

UNIVERSITÉ DE PROVENCE, AIX-MARSEILLE I  
Laboratoire IUSTI UMR 6595

ÉCOLE DOCTORALE  
MÉCANIQUE, PHYSIQUE, MICRO ET NANOÉLECTRONIQUE

Thèse présentée pour l'obtention du  
DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ D'AIX-MARSEILLE  
par

Loïc RONDON

---

Effondrement granulaire :  
Couplages fluide-grains

---

Soutenance prévue le 14 octobre 2011 devant le jury composé de

Pascale AUSSILLOUS (Directrice de thèse)  
Christophe CLANET  
Philippe GONDRET (Rapporteur)  
Anne MANGENEY (Rapporteur)  
Olivier POULIQUEN (Directeur de thèse)  
Olivier ROCHE  
Lounès TADRIST



# Remerciement



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Etat de l'art</b>	<b>9</b>
1.1	Introduction . . . . .	10
1.2	Approche diphasique . . . . .	11
1.3	Modèles diphasiques . . . . .	14
1.4	Effondrement . . . . .	17
1.5	But plan de la thèse . . . . .	20
<b>2</b>	<b>Expériences</b>	<b>23</b>
2.1	La cuve . . . . .	24
2.2	Paramètres physiques . . . . .	25
2.2.1	Les grains . . . . .	25
2.2.2	Le fluide . . . . .	26
2.2.3	Régime d'écoulement . . . . .	27
2.3	Mesure de $\phi_i$ . . . . .	27
2.4	Méthodes de mesure . . . . .	30
2.5	Paramètres de contrôle . . . . .	33
2.6	Premières Observations . . . . .	34
2.7	Morphologie des dépôts . . . . .	38
2.7.1	Deux formes finales caractéristiques . . . . .	38
2.7.2	Dépôts à forme finale triangulaire . . . . .	40
2.7.3	Angle final . . . . .	41
2.8	Dynamique . . . . .	44
2.9	Pression . . . . .	48
2.9.1	Signaux caractéristiques . . . . .	48
2.9.2	Extrema de pression . . . . .	50
2.10	Effondrements secs . . . . .	51
2.11	Conclusion . . . . .	53

<b>3</b>	<b>Théorie</b>	<b>59</b>
3.1	Diphasique et moyenne . . . . .	61
3.1.1	Hypothèse du milieu continu . . . . .	61
3.1.2	Equations diphasiques . . . . .	63
3.1.3	Moyennage dans l'épaisseur . . . . .	67
3.1.4	Equations moyennées . . . . .	71
3.2	Choix de la rhéologie . . . . .	72
3.2.1	Ecoulement stationnaire . . . . .	72
3.2.2	Dilatance . . . . .	80
3.3	Modèle final . . . . .	86
3.3.1	Récapitulatif des équations . . . . .	86
3.3.2	Adimensionnement . . . . .	87
3.4	Résumé des équations . . . . .	89
<b>4</b>	<b>Simulations</b>	<b>91</b>
4.1	Résolution du système . . . . .	91
4.1.1	Présentation de l'algorithme de résolution . . . . .	91
4.1.2	Calcul de $P$ en fonction de $I$ . . . . .	94
4.1.3	L'équation sur $I$ . . . . .	94
4.1.4	Conditions au front . . . . .	96
4.1.5	Conditions aux limites en amont . . . . .	97
4.2	Tests . . . . .	98
4.2.1	Ecoulements stationnaires uniformes . . . . .	98
4.2.2	Ecoulements transitoire d'une couche uniforme . . . . .	99
4.3	Plan incliné . . . . .	107
<b>5</b>	<b>Rupture de barrage</b>	<b>111</b>
5.1	Cas typiques . . . . .	112
5.2	$\mathcal{A}$ et $\phi$ . . . . .	118
5.2.1	Forme des dépôts . . . . .	118
5.2.2	Longueur d'étalement . . . . .	119
5.2.3	Temps d'étalement . . . . .	119
5.2.4	Pression . . . . .	122
5.2.5	Rôle de $\lambda$ . . . . .	126
5.3	Conclusion . . . . .	127
<b>6</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>129</b>

---

<b>A Codes</b>	<b>133</b>
A.1 Visqueux . . . . .	133
A.2 Inertiel . . . . .	135
A.3 Solution Uniforme . . . . .	135
<b>B Eau, air et grains</b>	<b>137</b>
B.1 Introduction . . . . .	137
B.2 Mesure . . . . .	139
B.2.1 Protocole expérimental . . . . .	139
B.2.2 Résultats . . . . .	141
B.3 Loi du saut de pression . . . . .	142
B.3.1 Rôle du diamètre des grains . . . . .	142
B.3.2 La tension de surface responsable du saut de pression .	143
B.4 Conclusion . . . . .	145
<b>C Article publié</b>	<b>147</b>

---

# Chapitre 1

## Etat de l'art, de la géologie à la physique

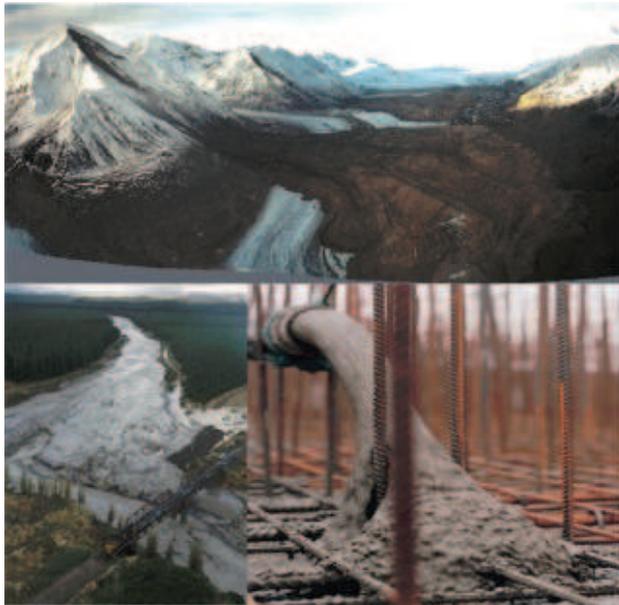


FIGURE 1.1 – Exemple d'écoulements de mélange fluide-brains.

## 1.1 Introduction

Nous pouvons observer dans la nature de nombreux phénomènes impliquant des fluides comme l'eau et l'air, des milieux granulaires constitués très généralement d'éléments minéraux, et il arrive fréquemment que ces phénomènes mettent en jeu à la fois des fluides et des grains. Le couplage entre ces milieux lèvent un grand nombre de questions par la complexité de leur mécanique mais aussi par la diversité des situations dans lesquelles ils apparaissent. La problématique du couplage fluide-grains se retrouve dans la compréhension du transport sédimentaire, du charriage, de la dynamique des fluides pyroclastiques, du transport de la neige sur la banquise, des avalanches de neige, de boues, des glissements de terrains... Les écoulements granulaires et diphasiques naturels sont généralement difficilement observables par leur spontanéité cependant il existe sur Internet un grand nombre de vidéos prise sur le fait qui donnent une idée de la diversité de ces écoulements et de l'extraordinaire énergie pouvant être dégagée. Citons par exemple, les enregistrements faits de glissements de terrain à La Conchita, Chili<sup>1</sup>, en Californie<sup>2</sup> ou celui du 25 Décembre 2003, Devore, Californie<sup>3</sup>, ou encore ceux du National Geographic<sup>4</sup>. Cette liste est bien sûr non exhaustive. En ce qui concerne les coulées de boues ou les écoulements de débris citons *Debris Flow Dynamics*, US Geological Survey, Water Ressources Division de J. E. Costa & G. P. Williams en trois parties<sup>5</sup> : 1, 2, 3, dont la date de réalisation nous est inconnue mais qui doit être un des plus vieux films sur la diversité des écoulements diphasiques, ou plus récemment Flujo de detritos le 2 juillet 2006, Chili<sup>6</sup> et celle de Badakshan dans le Nord-Est afghan<sup>7</sup>.

