appareils A380. La position réelle d'une gouverne, ou la position réelle de la tige de la servocommande associée, est comparée avec une position estimée par un modèle comportemental excité en entrée par une commande issue des lois de pilotage. Le résidu représente donc la différence entre la position réelle et la position estimée. En fonctionnement normal, le résidu est donc constitué principalement d'un bruit de modélisation (erreur due à l'imperfection du modèle) et plus faiblement d'un bruit de capteurs. Si une panne oscillatoire apparaît dans la boucle d'asservissement, elle ne sera pas modélisée et sera donc exhibée sur le résidu. L'application de cette méthode repose sur l'hypothèse, précédemment évoquée, selon laquelle l'ordre loi est correct et que ses seules oscillations (lois "confort", ...) sont les réactions des lois de pilotages à des perturbations quelconques (turbulence, ...). Cette méthode répond donc bien à l'objectif évoqué dans le paragraphe précédent puisque qu'elle fournit une estimation de la position de la gouverne, que l'on espère la plus fidèle possible, indépendamment du comportement du système d'acquisition, du calculateur et du type de lois (lois "confort" dans le domaine fréquentiel à surveiller, etc...).

Le modèle mathématique de l'actionneur, permettant l'estimation de la position de la gouverne, n'est pas explicité ici, mais le sera plus en détails dans le chapitre III.

Compte tenu des deux types de pannes oscillatoires préalablement décrits (liquide et solide), la génération de résidu donne lieu à deux classes de résidus. Soit $y(t)$ la position tige issue du capteur et $\hat{y}(t)$ son estimation par le modèle. Dans le cas d'une panne liquide, un signal de panne $OFC(t)$ peut venir s'ajouter, au signal du capteur, le résidu s'écrit

alors :

$$r(t) = y(t) + OFC(t) - \hat{y}(t) \quad (I.1)$$

$$= e(t) + OFC(t) \quad (I.2)$$

Avec $e(t)$ l'erreur de modélisation. Sous l'hypothèse que le modèle reproduit bien le comportement de l'actionneur alors $e(t)$ est de faible énergie et la panne $OFC(t)$ apparaît distinctement sur le résidu, comme illustré sur la figure I.8a. Dans le cas d'une panne solide, la panne se substituant totalement à la position, le résidu est :

$$r(t) = OFC(t) - \hat{y}(t) \quad (I.3)$$

La forme du résidu est donc plus complexe, puisque la panne vient se mélanger à la position estimée. Sur la figure I.8b, qui illustre ce cas, on a considéré que l'ordre loi restait le même après l'apparition de la panne, et la position estimée évolue comme en l'absence de panne. C'est une simplification car, en réalité, suivant la fréquence et l'amplitude de la panne, celle-ci peut avoir un impact sur le comportement de l'avion et donc faire réagir les lois de pilotage. En théorie l'ordre peut donc évoluer après l'apparition de la panne.

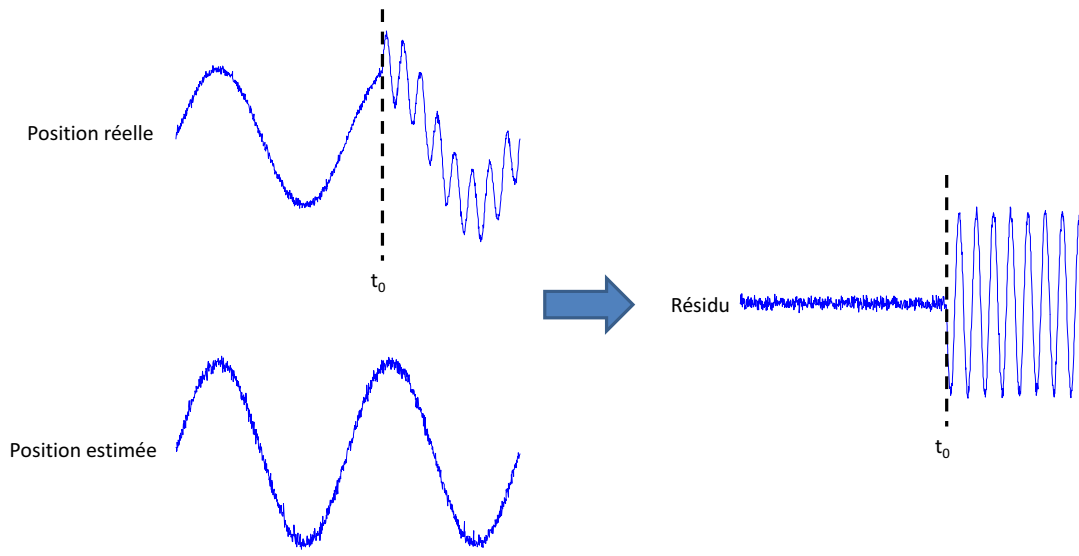
Une fois le résidu formé, une étape d'analyse doit permettre de décider de la présence ou non d'une panne.

I.4.4.3 Critère de détection : comptage des oscillations

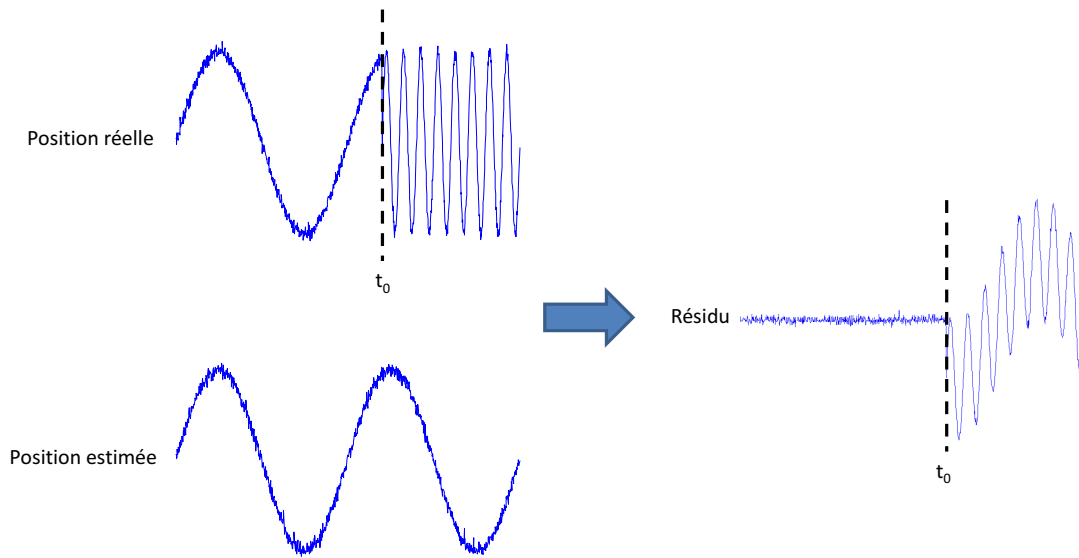
La détection de la panne s'effectue sur le résidu en comptant tout simplement ses oscillations. Une comptabilisation des dépassements successifs et alternés d'un seuil correspondant à l'amplitude minimale que l'on souhaite détecter au sein d'une fenêtre temporelle glissante, est réalisée. Ainsi sont comptabilisées des demi-périodes d'oscillations. Lorsque le nombre de périodes voulu est atteint, la surveillance indique la présence d'une panne. Ce type de comptage est déjà utilisé sur les familles SA et LR, mais sur des signaux différents (par exemple, la position d'une gouverne). Il est applicable à condition que le résidu soit de puissance suffisamment faible comparé aux niveaux des pannes à détecter et que la panne oscille de quelque manière que ce soit (sinusoïdale, triangulaire, créneau, etc...). Il présente l'avantage d'être très simple du point de vue algorithmique donc peu consommateur en temps de calcul.

Pré-traitement des résidus

Il est possible d'affiner la méthode de comptage par un pré-traitement du résidu. D'une part, les contraintes structurales peuvent imposer de détecter des niveaux de pannes différents en fonction de la fréquence. Un découpage du résidu en sous-bandes permet ainsi de fixer des seuils différents dans chaque bande, ce qui correspond bien à une réalité au niveau des charges avion. D'autre part, dans chaque sous-bande la puissance du résidu est diminuée, puisque l'on se restreint à un horizon fréquentiel plus faible, ce qui augmente la robustesse de la méthode. De plus, le dispositif de comptage comporte un compteur qui s'incrémente à chaque dépassement de seuil (un dépassement de seuil $+S$ (resp. $-S$) est comptabilisé s'il est précédé d'un dépassement de seuil opposé $-S$ (resp. $+S$)). Le compteur est décrémenté au bout d'un temps correspondant à la fréquence minimale à



(a) dans le cas d'une panne liquide



(b) dans le cas d'une panne solide

Figure I.8 – Génération de résidus

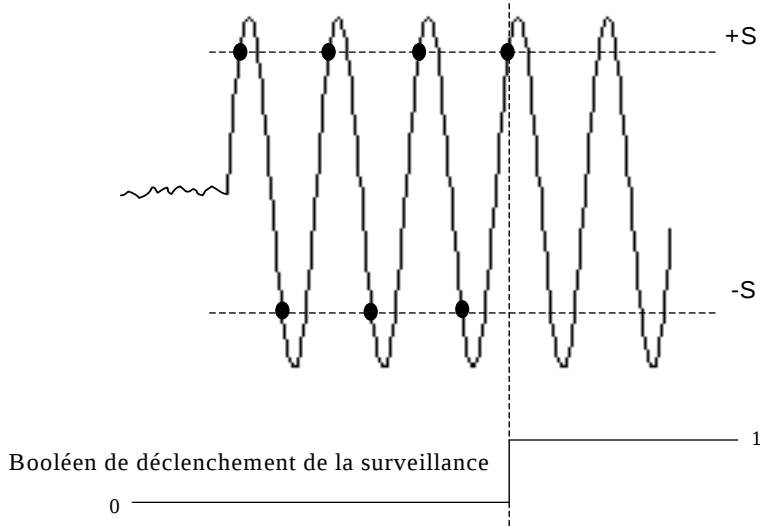


Figure I.9 – Comptage des oscillations sur le résidu en cas de panne liquide

partir de laquelle on souhaite compter les oscillations. Cette opération permet d'éviter de comptabiliser des dépassements transitoires et permet de filtrer les très basses fréquences pour lesquelles on ne souhaite pas détecter. Le travail en sous-bandes permet d'adapter la fréquence minimale de détection à chaque sous-bande et donc de renforcer la robustesse (plus on monte vers les hautes fréquences, plus le compteur est rapidement décrémenté et plus les transitoires seront rapidement éliminés). Les filtres utilisés sont des filtres numériques de type récursif permettant une meilleure sélectivité et un retard moindre que les filtres non récursifs [Bellanger, 1981, Goupil, 2002]. Après étude de ces filtres, une décomposition en plusieurs sous-bandes est choisie pour chaque type de gouvernes. Le comptage effectif des oscillations s'opère dans chaque sous-bande.

Détection panne liquide

Dans ce cas, le résidu est uniquement formé du signal de panne sinusoïdal mélangé au bruit de modélisation, voir figure I.8a. Après filtrage, le résidu est de moyenne nulle car la composante continue est éliminée par le filtrage en sous bandes de fréquence. Le comptage se fait donc autour de 0, comme le montre la figure I.9. Par exemple, il peut-être requis de détecter des pannes en trois périodes.

Remarque 2. *Pour un comptage, par exemple en trois périodes, par principe, lorsqu'on arrive à la troisième période la panne est en fait apparue depuis un peu plus de trois périodes. Ce décalage est dû à un retard à la détection (temps mis par la panne pour atteindre une première fois le seuil), et correspond approximativement à $1/8$ de période.*

Détection panne solide

Ce cas est plus complexe que le précédent : comme le résidu est formé de la panne mélangée à l'opposé de la position estimée, un comptage autour de 0 ne permet pas de détecter la panne. La solution consiste dans ce cas à compter les oscillations autour de **l'opposé de la position estimée**, comme l'illustre la figure I.10, toujours pour une

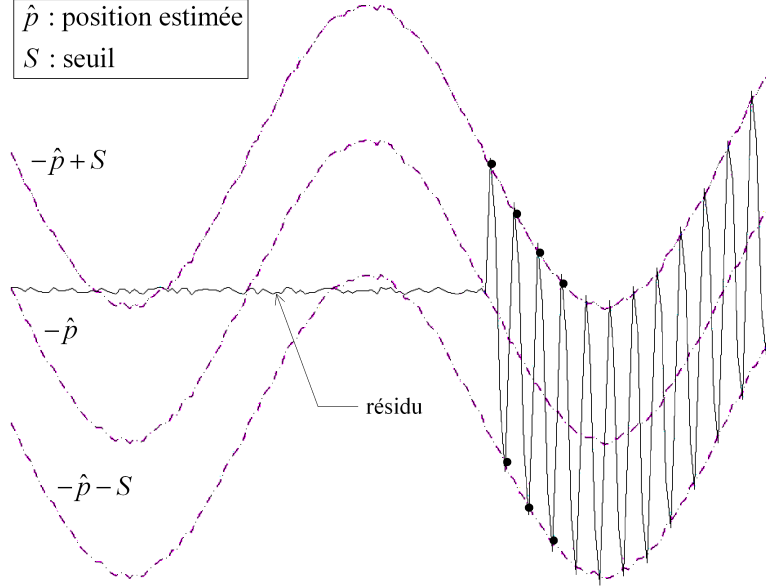


Figure I.10 – Comptage des oscillations sur le résidu en cas de panne solide

détection en trois périodes. Étant donné que l'on traite un résidu par sous-bande, il faut compter les oscillations autour de l'opposé de la position estimée filtrée dans la bande correspondante.

Remarque 3. Cependant, en l'absence de panne, si le résidu est de faible puissance et que les lois de pilotage font osciller la position, le dispositif de comptage va comptabiliser les franchissements de seuils par le résidu, autour de la position estimée, voir figure I.11. Il y a un risque de déclencher une fausse alarme. Pour éviter ce phénomène, un critère sur la puissance du résidu est ajouté : ainsi lorsqu'une panne est présente, la puissance du résidu est plus importante qu'en l'absence de panne I.8b. Il suffit donc d'estimer la puissance du résidu par fenêtre glissante. Lorsque cette valeur dépasse un certain seuil pendant un certain temps et que simultanément des oscillations sont détectées, on indique la présence d'une panne. La largeur de la fenêtre glissante correspond à la période de la plus haute fréquence de la bande spectrale surveillée et le temps de confirmation est le temps de confirmation requis moins une période, afin de ne pas entraîner de retard dans la détection. Le seuil en énergie correspond à la puissance minimale, dans une fenêtre de la largeur choisie, d'une sinusoïde calculée pour toutes les fréquences de la bande surveillée, d'amplitude égale au seuil de détection.

En conclusion, comme évidemment la nature de la panne à détecter n'est *a priori* pas connue, il faut procéder aux deux types de comptage simultanément. Dans le cas d'une panne solide, le comptage type panne liquide ne déclenchera pas, ou alors plus tardivement. En l'absence de panne, aucun des deux dispositifs ne doit déclencher. L'ensemble du traitement peut être résumé dans la figure I.12. Si l'un des types de comptage (liquide ou solide) détecte une oscillation alors une reconfiguration est effectuée : la chaîne d'asservissement défectueuse est passivée et la seconde chaîne d'asservissement, en attente, passe du statut passif à actif afin de contrôler la gouverne.

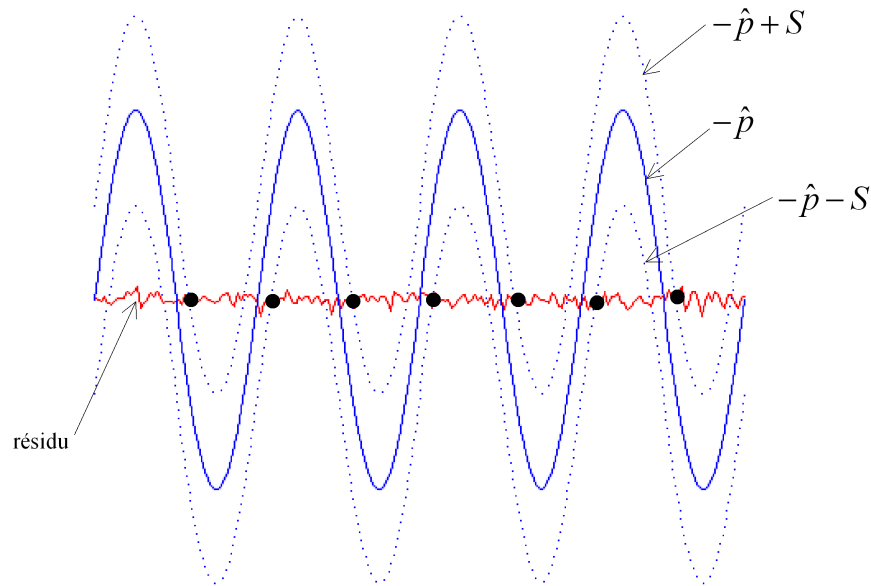


Figure I.11 – Risque de fausse alarme du dispositif de comptage de panne solide

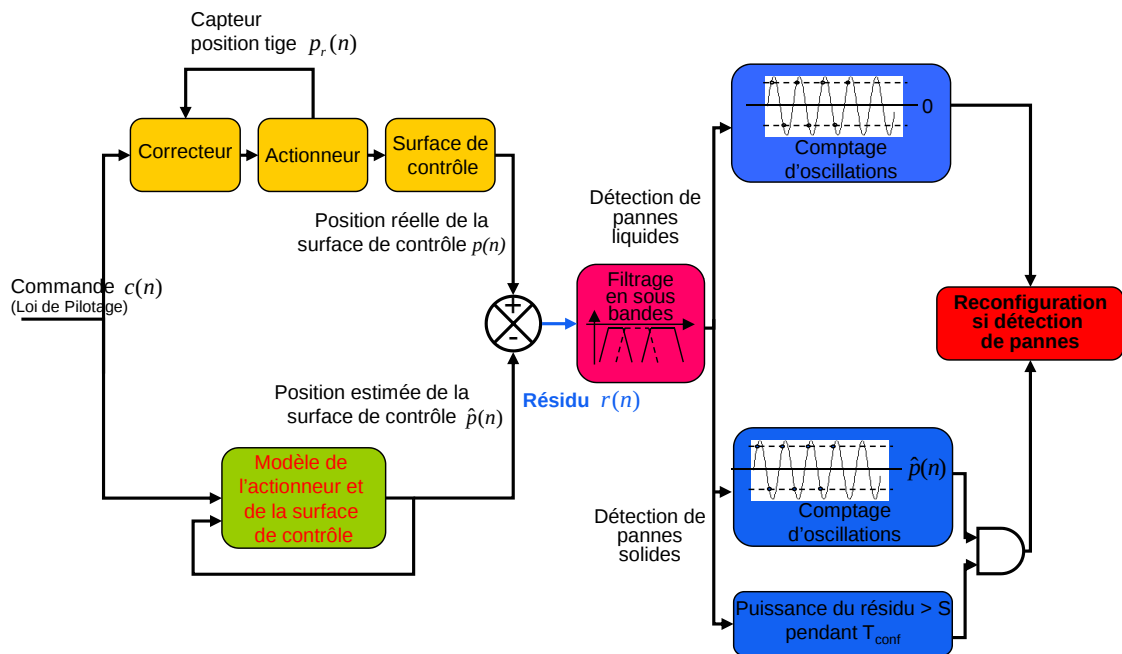


Figure I.12 – Schéma de principe de la méthode de surveillance des pannes oscillatoires

I.5 Challenge pour les nouvelles générations d'avions

Pour les années à venir des questions environnementales (pollution atmosphérique et sonore,...), vont essentiellement être au cœur des nouveaux programmes. De ce fait les enjeux majeurs auxquels les constructeurs devront répondre sont principalement :

- La prise de conscience des conséquences des activités humaines sur l'environnement conduit à une volonté de réduire l'impact environnemental du transport aérien. Ainsi, Airbus ambitionne de développer un avion plus "vert" et plus performant tout en réduisant ses émissions de gaz à effet de serre et son empreinte sonore.
- Le développement de produits d'un coût abordable afin de satisfaire les exigences de déplacement du plus grand nombre.
- L'introduction de plus en plus d'automatisation des systèmes pour diminuer la charge de travail des pilotes afin qu'ils se concentrent encore plus vers leur tâche de gestion du vol.

La prise en compte de ces différents enjeux conduit à faire évoluer les pratiques FDI et FTC (Fault Tolerant Control). De façon générale, les conséquences d'une panne du système de commandes de vol, à caractéristique équivalente, sur une structure optimisée sont augmentées. Concrètement, cela signifie qu'il faut être capable d'améliorer les performances des techniques de détection de pannes, tout en gardant une bonne robustesse compatible avec des contraintes opérationnelles et qui ne dégradent pas l'architecture des commandes de vol.

I.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous nous sommes intéressés aux pannes des systèmes de commandes de vol pouvant générer des charges qui peuvent aller au-delà de l'enveloppe de dimensionnement et qui ont donc un impact sur le design structural de l'aéronef. Nous nous sommes focalisés sur les pannes dites oscillatoires qui provoquent des oscillations intempestives des surfaces de contrôle, affectant l'aéroélasticité et la pilotabilité. Notons que (comme on le verra au chapitre III), les techniques classiques de type détection synchrone ou corrélation directe ne peuvent pas être appliquées à cette problématique étant donné que les caractéristiques du signal à détecter (fréquence et amplitude) ne sont pas connus *a priori*. La technique actuellement implémentée à bord des appareils A380 pour détecter ce type de panne a été brièvement décrite. Il s'agit d'une technique à base de modèle fonctionnant en boucle ouverte. L'amélioration de cette technique de génération de résidu peut être envisagée en adoptant des techniques à base de modèle en boucle fermée ou des méthodes adaptatives. C'est dans ce cadre que s'inscrivent nos travaux et les développements ultérieurs qui seront présentés dans les deux chapitres suivants.

Chapitre II

Approche analytique en Détection et Localisation de Défauts

Ce chapitre a pour but de présenter rapidement certaines techniques de diagnostic analytique à base de variables externes et internes. Comme nous l'avons souligné, ce thème a connu un essor important depuis ces dernières années et à fait l'objet d'un nombre très important de publications¹, voir par exemple les références dans [Zolghadri, 2011]. Cette présentation sera donc forcément incomplète. L'objectif est après avoir présenté les principes et quelques techniques de base, de s'attarder plus spécifiquement sur le filtrage non linéaire local, qui sera finalement retenu pour résoudre la problématique de la thèse.

II.1 Problématique générale

L'aptitude à diagnostiquer l'état de santé d'un processus est devenue une préoccupation majeure dans la conception des systèmes automatisés. De façon générale, la fonction de surveillance est définie comme l'ensemble des actions mises en œuvre afin de détecter, caractériser et localiser tout phénomène anormal affectant le comportement d'un système. La recherche dans ce domaine s'est fortement développée depuis les années 1970 dans différentes communautés : intelligence artificielle, automatique, décision statistique [de Kleer *et al.*, 1992, Basseville et Nikiforov, 1993, Brodsky et Darkhovsky, 2000, Biswas *et al.*, 2004, Isermann, 2006]. Les premiers travaux remontent au début des années 70 : il s'agit des travaux de [Beard *et al.*, 1971, Jones, 1973] sur la synthèse des filtres détecteurs. Depuis leur essor a été considérable au sein de la communauté Automatique : voir par exemple [Blanke *et al.*, 2003, Venkatasubramanian *et al.*, 2003a, Venkatasubramanian *et al.*, 2003b, Venkatasubramanian *et al.*, 2003c, Ding, 2008, Hwang *et al.*, 2010].

Les approches classiques reposent essentiellement sur l'utilisation des modèles de comportement, à temps continu ou discret, à caractère linéaire, non linéaire ou hybride. Le modèle est utilisé pour la synthèse d'un système de diagnostic et construire des signaux indicateurs de défauts (résidus).

1. Il existe approximativement 4000 publications référencées en "diagnostic", durant la dernière décennie, relevant du champ "science de l'ingénieur" (source "Web of Science").

Le vocable "faute", "défaut", "panne" ou "défaillance" est souvent utilisé pour qualifier le phénomène anormal qui peut être d'origine externe (lié à l'environnement dans lequel le système évolue) ou interne (lié à la modification des caractéristiques d'une ou plusieurs composantes du système) voir [Isermann et Balle, 1997]. Par la suite, nous utiliserons les terminologies "défaut" ou "défaillance"² pour désigner "toute déviation non permise d'au moins une propriété ou d'un paramètre caractéristique" du système surveillé comme dans [Isermann, 1993, Isermann et Balle, 1997]. Les défauts peuvent affecter différentes unités fonctionnelles (organes de mesure, d'action, de commande, ...) du système et conduire à un mauvais fonctionnement de celui-ci. Il peut y avoir des situations où le défaut affectant une unité fonctionnelle n'entraîne pas forcément une déviation non permise du comportement dynamique global du système. Cette situation se produit notamment dans le cas des systèmes commandés en boucle fermée, où par nature, l'effet des défauts de faible amplitude ou basse fréquence sur les variables observées est rapidement compensé sur le comportement entrée/sortie par l'action du régulateur. Il n'en reste pas moins que ce type de défauts doit aussi être détecté et localisé, de façon précoce, pour identifier les composantes incriminées et mettre en place des actions correctives, sous peine d'une propagation incontrôlée vers d'autres éléments fonctionnels du système. L'ensemble des fonctions qui vise à détecter, localiser et caractériser les défauts sont élaborées à partir des techniques dites FDI (Fault Detection and Isolation) [Isermann et Balle, 1997].

Classiquement, trois familles de défaillances sont couramment considérées :

- les défauts des chaînes d'instrumentation/capteurs qui affectent les sorties mesurées du système. Ils sont souvent représentés comme une entrée additive dans l'espace des sorties ;
- les défauts actionneurs qui affectent, de façon additive ou multiplicative, les signaux de commande du système ;
- les défauts agissant sur le procédé, qui se traduisent par une variation anormale des caractéristiques d'un ou plusieurs composants du système. Ces défauts sont le plus souvent de type multiplicatif et dégradent le comportement dynamique du système.

Le principe des techniques de diagnostic basées sur le concept de redondance analytique consiste à estimer, ou reconstruire, les variables dont la déviation en dehors d'une plage de référence autorisée serait révélatrice de l'apparition d'un phénomène anormal. Le fonctionnement estimé est ensuite comparé à un fonctionnement de référence attendu en l'absence de pannes pour former des indicateurs de défauts. Ces indicateurs devant répondre à des critères de robustesse vis-à-vis de variations internes jugées normales, et des perturbations externes. Ils doivent aussi être sensibles à tout phénomène dont l'effet peut être interprété comme un défaut agissant sur le système.

Afin d'estimer, de façon complète ou partielle, les variables internes (états, paramètres) et externes (sorties) du système à surveiller, on est amené à appliquer des techniques d'estimation et de filtrage. Considérons la représentation d'état d'un système physique, à temps discret, perturbé par un bruit d'état (représentant la connaissance imparfaite du modèle)

2. Le terme "défaut" ou "faute" est généralement utilisé pour désigner une anomalie de comportement au sein d'un système physique. Le terme "défaillance", quant à lui, désigne habituellement une anomalie fonctionnelle entraînant une interruption permanente de la capacité du système à assurer une fonction requise dans des conditions opérationnelles spécifiques.

et un bruit d'observation (représentant les bruits de mesure et d'instrumentation) :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} &= f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{v}_k) \\ \mathbf{y}_k &= g(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{w}_k) \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

où f et g peuvent être non linéaires, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$ est le vecteur d'état, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_u}$ le vecteur de commande, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{n_y}$ le vecteur contenant des grandeurs mesurées, $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{n_v}$ et $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{n_w}$ représentent respectivement le bruit d'état et d'observation et $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{n_\theta}$ un vecteur de paramètres, supposé inconnu (partiellement ou complètement).

De façon générale, les résultats d'estimation peuvent être utilisés de deux manières différentes pour surveiller l'état de fonctionnement d'un système.

- Si l'on s'intéresse aux sorties estimées, la démarche consisterait à former des signaux résidus définis par la différence entre les données issues des chaînes de mesures et le vecteur de sorties estimées. On effectue ensuite différents tests sur la séquence d'innovation résultante, qui peut être structurée afin de réaliser les tâches de surveillance.
- Si l'on s'intéresse à la surveillance des variables internes (état et/ou paramètres), il existe des tests de cohérence dans l'espace paramétrique ou l'espace d'état pour conclure sur un changement anormal de comportement.

Notons que si l'on s'intéresse uniquement à la fonction "détection", une solution alternative serait de reconstruire les défauts, plutôt que détecter leur présences à partir des résidus, voir par exemple[Yan et Edwards, 2007].

II.2 Techniques basées sur une formulation explicite des objectifs de diagnostic

Une manière d'aborder le problème de diagnostic est de formuler explicitement les objectifs de robustesse et de sensibilité lors de la synthèse des résidus. Ainsi, idéalement, le vecteur de résidus doit être nul en fonctionnement normal et présenter un changement de comportement statistique significatif en présence d'une défaillance.

Soit $\mathbf{d}$ le vecteur représentant l'ensemble des perturbations et $\mathbf{f}$ celui de l'ensemble des défauts affectant le système et $\mathbf{r}$ le vecteur des résidus. Pour illustrer le concept, considérons que le système à surveiller est commandé en boucle ouverte. Le signal de commande $\mathbf{u}$ est donc parfaitement connu et n'influe pas sur les propriétés du signal indicateur de défauts. Aussi, le résidu $\mathbf{r}$ ne dépend que des vecteurs de perturbations $\mathbf{d}$ et de défaillances $\mathbf{f}$, via une fonction vectorielle $\boldsymbol{\psi}$, telle que :

$$\mathbf{r} = \boldsymbol{\psi}(\mathbf{d}, \mathbf{f}) \quad (\text{II.2})$$

Les objectifs du problème de diagnostic peuvent alors s'exprimer comme :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\psi}(\mathbf{d}, 0) &= \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\psi}(\mathbf{d}, \mathbf{f}) &\neq \mathbf{0} \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

Ces objectifs expriment un découplage parfait entre les effets des perturbations et des défauts. Il est rare que l'on puisse atteindre cet objectif de découplage parfait. Pour

cette raison, la problématique de détection peut être redéfinie comme un problème de découplage approximatif :

$$\begin{cases} \|\psi(\mathbf{d}, 0)\|_p < \alpha \\ \|\psi(\mathbf{d}, \mathbf{f})\|_p > \beta \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

où $\|\cdot\|_p$ avec $p = \{1, 2, \infty\}$ est une norme et où α et β représentent les niveaux respectifs de robustesse vis-à-vis des perturbations $\mathbf{d}$ et de sensibilité vis-à-vis des défauts $\mathbf{f}$.

Autrement dit, d'un point de vue synthèse, le problème consiste à construire des signaux indicateurs de défauts qui soient le plus robuste possible vis-à-vis des entrées inconnues et le plus sensible possible vis-à-vis de tout phénomène dont l'effet peut être interprété comme un défaut agissant sur le système. Il s'agit donc typiquement d'un problème d'optimisation de type min/max.

Qualitativement, le problème de robustesse se traduit par la génération d'un vecteur de résidus $\mathbf{r}$ de telle sorte que le rapport entre une mesure de $\mathbf{r}$ (au sens d'une certaine norme) et une mesure du vecteur des entrées inconnues $\mathbf{d}$ soit minimisé. De même, on peut considérer que la contrainte de sensibilité revient à générer un vecteur de résidus de telle sorte que le rapport entre cette même mesure de l'erreur d'estimation $\mathbf{r}$ et une mesure du vecteur de défaut $\mathbf{f}$ soit maximisé. Ce qui revient à formuler le problème d'optimisation suivant :

$$\begin{cases} \min_{\|\mathbf{d}\| \neq 0} \sup \frac{\|\mathbf{r}\|_2}{\|\mathbf{d}\|_2} \\ \max_{\|\mathbf{f}\| \neq 0} \inf \frac{\|\mathbf{r}\|_2}{\|\mathbf{f}\|_2}, \quad \forall \omega \in \Omega_f \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

où Ω_f est une zone de fréquence spécifiée sur laquelle la sensibilité de $\mathbf{r}$ vis-à-vis de $\mathbf{f}$ doit être atteinte.

En termes d'opérateurs, ces relations sont équivalentes à un problème de min/max qui peut s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{cases} \min \|T_{\mathbf{r}\mathbf{d}}\|_{\infty} \\ \max \|T_{\mathbf{r}\mathbf{f}}\|_{-} \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

où $\|\cdot\|_{\infty}$ représente la norme $\mathcal{H}_{\infty}$, $\|\cdot\|_{-}$ la norme $\mathcal{H}_{-}$ ³, et où $T_{\mathbf{r}\mathbf{d}}$ et $T_{\mathbf{r}\mathbf{f}}$ sont respectivement la matrice de transfert entre $\mathbf{r}$ et $\mathbf{d}$ et la matrice de transfert entre $\mathbf{r}$ et $\mathbf{f}$.

Le problème consiste à générer un résidu tel que :

$$\begin{cases} \sup_{\omega} \bar{\sigma}(T_{\mathbf{r}\mathbf{d}}(j\omega)) < \alpha \\ \inf_{\omega} \underline{\sigma}(T_{\mathbf{r}\mathbf{f}}(j\omega)) > \beta, \quad \forall \omega \in \Omega_f \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

où $\bar{\sigma}$ et $\underline{\sigma}$ représentent respectivement la plus grande et la plus petite valeur singulière.

Idéalement, pour obtenir un bon niveau de détection, le niveau de robustesse α doit être le plus petit possible. A l'inverse, le niveau de sensibilité β (qui assure une sensibilité

3. Notons que $\|\cdot\|_{-}$ n'est pas véritablement une norme, c'est une mesure qui est utilisée pour évaluer la sensibilité vis-à-vis de $\mathbf{f}$ sur une plage fréquentielle spécifiée Ω_f

minimale), doit être le plus grand possible. Ceci conduit à minimiser le critère suivant pour résoudre le problème de détection robuste :

$$J_{+/-} = \frac{\|T_{rd}\|_{\infty}}{\|T_{rf}\|_{-}} \quad (\text{II.8})$$

Parmi le vaste panel des méthodes ou techniques de résolution qui existent dans la littérature pour résoudre ce problème de découplage, nous allons brièvement présenter trois familles de méthodologies fréquemment utilisées. De très bons états de l'art sur l'analyse de ces méthodes peuvent être trouvés dans : [Chen et Patton, 1999, Edelmayer et Bokor, 2000, Frank *et al.*, 2000, Blanke *et al.*, 2003, Isermann, 2005, Isermann, 2006, Ding, 2008, Bokor et Szabó, 2008]. Plusieurs publications et travaux existent dans la littérature qui traitent du problème spécifique du diagnostic pour les systèmes aérospatiaux : [Zolghadri, 1996, Zolghadri, 2000, Zolghadri, 2002, Kurtoglu *et al.*, 2008, Ducard, 2009, Patton *et al.*, 2010, Alcorta-Garcia *et al.*, 2011, Zolghadri *et al.*, 2011]. Par la suite, nous allons nous intéresser aux principales techniques dont l'objectif est d'assurer un certain niveau de découplage et donc un bon compromis entre robustesse et sensibilité en diagnostic. L'approche formalisée la plus ancienne est probablement l'approche à base de projection des relations de redondance dans l'espace de parité (voir [Chow et Willsky, 1984]). Le résidu est généré en projetant les données mesurées dans un espace appartenant au sous espace vectoriel supplémentaire au sous espace vectoriel engendré par les colonnes de la matrice d'observabilité d'ordre réduit (ordre de l'espace de parité). Dans un contexte min/max, cet espace de projection est déterminé de façon à ce que le résidu obtenu soit le plus robuste possible vis-à-vis des entrées inconnues et le plus sensible possible vis-à-vis des défauts. Dans les approches à base d'observateurs (voir par exemple [Chen et Patton, 1999]) tout comme dans une approche par synthèse directe de filtre DLD (voir par exemple [Mangoubi, 1998, Rank et Niemann, 1999, Henry et Zolghadri, 2005]), l'idée est de définir le résidu comme étant la différence entre une combinaison linéaire des sorties et des entrées et leurs estimations respectives, tout en minimisant le critère d'optimisation min/max.

II.2.1 Découplage par projection dans l'espace de parité

La méthode est basée sur l'exploitation de la redondance analytique présente dans les équations d'état lorsque celles-ci sont écrites sur un horizon d'observation s (voir par exemple [Chow et Willsky, 1984]). Considérons le modèle d'état linéaire à temps discret :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} &= A\mathbf{x}_k + B\mathbf{u}_k + E_1\mathbf{d}_k + K_1\mathbf{f}_k \\ \mathbf{y}_k &= C\mathbf{x}_k + D\mathbf{u}_k + E_2\mathbf{d}_k + K_2\mathbf{f}_k \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

où $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_u}$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{n_y}$, $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{n_d}$, $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{n_f}$ sont respectivement les vecteurs d'état, de commande, de mesure, de perturbation et de défaut ; et A, B, C, D sont les matrices d'état du système en fonctionnement normal ; E_1, E_2 représentent les matrices de distribution des entrées inconnues et K_1, K_2 les matrices de distributions des défauts affectant l'équation d'état et l'équation de mesures respectivement.

Sur un horizon d'observation s , les équations d'état peuvent être mises sous la forme :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{y}_{k-s} \\ \mathbf{y}_{k-s+1} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_k \end{pmatrix}}_{\mathbf{y}_{k-s,k}} = \mathcal{OBS} \mathbf{x}_k + \underbrace{\mathcal{COM}_u}_{\mathbf{u}_{k-s,k}} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{u}_{k-s} \\ \mathbf{u}_{k-s+1} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_k \end{pmatrix}}_{\mathbf{u}_{k-s,k}} \quad (II.10)$$

$$+ \underbrace{\mathcal{COM}_d}_{\mathbf{d}_{k-s,k}} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{d}_{k-s} \\ \mathbf{d}_{k-s+1} \\ \vdots \\ \mathbf{d}_k \end{pmatrix}}_{\mathbf{d}_{k-s,k}} + \underbrace{\mathcal{COM}_{f_A}}_{\mathbf{f}_{k-s,k}} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{f}_{k-s} \\ \mathbf{f}_{k-s+1} \\ \vdots \\ \mathbf{f}_k \end{pmatrix}}_{\mathbf{f}_{k-s,k}}$$

où $\mathcal{OBS}$ est la matrice d'observabilité de rang s , $\mathcal{COM}_u$, $\mathcal{COM}_d$ et $\mathcal{COM}_f$ sont respectivement les matrices de Hankel des quadruplés (A, B, C, D) , (A, E_1, C, E_2) et (A, K_1, C, K_2) , voir [Chow et Willsky, 1984]. Le résidu est alors défini par :

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{v}^T (\mathbf{y}_{k-s,k} - \mathcal{COM}_u \mathbf{u}_{k-s,k}) \quad (II.11)$$

où le vecteur de parité $\mathbf{v}$ est construit de telle sorte que :

$$\begin{cases} \mathbf{v}^T \mathcal{COM}_d = 0 \\ \mathbf{v}^T \mathcal{COM}_f \neq 0 \end{cases} \quad (II.12)$$

Les conditions issues de II.12 impliquent un découplage parfait avec les perturbations. Le critère de découplage approximatif revient à minimiser le rapport :

$$J_{+/-} = \frac{\|\mathbf{v}^T \mathcal{COM}_d\|_2}{\|\mathbf{v}^T \mathcal{COM}_f\|_2} \quad (II.13)$$

On montre que ce problème d'optimisation peut être formulé comme un problème de valeurs propres/vecteurs propres généralisés qui peut être résolu à l'aide du théorème de Gantmacher (voir par exemple [Frank, 1990]). Plus précisément, on peut réécrire le critère précédent de la manière suivante :

$$J_{+/-} = \frac{\|\mathbf{w}^T \mathbf{v}_0 \mathcal{COM}_d\|_2}{\|\mathbf{w}^T \mathbf{v}_0 \mathcal{COM}_f\|_2} \quad (II.14)$$

où $\mathbf{v}_0$ est une solution de :

$$\mathbf{v}_0^T \mathcal{OBS} = 0 \quad (II.15)$$

Très souvent, on choisit la solution orthonormale parmi une infinité de solutions possibles. En appliquant le théorème de Gantmacher [Frank, 1990], on trouve ainsi le "sélecteur" optimal $\mathbf{w}^T$, qui fournit la meilleure solution en termes de robustesse vis à vis de $\mathbf{d}$ et de sensibilité vis à vis de $\mathbf{f}$. Les limitations d'une telle approche proviennent essentiellement de la modélisation utilisée, qui ne permet pas de considérer les dynamiques négligées

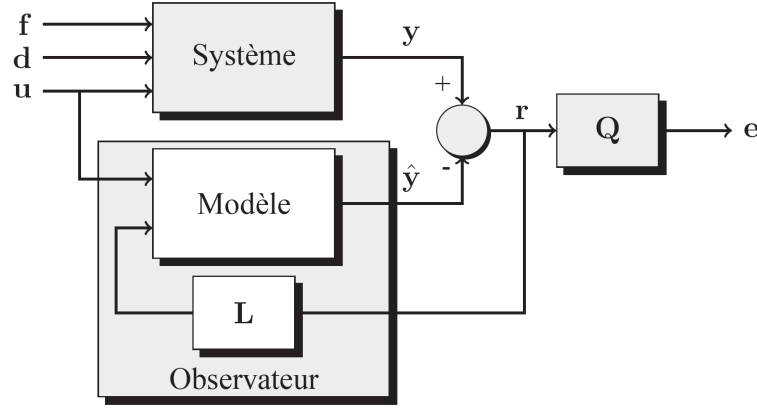


Figure II.1 – Schéma de principe d'un observateur

dans le modèle, ni d'intégrer dans le critère des objectifs sur la dynamique d'évolution du vecteur de résidus. Certains travaux tentent de contourner le problème des dynamiques mal connues et/ou inconnues en utilisant des seuils adaptatifs dans la phase d'évolution des signaux indicateurs de défauts (voir par exemple [Patton, 1997]).