La question des écoulements diphasiques recoupe également celle de la présence d'eau liquide sur Mars. Le programme d'observation de Mars de la N.A.S.A. depuis des dizaines d'années a permis d'obtenir de nombreuses photographies de la surface de la planète. Le recoupement d'images satellites d'une même région à des années d'écart a mis en évidence des écoulements

- 
1. <http://www.youtube.com/watch?v=W4KWxglDL3o&feature=related>
  2. <http://www.youtube.com/watch?v=qEbYpts00nw&feature=related>
  3. <http://www.youtube.com/watch?v=k3W-wDIR-0s>
  4. <http://www.youtube.com/watch?v=mknStAMia0Q>
  5. <http://www.youtube.com/watch?v=zpGP1uoCHr4>, <http://www.youtube.com/watch?v=i5nuwPVLHKU> et [http://www.youtube.com/watch?v=-rD\\_T8CBEVE](http://www.youtube.com/watch?v=-rD_T8CBEVE)
  6. <http://www.youtube.com/watch?v=r6Lt0oPJFwA>
  7. <http://www.youtube.com/watch?v=51C7vEAVbxk&feature=BFa>

dont la forme finale laisse penser qu'un fluide aurait eu un rôle majeur dans leur dynamique<sup>8</sup>.

Les avalanches sous-marines sont bien moins connues car difficilement observables. Pourtant, tout comme les autres phénomènes, elles dessinent la morphologie des fonds marins et donnent lieu à de nombreux dégâts humains et matériels<sup>9</sup> : elles mettent en mouvement de grandes masses de sédiments pouvant atteindre plusieurs millions de mètres cube, les déplaçant sur des centaines de kilomètres. Les exemples catastrophiques ne manquent pas : des câbles de communications ont été sectionnés au fond des océans, ou encore des constructions gagnants sur la mer ont été emportées. Ainsi lors d'une opération de remblayage sur l'aéroport de Nice en 1979, une avalanche a été déclenchée, emportant une partie de l'aéroport. Enfin, les avalanches sous-marines peuvent occasionner des tsunamis dont les effets sont dévastateurs.

Au delà des phénomènes géophysiques, la problématique du couplage entre le fluide et les grains apparaît dans les processus industriels de l'agro-alimentaire et dans ceux de la construction. Par exemple, le laboratoire Craterre<sup>10</sup> de l'Ecole Nationale Supérieure d'Architecture de Grenoble étudie de près les interactions entre l'eau et les grains dans les techniques de construction en terre à travers le monde.

La compréhension de ces phénomènes est donc un enjeu important à bien des égards. Dans ce but, plusieurs expériences modèles de laboratoire ont été développées en parallèle avec des modélisations.

## 1.2 De la nécessité d'une approche diphasique pour les écoulements granulaires immergés

Plusieurs approches ont été développées pour décrire les écoulements granulaires immergés. Une première approche consiste à décrire les avalanches sous-marines en terme de courants de gravité alimentés par la différence de pression hydrostatique d'un fluide lourd coulant sous un fluide plus léger (Maxworthy *et al.*, 2002). Le mélange sédiment-fluide est alors considéré

---

8. [http://www.nasa.gov/mission\\_pages/mars/images/pia09027.html](http://www.nasa.gov/mission_pages/mars/images/pia09027.html)

9. ce qu'en dit l'O.N.U. Récemment en Amérique du Sud les coulées de boues au Brésil du 14 janvier 2011 ou les glissements de terrain en Colombie du 6 décembre 2010 ont été particulièrement meurtriers. Plus généralement *El Niño* en Amérique Centrale amène de fortes précipitations entraînant la destabilisation des sols.

10. <http://craterre.org/>

comme un fluide ayant sa propre masse volumique et sa propre viscosité. Ce modèle décrit bien les écoulements dilués mais ne convient pas pour les milieux denses que l'on trouve par exemple à la base des courants de turbidité (Meiburg & Kneller, 2010).

Une autre approche consiste à modéliser le mélange comme un fluide non newtonien caractérisé par une rhéologie de Bingham ou de Hershel Bulkley (Imran *et al.*, 2001; Pastor *et al.*, 2004). Bien qu'elle soit efficace pour des écoulements de boues, l'approche monophasique est inappropriée quand des matériaux granulaires sont mis en jeu (Iverson, 1997; Iistad *et al.*, 2004). En effet dans ce cas, un mouvement relatif de la phase fluide et du squelette granulaire apparaît fréquemment, ce qui induit des gradients de pression dans le fluide et affecte l'écoulement (Rice, 1975; Rudnicki, 1984; Iverson & LaHusen, 1989).

Le mouvement relatif entre le fluide et la matrice granulaire peut être créé par divers mécanismes : le développement de la pression hydrostatique quand la surface du liquide est inclinée (Iverson *et al.*, 2000; Okura *et al.*, 2002), la présence d'infiltration par le bas, la présence d'hétérogénéité dans le milieu granulaire (Major & Iverson, 1999). Un autre mécanisme important lors du début de l'écoulement est le changement de la fraction volumique solide du squelette granulaire lorsqu'il commence à couler. Les milieux granulaires sont connus pour changer de volume quand on les cisaille (Reynolds, 1886; Schofield & Wroth, 1968; Wood, 1990) : un empilement dense se dilate et un empilement lâche se compacte. Quand le matériau est saturé avec un fluide, le changement de la fraction volumique mène à un mouvement du fluide et un gradient de pression de pore ce qui en retour peut affecter la déformation du squelette granulaire (Iverson *et al.*, 2000; Iverson, 2005). Dans le cas d'une dilatation, le liquide est aspiré à l'intérieur du milieu, pressant les grains les uns contre les autres et augmentant ainsi la friction, alors que dans le cas d'une compaction, le liquide est expulsé réduisant le frottement. Ce couplage entre dilatation et pression de pore est appelé *pore pressure feedback* (Iverson, 2005; Schaeffer & Iverson, 2008) et a une grande influence sur la manière dont les glissements commencent à couler comme l'a mis en évidence Iverson *et al.* (2000) dans une expérience de grande ampleur au USGS. Les auteurs ont montré que des échantillons de sol préparés sur une pente à des fractions volumiques initiales différentes se comportent différemment lorsqu'ils sont arrosés. Les sols initialement lâches se liquéfient rapidement et coulent, alors que les échantillons denses tombent irrégulièrement par paquets (figure 1.2).

Récemment, Pailha *et al.* (2008) ont pu mettre en évidence le rôle crucial

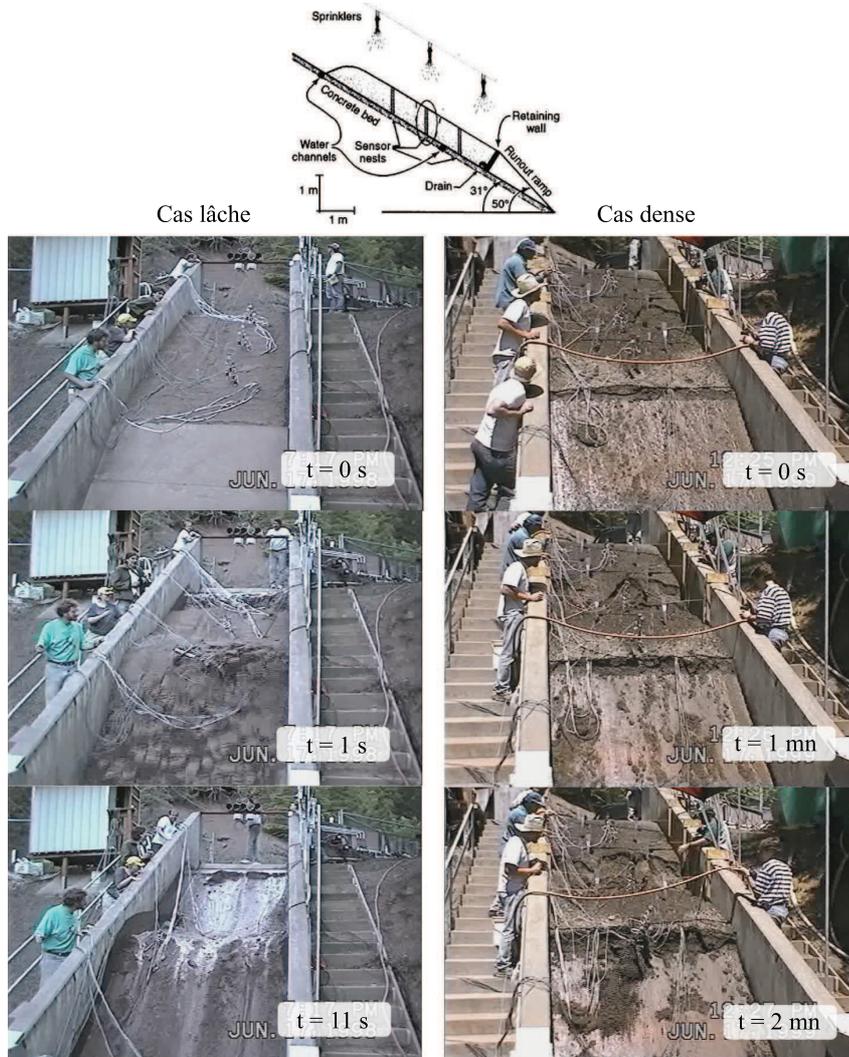


FIGURE 1.2 – Expérience de Iverson *et al.* (2000) : déclenchement d'un glissement de terrain en arrosant le sol ; haut : schéma de l'expérience ; gauche : cas lâche et droite : cas dense, à  $t = 0$  l'avalanche se déclenche.

de la fraction volumique initiale pour des avalanches sous-marines grâce à une expérience faite à petite échelle en laboratoire. L'expérience consiste en une cuve fermée remplie de liquide et de grains. La couche de sédiment est préparée à une fraction volumique initiale contrôlée, puis elle est soudainement inclinée (figure 1.3). La pression de pore et la vitesse de la couche de grains sont simultanément enregistrées depuis le début de l'inclinaison jusqu'au développement du régime d'écoulement stationnaire. Ils ont montré qu'un faible changement de la fraction volumique initiale affecte de façon significative la dynamique de l'avalanche (figure 1.4). De plus le temps de déclenchement de l'avalanche est contrôlé par la compaction initiale de la couche de grains. L'importance du couplage fluide-grains montre donc la pertinence de l'approche diphasique pour modéliser ces écoulements.

### 1.3 Modèles diphasiques

Plusieurs études théoriques ont été développées pour décrire les écoulements de débris, basées sur les équations diphasiques (Jackson, 1997, 2000). Berzi & Jenkins (2008) ont considéré le problème d'un écoulement stationnaire pour un mélange de fluide et de particules le long d'une pente. Ils considèrent une rhéologie newtonienne avec une viscosité effective pour la phase fluide et une loi de friction dépendant du taux de cisaillement pour la phase granulaire (Da Cruz *et al.*, 2005; Jop *et al.*, 2006). Cette approche permet de reproduire les profils de vitesse et de densité observés dans les expériences de Armanini *et al.* (2005), dans lesquelles un mélange de grains et d'eau est continuellement injecté par le haut de la pente. Ce modèle est pour l'instant restreint aux écoulements stationnaires uniformes et ne prend pas en compte les effets de dilatance.

Iverson & Delinguer (2001) et Pitman & Le (2005) ont développé les équations diphasiques moyennées dans l'épaisseur, en supposant que la couche qui s'écoule est fine. Ce modèle permet de décrire les régimes non-stationnaires et non-uniformes que l'on rencontre dans les écoulements géophysiques réels. Dans leurs travaux, la phase granulaire présente une rhéologie coulombienne et à nouveau aucune dilatance n'est présente.

La dilatance d'une couche de grains et le mécanisme de rétroaction de la pression de pore sont pris en compte dans les modèles développés par Iverson (Iverson, 2005; Schaeffer & Iverson, 2008). Dans cette approche le glissement de terrain est décrit comme un bloc rigide glissant le long d'une pente, la

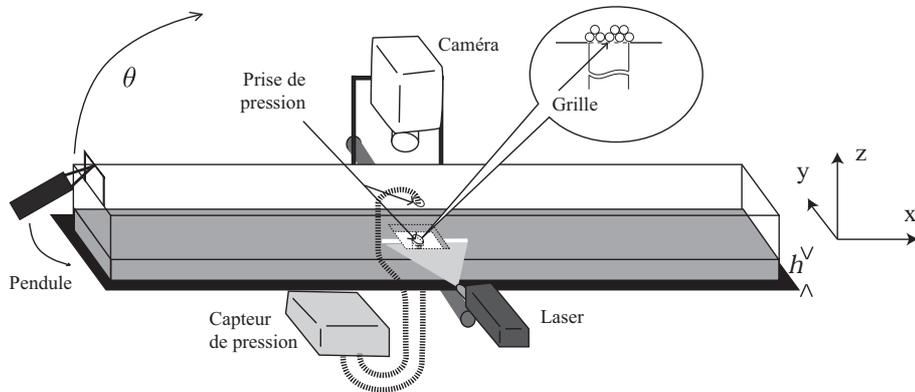


FIGURE 1.3 – Dispositif expérimental de Pailha & Pouliquen (2009).

source de dilatance étant localisée à la base. La pression de pore évolue à la base et est supposée diffuser à travers le bloc, suivant les équations classiques basées sur l'hypothèse que les blocs se comportent comme des milieux poroélastique. A temps long, cette approche est limitée car elle ne permet pas de reproduire l'évolution vers le régime stationnaire, la rhéologie ne dépendant pas du taux de cisaillement.

Afin de modéliser correctement les avalanches sous-marines, il est donc nécessaire de combiner les éléments de différentes théories et de décrire la dilatation ou la compaction liées à la déformation initiale de la couche de grain comme dans le modèle d'Iverson (Iverson, 2005) mais en décrivant également correctement la rhéologie granulaire du milieu en écoulement. Pailha & Pouliquen (2009) (figure 1.4) ont développé un tel modèle en se plaçant dans le cadre des équations diphasiques moyennées dans l'épaisseur développées par Pitman & Le (2005). Bien que la théorie ne permette pas une description détaillée de l'écoulement à l'intérieur de la couche, elle représente une première approche dans laquelle de nouvelles équations constitutives de la phase granulaire peuvent être facilement implantées. La théorie de Pailha & Pouliquen consiste à coupler les théories de l'état critique de la mécanique de sols qui sont une manière efficace pour décrire les changements de fraction volumique (Roux & Radjai, 1997; Schofield & Wroth, 1968; Wood, 1990), à la rhéologie de milieux granulaires immergés. La rhéologie des mélanges de grains et

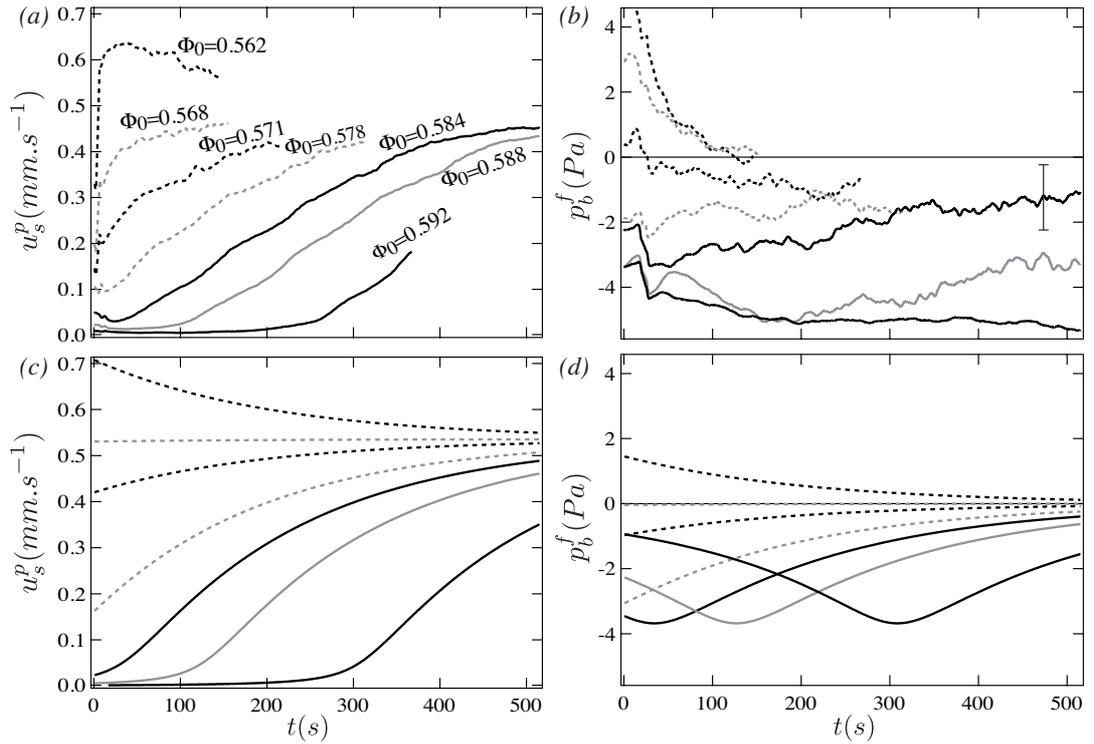


FIGURE 1.4 – Couche uniforme de grains immergée glissant sur un plan : évolution temporelle de la vitesse des particules en surface  $w_s^p$  et de la pression de pore à la base  $p_b^f$  pour différentes fractions volumiques initiales pour un fluide à haute viscosité,  $h = 4,9\text{mm}$  et  $\theta = 25^\circ$  ; (a,b) expériences ; (c,d) prédictions du modèle ; les lignes en pointillés correspondent aux comportements lâches, et les lignes continues aux comportements denses. La barre d'erreur correspond à la sensibilité du capteur de pression. (Pailha, 2009)