Remarque 4. *Notons qu'il existe une formulation à temps continu de l'espace de parité, voir [Medvedev, 1994].*

II.2.2 Technique à base d'observateurs de diagnostic

Les observateurs de diagnostic sont une des techniques de générations de résidu à base de modèle les plus utilisées et étudiées dans la littérature. Cette technique repose sur la reconstruction complète ou partielle des sorties d'un système, sur la base d'un modèle décrivant le comportement dynamique de ce dernier en situation normale. Le vecteur de résidus est alors formé par la différence entre les sorties mesurées et les sorties estimées. Une défaillance est traduite par un changement de comportement statistique du vecteur de résidus. L'observateur est un modèle parallèle au système avec une contre réaction qui pondère l'écart de sortie. Ce principe de base est illustré sur la figure II.1. Les approches à base d'observateurs apparaissent donc comme une solution attractive pour la mise en place de fonctions de surveillance dès lors que l'on dispose d'un modèle analytique représentant le comportement du système à surveiller. Ces derniers ont fait l'objet d'un grand nombre d'études théoriques et de très bons états de l'art peuvent être trouvés dans la liste non exhaustive des références suivantes [Frank, 1990, Gaddouna *et al.*, 1994, Nuninger *et al.*, 1997, Chen et Patton, 1999, Ding, 2008].

Une technique très répandue pour découpler l'effet des entrées inconnues sur les sorties de l'observateur, correspond à la démarche de synthèse dite UIO (Unknown Input Observer). La reconstruction de l'état d'un système dynamique linéaire dont une partie des entrées n'est pas mesurable a un grand intérêt dans la pratique ; il peut s'agir d'entrées non prises en compte dans la modélisation du système ou de défauts affectant les actionneurs du système. Dans de telles circonstances, un observateur conventionnel, qui exige la connaissance de toutes les entrées, ne peut pas être utilisé directe-

ment. L'observateur à entrées inconnues a été développé pour estimer l'état d'un système, en dépit de l'existence des entrées inconnues ou des perturbations en les éliminant dans les équations d'état. Ce type d'observateurs a suscité l'attention de beaucoup de chercheurs [Hou et Mueller, 1992, Moreno, 2001, Liu et Peng., 2002] et a été appliqué sur de nombreux systèmes réels [Kim *et al.*, 2006, Sotomayor et Odloak., 2005, Marquez et Riaz, 2005].

Considérons le cas d'un système dont le modèle d'état en temps discret est donné par :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} &= A\mathbf{x}_k + B\mathbf{u}_k + R\mathbf{b}_k \\ \mathbf{y}_k &= C\mathbf{x}_k \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

où $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$ est le vecteur d'état, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_u}$ est le vecteur des entrées connues, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{n_b}$, $n_b < n_x$, est le vecteur des entrées inconnues et $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{n_y}$ représente le vecteur des sorties mesurables. A , B et C sont les matrices de la représentation d'état de dimensions appropriées et $R \in \mathbb{R}^{n_x \times n_b}$ est la matrice d'influence des entrées inconnues.

On suppose que la matrice R est de plein rang colonne et que la paire (A, C) est observable. L'objectif est l'estimation complète du vecteur d'état malgré la présence des entrées inconnues $\mathbf{b}$. Ainsi, pour l'observateur d'ordre plein proposé dans [Chen et Patton, 1999] :

$$\begin{cases} \mathbf{z}_{k+1} &= N\mathbf{z}_k + G\mathbf{u}_k + L\mathbf{y}_k \\ \hat{\mathbf{x}}_k &= \mathbf{z}_k - E\mathbf{y}_k \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

l'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro si et seulement si les matrices N , G , L et E de l'observateur vérifient :

$$\begin{cases} P &= I + EC \\ LC &= PA - NP \\ G &= PB \\ PR &= 0 \\ N &\text{stable} \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

La résolution de ces équations fournit les gains de l'observateur à entrées inconnues. La procédure de résolution est la suivante :

$$\begin{cases} P &= I - R(CR)^- C \\ G &= PB \\ N &= PA - KC \\ L &= K - NE \\ N &\text{stable} \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

où le symbole $-$ est utilisé pour désigner l'inverse généralisée. La stabilité de la matrice N peut être assurée par des techniques de placement de valeurs propres (sous réserve que la paire (P, A, C) soit détectable, ce qui revient à une étude de D -stabilité de système au moyen de fonctions de Lyapunov appropriées).

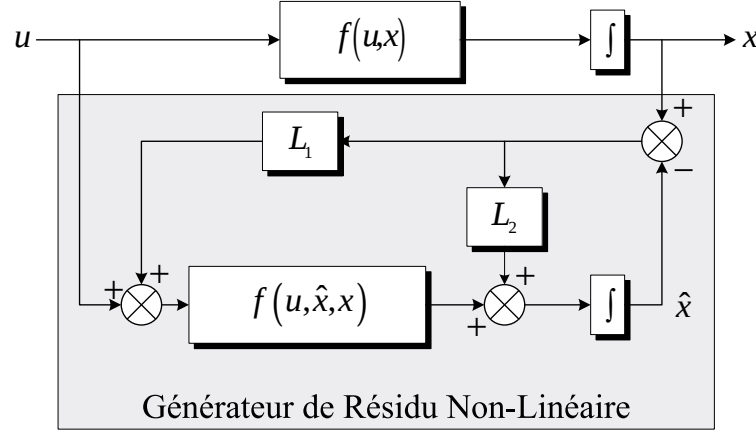


Figure II.2 – Générateur de résidu à base d'observateur non-linéaire

L'état du système II.16 étant reconstruit, on peut alors estimer a posteriori l'entrée inconnue $\mathbf{b}$. Pour cela, on peut (puisque la convergence est garantie) remplacer dans la partie dynamique de II.16 l'état par sa reconstruction, ce qui donne :

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = A\hat{\mathbf{x}}_k + B\mathbf{u}_k + R\mathbf{b}_k \quad (\text{II.20})$$

Sous réserve que la matrice R soit de plein rang colonne, la perturbation est alors estimée par :

$$\hat{\mathbf{b}}_k = (R^T R)^{-1} R^T (\hat{\mathbf{x}}_{k+1} - A\hat{\mathbf{x}}_k - B\mathbf{u}_k) \quad (\text{II.21})$$

Remarque 5. *Observateurs non-linéaires*

Dans le cas général, l'estimation d'état des systèmes non linéaires est un problème difficile et il n'existe pas de méthodes universelles pour la synthèse. Très souvent, les approches employées correspondent à un type particulier de non-linéarité et sont des extensions des techniques linéaires (cas des non-linéarités respectant la condition de Lipschitz par exemple) ou concernent des structures non linéaires particulières pour lesquelles un observateur spécifique peut être construit (système bilinéaire par exemple). Le lecteur pourra consulter [Bokor et Szabó, 2009] pour un aperçu général des approches non linéaires en diagnostic. La référence [Alcorta-Garcia et al., 2011] décrit une approche à base d'un observateur non linéaire appliquée au problème de pannes oscillatoires. Dans cette approche, l'observateur est piloté par deux gains de façon suivante, voir II.2 :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_t &= f(\hat{\mathbf{x}}_t, \mathbf{u}_t + L_1 \tilde{\mathbf{x}}_t) + L_2 \tilde{\mathbf{x}}_t \\ \mathbf{r}_t &= \mathbf{y}_t - \hat{\mathbf{x}}_t \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

Cette technique constitue une approche alternative pour résoudre la problématique abordée dans cette thèse.

Remarque 6. Plus récemment, des techniques basées sur les modes glissants (d'ordre 1 ou supérieur) ont été développées pour reconstruire un vecteur d'entrées inconnues pouvant contenir certains défauts, voir par exemple [Bejarano et Fridman, 2009].

II.2.3 Technique par synthèse directe de filtres de diagnostic

Idéalement, et comme nous l'avons mentionné en début de section II.2, les objectifs de diagnostic peuvent s'exprimer comme un problème de découplage entre les effets de $\mathbf{d}$ et de $\mathbf{f}$ sur $\mathbf{r}$. Un certain nombre de méthodes permettant de résoudre ce problème ont été présentées dans la section précédente. Souvent, les objectifs de découplage parfait ne peuvent pas être atteints d'un point de vue structurel. Dans de telles situations, la répartition des niveaux de robustesse et de sensibilité (découplage approximatif) doit être réalisée selon le contexte d'utilisation et le cahier des charges en diagnostic. Une technique très répandue dans la littérature est basée sur les normes $\mathcal{H}_\infty$ et $\mathcal{H}_-$. Le problème d'estimation consiste à synthétiser un filtre dynamique stable F , tel que $\hat{\mathbf{f}}$ soit une estimation robuste, au sens de la norme $\mathcal{H}_\infty$, du vecteur de défaut $\mathbf{f}$.

Techniques $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$ de génération de résidus La méthode considérée vise à synthétiser un vecteur de résidus structuré $\mathbf{r}$ de telle sorte que l'effet des défauts sur $\mathbf{r}$ soit maximisé au sens de la norme $\mathcal{H}_-$, tout en minimisant l'influence des perturbations endogènes et/ou exogènes au sens de la norme $\mathcal{H}_\infty$. Le vecteur de résidus est alors défini tel que :

$$\begin{cases} \mathbf{r} &= M_y \mathbf{y} + M_u \mathbf{u} - F \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix} \\ \mathbf{u} &= K \mathbf{y} \\ \mathbf{y} &= \mathcal{F}_u(P, \Delta) \begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{f} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

où Δ représente les incertitudes de modèle. M_y et M_u représentent les matrices de structuration de dimensions appropriées, dont le rôle est de produire un mélange optimal des mesures et des signaux de commande disponibles sur le système⁴. On cherche alors simultanément M_y , M_u et la réalisation d'état du filtre dynamique F pour que l'influence des perturbations $\mathbf{d}$ sur le vecteur de résidus $\mathbf{r}$ soit minimisé et que l'influence des défauts $\mathbf{f}$ sur $\mathbf{r}$ soit maximisé. Ces objectifs sont formulés de la façon suivante :

$$\min \gamma_1 \text{ sous-contrainte } \|T_{\mathbf{dr}}\|_\infty < \gamma_1 \quad (\text{II.24})$$

$$\max \gamma_2 \text{ sous-contrainte } \|T_{\mathbf{fr}}\|_- < \gamma_2, \quad \forall \omega \in \Omega \quad (\text{II.25})$$

où $T_{\mathbf{dr}}$ et $T_{\mathbf{fr}}$ représentent respectivement les transferts bouclés entre $\mathbf{d}$ et $\mathbf{r}$ et entre $\mathbf{f}$ et $\mathbf{r}$. Ω représente la plage des pulsations sur laquelle l'énergie des défauts est concentrée. En se référant aux spécifications (II.24) et (II.25), on pourra remarquer que plus γ_1 sera petit (c'est à dire une forte atténuation des perturbations sur le vecteur de résidus) et plus γ_2 sera grand (c'est à dire une forte amplification de l'effet des défauts sur le vecteur de résidus), meilleures seront les performances du filtre de diagnostic.

4. Dans ce sens, on pourrait les appeler matrices d'allocation par analogie avec la commande où la notion d'allocation est employée pour la recherche d'une matrice (statique ou dynamique) permettant de combiner les ressources de commande disponibles.

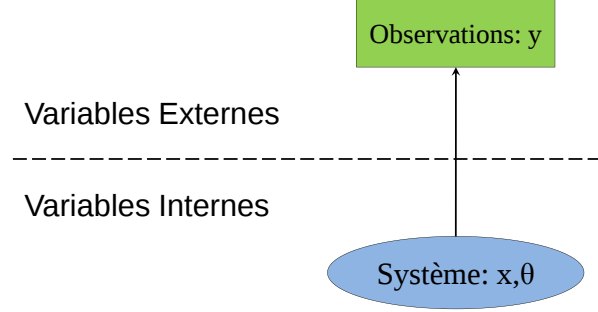


Figure II.3 – Variables internes et externes

Après transformation de la contrainte de maximisation donnée par (II.25) en un problème de minimisation fictif $\mathcal{H}_\infty$ (voir [Henry et Zolghadri, 2005, Henry et Zolghadri, 2006] pour de plus amples détails), le triplet (M_y, M_u, F) est également obtenu par résolution d'un problème SDP (SemiDefinite Programming).

II.3 Techniques à base d'estimation de variables internes et externes

Afin d'estimer, de façon complète ou partielle, les variables internes (états, paramètres) et externes (sorties) du système à surveiller, comme l'illustre la figure II.3, des techniques d'estimation et de filtrage sont appliquées. Considérons le système modélisé par la représentation d'état à temps discret suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k &= f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k, \boldsymbol{\theta}_k) \\ \mathbf{y}_k &= h(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k, \boldsymbol{\theta}_k) \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

où f et h peuvent être non linéaires, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$ est le vecteur d'état, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{n_u}$ le vecteur de commande, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{n_y}$ le vecteur contenant des grandeurs mesurées, $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{n_x}$ et $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{n_y}$ représentent respectivement le bruit d'état et d'observation et $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{n_\theta}$ un vecteur de paramètres.

II.3.1 Estimation récursive Bayésienne

Fondamentalement, le problème d'estimation dans un cadre stochastique repose sur l'estimation (complète, partielle ou augmentée de paramètres) du vecteur $\mathbf{x}_k$ par l'intermédiaire de sa densité de probabilité *a posteriori* $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k})$. La méthode optimale pour mettre à jour récursivement cette densité de probabilité *a posteriori* à mesure que les nouvelles observations $\mathbf{y}_{1:k} = \{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_k\}$ arrivent est donné par l'algorithme d'*Estimation Récursive Bayésienne*. Selon la règle de Bayes, la densité de probabilité *a*

posteriori $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k})$ peut être évaluée via l'équation de récursion :

$$p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k}) = \frac{p(\mathbf{y}_{1:k}|\mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k)}{p(\mathbf{y}_{1:k-1})} \quad (\text{II.27})$$

$$= \frac{p(\mathbf{y}_k, \mathbf{y}_{1:k-1}|\mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k)}{p(\mathbf{y}_k, \mathbf{y}_{1:k-1})} \quad (\text{II.28})$$

$$= \frac{p(\mathbf{y}_k|\mathbf{y}_{1:k-1}, \mathbf{x}_k) p(\mathbf{y}_{1:k-1}|\mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k)}{p(\mathbf{y}_k|\mathbf{y}_{1:k-1}) p(\mathbf{y}_{1:k-1})} \quad (\text{II.29})$$

$$= \frac{p(\mathbf{y}_k|\mathbf{y}_{1:k-1}, \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k-1}) p(\mathbf{y}_{1:k-1}) p(\mathbf{x}_k)}{p(\mathbf{y}_k|\mathbf{y}_{1:k-1}) p(\mathbf{y}_{1:k-1}) p(\mathbf{x}_k)} \quad (\text{II.30})$$

$$= \frac{p(\mathbf{y}_k|\mathbf{y}_{1:k-1}, \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k-1})}{p(\mathbf{y}_k|\mathbf{y}_{1:k-1})} \quad (\text{II.31})$$

$$= \frac{p(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k-1})}{p(\mathbf{y}_k|\mathbf{y}_{1:k-1})} \quad (\text{II.32})$$

où $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k-1})$ est obtenu au moyen de la relation de Chapman-Kolmogorov, voir [Papoulis, 1984] :

$$p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k-1}) = \int p(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1}) p(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{y}_{1:k}) d\mathbf{x}_{k-1} \quad (\text{II.33})$$

et $p(\mathbf{y}_k|\mathbf{y}_{1:k-1})$ est une constante de normalisation définie comme suit :

$$p(\mathbf{y}_k|\mathbf{y}_{1:k-1}) = \int p(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k-1}) d\mathbf{x}_k \quad (\text{II.34})$$

De même, les densités de probabilité de transition d'état *a priori* et de vraisemblance d'observation sont données par les relations suivantes :

$$p(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1}) = \int \delta(\mathbf{x}_k - f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k, \mathbf{p}_k)) p(\mathbf{v}_k) d\mathbf{v}_k \quad (\text{II.35})$$

$$p(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k) = \int \delta(\mathbf{y}_k - h(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k, \mathbf{p}_k)) p(\mathbf{w}_k) d\mathbf{w}_k \quad (\text{II.36})$$

où $\delta(\cdot)$ est la fonction de Dirac.

Bien que ce soit la solution récursive optimale, les intégrales multi-dimensionnelles (equations II.33, II.34, II.35 et II.36) sont généralement facile à aborder pour des systèmes linéaires gaussiens ; dans ce cas la solution récursive est donnée par le filtre de Kalman linéaire. Pour les systèmes de nature plus complexe (non-linéaire et non-gaussiens), ces intégrales sont extrêmement difficile à traiter et des solutions approximatives doit être utilisées.

II.3.2 Filtre de Kalman linéaire

Utilisant la représentation d'état du système, le filtre de Kalman, se présente sous la forme d'un ensemble d'équations récurrentes faciles à résoudre d'un point de vue numérique. Sa réalisation fournit non seulement l'estimé optimal de l'état du système, mais

aussi la variance de l'erreur d'estimation. L'évolution de l'état du système est décrite par :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k &= A_k \mathbf{x}_{k-1} + B_k \mathbf{u}_k + G_k \mathbf{v}_k \\ \mathbf{y}_k &= C_k \mathbf{x}_k + E_k \mathbf{w}_k \end{cases} \quad (\text{II.37})$$

où $\mathbf{v}$ et $\mathbf{w}$ sont des bruits supposés blancs, mutuellement non-corrélés et de moyenne nulle :

$$\begin{aligned} E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_j^T] &= Q_k \delta_{kj} \\ E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_j^T] &= R_k \delta_{kj} \\ E[\mathbf{w}_k \mathbf{v}_j^T] &= 0, \quad \forall k, j \end{aligned} \quad (\text{II.38})$$

où Q et R sont les matrices de variance des bruits, $E[\bullet]$ désigne l'espérance de la variable aléatoire $\bullet$ et δ_{kj} est le symbole de Kronecker $\delta_{kj} = \begin{cases} 1 & k = j \\ 0 & k \neq j \end{cases}$.

L'état $\mathbf{x}$ et l'observation $\mathbf{y}$, qui se déduisent linéairement des bruits $\mathbf{v}$, $\mathbf{w}$ et des conditions initiales gaussiennes $\mathbf{x}_0$, avec $E[\mathbf{x}_0] = 0$, sont eux aussi supposés gaussiens. A partir des conditions initiales $\hat{\mathbf{x}}_0$ et de la matrice de covariance $P_0 = E[\mathbf{x}_0 \mathbf{x}_0^T]$, il s'agit de fournir une estimation du vecteur d'état $\hat{\mathbf{x}}_k$ du système telle que la variance de l'erreur d'estimation soit minimale, c'est-à-dire :

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \arg \min \{ E[\tilde{\mathbf{x}}_k \tilde{\mathbf{x}}_k^T | \mathbf{y}_{1:k}] \} \quad (\text{II.39})$$

où $\tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k$. Le fonctionnement du filtre de Kalman résulte d'une application récursive du cycle de prédiction - mise à jour dont les équations, sont rappelées dans l'algorithme [II.1](#) . Le filtre de Kalman a été largement employé depuis plusieurs décennies pour résoudre des problèmes de nature diverse et varié dans toutes les disciplines scientifiques, allant bien au delà de l'Automatique. A titre d'exemple, des applications au domaine aéronautique peuvent être trouvées dans [[Zolghadri, 1996](#)] (contrôle d'intégrité en navigation) et [[Zolghadri, 2002](#)] (surveillance prédictive des paramètres de pilotage).

II.3.3 Filtre de Kalman Etendu (Extended Kalman Filter)

Le filtrage de Kalman étendu a été largement employé pour l'estimation des paramètres et de l'état des systèmes gouvernés par des équations différentielles non linéaires. Considérons le système non-linéaire défini en [II.26](#). L'EKF repose sur la linéarisation des fonctions non-linéaires f et h autour de l'état estimé actuel $\hat{\mathbf{x}}_k$, à l'aide d'un développement en série de Taylor tronqué à l'ordre 1, voir [[Jazwinski, 1970](#), [Gelb et al., 1974](#), [Anderson et al., 1979](#)] et plus récemment [[Nørgård et al., 2000](#), [Crassidis et Junkins, 2004](#)]. L'algorithme récursif [II.2](#) détaille le fonctionnement de l'EKF.

Remarque 7. *La linéarisation tronquée au premier ordre peut s'avérer insuffisante si les non-linéarités du modèles sont fortes, car dans ce cas les ordres supérieurs auront des effets non-négligeables. Ces considérations ont de grandes conséquences pour la précision et la cohérence des résultats de l'algorithme EKF. Cela peut mener à des performances qui ne sont pas optimales, et parfois à des divergences du filtre, voir [[Wan et Van Der Merwe, 2000](#)].*

Algorithme II.1 Le filtre de Kalman

Initialisation :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_0 &= 0 \\ P_0 &= E[\mathbf{x}_0 \mathbf{x}_0^T] \\ Q &= E[\mathbf{v} \mathbf{v}^T] \\ R &= E[\mathbf{w} \mathbf{w}^T]\end{aligned}$$

Pour $k = 1, 2, \dots, \infty$:

1. Prédiction :

- Calcul de la prédiction de la moyenne et de la covariance de l'état (mise à jour *a priori*) :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_k^- &= A_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + B_k \mathbf{u}_k \\ P_{x_k}^- &= A_k P_{x_k} A_k^T + G_k Q_k G_k^T\end{aligned}$$

2. Mise à jour :

- Mise à jour de l'estimation avec les dernières observations (mise à jour *a posteriori*) :

$$\begin{aligned}K_k &= \bar{v} P_{x_k}^- A_k^T (C_k P_{x_k}^- C_k^T + E_k R E_k^T)^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_k &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + K_k (\mathbf{y}_k - C_k \hat{\mathbf{x}}_k^-) \\ P_{x_k} &= (I - K_k C_k) P_{x_k}^-\end{aligned}$$

II.3.4 Filtre de Kalman Non-Parfumé (Unscented Kalman Filter)

Le filtre de Kalman Non-Parfumé ou Unscented Kalman Filter (UKF) est décrit dans [Julier *et al.*, 1995]. Ce filtre sans dérivées et basé sur un échantillonnage déterministe surpasse les performances de l'EKF, non seulement en précision de l'estimation, mais aussi dans la robustesse et la facilité d'implémentation du filtre sans coût calculatoire supplémentaire [Julier et Uhlmann, 1997, Wan et Van Der Merwe, 2000, Nørgård *et al.*, 2000, Van Der Merwe et Wan, 2001]. A l'inverse de l'EKF, l'UKF utilise le modèle non-linéaire du système et fait plutôt une approximation de la distribution de la variable d'état aléatoire, par le biais d'une transformation dite non-parfumée (ou *Unscented Transformation*).

II.3.4.1 La transformation non-parfumée (Unscented Transformation)

L'idée consiste à approximer la densité de probabilité *a posteriori* $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k})$ par un ensemble de $2L + 1$ points (avec L la dimension de l'état $\mathbf{x}_k$), appelés *Sigma Points* $\mathcal{S}_i = \{\omega_i, \mathcal{X}_i\}$, choisis de façon déterministe et de manière à ce que certaines de leurs propriétés statistiques (par exemple, la moyenne et la covariance) soient identiques à celles

Algorithme II.2 Le filtre de Kalman étendu

Initialisation :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_0 &= E[\mathbf{x}_0] \\ P_{x_0} &= E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T] \\ Q &= E[(\mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}})(\mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}})^T] \\ R &= E[(\mathbf{w} - \bar{\mathbf{w}})(\mathbf{w} - \bar{\mathbf{w}})^T]\end{aligned}$$

 Pour $k = 1, 2, \dots, \infty$:

1. Prédiction :

- Calcul des Jacobiens de l'état du système :

$$\begin{aligned}F_{x_k} &= \nabla_x f(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{v}}, \mathbf{u}_k) |_{x=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}} \\ G_v &= \nabla_v f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{v}, \mathbf{u}_k) |_{v=\bar{\mathbf{v}}}\end{aligned}$$

- Calcul de la prédiction de la moyenne et de la covariance de l'état (mise à jour *a priori*) :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_k^- &= f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{v}}, \mathbf{u}_k) \\ P_{x_k}^- &= F_{x_k} P_{x_k} F_{x_k}^T + G_v Q G_v^T\end{aligned}$$

2. Mise à jour :

- Calcul des Jacobiens de la sortie du système :

$$\begin{aligned}H_{x_k} &= \nabla_x h(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{w}}) |_{x=\hat{\mathbf{x}}_k^-} \\ E_w &= \nabla_w h(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \mathbf{w}) |_{w=\bar{\mathbf{w}}}\end{aligned}$$

- Mise à jour de l'estimation avec les dernières observations (mise à jour *a posteriori*) :

$$\begin{aligned}K_k &= P_{x_k}^- H_{x_k}^T (H_{x_k} P_{x_k}^- H_{x_k}^T + E_w R E_w^T)^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_k &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + K_k (\mathbf{y}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \bar{\mathbf{w}})) \\ P_{x_k} &= (I - K_k H_{x_k}) P_{x_k}^-\end{aligned}$$

de la distribution *a priori* du système. La sélection doit satisfaire les critères suivantes :

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_0 &= \bar{\mathbf{x}} & \omega_0 &= \frac{\kappa}{L + \kappa} & i &= 0 \\ \mathcal{X}_i &= \bar{\mathbf{x}} + \left(\sqrt{(L + \kappa) P_x} \right)_i & \omega_i &= \frac{1}{2(L + \kappa)} & i &= 1, \dots, L \\ \mathcal{X}_i &= \bar{\mathbf{x}} - \left(\sqrt{(L + \kappa) P_x} \right)_i & \omega_i &= \frac{1}{2(L + \kappa)} & i &= L + 1, \dots, 2L \end{aligned} \quad (\text{II.40})$$

où ω_i est le poids associé avec le $i^{\text{ème}}$ sigma-point tel que $\sum_{i=0}^{2L} \omega_i = 1$. κ est un paramètre de réglage et $\left(\sqrt{(L + \kappa) P_x} \right)_i$ est la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice racine-carré, de la matrice pondérée de variance-covariance $(L + \kappa) P_x$. Pour le calcul particulier de cette matrice racine-carrée, la méthode numérique de *factorisation de Cholesky* est utilisée. Avec cet ensemble de sigma-points, la moyenne, ainsi que la covariance et inter-covariance approximées de $\mathbf{y}$, sont calculées comme suit :

$$\bar{\mathbf{y}} \approx \sum_{i=0}^{2L} \omega_i \mathcal{Y}_i \quad (\text{II.41})$$

$$P_y \approx \sum_{i=0}^{2L} \omega_i (\mathcal{Y}_i - \bar{\mathbf{y}}) (\mathcal{Y}_i - \bar{\mathbf{y}})^T \quad (\text{II.42})$$

$$P_{xy} \approx \sum_{i=0}^{2L} \omega_i (\mathcal{X}_i - \bar{\mathbf{x}}) (\mathcal{Y}_i - \bar{\mathbf{y}})^T \quad (\text{II.43})$$

Avec chaque sigma point propagé à travers une fonction non-linéaire g :

$$\mathcal{Y}_i = g(\mathcal{X}_i) \quad i = 0, \dots, 2L \quad (\text{II.44})$$

Ces estimations de la moyenne et de la covariance sont précises jusqu'au second ordre d'un développement en série de Taylor pour n'importe quelle fonction non-linéaire, et apporte ainsi une meilleure estimation, voir figure II.4 . Pour plus de détails se référer à la thèse [Van Der Merwe, 2004]. Cependant, le coût calculatoire de cette transformation est fonction de L , et bien que la moyenne et la covariance de la distribution *a priori* soient correctement captées, il est possible d'avoir des effets indésirés dus à des non-linéarités exigeantes. Pour s'affranchir de ce problème une généralisation de la transformation non-parfumée est mise en place, il s'agit de la transformation non-parfumée réduite (ou *Scaled Unscented Transformation*), voir [Julier et Uhlmann, 2002].

II.3.4.2 La transformation non-parfumée réduite (Scaled Unscented Transformation)

Cette généralisation a pour but de créer une réduction des sigma points à l'opposée ou vers la moyenne de la distribution : la distance $|\mathcal{X}_i - \bar{\mathbf{x}}|$ est proportionnelle à $\sqrt{L + \kappa}$, donc avec un choix approprié de κ , il est possible de faire varier la valeur de cette distance. En remplaçant, dans l'ensemble des sigma points originaux $\mathcal{X}_i$ par :

$$\mathcal{X}'_i = \mathcal{X}_0 + \alpha (\mathcal{X}_i - \mathcal{X}_0) \quad i = 0, \dots, 2L \quad (\text{II.45})$$

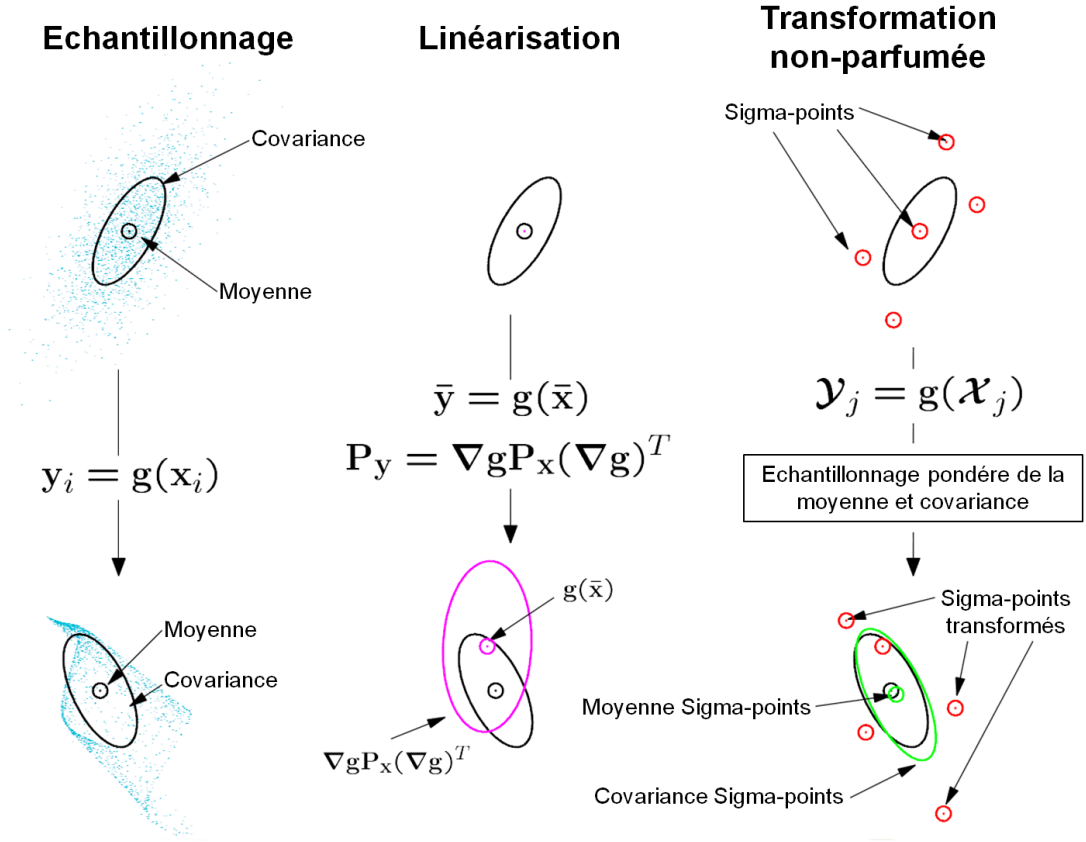


Figure II.4 – Avantage des Sigma-Points

où α est un paramètre de réglage positif que l'on peut rendre arbitrairement petit ($0 < \alpha < 1$) pour minimiser les effets de fortes non-linéarités.

L'ensemble de sigma points $\mathcal{S} = \{\omega_i, \mathcal{X}_i; i = 0, \dots, 2L\}$ est alors transformé en un ensemble réduit $\mathcal{S}' = \{\omega'_i, \mathcal{X}'_i; i = 0, \dots, 2L\}$ avec :

$$\mathcal{X}'_i = \mathcal{X}_0 + \alpha (\mathcal{X}_i - \mathcal{X}_0) \quad (II.46)$$

$$\omega'_i = \begin{cases} \frac{\omega_0}{\alpha^2} + \left(1 - \frac{1}{\alpha^2}\right) & i = 0 \\ \frac{\omega_i}{\alpha^2} & i = 1, \dots, 2L \end{cases} \quad (II.47)$$

Par soucis de réduire le nombre de calculs, les sélections du nombre de sigma points et des paramètres de réglage peuvent être combinées en une seule étape :

$$\lambda = \alpha^2 (L + \kappa) - L \quad (II.48)$$

Il en résulte alors une sélection d'un ensemble de sigma points :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{X}_0 &= \bar{\mathbf{x}} & \omega_0^{(m)} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} & i=0 \\
 \mathcal{X}_i &= \bar{\mathbf{x}} + \left(\sqrt{(L + \lambda) P_x} \right)_i & \omega_0^{(c)} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) & i=0 \\
 \mathcal{X}_i &= \bar{\mathbf{x}} - \left(\sqrt{(L + \lambda) P_x} \right)_i & \omega_i^{(m)} &= \omega_i^{(c)} = \frac{1}{2(L + \lambda)} & i=1, \dots, 2L
 \end{aligned} \tag{II.49}$$

où les exposants (m) et (c) indique les pondérations pour la moyenne et pour la covariance.

Un troisième paramètre, β , est introduit pour ajouter un impact sur la pondération originelle de la covariance. Cela permet, si une connaissance *a priori* de la distribution de $\mathbf{x}$ est disponible, de minimiser les effets des ordres élevés. Avec ce nouvel ensemble de sigma points, on obtient pour la moyenne, ainsi que la covariance et inter-covariance approximées de $\mathbf{y}$:

$$\bar{\mathbf{y}} \approx \sum_{i=0}^{2L} \omega_i^{(m)} \mathcal{Y}_i \tag{II.50}$$

$$P_y \approx \sum_{i=0}^{2L} \omega_i^{(c)} (\mathcal{Y}_i - \bar{\mathbf{y}}) (\mathcal{Y}_i - \bar{\mathbf{y}})^T \tag{II.51}$$

$$P_{xy} \approx \sum_{i=0}^{2L} \omega_i^{(c)} (\mathcal{X}_i - \bar{\mathbf{x}}) (\mathcal{Y}_i - \bar{\mathbf{y}})^T \tag{II.52}$$

Pour le calcul de toute ces étapes se pose le problème du choix des paramètres de réglage (α , β et κ). Aucune étude ne donne jusqu'à présent un optimum global pour ce triplet, néanmoins certaines valeurs empiriques ressortent pour avoir une estimation pertinente (par exemple, $\alpha \ll 1$, $\kappa = 0$ et $\beta = 2$ (pour des distributions gaussiennes)).

II.3.4.3 Implémentation du filtre UKF

En se basant sur la transformation non-parfumée réduite et en considérant la variable aléatoire augmentée :

$$\mathbf{x}_k^a = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{v}_k \\ \mathbf{w}_k \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_x + n_x + n_y} \tag{II.53}$$

et la matrice de covariance augmentée construite à partir des matrices de covariance de $\mathbf{x}$, $\mathbf{v}$ et $\mathbf{w}$:

$$P^a = \begin{bmatrix} P_x & 0 & 0 \\ 0 & Q & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \tag{II.54}$$

l'algorithme II.3 complet de l'UKF donne la mise à jour de la moyenne $\hat{\mathbf{x}}_k$ et la covariance P_{x_k} de l'approximation gaussienne de la distribution *a posteriori* de l'état augmenté.

Algorithme II.3 Le filtre de Kalman non-parfumé

- Initialisation : $\hat{\mathbf{x}}_0 = E[\mathbf{x}_0]$, $P_{x_0} = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T]$

$$\hat{\mathbf{x}}_0^a = E[\mathbf{x}^a] = E \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} , \quad P_0^a = E[(\mathbf{x}_0^a - \hat{\mathbf{x}}_0^a)(\mathbf{x}_0^a - \hat{\mathbf{x}}_0^a)^T] = \begin{bmatrix} P_{x_0} & 0 & 0 \\ 0 & Q & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix}$$

- Pour $k = 1, 2, \dots, \infty$:

1. Calcul des sigma points :

$$\mathcal{X}_{k-1}^a = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a & \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a + \gamma \sqrt{P_{k-1}^a} & \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a - \gamma \sqrt{P_{k-1}^a} \end{bmatrix}$$

2. Prédiction :

$$\mathcal{X}_{k|k-1}^x = f(\mathcal{X}_{k-1}^x, \mathcal{X}_{k-1}^v, \mathbf{u}_{k-1})$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} \omega_i^{(m)} \mathcal{X}_{i,k|k-1}^x$$

$$P_{x_k}^- = \sum_{i=0}^{2L} \omega_i^{(c)} (\mathcal{X}_{i,k|k-1}^x - \hat{\mathbf{x}}_k^-) (\mathcal{X}_{i,k|k-1}^x - \hat{\mathbf{x}}_k^-)^T$$

3. Mise à jour :

$$\mathcal{Y}_{k|k-1} = h(\mathcal{X}_{k|k-1}^x, \mathcal{X}_{k-1}^w)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} \omega_i^{(m)} \mathcal{Y}_{i,k|k-1}$$

$$P_{\tilde{\mathbf{y}}_k} = \sum_{i=0}^{2L} \omega_i^{(c)} (\mathcal{Y}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k^-) (\mathcal{Y}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k^-)^T$$

$$P_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{2L} \omega_i^{(c)} (\mathcal{X}_{i,k|k-1}^x - \hat{\mathbf{x}}_k^-) (\mathcal{Y}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k^-)^T$$

$$K_k = P_{x_k y_k} P_{\tilde{\mathbf{y}}_k}^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + K_k (\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k^-)$$

$$P_{x_k} = P_{x_k}^- - K_k P_{\tilde{\mathbf{y}}_k} K_k^T$$

- Paramètres : $\mathbf{x}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix}$, $\mathcal{X}^a = \begin{bmatrix} (\mathcal{X}^x)^T \\ (\mathcal{X}^v)^T \\ (\mathcal{X}^w)^T \end{bmatrix}$, $\gamma = \sqrt{L + \lambda}$, où γ est un paramètre de réglage

composé et λ est donné dans l'équation II.48. L est la dimension de l'état augmenté, Q la matrice de covariance du bruit d'état, R la matrice de covariance du bruit d'observation et ω_i les pondérations calculées en II.49.

II.3.5 Filtre de type "Divided Difference"

En parallèle du filtre UKF, un autre filtre de type Kalman et sans dérivées a été développé pour l'estimation non-linéaire. Ce filtre basé sur la formule d'interpolation polynomiale de Stirling [Stirling, , Fröberg, 1970] est dénommé Filtre de Kalman à Différence Centrale (ou Central Difference Kalman Filter (CDKF)) dans [Ito et Xiong, 2000] et Filtre à Différence Divisée (ou Divided Difference Filter (DDF)) dans [Nørgård *et al.*, 2000]. Dans cette section, le développement en série par la formule d'interpolation polynomiale de Stirling sera limité à l'ordre 2.

II.3.5.1 Interpolation Polynomiale de Stirling

La formule d'interpolation polynomiale de Stirling limitée à l'ordre 2, pour une fonction non-linéaire g est la suivante :

$$g(x) = g(\bar{x}) + \tilde{D}_{\Delta_x} g + \frac{1}{2!} \tilde{D}_{\Delta_x}^2 g \quad (\text{II.55})$$

où $\tilde{D}_{\Delta_x} g$ et $\tilde{D}_{\Delta_x}^2 g$ sont les opérateurs au premier et au second ordre de la différence centrale divisée pour $g(x)$. Dans le cas scalaire, ces opérateurs sont données par :

$$\tilde{D}_{\Delta_x} g = (x - \bar{x}) \frac{g(\bar{x} + h) - g(\bar{x} - h)}{2h} \quad (\text{II.56})$$

$$\tilde{D}_{\Delta_x}^2 g = (x - \bar{x})^2 \frac{g(\bar{x} + h) + g(\bar{x} - h) - 2g(\bar{x})}{h^2} \quad (\text{II.57})$$

où h est la longueur de l'intervalle ou la taille du pas de différence centrale et $\bar{x}$ est la moyenne *a priori* de x autour de laquelle est effectué le développement. La formule d'interpolation polynomiale de Stirling peut être interprétée comme une série de Taylor où les dérivées sont remplacées par les différences centrales divisées. L'extension de la formule au cas multi-dimensionnel est réalisée grâce à un découplage stochastique de la variable aléatoire *a priori* $\mathbf{x}$ par la transformation linéaire donnée dans [Schei, 1997] :

$$\mathbf{z} = \mathbf{S}_x^{-1} \mathbf{x} \quad (\text{II.58})$$

$$\tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{z}) \doteq \mathbf{g}(\mathbf{S}_x \mathbf{z}) = \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad (\text{II.59})$$

où $\mathbf{S}_x$ est le facteur de Cholesky de la matrice de covariance de $\mathbf{x}$, $\mathbf{P}_x$ tel que :

$$\mathbf{P}_x = \mathbf{S}_x \mathbf{S}_x^T \quad (\text{II.60})$$

Cette transformation découple stochastiquement les variables dans $\mathbf{x}$ pour que les composantes de $\mathbf{z}$ deviennent mutuellement non-corrélées : la matrice de covariance de $\mathbf{z}$ devient alors la matrice unité : $\mathbf{P}_z = E[(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}})(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}})^T] = \mathbf{I}$. Cela permet alors l'application des opérateurs scalaires de différenciation centrale, vu en II.56 et II.57, indépendamment des composantes de $\tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{z})$. Les opérateurs de différenciation central multi-

dimensionnels sont alors obtenus :

$$\tilde{D}_{\Delta_z} \tilde{g} = \left(\sum_{i=1}^L \Delta_{z_i} \mathbf{m}_i \mathbf{d}_i \right) \tilde{g}(\bar{z}) \quad (\text{II.61})$$

$$\tilde{D}_{\Delta_z}^2 \tilde{g} = \left(\sum_{i=1}^L \Delta_{z_i}^2 \mathbf{d}_i^2 + \sum_{j=1}^L \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq j}}^L \Delta_{z_j} \Delta_{z_q} (\mathbf{m}_j \mathbf{d}_j) (\mathbf{m}_q \mathbf{d}_q) \right) \tilde{g}(\bar{z}) \quad (\text{II.62})$$

où $\Delta_{z_i} = (z - \bar{z})_i$ est le $i^{\text{ème}}$ composant de $z - \bar{z}$ ($i = 1, \dots, L$) ; L la dimension de $\mathbf{x}$ (et par la même occasion de $\mathbf{z}$) ; $\mathbf{d}_i$, $\mathbf{m}_i$ et $\mathbf{d}_i^2$ sont, respectivement, les opérateurs "partiels" au premier ordre de la différence et de la moyenne, et l'opérateur "partiel" au second ordre de la différence, définis comme suit :

$$\mathbf{d}_i \tilde{g}(\bar{z}) = \frac{1}{2h} [\tilde{g}(\bar{z} + h\mathbf{e}_i) - \tilde{g}(\bar{z} - h\mathbf{e}_i)] \quad (\text{II.63})$$

$$\mathbf{m}_i \tilde{g}(\bar{x}) = \frac{1}{2} [\tilde{g}(\bar{z} + h\mathbf{e}_i) + \tilde{g}(\bar{z} - h\mathbf{e}_i)] \quad (\text{II.64})$$

$$\mathbf{d}_i^2 \tilde{g}(\bar{z}) = \frac{1}{2h^2} [\tilde{g}(\bar{z} + h\mathbf{e}_i) + \tilde{g}(\bar{z} - h\mathbf{e}_i) - 2\tilde{g}(\bar{z})] \quad (\text{II.65})$$

où $\mathbf{e}_i$ est le $i^{\text{ème}}$ vecteur unité.

En utilisant les équations II.58 et II.59, il est alors possible de montrer que :

$$\tilde{g}(\bar{z} \pm h\mathbf{e}_i) = \mathbf{g}(\mathbf{S}_x [\bar{z} \pm h\mathbf{e}_i]) \quad (\text{II.66})$$

$$= \mathbf{g}(\mathbf{S}_x \bar{z} \pm \mathbf{S}_x h\mathbf{e}_i) \quad (\text{II.67})$$

$$= \mathbf{g}(\bar{x} \pm h\mathbf{s}_{xi}) \quad (\text{II.68})$$

où $\mathbf{s}_{xi}$ est la $i^{\text{ème}}$ colonne du facteur de Cholesky de la matrice de covariance de $\mathbf{x}$, c'est-à-dire : $\mathbf{s}_{xi} = \mathbf{S}_x \mathbf{e}_i = (\mathbf{S}_x)_i = (\sqrt{\mathbf{P}_x})_i$.

II.3.5.2 Implémentation du filtre DDF

Considérons la transformation non-linéaire d'une variable aléatoire $\mathbf{x}$ de dimension L avec pour moyenne $\bar{\mathbf{x}}$ et covariance $\mathbf{P}_x$ à travers une fonction non-linéaire arbitraire $\mathbf{g}$. En utilisant le développement au second ordre de la formule d'interpolation multidimensionnelle polynomiale de Stirling, on a alors :

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad (\text{II.69})$$

$$= \tilde{g}(\mathbf{z}) \quad (\text{II.70})$$

$$\approx \tilde{g}(\bar{z}) + \tilde{D}_{\Delta_z} \tilde{g} + \frac{1}{2} \tilde{D}_{\Delta_z}^2 \tilde{g} \quad (\text{II.71})$$

où $\bar{z} = \mathbf{S}_x \bar{\mathbf{x}}$. En appliquant l'équation II.71 à la moyenne de $\mathbf{y}$, cela donne en supposant que $\Delta_z = (z - \bar{z})$ est une variable aléatoire à moyenne nulle et covariance unitaire comme

défini en II.58 :

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathbf{y}} &= E[\mathbf{y}] \\
 &\approx E\left[\tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}}) + \tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_z}\tilde{\mathbf{g}} + \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_z}^2\tilde{\mathbf{g}}\right] \\
 &= \tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}}) + E\left[\frac{1}{2}\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_z}^2\tilde{\mathbf{g}}\right] \\
 &= \tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}}) + E\left[\frac{1}{2h^2}\left(\sum_{i=1}^L\Delta_{z_i}^2d_i^2\right)\tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}})\right] \\
 &= \tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}}) + \frac{1}{2h^2}\sum_{i=1}^L[\tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}} + h\mathbf{e}_i) + \tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}} - h\mathbf{e}_i) - 2\tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}})] \\
 &= \frac{h^{2-L}}{h^2}\tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}}) + \frac{1}{2h^2}\sum_{i=1}^L[\tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}} + h\mathbf{e}_i) + \tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}} - h\mathbf{e}_i)] \tag{II.72}
 \end{aligned}$$

En substituant l'équation II.68 dans II.72, l'approximation de la moyenne *a posteriori* en fonction de $\mathbf{x}$ s'écrit alors :

$$\bar{\mathbf{y}} \approx \frac{h^2 - L}{h^2}\mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}) + \frac{1}{2h^2}\sum_{i=1}^L[\mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}} + h\mathbf{s}_{x_i}) + \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}} - h\mathbf{s}_{x_i})] \tag{II.73}$$

En utilisant la relation suivante :

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathbf{y}} &= E[\mathbf{y}] \\
 &= E[\mathbf{y}] + \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}) - \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}) \\
 &= E[\mathbf{y}] + \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}) - E[\mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}})] \\
 &= \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}) + E[\mathbf{y} - \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}})] \tag{II.74}
 \end{aligned}$$

alors :

$$\mathbf{P}_{\mathbf{y}} = E[(\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}})(\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}})^T] \tag{II.75}$$

$$= E[(\mathbf{y} - \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}))(\mathbf{y} - \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}))^T] - E[\mathbf{y} - \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}})]E[\mathbf{y} - \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}})]^T \tag{II.76}$$

$$= E[(\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}}))(\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}}))^T] - E[\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}})]E[\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}})]^T \tag{II.77}$$

De plus, de l'équation II.71, nous avons :

$$\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{z}}) = \tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_z}\tilde{\mathbf{g}} + \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_z}^2\tilde{\mathbf{g}} \tag{II.78}$$

et en insérant cela dans II.77, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}_{\mathbf{y}} &\approx E\left[\left(\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_z}\tilde{\mathbf{g}} + \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_z}^2\tilde{\mathbf{g}}\right)\left(\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_z}\tilde{\mathbf{g}} + \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_z}^2\tilde{\mathbf{g}}\right)^T\right] \\
 &\quad - E\left[\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_z}\tilde{\mathbf{g}} + \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_z}^2\tilde{\mathbf{g}}\right]E\left[\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_z}\tilde{\mathbf{g}} + \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{D}}_{\Delta_z}^2\tilde{\mathbf{g}}\right]^T \tag{II.79}
 \end{aligned}$$

Comme pour la moyenne, il est supposé que $\Delta_z = (z - \bar{z})$ est une variable aléatoire à moyenne nulle et covariance unitaire. En outre, dans le but de fournir des résultats exploitables numériquement, il est choisi de ne pas tenir compte des composantes du terme de quatrième ordre $E \left[\frac{1}{4} \tilde{D}_{\Delta_z}^2 \tilde{g} \left(\tilde{D}_{\Delta_z}^2 \tilde{g} \right)^T \right]$; pour de plus amples détails voir [Nørgård *et al.*, 2000]. En effectuant ces simplifications sur l'équation II.79, le développement donne une approximation de la covariance tel que :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_y &\approx \frac{1}{4h^2} \sum_{i=1}^L [\mathbf{g}(\bar{x} + h\mathbf{s}_{xi}) - \mathbf{g}(\bar{x} - h\mathbf{s}_{xi})] [\mathbf{g}(\bar{x} + h\mathbf{s}_{xi}) - \mathbf{g}(\bar{x} - h\mathbf{s}_{xi})]^T \\ &\quad + \frac{h^2 - 1}{4h^4} \sum_{i=1}^L [\mathbf{g}(\bar{x} + h\mathbf{s}_{xi}) + \mathbf{g}(\bar{x} - h\mathbf{s}_{xi}) - 2\mathbf{g}(\bar{x})] \times \\ &\quad \quad [\mathbf{g}(\bar{x} + h\mathbf{s}_{xi}) + \mathbf{g}(\bar{x} - h\mathbf{s}_{xi}) - 2\mathbf{g}(\bar{x})]^T \end{aligned} \quad (\text{II.80})$$

De même, les développements et simplifications faits pour la covariance $\mathbf{P}_y$ sont également appliqués à l'inter-covariance $\mathbf{P}_{xy}$, ce qui nous donne l'approximation suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{xy} &= E \left[(\mathbf{x} - \bar{x}) (\mathbf{y} - \bar{y})^T \right] \\ &\approx E \left[(\mathbf{S}_x (z - \bar{z})) \left(\tilde{D}_{\Delta_z} \tilde{g} + \frac{1}{2} \tilde{D}_{\Delta_z}^2 \tilde{g} - E \left[\frac{1}{2} \tilde{D}_{\Delta_z}^2 \tilde{g} \right] \right)^T \right] \\ &= E \left[(\mathbf{S}_x \Delta_z) \left(\tilde{D}_{\Delta_z} \tilde{g} \right)^T \right] + \frac{1}{2} E \left[(\mathbf{S}_x \Delta_z) \left(\tilde{D}_{\Delta_z}^2 \tilde{g} \right)^T \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} E [\mathbf{S}_x \Delta_z] E \left[\frac{1}{2} \tilde{D}_{\Delta_z}^2 \tilde{g} \right]^2 \\ &= E \left[(\mathbf{S}_x \Delta_z) \left(\tilde{D}_{\Delta_z} \tilde{g} \right)^T \right] \\ &= \frac{1}{2h} \sum_{i=1}^L \mathbf{s}_{xi} [\tilde{g}(\bar{z} + he_i) - \tilde{g}(\bar{z} - he_i)]^T \\ &= \frac{1}{2h} \sum_{i=1}^L \mathbf{s}_{xi} [\mathbf{g}(\bar{x} + h\mathbf{s}_{xi}) - \mathbf{g}(\bar{x} - h\mathbf{s}_{xi})]^T \end{aligned} \quad (\text{II.81})$$

Remarque 8. *Le choix optimal du paramètre d'intervalle de différence centrale, h , est conditionné par la distribution a priori de $\mathbf{z} = \mathbf{S}_x^{-1}\mathbf{x}$. D'après [Nørgård et al., 2000], il apparaît qu'après une comparaison entre un développement en série de Taylor des véritables moyennes et covariances et les quantités estimées, h^2 devrait être égal au kurtosis de la distribution ; ce qui dans le cas d'une distribution gaussienne donnerait $h = \sqrt{3}$ pour une estimation optimale.*

Cette technique d'évaluation a donné lieu à une solution alternative au filtre Kalman étendu. Les développements associés sont présentés dans [Nørgård et al., 2000]. L'algorithme II.4

Algorithme II.4 Le filtre à Différence Divisée

- Initialisation :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_0 &= E[\mathbf{x}_0] & \mathbf{P}_{\mathbf{x}_0} &= E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T] \\ \bar{\mathbf{v}} &= E[\bar{\mathbf{v}}] & \mathbf{Q} &= E[(\mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}})(\mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}})^T] \\ \bar{\mathbf{w}} &= E[\bar{\mathbf{w}}] & \mathbf{R} &= E[(\mathbf{w} - \bar{\mathbf{w}})(\mathbf{w} - \bar{\mathbf{w}})^T]\end{aligned}$$

- Pour $k = 1, 2, \dots, \infty$:

1. Calcul des vecteurs colonnes de la matrice racine-carrée de la covariance pour la prédiction :

$$\mathbf{s}_{k-1}^{x,i} = h \left(\sqrt{\mathbf{P}_{\mathbf{x}_{k-1}}} \right)_i \quad i = 1, \dots, L_x \quad (\text{II.82})$$

$$\mathbf{s}_{k-1}^{v,i} = h \left(\sqrt{\mathbf{Q}} \right)_i \quad i = 1, \dots, L_v \quad (\text{II.83})$$

2. Prédiction :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_k^- &= \frac{h^2 - L_x - L_v}{h^2} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{v}}, \mathbf{u}_{k-1}) \\ &+ \frac{1}{2h^2} \sum_{i=1}^{L_x} \left[\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{s}_{k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}, \mathbf{u}_{k-1}) + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} - \mathbf{s}_{k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}, \mathbf{u}_{k-1}) \right] \\ &+ \frac{1}{2h^2} \sum_{i=1}^{L_v} \left[\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{s}_{k-1}^{v,i}, \mathbf{u}_{k-1}) + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{v}} - \mathbf{s}_{k-1}^{v,i}, \mathbf{u}_{k-1}) \right]\end{aligned} \quad (\text{II.84})$$

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}^- &= \frac{1}{4h^2} \sum_{i=1}^{L_x} \left[\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{s}_{k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}, \mathbf{u}_{k-1}) - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} - \mathbf{s}_{k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}, \mathbf{u}_{k-1}) \right]^2 \\ &+ \frac{1}{4h^2} \sum_{i=1}^{L_v} \left[\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{s}_{k-1}^{v,i}, \mathbf{u}_{k-1}) - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{v}} - \mathbf{s}_{k-1}^{v,i}, \mathbf{u}_{k-1}) \right]^2 \\ &+ \frac{h^2 - 1}{4h^4} \sum_{i=1}^{L_x} \left[\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{s}_{k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}, \mathbf{u}_{k-1}) + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} - \mathbf{s}_{k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}, \mathbf{u}_{k-1}) \right. \\ &\quad \left. - 2\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{v}}, \mathbf{u}_{k-1}) \right]^2 \\ &+ \frac{h^2 - 1}{4h^4} \sum_{i=1}^{L_v} \left[\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{s}_{k-1}^{v,i}, \mathbf{u}_{k-1}) + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{v}} - \mathbf{s}_{k-1}^{v,i}, \mathbf{u}_{k-1}) \right. \\ &\quad \left. - 2\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{v}}, \mathbf{u}_{k-1}) \right]^2\end{aligned} \quad (\text{II.85})$$

4 Calcul des vecteurs colonnes de la matrice racine-carrée de la covariance pour la mise à jour :

$$\mathbf{s}_k^{x,i} = h \left(\sqrt{\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}^-} \right)_i \quad i = 1, \dots, L_x \quad (\text{II.86})$$

$$\mathbf{s}_k^{w,i} = h \left(\sqrt{\mathbf{R}} \right)_i \quad i = 1, \dots, L_w \quad (\text{II.87})$$

5 Mise à jour :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}_k^- &= \frac{h^2 - L_x - L_w}{h^2} \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \bar{\mathbf{w}}) \\ &+ \frac{1}{2h^2} \sum_{i=1}^{L_x} \left[\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{s}_k^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}) + \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^- - \mathbf{s}_k^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}) \right] \\ &+ \frac{1}{2h^2} \sum_{i=1}^{L_w} \left[\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \bar{\mathbf{w}} + \mathbf{s}_k^{w,i}) + \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \bar{\mathbf{w}} - \mathbf{s}_k^{w,i}) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.88})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{y}}_k} &= \frac{1}{4h^2} \sum_{i=1}^{L_x} \left[\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{s}_k^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^- - \mathbf{s}_k^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}) \right]^2 \\ &+ \frac{1}{4h^2} \sum_{i=1}^{L_w} \left[\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \bar{\mathbf{w}} + \mathbf{s}_k^{w,i}) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \bar{\mathbf{w}} - \mathbf{s}_k^{w,i}) \right]^2 \\ &+ \frac{h^2 - 1}{4h^4} \sum_{i=1}^{L_x} \left[\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{s}_k^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}) + \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^- - \mathbf{s}_k^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}) - 2\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \bar{\mathbf{w}}) \right]^2 \\ &+ \frac{h^2 - 1}{4h^4} \sum_{i=1}^{L_w} \left[\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \bar{\mathbf{w}} + \mathbf{s}_k^{w,i}) + \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \bar{\mathbf{w}} - \mathbf{s}_k^{w,i}) - 2\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \bar{\mathbf{w}}) \right]^2 \end{aligned} \quad (\text{II.89})$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k \mathbf{y}_k} = \frac{1}{2h^2} \sum_{i=1}^{L_x} \left[\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{s}_k^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^- - \mathbf{s}_k^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}) \right]^T \quad (\text{II.90})$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{\mathbf{x}_k \mathbf{y}_k} \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{y}}_k}^{-1} \quad (\text{II.91})$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k^-) \quad (\text{II.92})$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k} = \mathbf{P}_{\mathbf{x}_k}^- - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{\tilde{\mathbf{y}}_k} \mathbf{K}_k^T \quad (\text{II.93})$$

- Paramètres : $h \geq 1$ est la taille de l'intervalle de différence centrale. Pour une variable $\mathbf{x}$ gaussienne, la valeur optimale est $h = \sqrt{3}$. L_x , L_v et L_w sont les dimensions de l'état, du bruit d'état et d'observation. $\mathbf{Q}$ et $\mathbf{R}$ sont les matrices de covariance de bruit d'état et d'observation. $(.)^2$ est une notation raccourcie pour le produit vectoriel : $\mathbf{a}^2 \doteq \mathbf{a} \mathbf{a}^T$, et $(\sqrt{\mathbf{P}})_i$ est la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice racine-carrée de la matrice symétrique carrée $\mathbf{P}$.
-

décrit ces étapes.

II.3.6 Filtrage Particulaire

Le filtre de Kalman Non-Parfumé ou à Différence Divisée permettent d'approcher de façon déterministe les statistiques suffisantes (moyenne et matrice de covariance) de la densité de probabilité *a posteriori* par une gaussienne dans le cas non-linéaire et/ou non-gaussien. Cependant dans le cas où la densité de probabilité *a posteriori* est multimodale, l'approximation gaussienne donnée par l'UKF ou le DDF n'est plus réaliste et peut conduire à une large erreur d'estimation. Récemment, des filtres basés sur un échantillonnage particulaire ont été proposés et utilisés pour mettre à jour récursivement la densité de probabilité *a posteriori* avec succès, en utilisant l'échantillonnage et le ré-échantillonnage d'importance séquentiel (ou *Sequential Importance Sampling and Resampling*, SISR) [Doucet *et al.*, 2001]. Ces filtres, communément appelés filtres particuliers (ou particle filters), approximent la densité de probabilité *a posteriori* par un ensemble d'échantillons pondérés sans aucune hypothèse sur le type de distribution ; ils peuvent donc être appliqués dans des cas très généraux : des systèmes non-linéaires et non-gaussiens.

II.3.6.1 Intégration de Monte-Carlo

L'estimation dans le cadre de l'inférence bayésienne nécessite le calcul d'intégrales de type :

$$E[g(\mathbf{x}_{0:k})] = \int g(\mathbf{x}_{0:k}) p(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k}) d\mathbf{x}_{0:k} \quad (\text{II.94})$$

Dans le cas de densités de probabilité complexes, le calcul analytique de cette intégrale n'est pas envisageable, et les techniques classiques d'intégration, comme la discrétisation déterministe sur une grille, sont inappropriées car imprécises et trop coûteuses en temps de calcul. En effet, le nombre d'éléments augmente de façon exponentielle avec la dimension du vecteur à estimer, et la taille de la grille peut ne pas être adaptée à la forme de la densité *a posteriori*.

Le principe de l'intégration de Monte Carlo consiste à générer N réalisations de la variable aléatoire $\mathbf{x}_{0:k}$ distribuées selon $p(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k})$, et notées $\tilde{\mathbf{x}}_{0:k}^{(i)}$, soit :

$$\tilde{\mathbf{x}}_{0:k}^{(i)} \sim p(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k}) \text{ pour } i = 1, \dots, N \quad (\text{II.95})$$

L'approximation de Monte Carlo de l'intégrale II.94 est alors donnée par :

$$E[g(\mathbf{x}_{0:k})] \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(\tilde{\mathbf{x}}_{0:k}^{(i)}) \quad (\text{II.96})$$

On obtient ainsi beaucoup de réalisations dans les régions de forte probabilité et peu (ou pas) dans les régions de faible probabilité. L'échantillonnage est aléatoire et adapté à la forme de la densité *a posteriori*.

L'intégration de Monte-Carlo est fondée sur l'approximation de la distribution $p(d\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k})$ par la distribution empirique :

$$p_N(d\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{\tilde{\mathbf{x}}_{0:k}^{(i)}}(d\mathbf{x}_{0:k}) \quad (\text{II.97})$$

où $\delta_x(\cdot)$ est la fonction de Dirac au point x . La densité de probabilité *a posteriori* est ainsi approchée par un ensemble de points $\tilde{\mathbf{x}}_{0:k}^{(i)}$ ayant chacun un poids $\frac{1}{N}$.

En pratique, il est souvent impossible de générer directement des échantillons distribués selon la densité de probabilité *a posteriori* $p(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k})$, celle-ci pouvant être de forme complexe, non standard (non-gaussienne, gamma, uniforme...) ou seulement connue à une constante près. Les méthodes de Monte-Carlo séquentielles, à l'aide de l'échantillonnage d'importance, permettent de générer les échantillons en ligne de façon récurrente.

II.3.6.2 Échantillonnage d'Importance

L'échantillonnage d'importance (ou importance sampling) consiste à utiliser une autre densité de probabilité, appelée densité d'importance et satisfaisant certaines conditions, afin de générer les échantillons $\tilde{\mathbf{x}}_{0:k}^{(i)}$, appelés par la suite "particules". Soit $\pi(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k})$ une densité de probabilité simple telle que $\pi(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k}) > 0$ quand $p(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k}) > 0$. On a alors :

$$\begin{aligned} E[g(\mathbf{x}_{0:k})] &= \int g(\mathbf{x}_{0:k}) p(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k}) d\mathbf{x}_{0:k} \\ &= \int g(\mathbf{x}_{0:k}) \frac{p(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k})}{\pi(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k})} \pi(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k}) d\mathbf{x}_{0:k} \\ &= \int g(\mathbf{x}_{0:k}) \omega(\mathbf{x}_{0:k}) \pi(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k}) d\mathbf{x}_{0:k} \end{aligned}$$

L'échantillonnage d'importance permet d'approcher la distribution $p(d\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k})$ par la distribution empirique :

$$p_N(d\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k}) = \sum_{i=1}^N \tilde{\omega}^{(i)} \delta_{\tilde{\mathbf{x}}_{0:k}^{(i)}}(d\mathbf{x}_{0:k}) \quad (\text{II.98})$$

avec :

- $\tilde{\mathbf{x}}_{0:k}^{(i)} \sim \pi(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k})$, $i = 1, \dots, N$,
- $\tilde{\omega}^{(i)} = \frac{p(\tilde{\mathbf{x}}_{0:k}^{(i)}|\mathbf{y}_{1:k})}{\pi(\tilde{\mathbf{x}}_{0:k}^{(i)}|\mathbf{y}_{1:k})}$
- $\sum_{i=1}^N \tilde{\omega}^{(i)} = 1$

La figure II.5 illustre l'échantillonnage d'importance pour approcher $E[g(\mathbf{x}_{0:k})]$.

II.3.6.3 Échantillonnage d'Importance Séquentiel

Dans le but de calculer une estimation de la densité de probabilité *a posteriori* de façon séquentielle, on rappelle sa formulation récurrente :

$$p(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k}) = p(\mathbf{x}_{0:k-1}|\mathbf{y}_{1:k-1}) \frac{p(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})}{p(\mathbf{y}_k|\mathbf{y}_{1:k-1})} \quad (\text{II.99})$$

Afin d'appliquer séquentiellement l'algorithme d'échantillonnage d'importance, il faut définir une formulation récurrente de la densité d'importance complète $\pi_k(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k})$. Il est

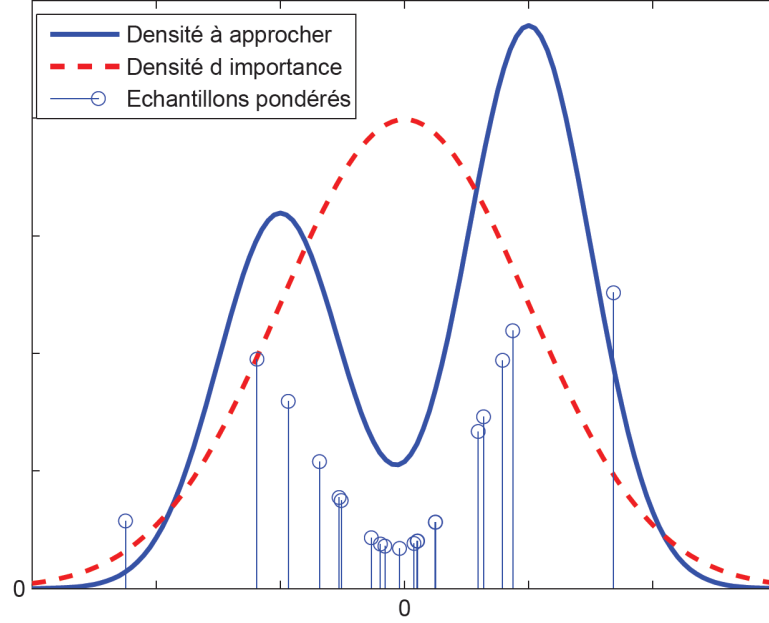


Figure II.5 – Échantillonnage d'Importance

défini par $q_j(\mathbf{x}_j | \mathbf{x}_{j-1}, \mathbf{y}_j)$ la densité d'importance qui permet d'étendre les particules de l'instant $j-1$ à l'instant j . Celle-ci s'exprime à partir de la densité d'importance complète par :

$$\begin{aligned} \pi_k(\mathbf{x}_{0:k} | \mathbf{y}_{1:k}) &= \pi_{k-1}(\mathbf{x}_{0:k-1} | \mathbf{y}_{1:k-1}) q_k(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{y}_k) \\ &= \pi_k(\mathbf{x}_0) \prod_{j=1}^k q_j(\mathbf{x}_j | \mathbf{x}_{j-1}, \mathbf{y}_j) \end{aligned} \quad (\text{II.100})$$

Au temps k , les pondérations sont alors exprimés de la façons suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_k^{(i)} &= \frac{p(\tilde{\mathbf{x}}_{0:k}^{(i)} | \mathbf{y}_{1:k})}{\pi_k(\tilde{\mathbf{x}}_{0:k}^{(i)} | \mathbf{y}_{1:k})} \\ &= \tilde{\omega}_{k-1}^{(i)} \frac{p(\mathbf{y}_k | \tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)}) p(\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)} | \tilde{\mathbf{x}}_{k-1}^{(i)})}{p(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_{1:k-1}) q_k(\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)} | \tilde{\mathbf{x}}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{y}_k)} \end{aligned} \quad (\text{II.101})$$

soit :

$$\tilde{\omega}_k^{(i)} \propto \tilde{\omega}_{k-1}^{(i)} \frac{p(\mathbf{y}_k | \tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)}) p(\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)} | \tilde{\mathbf{x}}_{k-1}^{(i)})}{q_k(\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)} | \tilde{\mathbf{x}}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{y}_k)} \quad (\text{II.102})$$

Il n'est pas nécessaire de connaître la constante de normalisation $p(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_{1:k-1})$, identique pour chaque échantillons. Afin d'obtenir $\sum_{i=1}^N \tilde{\omega}_k^{(i)} = 1$, les pondérations sont normalisées

comme suit :

$$\tilde{\omega}_k^{(i)} \leftarrow \frac{\tilde{\omega}_k^{(i)}}{\sum_{i=1}^N \tilde{\omega}_k^{(i)}} \quad (\text{II.103})$$

Dans l'algorithme d'échantillonnage d'importance séquentiel, les particules $\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)}$ se propagent au cours du temps à l'aide de la densité de probabilité q_k , et les pondérations se calculent de façon récurrente. La propagation augmente la dimension du vecteur d'état ($\mathbf{x}_{0:k-1} \rightarrow \mathbf{x}_{0:k}$), et la pondération $\tilde{\omega}_k^{(i)}$ s'appliquent à la trajectoire $\tilde{\mathbf{x}}_{0:k}^{(i)}$.

La valeur de l'intégrale II.94 est approchée par :

$$E[g(\mathbf{x}_{0:k})] \simeq \sum_{i=1}^N \tilde{\omega}_k^{(i)} g(\tilde{\mathbf{x}}_{0:k}^{(i)}) \quad (\text{II.104})$$

II.3.6.4 Dégénérescence des pondérations et ré-échantillonnage

Une limitation connue de l'échantillonnage d'importance séquentiel est que la variance des poids augmente au cours du temps : après plusieurs itérations, un faible nombre de particules a un poids très important et les particules pondérées ne représentent plus fidèlement la distribution *a posteriori*. On dit alors que les particules dégènèrent. Afin de résoudre ce problème, on applique une procédure dite de ré-échantillonnage, telle que :

- les particules de poids fort sont dupliquées (avec un poids $\frac{1}{N}$),
- les particules de poids faible sont détruites.

En pratique, le ré-échantillonnage est effectué lorsque :

$$N_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \left(\tilde{\omega}_k^{(i)}\right)^2} \leq \eta \quad (\text{II.105})$$

où η est un seuil à définir. La valeur de N_{eff} est liée à la variance empirique des pondérations, voir [Kong *et al.*, 1994]. Si $N_{eff} \leq \eta$, le nombre de fils de chaque particule $n_{fils}^{(i)}$ est tiré aléatoirement, voir [Kitagawa, 1996], de telle sorte que :

$$E[n_{fils}^{(i)}] = N\tilde{\omega}_k^{(i)} \text{ avec } \sum_{i=1}^N n_{fils}^{(i)} = N \quad (\text{II.106})$$

Après ré-échantillonnage, les particules sont notées $\mathbf{x}_{0:k}^{(i)}$, avec $\omega_k^{(i)} = \frac{1}{N}$. En pratique, la valeur $\eta = 0.8N$ est choisie.

II.3.6.5 Densité d'importance optimale

Afin de limiter le ré-échantillonnage, il est nécessaire de choisir la densité d'importance qui minimise la variance des pondérations à chaque instant. La densité d'importance qui minimise la variance des pondérations, conditionnellement aux observations $\mathbf{y}_{1:k}$ et aux états passés $\mathbf{x}_{0:k-1}$ est :

$$q_k(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{y}_k) = p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{y}_k) \quad (\text{II.107})$$

Cependant, en général, on ne sait pas échantillonner selon $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{y}_k)$ et/ou calculer les pondérations. Afin d'obtenir une bonne efficacité du filtre, il faut donc choisir une densité d'importance $q_k(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{y}_k)$ simple, mais aussi proche que possible de la densité optimale. Ce choix de la densité d'importance $q_k(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{y}_k)$ est donc de première importance dans les algorithmes de filtrage particulaire. Une mauvaise loi va faire explorer des zones de faible probabilité par un grand nombre de particules, diminuant nettement l'efficacité du filtre. Il est cependant nécessaire de trouver un compromis entre facilité de programmation (il n'est en général pas possible de générer des échantillons selon la loi optimale) et optimalité de la loi (une mauvaise loi va aboutir à des ré-échantillonnages très fréquents). Les principaux choix possibles sont listés ci-dessous, mais ne constituent pas une description exhaustive. La densité d'importance peut également être basée sur n'importe quelle heuristique permettant d'approcher la densité d'importance optimale.

- Loi d'évolution de l'état

La loi choisie comme densité d'importance pour les particules est la loi d'évolution de l'état :

$$q_k(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{y}_k) = p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}) \quad (\text{II.108})$$

Dans ce cas-là, les poids sont simplement mis à jour par :

$$\tilde{\omega}_k^{(i)} \propto \tilde{\omega}_{k-1}^{(i)} p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k^{(i)}) \quad (\text{II.109})$$

Le filtre particulaire prend dans ce cas le nom de filtre *bootstrap*. Il a l'avantage d'être facile à programmer, mais comme il ne tient pas compte de la nouvelle observation, il est souvent peu efficace, conduisant à une variance élevée des poids.

- Densité optimale

La densité d'importance retenue est ici la loi optimale :

$$q_k(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{y}_k) = p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{y}_k) \quad (\text{II.110})$$

Il faut cependant être capable d'échantillonner selon cette loi et de calculer :

$$p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}) = \int p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}) d\mathbf{x}_k \quad (\text{II.111})$$

car les pondérations sont mises à jour par :

$$\tilde{\omega}_k^{(i)} \propto \tilde{\omega}_{k-1}^{(i)} p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}) \quad (\text{II.112})$$

- Pas de filtre de Kalman étendu (ou non-parfumé)

On fait pour chaque particule un pas de filtre de Kalman étendu (ou non-parfumé) :

$$q_k(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{y}_k) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_k, \bar{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)}, P_{k|k}^{(i)}) \quad (\text{II.113})$$

où $\bar{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)}$ et $P_{k|k}^{(i)}$ sont, respectivement, la moyenne et matrice de covariance données par un pas de filtre Kalman étendu (ou non-parfumé) en prenant comme statistiques au temps précédent $\bar{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}^{(i)} = \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}$ et $P_{k-1|k-1}^{(i)} = 0$. Ces lois permettent

Algorithme II.5 Filtrage Particulaire

- Initialisation :
 - Pour $i = 1, \dots, N$
 1. Générer $\mathbf{x}_0^{(i)} \sim \pi_0(\mathbf{x}_0)$
 2. Calculer la pondération initiale $\omega_0^{(i)} = \frac{p(\mathbf{x}_0^{(i)})}{\pi_0(\mathbf{x}_0^{(i)})}$
 - Calculer $W_0 = \sum_{i=1}^N \omega_0^{(i)}$
 - Pour $i = 1, \dots, N$, faire $\omega_0^{(i)} \leftarrow \frac{\omega_0^{(i)}}{W_0}$
 - Pour $k = 1, 2, \dots$
 - Pour $i = 1, \dots, N$
 1. Générer $\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)}$ selon $q_k(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{y}_k)$
 2. Mettre à jour les pondérations récursives selon $\tilde{\omega}_k^{(i)} \propto \tilde{\omega}_{k-1}^{(i)} \frac{p(\mathbf{y}_k | \tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)}) p(\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)} | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)})}{q_k(\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)} | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{y}_k)}$
 - avec $\sum_{i=1}^N \tilde{\omega}_k^{(i)} = 1$
 - 3. Calculer $N_{eff} = \left[\sum_{i=1}^N (\tilde{\omega}_k^{(i)})^2 \right]^{-1}$
 - 4. Si $N_{eff} \leq \eta$, copier les particules de pondération élevées et détruire les particules de poids faible pour obtenir N nouvelles particules, notées sans $\tilde{\cdot}$. Les nouvelles pondérations sont $\omega_k^{(i)} = \frac{1}{N}$.
 - 5. Sinon, renommer les particules sans $\tilde{\cdot}$.
-

d'approcher par une densité de probabilité gaussienne la densité d'importance optimale, par linéarisation locale pour le pas d'EKF, par utilisation de la transformée non-parfumée pour l'UKF. Ces lois sont efficaces, mais assez coûteuses à mettre en œuvre en termes de nombre d'opérations, car un pas de filtre de Kalman est réalisé pour chaque particule à chaque instant k .

II.3.6.6 Implémentation du filtrage particulaire

L'algorithme général d'échantillonnage d'importance et de ré-échantillonnage séquentiels (*Sequential Importance Sampling and Resampling*), appelé dans la littérature filtre particulaire (*particle filter*), est donné par l'algorithme II.5.

II.3.7 Estimation duale ou conjointe d'état et de paramètres

Classiquement, lorsque l'on cherche à estimer l'état et les paramètres d'un système, les paramètres sont intégrés dans le vecteur d'état : on parle alors d'état augmenté et d'*estimation conjointe*. Cependant, il existe d'autre façon d'estimer l'état et les para-

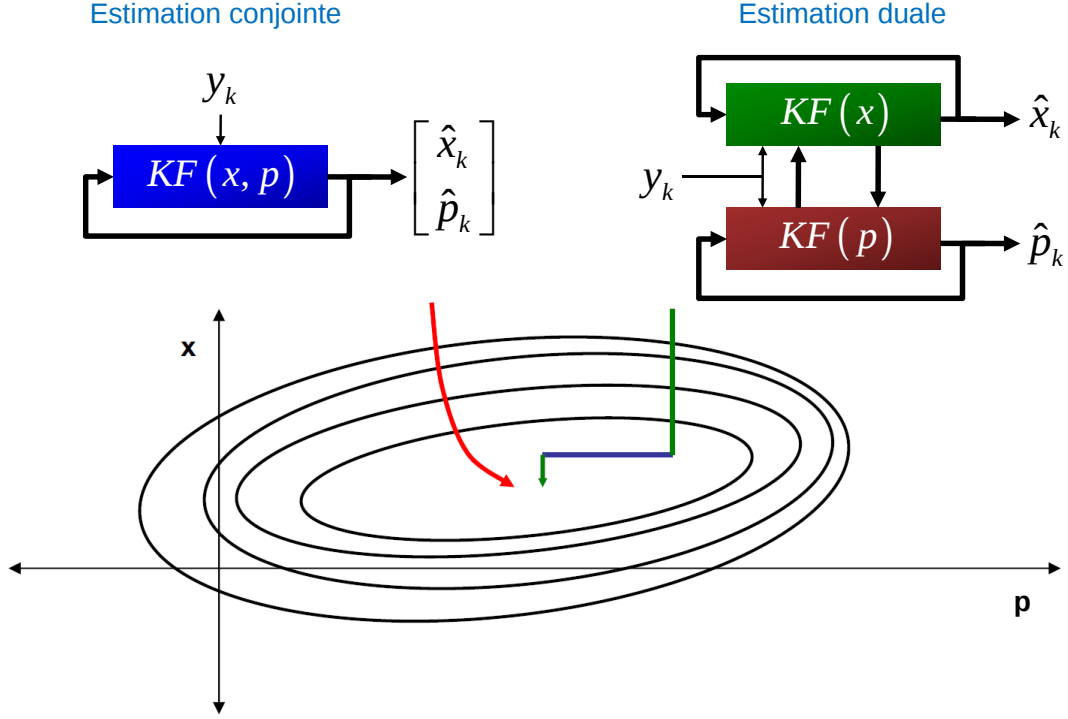


Figure II.6 – Estimation Duale

mètres : une des manières est l'*estimation duale*. Considérons le système dynamique non-linéaire à temps discret suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} &= f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k; \mathbf{p}) \\ \mathbf{y}_k &= h(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k; \mathbf{p}) \end{cases} \quad (\text{II.114})$$

où l'état du système $\mathbf{x}_k$ et l'ensemble des paramètres $\mathbf{p}$ pour le système dynamique doivent être simultanément estimés à partir du signal d'observation bruité $\mathbf{y}_k$. La théorie générale et une structure algorithmique pour l'estimation duale basée sur le filtre de Kalman sont données par [Nelson, 2000].

L'approche duale utilise une représentation d'état séparée pour l'état et les paramètres. Deux filtres de Kalman calculent simultanément de manière alternative, l'estimation de l'état et des paramètres, voir figure II.6 . A chaque pas, l'estimé courant des paramètres $\hat{\mathbf{p}}_k$ est utilisé dans le filtre "état" comme une entrée connue ; il en est de même pour l'estimé courant de l'état $\hat{\mathbf{x}}_k$ utilisé dans le filtre "paramètres".

Dans l'approche conjointe, l'état inconnu du système et les paramètres sont concaténés dans un vecteur d'état augmenté de dimension supérieure $\tilde{\mathbf{x}}_k$:

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{p}_k \end{bmatrix}$$

et la représentation d'état est reformulée comme suit :

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} &= \tilde{f}(\tilde{\mathbf{x}}_k, \mathbf{u}_k, \tilde{\mathbf{v}}_k) \\ \mathbf{y}_k &= h(\tilde{\mathbf{x}}_k, \mathbf{w}_k) \end{cases}$$

qui peut être développée en :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ \mathbf{p}_{k+1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}_k \end{cases} = \begin{bmatrix} f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k; \mathbf{p}) \\ \mathbf{p}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{r}_k \end{bmatrix} \\ = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k; \mathbf{p}_k)$$

avec $\mathbf{r}_k$ le bruit d'état artificiel correspondant aux paramètres $\mathbf{p}_k$; et $\tilde{\mathbf{v}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_k \\ \mathbf{r}_k \end{bmatrix}$. Dans ce cas un unique filtre de Kalman est lancé sur l'espace d'état conjoint pour produire simultanément l'estimation de l'état $\mathbf{x}_k$ et des paramètres $\mathbf{p}$.