de fluide est encore un problème ouvert. Elle a été étudiée à de nombreuses reprises mais principalement en régime dilué, pour lequel les particules interagissent par le biais de contraintes hydrodynamiques (Brady & Bossis, 1988; Morris & Boulay, 1999). A des concentrations plus grandes comme nous rencontrerons dans notre système, les grains sont en contact et la friction devient prépondérante (Ancey *et al.*, 1999; Huang *et al.*, 2005). Dans ce régime, des expériences récentes ont été réalisées dans différentes configurations comme des plans inclinés (Cassar *et al.*, 2005; Bonnoit *et al.*, 2010; Pailha & Pouliquen, 2009), des tambours tournant (Jain *et al.*, 2004; Courrech Du Pont *et al.*, 2003), des cisaillements plans (Géminard *et al.*, 1999), des écoulements sur un tas (Doppler *et al.*, 2007). Il a été montré qu'une loi de friction dépendant du taux de cisaillement similaire à celle des écoulements granulaires secs pouvait être efficace pour des matériaux diphasiques faiblement cisailés. Plus récemment Boyer *et al.* (2011) ont précisément mesuré cette rhéologie dans une cellule de cisaillement originale.

Ainsi, Pailha & Pouliquen (2009) ont réussi à développer un modèle basée sur les équations diphasiques moyennées dans l'épaisseur qui permet de décrire la dynamique d'une fine couche de grains immergée glissant uniformément sur un plan incliné et qui reproduit quantitativement les données expérimentales Pailha & Pouliquen (2009); Pailha (2009) (figure 1.4). Devant le succès de ces travaux sur des couches uniformes, on peut se demander si ces approches sont également pertinentes pour décrire des écoulements plus complexes non uniformes, et plus généralement comment le couplage dilatance/écoulement influe sur la dynamique d'une masse granulaire qui s'étale. Ces questions sont au cœur de cette thèse. Nous nous sommes intéressés au rôle de la dilatance sur l'effondrement d'une colonne granulaire immergée dans une configuration simple, très étudiée en l'absence de couplage avec un fluide et qui imite des effondrements de falaise.

## 1.4 Etudes précédentes de l'effondrement d'une colonne de grains

L'effondrement d'une colonne, ou rupture de barrage a beaucoup été étudiée avec des grains secs (Lajeunesse *et al.*, 2004; Lube *et al.*, 2004; Lajeunesse *et al.*, 2006) (figure 1.5). Dans ces expériences, le fluide interstitiel, l'air, ne joue aucun rôle dans l'effondrement. Elles ont permis de mettre en évidence

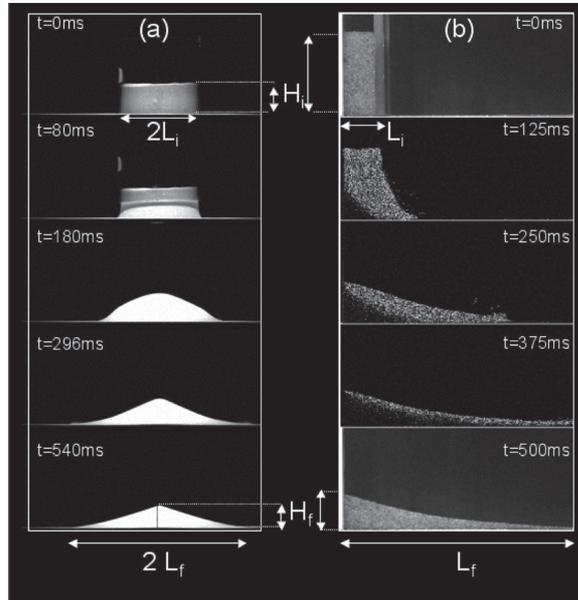


FIGURE 1.5 – (a) Effondrement d’une masse granulaire initialement contenue dans un cylindre, (b) rupture de barrage (Lajeunesse *et al.*, 2006).

des lois de puissance régissant la dynamique des effondrements de colonnes sèches (Lajeunesse *et al.*, 2005; Balmforth & Kerswell, 2005; Siavoshi & Kudrolli, 2005; Lube *et al.*, 2005, 2007; Lacaze *et al.*, 2008) qui lient la géométrie finale des dépôts au rapport d’aspect initial de la colonne. Le rapport d’aspect (hauteur initiale sur largeur initiale) apparaît comme le seul paramètre de contrôle pertinent qui régit l’étalement final (figure 1.6). Plus il est grand plus le dépôt final est allongé. L’inertie joue ici un rôle principale. En parallèle des études expérimentales, de nombreuses études numériques ont été réalisées dans le cas sec en utilisant les simulations discrètes (Staron & Hinch, 2007; Lacaze & Kerswell, 2009; Zenit, 2005). D’un point de vue théorique, les approches moyennées dans l’épaisseur ont été appliquées à ces géométrie et malgré la présence de forts gradients, elles parviennent à décrire la dynamique pour des rapports d’aspects pas trop grands (Mangeney-Castelnau *et al.*, 2005; Kerswell, 2005; Larrieu *et al.*, 2006). Notons que l’influence de la fraction volumique initiale sur ces effondrements secs n’a pas été systématiquement étudiée, mais qu’une étude de Daerr & Douady souligne qu’elle

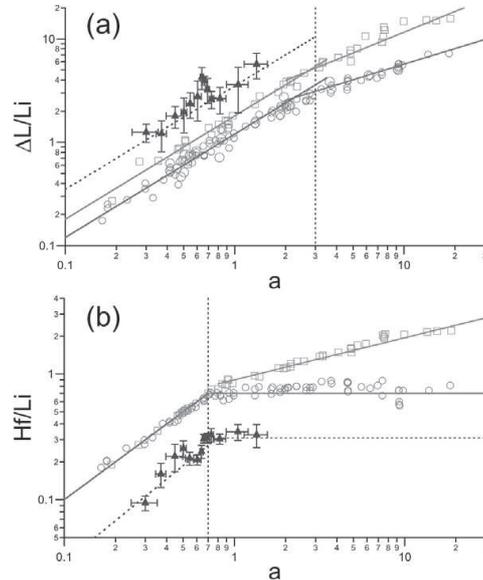


FIGURE 1.6 – (a) Étalement adimensionné  $\Delta L/L_i$  et (b) hauteur de dépôt adimensionnée  $H_f/L_i$  en fonction du rapport d'aspect initial. Les cercles et les carrés correspondent aux points expérimentaux obtenus respectivement en géométrie axisymétrique et pour des ruptures de barrage. Les triangles correspondent à une estimation moyenne des données du glissements de terrain de Valles-Marineris Lajeunesse *et al.* (2006).

pourrait jouer un rôle (figure 1.7).

Le rôle d'un fluide interstitiel sur l'effondrement d'une colonne granulaire a été beaucoup moins étudié. Dans le cas de l'air, la fluidisation initiale d'une colonne de grains fins a montré qu'elle augmente considérablement l'étalement Roche *et al.* (2004, 2008).