II.4 Évaluation des résidus

Dans les paragraphes précédents, nous avons présentés quelques techniques de générations de résidus à base d'estimation des variables internes et/ou externes. Nous avons choisi de présenter les techniques qui pourraient être des solutions candidats pour la problématique des pannes oscillatoires. La caractéristique essentielle des résidus générés est leur sensibilité aux changements de comportement du système (ou des organes qui le composent comme les actionneurs et les capteurs). Il convient maintenant de donner un aperçu sur quelques outils d'analyse de ces résidus afin de détecter effectivement la présence de changements, d'estimer l'instant de changement, d'identifier la nature et l'amplitude du changement.

II.4.1 Utilisation de distances statistiques

II.4.1.1 Divergences : Kullback-Leibler et Jensen-Shannon

La divergence de Kullback-Leibler (ou entropie relative) [Kullback et Leibler, 1951] est une mesure non-symétrique de dissimilarité entre deux distributions de probabilité P et Q . Elle joue un rôle très important pour le calcul des performances d'un estimateur ou d'un test statistique. Cette mesure s'interprète comme la différence moyenne du nombre de bits nécessaires au codage d'échantillons de P selon que le codage est choisi optimal pour la distribution P ou Q . Typiquement, P représente les données, les observations, ou une distribution de probabilités calculée avec précision. La distribution Q représente typiquement une théorie, un modèle, une description ou une approximation de P . Bien que souvent considérée comme une distance, elle n'en remplit pas tous les axiomes : elle n'est pas symétrique et ne respecte pas l'inégalité triangulaire.

Définition 1. Soient P et Q deux distributions continues. Supposons que la distribution P admet la densité $p(x)$ et la distribution Q admet la densité $q(x)$. On appelle divergence de Kullback-Leibler entre les distributions P et Q la quantité :

$$D_{KL}(P, Q) = \int p(x) \frac{p(x)}{q(x)} dx \quad (\text{II.115})$$

Remarque 9. Dans le cas discret, la divergence de Kullback-Leibler s'exprime de cette façon :

$$D_{KL}(P, Q) = \sum_i P(i) \frac{P(i)}{Q(i)} \quad (\text{II.116})$$

Basée sur la divergence de Kullback-Leibler, la divergence de Jensen-Shannon [Lin, 1991] est une méthode qui, elle, sert à mesurer la similarité entre deux distributions.

Définition 2. Considérons l'ensemble $F(A)$ de distributions de probabilités où A est un ensemble de sous-ensembles mesurables. La divergence de Jensen-Shannon de $F(A) \times F(A) \rightarrow [0, \infty)$ est une version symétrique et lissée de la divergence de Kullback-Leibler, définie par :

$$D_{JS}(P, Q) = \frac{1}{2}D_{KL}(P, M) + \frac{1}{2}D_{KL}(Q, M) \quad (\text{II.117})$$

où $M = \frac{1}{2}(P + Q)$.

II.4.2 Test de décision statistique

Les développements liés aux tests statistiques couvre un champ thématique très vaste allant de la théorie de la décision aux mathématiques appliquées en passant par le traitement du signal. Le lecteur intéressé pourra consulter [Basseville et Nikiforov, 1993]. Nous nous focaliserons ici sur les tests qui pourraient être utilisés dans le contexte de la thèse.

II.4.2.1 Test de Neyman-Pearson

Considérons que les densités de probabilités conditionnelles des observations z_k relativement aux deux hypothèses H_0 et H_1 sont connues. L'objectif du test consiste toujours à décider, à partir des observations effectuées sur le système, selon quelle hypothèse le système a fonctionné. Notons dorénavant Z le vecteur de dimension n des observations z_k .

Principe du test

Comme précédemment, supposons l'espace d'observation divisé en deux sous-espaces disjoints $Z_0, \{Z_0 : z < \gamma\}$, et $Z_1, \{Z_1 : z > \gamma\}$. Si l'observation courante appartient à Z_0 , l'hypothèse H_0 est choisie, sinon l'hypothèse H_1 . En réalité, quatre décisions D_{ij} peuvent être prises pouvant ainsi se résumer :

- D_{00} : l'hypothèse H_0 est vraie et H_0 a été effectivement choisie,
- D_{01} : l'hypothèse H_0 est vraie mais H_1 a été choisie,
- D_{11} : l'hypothèse H_1 est vraie et H_1 a été effectivement choisie,
- D_{10} : l'hypothèse H_1 est vraie mais H_0 a été choisie.

Il y a donc deux situations de mauvaise décision (D_{01} correspond à une erreur de type I et D_{10} , à une erreur de type II).

Si nous considérons que H_1 est associée à la présence d'un défaut, la situation D_{11} est relative à une *bonne détection* (avec une probabilité $P_D = 1 - \beta$), la situation D_{01} à une *fausse alarme* (avec une probabilité $P_F = \alpha$) et D_{10} à un *défaut non détecté* (avec une probabilité $P_{ND} = \beta$). Les densités de probabilités conditionnelles des observations

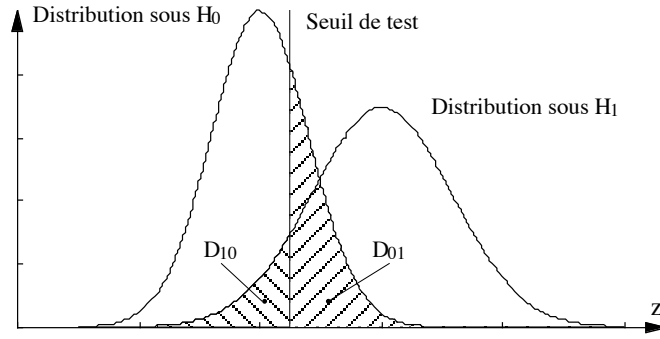


Figure II.7 – Régions de décision.

z_k relativement aux deux hypothèses H_0 et H_1 étant connues, ces trois situations sont caractérisées par les probabilités :

$$P_D = 1 - \beta = P(H_1 \text{ choisie} | H_1 \text{ vraie}) = \int_{\gamma}^{\infty} p(Z|H_1)dZ \quad (\text{II.118a})$$

$$P_F = \alpha = P(H_1 \text{ choisie} | H_0 \text{ vraie}) = \int_{\gamma}^{\infty} p(Z|H_0)dZ \quad (\text{II.118b})$$

$$P_{ND} = \beta = P(H_0 \text{ choisie} | H_1 \text{ vraie}) = \int_{-\infty}^{\gamma} p(Z|H_1)dZ \quad (\text{II.118c})$$

Le test de Neyman Pearson est celui qui, à probabilité de fausse alarme fixée, $P_F = \alpha$, maximise la puissance du test $1 - \beta$, c'est-à-dire maximise la probabilité de bonne détection (choix de H_1 quand H_1 est vraie). Ces deux exigences étant contradictoires, la décision résulte nécessairement d'un compromis.

Le problème posé consiste donc à rechercher le minimum de P_{ND} sous la contrainte $P_F - \alpha = 0$. Cela revient à déterminer l'extremum de :

$$J = P_{ND} + \lambda(P_F - \alpha) \quad (\text{II.119})$$

ou, à remplacer P_{ND} et P_F par leur expressions (II.118) :

$$J = \int_{-\infty}^{\gamma} p(Z|H_1)dZ + \lambda \left(\int_{\gamma}^{\infty} p(Z|H_0)dZ - \alpha \right) \quad (\text{II.120})$$

ou encore :

$$J = \int_{-\infty}^{\gamma} (p(Z|H_1) - \lambda p(Z|H_0))dZ + \lambda(1 - \alpha) \quad (\text{II.121})$$

Ce critère sera minimal si l'on affecte à la zone Z_0 (correspondant à l'acceptation de H_0), les observations telles que la quantité $p(Z|H_1) - \lambda p(Z|H_0)$ soit négative, c'est-à-dire :

$$\frac{p(Z|H_1)}{p(Z|H_0)} < \lambda \quad (\text{II.122})$$

La règle de décision s'exprime alors de la manière suivante :

$$\Lambda(Z) = \frac{p(Z|H_1)}{p(Z|H_0)} \underset{H_1}{\overset{H_0}{\gtrless}} \lambda \quad (\text{II.123})$$

Le rapport ainsi formé est appelé *rapport de vraisemblance des densités de probabilité conditionnelles* et λ seuil de détection. La notation employée signifie que si ce rapport est inférieur à λ , on accepte l'hypothèse H_0 ; dans le cas contraire, on accepte H_1 .

Il reste à préciser la valeur du paramètre λ . En utilisant la contrainte $P_F - \alpha = 0$, on peut écrire :

$$\int_{\gamma}^{\infty} p(Z|H_0) dZ = \alpha \quad (\text{II.124})$$

La résolution de cette équation fournit la valeur du paramètre γ . Les lois de probabilités conditionnelles $p(Z|H_0)$ et $p(Z|H_1)$ étant connues, l'inéquation (II.123) fournit la valeur du seuil de détection λ qui est solution de :

$$\left. \frac{p(Z|H_1)}{p(Z|H_0)} \right|_{Z=\gamma} = \lambda \quad (\text{II.125})$$

Il est à noter que le principe du test, comme ceux qui seront présentés ultérieurement, s'applique à un groupe d'observations (Z est alors un vecteur) aussi bien qu'à une observation unique (Z est alors un scalaire), les probabilités étant évaluées en conséquence.

II.4.2.2 Test séquentiel sur le rapport de vraisemblance (SPRT) : Test progressif de Wald

La "qualité" des décisions proposées par les tests précédents est directement liée au nombre d'observations qui constituent l'échantillon testé. Les tests progressifs ou tests séquentiels permettent de prendre une décision dès que le nombre d'observations est suffisant pour garantir l'infériorité des probabilités d'erreurs à des valeurs imposées.

Principe du test

Pour le test de Wald, ou test séquentiel du rapport de vraisemblance (ou Sequential Probability Ratio Test (SPRT)), l'objectif est toujours de décider entre deux hypothèses concernant un paramètre θ (par exemple une moyenne ou une variance) :

$$\begin{aligned} H_0 &: \theta = \theta_0 \\ H_1 &: \theta = \theta_1 \end{aligned} \quad (\text{II.126})$$

Mais, dans ce type de test, est calculée, au fur et à mesure de l'obtention des mesures, une fonction de ces dernières qui est confrontée à deux limites correspondant au refus et à l'acceptation d'une hypothèse.

Après chaque mesure, une des trois décisions suivantes est prise :

- accepter H_1 ,
- accepter H_0 ,
- n'accepter ni H_1 ni H_0 .

L'acceptation de l'une ou l'autre des hypothèses ou la non-prise de décision s'effectue en fonction de la valeur du rapport de vraisemblance défini précédemment. Soit $z_1, z_2, \dots, z_n$ la séquence d'observations disponibles à l'instant n . Le rapport de vraisemblance s'écrit :

$$\Lambda(z_1, z_2, \dots, z_n) = \frac{p(z_1, z_2, \dots, z_n | H_1)}{p(z_1, z_2, \dots, z_n | H_0)} \quad (\text{II.127})$$

Fixons alors la valeur des risques d'erreurs α et β . Pour retenir l'hypothèse H_1 , il faut que ce rapport de vraisemblance soit tel que le risque d'erreur de première espèce soit inférieur ou égal à α si l'on retient H_1 alors que H_0 est vraie.

Si γ_1 est le seuil de décision correspondant, on doit avoir :

$$\Lambda(z_1, z_2, \dots, z_n) \geq \gamma_1 \quad (\text{II.128})$$

Le seuil γ_1 peut être déterminé en considérant le cas limite où l'on a l'égalité des deux membres, c'est-à-dire :

$$\int_{\gamma_1}^{\infty} p(z_1, z_2, \dots, z_n | H_1) dz_1 \dots dz_n = \gamma_1 \int_{\gamma_1}^{\infty} p(z_1, z_2, \dots, z_n | H_0) dz_1 \dots dz_n \quad (\text{II.129})$$

ou encore :

$$1 - \beta = \alpha \gamma_1 \quad (\text{II.130})$$

Le seuil de décision s'exprime donc en fonction des risques d'erreurs sous la forme :

$$\gamma_1 = \frac{1 - \beta}{\alpha} \quad (\text{II.131})$$

De manière duale, l'hypothèse H_0 sera retenue, si le rapport de vraisemblance est tel que le risque d'erreur de seconde espèce est inférieur ou égal à β si l'on retient H_0 alors que H_1 est vraie. Une démarche tout à fait analogue à la précédente permet de déterminer un second seuil de décision γ_0 qui s'exprime également en fonction des risques d'erreurs :

$$\gamma_0 = \frac{\beta}{1 - \alpha} \quad (\text{II.132})$$

La règle de décision est alors la suivante :

si $\Lambda(z_1, z_2, \dots, z_n) \leq \frac{\beta}{1 - \alpha}$	on accepte H_0
si $\Lambda(z_1, z_2, \dots, z_n) \geq \frac{1 - \beta}{\alpha}$	on accepte H_1
si $\frac{\beta}{1 - \alpha} \leq \Lambda(z_1, z_2, \dots, z_n) \leq \frac{1 - \beta}{\alpha}$	on poursuit la collecte des mesures jusqu'à l'obtention du premier rapport dont la valeur est extérieure aux limites

Grâce à sa formulation séquentielle, le test de Wald est très efficace pour détecter des ruptures dans le comportement d'un signal au cours du temps. Cette propriété est particulièrement intéressante dans le contexte de la détection de défauts.

II.4.3 Cas particuliers des pannes oscillatoires

II.4.3.1 Transformation en changement de type échelon

Pour un signal de la forme :

$$s(t) = a \sin(\alpha t + \psi) \quad (\text{II.133})$$

ou tout autre signal périodique lisse, une détection par franchissement d'un seuil $s < a$ peut être problématique si a est petit, c'est-à-dire quand $s(t)$ est de faible amplitude et difficilement discernable du bruit de mesure. Par ailleurs, la nature sinusoïdale de $s(t)$ imposera des phases de détection pour $s > a$ et de non détection $s < a$ et cela même si $s(t) \neq 0$.

Une possible solution est d'utiliser un estimateur dit harmonique pour palier cet inconvénient. L'estimateur harmonique introduit dans [Aranovskiy *et al.*, 2007] permet de donner une estimation raisonnablement rapide de la pulsation. Soit $H(p)$ la fonction de transfert de l'estimateur

$$\forall t > t_{conv} : H(s(t)) \rightarrow \alpha \text{ ssi } s(t) = a \sin(\alpha t + \psi) \wedge a \neq 0 \quad (\text{II.134})$$

et

$$H(s(t)) = 0 \text{ si } s(t) \text{ n'est pas périodique} \quad (\text{II.135})$$

L'apparition d'un signal périodique $s(t)$ causera l'apparition d'un échelon d'amplitude. En posant l'hypothèse que le signal à détecter est de période inconnue mais constante, ce qui est compatible avec l'hypothèse de l'application, nous pouvons démontrer que l'estimateur harmonique est assez robuste à toute influence non périodique, qui se retrouve fortement atténuée. Il devient alors plus "facile" de détecter $s(t)$ en scrutant la sortie de l'estimateur et en la comparant à un seuil adapté inférieur à la pulsation du signal que l'on souhaite détecter. Cette approche a été utilisée dans [Berdjag *et al.*, 2010] pour le contrôle d'intégrité des capteurs redondants.

II.4.3.2 Comptage du nombre d'oscillations

La fonction qui sert à la détection des pannes oscillatoires chez Airbus a été expliquée dans le paragraphe I.4.4.3. Cette fonction nous sera utile lorsqu'il faudra effectuer des tests pour la détection de pannes oscillatoires.

II.5 Conclusion

Ce chapitre avait pour objectif de faire un tour d'horizon rapide concernant les méthodes de diagnostic à base de modèles les plus répandues dans la littérature relevant de l'Automatique. La majorité des méthodes existantes dans la littérature utilisent un modèle LTI du système à surveiller, et fournissent comme résultat de synthèse un ou plusieurs filtres LTI de diagnostic. En effet une structuration appropriée de ces filtres permet

d'effectuer les tâches de détection et localisation de défauts. Ceci dit, très souvent, les systèmes à surveiller présentent un comportement non linéaire et/ou variant dans le temps. Si l'approximation LTI reste raisonnable, ces approches peuvent conduire à des résultats acceptables en termes de robustesse et performances. Si le comportement dynamique du système est non linéaire, avec des variations paramétriques faibles, des méthodes à base d'observateurs non linéaires peuvent être employées. Comme nous l'avons souligné, l'analyse du comportement et la synthèse d'un observateur de diagnostic dans le cas non linéaire est une tâche plus complexe que dans le cas linéaire, en particulier en termes de propriétés de convergence et de stabilité. Dans certains cas particuliers, il est possible de trouver un retour d'observation fixe qui assure la stabilité de l'observateur dans tout le domaine du fonctionnement du système [Alcorta-Garcia *et al.*, 2009a, Alcorta-Garcia *et al.*, 2011]. Le chapitre suivant est consacré à la description détaillée de la démarche méthodologique mise au point pour résoudre cette problématique.

Chapitre III

Détection robuste et précoce des pannes oscillatoires dans le système des Commandes de Vol Electriques

III.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la détection robuste des pannes oscillatoires dans le système des commandes de vol électriques. Nous commencerons par présenter tout d'abord quelques techniques classiques et non-paramétriques auxquelles on pourrait penser de prime abord. Nous argumentons ensuite pourquoi ces techniques ne sont pas adaptées pour résoudre cette problématique spécifique conformément au cahier des charges que nous avons présenté au chapitre I. Nous présenterons ensuite les techniques qui sont basées sur la modélisation directe des pannes oscillatoires et la détection de leur présence. Dans un cadre plus général, nous mentionnons quelques travaux à base d'observateurs dédiés pour la détection des pannes oscillatoires. Ces présentations seront accompagnées à chaque fois d'analyses critiques qui permettront de motiver notre choix méthodologique. Ce schéma nous amène en effet vers l'approche d'estimation adaptative qui fera l'objet d'une étude détaillée dans la deuxième partie du chapitre. Parmi les différentes techniques de résolution possible, notre choix s'est porté sur le filtrage non linéaire de type *Divided Difference*. En effet, comme nous l'avons souligné au chapitre II, cette approche nous a semblé séduisante pour l'application considérée à plusieurs titres :

- en premier lieu, le mécanisme de filtrage est transparent, assez simple à mettre en œuvre et peut être compatible (moyennement certaines modifications) avec les contraintes liées à l'environnement opérationnel, notamment en termes de ressources au niveau du calculateur de vol embarqué et dédié à cette tâche de surveillance,
- en second lieu, le caractère adaptatif de l'approche permettrait une généralisation aisée à un nombre important de gouvernes, et ceci dans l'optique de passage à l'échelle industrielle.

Ce choix relève également plusieurs difficultés connexes pour sa mise en place opérationnelle. L'objet de ce chapitre est d'aborder ces difficultés d'un point de vue méthodologique, et de proposer des techniques adaptées pour les résoudre.

III.2 Approches non-paramétriques de détection d'un signal harmonique

Ces approches correspondent aux techniques classiques parmi lesquelles se trouvent, par exemple, la détection synchrone et les méthodes de corrélation. D'une manière générale, l'objet de ces techniques est la détection d'un signal périodique noyé dans du bruit. Nous les mentionnons rapidement et expliquons les raisons pour lesquelles elles ont été écartées pour résoudre la problématique de la thèse.

III.2.1 Détection synchrone

Il s'agit de mettre en évidence un signal sinusoïdal de fréquence connue f_0 dans un bruit à large bande. Pour plus d'informations, le lecteur intéressé pourra se reporter à [Auvray, 1979] pour des applications diverses de la détection synchrone. La fréquence du signal étant connue, il est possible de fabriquer un signal de référence qui est toujours en phase avec le signal.

Soit :

- $x(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$ le signal,
- $b(t)$ le bruit défini par son seul spectre de puissance $S_B(f)$ qui s'étend autour de f_0 .

La méthode consiste à effectuer le produit du signal reçu $y(t) = x(t) + b(t)$ et d'un signal de référence :

$$r(t) = B \cos(2\pi f_0 t + \varphi) \quad (\text{III.1})$$

Par un réglage convenable de la phase, on peut toujours éliminer le terme de déphasage φ , alors :

$$r(t) = B \cos(2\pi f_0 t) \quad (\text{III.2})$$

Le spectre du produit $z(t)$ est :

$$z(t) = r(t) [x(t) + b(t)] = B \cos(2\pi f_0 t) [A \cos(2\pi f_0 t) + b(t)] \quad (\text{III.3})$$

Le premier terme $r(t) \cdot x(t)$ fournit une composante continue d'amplitude $\frac{AB}{2}$, proportionnelle à l'amplitude du signal recherché, et une composante de fréquence $2f_0$ qui sera éliminée par un filtrage passe-bas.

Le spectre du deuxième terme $r(t) \cdot b(t)$ ne peut être calculé qu'en utilisant le théorème de Wiener-Kintchine puisque $b(t)$ n'a qu'un spectre de puissance.

La fonction d'autocorrélation¹ de ce produit s'écrit :

$$R_{rb}(\tau) = \overline{r(t) \cdot b(t) \cdot r(t - \tau) \cdot b(t - \tau)} \quad (\text{III.4})$$

La moyenne est le produit de deux moyennes puisque $r(t)$ et $b(t)$ sont indépendants, soit :

$$R_{rb}(\tau) = \overline{r(t) \cdot r(t - \tau)} \cdot \overline{b(t) \cdot b(t - \tau)} \quad (\text{III.5})$$

1. La fonction d'autocorrélation entre deux signaux f et g est définie comme suit : $R_{fg}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t) g^*(t - \tau) dt = \overline{f(t) \cdot g(t - \tau)}$ avec g^* le conjugué du signal

ou :

$$R_{rb}(\tau) = R_r(\tau) \cdot R_b(\tau) \quad (\text{III.6})$$

produit des fonctions d'autocorrélation R_r de $r(t)$ et R_b du bruit $b(t)$.

Or :

$$R_r(\tau) = \frac{B^2}{4} \overline{\cos(2\pi f_0 t) \cdot \cos(2\pi f_0 (t - \tau))} = \frac{B^2}{2} \cos(2\pi f_0 \tau) \quad (\text{III.7})$$

La transformée de Fourier du produit est le produit de convolution des transformées, soit :

$$S_{rb}(f) = \frac{B^2}{4} [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)] * S_B(f) \quad (\text{III.8})$$

ou encore :

$$S_{rb}(f) = \frac{B^2}{4} [S_B(f - f_0) + S_B(f + f_0)] \quad (\text{III.9})$$

Pour sortir du bruit la composante continue dont l'amplitude est proportionnelle à l'amplitude du signal d'entrée, un filtrage est effectué par un passe-bas qui peut être aussi sélectif que l'on souhaite. Le système se comporte comme l'association d'un filtre centré sur f_0 et d'un changeur de fréquence qui ramène l'information autour du continu. La difficulté est de disposer d'un signal de référence qui ait une fréquence exactement égale à celle du signal cherché. Cette condition condamne donc l'utilisation de cette méthode dans le cadre de la détection des pannes oscillatoires.

III.2.2 Méthode de corrélation

Lorsque le signal et le bruit ont les mêmes caractéristiques spectrales, les filtrages, si compliqués soient-ils, deviennent impuissants pour les séparer. Il faut alors faire appel à d'autres méthodes, telles les méthodes de corrélation.

Soit $x(t)$ un signal périodique avec une période connue, sa fonction d'autocorrélation présente alors la même périodicité. Par exemple, la fonction d'autocorrélation de $\cos(2\pi f_0 t + \varphi)$ est $\cos(2\pi f_0 t)$. Si le signal n'est pas parfaitement périodique, par exemple sa période subit de légères fluctuations au bout d'un intervalle de temps trop long, la relation de phase entre $x(t_0)$ et $x(t + t_0)$ n'est plus parfaitement déterminée. Cela se traduit par une diminution du coefficient de corrélation entre $x(t_0)$ et $x(t + t_0)$: les maxima périodiques de la fonction d'autocorrélation ont donc tendance à perdre leur amplitude quand t augmente. Dans le cas des pannes oscillatoires, le signal périodique à détecter apparaît dans la chaîne d'asservissement en position de la gouverne qui comporte des non-linéarités. La conséquence est que lors de sa propagation dans cette boucle, le signal est filtré par une dynamique non-linéaire. De plus, le calcul en temps réel de la fonction d'autocorrélation dans un environnement bruité est une tâche délicate et incompatible avec les contraintes calculatoires du cahier des charges pour la détection des pannes oscillatoires. Cette technique n'a donc pas été utilisée par la suite.

Échantillonneur moyennneur

Pour la recherche d'un signal périodique de fréquence connue, si la fréquence du signal est connue, il est possible de fabriquer un signal de référence qui est toujours en phase avec lui. Soit alors :

- $y(t) = x(t) + b(t)$ le signal brut à traiter ;
- $r(t)$ la référence de même fréquence de récurrence que $x(t)$.

Il faut alors effectuer une intercorrélation entre eux :

$$R_{yr}(\tau) = R_{xr}(\tau) + R_{br}(\tau) \quad (\text{III.10})$$

Le second terme est nul si bruit et référence sont indépendants, le premier terme reste seul, c'est une image déformée du signal dont la forme dépend à la fois de celle de $x(t)$ et de la référence choisie. L'amélioration du rapport signal sur bruit est indépendante du rapport signal sur bruit initial. La méthode est connue sous le nom d'échantillonneur moyenneur. Cette technique de corrélation directe a été également écartée car aucune source générant un signal corrélé n'a pu être identifiée dans la chaîne d'asservissement de la gouverne.

III.3 Filtrage sélectif

Le filtrage sélectif est une des techniques qui vient immédiatement à l'esprit lorsqu'il s'agit d'extraire un signal périodique noyé dans du bruit. Lorsque le signal à extraire a un spectre limité en fréquence (par exemple, signal pseudo-sinusoïdal) et se trouve noyé dans un bruit dont la densité spectrale énergétique couvre une zone beaucoup plus large. Si le spectre du signal et celui du bruit qui l'accompagne ne sont ni disjoints ni de forme simple, une détermination du filtre le mieux adapté n'est plus possible. Dans le cas de la détection de pannes oscillatoires dans les commandes de vol électriques des avions, la fréquence de la panne est supposée appartenir à une bande de fréquence d'une décade ($[1 - 10Hz]$), ce qui ne permet pas de réaliser un filtre sélectif d'ordre raisonnable. La réalisation d'un filtre passe-bande infiniment étroit n'est pas possible ; d'ailleurs, lorsque la bande passante relative $\frac{\Delta f}{f_0}$ devient très faible, il faut être sûr que la fréquence centrale f_0 est bien égale à celle du signal que l'on cherche à isoler. Un autre inconvénient est lié au transitoire engendré par un filtre sélectif : plus le filtre est sélectif plus le transitoire sera long, ce qui est incompatible avec le délai de détection imposé pour la détection de pannes oscillatoires.

III.4 Techniques basées sur la modélisation directe des pannes oscillatoires

Ces techniques sont basées sur la modélisation et l'estimation des paramètres caractéristiques des pannes oscillatoires.

III.4.1 Estimation des pannes oscillatoires à l'aide d'un filtre de Kalman

Considérons un signal harmonique $y(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$ représentant une panne oscillatoire. Sa représentation d'état à temps continu s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\omega^2 x_1 \end{cases}, y = Ax_1$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\ y = \begin{bmatrix} a & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

Lorsque la conversion en temps discret de l'équation III.31 est effectuée, avec $t = k\Delta T$, on obtient :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\omega\Delta T) & \frac{1}{\omega} \sin(\omega\Delta T) \\ -\omega \sin(\omega\Delta T) & \cos(\omega\Delta T) \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \\ y(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} a & 0 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

Ce modèle peut servir de base pour la synthèse d'un filtre de Kalman à partir de la forme :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \mathbf{v} \\ y(k) = C \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \mathbf{w} \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

où $\mathbf{v}$ et $\mathbf{w}$ représentent respectivement le bruit d'état et d'observation, supposés être des séquences blanches, stationnaires, de moyennes nulles et avec des matrices de covariances Q et R . Il est montré dans [Middleton et Goodwin, 1990] qu'un choix approprié du gain de du filtre de Kalman en régime stationnaire est :

$$K = 2\xi\omega \begin{bmatrix} \cos(\omega\Delta T) \\ \sin(\omega\Delta T) \end{bmatrix} \quad (\text{III.14})$$

conduisant à une expression simple pour calculer la sortie estimée :

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k+1} = A\hat{\mathbf{x}}_k + K(y_k - \hat{y}_k) \\ \hat{y}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_k \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

Le problème qui se pose, encore ici, est la méconnaissance de la fréquence de la panne. L'application de cette méthode donnerait des résultats raisonnable si l'incertitude sur la fréquence à estimer est de l'ordre de quelques pour cent. Une solution serait d'étendre l'état avec le paramètre ω à estimer, conduisant à un filtre de Kalman étendu. Or, dans le cas de pannes oscillatoires, la plage de fréquence des pannes est de l'ordre d'une décade.

III.4.2 Synthèse d'un observateur dédié

Dans le cas des pannes oscillatoires, l'amplitude et la fréquence sont inconnus ce qui pourrait motiver l'emploi des observateurs dédiés pour l'estimation de ces paramètres

inconnus. Il existe plusieurs travaux dans la littérature qui traitent du problème de synthèse d'observateur afin d'estimer les paramètres inconnus d'un signal harmonique, voir par exemple [Hou, 2005, Hou, 2007]. Nous présenterons dans ce paragraphe une approche présentée dans [Aranovskiy et al., 2007] dans laquelle un observateur du troisième ordre est synthétisé pour estimer les paramètres inconnus d'un signal harmonique biaisé.

Soit le signal suivant :

$$y(t) = \sigma_0 + \sigma \sin(\omega t + \phi) \quad (\text{III.16})$$

qui est un signal sinusoïdal biaisé avec un biais σ_0 , une amplitude σ , une pulsation ω et une phase ϕ inconnues. La condition à respecter pour avoir un algorithme d'estimation est formulée de la manière suivante :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\omega - \hat{\omega}(t)| = 0 \quad (\text{III.17})$$

où $\hat{\omega}(t)$ est l'estimation courante du paramètre ω pour tout σ_0, σ, ϕ et $\omega > 0$.

En partant de cela, il est possible d'utiliser l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{y}(t) = -\omega^2 \dot{y}(t) = \theta \dot{y}(t) \quad (\text{III.18})$$

avec $\theta = -\omega^2$ comme un paramètre constant.

Lemme 1. *Soit un filtre auxiliaire du second ordre*

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1(t) &= \zeta_2(t) \\ \dot{\zeta}_2(t) &= -2\alpha\zeta_2(t) - \alpha^2\zeta_1(t) + y(t) \\ \zeta(t) &= \zeta_1(t) \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

avec $\zeta(t) = \frac{1}{(p-\alpha)^2}y(t)$, où p est l'opérateur de différenciation et $\alpha > 0$.

Dans ce cas, l'équation différentielle III.17 peut être réécrite :

$$\dot{y}(t) = 2\alpha\ddot{\zeta}(t) + \alpha^2\dot{\zeta}(t) + \theta\dot{\zeta}(t) + \varepsilon_y(t) \quad (\text{III.20})$$

où $\varepsilon_y(t)$ est une fonction exponentiellement décroissante du temps.

La preuve de ce lemme est amplement détaillée dans [Aranovskiy et al., 2007].

À présent, supposons que la fonction $\dot{y}(t)$ est mesurée. En négligeant le terme exponentiellement décroissant $\varepsilon_y(t)$, l'algorithme d'estimation idéal prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}(t) &= k\dot{\zeta}^2(t) \left(\theta - \hat{\theta}(t) \right) = k\dot{\zeta}(t) z(t) - k\dot{\zeta}^2(t) \hat{\theta}(t), \\ \hat{\omega}(t) &= \sqrt{|\hat{\theta}(t)|} \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

où la fonction $z(t)$ est définie par $z(t) = \dot{y}(t) - 2\alpha\ddot{\zeta}(t) - \alpha^2\dot{\zeta}(t)$ et la constante $k > 0$.

La proposition suivante prouve l'efficacité de l'algorithme d'estimation idéal afin de vérifier la condition III.17.

Proposition 2. Soit l'algorithme d'estimation du paramètre inconnu θ alors :

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = k\dot{\zeta}^2(t) (\theta - \hat{\theta}(t)) \quad (\text{III.22})$$

avec $k > 0$, et $\zeta(t)$ une fonction solution de l'équation différentielle [III.19](#).

Pour la preuve de cette proposition se référer également à [[Aranovskiy et al., 2007](#)].

Pour obtenir une structure d'algorithme d'estimation réalisable, considérons la variable suivante :

$$\chi(t) = \hat{\theta}(t) - k\dot{\zeta}(t)y(t) \quad (\text{III.23})$$

En dérivant cette équation [III.23](#), alors :

$$\begin{aligned} \dot{\chi}(t) &= \dot{\hat{\theta}}(t) - k\ddot{\zeta}(t)y(t) - k\dot{\zeta}(t)\dot{y}(t) \\ &= k\dot{\zeta}(t) \left(\dot{y}(t) - 2\alpha\ddot{\zeta}(t) - \alpha^2\dot{\zeta}(t) \right) - k\dot{\zeta}^2(t)\hat{\theta}(t) - k\ddot{\zeta}(t)y(t) - k\dot{\zeta}(t)\dot{y}(t) \\ &= k\dot{\zeta}(t) \left(-2\alpha\ddot{\zeta}(t) - \alpha^2\dot{\zeta}(t) \right) - k\dot{\zeta}^2(t)\hat{\theta}(t) - k\ddot{\zeta}(t)y(t) \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

Des équations [III.23](#) et [III.24](#), il est déduit l'algorithme d'estimation réalisable comme suit :

$$\dot{\chi}(t) = k\dot{\zeta}(t) \left(-2\alpha\ddot{\zeta}(t) - \alpha^2\dot{\zeta}(t) \right) - k\dot{\zeta}^2(t)\hat{\theta}(t) - k\ddot{\zeta}(t)y(t), \quad (\text{III.25})$$

$$\hat{\theta}(t) = \chi(t) + k\dot{\zeta}(t)y(t), \quad (\text{III.26})$$

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1(t) &= \zeta_2(t) \\ \dot{\zeta}_2(t) &= -2\alpha\zeta_2(t) - \alpha^2\zeta_1(t) + y(t) \\ \zeta(t) &= \zeta_1(t) \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

Dans cette approche, la convergence est de nature asymptotique et exponentielle. La technique ne semble pas être adaptée au problème de détection de pannes oscillatoires dans la mesure où une des contraintes principales en terme de temps de détection est que la détection devra être confirmée en un temps imposé (par exemple, trois périodes d'oscillations). Des études supplémentaires doivent être faites afin d'étudier les conditions dans lesquelles la convergence pourrait être imposée en un temps fini, et étudier l'adaptabilité de cette technique au cas des pannes oscillatoires. Pour finir, il existe d'autres approches dans la littérature traitant de ce problème ; par exemple, dans [[Hou, 2005](#)] un observateur d'ordre 4 est présenté. Les résultats de simulation reportés dans [[Hou, 2005](#)] montrent un temps de convergence long, ce qui est, encore une fois, incompatible avec le cahier des charges spécifié.

III.5 Approche par filtrage non-linéaire local avec optimisation des hyper-paramètres

Dans ce paragraphe nous présentons les développements associés à la technique que nous avons finalement retenu pour résoudre le problème de détection des pannes oscillatoires. Il s'agit du filtrage *Divided Difference* qui appartient à la famille des méthodes

dites "locales" en filtrage non linéaire, voir le paragraphe II.3.5. Cette famille comprend l'ensemble des techniques existantes dans la littérature pour approximer et résoudre les équations de filtrage en dimension finie. En effet, la solution optimale peut être établie dans un contexte Bayésien où certaines techniques de résolution "globale" ont été établies [Lerner *et al.*, 2000, Arulampalam *et al.*, 2002]. Ceci dit, les méthodes globales sont lourdes à mettre en œuvre et elles ont été écartées dans le cadre de nos travaux. Les approches "locales" sont celles que nous avons vu au chapitre précédent. De façon générale, lorsque le filtrage non linéaire est abordé par une méthode locale, deux problèmes de fond se posent :

1. Le fait d'utiliser une approximation qui transforme le problème d'estimation non linéaire de départ, pose la question de gestion de cette approximation par les équations de filtrage en fonction des paramètres libres de l'algorithme (initialisations, etc...). De façon générale, il est très difficile d'établir et d'analyser les conditions de convergence.
2. Le réglage des paramètres de haut niveau que sont les matrices de variance-covariance des bruits d'état et d'observation (Q et R) constitue un problème délicat et crucial. Ces matrices représentent le degré de flexibilité (ou de confiance) que l'on peut accorder respectivement au modèle d'état et aux observations, et conditionnent les performances du filtre. En particulier, la matrice Q a une influence déterminante en ce qui concerne la stabilité et la performance du filtre en modifiant son bassin d'attraction. Ce problème prend une dimension importante lorsqu'il s'agit d'un transfert vers un secteur industriel sensible comme celui de l'aéronautique. En effet, la formalisation de procédure de réglage, utilisable et ré-utilisable par un "non-expert" est une condition *sine qua non* pour une adoption à l'échelle industrielle.

La suite du chapitre est consacré aux développements méthodologiques autour de ces questions. Dans le premier paragraphe, nous introduirons le modèle non linéaire en définissant l'état et les paramètres que nous cherchons à estimer. Ensuite, nous rappellerons brièvement le mécanisme de fonctionnement du filtrage *divided difference*. Cette présentation nous permettra d'introduire une version adaptative de cet algorithme, récemment développée dans [Lee, 2005] et appliquée à un problème de navigation par satellite. Dans cette version, la matrice Q est mise à jour via un étage d'estimation additionnel et compatible avec le mécanisme *divided difference*, ce qui rend l'implantation de l'approche globale relativement simple. Enfin, les derniers paragraphes seront consacrés aux techniques hors ligne de réglage des paramètres Q et R . Encore une fois, il s'agit d'un problème difficile, peu abordé dans la littérature et encore ouvert, d'un point de vue diagnostic. En effet, bien que certains travaux existent en ce qui concerne le réglage de ces paramètres d'un point de vue "estimation" (cas linéaire et non-linéaire), il y a peu de travaux qui visent à optimiser ces paramètres dans une démarche de détection. Or, il est clair qu'une bonne estimation ne fournit pas forcément une bonne détection. Nous présenterons deux techniques très récemment proposées dans la littérature, ainsi qu'une technique empirique simple que nous proposons. Dans le chapitre suivant, l'ensemble de ces solutions fera l'objet d'une étude expérimentale comparative et approfondie afin d'évaluer leurs performances et leurs robustesses.

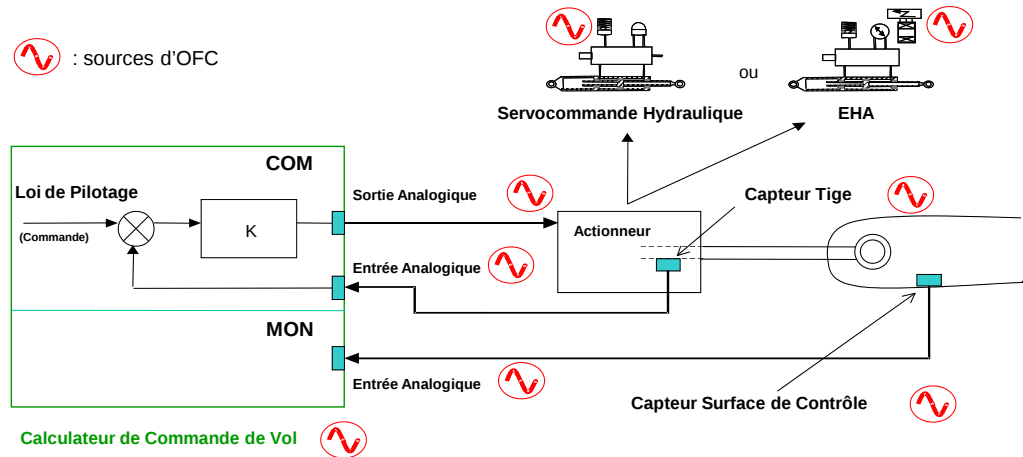


Figure III.1 – Chaîne d'asservissement en position d'une gouverne de l'A380

Afin d'illustrer de façon claire et simple les développements de ce chapitre, nous prendrons comme exemple le modèle non-linéaire de l'actionneur hydraulique et sa boucle d'asservissement comme cela a été présenté au chapitre I.

III.5.1 Servo-commande de l'actionneur hydraulique

III.5.1.1 Modélisation

La chaîne de contrôle-commande qui fait l'objet des études conduites dans le cadre de cette thèse est rappelée sur la figure III.1.

L'avion, sur lequel seront testées les diverses techniques d'estimation utilisées, est l'A380. Sur cet avion, deux principaux types d'actionneurs sont présents : des actionneurs hydrauliques et des actionneurs à technologie mixte plus récente : les EHA. Pour notre étude, nous nous sommes concentrés sur les servocommandes hydrauliques car employées depuis de nombreuses années sur d'autres appareils Airbus et dont la modélisation est maintenant bien établie.

De plus, parmi les nombreuses et multiples gouvernes qui équipent l'avion, notre choix s'est porté sur la gouverne de profondeur intérieure, car c'est une gouverne qui permet notamment de contrôler le comportement longitudinal de l'avion et qui possède donc une importance particulière dans le dimensionnement structurel de l'avion. Cette gouverne constituera donc un référentiel sur lequel toutes les études comparatives seront effectuées. Pour ce qui est du choix gauche ou droit, il n'est pas primordial du fait de la symétrie des gouvernes.

Le modèle non linéaire est basé sur le comportement physique de l'actionneur hydraulique, voir figure III.2. La mise en équations donne la vitesse de la tige du vérin comme

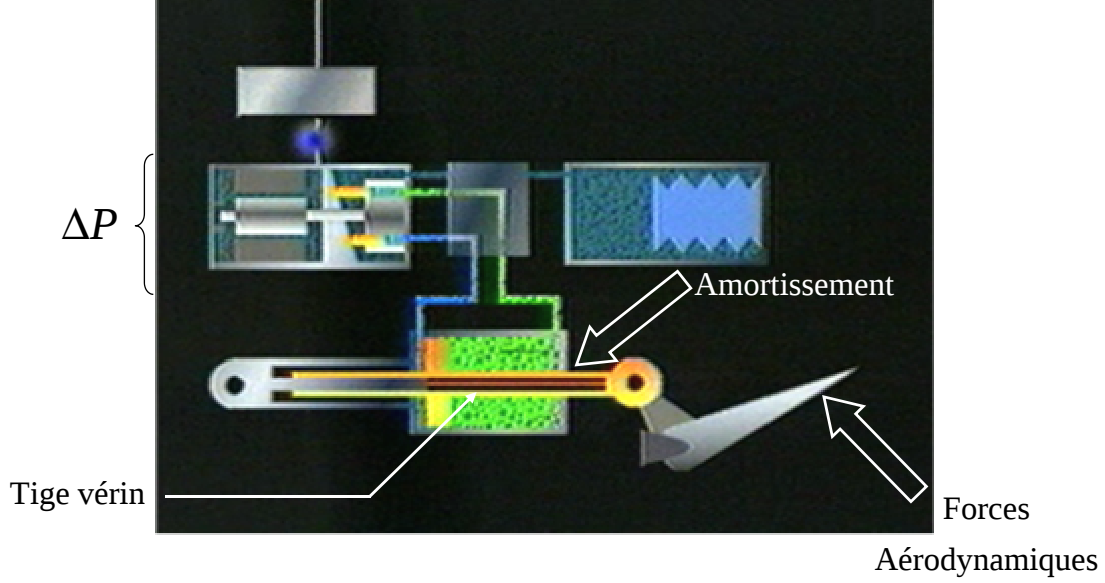


Figure III.2 – Modèle physique de l'actionneur hydraulique

une fonction de la pression hydraulique présente aux bornes de l'actionneur, de l'amortissement créé par l'actionneur passif de la chaîne d'asservissement secondaire en parallèle et des forces antagonistes exercées sur la gouverne. La représentation d'état du modèle est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= V_0(t) \sqrt{\left| \frac{\Delta P(t) - \text{signe}(V_0(t)) \frac{\sum F(t)}{S}}{\Delta P_{réf}} \right|} \\ y(t) &= x(t) \end{cases} \quad (\text{III.28})$$

où :

- x (état) , y (mesure) sont la position de la tige de l'actionneur,
- V_0 est la vitesse commandée par le calculateur, correspondant à la vitesse maximale d'un actionneur seul sans charge,
- S est la section du piston qui sépare les deux chambres du vérin,
- $\Delta P_{réf}$ est la différence de pression de référence, à laquelle sont calculées les performances du vérin,
- ΔP est la différence de pression hydraulique disponible aux bornes de l'actionneur,
- $\sum F(t)$ l'ensemble des forces extérieures appliquées à la servocommande.

Dans le cas de deux actionneurs dans un schéma actif/passif, les charges externes peuvent être exprimées de la façon suivante, en négligeant la fonction sign :

$$\sum F(t) = F_A(t) + 2F_S(t) + K_a \dot{x}^2 \quad (\text{III.29})$$

où :

- F_A sont les forces aérodynamiques appliquées à la gouverne,
- K_a est le coefficient d'amortissement de la servocommande amortie,

- F_S est la force de frottement statique du vérin, cependant les frottements statiques étant négligeables par rapport aux deux autres grandeurs, ils ne seront pas pris en compte par la suite.

De même, l'expression de la vitesse maximale sans charge V_0 donne :

$$V_0(t) = K.K_{ci}(u(t) - x(t)) \quad (\text{III.30})$$

où :

- K est le gain de régulation de la servocommande,
- K_{ci} est la fonction par morceaux de conversion du courant de commande en vitesse comportant des saturations,
- u est l'ordre issu des lois de pilotage, c'est-à-dire la position de commande vraie de l'actionneur.

Lorsque sont intégrées les équations III.29 et III.30 dans III.28, la représentation d'état du modèle donne alors :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= K.K_{ci}(u(t) - x(t)) \sqrt{\left| \frac{\Delta P(t) - \frac{F_A(t) + K_a \dot{x}^2}{S}}{\Delta P_{réf}} \right|} \\ y(t) &= x(t) \end{cases} \quad \Updownarrow \quad (\text{III.31})$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= K.K_{ci}(u(t) - x(t)) \sqrt{\left| \frac{S.\Delta P(t) - F_A(t)}{S.\Delta P_{réf} + K_a [K.K_{ci}(u(t) - x(t))]^2} \right|} \\ y(t) &= x(t) \end{cases}$$

D'autre part, les forces aérodynamiques appliquées à la gouverne peuvent être décomposées en un moment de charnière aérodynamique divisé par le bras de levier :

$$F_A(t) = \frac{Mch_A(t)}{B_l(x(t))} \quad (\text{III.32})$$

où :

- Mch_A est le moment de charnière aérodynamique créé par les forces aérodynamiques appliquées à la gouverne en son centre de rotation,
- B_l est le bras de levier entre le centre de rotation de la gouverne et le point d'application des forces aérodynamiques. Son expression mathématique est une fonction trigonométrique complexe de la position de la tige du vérin. Cependant, sur les valeurs prises par la position de la tige du vérin, elle peut-être approximée par un polynôme. En prenant un polynôme à l'ordre quatre, l'erreur commise est faible comme en atteste la valeur de la $RMSE = 0,003473$.

La formulation finale de la représentation d'état du modèle est alors la suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= K.K_{ci}(u(t) - x(t)) \sqrt{\left| \frac{S.\Delta P(t) - \frac{Mch_A(t)}{B_l(x(t))}}{S.\Delta P_{réf} + K_a [K.K_{ci}(u(t) - x(t))]^2} \right|} \\ y(t) &= x(t) \end{cases} \quad (\text{III.33})$$

L'équation [III.33](#) représente donc le modèle non-linéaire de la chaîne d'asservissement en position de l'élévateur interne gauche de l'A380. C'est ce modèle non linéaire qui est utilisé par Airbus afin de générer les signaux indicateurs de défauts sur l'A380 moyennant certaines hypothèses sur les paramètres physiques. En effet, ces paramètres physiques qui sont en réalité variants dans le temps, sont considérés fixes afin de simplifier les calculs. Ainsi, le coefficient d'amortissement de la servocommande amortie K_a et la différence de pression hydraulique disponible aux bornes de l'actionneur ΔP sont figés à leurs valeurs nominales, tandis que les forces aérodynamiques F_A sont elles définies comme nulles. Ces simplifications ont été validées et sont compatibles des performances de détection et robustesse requises sur l'A380. Il est évident que l'application des technique d'estimation paramétriques pourraient permettre une meilleure estimation de la position de la gouverne à travers l'estimation des paramètres physiques. Ainsi on peut espérer obtenir des signaux indicateurs de défauts robustes et de meilleure qualité sur lesquels un test de décision pourra être appliqué.

Avant d'aller plus loin et décrire les procédures d'estimation paramétriques, il est primordial de vérifier l'identifiabilité structurelle de ce modèle. Le paragraphe suivant est consacré à cette étude.

III.5.1.2 Identifiabilité du modèle

Identifiabilité structurelle dans le cas non linéaire

Dans un premier temps une estimation des trois paramètres non mesurables dans le modèle ($F_A(t)$, $\Delta P(t)$ et $K_a(t)$) a été envisagée. Un examen rapide de cette structure de modèle met en évidence un problème d'identifiabilité paramétrique : les deux paramètres présents au numérateur ($F_A(t)$ et $\Delta P(t)$) dans [III.31](#) ne sont pas simultanément identifiables. Avant de chercher une re-paramétrisation adéquate, nous avons fait une recherche pour mettre en place un test formel et générique d'identifiabilité pouvant être appliqué à une structure de modèle non linéaire, afin de détecter de façon systématique tout problème d'identifiabilité. En effet, dans le cas de modèles paramétriques linéaires, l'identifiabilité d'une structure de modèle à partir des données entrée-sortie, est un problème largement étudié dans la littérature, voir [[Walter, 1987](#)]. Pour des structures de modèle non linéaires, certains travaux récents abordent le problème d'identifiabilité comme un cas particulier du problème d'observabilité structurelle qui peut être formalisé par des outils algébriques, voir par exemple [[Anguelova, 2004](#)]. Dans ce dernier, il est montré que pour un système à n variables d'état, un test de rang basé sur les $(n - 1)$ dérivées de Lie peut être établi afin de tester l'observabilité. Plus précisément, si le rang de la matrice Jacobienne en [III.34](#)

est égal au nombre de paramètres à identifier, alors tous les paramètres sont identifiables :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial L_{fg_1}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial L_{fg_1}}{\partial \theta_k} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial L_{fg_m}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial L_{fg_m}}{\partial \theta_k} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial L_{fg_1}^{n-1}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial L_{fg_1}^{n-1}}{\partial \theta_k} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial L_{fg_m}^{n-1}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial L_{fg_m}^{n-1}}{\partial \theta_k} \end{bmatrix} \quad (\text{III.34})$$

où :

- m est la dimension du modèle,
- k le nombre de paramètres à identifier,
- L représente la dérivée de Lie,
- f et h sont les fonctions donnant la représentation d'état de notre modèle [III.31](#).

Structure de modèle identifiable

Ce test a été appliqué au modèle [III.31](#), et comme attendu le résultat est conforme à l'examen initial, à savoir ce modèle n'est pas identifiable sous cette forme et une re-paramétrisation s'avère nécessaire. A partir des considérations physiques et des contraintes ultérieures liées à l'implémentation, plusieurs solutions peuvent être envisagées :

- le paramètre $F_A(t)$ dépend de la position tige x , il s'agit donc d'intégrer cette dépendance, par exemple sous forme polynomiale, dans le modèle original :

$$F_A(t) = \sum_{i=1}^N \theta_i x^i(t) \quad (\text{III.35})$$

- les contraintes en terme de temps de calcul disponible ne permettent pas d'augmenter trop la dimension de l'espace paramétrique, une solution simple consiste alors à fixer la valeur d'un paramètre à sa valeur nominale, et laisser l'autre libre. De plus, une étude de sensibilité de la sortie par rapport aux variations de chacun des paramètres a été effectuée. Cette étude a permis de mettre en évidence que les variations de la pression $\Delta P(t)$ et du coefficient d'amortissement $K_a(t)$ n'avaient qu'un effet limité sur la qualité de la sortie estimée par rapport $F_A(t)$. De ce fait, nous avons décidé de fixer la valeur de ces paramètres à leurs valeurs nominales, ne conservant donc qu'un paramètre à estimer. La nouvelle approche sera alors appliquée sur l'estimation du paramètre physique $F_A(t)$, qui varie dans le temps et qui était considéré constant dans la précédente méthode.

Par la suite, et pour plus de précisions dans l'estimation de la position, les forces aérodynamiques $F_A(t)$ seront remplacées par leur expression en fonction des moments de

charnières aérodynamiques appliqués à la gouverne en III.32 et sera donc utilisé le modèle non-linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= K.K_{ci}(u(t) - x(t)) \sqrt{\left| \frac{S.\Delta P - \frac{Mch_A(t)}{B_l(x(t))}}{S.\Delta P_{réf} + K_a[K.K_{ci}(u(t) - x(t))]^2} \right|} \\ y(t) &= x(t) \end{cases} \quad (III.36)$$

III.5.2 Processus de réglage de la solution retenue

Généralement, lors de l'implémentation du filtre, le réglage de Q et R se fait "à la main" et de façon heuristique, sans aucune certitude d'obtenir les valeurs optimales de ces grandeurs. Ce paragraphe est donc consacré à l'estimation des paramètres inconnus tels que les matrices de covariances des bruits d'état et d'observation, Q et R . Les techniques pour ce faire sont apparues récemment dans [Lee, 2005, Duník et Šimandl, 2008, Subrahmanya et Shin, 2009]. Nous porterons une attention particulière au choix de la matrice Q . En effet, la matrice R , représentant la covariance des bruits d'observation (contrôle la flexibilité de l'équation d'observation) peut être choisie en fonction des caractéristiques des capteurs. Par contre, comme nous l'avons déjà souligné, le choix de la matrice Q est une question délicate car elle permet de moduler la flexibilité du modèle non linéaire, et par ce biais impacte le comportement du filtre de façon importante.

III.5.2.1 Méthode d'estimation hors-ligne des matrices de covariance du bruit d'état et d'observation

Comme nous l'avons souligné, d'un point de vue "estimation", ce problème est résolu (voir par exemple [Mehra, 1970] pour le cas linéaire et [Duník et Šimandl, 2008] pour le cas non linéaire). Ces techniques fournissent la meilleure solution qui donnerait la meilleure estimation au sens d'un critère de qualité. Dans ce cas, les paramètres optimisés confèrent au filtre une très bonne capacité de poursuite (c'est-à-dire une large bande passante). Même si le résultat de l'estimation est très bon, ce phénomène engendre de toute évidence une importante difficulté pour la détection de pannes : l'adaptation rapide ne permet pas de mettre en évidence l'apparition d'une panne dont l'effet est toute de suite masqué par le mécanisme d'adaptation. Il faudra donc modifier les techniques existantes pour intégrer un critère qui tient compte des performances en détection.

Nous nous sommes concentrés sur l'approche d'Estimation Adaptative Multi-Modèles (MMAE). C'est cette technique qui sera employée lors des tests en simulation et sur banc d'essai (IV). Nous avons contribué au développement d'une approche plus générale qui est décrite dans [Efimov et al., 2010, Raïssi et al., 2011]. Cette approche ne sera pas développée dans ce chapitre.

Estimation Adaptative Multi-Modèles (MMAE)

Le principe de ces méthodes (voir [Maybeck, 1999, Badr et al., 2008]) est basé sur une

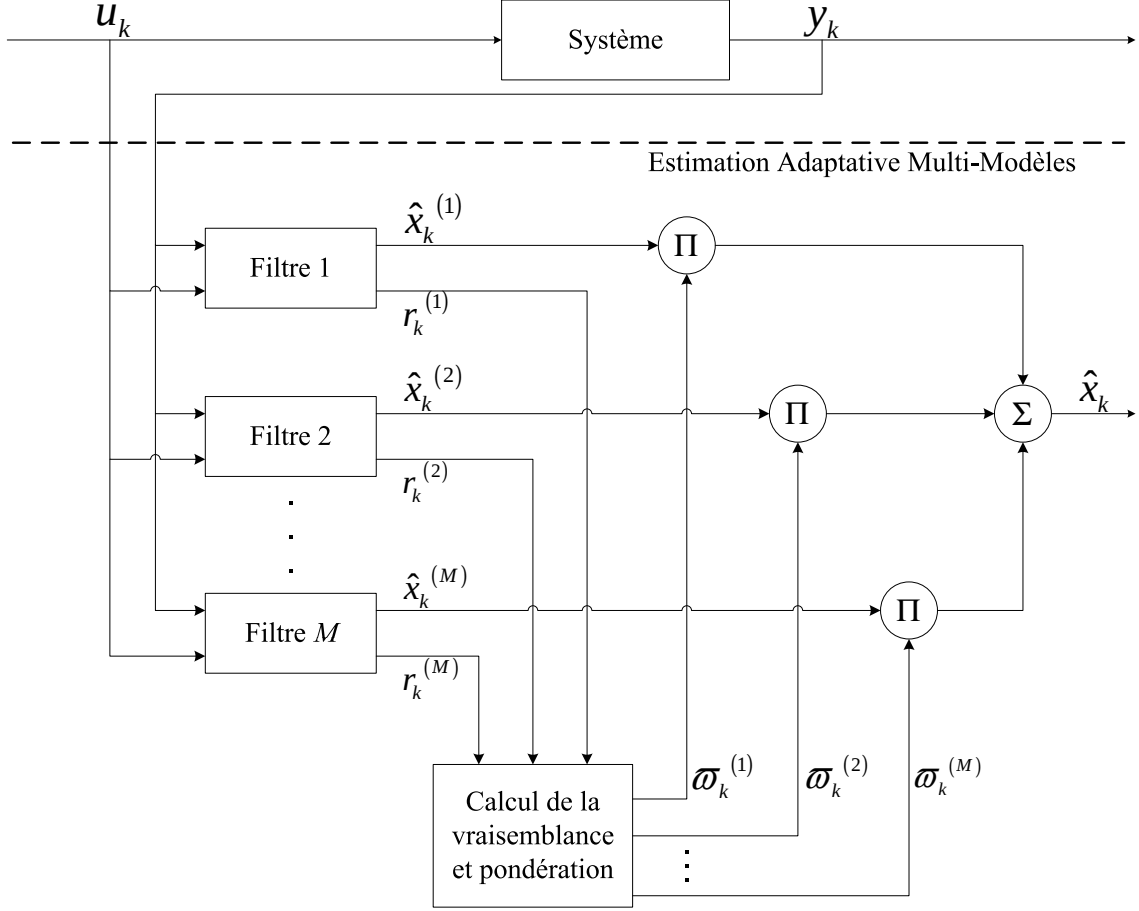


Figure III.3 – Schéma de principe de l'estimation adaptative multi-modèles (MMAE)

estimation récursive utilisant une batterie de filtres dépendants des paramètres inconnus (ici Q et R). Le but est de déterminer la densité de probabilité de fonction, en utilisant les mesures, pour chaque élément du vecteur de paramètre. Soit $\mathcal{Q} = \{Q^{(\ell)}; \ell = 1, \dots, M\}$ un ensemble de matrices Q , connues *a priori*. Ce sont donc M filtres en parallèle coïncidant à chaque éléments de $\mathcal{Q}$, qui vont permettre, grâce aux résidus issus de ces filtres de calculer la vraisemblance de l'estimation à chaque instant. Ensuite, un poids normalisé, fonction de la vraisemblance, est attribué à chaque estimation réalisée à partir des divers filtres fonctions de la distribution des paramètres inconnus. Pour finir l'estimation optimale est la somme pondérée des ces estimations. La figure III.3 résume le principe de fonctionnement de la méthode MMAE.

Le but est donc de déterminer la densité de probabilité du $\ell^{\text{ème}}$ élément $Q^{(\ell)}$ grâce aux mesures. L'application du théorème de Bayes donne :

$$p(Q^{(\ell)} | Y_k) = \frac{p(Y_k | Q^{(\ell)}) p(Q^{(\ell)})}{\sum_{j=1}^M p(Y_k | Q^{(j)}) p(Q^{(j)})} \quad (\text{III.37})$$

où $\mathbf{Y}_k$ correspond à la séquence suivante : $\{\mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_k\}$. Sachant que $p(\mathbf{y}_k | \mathbf{Y}_{k-1}, Q^{(\ell)})$ est défini par $p(\mathbf{y}_k | \hat{\mathbf{x}}_k^{(\ell)})$ dans le calcul récursif du filtre, la densité de probabilité *a posteriori* peut être calculée de la manière suivante :

$$p(Q^{(\ell)} | \mathbf{Y}_k) = \frac{p(\mathbf{y}_k, Q^{(\ell)} | \mathbf{Y}_{k-1})}{p(\mathbf{y}_k | \mathbf{Y}_{k-1})} = \frac{p(\mathbf{y}_k | \hat{\mathbf{x}}_k^{(\ell)}) p(Q^{(\ell)} | \mathbf{Y}_{k-1})}{\sum_{j=1}^M p(\mathbf{Y}_k | \hat{\mathbf{x}}_k^{(j)}) p(Q^{(j)} | \mathbf{Y}_{k-1})} \quad (\text{III.38})$$

où le dénominateur sert simplement de facteur de normalisation pour s'assurer que $p(Q^{(\ell)} | \mathbf{Y}_k)$ est bien une fonction de densité de probabilité. Les équations de pondérations peuvent à présent être définies en se basant sur la densité de probabilité de l'équation III.38, comme suit :

$$\begin{cases} \varpi_k^{(\ell)} &= \varpi_{k-1}^{(\ell)} p(\mathbf{y}_k | \hat{\mathbf{x}}_k^{(\ell)}) \\ \varpi_k^{(\ell)} &\leftarrow \frac{\varpi_k^{(\ell)}}{\sum_{j=1}^M \varpi_k^{(j)}} \end{cases} \quad (\text{III.39})$$

où $\varpi^{(\ell)} \propto p(Q^{(\ell)} | \mathbf{Y}_k)$ est le poids associé au $\ell^{\text{ème}}$ filtre . Au temps origine t_0 , ils sont initialisés avec $\varpi_0^{(\ell)} = \frac{1}{M}$ pour $\ell = 1, \dots, M$. D'autre part, $p(\mathbf{y}_k | \hat{\mathbf{x}}_k^{(\ell)})$ est la fonction de vraisemblance, notée $L_k^{(\ell)}$ et définie dans [Badr *et al.*, 2008] de la manière suivante :

$$p(\mathbf{y}_k | \hat{\mathbf{x}}_k^{(\ell)}) = L_k^{(\ell)} = \frac{\exp \left[-\frac{1}{2} \mathbf{r}_k^{(\ell)T} \left(\sigma_{\hat{\mathbf{x}}^{(\ell)}, k}^2 \right)^{-1} \mathbf{r}_k^{(\ell)} \right]}{\sqrt{\det \left[2\pi \left(\sigma_{\hat{\mathbf{x}}^{(\ell)}, k}^2 \right) \right]}} \quad (\text{III.40})$$

où $\mathbf{r}^{(\ell)}$ est le résidu issu du $\ell^{\text{ème}}$ filtre et $\sigma_{\hat{\mathbf{x}}^{(\ell)}}^2$ la variance de l'estimation du $\ell^{\text{ème}}$ filtre². Les équations III.39 peuvent alors être réécrites comme suit :

$$\begin{cases} \varpi_k^{(\ell)} &= \varpi_{k-1}^{(\ell)} L_k^{(\ell)} \\ \varpi_k^{(\ell)} &\leftarrow \frac{\varpi_k^{(\ell)}}{\sum_{j=1}^M \varpi_k^{(j)}} \end{cases} \quad (\text{III.41})$$

L'estimation optimale est alors la somme pondérée des estimations issues des filtres, ainsi que les valeurs de Q optimales sont la somme pondérée des éléments de $\mathcal{Q}$, donnant :

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_k^{opt} &= \sum_{j=1}^M \varpi_k^{(j)} \hat{\mathbf{x}}_k^{(j)} \\ \hat{Q}_k^{opt} &= \sum_{j=1}^M \varpi_k^{(j)} Q_k^{(j)} \end{cases} \quad (\text{III.42})$$

2. Dans [Badr *et al.*, 2008] la fonction de vraisemblance $L_k^{(\ell)}$ est donnée avec $H_k P_k H_k^T + R_k$, ce qui dans notre cas revient à la variance de l'estimation.

Cette technique permet de calculer les valeurs optimales pour les éléments diagonaux de Q sont obtenues afin de fournir une bonne estimation de la position de la gouverne et des paramètres contenus dans le vecteur d'état augmenté.

Remarque 10. Dans [Badr et al., 2008], les auteurs développent une méthode d'Estimation Adaptative Multi-Modèles Généralisée (GMMAE), similaire à la méthode MMAE et basée sur une matrice d'autocorrélation des résidus afin d'améliorer le temps de convergence. Cependant, la complexité calculatoire de cette généralisation augmente avec le fait qu'il faille stocker les $i^{\text{ème}}$ pas précédents pour tous les résidus.

Pour utiliser la méthode MMAE, nous nous sommes basés sur une densité de probabilité logarithmiquement uniforme des paramètres inconnus ; constituant dans un premier temps un quadrillage grossier pour avoir une tendance des valeurs optimales de Q , puis affinant les mailles du quadrillage pour obtenir des valeurs optimales de Q plus précises. Après plusieurs essais, les valeurs de Q relevées correspondaient presque toutes aux valeurs maximales du quadrillage (c'est-à-dire qu'une pondération devenait prédominante par rapport aux autres : $\varpi^{(\ell)} \simeq 0$ pour $\ell \in \{1, \dots, M\} \setminus \{\ell_{Q_{\max}}\}$ et $\varpi^{(\ell_{Q_{\max}})} \simeq 1$). En effet, il n'est pas surprenant d'avoir de grandes valeurs dans Q lorsqu'on cherche à réaliser une estimation : le gain du filtre *divided difference* est calculé en fonction de la confiance accordée au modèle (exprimée par la matrice de covariance de bruit d'état Q) relativement à la confiance placée dans la mesure (exprimée par la matrice de covariance de bruit d'observation R). Dans notre cas R étant connue, le gain devient uniquement dépendant de Q , or dans ce processus MMAE classique, nous cherchons à minimiser le domaine d'amplitude du résidu, c'est-à-dire nous cherchons à ce que l'estimé de la position soit identique aux mesures pour avoir la meilleure estimation possible. Cela induit donc que la méthode MMAE va accentuer la confiance accordée aux mesures et donc diminuer celle accordée au modèle afin que l'estimé de la position tienne moins compte de la prédiction issue du modèle. Et pour cela, il faut faire tendre le gain du filtre *divided difference* vers 1, ce qui consiste, dans notre cas à avoir des valeurs de Q très importantes. Dans un premier temps, il est intéressant de constater que cette méthode hors-ligne peut fournir des valeurs de Q intéressantes dans le cas d'une estimation, car les perturbations sont rejetées, mais cela comprend également les pannes que nous souhaitons détectées. En effet, lorsque les valeurs de Q obtenues avec la méthode MMAE classique, ont été testées, nous avons une très bonne estimation, nous pouvions donc baisser le seuil de détection des pannes car l'amplitude de variation du résidu s'en trouvait diminué, cependant ce que nous avons gagné en robustesse, nous le perdions en détection, car il fallait des pannes oscillatoires de plus fortes amplitudes pour qu'une détection se déclenche ; ce qui allait à l'encontre de notre objectif, à savoir détecter les pannes oscillatoires les plus petites possibles.

La méthode MMAE classique est donc parfaitement appropriée pour définir un paramètre inconnu d'un modèle (la matrice de covariance de bruit d'état dans notre cas) dans le cadre de l'estimation. Néanmoins, pour la détection de défaillances, telles les pannes oscillatoires, il est primordial de tenir compte autant de la performance de l'estimation, afin de ne pas déclencher intempestivement des fausses alarmes, que celle de la détection, afin d'éviter les non-détections. Cela, nous a amené à modifier la méthode MMAE : nous avons choisi d'ajouter un coefficient qui tient compte de l'atténuation de la panne pour

chaque valeur de Q . Plaçons nous dans le cadre le plus contraignant, le cas des pannes additives (ou liquides). En effet, après un certain nombre d'analyses, il a été noté que cette décroissance de l'amplitude de la panne était prépondérante dans le cas des pannes liquides. Après plusieurs essais pour établir et intégrer un tel coefficient dans le calcul des pondérations, notre choix s'est porté sur l'introduction du facteur suivant :

$$LPF_k^{(\ell)} = \exp \left(\mathbf{r}\mathbf{p}_k^{(\ell)} - \mathbf{p}_k \right) \quad (\text{III.43})$$

où $LPF^{(\ell)}$ est le *liquid penalty factor* du $\ell^{\text{ème}}$ filtre en fonction de $\mathbf{r}\mathbf{p}^{(\ell)}$ l'amplitude du résidu avec panne et $\mathbf{p}$ l'amplitude de la panne injectée. En effet, il nous a semblé judicieux de comparer directement l'effet de l'atténuation de la panne sur le résidu. Pour cela, la différence entre l'amplitude de la panne artificiellement injectée et l'amplitude du résidu généré avec la prise en compte de cette panne est réalisée à chaque instant k . Cela impose donc, dans le dispositif MMAE, à chaque instant k d'effectuer en parallèle de la génération de résidu standard, une génération de résidu, dit "avec panne", ayant en entrée du filtre un $\mathbf{y}_k$ artificiellement modifié par l'ajout d'une panne $\mathbf{p}$. Ainsi, dans le cas où les valeurs de Q atténueraient l'effet de la panne sur le résidu, alors $\mathbf{r}\mathbf{p}^{(\ell)} < \mathbf{p} \Rightarrow LPF^{(\ell)} < 1$. Ce *liquid penalty factor* a donc été élaboré afin de prendre des valeurs inférieures à 1, dans le but d'handicaper la valeur de la fonction de vraisemblance qui, d'après de multiples observations, prenait des valeurs entre 1 et 4. Pour l'intégration de ce facteur à la vraisemblance plusieurs solutions ont également été testées. Finalement, la solution retenue a été de faire la moyenne harmonique pondérée de la fonction de vraisemblance et du coefficient de pénalisation. Par la suite, nous avons pondéré la moyenne en fonction de données fournies par Airbus. Dans la pratique, pour ce qui est de la robustesse, c'est-à-dire du taux de fausses alarmes, Airbus a une probabilité de perte calculateur $\mathcal{P}_{PC}$, il est judicieux de faire en sorte que la probabilité d'occurrence de fausses alarmes ne dépasse pas $\mathcal{P}_{FA}$. Au sujet de la performance en détection, les normes de certification impose que la probabilité que les pannes oscillatoires aient une conséquence au niveau de la sécurité de l'avion soit inférieure à $10^{-9}h^{-1}$. Sachant par retour d'expérience Airbus que la probabilité d'apparition des pannes oscillatoires est $\mathcal{P}_{OC}$, pour respecter une probabilité de conséquences dommageables inférieure à $10^{-9}h^{-1}$, il faut alors fixer une probabilité de non-détection $\mathcal{P}_{ND}$. De ces objectifs de probabilité pour la robustesse ($\mathcal{P}_{FA}$) et la performance ($\mathcal{P}_{ND}$), un constat se dresse : la contrainte en robustesse est plus importante que celle en performance. Suite à ce constat, il est judicieux d'introduire dans la moyenne harmonique un coefficient de pondération λ (avec $0 < \lambda < 1$) qui tiendrait de compte de ces objectifs, et qui pourra servir si besoin est de variable de réglage du compromis robustesse-performance pour le choix des valeurs de la matrice Q . À la vue des valeurs des probabilité nous avons commencé avec un coefficient $\lambda = \frac{2}{3}$, ce qui donne la fonction suivante :

$$L_{pen,k}^{(\ell)} = \frac{1}{\frac{\lambda}{L_k^{(\ell)}} + \frac{(1-\lambda)}{LPF_k^{(\ell)}}} \quad (\text{III.44})$$

avec $L_{pen}^{(\ell)}$ la fonction remplaçant la fonction de vraisemblance dans le calcul des pondérations du processus MMAE. Ainsi l'équation III.41 devient :

$$\begin{cases} \varpi_k^{(\ell)} &= \varpi_{k-1}^{(\ell)} L_{pen,k}^{(\ell)} \\ \varpi_k^{(\ell)} &\leftarrow \frac{\varpi_k^{(\ell)}}{\sum_{j=1}^M \varpi_k^{(j)}} \end{cases} \quad (\text{III.45})$$

A partir de cette modification de la fonction de vraisemblance par ce facteur de pénalité, les essais de détermination des valeurs des éléments de la matrice de variance-covariance du bruit d'état Q , ont été repris comme précédemment.

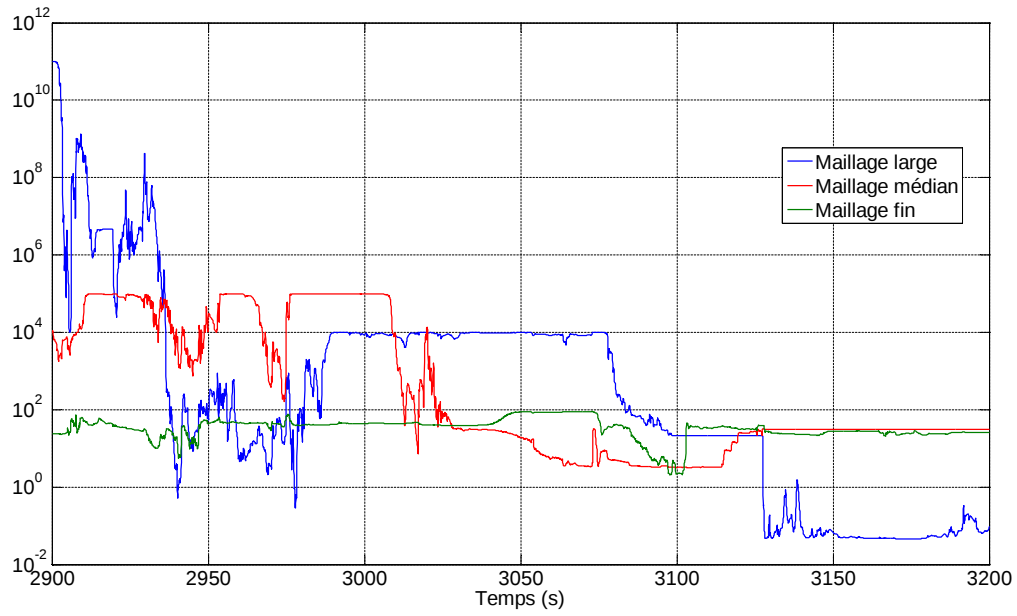
L'évolution au cours du temps des valeurs optimales, au sens du MMAE modifié, de la matrice de variance-covariance du bruit d'état Q a été simulé. La figure III.4 représente ces évolutions temporelles pour trois catégories de maillage (large, médian et fin), sur un jeu de données dynamique en position (c'est-à-dire que l'on peut y trouver des pentes atteignant $20^\circ/\text{s}$). La sous-figure III.4a montre la valeur de la variance du bruit d'état du moment de charnière aérodynamique appliqué à la gouverne $Q_{\mathcal{M}_{aérodynamique}}$. En partant d'un maillage large (courbe bleue), et que malgré des sauts assez importants de la valeur de $Q_{\mathcal{M}_{aérodynamique}}$, on note une tendance vers une valeur finale. Nous avons donc resserré le maillage autour de cette valeur (courbe rouge) ; la courbe verte montre un maillage encore plus fin, aboutissant à une valeur moyenne de $Q_{\mathcal{M}_{aérodynamique}}$ sur ce jeu de données. La sous-figure III.4b représente quant à elle, la valeur de la variance du bruit d'état de la position de la gouverne $Q_{\text{position gouverne}}$. Le cheminement successif à travers les divers maillages est le même que pour $Q_{\mathcal{M}_{aérodynamique}}$. L'observation des courbes permet de vérifier que, comme précédemment, $Q_{\text{position gouverne}}$ possède une valeur optimale moyenne sur ce jeu de données.

En conclusion, la technique MMAE ainsi modifiée (intégration du critère LPF permettrait de trouver la valeur de "l'hyper-paramètre" de réglage Q pour assurer un bon compromis robustesse/détection. Les valeurs numériques issues de cette procédure seront utilisées pour tester et valider la technique dans le chapitre IV.

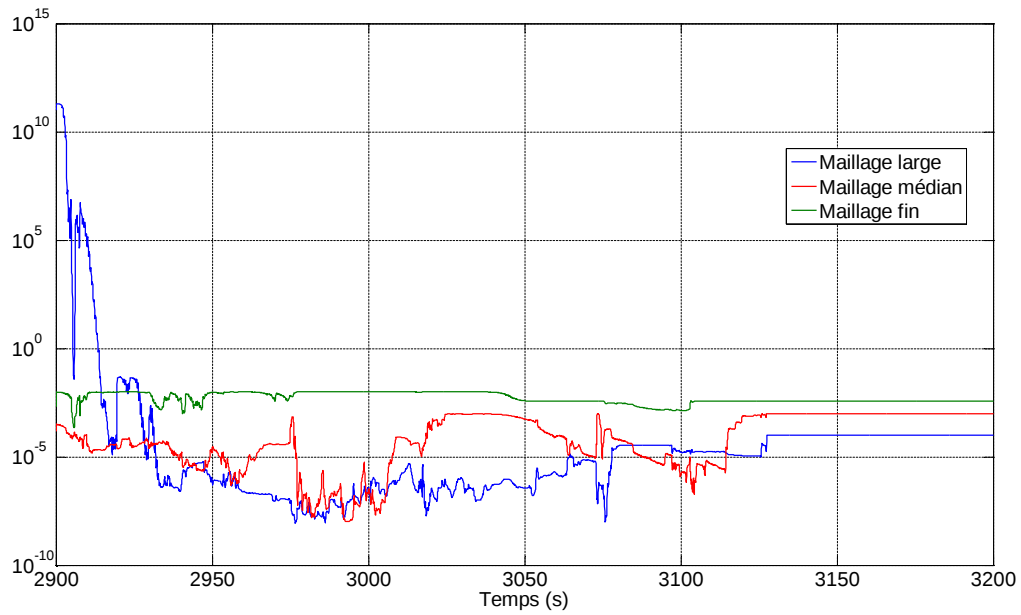
Remarque 11. *Dans le cas de pannes solides, un facteur de pénalité similaire au liquid penalty factor, peut être mis en place afin de prendre en compte la détection de pannes solides dans la méthode MMAE classique. En effet, par analogie, nous pouvons définir le facteur de pénalité suivant :*

$$SPF_k^{(\ell)} = \exp \left(\mathbf{r} \mathbf{p}_k^{(\ell)} - (\mathbf{y}_k - \mathbf{p}_k) \right) \quad (\text{III.46})$$

où $SPF^{(\ell)}$ est le solid penalty factor du $\ell^{\text{ème}}$ filtre en fonction de $\mathbf{r} \mathbf{p}^{(\ell)}$ l'amplitude du résidu avec panne, $\mathbf{y}$ la position réelle sans panne issue du jeu de données et $\mathbf{p}$ l'amplitude de la panne injectée. De la même manière, nous avons souhaité évaluer directement l'atténuation de la panne sur le résidu en le comparant aux grandeurs qu'il est sensé reproduire. Cela est possible car l'estimation adaptative multi-modèles se fait hors-ligne : nous avons donc accès à la position réelle sans pannes issue du jeu de données ; grandeur inconnue en temps réel lorsqu'une panne apparaît, la spécificité sans pannes disparaît. En utilisant, ce



(a) Évolution de la variance du bruit d'état du moment de charnière aérodynamique



(b) Évolution de la variance du bruit d'état de la position

Figure III.4 – Valeurs optimales des variances de bruit d'état

facteur de pénalité pour les pannes solide, nous obtenions une matrice de covariance de bruit d'état Q spécifique pour ce type de pannes. Néanmoins, dans le calculateur, le filtre divided difference génère un résidu qui est évalué par deux types de comptages (liquide ou solide) : il a donc fallu choisir entre un filtre calibré pour des pannes liquides ou solides. Comme expliqué ci-dessus, l'atténuation de la panne sur le résidu est la plus forte dans le cas des pannes liquides, il a donc été choisi de travailler par la suite, avec la matrice Q mise au point pour les pannes liquides.

III.5.2.2 Méthode d'estimation en-ligne des matrices de covariance du bruit d'état et d'observation

La procédure étudiée ici, et issue de [Lee, 2005], permet donc ce que les précédentes méthodes n'autorisaient pas : le réglage en ligne des valeurs de la matrice Q . En effet, la nouvelle procédure est introduite afin d'estimer l'erreur de covariance du modèle non-linéaire par une méthode d'optimisation numérique.

Basé sur l'algorithme d'un estimateur de maximum de vraisemblance dans le cas linéaire (voir [Maybeck, 1982]), une modification est réalisée par [Busse *et al.*, 2003] pour prendre en compte les non-linéarités du modèle. Cette modification requiert une sélection correcte de la taille de la fenêtre qui contrôle le niveau de mise à jour de la variance. A partir de l'algorithme adaptatif sans biais de Maybeck, l'observation de Q peut-être écrit comme la différence entre l'état estimé avant et après la mise à jour par les observations :

$$Q^* = \Delta \mathbf{x}_k \Delta \mathbf{x}_k^\top - \left(P_{\mathbf{x}_k}^+ - \left(P_{\mathbf{x}_k}^- - \hat{Q}_k^- \right) \right) \quad (\text{III.47})$$

où le terme $\Delta \mathbf{x}_k \equiv \hat{\mathbf{x}}_k^+ - \hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{q}_k$ est le résidu de l'état, représentant la différence entre l'état estimé avant et après la mise à jour par les observations³. $\hat{Q}_k^-$ quant à lui, représente la matrice courante attendue de variance-covariance du bruit d'état. Si le résidu est important, cela signifie que les futures prédictions ne seront pas assez précises. Le premier terme dans l'équation III.47 est une mesure du résidu de l'état et le terme suivant une mesure de la correction de la covariance. La mesure du bruit d'état Q^* est ensuite combiné avec son estimé courant $\hat{Q}_k^-$ dans une moyenne par fenêtre glissante :

$$\hat{Q}_k^+ = \hat{Q}_k^- + \frac{1}{\gamma} \left(Q^* - \hat{Q}_k^- \right) \quad (\text{III.48})$$

où γ est la taille de la fenêtre qui contrôle le niveau attendu de correction. Cette dernière étant inversement proportionnelle, plus elle est étroite, plus la rectification sera considérable ; à l'inverse si elle est large alors la correction aura peu d'effet. Tout l'intérêt de cette méthode repose sur le choix adéquat de γ . La façon la plus commune est de la déterminer empiriquement, mais cela ne conduit pas forcément à la solution optimale. Une alternative consiste à utiliser un algorithme d'optimisation numérique existant.