Dans le cas où le fluide est de l'eau, Thompson & Huppert (2007) ont montré que l'effondrement peut être profondément modifié par l'eau, mais ne réalisent aucune expérience systématique. L'influence de la fraction volumique initiale a été étudiée par Bonnet *et al.* (2010) dans une géométrie un peu différente. Un empilement de grains est confiné sur le côté d'une boîte carrée par un écoulement d'eau, puis est libéré en stoppant le courant. Ils montrent que les modes de déformation dépendent de la fraction volumique

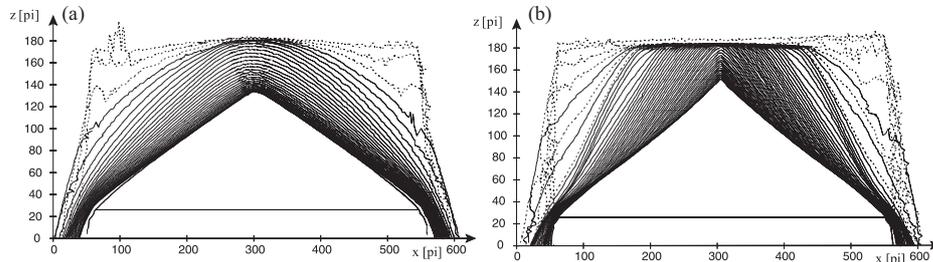


FIGURE 1.7 – Effondrement d’une colonne granulaire (Daerr & Douady, 1999). (a) Cas Lâche; (b) Cas Dense.

initiale. Pour des empilements denses l’écoulement est localisé à la surface, alors que la déstabilisation prend la forme d’une lentille dans le cas lâche.

D’un point de vue théorique ou numérique, peu d’études ont été faites sur les effondrements immergés et sur le rôle du fluide ambiant (Meruane *et al.*, 2010; Fernandez-Nieto *et al.*, 2008). Citons en particulier Popinet (2011) qui développe sous licence libre un code de calcul Gerris permettant de simuler de nombreux écoulements de liquide ou diphasiques.

## 1.5 But plan de la thèse

Nos travaux s’inscrivent dans la suite de ceux de Pailha & Pouliquen (2009). Notre objectif est d’étudier le rôle de la fraction volumique initiale et des phénomènes de dilatance sur l’effondrement d’une colonne granulaire immergée. L’approche sera à la fois expérimentale et théorique, avec le développement d’un modèle basé sur les équations diphasique moyenné dans l’épaisseur prenant en compte les effets de dilatance.

Le plan de la thèse est le suivant : dans le chapitre 2 nous présentons les expériences qui ont permis de reproduire en laboratoire des effondrements de colonnes immergées, puis nous exposons les résultats de ces expériences. Dans le chapitre 3, nous développons l’établissement des équations diphasiques moyennées dans l’épaisseur et discutons en détails du choix de la rhéologie utilisée et du modèle de dilatance. L’algorithme de calcul est détaillé et testé pour la simulation de couches de grains minces glissant sur un plan incliné au chapitre 4. Enfin les résultats de cet algorithme pour l’effondrement des

colonnes sont décrits au chapitre 5.



# Chapitre 2

## Expériences

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>La cuve</b> . . . . .	<b>24</b>
<b>2.2</b>	<b>Paramètres physiques</b> . . . . .	<b>25</b>
2.2.1	Les grains . . . . .	25
2.2.2	Le fluide . . . . .	26
2.2.3	Régime d'écoulement . . . . .	27
<b>2.3</b>	<b>Mesure de <math>\phi_i</math></b> . . . . .	<b>27</b>
<b>2.4</b>	<b>Méthodes de mesure</b> . . . . .	<b>30</b>
<b>2.5</b>	<b>Paramètres de contrôle</b> . . . . .	<b>33</b>
<b>2.6</b>	<b>Premières Observations</b> . . . . .	<b>34</b>
<b>2.7</b>	<b>Morphologie des dépôts</b> . . . . .	<b>38</b>
2.7.1	Deux formes finales caractéristiques . . . . .	38
2.7.2	Dépôts à forme finale triangulaire . . . . .	40
2.7.3	Angle final . . . . .	41
<b>2.8</b>	<b>Dynamique</b> . . . . .	<b>44</b>
<b>2.9</b>	<b>Pression</b> . . . . .	<b>48</b>
2.9.1	Signaux caractéristiques . . . . .	48
2.9.2	Extrema de pression . . . . .	50
<b>2.10</b>	<b>Effondrements secs</b> . . . . .	<b>51</b>
<b>2.11</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>53</b>

---

L'un des buts de la thèse est de préciser les effets physiques prépondérants dans les effondrements d'un milieu granulaire totalement immergé.

L'approche en laboratoire nous permet d'étudier l'effondrement d'une colonne de grains dans un aquarium. Dans ce chapitre nous commençons par décrire le dispositif expérimental dans son ensemble : les dimensions de la cuve, les matériaux utilisés, les techniques de mesures. Nous en profiterons pour préciser dans quel régime d'écoulement se déroule nos expérimentations. Nous présentons ensuite les premiers signaux caractéristiques. Enfin l'étude systématique de l'influence des différents paramètres sur la propagation et la dynamique de l'effondrement sera présentée. L'article issu de ces travaux est inclus en annexe C, page 147.

## 2.1 La cuve

La cuve est un aquarium en plexiglas de dimensions  $70 \times 15 \times 15\text{cm}$  représenté sur la figure 2.1. A l'une de ses extrémités, une porte de  $3\text{mm}$  d'épaisseur peut être placée à différentes positions et coulisser verticalement le long de rainures gravées sur les côtés. Elles permettent de réaliser un réservoir de largeur  $L_i = 2, 4, 6$  ou  $8$  cm. La hauteur des grains dans le réservoir est notée  $H_i$ .

La largeur de la cuve,  $15\text{cm}$ , a été choisie de manière à nous affranchir des effets de bord sur l'écoulement des grains lors de l'effondrement (Balmforth & Kerswell, 2005). Nous le vérifierons par la suite en constatant que les fronts des avalanches ne changent pas de forme dans la direction perpendiculaire à l'écoulement.

En collant exactement les mêmes grains que ceux employés dans les avalanches, le fond de la cuve est rendu rugueux. Ceci tend d'une part à recréer les conditions de frottements que l'on retrouverait dans la nature, et dans le même temps cela nous assure que le coefficient de frottement entre les grains est le même que celui entre les grains et le fond de la cuve.

La cuve est percée en son fond de 5 trous de 3 mm de diamètre desquels partent les tuyaux semi-rigides reliés aux différents capteurs de pression. Tous sont des capteurs de pression différentiel piezo électrique Honeywell© DC005NDC4 permettant de mesurer des écarts de pression de  $-50\text{Pa}$  à  $50\text{Pa}$ . Chaque tube affleure exactement au fond de la cuve. Le premier trou se situe du côté de la porte à 2 cm du bord de la cuve, puis les trous sont espacés de 4 cm (figure 2.1) obstrués par une fine grille qui laisse passée le liquide mais en aucun cas les grains. Ces trous nous servent à connecter des capteurs de pression qui mesurent à travers les grilles la pression de pore au cours

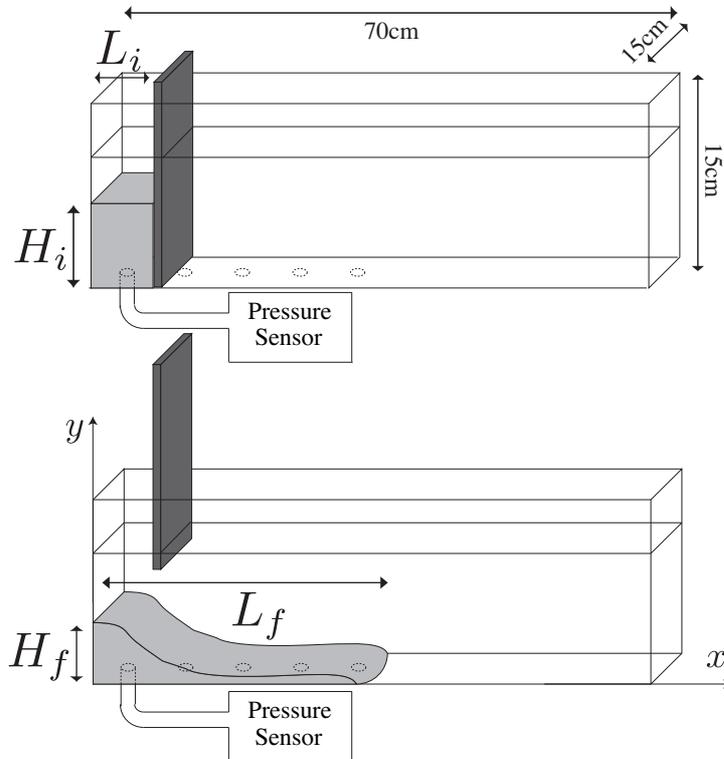


FIGURE 2.1 – Dispositif expérimental

de l'effondrement. La mesure de pression est effectuée avec une fréquence d'acquisition de  $50Hz$ .

## 2.2 Grains, fluides et régime d'écoulement

### 2.2.1 Les grains

Afin de s'affranchir des effets de rugosité des grains naturels et de ségrégation, nous utilisons des billes de verre sphériques monodisperses de diamètre moyen  $225 \pm 25\mu m$  tamisées entre  $200\mu m$  et  $250\mu m$ . La dispersion du diamètre des grains est donc de 10%.

Ces grains en verre ont une masse volumique de  $\rho_p = 2530kg.m^{-3}$ .

### 2.2.2 Le fluide

Le fluide utilisé consiste en un mélange d'eau distillée et d'huile industrielle Ucon oil 75H90000 produite par Dow<sup>1</sup>. Cette huile est miscible dans l'eau et a sensiblement la même masse volumique  $\rho_f = 1000 \pm 50 \text{kg.m}^{-3}$ . Cependant elle est extrêmement visqueuse, ce qui nous permet d'obtenir la viscosité désirée en la mélangeant à de l'eau selon la loi expérimentale représentée sur la figure 2.2. En pratique nous nous servons de cette courbe pour préparer grossièrement le mélange, puis nous affinons par ajout d'eau distillée et mesures successives à l'aide d'un rhéomètre ou un viscosimètre à bille jusqu'à obtenir la viscosité désirée.

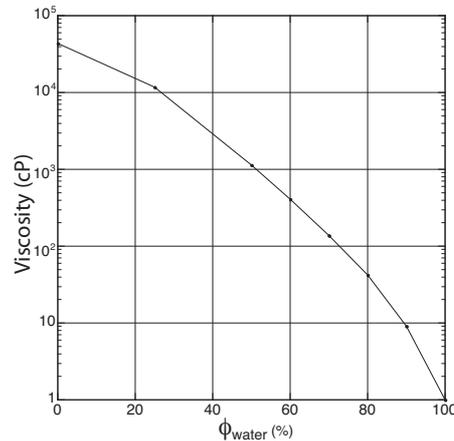


FIGURE 2.2 – Mesure expérimental de la viscosité du mélange eau et Ucon en fonction du pourcentage d'eau.

Dans nos expériences, nous utiliserons deux fluides. Le premier est un mélange de 87% d'eau et de 13% de Ucon dont la viscosité est  $\eta_f = 12 \pm 0,5 \cdot 10^{-2} \text{Pa.s}$ , et le second est un mélange de 83% d'eau et de 17% de Ucon avec  $\eta_f = 23 \pm 0,5 \cdot 10^{-2} \text{Pa.s}$ .

Enfin, il est ajouté quelques gouttes d'anti-algues afin d'éviter que le fluide ne se trouble au bout d'un certain temps.

---

1. [www.dow.com/](http://www.dow.com/)

### 2.2.3 Régime d'écoulement

Le choix d'un fluide de 10 à 20 fois plus visqueux que l'eau pour réaliser nos expériences est motivé par le fait que nous souhaitons réaliser nos expériences en régime visqueux. Rappelons les travaux de Courrech Du Pont *et al.* (2003) dans lesquels ils mettent en évidence trois régimes d'écoulements pour les avalanches de matériaux granulaires immergés : un régime de chute libre, un régime inertiel et un régime visqueux. Le régime varie en fonction de deux nombres sans dimension : le rapport des masses volumiques

$$r = \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_f}}$$

et le nombre de Stokes, qui dans le cas des avalanches de grains immergés, a pour expression

$$St = \frac{\sqrt{2}}{18} \frac{\sqrt{\rho_p \Delta \rho} d^3}{\eta_f}.$$

La figure 2.3 montre la limite des régimes en fonction de ces deux nombres. Avec les valeurs caractéristiques physiques des grains et du fluide exprimées ci-dessus, on a :

$$\begin{aligned} r &\sim 1 \\ St &\sim 10^{-2} \end{aligned}$$

Dans notre étude, les avalanches de grains coulent dans des régimes visqueux. Par la suite, lorsque nous étudierons quantitativement la dynamique des effondrements granulaires avec notre dispositif expérimental, nous pourrions négliger les termes inertiels. Notons pour la suite, que la plupart des études sur les effondrements secs se placent dans le cas des régimes de chute libre.

## 2.3 Préparation et mesure de la fraction volumique initiale de la colonne de grains

Le but de cette thèse étant de mettre en évidence le rôle de la préparation de la colonne de grains dans la dynamique de son effondrement, ce paragraphe est un point essentiel dans notre problématique. Nous présentons ici la méthode employée pour obtenir une colonne de grains à une certaine fraction volumique initiale  $\phi_i$ .

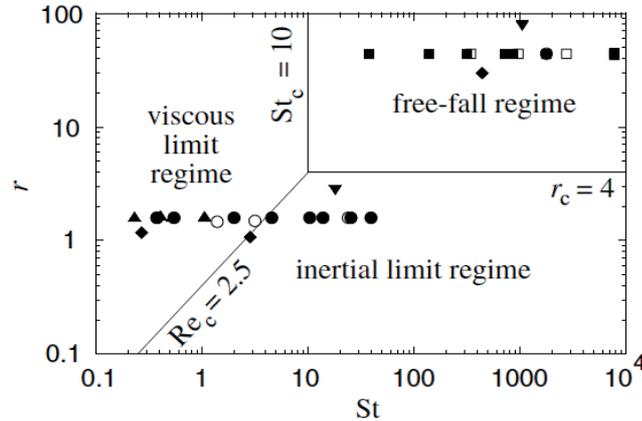


FIGURE 2.3 – Les différents régimes d’écoulements ejn fonction du rapport de densité  $r$  et du nombre de Stokes  $St$ , (Courrech Du Pont *et al.*, 2003).

Considérons le réservoir fermé par la porte. Il est rempli du fluide à la viscosité choisie et d’une certaine masse de grain. À l’aide d’un petit mélangeur électrique, nous mettons en suspension tous les grains comme schématisé sur la figure 2.4a. Après sédimentation, le milieu granulaire est à une fraction volumique  $\phi_s$  et une hauteur  $H_s$  que nous relevons (figure 2.4b). Le signal de pression enregistré sous la colonne nous assure que tous les grains ont effectivement sédimenté lorsque l’on retrouve la seule pression hydrostatique. De plus, la surface libre du haut de la colonne est plate. Nous avons supposé dans la suite que cet état est le plus lâche possible et à une fraction volumique  $\phi_s = 0,55$  (Onoda & Liniger, 1990).

Pour compacter notre colonne, nous tapons doucement sur le châssis sur lequel est monté la cuve à l’aide d’un marteau. Les vibrations transmises aux grains vont compacter la colonne. En supposant que la fraction volumique  $\phi$  reste constante dans toute la colonne (ce qui semble confirmé par les études précédentes), la conservation de la masse nous donne la hauteur  $H_i$  à laquelle la surface supérieure doit se trouver pour obtenir la fraction volumique initiale  $\phi_i$  désirée (figure 2.4c).

$$H_i = \frac{\phi_s}{\phi_i} H_s.$$

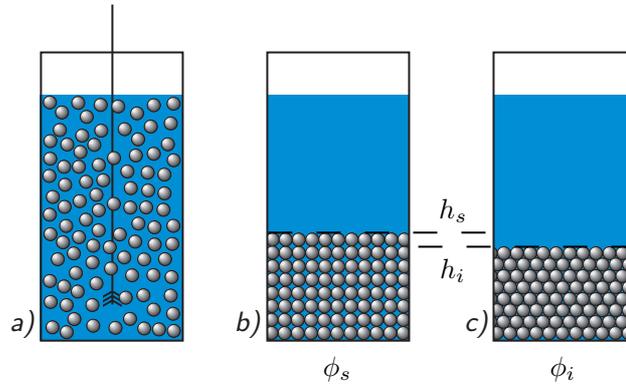


FIGURE 2.4 – Préparation de la colonne de grains à une fraction volumique  $\phi_i$  : a) mise en suspension, b) état après sédimentation ( $H_s, \phi_s$ ), c) état initiale avant l'ouverture de la porte ( $H_i, \phi_i$ ).