3. D'une autre façon le résidu de l'état peut s'écrire de la manière suivante : $\mathbf{q}_k \equiv \hat{\mathbf{x}}_k^+ - \hat{\mathbf{x}}_k^- \simeq \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-))$. Ce qui en terme de vecteur d'innovation donne : $\mathbf{q}_k = \mathbf{K}_k \mathbf{v}_k$

III.6 Conclusion

L'objectif de ce chapitre était de motiver et de présenter l'outil méthodologique qui sera appliqué pour la détection des pannes oscillatoires. Dans un premier temps, nous avons présenté brièvement quelques techniques présentes dans la littérature et susceptibles, de prime abord, d'être appliquées au problème de détection des pannes oscillatoires. Une analyse critique a montré les limitations et l'inadaptabilité de chacune. Cette analyse a motivé notre choix méthodologique qui correspond à la génération des résidus sur la base d'une estimation adaptative effectuée par l'algorithme *Divided Difference* à l'ordre 1 (nommé DD par la suite). Un problème crucial est la détermination des paramètres de réglage de cet algorithme. Nous avons proposé une démarche hors-ligne basée sur la technique MMAE que nous avons modifiée afin d'intégrer un critère de sensibilité vis-à-vis des pannes que nous devons détecter.

Dans le chapitre suivant, nous présenterons les résultats expérimentaux obtenus en simulation (à l'aide d'un jeu de données) et sur banc d'essais.

Chapitre IV

Résultats expérimentaux : simulations et tests sur banc d'essais

IV.1 Introduction

Ce chapitre est dédié à la mise en œuvre des techniques développées sur bancs d'essais d'Airbus. Au delà des aspects purement méthodologiques, les techniques sélectionnées au chapitre précédent ont été enrichies et adaptées pour faciliter l'application dans un cadre où les contraintes industrielles sont très nombreuses et de nature variée. Certaines de ces contraintes ne sont évidemment pas prises en compte dès la phase de conception de synthèse. Certaines ont pu être anticipées à travers des simulations à l'aide des jeux de données réelles (enregistrements de vol). Enfin, certaines limitations ont été gérées au cours des tests effectués sur banc d'essai. Nous détaillerons dans ce chapitre la démarche opérationnelle adoptée, allant de la phase d'intégration jusqu'à la phase de validation et retour d'expérience. Nous présenterons certains résultats expérimentaux obtenus dans un ordre chronologique, à savoir, d'abord des simulations effectuées sous Matlab/Simulink, et ensuite les résultats des tests effectués sur un simulateur de vol A380, situé au centre d'essais d'Airbus de Toulouse.

IV.2 Mise en place d'un protocole expérimental

Après avoir mis au point la démarche méthodologique décrite au chapitre précédent (adaptation du modèle non linéaire de servocommande, filtrage DD et optimisation des paramètres de réglages), nous abordons dans ce paragraphe le processus adopté pour l'évaluation systématique et récurrente des performances et la comparaison avec la technique actuellement employée à bord de l'A380. Pour que cette comparaison soit la plus claire et la plus fidèle possible, nous avons conservé la même structure de fonction d'évaluation de résidus (fonction de comptage, voir paragraphe [I.4.4.3](#)) utilisée par Airbus. La différence des performances sera donc liée uniquement à la phase de génération de résidus.

Afin d'effectuer cette comparaison, la première idée a été de fixer un unique seuil de détection dans la fonction de comptage et de comparer les performances obtenues en fonction du temps imparti pour la détection. Les premières résultats de simulation ont

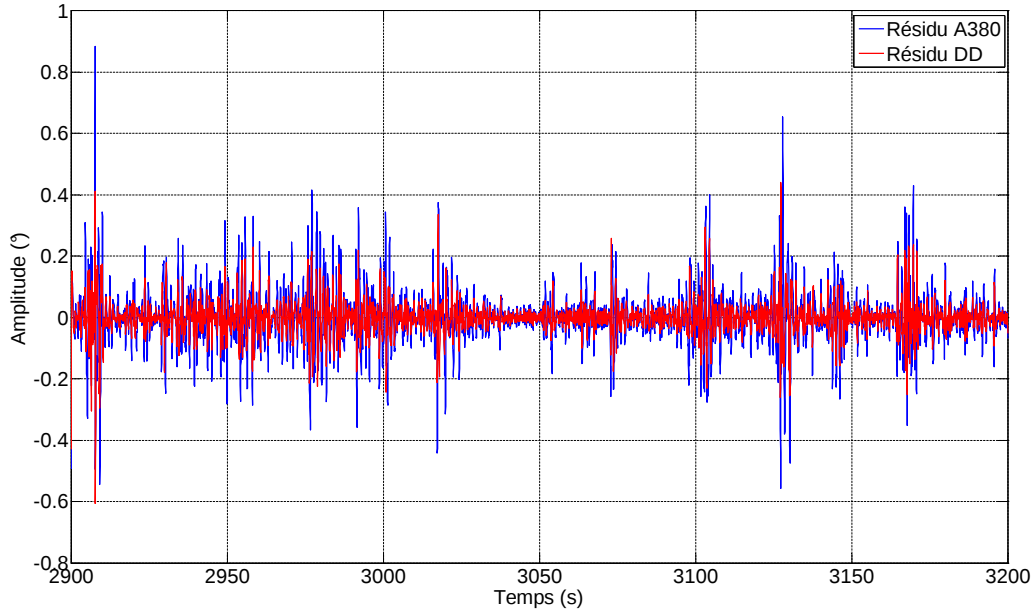


Figure IV.1 – Comparaison de résidus sans pannes

mis en évidence que cette comparaison était biaisée. En effet, en injectant une panne d'amplitude et de fréquence données, avec un seuil préalablement fixé, le résidu généré par le filtrage DD ne respectait pas le temps imparti pour la détection : en analysant les résidus générés par le filtre DD, nous nous sommes aperçu que l'effet de la panne était atténué, mais lorsque des simulations sans pannes étaient effectuées, le seuil de détection de la fonction de comptage pouvait être abaissé sur le résidu du filtre DD sans engendrer de fausses alarmes (voir la figure IV.1).

Après discussions avec le partenaire industriel, il a été décidé de repenser le processus de comparaison. Dans cette optique, l'objectif n'est plus de détecter une panne d'amplitude donnée, mais de déterminer l'amplitude minimale de panne détectable avec chaque méthode. Nous avons donc développé un protocole de détermination d'Amplitude Minimale de Panne Détectable (AMPD). Cet indicateur permet d'évaluer le compromis robustesse/performance dans le cadre de la détection de pannes oscillatoires. Il permet de déduire expérimentalement une amplitude minimale de panne détectable, à partir du jeu de données, pour un type de panne donnée (liquide ou solide) et un réglage choisie pour la méthode à évaluer. Plus précisément, il se décompose en deux parties : la détermination d'un seuil minimum sans fausses alarmes, puis la recherche de l'amplitude minimale de panne détectable.

IV.2.1 Détermination de seuils minimum de détection sans fausses alarmes

Comme on le voit sur la figure IV.1, le seuil de détection à fixer dans la fonction de comptage doit être différent en fonction de la méthode, car leurs domaines de variations

ne sont pas identiques. Pour déterminer ce seuil, tout d'abord un résidu sans pannes est généré par le biais de la méthode de détection de défauts à analyser. Le temps de détection étant fixe, il est important de pouvoir calibrer le seuil de détection des pannes dans la fonction de comptage. C'est pourquoi un seuil dit "minimum sans fausses alarmes" est recherché. Pour cela, il suffit de baisser progressivement le seuil de détection choisi dans le bloc de comptage des oscillations, jusqu'à obtenir une détection de panne. Connaissant le résidu sans pannes, ce seuil caractérise donc l'extrême minimum en terme d'amplitude de panne détectable sur ce résidu. Une fois ce seuil déterminé, il est fixé dans la fonction de comptage des oscillations (néanmoins ce seuil est choisi légèrement supérieur au seuil qui a provoqué la fausse alarme).

IV.2.2 Recherche de l'amplitude minimale de panne détectable

L'étape suivante consista à vérifier que les pannes peuvent être détectées avec ce seuil de détection et dans le temps imparti. Pour cela, une panne est injectée dans la chaîne d'asservissement : elle est caractérisée par sa fréquence, son amplitude, son type (liquide ou solide) et son instant d'apparition. Dans un premier temps, l'amplitude est choisie égale au seuil de détection. Un résidu est donc généré à partir de la position comportant la panne. Il en résulte un résidu, sur lequel l'effet de la panne apparaît, qui est alors soumis à la fonction de comptage correctement calibrée comme expliqué précédemment. Le temps de détection de la panne par cette fonction de comptage est alors fourni et il est comparé avec le temps imparti fixé par le cahier des charges. Tant que ce temps est supérieur au temps spécifié, l'amplitude de la panne sur la position de la gouverne est augmentée jusqu'à obtenir un temps moindre. Cette opération est réalisée pour différents types de pannes (liquide ou solide), de fréquences et d'instant d'apparitions différents.

Remarque 12. *Dans le descriptif du principe du protocole, il n'a pas été mentionné l'étape de pré-traitement des résidus (vu en [I.4.4.3](#)). Dans le but de comparer le plus fidèlement possible les méthodes de surveillance des pannes oscillatoires entre elles, il sera exécuté un protocole pour chaque découpage en sous-bandes de fréquences.*

Remarque 13. *Dans ce protocole sont prises en compte plusieurs caractéristiques des pannes (type, fréquence, instant d'apparition,...). Cependant il n'est pas fait allusion à la phase de ces pannes. Nous avons sciemment négligé la phase, car nous souhaitons être dans les cas les plus contraignants pour le système, or une phase de $\pm 90^\circ$, qui correspond aux valeurs maximum de la panne, ne serait pas représentatif du "pire cas". Il a donc été convenu de prendre une phase nulle.*

IV.2.3 Mise en place effective

La mise en place effective comprend les étapes suivantes :

1. Avant même de chercher le seuil de détection sans fausses alarmes, il nécessaire de savoir combien de temps nous disposons pour détecter ces pannes oscillatoires. Étant justement oscillatoires, ces pannes comportent une fréquence, leur détection sera donc effectuée en fonction d'un nombre de périodes. Les méthodes seront donc

		Fréquence panne			
		2Hz	4Hz	6Hz	8Hz
Nombre de périodes	2	1,28s	0,64s	0,44s	0,32s
pour la détection	3	1,76s	0,88s	0,66s	0,44s

Tableau IV.1 – Temps de détection

testés de façon arbitraire pour 2 et 3 périodes de détection. Le temps de détection de la panne découle donc directement de ce choix et de sa fréquence. Le temps de détection est ainsi déterminé :

$$\text{Temps de détection} = \frac{1}{\text{fréquence panne}} (\text{Nombre périodes voulues pour la détection} + 1 \text{ demi-période} + 1/16 \text{ période}) \quad (\text{IV.1})$$

Une demi-période est rajoutée car la fonction de comptage compte alternativement les dépassements positifs et négatifs du seuil, il faut donc prendre en compte le comptage originel pour avoir exactement le nombre de périodes souhaités pour la détection (voir la figure I.9). On rajoute aussi arbitrairement du temps afin de s'affranchir des problèmes numériques au moment de la décision ($1/16$ période).

2. Afin d'améliorer la détection, un pré-traitement des résidus en deux sous-bandes de fréquences est réalisé : $[1 - 5Hz]$ et $[5 - 10Hz]$. Il a été décidé de contrôler deux fréquences par sous-bandes : ainsi seront injectées dans la chaîne d'asservissement des pannes de 2, 4, 6 et 8Hz. Une fois la décision prise sur les fréquences, les temps de détection correspondant peuvent être déterminés. Ils sont résumés dans le tableau IV.1 .
3. L'instant d'apparition de la panne est important pour la détection dans le temps imparti. Lorsque les pannes surviennent lors de fortes dynamiques, la détection est plus difficile. Dans l'environnement le plus stressant, un jeu de données réelles avec des variations importantes et rapides a été choisi. Sur ce jeu de données issues d'un vol d'essai, la position de la gouverne sans pannes est montrée sur la figure IV.2 . Sur cet horizon temporel, sept instants d'apparitions des pannes ont été choisis dans des pentes importantes, puis un nombre égal a été choisi au hasard.

Une fois tous ces paramètres définis, le protocole a été lancé pour chaque méthode, chaque nombre de périodes de détection, chaque fréquence, chaque instant d'apparition des pannes et chaque type de panne. Il en résulte pour chaque cas une amplitude de panne minimale détectable sur cet horizon temporel.

Remarque 14. *Au cours des simulations et essais, Airbus a également souhaité évaluer une autre méthode (vue dans la remarque 5 du second chapitre) : l'Observateur Non-Linéaire. Cette méthode a été développée au sein de l'équipe (voir [Alcorta-Garcia et al., 2011]). Elle sera appelée par la suite NLO.*

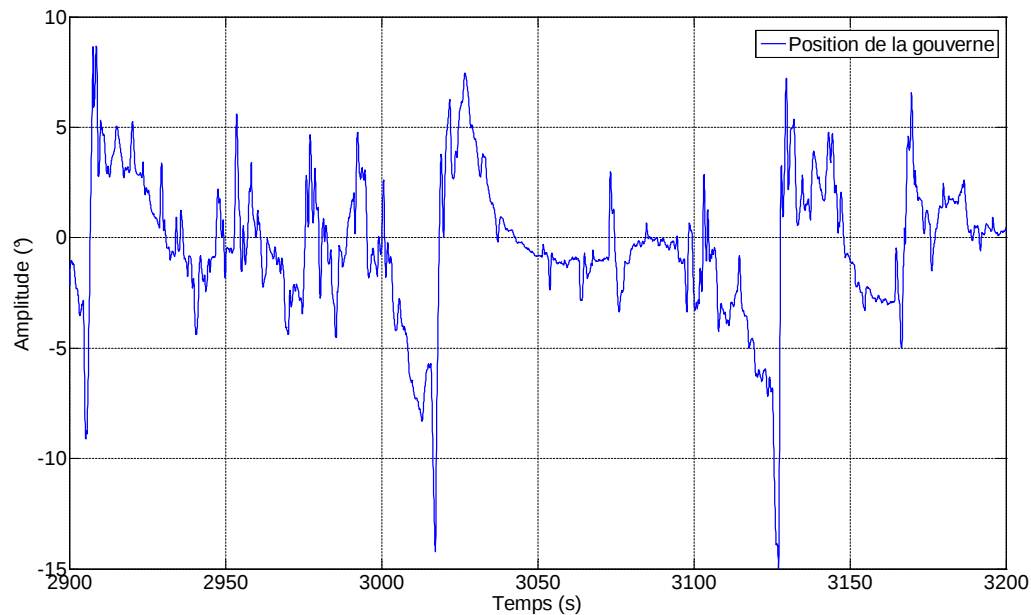


Figure IV.2 – Position de la gouverne sans pannes

IV.3 Résultats du protocole

Les résultats du protocole sont mis sous formes de tableaux¹ afin d'être exploités : pour des raisons de confidentialité, le tableau de la méthode A380 n'est pas donné. Toutes les valeurs des autres méthodes sont normalisées par rapport à cette première méthode (voir le tableau IV.2 pour le filtre DD et le tableau IV.3 pour la méthode NLO).

Les tableaux sont constitués de la manière suivante : à chaque type de panne, fréquence de panne et périodes de détection correspond une amplitude moyennée de panne minimale détectable, ainsi que le seuil minimum sans fausses alarmes ayant permis cette détection. En effet, nous avons utilisé plusieurs instants d'apparitions des pannes, puis réalisée une moyenne réduite (c'est-à-dire sans les extrémum) de ces amplitudes minimales de panne détectable.

Cas de trois périodes de détection

Tout d'abord intéressons nous à la détection en trois périodes : Il s'agit de vérifier qu'à ce niveau d'exigence, les méthodes nouvellement mises en place sont capables de détecter des pannes d'amplitudes moindres. Un code couleur a été instauré dans les tableaux afin de contraster les résultats :

- en vert : les amplitudes minimales de panne détectables les plus faibles
- en rouge : les amplitudes minimales de panne détectables les plus fortes

1. Ces résultats sont intégralement disponibles dans l'annexe IV.5.

Cas de pannes liquides

Commençons par comparer les seuils minimum de détection sans fausses alarmes : on s'aperçoit que dans la première bande de fréquence ($[1 - 5Hz]$), le filtre DD est plus robuste que la méthode actuelle A380 car il permet d'avoir un seuil plus bas. Il est donc moins sensible aux fausses alarmes. On peut noter que la méthode NLO produit un seuil très proche du filtre DD. Dans la seconde bande de fréquence ($[5 - 10Hz]$), le filtre DD conserve un seuil plus faible que les autres méthodes. Par contre, la méthode actuelle A380 permet d'avoir un seuil plus faible que l'observateur non-linéaire. Le filtre DD apparaît donc plus robuste aux fausses alarmes que les deux autres méthodes dans le cas des pannes liquides. Vérifions à présent que ce que nous avons gagné en robustesse n'est pas perdu en performances.

Grâce au code couleur, on constate d'emblée que le filtre DD est celui qui donne les amplitudes minimales de panne détectable les plus petites. En d'autres termes, il permet de détecter des pannes plus petites que les deux autres méthodes. Dans la première bande de fréquence les deux autres méthodes semblent relativement proches, mais pour la deuxième bande le fait que seuil de détection du NLO soit plus élevé que la méthode A380, joue en sa défaveur et il se retrouve donc logiquement avec les plus fortes amplitudes minimales de panne détectable.

Cas de pannes solides

Dans le cas de la détection de pannes solides en trois périodes et dans la seconde bande de fréquence, on constate la quasi-équivalence entre les différentes méthodes. Cela s'explique principalement par le fait qu'elles possèdent toutes le même seuil minimum de détection sans fausses alarmes.

Pour ce qui est de la première bande de fréquence, l'explication est identique à la seconde bande : la méthode possédant le seuil de détection le plus faible, possède également les amplitudes minimales de pannes détectables. Néanmoins, on peut remarquer que la méthode NLO permet de détecter des pannes entre deux et trois fois inférieures à la méthode A380.

Le bilan de ce protocole pour une détection en trois périodes est que le filtre DD, pour les deux types de pannes, a des performances supérieures à la méthode A380. Hormis la seconde bande de fréquence pour les pannes solides, l'amélioration en terme de détection de pannes plus petites est d'environ 30%. Pour la méthode NLO, il est difficile de dégager une tendance vis-à-vis de la méthode A380, car son bon comportement en pannes solides est contre-balané par un comportement moins bon en pannes liquides.

Cas de deux périodes de détection

L'examen des résultats obtenus conduit aux conclusions suivantes :

Cas de pannes liquides

Dans la première bande de fréquence, au niveau des seuils minimum de détection sans fausses alarmes, deux méthodes se détachent : le filtre DD et l'observateur non linéaire ; avec un léger avantage au NLO. Par contre, comme précédemment pour trois périodes de détection, ce dernier possède le seuil le plus élevé. Le filtre DD conserve lui une robustesse

	Type de panne	Liquide				Solide			
	Fréquence panne	2Hz	4Hz	6Hz	8Hz	2Hz	4Hz	6Hz	8Hz
2 périodes de détection	Seuil de détection	0,77	0,77	0,62	0,62	0,86	0,86	1	1
	Amplitude de panne minimale détectable	0,72	0,81	0,67	0,58	0,72	0,74	1	1
3 périodes de détection	Seuil de détection	0,71	0,71	0,60	0,60	0,91	0,91	1	1
	Amplitude de panne minimale détectable	0,68	0,70	0,63	0,62	0,68	0,72	1	1

Tableau IV.2 – Résultats normalisés du protocole pour la méthode DD

vis-à-vis des fausses alarmes supérieures à la méthode A380.

Ces observations se vérifient immédiatement sur les amplitudes minimales de panne détectable : le filtre DD est à nouveau le plus performant pour les pannes liquides. On peut noter cependant une déficience de la méthode actuelle A380 pour une panne de $8Hz$: bien qu'elle ait un seuil plus faible que le NLO, elle ne permet pas de détecter des pannes plus petites à cette fréquence. De même pour le NLO vis-à-vis du filtre DD dans la première bande de fréquence ; cependant les seuils sont très proches donc cette déficience doit être plus nuancées que la précédente.

Cas des pannes solides

De la même façon que précédemment, pour la seconde bande de fréquence le statu quo règne entre les différentes méthodes : mêmes seuils minimum de détection sans fausses alarmes, mêmes amplitudes minimales de panne détectable.

Par contre pour la première bande de fréquence, le filtre DD est cette fois-ci sur des niveaux similaires par rapport au NLO concernant la valeur du seuil de détection, avec même un léger avantage. A la vue des valeurs d'amplitudes minimales de panne détectable, la logique des seuils est respectée, et le filtre DD et la méthode NLO conduisent aux mêmes résultats et permettent de détecter des pannes inférieures à celles que peut détecter l'actuelle méthode A380.

En résumé, le bilan dans ce cas de détection en deux périodes est le même : amélioration d'environ 30% de la performance en détection du filtre DD par rapport à la méthode A380. A l'inverse d'auparavant, le NLO semble être plus performant que la méthode A380 pour une détection en deux périodes.

	Type de panne	Liquide				Solide			
	Fréquence panne	2Hz	4Hz	6Hz	8Hz	2Hz	4Hz	6Hz	8Hz
2 périodes de détection	Seuil de détection	0,73	0,73	1,23	1,23	0,88	0,88	1	1
	Amplitude de panne minimale détectable	0,94	0,76	1,11	0,76	0,73	0,74	1	1
3 périodes de détection	Seuil de détection	0,76	0,76	1,60	1,60	0,77	0,77	1	1
	Amplitude de panne minimale détectable	1,13	0,81	1,19	1,41	0,45	0,37	1	1

Tableau IV.3 – Résultats normalisés du protocole pour la méthode NLO

Bilan global

Grâce à ce protocole de détermination de l'amplitude minimale de panne détectable, il est possible de montrer que le filtre DD améliore autour de 30% l'amplitude minimale de panne détectable vis-à-vis de la méthode actuelle A380. Pour ce qui est de la méthode NLO, elle permet d'améliorer la détection pour des pannes solides, mais pour les pannes liquides le protocole ne permet pas de le confirmer.

Ces premières analyses en simulation conduisent à des conclusions préliminaires qui doivent à présent être confirmées par les tests sur banc d'essais Airbus.

IV.4 Intégration et validation sur bancs d'essais Airbus

Dans les paragraphes précédents, il a été démontré en simulation que le filtre DD avec un réglage approprié (voir III), permet de détecter des pannes de plus petites amplitudes que la méthode actuelle A380. Toutefois, dans un processus industriel d'intégration-validation, la simulation n'est évidemment qu'une étape préliminaire, comme le montre le cycle en V qui amène à la certification des divers aéronefs (voir figure IV.3). L'étape effectuée précédemment équivaut à la *simulation de bureau* dans le cycle en V. Afin d'avoir une représentativité plus importante des diverses méthodes pour la détection de pannes oscillatoires, nous allons maintenant les intégrer dans un standard de calculateur de vol qui sera alors testé sur Banc d'Intégration Système puis sur Simulateur d'intégration (Iron-Bird), qui sont les étapes préalables avant les essais en vol.

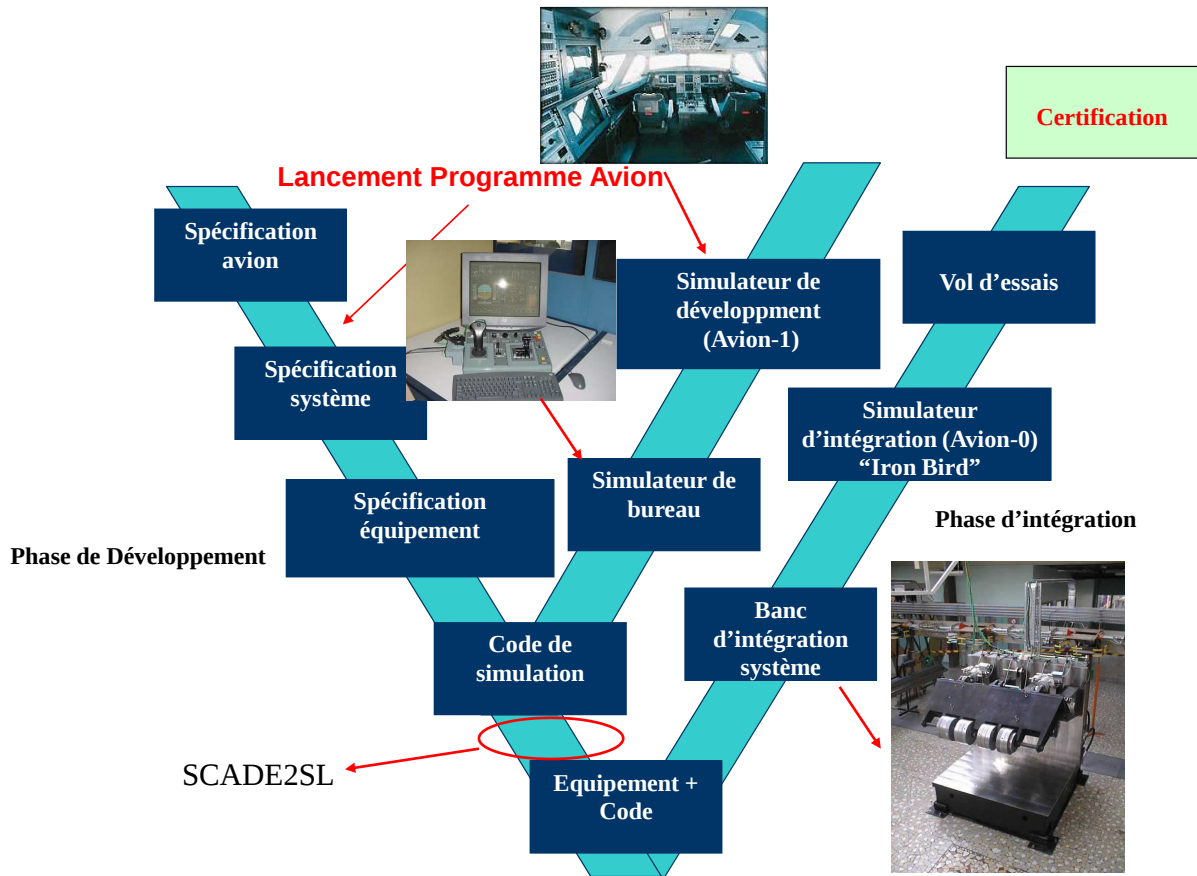


Figure IV.3 – Cycle en V

IV.4.1 Implémentation du filtre DD

Avant de pouvoir réaliser tous ces tests, il faut intégrer le filtre DD dans le calculateur : cette phase consiste à convertir le codage Matlab en langage SCADETM (Safety Critical Application Development Environment). Ce langage est utilisé dans l'industrie pour générer un code en langage C, certifié sans bogue ; il s'apparente à des schémas de logique câblée proche de Simulink. Il permet de découper la spécification du calculateur en plusieurs planches de schémas imbriquées les unes dans les autres : le nœud module est la planche principale dans laquelle on peut retrouver des fonctions spéciales qui elles-mêmes peuvent comporter des symboles spéciaux.

Remarque 15. Dans un premier temps et afin de commettre le moins d'erreurs possibles dans la transcription du code Matlab, ce dernier a d'abord été converti en schéma Simulink pour vérifier que les résultats obtenus avec le code Matlab et le Simulink étaient identiques (outils Airbus "SCADE2SL").

IV.4.1.1 Réalisation des planches SCADE

Le langage SCADE est un langage relativement simple afin d'auto-générer un code sans faute : il comporte donc peu de bloc-fonctions complexes, mais plutôt des blocs

élémentaires. Par exemple, la multiplication de matrices n'est pas gérée par le SCADE dans sa version A380, il faut donc tout détailler. Cela augmente donc considérablement le nombre de blocs élémentaires à utiliser pour retranscrire le code Matlab ; ce qui n'est pas sans conséquences sur la complexité calculatoire en relation directe avec les ressources du calculateur. Il a donc fallu être astucieux afin de diminuer au maximum le nombre de blocs à utiliser.

Le mécanisme de détection de pannes oscillatoires à travers le filtrage DD, une fois converti en langage SCADE, comporte donc sept planches :

- 1 Nœud Module
- 3 Fonctions Spéciales
- 2 Symboles Spéciaux
- 1 planche de constantes

Nœud Module

Le nœud module correspond à la planche globale. Il y a en entrée de cette planche :

- l'ordre (en mm),
- la position réelle (en mm),
- les valeurs des éléments diagonaux de Q qui correspond aux bruits d'état : $S\mathbf{x}v12$ et $S\mathbf{x}v21$,
- la valeur du bruit de mesure égal à R dans notre cas : $S\mathbf{w}$,

et en sortie :

- l'opposée de la position estimée, ainsi que l'opposée de la position estimée filtrée dans deux sous-bandes de fréquences,
- le résidu généré à partir de la position estimée, ainsi que le résidu filtré dans deux sous bandes de fréquences,
- les gains de Kalman du moment de charnière aérodynamique et de la position estimée de la gouverne,
- les valeurs contenues dans les diverses matrices de covariances de l'état, des bruits d'état et de mesure, pour la vérification lors d'essais.

Il y a dans la planche les blocs suivants :

- le bloc "Modèle" qui correspond à la Fonction Spéciale,
- le bloc "Calcul du bras de levier" qui lui représente la Fonction Spéciale,
- le bloc "Calcul de $S\mathbf{x}$ " qui est la triangularisation d'une matrice appelée A (qui sera détaillée par la suite) et qui correspond au Symbole Spécial,
- le bloc "Calcul de $\tilde{S}\mathbf{x}$ " qui est la triangularisation de la matrice $S\mathbf{x}xS\mathbf{x}v$ et qui correspond au Symbole Spécial,
- le bloc "Approximation de Stirling" qui correspond au Symbole Spécial,
- un bloc de limitation de certaines grandeurs afin d'éviter une division par 0 ou un *overflow* calculateur,
- des blocs mémoires (FBY) pour empêcher une boucle algébrique,
- un bloc de conversion de millimètre en degré (F2),
- des blocs correspondant au filtrage en sous-bandes de fréquences.

Calcul d'une matrice intermédiaire (A)

Le calcul d'une matrice intermédiaire (A) est nécessaire afin de comprendre et de simplifier l'implémentation en langage SCADE de cette partie de l'algorithme.

Tout d'abord, la forme de la matrice $\bar{S}\mathbf{x}$ est connue : elle est triangulaire supérieure et peut donc s'écrire :

$$\bar{S}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \bar{S}\mathbf{x}_{11} & \bar{S}\mathbf{x}_{12} \\ 0 & \bar{S}\mathbf{x}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} \quad (\text{IV.2})$$

Pour plus de commodité dans le calcul, ses éléments sont renommés a , b et c . Dans le script Matlab du filtre DD, le calcul de $S\mathbf{y}\mathbf{x}$ est donnée par :

$$S\mathbf{y}\mathbf{x} = C \times \bar{S}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & c \end{bmatrix} \quad (\text{IV.3})$$

C étant préalablement connu car la fonction h est l'identité. De plus $S\mathbf{y}\mathbf{w} = S\mathbf{w}$, alors avec la fonction de triangularisation utilisée pour calculer le facteur de Cholesky des diverses matrices de variance/covariance, on obtient :

$$S\mathbf{y} = \text{triag}(S\mathbf{y}\mathbf{x}S\mathbf{y}\mathbf{w}) = \pm\sqrt{c^2 + S\mathbf{w}^2} \quad (\text{IV.4})$$

Ceci permet le calcul du gain K nécessaire au calcul de A . L'expression de K est la suivante :

$$K = \frac{\bar{S}\mathbf{x} \times S\mathbf{y}\mathbf{x}^\top}{S\mathbf{y} \times S\mathbf{y}^\top} = \frac{\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ c \end{bmatrix}}{(\pm\sqrt{c^2 + S\mathbf{w}^2})^2} = \frac{c}{c^2 + S\mathbf{w}^2} \begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix} \quad (\text{IV.5})$$

Une fois l'expression du gain K obtenu, il est possible de déduire l'expression de A qui triangularisée par l'algorithme de Householder, fournira $S\mathbf{x}$. A partir de l'expression suivante :

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} \bar{S}\mathbf{x} - K \times S\mathbf{y}\mathbf{x} & K \times S\mathbf{y}\mathbf{w} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} - \frac{c}{c^2 + S\mathbf{w}^2} \begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & c \end{bmatrix} & \frac{c}{c^2 + S\mathbf{w}^2} \begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix} S\mathbf{w} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a & b \left(1 - \frac{c}{c^2 + S\mathbf{w}^2}\right) & b \frac{c}{c^2 + S\mathbf{w}^2} S\mathbf{w} \\ 0 & c \left(1 - \frac{c}{c^2 + S\mathbf{w}^2}\right) & c \frac{c}{c^2 + S\mathbf{w}^2} S\mathbf{w} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \bar{S}\mathbf{x}_{11} & \bar{S}\mathbf{x}_{12} \left(1 - \frac{S\mathbf{x}_{22}}{S\mathbf{x}_{22}^2 + S\mathbf{w}^2}\right) & \bar{S}\mathbf{x}_{12} \frac{S\mathbf{x}_{22}}{S\mathbf{x}_{22}^2 + S\mathbf{w}^2} S\mathbf{w} \\ 0 & \bar{S}\mathbf{x}_{22} \left(1 - \frac{S\mathbf{x}_{22}}{S\mathbf{x}_{22}^2 + S\mathbf{w}^2}\right) & \bar{S}\mathbf{x}_{22} \frac{S\mathbf{x}_{22}}{S\mathbf{x}_{22}^2 + S\mathbf{w}^2} S\mathbf{w} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{IV.6})$$

Les cinq entrées rentrant dans le bloc "Calcul de $\bar{S}\mathbf{x}$ " correspondent aux éléments de la matrice A . En effet, il n'est pas nécessaire de propager un 0 dans les schémas SCADE.

Modèle - Fonction Spéciale

Cette planche, comme son nom l'indique, représente le modèle mathématique de la servocommande hydraulique utilisé dans le filtre DD .

Il y a en entrée de cette planche :

- l'ordre (en mm),
- la position (en mm),
- le moment de charnière aérodynamique,
- le bras de levier, calculé dans une autre planche,

et en sortie :

- la position (en mm),
- le moment de charnière aérodynamique.

On peut noter que sur cette planche sont utilisées diverses limitations nécessaires au bon fonctionnement du modèle mathématique.

Remarque 16. *C'est aussi sur cette planche que s'intègre la méthode d'Euler explicite. En effet, le code Matlab du filtre DD utilisait la méthode d'intégration numérique Runge-Kutta à l'ordre 4. Ceci-dit cette méthode est implicite (c'est-à-dire qu'elle dépend de l'instant k qui nous est inconnu dans le calculateur car c'est lui que l'on cherche à calculer), nous avons donc adopté une méthode explicite et au premier ordre toujours dans un but de réduire la complexité calculatoire. Cette méthode d'intégration numérique a préalablement été vérifiée (en Simulink) pour s'assurer que les résultats obtenus en simulation n'étaient pas dégradés.*

Calcul du bras de levier - Fonction Spéciale

Cette planche sert essentiellement au calcul du bras de levier, fonction de la position de la gouverne. L'entrée est la position estimée de la gouverne (en mm) et la sortie la distance du bras de levier du moment de charnière aérodynamique (en mm). Il y a également une limitation, au cas où une erreur numérique se produirait.

Approximation de Stirling - Symbole Spécial

Dans cette partie du SCADÉ, on s'applique à transcrire la formule d'interpolation polynomiale de Stirling utilisée dans l'algorithme du filtre DD. En entrée, on retrouve des grandeurs classiques (position estimée, moment de charnière aérodynamique, ordre) et les trois éléments de la matrice $S\mathbf{x} = \begin{bmatrix} S\mathbf{x}_{11} & S\mathbf{x}_{12} \\ 0 & S\mathbf{x}_{22} \end{bmatrix}$. Pour ce qui est des blocs, le pas du filtre à différence divisée $h = \sqrt{3}$ apparaît dans cette planche, ainsi qu'un scalaire servant au calcul de l'approximation de Stirling. Il y aussi des blocs correspondant aux deux planches explicitées précédemment.

Calcul de $\bar{S}\mathbf{x}$ - Symbole Spécial

Le calcul de $\bar{S}\mathbf{x}$ n'est rien d'autre que la triangularisation par l'algorithme de Householder de la matrice $S\mathbf{x}S\mathbf{x}S\mathbf{v} = \begin{bmatrix} X & X & 0 & X \\ X & X & X & 0 \end{bmatrix}$. Du fait de la forme de la matrice, des simplifications dans l'algorithme ont pu être réalisées car il y avait des zéros propagés inutilement. On retrouve donc en entrée les six éléments non-nuls de $S\mathbf{x}S\mathbf{x}S\mathbf{v}$ et en sortie

les trois éléments non-nuls de $\bar{S}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \bar{S}\mathbf{x}_{11} & \bar{S}\mathbf{x}_{12} \\ 0 & \bar{S}\mathbf{x}_{22} \end{bmatrix}$. Il y a, ici aussi, quelques blocs de limitations afin d'éviter des problèmes numériques.

Calcul de $S\mathbf{x}$ - Symbole Spécial

La matrice $A = \begin{bmatrix} X & X & X \\ 0 & X & X \end{bmatrix}$ dont le calcul a été détaillé précédemment, sert ici à effectuer une triangularisation afin d'obtenir la matrice $S\mathbf{x}$. De même que pour la triangularisation précédente, il est possible d'effectuer des simplifications dû au zéro présent dans la matrice ; et on retrouve en entrée les cinq éléments non-nuls de A et en sortie les trois éléments non-nuls de $S\mathbf{x} = \begin{bmatrix} S\mathbf{x}_{11} & S\mathbf{x}_{12} \\ 0 & S\mathbf{x}_{22} \end{bmatrix}$.

Planche de constantes

Dans cette planche sont regroupées les diverses constantes nécessaires à cette surveillance de pannes oscillatoires.

IV.4.1.2 Implantation dans le calculateur

Une fois les planches SCADE réalisées, elles sont transmises à un autre service d'Airbus, chargé de les implémenter dans le calculateur. Nous n'avons aucune emprise sur cette étape. Dans le paragraphe suivant, nous présenterons des installations d'essais en vol d'Airbus (à Toulouse).

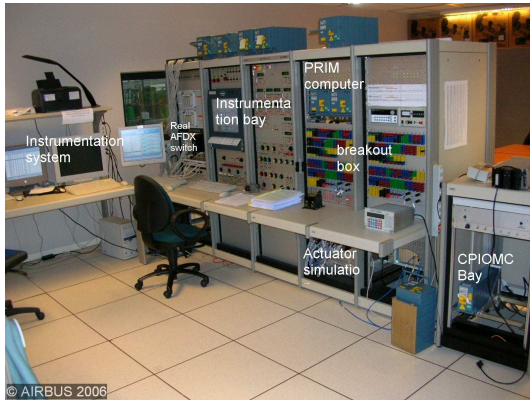
IV.4.2 Tests et résultats sur banc d'essais

IV.4.2.1 Présentations des installations d'Essais en Vol d'Airbus

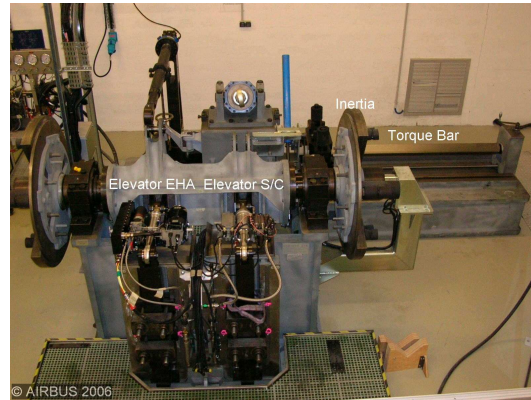
Les installations d'intégration-validation d'Airbus pour l'A380 sont situées sur le site de St-Martin-du-Touch, en banlieue toulousaine. Pour ces essais deux types de banc de tests ont été employés :

- Le Banc d'Intégration Système (BIS) couplé au Banc Actionneur (BA). Le BIS permet de contrôler la logique d'un calculateur et de rajouter une instrumentation spécifique : le BA permet de vérifier l'interaction calculateur-actionneur. Ces installations sont visibles sur la figure IV.4 . Le BA est un banc comportant un actionneur : dans notre cas une servocommande hydraulique. Cet actionneur peut fonctionner à vide ou avec une barre d'effort représentant les forces aérodynamiques appliquées à la gouverne.
- Le Simulateur de Vol, qui sert, entre autre, à la validation de l'intégration système. La figure IV.5 en donne un aperçu. Couramment il est surnommé Avion-0 car c'est un simulateur de vol cabine couplé à l'Iron-Bird². Si le simulateur de vol cabine n'est pas connecté à l'Iron-Bird, on parle alors d'avion-1. Pour les tests que nous devons mener, nous utiliserons l'avion-0 que nous appellerons plus simplement Simulateur de Vol.