La compaction maximale que nous pouvons atteindre par cette méthode en tapant plusieurs minutes est celle d'un empilement aléatoire dense  $\phi = 0,62$ . La gamme de fraction volumique explorée dans nos expériences est donc  $0,55 < \phi_i < 0,62$ .

Cependant cette méthode est une mesure indirecte de la fraction volumique : elle est limitée par l'erreur de mesure que nous faisons sur les hauteurs. En effet, nous mesurons les différentes hauteurs avec une erreur fixe de  $\pm 0,5\text{mm}$ , et donc l'erreur faite sur la fraction volumique initiale  $\phi_i$  est  $\pm 0,013$  si  $H_i = 2\text{cm}$  mais elle ne sera que de  $\pm 0,003$  si  $H_i = 10\text{cm}$ , soit une erreur relative comprise entre 0,5% et 23%. Cela peut expliquer les écarts aux tendances que nous rencontrerons quand nous présenterons nos résultats.

Nous avons supposé que la fraction volumique était homogène dans la colonne de grains. Nous avons observé que, quelle que soit la hauteur initiale  $H_i$  de grains, le rapport entre la hauteur de sédimentation  $H_s$  et la hauteur minimale que nous pouvons atteindre après plusieurs minutes à taper est égale à  $0,55/0,62$ . Or nous savons que la densité maximale qui peut être atteinte expérimentalement est  $\phi_i = 0,62$ . Nous sommes donc assurés que l'empilement après sédimentation est  $\phi_i = 0,55$ . En effet si l'empilement après sédimentation était plus dense, on ne pourrait pas atteindre le rapport

maximal entre les hauteurs 0,55/0,62. Le rapport serait plus faible. Même chose si l'empilement final était plus lâche que 0,62.

Le fait qu'au cours de nos nombreuses expériences nous ayons pu atteindre un rapport de hauteur dans le cas dense égal à 0,55/0,62 nous assure que  $\phi_s = 0,55$ . Dans le même temps, le même raisonnement permet de prouver que dans le cas où  $\phi_i = 0,55$  et  $\phi_f = 0,62$ , la fraction volumique est constant dans la colonne : si elle ne l'était pas nous pourrions pas atteindre un rapport des hauteurs égal à 0,55/0,62, il serait forcément plus faible.

Si l'empilement est dans des configurations intermédiaires, nous ne pouvons plus raisonner avec le maximum de rapports de hauteur avant et après la compaction. La fraction volumique peut certainement présenter une distribution différente, malheureusement faute d'études sur le sujet nous ne pouvons guère être plus précis.

## 2.4 Méthodes de mesure

Les techniques de mesures que nous avons utilisées reposent d'une part sur la vidéo couplée à du traitement d'image, et sur la mesure de pression par des capteurs. Nous enregistrons la dynamique de l'avalanche au moyen d'une caméra numérique de la marque Sony© modèle HDR-XR520E, à 30 images par seconde et avec une résolution de 1920x1080 pixels. L'avalanche est filmée de côté, le but étant de pouvoir récupérer le profil de l'avalanche au cours du temps  $h(x, t)$ . Après l'enregistrement, on récupère les profils des avalanches avec un algorithme de traitement d'image.

Afin d'obtenir les profils  $h(x, t)$  des avalanches à partir des vidéos, nous avons utilisé deux algorithmes différents selon l'efficacité de chacun. La première partie est commune aux deux : nous cadrans manuellement la partie pertinente du film afin de diminuer le temps de calcul puis nous transformons le film ainsi cadré en une suite de photos en noir et blanc en 256 niveaux de gris. Le film étant très contrasté grâce à un bon éclairage, les grains apparaissent en noir alors que le liquide est beaucoup plus clair.

Le filtre à seuil consiste à transformer la série de photos de 256 niveaux de gris en une suite de photos binaires : blanc pour le liquide et noir pour les grains, en déterminant le seuil critique. En-dessous le pixel est blanc, au-dessus il est noir. La figure 2.5 montre pour un effondrement de colonne initialement dense la série temporelle de photos et leurs images filtrées associées.

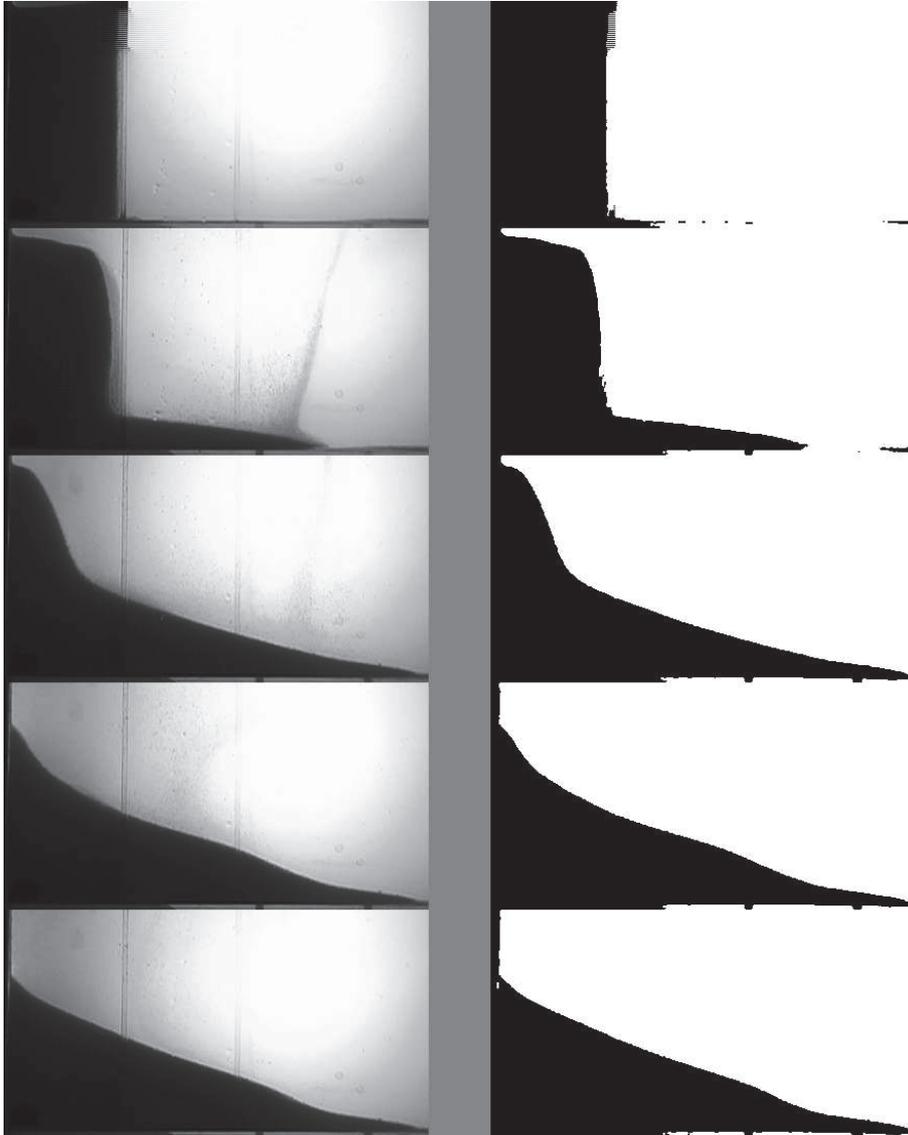


FIGURE 2.5 – Séquence des photos de l'effondrement d'une colonne de grain  $H_i = 8cm$ ,  $L_i = 4cm$ ,  $\eta_f = 12cP$ ,  $\phi_i = 0,62$  et des images associées après traitement avec le filtre à seuil.