2. L'Iron-Bird est un avion sans fuselage ni moteurs mais comprenant tous les actionneurs, circuit hydrauliques et tous les autres éléments constitutifs d'un avion



(a) Banc Intégration Système



(b) Banc Actionneur

Figure IV.4 – Installations d'Essais en Vol



Figure IV.5 – Simulateur de Vol

Le BIS couplé au BA est plus représentatif car c'est un équipement réel, cependant il ne permet pas, à l'instar du Simulateur de Vol, de réaliser des "vols types". Les deux moyens d'essais ont chacun leurs avantages et il est donc très intéressants de les utiliser tous les deux.

IV.4.2.2 Essais

Sur ces installations, les essais ont été réalisés en respectant l'idée du protocole de détermination de l'amplitude minimale de panne détectable, défini précédemment. Ils se sont décomposés, comme suit, en trois phases :

- Essais en robustesse, sur le BIS couplé au BA, qui ont servi à déterminer les seuils de détection minimaux sans fausses alarmes.
- Validation des seuils, sur simulateur de vol, pour vérifier que les seuils précédemment trouvés ne déclenchaient pas de fausses alarmes lors de manœuvres caractéristiques.
- Essais en détection sur BIS couplé au BA ainsi que sur Simulateur de Vol, pour déterminer l'amplitude minimale de panne détectable par type de panne et en fonction de la fréquence pour cette gouverne.

Essais en robustesse

Ces essais ont pour but de déterminer les seuils adéquats dans la méthode de comptage sans avoir de fausses alarmes qui se déclenchent. A partir des résultats de cet essai seront définis les niveaux de robustesse des méthodes vis-à-vis des fausses alarmes.

Déroulement des essais

Le but de ces essais est de récupérer les résidus en sortie des méthodes implémentées dans les calculateurs pour que la possibilité de fausse alarme soit maximisée (car en l'absence de pannes cela va caractériser les fausses alarmes). En effet, il est nécessaire d'obtenir sur ces essais une bonne représentativité en terme de dynamique et d'amplitude afin de fixer au mieux les seuils minimum sans fausses alarmes. Pour obtenir de tels résidus, il faut mettre en entrée des lois de commande très dynamiques. L'installation la mieux adaptée à cet essai est le BIS couplé au BA, qui autorise l'envoi en entrée d'ordre triangulaires d'amplitude allant de -15° à $+15^\circ$. L'ordre va débuter avec une fréquence de $0,5Hz$ pour avoir une pente de $30^\circ/s$ qui est la pente maximum autorisée dans le calculateur. En effet, il y a dans le calculateur, une limitation en vitesse de la gouverne afin d'éviter des problèmes de structure sur celle-ci. Puis, l'ordre va augmenter en fréquence au cours du temps, sans modification de l'amplitude, pour atteindre $10Hz$, la limite de la bande de fréquence surveillée. Du fait de la limitation de la dynamique de l'ordre dans le calculateur, l'amplitude va baisser au fur et à mesure que la fréquence s'accroît. Ce fait est illustré sur les figures [IV.6](#), sur lesquelles une déformation du signal en hautes fréquences, est observée.

Pour déterminer les seuils de détection minimum sans fausses alarmes, le résidu généré par les algorithmes passe dans les fonctions de comptage avec un seuil de détection préalablement fixé : si un booléen de détection d'OFC s'active dans la fenêtre de temps de la bande de fréquence surveillée, alors une fausse alarme est mise en évidence. Pour établir avec précision ces seuils de détection minimum sans fausses alarmes, plusieurs seuils

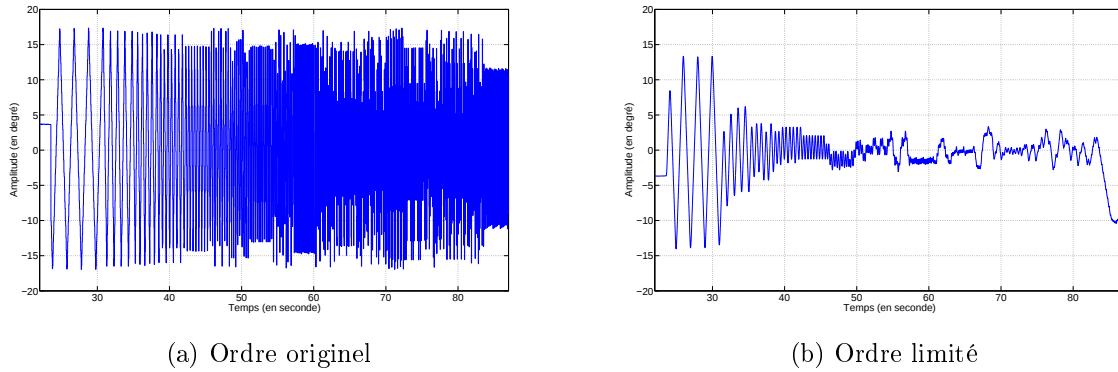


Figure IV.6 – Limitation en amplitude de l'ordre en fonction de la fréquence

pré-fixés sont testés. Seulement, ces seuils pré-fixés sont limités en nombre car les outils d'importation dans le calculateur ne supportent pas une infinité de valeurs. Dans un souci d'obtenir la meilleure finesse sur le résultat des essais, quarante seuils ont été utilisés par pas de $0,05^\circ$. Les seuils ont été testés de manière décroissante, du maximum jusqu'au minimum³. L'objectif de cet essai est donc d'observer le déclenchement de tous les booléens indicateurs de pannes et donc de déterminer à partir de quel seuil une fausse alarme apparaît. Au total, douze booléens doivent se déclencher progressivement : concrètement, il y a un booléen pour chaque type de panne (liquide et solide) dans chaque bande de fréquence pré-filtrées. Comme les résidus sont filtrés en deux sous-bandes de fréquence, cela fait quatre booléens à observer pour chaque méthodes testées (A380, DD, NLO). Le but étant de comparer les trois méthodes, ceci fait donc douze booléens qui vont permettre de fixer les seuils de détection minimum sans fausses alarmes. Partant de ces booléens, dès qu'une fausse alarme est mis en exergue, il suffit alors de prendre le seuil pré-fixé dans le calculateur et de lui ajouter le pas entre chaque seuil pour obtenir le seuil minimal sans fausses alarmes.

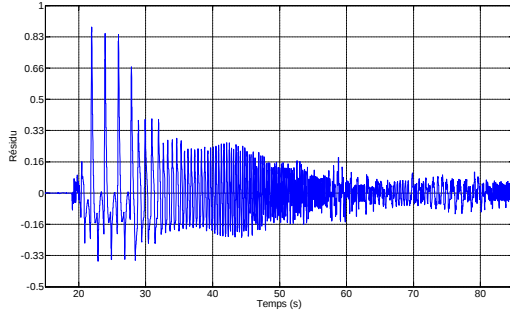
Les essais en robustesse sont effectués en deux parties : une première avec le BA sans barre d'effort sur l'actionneur, représentant l'effort aérodynamique subit par law gouverne et une deuxième fois avec. A chaque fois, la pression dans le circuit hydraulique alimentant l'actionneur varie : en mode nominal ($280bar$), en mode dégradé ($240bar$) et en pression maximale ($350bar$). Ce qui revient à jouer six scénarios différents afin d'obtenir un panel de seuils de détection. La figure IV.7 montre le genre de résidus évalués par les fonctions de comptage avec les seuils pré-fixés.

Exploitation des résultats

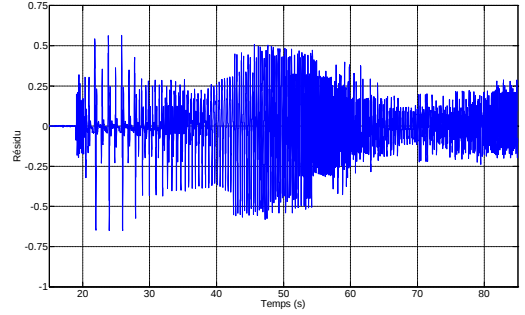
Les résultats de cet essai sont résumés dans les tableaux IV.4 et IV.5, avec toujours une normalisation par rapport à la méthode A380.

La première constatation est que les seuils minimum sans fausses alarmes sont beaucoup plus élevés dans la première bande de fréquence que dans la deuxième : plus de deux fois plus grands. En fait, l'ordre qui permet de générer les résidus, dont les évaluations par

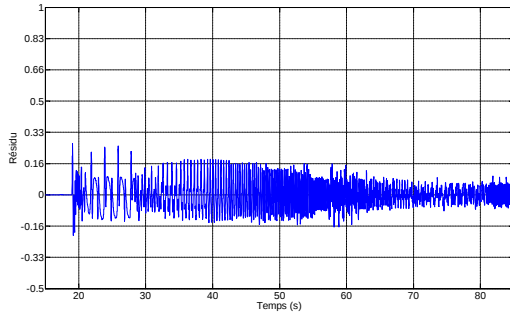
3. Pour des raisons de confidentialité, les valeurs de ces seuils ne sont pas communiquées



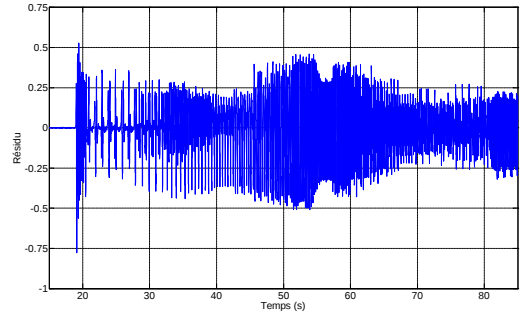
(a) Résidu A380 filtré dans la première bande de fréquence



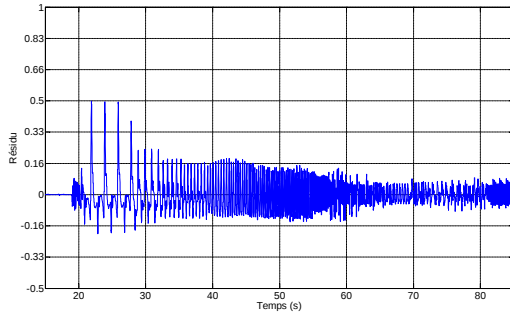
(b) Résidu A380 filtré dans la deuxième bande de fréquence



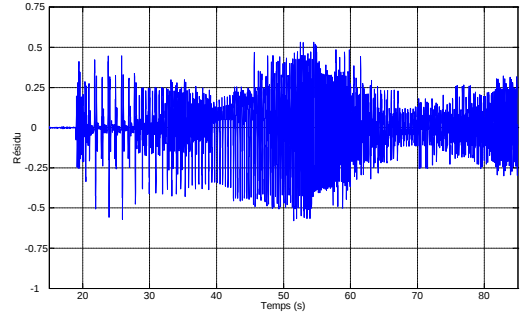
(c) Résidu DD filtré dans la première bande de fréquence



(d) Résidu DD filtré dans la deuxième bande de fréquence



(e) Résidu NLO filtré dans la première bande de fréquence



(f) Résidu NLO filtré dans la deuxième bande de fréquence

Figure IV.7 – Exemple de résidus pour un scénario : Pression à 350bar dans le circuit hydraulique et une barre d'effort sur l'actionneur

	Pression dans le circuit hy- draulique	Avec barre d'effort sur l'actionneur			Sans barre d'effort sur l'actionneur		
		240bar	280bar	350bar	240bar	280bar	350bar
Première bande de fréquence (1-5Hz)	Panne liquide	0,32	0,50	0,43	0,50	0,50	0,59
	Panne solide	0,42	0,45	0,58	0,50	0,50	1
Deuxième bande de fréquence (5-10Hz)	Panne liquide	0,80	1	1	1,40	1,20	1,20
	Panne solide	0,83	1,17	1,33	1,17	1	1,50

Tableau IV.4 – Relevé des seuils normalisés de détection minimum sans fausses alarmes pour la méthode DD

les fonctions de comptage donnent les seuils minimum sans fausses alarmes, est atténué par la limitation dynamique introduit avant les lois de commande entrant dans la chaîne d'asservissement ; plus la fréquence est haute dans la bande de fréquence, plus l'amplitude de l'ordre est réduite. Il en découle donc des seuils minimum sans fausses alarmes plus petits que pour est utilisée à plusieurs valeurs des fréquences plus basses. La deuxième constatation met l'accent sur la distinction entre les pannes liquides et solides. En effet, l'ordre envoyé a une composante continue nulle et privilégie donc le comptage de panne liquide. Enfin, le filtre DD possède, en moyenne dans la seconde bande de fréquence, des seuils minimum sans fausses alarmes plus élevés que les deux autres méthodes pour des essais sans barre d'effort. Avec la barre d'effort, c'est l'inverse qui se produit.

En analysant plus précisément les seuils, pour une pression en mode dégradé dans le circuit hydraulique, il n'apparaît pas de différence majeure entre les méthodes compte tenu de l'atténuation de l'ordre et du pas de détermination des seuils (pas de 0,05°). Effectivement, ces deux arguments rendent l'appréciation précise des seuils minimum sans fausses alarmes ardue. Si le statuquo prévaut dans la seconde bande de fréquence, il n'en va pas de même dans la première : les seuils minimum sans fausses alarmes du filtre DD sont deux à trois fois moins élevés que ceux des autres procédés. Pour une pression en mode nominal, les mêmes observations sont reconduites. Pour ces deux modes de fonctionnement en pression, le gain au niveau des seuils minimum sans fausses alarmes est d'environ 50% pour le filtre DD par rapport à la méthode actuelle et au NLO. Par contre, pour une pression maximale dans le circuit hydraulique, ce gain, dans la première bande de fréquence, baisse pour atteindre 42 à 43%.

Ces considérations sur les seuils minimums sans fausses alarmes montrent que dans la première bande de fréquence, le filtre DD gagne nettement en robustesse en comparaison

	Pression dans le circuit hy- draulique	Avec barre d'effort sur l'actionneur			Sans barre d'effort sur l'actionneur		
		240bar	280bar	350bar	240bar	280bar	350bar
Première bande de fréquence (1-5Hz)	Panne liquide	0,52	0,55	0,43	0,70	0,60	1
	Panne solide	0,97	0,75	0,64	0,50	0,47	0,75
Deuxième bande de fréquence (5-10Hz)	Panne liquide	1,20	1	1,50	1,20	1,00	1,20
	Panne solide	1	1,17	1,17	1,33	1	1,17

Tableau IV.5 – Relevé des seuils normalisés de détection minimum sans fausses alarmes pour la méthode NLO

	Première bande de fréquence	Deuxième bande de fréquence		Première bande de fréquence	Deuxième bande de fréquence
Panne liquide	0,40	1,40	Panne liquide	0,56	1,20
Panne solide	0,50	1,29	Panne solide	0,97	1,14

(a) Seuils normalisés pour la méthode DD

(b) Seuils normalisés pour la méthode NLO

Tableau IV.6 – Tableaux récapitulatifs des seuils de détection minimum sans fausses alarmes retenus pour les essais en détection

avec les autres méthodes. Pour ce qui est de la seconde bande de fréquence, il est perdant vis-à-vis des autres techniques, mais très légèrement.

Pour la suite des essais, les seuils minimums sans fausses alarmes les plus élevés (c'est-à-dire le pire cas) dans chaque bande de fréquence, par type de panne et type de méthode sont retenus pour être les seuils qui serviront pour les essais en détection. Le tableau [IV.6](#) récapitule ces seuils.

Validation des seuils de détection

Une fois les pires seuils minimums sans fausses alarmes fixés, il faut alors vérifier dans des conditions plus pragmatiques, s'il n'y a pas de régression au niveau du fonctionnement

de l'avion. Autrement dit, lors de manœuvres classiques sans pannes, y-a-t'il déclenchement de fausses alarmes ? La réponse à cette question a été apportée sur le Simulateur de Vol qui permet de jouer de véritables scénarii de vol à l'encontre du BIS. L'architecture de la méthode de comptage impose un unique seuil par bande de fréquence (c'est-à-dire un seuil identique pour une panne liquide ou solide dans la même bande de fréquence). Les différentes manœuvres jouées sont les suivantes :

- Vérification d'usage avant décollage, qui consiste à actionner le manche au maximum de ses possibilités pendant que l'avion est au sol. Dans ce cas précis, d'avant en arrière et vice-versa pour employer l'élévateur interne gauche au maximum de ses possibilités. Cette manœuvre est appelée Flight Control Check.
- Décollage avec un centrage classique et décollage avec un avion à fort centrage avant. Le fort centrage avant a pour but de déséquilibrer l'avion et donc de solliciter fortement les gouvernes de profondeur.
- Manœuvres d'évitement par le bas et par le haut, toujours pour solliciter l'élévateur. Ainsi, l'avion est placé en hypersustentation (c'est-à-dire becs et volets déployés au maximum pour augmenter la voilure), à basse vitesse et le pilote tire ou pousse sur le manche afin de simuler un évitement. Ces manœuvres ont également été refaites en simulant une panne hydraulique pour avoir une pression dégradée dans le circuit d'alimentation hydraulique.

Les figures suivants représentent les ordres générés et les résidus obtenus pour certaines de ces manœuvres :

- En premier lieu le Flight Control Check (voir figure IV.8)

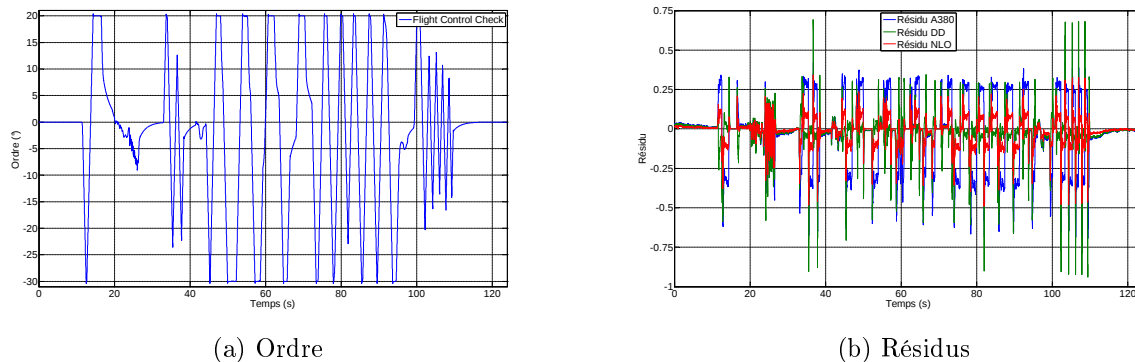


Figure IV.8 – Flight Control Check

- Décollage avec fort centrage avant (voir figure IV.9)

Au-delà de ces figures peu significatives, le résultat de cette vérification de non-régression est positif. À aucun moment durant tous ces essais un booléen ne s'est déclenché, aussi bien pour des seuils liquides que solides. Nous avons donc validé les seuils de détection trouvés. Le paragraphe suivant aborde la détection proprement dite des pannes oscillatoires.

Essais en performance

Les essais en performance sont effectuées sur le BIS couplé au BA, ainsi que le sur le Simulateur de Vol.

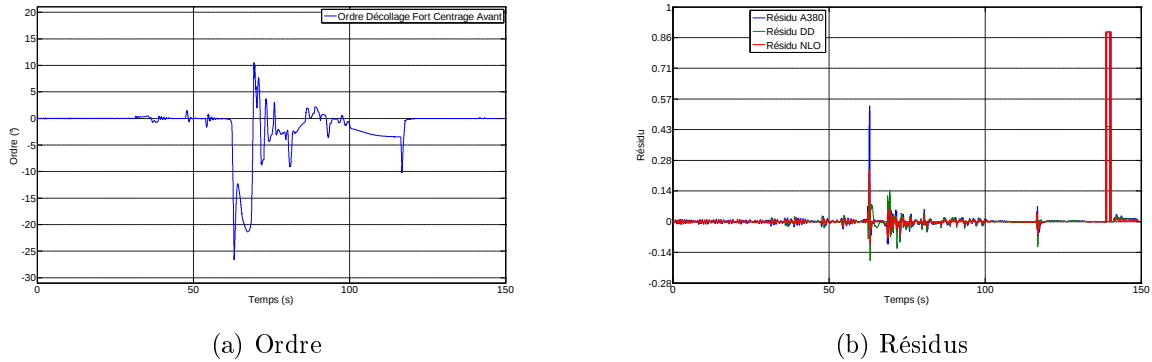


Figure IV.9 – Décollage à Fort Centrage Avant

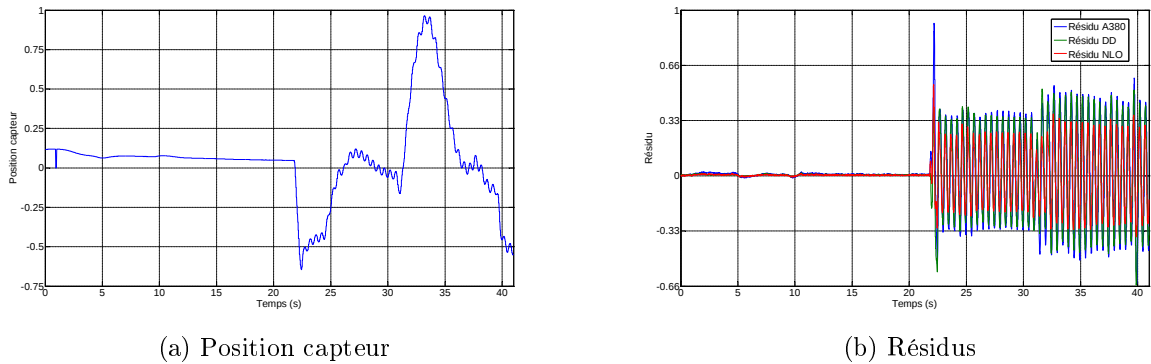


Figure IV.10 – Panne liquide de 2Hz d'amplitude 0.5°

Déroulement des essais

Comme dans le protocole élaboré pour détecter l'amplitude minimale de panne détectable, la détection consiste à injecter une panne et à vérifier s'il y a un booléen qui déclenche. Pour cela, l'amplitude de départ des pannes est fixée au plus petit seuil du type de panne que l'on teste (liquide ou solide). Ensuite, cette amplitude est augmentée progressivement jusqu'à ce que tous les booléens soient passés à 1. L'amplitude de déclenchement panne est notée et considérée comme l'amplitude minimale de panne détectable.

Les essais se sont déroulés en deux parties. La première a été effectuée sur Simulateur. La principale difficulté sur cette installation a été de pouvoir reproduire identiquement, à l'amplitude de la panne près, les essais, car le Simulateur n'est pas un outil développé pour ce genre de test. Les tests se faisaient donc de la manière suivante : une fois l'avion stabilisé en vol, un opérateur donnait un coup de manche (à piquer ou à cabrer), à cet instant un autre opérateur activait la panne pour qu'elle puisse être injectée dans une pente de forte dynamique. La panne était générée par un générateur basse fréquence. Ce genre d'essais a été répété pour des pannes liquides et solides de fréquence de 2, 4, 6 et 8Hz. Des exemples de positions et résidus obtenus sont représentés dans les figures IV.10 et IV.11.

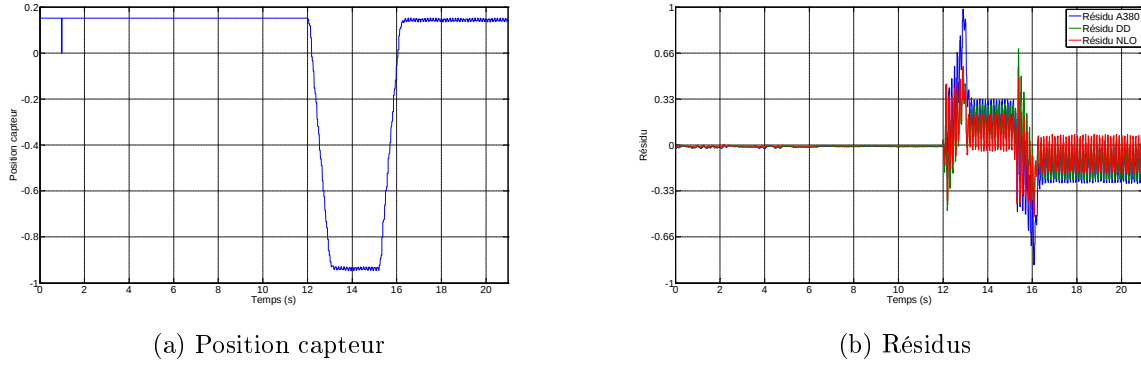


Figure IV.11 – Panne liquide de 8Hz d'amplitude 0.5°

Sur ces courbes, on observe un phénomène problématique : lorsque le manche était tiré pour cabrer, il y avait une différence de réponse avec un manche poussé à piquer. En effet, lorsque le manche revient dans la position inverse, la panne semble amplifiée. Aucune explication n'a pu être fournie pour ce phénomène. Cela ajoutait donc une difficulté de plus pour la reproductibilité des méthodes. Ce sont ces raisons qui nous ont poussé à refaire des essais en détection sur le BIS+BA. En effet, le BIS+BA permet de générer une pente de $30^\circ/s$ en ordre et d'injecter une panne précisément au début de la dynamique grâce à sa logique interne. De plus, un outil permettant d'injecter la panne précisément sur le capteur de vol était à notre disposition. Les essais que nous avons donc menés sur le BIS+BA, sont plus stricts scientifiquement parlant, par contre ils ne sont pas forcément représentatifs des véritables conditions de vol. De même que pour le Simulateur, un générateur basse fréquence était utilisé pour créer la panne. La barre d'effort était toujours installée et la pression du circuit fixée à sa valeur nominale. Pour l'essai sur le BIS+BA en détection, aucun enregistrement de jeu de données n'a été fait.

Résultats des essais

Pour ces essais, l'amplitude des pannes a été augmentée progressivement jusqu'à ce que tous les booléens de détection soient à 1. Les résultats sont regroupés dans les tableaux IV.7a et IV.7b.

À noter : sur le BIS+BA, pour une panne liquide à $2Hz$, une surveillance de dissymétrie entre le capteur rotatif (RVDT) et linéaire (LVDT), s'activait, car seul un capteur supportait la panne. Avec une panne de fréquence élevée, le problème n'était pas rencontré, car la surveillance n'avait pas le temps de confirmer l'écart entre les capteurs. C'est pourquoi il y a un point d'interrogation devant les valeurs de la méthode A380 et NLO, car dès que la panne devient trop importante, la surveillance mettait le calculateur en FAULT. Nous n'avons pas pu aller au-delà de cette valeur : valeur qui est déjà supérieure à celle du filtre DD.

Les tableaux représentent fidèlement l'amplitude minimale de panne détectable, pour chaque méthode, pour chaque type de panne et pour quatre fréquences. On s'aperçoit que le réglage des seuils de détection est important, car les pannes sont détectées quelques dixièmes de degré au-dessus du seuil. Cependant, la méthode A380 est moins performante

		A380	DD	NLO			A380	DD	NLO
2Hz	Simulateur	1	0,43	1,11	2Hz	Simulateur	1	0,44	0,85
	BIS+BA	1	0,65	1		BIS+BA	1	0,39	0,86
4Hz	Simulateur	1	0,46	0,50	4Hz	Simulateur	1	0,48	0,86
	BIS+BA	1	0,40	0,64		BIS+BA	1	0,38	0,72
6Hz	Simulateur	1	1,48	1,56	6Hz	Simulateur	1	1,18	1,08
	BIS+BA	1	1,75	1		BIS+BA	1	1,50	1,75
8Hz	Simulateur	1	1,22	1,39	8Hz	Simulateur	1	1,21	1,28
	BIS+BA	1	1,14	1		BIS+BA	1	1,17	1,17
(a) pour une panne liquide					(b) pour une panne solide				

Tableau IV.7 – Amplitude normalisée de panne minimale détectable

dans la première bande de fréquence. La comparaison entre la méthode actuelle A380 et le filtre DD montre que le gain en robustesse d'environ 50% sur les seuils se traduit également par un gain de 50% sur les amplitudes minimales de panne détectable dans la première bande de fréquence pour les pannes liquides. Pour les pannes solides, le gain en amplitude minimale de panne détectable avoisine les 70% dans cette première bande.

Dans la deuxième bande de fréquence, la méthode A380 est plus performante en moyenne d'un dixième de degré, ce qui revient à une perte d'environ 30% pour le filtre DD. Nous l'avons déjà constaté au niveau du réglage des seuils de détection.

Pour ce qui est du NLO, tous comme les deux autres méthodes, il se conforme aux résultats que nous attendions en fonction des seuils de détection déterminés. Il reste donc meilleur que la méthode actuelle dans la première bande fréquence, mais moins bon que le filtre DD. Dans la deuxième bande de fréquence, il semble être très légèrement meilleur que le filtre DD. La dernière observation concerne la différence entre Simulateur et le BIS+BA. On note que les valeurs des amplitudes minimales de panne détectable pour le BIS+BA sont plus élevées. Cela s'explique par le fait que la pente sur laquelle est introduite la panne est plus dynamique au BIS+BA qu'au Simulateur. On aperçoit ici un phénomène que l'on avait en simulation de bureau (sous Matlab) mais que l'on n'avait pas encore rencontré sur simulateurs. En effet, l'erreur de modèle est fonction de la dynamique et donc le résidu voit son domaine de variation augmenter également, ce qui conduit à l'augmentation de l'amplitude de panne minimale détectable.

IV.5 Bilan des tests sur banc d’essais

En premier lieu, les amplitudes minimales de panne détectable sont assez élevés mais elles le sont encore plus pour la méthode A380. Les causes sont les fortes contraintes employées pendant les tests. Toutefois il faudrait s’intéresser de plus près à la seconde bande de fréquence. Les seuils ont été déterminés sur le BIS+BA, qui envoie des ordres théoriques, non représentatifs d’un cas classique de vol. Les seuils déterminés sont probablement mal calibrés pour être utilisés en vol. Par contre, ils sont les cas extrêmes que puisse supporter le calculateur. Donc le fait que les amplitudes minimales de panne détectable soient élevées est lié au niveau de ces seuils de détection. Ce qui est donc primordial d’analyser ici, ce n’est pas la valeur absolue des amplitudes minimales de panne détectable, mais les valeurs relatives entre les différentes méthodes.

Les essais au laboratoire d’essais en vol confirment donc la hiérarchie déterminée par les simulations de bureau. Le fait de gagner en robustesse au niveau des seuils de détection, aide le filtre DD à obtenir de meilleures amplitudes de pannes minimales détectables, en particulier dans la première bande de fréquence, que la panne soit solide ou liquide. Pour la seconde bande de fréquence, le filtre DD est en retrait vis-à-vis des autres méthodes, mais de peu. En fait, un bémol peut être émis sur cette bande de fréquence : lorsqu’on regarde les résidus après filtrage, on remarque qu’ils sont quasiment tous identiques, alors qu’avant le filtrage en sous-bandes de fréquence, existaient des différences. Pour éliminer ce problème de filtrage en sous-bandes de fréquence, afin d’avoir une meilleure évaluation du résidu, il serait bon d’utiliser d’autres méthodes de décision que la fonction de comptage des oscillations. Et éventuellement se passer de la fonction de filtrage qui induit un retard à la détection. Dans ce cas, l’avantage gagné avec le DD pourrait être conservé.

Une particularité de la méthode actuelle A380 est d’utiliser un seuil adaptatif lorsque surviennent de fortes dynamiques sur la position de la gouverne, les seuils de détection dans la fonction de comptage sont momentanément adaptés afin de robustifier la surveillance. Le filtre DD permet de s’en affranchir pour des niveaux de détection équivalents.

Le NLO engendre manifestement une atténuation ou amplification de la panne en fonction de la fréquence. Ce phénomène est à maîtriser et rend le calcul du seuil de détection délicat. En tout cas, au vu de ces essais le NLO semble avoir des performances qui se situent entre le filtre DD et la méthode A380. Il est possible qu’avec un réglage plus fin des gains de l’observateur, de meilleurs résultats puissent être obtenus. Notons que des travaux récents dans l’équipe ont conduit à l’amélioration des réglages d’un observateur non linéaire (voir [Efimov *et al.*, 2011]).

Pour conclure, les tests réalisés au laboratoire d’Essais en Vol sont donc positifs : la hiérarchie des méthodes définies en simulation de bureau a été confirmée. Le DD et le NLO paraissent être plus performants que la méthode A380. Cependant, il est plus difficile de quantifier le gain en termes d’amplitude minimale de panne détectable entre le filtre DD et la méthode A380, car si dans la première bande de fréquence un gain de 50% semble se dessiner, dans la seconde bande de fréquence il y a une perte d’environ 20%. Des essais plus spécifiques à la seconde bande de fréquence devraient être réalisés afin de lever le doute.

Conclusion

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués dans le cadre d’une convention CIFRE entre le laboratoire IMS de l’université Bordeaux 1 et la société Airbus Operations S.A.S. L’objectif a été la mise au point d’une nouvelle démarche de détection des pannes oscillatoires au sein du système de commandes de vol des avions de la gamme Airbus. Au plan méthodologique, ces pannes oscillatoires présentent plusieurs caractéristiques qui rendent leur traitement complexe : fréquence d’apparition inconnue, amplitude inconnue, temps de détection et confirmation imposé en fonction de la fréquence de la panne, etc... Bien qu’extrêmement rare, la détection robuste et précoce de ces pannes est jugée importante par le constructeur car elles peuvent avoir un impact sur la structure de l’avion ainsi que la pilotabilité et le confort passager. La démarche de détection doit obéir évidemment à des contraintes industrielles très sévères liées en particulier à sa portabilité et son embarquabilité dans les calculateurs du systèmes de commandes de vol.

Le premier chapitre a été consacré à la description de la problématique. Dans un premier temps, nous avons présenté brièvement l’architecture générale des systèmes de commandes de vol embarqués à bord des avions de la gamme Airbus. Nous avons ensuite présenté les pannes susceptibles de survenir au sein de ces systèmes et ayant pour conséquence un impact sur la structure et la pilotabilité de l’avion. Nous avons décrit plus en détail les pannes de nature oscillatoire qui font l’objet des travaux présentés dans cette thèse. Les solutions technologiques actuellement employées, avec succès, pour la détection et la passivation de ces pannes ont été brièvement présentées. Ce tour d’horizon nous a permis d’argumenter ensuite les motivations à l’origine de cette thèse, à savoir contribuer à l’amélioration et à l’évolution de ces techniques pour les futurs programmes d’Airbus. Nous avons ainsi inscrit notre travail dans un cadre plus général qui est l’optimisation globale de l’avion, en particulier au niveau du design structural de celui-ci.

Le deuxième chapitre a été dédié à l’exposition de multiples techniques de diagnostic analytique à base de variables internes et externes. Après avoir mentionné brièvement certaines méthodes couramment décrites dans la littérature, nous nous sommes focalisés sur les méthodes à base de filtrage non linéaire local qui ont été finalement retenues pour résoudre la problématique des pannes oscillatoires. Nous avons décrit notamment le filtrage *Divided Difference*, basé sur une interpolation polynomiale d’opérateurs linéaire, et dont l’implémentation est relativement aisée.

Dans le troisième chapitre nous avons présenté les techniques qui pourraient être considérées, de prime abord, potentiellement candidates pour résoudre spécifiquement la problématique abordée. Dans un premier temps, nous nous sommes intéressées à des techniques classiques et non paramétriques en argumentant pourquoi elles ne sont pas

adaptées au contexte. Nous avons décrit ensuite les techniques basées sur la modélisation directe des pannes oscillatoires. Dans un cadre plus général, nous avons mentionné quelques travaux à base d'observateurs dédiés. Une analyse critique a été effectuée et a permis de motiver notre choix méthodologique. Cette première partie nous a permis de confirmer l'approche à base du filtre *Divided Difference* pour résoudre la problématique des pannes oscillatoires. Nous avons abordé ensuite le problème d'identifiabilité structurelle du modèle et proposé une solution pour contourner cet obstacle. Un autre point clé abordé dans ce chapitre est lié au réglage de paramètres de synthèse pour obtenir le meilleur compromis robustesse/performance. Il a été montré que le problème d'optimisation de ces paramètres doit être formulé et résolu dans un contexte où tous les critères de diagnostic sont pris en compte. Pour résoudre ce problème plusieurs pistes ont été évoquées. Le choix final s'est porté sur une approche de type MMAE (Multi-Model Adaptive Estimation), que nous avons modifié en introduisant un facteur de pénalité vis-à-vis de la qualité de l'estimation afin de respecter le cahier des charges en termes de sensibilité. Cette adaptation a été faite dans le cas des pannes liquides et solides.

Enfin, le quatrième chapitre a été consacré aux résultats de simulation ainsi qu'au processus d'intégration, de validation et de vérification sur banc d'essai. Dans un premier temps, un protocole expérimental a été développé afin de comparer de façon systématique les performances obtenues par la technique actuellement employée par Airbus et la méthode développée dans cette thèse. Cette comparaison a été effectuée dans un premier temps à l'aide de Matlab/Simulink et un jeu de données réelles enregistrées lors d'un vol d'essai. Les résultats obtenus en simulation ont été satisfaisants et ont permis d'affiner certains réglages. Nous avons ensuite transcrit les équations de filtrage en termes d'un langage graphique utilisé en interne chez Airbus. Les résultats finaux obtenus sur banc essai et sur un simulateur A380 ont clairement mis en évidence l'apport de la nouvelle approche en termes de performances, tout en gardant le même niveau de robustesse.

Pour finir, et en ce qui concerne l'expérience acquise au cours de ces travaux, il convient de souligner que le transfert d'une technique innovante au sein d'un système complexe pose bien des problèmes qui sont souvent négligés lors d'une procédure de "design" de nature académique. De façon plus générale, la première question qu'il faudra se poser lorsqu'il s'agit de transformer la recherche méthodologique en innovation industrielle, est clairement une question de rapport "qualité/prix". En d'autres termes, l'innovation technologique doit démontrer clairement sa valeur ajoutée et qui justifierait son industrialisation. Dans le cas que nous avons pu traiter dans le cadre de cette thèse, cette valeur ajoutée peut se traduire, par exemple, simplement par de meilleures performances en détection (détection des défauts d'amplitude plus faible, temps de confirmation plus court), tout en gardant le même niveau de robustesse. La conclusion principale est qu'une méthode adaptative et robuste, associée à une procédure claire et formalisée de réglage, est potentiellement transférable pour surveiller les pannes oscillatoires affectant certaines gouvernes.

Plusieurs directions pourraient faire l'objet des études ultérieures :

- La première consisterait à approfondir et à formaliser davantage la méthode de réglage des hyper-paramètres qui conditionnent les performances que l'on peut obtenir. Un cadre plus général doit être développé afin de formuler ce problème comme un problème d'optimisation d'une fonction de coût permettant d'intégrer les différents

critères de robustesse et performances. Des études visant à résoudre ce problème ont déjà commencées ([Efimov *et al.*, 2010]) au sein de l'équipe.

- La seconde qui découle logiquement de la première, serait de généraliser ce type de surveillance à d'autres chaînes d'asservissement en position des gouvernes de l'A380. Pour l'instant, seul le modèle non linéaire des actionneurs hydrauliques a été utilisé, mais la nouvelle génération d'actionneurs EHA (Electro-Hydrostatic Actuator) pourraient également bénéficier de cette méthode de détection de pannes oscillatoires. Par extension, il serait même envisageable d'étendre cette surveillance aux futurs programmes du constructeurs (A350, A320néo, etc...).
- Enfin, rappelons que les forces aérodynamiques exercées sur les surfaces de contrôle sont extrêmement difficiles à estimer. En effet, ce paramètre dépend beaucoup de paramètres exogènes (position de la tige, ...) et endogènes (nombre de Mach, pression dynamique, ...). Une manière de s'en affranchir serait d'enrichir le modèle en injectant un modèle "boite noire" au sein du modèle non linéaire. Le prix à payer serait l'augmentation du coût calculatoire, car il y aurait plus de paramètres à estimer, ce qui peut être un obstacle pour son implémentation.

Annexes

Annexe 1 : Tableaux de résultats du protocole

Dans ces tableaux exhaustifs, sont regroupés tous les résultats issus du protocole de détermination d'amplitude minimale détectable. Les tableaux sont classés par type et fréquence de panne. On y retrouve les périodes de détection souhaitées et le temps de détection normalisé qui en découle en fonction de la fréquence de la panne. Ces tableaux réunissent pour les méthode filtre DD et NLO normalisées vis-à-vis de la méthode A380, le seuil de détection sans fausses alarmes, l'amplitude minimale détectable avec le temps de détection associé à cette amplitude. Sont également présents, les temps d'apparition des pannes (identiques pour tous les tests du protocole). Les sept premiers instants d'apparition ont été précisément choisis lors d'occurrence de fortes dynamique sur la position de la gouverne, afin d'en vérifier l'impact. Les sept temps suivants ont été choisis au hasard dans l'horizon temporel. Au bout de chaque tableau, la moyenne et la moyenne réduite (c'est-à-dire la moyenne sans les extrémum) de l'amplitude minimale détectable sont effectuées. Pour la comparaison des diverses méthodes testées, nous nous sommes basé sur la moyenne réduite.

Temps d'apparition des pannes (en s)

Temps d'apparition des pannes (en s)

Temps d'apparition des pannes (en s)

Temps d'apparition des pannes (en s)

Temps d'apparition des pannes (en s)

Temps d'apparition des pannes (en s)

Temps d'apparition des pannes (en s)

Temps d'apparition des pannes (en s)

Temps d'apparition des pannes (en s)

Temps d'apparition des pannes (en s)

PANNE LIQUIDE à 6Hz

Temps d'apparition des pannes (en s)

2 Périodes

[illegible]

3 Périodes

[illegible]

Temps d'apparition des pannes (en s)

Temps d'apparition des pannes (en s)

Temps d'apparition des pannes (en s)

Temps d'apparition des pannes (en s)

Temps d'apparition des pannes (en s)

PANNE SOLIDE à 2Hz

Temps d'apparition des pannes (en s)

2 Périodes														
DD1	Seuil de détection normalisé	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86	0,86
	Amplitude minimale normalisée	0,16	1,01	0,93	0,95	0,87	0,87	0,90	0,63	0,87	0,77	0,91	0,35	0,87
	Temps de détection normalisé	0,22	0,88	0,84	0,87	0,84	0,22	0,84	0,81	0,22	0,34	0,81	1,00	0,84
NLO	Seuil de détection normalisé	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88
	Amplitude minimale normalisée	0,16	1,02	0,94	0,96	0,88	0,88	0,91	0,64	0,88	0,78	0,92	0,36	0,88
	Temps de détection normalisé	0,31	0,88	0,84	0,87	0,84	0,31	0,84	0,81	0,34	0,34	0,81	1,00	0,84
3 Périodes														
DD1	Seuil de détection normalisé	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91
	Amplitude minimale normalisée	0,12	0,94	0,91	0,56	0,91	0,91	0,91	0,94	0,91	0,91	0,50	0,37	0,91
	Temps de détection normalisé	0,20	0,73	0,98	0,86	0,89	-18,41	0,89	0,89	0,75	-27,23	0,36	0,77	0,89
NLO	Seuil de détection normalisé	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77	0,77
	Amplitude minimale normalisée	0,10	0,83	0,31	0,21	0,53	0,78	0,78	0,50	0,78	0,78	0,30	0,32	0,55
	Temps de détection normalisé	0,18	0,73	0,14	0,41	0,30	0,34	0,75	0,27	0,25	0,36	0,27	0,05	0,34

Temps d'apparition des pannes (en s)

Temps d'apparition des pannes (en s)

	3127.24	2906.16	3017.44	2952.96	3088	3160	2926	3026.28	2978.56	3175.52	3104.88	3065.04	3103.4	3080.68
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	0.64	0.45	0.82	0.82	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.82	1.00	1.00	1.00
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	0.64	0.45	0.82	0.82	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.82	1.00	1.00	1.00
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	0.87	0.80	0.87	0.87	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.87	1.00	0.73	1.00
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	0.87	0.80	0.87	0.87	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.87	1.00	0.73	1.00

Annexe 2 : Planches SCADE pour l'intégration du filtre DD dans le calculateur de bord de l'A380

Pour des raisons de confidentialité industrielle, ces planches ne peuvent être divulguées.

Bibliographie

- [Akhenak *et al.*, 2004] AKHENAK, A., CHADLI, M., RAGOT, J. et MAQUIN, D. (2004). Estimation d'état et d'entrées inconnues d'un système non-linéaire représenté par un multimodèle. *In Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2004*, Douz, Tunisia.
- [Alcorta-Garcia *et al.*, 2009a] ALCORTA-GARCIA, E., ZOLGHADRI, A. et GOUPIL, P. (2009a). A novel non-linear observer-based approach to oscillatory failure detection. *In European Control Conference (ECC'09)*. [II.5](#)
- [Alcorta-Garcia *et al.*, 2011] ALCORTA-GARCIA, E., ZOLGHADRI, A. et GOUPIL, P. (2011). A nonlinear observer-based strategy for aircraft oscillatory failure detection : A380 case study. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 47. [II.2](#), [5](#), [II.5](#), [14](#)
- [Alcorta-Garcia *et al.*, 2009b] ALCORTA-GARCIA, E., ZOLGHADRI, A., GOUPIL, P., LAVIGNE, L. et SIMON, P. (2009b). Nonlinear observer-based ofc detection for a380 aircraft. *In 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*.
- [Anderson *et al.*, 1979] ANDERSON, B., MOORE, J. et BARRATT, J. (1979). *Optimal filtering*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ. [II.3.3](#)
- [Anguelova, 2004] ANGUELOVA, M. (2004). Nonlinear Observability and identifiability : General Theory and a Case Study of a Kinetic Model for *S. cerevisiae*. Mémoire de D.E.A. [III.5.1.2](#)
- [Aranovskiy *et al.*, 2007] ARANOVSKIY, S., BOBTSOV, A., KREMLEV, A., NIKOLAEV, N. et SLITA, O. (2007). Identification of frequency of biased harmonic signal. *In 9th IFAC Workshop Adaptation and Learning in Control and Signal Processing*. [II.4.3.1](#), [III.4.2](#), [III.4.2](#), [III.4.2](#)
- [Arulampalam *et al.*, 2002] ARULAMPALAM, M. S., MASKELL, S., GORDON, N. et CLAPP, T. (2002). A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian bayesian tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(2):174–188. [III.5](#)
- [Auvray, 1979] AUVRAY, J. (1979). *Electronique des signaux échantillonnés et numériques*. Dunod. [III.2.1](#)
- [Badr *et al.*, 2008] BADR, N. A., CRASSIDIS, J. L. et CHENG, Y. (2008). Convergence properties of autocorrelation-based generalized multiple-model adaptive estimation. *In*

- AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, Honolulu, Hawaii. [III.5.2.1](#), [III.5.2.1](#), [2](#), [10](#)
- [Basseville et Nikiforov, 1993] BASSEVILLE, M. et NIKIFOROV, I. (1993). *Detection of Abrupt Changes - Theory and Application*. Information and System Sciences Series. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. [II.1](#), [II.4.2](#)
- [Beard et al., 1971] BEARD, R., AERONAUTICS, U. S. N. et ADMINISTRATION, S. (1971). *Failure accommodation in linear systems through self-reorganization*. MIT Man-Vehicle Laboratory. [II.1](#)
- [Bejarano et Fridman, 2009] BEJARANO, F. et FRIDMAN, L. (2009). Unbounded unknown inputs estimation based on high-order sliding mode differentiator. *In Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference on*, pages 8393–8398. IEEE. [6](#)
- [Bellanger, 1981] BELLANGER, M. (1981). *Traitement numérique du signal*. Masson. [I.4.4.3](#)
- [Berdjag et al., 2010] BERDJAG, D., ZOLGHADRI, A., CIESLAK, J. et GOUPIL, P. (2010). Fault detection and isolation for redundant aircraft sensors. *In Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol), 2010 Conference on*, pages 137–142. IEEE. [II.4.3.1](#)
- [Besch et al., 1996] BESCH, H. M., GIESSELER, H. G. et SHCULLER, J. (1996). Impact of electronic flight control system (efcs) failure cases on structural design loads. Rapport technique, AGARD Report 815, Loads and requirements for Military Aircrafts. [I.3](#)
- [Biswas et al., 2004] BISWAS, G., CORDIER, M.-O., LUNZE, J., TRAVE-MASSUYES, L. et STAROSWIECKI, M. (2004). Diagnosis of complex systems : Bridging the methodologies of the fdi and dx communities. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, 34(5):2159–2162. [II.1](#)
- [Blanke et al., 2003] BLANKE, M., KINNAERT, M., LUNZE, J. et STAROSWIECKI, M. (2003). *Diagnosis and Fault Tolerant Control*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, Allemagne. [II.1](#), [II.2](#)
- [Blondin, 2001] BLONDIN, V. (2001). Détection de pannes oscillatoires dans les calculateurs de commandes de vol. Mémoire de D.E.A., ISMRA, ENSI Caen. [I.4.4.2](#)
- [Bokor et Szabó, 2009] BOKOR, J. et SZABÓ, Z. (2009). Fault detection and isolation in nonlinear systems. *Annual Reviews in Control*, 33(2):113–123. [II.2](#), [5](#)
- [Briere et al., 1993] BRIERE, D., TRAVERSE, P. et AEROSPATIALE, T. (1993). AIRBUS A320/A330/A340 electrical flight controls-A family of fault-tolerant systems. *In Fault-Tolerant Computing, 1993. FTCS-23. Digest of Papers., The Twenty-Third International Symposium on*, pages 616–623. [I.3](#)
- [Brodsky et Darkhovsky, 1992] BRODSKY, B. et DARKHOVSKY, B. (1992). *Nonparametric Methods in Change-point Problems*. Kluwer Academic, Boston.
- [Brodsky et Darkhovsky, 2000] BRODSKY, B. et DARKHOVSKY, B. (2000). *Non-parametric statistical diagnosis : problems and methods*. Kluwer Academic Pub. [II.1](#)

- [Brown et Hwang, 1992] BROWN, R. et HWANG, P. (1992). *C. Introduction to random signals and applied kalman filtering*. Citeseer.
- [Brunet et al., 1990] BRUNET, J., JAUME, D., LABARRÈRE, M., RAULT, A. et VERGÉ, M. (1990). Détection et diagnostic de pannes : approche par modélisation. *Hermès, Paris*.
- [Busse et al., 2003] BUSSE, F., HOW, J., SIMPSON, J. et al. (2003). Demonstration of Adaptive Extended Kalman Filter for Low Earth Orbit Formation Estimation Using CDGPS. In *Journal of the Institute of Navigation*. Citeseer. [III.5.2.2](#)
- [Chen et Patton, 1999] CHEN, J. et PATTON, R. J. (1999). *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Kluwer Academic Publishers. [II.2](#), [II.2.2](#), [II.2.2](#)
- [Chen et Jiang, 2005] CHEN, W. et JIANG, J. (2005). Fault-tolerant control against stuck actuator faults. *IEEE Proceedings -Control Theory and Applications*, 152(2):138–146. [I.3](#)
- [Chow et Willsky, 1984] CHOW, E. et WILLSKY, A. (1984). Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. *IEEE Transactions on automatic control*, 29(7):603–614. [II.2](#), [II.2.1](#), [II.2.1](#)
- [Cox et Hinkley, 1986] COX, D. et HINKLEY, D. (1986). *Theoretical Statistics*. Chapman and Hall, New York.
- [Crassidis et Junkins, 2004] CRASSIDIS, J. et JUNKINS, J. (2004). *Optimal estimation of dynamic systems*. Chapman & Hall. [II.3.3](#)
- [D0254/ED80, 2000] D0254/ED80 (2000). Design assurance guidance for airborne electronic hardware. published by ARINC, no. DO254, and EUROCAE, no. ED80. [I.2](#)
- [Dash et al., 2001] DASH, S. K., RENGASWAMY, R. et VENKATASUBRAMANIAN, V. (2001). Fault diagnosis in a nonlinear cstr using observers. In *Proceedings of the 2001 Annual AIChE Meeting*, Reno, NV. Paper 282i.
- [de Kleer et al., 1992] de KLEER, J., MACKWORTH, A. et REITER, R. (1992). *Characterizing diagnosis and systems*. Morgan-Kaufman Pub. [II.1](#)
- [Ding, 2008] DING, S. X. (2008). *Model-based Fault Diagnosis Techniques*. Design Schemes, Algorithms, and Tools. Springer, Heidelberg, Berlin. [II.1](#), [II.2](#), [II.2.2](#)
- [DO178B/ED12, 1992] DO178B/ED12 (1992). Software considerations in airborne systems and equipment certification. published by ARINC, no. DO178B, and EUROCAE, no. ED12. [I.2](#)
- [Doucet et al., 2001] DOUCET, A., DE FREITAS, N. et GORDON, N. (2001). *Sequential Monte Carlo methods in practice*. Springer Verlag. [II.3.6](#)
- [Doucet et al., 2000] DOUCET, A., GODSILL, S. et ANDRIEU, C. (2000). On sequential simulation-based methods for Bayesian filtering. *Statistics and Computing*, 10(3):197–208.
- [Ducard, 2009] DUCARD, G. (2009). *Fault-tolerant flight control and guidance systems : practical methods for small unmanned aerial vehicles*. Springer Verlag. [II.2](#)

- [Duník et Šimandl, 2008] DUNÍK, J. et ŠIMANDL, M. (2008). Estimation of state and measurement noise covariance matrices by multi-step prediction. *In preprints of 17th IFAC World Congress*. [III.5.2](#), [III.5.2.1](#)
- [Edelmayer et Bokor, 2000] EDELMAYER, A. et BOKOR, J. (2000). Scaled H_∞ filtering for sensitivity optimization of detection filters. Budapest, Hungary. SAFEPROCESS'2000, IFAC. [II.2](#)
- [Edwards *et al.*, 2010] EDWARDS, C., LOMBAERTS, T. et SMAILI, H. (2010). *Fault Tolerant Flight Control : A Benchmark Challenge*. Springer Verlag.
- [Efimov et Zolghadri, 2011] EFIMOV, D. et ZOLGHADRI, A. (2011). Optimization of fault detection performance for a class of nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*.
- [Efimov *et al.*, 2011] EFIMOV, D., ZOLGHADRI, A. et PASCAL, S. (2011). Fault detection improving by extended kalman filter adjustment for oscillatory failure case in aircrafts. *In 4TH EUROPEAN CONFERENCE FOR AEROSPACE SCIENCES (EUCASS)*, St Petersburg : Russian Federation (2011). [IV.5](#)
- [Efimov *et al.*, 2010] EFIMOV, D., ZOLGHADRI, A. et SIMON, P. (2010). Improving fault detection abilities of extended kalman filters by covariance matrices adjustment. *In Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol)*, pages 131–136. IEEE. [III.5.2.1](#), [IV.5](#)
- [FAR/CS25, 2003] FAR/CS25 (2003). Airworthiness standards : Transport category airplane, published by faa, title 14, part 25, and certification specifications for large aeroplanes, amendment 1,. [I.2](#), [I.3](#)
- [Favre, 1996] FAVRE, C. (1996). Fly-by-wire for commercial aircraft : the Airbus experience. *Advances in Aircraft Flight Control*, page 211. [I.1](#)
- [Frank, 1990] FRANK, P. M. (1990). Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy : A survey and some new results. *Automatica*, 26(3): 459 – 474. [II.2.1](#), [II.2.1](#), [II.2.2](#)
- [Frank *et al.*, 2000] FRANK, P. M., DING, S. X. et KÖPPEN-SELIGER, B. (2000). Current developments in the theory of FDI. pages 16–27, IFAC, Budapest, Hungary. Safeprocess'2000. [II.2](#)
- [Fröberg, 1970] FRÖBERG, C. (1970). Introduction to numerical analysis. [II.3.5](#)
- [Gaddouna *et al.*, 1994] GADDOUNA, B., MAQUIN, D. et RAGOT, J. (1994). Fault detection observers for systems with unknown inputs. *In Proceedings of SAFEPROCESS'94*, pages 69–74, Espoo - Finland. [II.2.2](#)
- [Garcia *et al.*, 2009] GARCIA, E., ZOLGHADRI, A., GOUPIL, P., LAVIGNE, L. et SIMON, P. (2009). Nonlinear observer-based ofc detection for a380 aircraft. *In 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Barcelona, Spain, June 30 - July 3*. [I.3](#)

- [Gelb *et al.*, 1974] GELB, A., KASPER JR, J., NASH JR, R., PRICE, C. et SUTHERLAND JR, A. (1974). *Applied Optimal Estimation*, 374 pp. MIT Press, Cambridge, Mass. [II.3.3](#)
- [Gertler, 1998] GERTLER, J. (1998). *Fault detection and diagnosis in Engineering System*. Marcel Dekker, Inc., Basel.
- [Giessler, 1998] GIESSELER, H. (1998). Oscillatory failure case (ofis) detection. Rapport technique, Deutsche Aerospace Airbus. [I.3](#)
- [Goupil, 2002] GOUPIL, P. (2002). Conception de filtres numériques rif pour calculateur sec a380. Rapport technique, SEDITEC. [I.4.4.3](#)
- [Goupil, 2007a] GOUPIL, P. (2007a). Method and device for detecting oscillatory failures in a position servocontrol subsystem of an aircraft control surface, fr20050012000/ us patent application 20070124038. [I.4.4.1](#)
- [Goupil, 2007b] GOUPIL, P. (2007b). Oscillatory failure case detection in the a380 electrical flight control system by analytical redundancy. In *ACA'07, Toulouse, Juin 2007*. [I.4.1](#)
- [Goupil, 2010] GOUPIL, P. (2010). Oscillatory failure case detection in the a380 electrical flight control system by analytical redundancy. *Control Engineering Practice*, 18(9): 1110–1119. ([document](#)), [I.2](#), [I.4.4.1](#), [I.4.4.2](#)
- [Goupil, 2011] GOUPIL, P. (2011). Airbus state of the art and practices on fdi and ftc in flight control system. *Control Engineering Practice*. ([document](#)), [I.3](#)
- [Goupil et Aubert, 2007] GOUPIL, P. et AUBERT, J.-J. (2007). Method and device for detecting oscillatory failures in a position servocontrol subsystem of an aircraft control surface, fr20070003647, us2007124038.
- [Goupil et Traverse, 2008] GOUPIL, P. et TRAVERSE, P. (2008). Device for counting oscillations of an oscillating temporal signal, fr20080003341. [I.4.2](#)
- [Groot, 1970] GROOT, M. D. (1970). *Optimal Statistical Decisions. Series in Probability and Statistics*. McGraw-Hill, New York.
- [Hamelin et Sauter, 2000] HAMELIN, F. et SAUTER, D. (2000). Robust fault detection in uncertain dynamic systems. *Automatica*, 36(11):1747–1754.
- [Hanlon et Maybeck, 2000] HANLON, P. et MAYBECK, P. (2000). Multiple-model adaptive estimation using a residual correlation Kalman filter bank. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 36(2):393–406.
- [Henry et Zolghadri, 2005] HENRY, D. et ZOLGHADRI, A. (2005). Design and analysis of robust residual generators for systems under feedback control. *Automatica*, 41:251–264. [II.2](#), [II.2.3](#)
- [Henry et Zolghadri, 2006] HENRY, D. et ZOLGHADRI, A. (2006). Norm-based design of robust FDI schemes for uncertain systems under feedback control : comparison of two approaches. *Control engineering practice*, 14(9):1081–1097. [II.2.3](#)

- [Hou, 2005] HOU, M. (2005). Amplitude and frequency estimator of a sinusoid. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 50(6):855–858. [III.4.2](#), [III.4.2](#)
- [Hou, 2007] HOU, M. (2007). Estimation of sinusoidal frequencies and amplitudes using adaptive identifier and observer. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 52(3):493–499. [III.4.2](#)
- [Hou et Muller, 1992] HOU, M. et MULLER, P. C. (1992). Design of observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37:871. [II.2.2](#)
- [Hwang et al., 2010] HWANG, I., KIM, S., KIM, Y. et SEAH, C. (2010). A survey of fault detection, isolation, and reconfiguration methods. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 18(3):636–653. [\(document\)](#), [II.1](#)
- [Isermann, 1984] ISERMANN, R. (1984). Process fault detection based on modeling and estimation methods—A survey. *Automatica*, 20(4):387–404.
- [Isermann, 1993] ISERMANN, R. (1993). Fault diagnosis of machines via parameter estimation and knowledge processing : tutorial paper : Fault detection, supervision and safety for technical processes. *Automatica(Oxford)*, 29(4):815–835. [II.1](#)
- [Isermann, 2005] ISERMANN, R. (2005). Model-based fault-detection and diagnosis - status and applications. *Annual reviews in control*, 29(1):75–85. [II.2](#)
- [Isermann, 2006] ISERMANN, R. (2006). *Fault-diagnosis systems - An introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer, Heidelberg, Berlin. [II.1](#), [II.2](#)
- [Isermann et Balle, 1997] ISERMANN, R. et BALLE, P. (1997). Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes. *Control Engineering Practice*, 5(5):709–719. [II.1](#)
- [Ito et Xiong, 2000] ITO, K. et XIONG, K. (2000). Gaussian filters for nonlinear filtering problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(5):910–927. [II.3.5](#)
- [JAR, 1989] JAR (1989). to JAR 25.1309—Advisory Circular Joint to Aviation Requirements. *Civil Aviation Authority, London*.
- [Jazwinski, 1970] JAZWINSKI, A. (1970). *Stochastic processes and filtering theory*. Academic Pr. [II.3.3](#)
- [Jiang, 2006] JIANG, J. (2006). Fault-tolerant control systems : Academic and industrial perspectives. *In Plenary lecture, Safeprocess'06*, Pékin, Chine.
- [Jones, 1973] JONES, H. (1973). Failure detection in linear systems. [II.1](#)
- [Julier et Uhlmann, 1997] JULIER, S. et UHLMANN, J. (1997). A new extension of the kalman filter to nonlinear systems. *In Proceedings of SPIE*, volume 3068, pages 182–193. [II.3.4](#)
- [Julier et Uhlmann, 2002] JULIER, S. et UHLMANN, J. (2002). The scaled unscented transformation. *In Proceedings of the American Control Conference*, volume 6, pages 4555–4559. Citeseer. [II.3.4.1](#)

- [Julier et Uhlmann, 2004] JULIER, S. et UHLMANN, J. (2004). Unscented filtering and nonlinear estimation. *In Proceedings of the IEEE*, volume 92, pages 401–422.
- [Julier *et al.*, 1995] JULIER, S., UHLMANN, J. et DURRANT-WHYTE, H. (1995). A new approach for filtering nonlinear systems. 3(6):1628–1632. [II.3.4](#)
- [Kalman, 1960] KALMAN, R. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of basic Engineering*, 82(1):35–45.
- [Kim *et al.*, 2006] KIM, T., RYU, J. et HYUN, D. (2006). Unknown input observer for a novel sensorless drive of brushless dc motors. *In Twenty-First Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*. [II.2.2](#)
- [Kitagawa, 1996] KITAGAWA, G. (1996). Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space models. *Journal of computational and graphical statistics*, 5(1):1–25. [II.3.6.4](#)
- [Kong *et al.*, 1994] KONG, A., LIU, J. et WONG, W. (1994). Sequential imputations and Bayesian missing data problems. *Journal of the American Statistical Association*, 89(425):278–288. [II.3.6.4](#)
- [Krener et Isidori, 1983] KRENER, A. et ISIDORI, A. (1983). Linearization by output injection and nonlinear observers. *System Control Letters*, 3(11):47–52.
- [Kubica *et al.*, 1995] KUBICA, F., LIVET, T., LE TRON, X. et BUCHARLES, A. (1995). Parameter-robust flight control system for a flexible aircraft. *Control Engineering Practice*, 3(9):1209–1215. [I.4.3](#)
- [Kullback et Leibler, 1951] KULLBACK, S. et LEIBLER, R. (1951). On information and sufficiency. *The Annals of Mathematical Statistics*, 22(1):79–86. [II.4.1.1](#)
- [Kurtoglu *et al.*, 2008] KURTOGLU, T., JOHNSON, S., BARSZCZ, E., JOHNSON, J. et ROBINSON, P. (2008). Integrating system health management into the early design of aerospace systems using functional fault analysis. *In International Conference on Prognostics and Health Management*. Citeseer. [II.2](#)
- [Laprie, 1994] LAPRIE, J. (1994). Informatique tolérante aux fautes. Rapport technique, Observatoire Français des Techniques Avancées. Ed. Masson, Série Arago.
- [Lavigne *et al.*, 2008a] LAVIGNE, L., ZOLGHADRI, A., GOUPIL, P. et SIMON, P. (2008a). Oscillatory Failure Case detection for new generation Airbus aircraft : A model-based challenge. *In 47th IEEE Conference on Decision and Control, 2008. CDC 2008*, pages 1249–1254.
- [Lavigne *et al.*, 2008b] LAVIGNE, L., ZOLGHADRI, A., GOUPIL, P. et SIMON, P. (2008b). Robust and early detection of oscillatory failure case for new generation airbus aircraft. *In 26th AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*.
- [Lavigne *et al.*, 2011] LAVIGNE, L., ZOLGHADRI, A., GOUPIL, P. et SIMON, P. (2011). A model-based technique for early and robust detection of oscillatory failure case in a380 actuators. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 9(1):42–49.

- [Lazinica, 2009] LAZINICA, A. (2009). Particle swarm optimization. *Tech Publication. Rijeka Croatia*, pages 455–9.
- [Lee, 2005] LEE, D. (2005). *Nonlinear bayesian filtering with applications to estimation and navigation*. Thèse de doctorat, Texas A&M University. [III.5](#), [III.5.2](#), [III.5.2.2](#)
- [Lerner et al., 2000] LERNER, U., PARR, R., KOLLER, D. et BISWAS, G. (2000). Bayesian fault detection and diagnosis in dynamic systems. pages 531–537. [III.5](#)
- [Lin, 1991] LIN, J. (1991). Divergence measures based on the Shannon entropy. *IEEE Transactions on Information theory*, 37(1):145–151. [9](#)
- [Liu et Peng., 2002] LIU, C. et PENG., H. (2002). Inverse-dynamics based state and disturbance observers for linear time-invariant systems. *Journal of Dynamic System, Measurement, and Control*, 124:375–381. [II.2.2](#)
- [Liu et Chen, 1998] LIU, J. et CHEN, R. (1998). Sequential Monte Carlo methods for dynamic systems. *Journal of the American statistical association*, 93(443):1032–1044.
- [Mahmoud et al., 2003] MAHMOUD, M., JIANG, J. et ZHANG, Y. (2003). *Active Fault Tolerant Control Systems : Stochastic Analysis and Synthesis*, volume LNCIS-287. Springer, Berlin, Allemagne.
- [Mangoubi, 1998] MANGOUBI, R. S. (1998). *Robust Estimation and Failure Detection : A Concise Treatment*. Springer-Verlag New York, Inc., Secaucus, NJ, USA. [II.2](#)
- [Marquez et Riaz, 2005] MARQUEZ, H. et RIAZ, M. (2005). Robust state observer design with application to an industrial boiler system. *Control Engineering Practice*, 13(6): 713–728. [II.2.2](#)
- [Maybeck, 1982] MAYBECK, P. (1982). *Stochastic models, estimation and control*. Academic Pr. [III.5.2.2](#)
- [Maybeck, 1999] MAYBECK, P. (1999). Multiple model adaptive algorithms for detecting and compensating sensor and actuator/surface failures in aircraft flight control systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 9(14):1051–1070. [III.5.2.1](#)
- [Medvedev, 1994] MEDVEDEV, A. (1994). Parity space method : A continuous time approach. In *American Control Conference, 1994*, volume 1, pages 662–665. IEEE. [4](#)
- [Mehra, 1970] MEHRA, R. K. (1970). On the identification of variance and adaptative kalman filtering. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 15(2):175–184. [III.5.2.1](#)
- [Middleton et Goodwin, 1990] MIDDLETON, R. et GOODWIN, G. (1990). *Digital control and estimation*. Prentice-Hall Intern. [III.4.1](#)
- [Morales et Alvarez-Ramirez, 2002] MORALES, A. et ALVAREZ-RAMIREZ, J. (2002). A pi observer for a class of nonlinear oscillators. *Physics Letters A*, 297(3-4):205–209.
- [Moreno, 2001] MORENO, J. (2001). Quasi-unknown input observers for linear systems. In *IEEE Conference on Decision and Control*, pages 732–737. [II.2.2](#)

- [Myers et Tapley, 1976] MYERS, K. et TAPLEY, B. (1976). Adaptive sequential estimation with unknown noise statistics. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 21(4):520–523.
- [Nelson, 2000] NELSON, A. (2000). *Nonlinear estimation and modeling of noisy time-series by dual Kalman filtering methods*. Phd thesis, Oregon Graduate Institute. [II.3.7](#)
- [Niemann et Stoustrup, 1998] NIEMANN, H. et STOUSTRUP, J. (1998). Multi objective design techniques applied to fault detection and isolation. In *Proceedings of the American Control Conference*, volume 4, pages 2022–2026.
- [Nørgård et al., 2000] NØRGÅRD, P., POULSEN, N. et RAVN, O. (2000). New developments in state estimation for nonlinear systems. *Automatica*, 36(11):1627–1638. [II.3.3](#), [II.3.4](#), [II.3.5](#), [II.3.5.2](#), [8](#)
- [Nuninger et al., 1997] NUNINGER, W., KRATZ, F. et RAGOT, J. (1997). Structural equivalence between direct residuals based on parity space and indirect residuals based on unknown input observers. In *Proceedings of SAFEPROCESS'97*, pages 462–467, Hull - England. IFAC. [II.2.2](#)
- [Orjuela et al., 2007] ORJUELA, R., MARX, B., MAQUIN, D. et RAGOT, J. (2007). Pi observer design for discrete-time decoupled multiple models. In *5th Workshop on Advanced Control and Diagnosis*, Grenoble, France.
- [Papoulis, 1984] PAPOULIS, A. (1984). *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, 1984. [II.3.1](#)
- [Patton, 1997] PATTON, R. (1997). Fault tolerant control : the 1997 situation. In *3rd IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes - SAFEPROCESS*, pages 1033–1054, Hull, Grande Bretagne. [II.2.1](#)
- [Patton et al., 2010] PATTON, R., UPPAL, F., SIMANI, S. et POLLE, B. (2010). Robust fdi applied to thruster faults of a satellite system. *Control Engineering Practice*, 18(9): 1093–1109. [II.2](#)
- [Peralta-Cabezas et al., 2008] PERALTA-CABEZAS, J., TORRES-TORRITI, M. et GUARINI-HERMANN, M. (2008). A comparison of Bayesian prediction techniques for mobile robot trajectory tracking. *Robotica*, 26(05):571–585.
- [Pohjanpalo, 1978] POHJANPALO, H. (1978). System identifiability based on the power series expansion of the solution. *Mathematical biosciences*, 41(1-2):21–33.
- [Press et al., | PRESS, W., TEUKOLSKY, S., VETTERLING, W. et FLANNERY, B. Numerical recipes in C. 1992. *Cambridge : Cambridge University*.
- [Ragot et al., 2007] RAGOT, J., MAQUIN, D. et GENTIL, S. (2007). *Diagnostic fondé sur un modèle quantitatif*, chapitre 6 (Supervision des procédés complexes), pages 219–278. Hermès Science Publications, Paris.
- [Rambeaux et al., 2000] RAMBEAUX, F., HAMELIN, F. et SAUTER, D. (2000). Optimal thresholding for robust fault detection of uncertain systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 10(14).

- [Rank et Niemann, 1999] RANK, M. L. et NIEMANN, H. H. (1999). Norm based design of fault detectors. *International Journal of Control*, 72(9):773–783. [II.2](#)
- [Raïssi et al., 2011] RAÏSSI, T., EFIMOV, D. et ZOLGHADRI, A. (2011). Reliable amplitude and frequency estimation for biased and noisy signals-application to oscillatory failures detection. [III.5.2.1](#)
- [Redheffer, 1960] REDHEFFER, R. (1960). On a certain linear fractional transformation. *J. Math. Phys.*, 39(1):269–286.
- [Schei, 1997] SCHEI, T. (1997). A finite-difference method for linearization in nonlinear estimation algorithms. *Automatica*, 33(11):2053–2058. [II.3.5.1](#)
- [Siegel, 1956] SIEGEL, S. (1956). *Nonparametric statistics for the behavioural sciences*. McGraw-Hill, Tokyo.
- [Simon et al., 2008] SIMON, P., LAVIGNE, L., ZOLGHADRI, A. et GOUPIL, P. (2008). Détection de pannes oscillatoires dans une chaîne d’asservissement en position d’une gouverne de l’a380. In *IEEE Conférence Internationale Francophone d’Automatique*.
- [Soffker et al., 1995] SOFFKER, D., TIE-JUN, Y. et MULLER, P. C. (1995). State estimation of dynamical systems with nonlinearities by using proportional-integral observer. *International journal of systems science*, 26(9):1571–1582.
- [Sotomayor et Odloak., 2005] SOTOMAYOR, O. et ODLOAK., D. (2005). Observer-based fault diagnosis in chemical plants. *Chemical Engineering Journal*, 112(1-3):93–108. [II.2.2](#)
- [Stengel, 1994] STENGEL, R. (1994). *Optimal control and estimation*. Dover Pubns.
- [Stirling, | STIRLING, J. Methodus differentialis. *London (1730)*. [II.3.5](#)
- [Subrahmanya et Shin, 2009] SUBRAHMANYA, N. et SHIN, Y. (2009). Adaptive divided difference filtering for simultaneous state and parameter estimation. *Automatica*, 45(7):1686–1693. [III.5.2](#)
- [Tarantino et al., 2000] TARANTINO, R., SZIGETI, F. et COLINA-MORLES, E. (2000). Generalized luenberger observer-based fault-detection filter design : an industrial application. *Control Engineering Practice*, 8(6):665–671.
- [Thau, 1973] THAU, F. (1973). Observing the state of non-linear dynamic systems. *International Journal of Control*, 17(3):471–479.
- [Traverse et al., 2004] TRAVERSE, P., LACAZE, I. et SOUYRIS, J. (2004). Airbus fly-by-wire : A total approach to dependability. In *IFIP Congress Topical Sessions*, pages 191–212. Springer. [I.1](#)
- [Van Der Merwe, 2004] VAN DER MERWE, R. (2004). *Sigma-point Kalman filters for probabilistic inference in dynamic state-space models*. Thèse de doctorat, Citeseer. [II.3.4.1](#)
- [Van Der Merwe et Wan, 2001] VAN DER MERWE, R. et WAN, E. (2001). Efficient derivative-free Kalman filters for online learning. In *Proc. of ESANN*, pages 205–210. Citeseer. [II.3.4](#)

- [Varga, 2007] VARGA, A. (2007). Fault detection and isolation of actuator failures for a large transport aircraft. In *Proc. First CEAS European Air and Space Conference, Berlin, Germany, 2007b*. [I.3](#)
- [Venkatasubramanian *et al.*, 2003a] VENKATASUBRAMANIAN, V., RENGASWAMY, R. et KAVURI, S. (2003a). A review of process fault detection and diagnosis : : Part ii : Qualitative models and search strategies. *Computers & Chemical Engineering*, 27(3): 313–326. [II.1](#)
- [Venkatasubramanian *et al.*, 2003b] VENKATASUBRAMANIAN, V., RENGASWAMY, R., KAVURI, S. et YIN, K. (2003b). A review of process fault detection and diagnosis : : Part iii : Process history based methods. *Computers & Chemical Engineering*, 27(3):327–346. [II.1](#)
- [Venkatasubramanian *et al.*, 2003c] VENKATASUBRAMANIAN, V., RENGASWAMY, R., YIN, K. et KAVURI, S. (2003c). A review of process fault detection and diagnosis : : Part i : Quantitative model-based methods. *Computers & Chemical Engineering*, 27(3):293–311. [II.1](#)
- [Viswanadham et Srichander, 1987] VISWANADHAM, N. et SRICHANDER, R. (1987). Fault detection using unknown input observers. *Theory and advanced technology*, 3(2):91–101.
- [Vokorokos, 2000] VOKOROKOS, L. (2000). Faults diagnosis of control system using the observer. In *4th international Conference on Intelligent Engineering Systems*, pages 189–192, Portoro, Slovenia.
- [Wald, 1947] WALD, A. (1947). *Sequential Analysis*. Wiley, New York.
- [Walter, 1987] WALTER, E. (1987). *Identifiability of parametric models*. Pergamon Press, Inc. Elmsford, NY, USA. [III.5.1.2](#)
- [Wan et Van Der Merwe, 2000] WAN, E. et VAN DER MERWE, R. (2000). The unscented Kalman filter for nonlinear estimation. In *Proceedings of Symposium*, pages 153–158. Citeseer. [7](#), [II.3.4](#)
- [Wiberg *et al.*, 2008] WIBERG, D., OH, S., YOUN, J., JOHNSON, L. et HONG, S. (2008). A Fix-Up for the EKF Parameter Estimator. In *17th IFAC World Congress*, Seoul, Korea.
- [Wyffels, 2007] WYFFELS, K. (2007). *Development of a ground truth simulator and application of a generalized multiple-model adaptive estimation approach to tune a state estimation filter*. Thèse de doctorat.
- [Yan et Edwards, 2007] YAN, X. et EDWARDS, C. (2007). Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding mode observer. *Automatica*, 43(9):1605–1614. [II.1](#)
- [Zhang et Jiang, 2003] ZHANG, Y. et JIANG, J. (2003). Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. In *Proceedings of IFAC Symposium SAFEPROCESS'03*, pages 265–276, Washington DC, Etats Unis.

- [Zhang et Jiang, 2006] ZHANG, Y. et JIANG, J. (2006). Issues on integration of fault diagnosis and reconfigurable control in active fault-tolerant control systems. *In Safe-process'06*, Pékin, Chine.
- [Zolghadri, 1996] ZOLGHADRI, A. (1996). An algorithm for real-time failure detection in kalman filters. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 41(10):1537–1539. [II.2](#), [II.3.2](#)
- [Zolghadri, 2000] ZOLGHADRI, A. (2000). A redundancy-based strategy for safety management in a modern civil aircraft. *Control Engineering Practice*, 8(5):545–554. [II.2](#)
- [Zolghadri, 2002] ZOLGHADRI, A. (2002). Early warning and prediction of flight parameter abnormalities for improved system safety assessment. *Reliability Engineering & System Safety*, 76(1):19–27. [II.2](#), [II.3.2](#)
- [Zolghadri, 2011] ZOLGHADRI, A. (2011). The challenge of advanced model-based fdir techniques for aerospace systems : the 2011 situation. *In 4th European Conference for Aerospace Sciences (EUCASS)*., Saint Petersburg, Russia. [\(document\)](#), [II](#)
- [Zolghadri et al., 2011] ZOLGHADRI, A., GHEORGHE, A., CIESLAK, J., HENRY, D., GOUPI, P., DAYRE, R. et LE BERRE, H. (2011). A model-based solution to robust and early detection of control surface runaways. [II.2](#)
- [Zolghadri et al., 1998] ZOLGHADRI, A., GOETZ, C., BERGEON, B. et DENOIZE, X. (1998). Integrity monitoring of flight parameters using analytical redundancy. *In Control'98. UKACC International Conference on (Conf. Publ. No. 455)*, pages 1534–1539. IET.

Résumé :

Le travail de recherche effectué dans cette thèse a été réalisé dans le cadre d'une convention CIFRE entre le laboratoire IMS de l'université Bordeaux 1 et la société Airbus Operations S.A.S. Cette thèse traite de la détection robuste et précoce des pannes oscillatoires de faible amplitude dans les systèmes de commandes de vol électriques. Une panne oscillatoire est une oscillation anormale d'une surface de contrôle due à un dysfonctionnement dans la chaîne d'asservissement de la servocommande d'une gouverne. Les pannes oscillatoires ont une influence sur la structure, l'aéroélasticité et la pilotabilité de l'avion, lorsqu'ils sont situés dans la bande passante de l'actionneur. La capacité à détecter ces pannes est très importante car elles ont un impact sur la conception structurale de l'avion. Au plan méthodologique, nous nous sommes focalisés sur l'estimation adaptative des paramètres et de l'état à base d'une technique de filtrage non linéaire local. Le mécanisme de filtrage opère sur un modèle non linéaire de la chaîne de contrôle-commande de l'actionneur hydraulique en amont des surfaces de contrôle. L'algorithme d'estimation est basé sur une interpolation polynomiale d'opérateurs linéaire, et offre l'avantage d'une implémentation relativement aisée. Un problème crucial et sous-jacent est la détermination des hyper-paramètres de réglage de cet algorithme. Nous avons proposé une démarche hors-ligne dédiée, en intégrant un critère de sensibilité vis-à-vis des pannes que nous devons détecter. La technique proposée a été implémentée et testée: les résultats expérimentaux obtenus sur banc essai et sur un simulateur A380 ont clairement mis en évidence l'apport de la nouvelle approche en termes de performances, tout en gardant le même niveau de robustesse.

Mots-clés :

Diagnostic robuste de défauts, systèmes de commandes de vol, filtrage non-linéaire, aéronautique civile, pannes oscillatoires.

Abstract :

The research work done in this PhD has been carried out in the frame of an industrial convention (CIFRE) between the IMS laboratory and Airbus Operations S.A.S. The thesis deals with robust and early detection of oscillatory failures (OFC: Oscillatory Failure Case) in the Electrical Flight Control System. An oscillatory failure is an abnormal oscillation of a control surface due to component malfunction in control surface servoloops. OFCs have an influence on structural loads, aeroelasticity and controllability when located within the actuator bandwidth. The ability to detect these failures is very important because they have an impact on the structural design of the aircraft. Usual monitoring techniques cannot always guarantee to remain within an envelope with acceptable robustness. In this work, we develop a model based strategy to detect such failures with small amplitude at a very early stage. The monitoring strategy is based on dedicated non linear local filtering for on-line joint parameter/state estimation, allowing for model parameter variations during A/C flight. This strategy is associated with the same decision making rules as currently used for in-service Airbus A380. We propose a method for adjusting the tuning parameters so that various design goals and trades-off can be easily formulated and managed. The performance of the proposed fault detection scheme is measured by its detection delay, its propensity to issue false alarms and whether it permits a failure to go undetected. The proposed technique has been implemented and tested with success on Airbus test facilities including an A380 flight simulator.

Keywords :

Model-based fault diagnosis, flight control system, nonlinear filtering, civil aviation, oscillatory failure case.