Le filtre de Sobel permet de déterminer les arrêtes dans une image, c'est-à-dire les forts gradients dans les niveaux de gris. En fait ce n'est qu'une

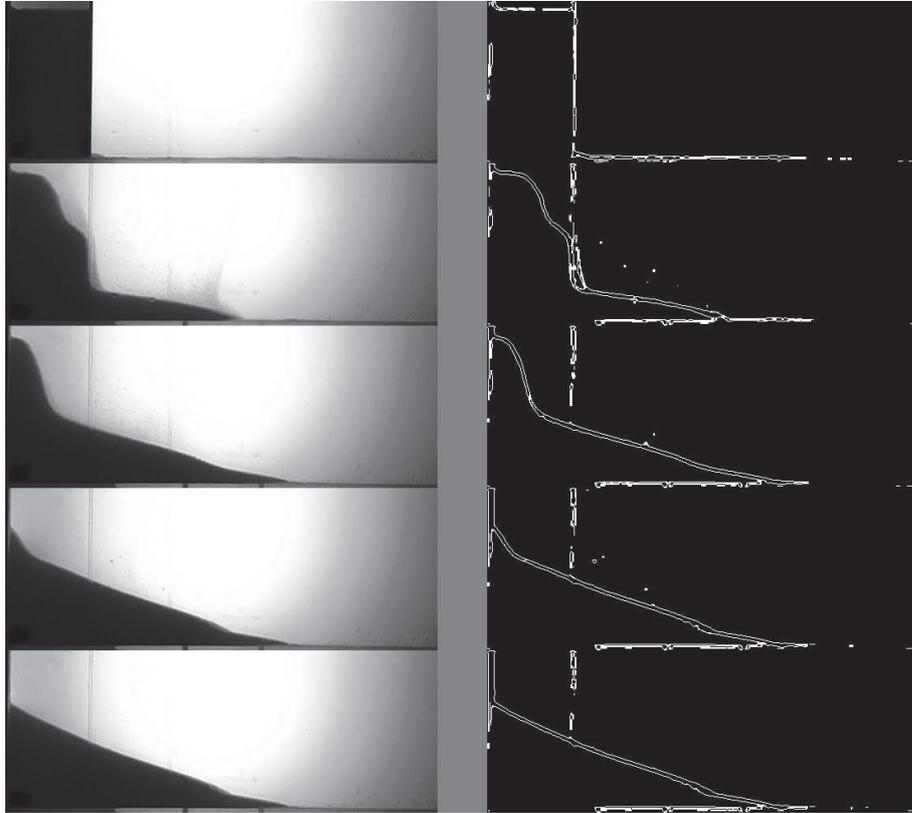


FIGURE 2.6 – Séquence des photos de l’effondrement d’une colonne de grain  $H_i = 8\text{cm}$ ,  $L_i = 4\text{cm}$ ,  $\eta_f = 12cP$ ,  $\phi_i = 0,62$  et des images associées après traitement avec le filtre de Sobel.

approximation des gradients puisqu’il ne calcule la valeur du gradient en un pixel qu’avec les huit voisins. Si on note  $*$  l’opérateur de convolution,  $P$  la matrice représentant la photo en 256 niveaux de gris et  $G$  la matrice des gradients, le filtre de Sobel donne :

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

avec  $G_x$  et  $G_y$  qui sont respectivement les matrices des dérivées horizontales

et verticales en chaque point de l'image.

$$G_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} * P$$

et

$$G_y = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} * P$$

Une fois les gradients calculés, on filtre à nouveaux en utilisant un filtre à seuil pour ne garder que les plus forts gradients. Nous avons représenté sur la figure 2.6, la séquence temporelle d'un effondrement dense et les images filtrées associées.

A partir des images filtrées, on obtient le contour de la masse granulaire en cherchant pour chaque colonne de pixels la hauteur pour laquelle la valeur du pixel change, ce qui donne la hauteur du profil pour chaque position horizontale  $x$ . Afin de gagner en temps et en précision, l'algorithme commence par chercher pour la position  $x = i$  autour de la hauteur trouvée pour  $x = i - 1$ . Le premier point est donné manuellement pour la première image, et correspond à la hauteur du tas de sable au niveau de la paroi.

Pour les images suivantes de la séquence, on utilise la même méthode que la recherche spatiale : le premier point se trouve dans le voisinage du premier point à l'image précédente. Nous avons alors à notre disposition des profils spatio-temporels  $h(x, t)$  des avalanches.

Dans le même temps, la pression du fluide est enregistrée au niveau des quatre trous faits dans le fond de la cuve.

## 2.5 Paramètres de contrôle

Les premiers paramètres de contrôle que nous pouvons faire varier comprennent la géométrie de la masse granulaire initiale. Sa largeur  $L_i$  contrôlée par la porte peut prendre les valeurs  $2cm$ ,  $4cm$ ,  $6cm$ . La hauteur  $H_i$  est contrôlée par la quantité de grains et varie de  $2cm$  à  $9,5cm$ . Nous sommes donc capables d'avoir des rapports d'aspects initiaux  $\mathcal{A} = H_i \cdot L_i^{-1}$  compris entre  $0,37$  à  $4,55$ . Nous l'avons déjà vu, nous travaillons avec une seule taille de grain mais nous pouvons faire varier la viscosité du fluide. Nous présentons sur la table 2.1 un résumé de tous les jeux de paramètres que nous avons utilisés dans nos expériences.

	$\mathcal{A}$	$L_i$ (cm)	$H_i$ (cm)	$\eta$ (cP)		$\mathcal{A}$	$L_i$ (cm)	$H_i$ (cm)	$\eta$ (cP)
1	0,37	6	2.2	12	7	1,33	6	7,97	12
2	0,52	4	2.08	23	8	1,51	4	1,51	23
3	0,74	6	4.42	12	9	1,97	4	7,87	23
4	0,78	4	3.12	23	10	1,98	2	3,95	12
5	0,99	4	3.95	23	11	3,05	2	6,09	12
6	1,03	6	6.21	12	12	4,55	2	9,10	12

TABLE 2.1 – Listes des paramètres rangés par rapport d’aspect  $\mathcal{A}$  croissant, où  $\mathcal{A} = H_i/L_i$  est le rapport d’aspect initial.

Pour chaque jeu de ces paramètres, nous avons fait varier la fraction volumique solide initiale  $\phi_i$ , le deuxième paramètre que nous faisons varier.

## 2.6 Premières observations : mise en évidence du rôle de la fraction volumique initiale

Avant d’étudier de façon systématique le rôle des différents paramètres dans l’étalement d’une masse de grains, nous commençons par exposer les preuves que la fraction volumique solide initiale  $\phi_i$  joue un rôle majeur. Nous invitons le lecteur à visionner les vidéos en ligne sur le site de l’Université Aix-Marseille<sup>2</sup>. Sur ces vidéos,  $L_i = 4\text{cm}$  et  $H_i = 8\text{cm}$  et la fraction volumique vaut  $\phi_i = 0,55$  dans le cas lâche, et respectivement 0,61 dans le cas dense. Les figures 2.7 et 2.8 sont les séquences de photos des deux films mis en ligne.

Dans le cas dense (figure 2.8) après l’ouverture de la porte, la colonne initialement dense ne s’effondre pas directement. Ce sont seulement les grains du coin supérieur droit qui commencent à bouger : une lente érosion se met en place menant à un profil très abrupte, le coin supérieur droit s’arrondissant avec aux pieds de la colonne un faible dépôt. Le temps passant, le coin érodé devient de plus en plus large et le profil de moins en moins raide. A la fin, le dépôt prend la forme d’un triangle. Pendant l’effondrement, des cassures peuvent s’observer menant à des effondrements de petits blocs (voir

2. <http://iusti.polytech.univ-mrs.fr/~gep/doctorants/rondon/pageperso.htm>



FIGURE 2.7 – Effondrement d’une colonne de grain  $H_i = 8\text{cm}$ ,  $L_i = 4\text{cm}$ ,  $\phi_i = 0,55$  et  $\eta_f = 12cP$ . La chronologie est de haut en bas puis de gauche à droite.

par exemple au temps  $t = 30\text{s}$  2.8).

La dynamique du cas lâche est différente (figure fig :photonache). Premièrement, contrairement au cas dense, la colonne toute entière est immédiatement mobilisée dès l’ouverture de la porte : les grains de la partie gauche s’écoulent également. De plus, la colonne s’étale plus loin que dans le cas dense. L’étallement final de la masse granulaire est presque deux fois plus grand lorsque la colonne est initialement lâche que lorsqu’elle est dense. La forme finale du dépôt est aussi bien plus allongée. En troisième lieu, la vitesse est plus rapide dans le cas lâche que dans le cas dense. Cette différence de comportement entre un tas initialement dense ou lâche peut également s’observer sur la figure 2.9 où l’on a représenté les profils du tas au cours du



FIGURE 2.8 – Effondrement d’une colonne de grain  $H_i = 8\text{cm}$ ,  $L_i = 4\text{cm}$ ,  $\phi_i = 0,61$  et  $\eta_f = 12cP$ . La chronologie est de haut en bas puis de gauche à droite.

temps pour un rapport d’aspect légèrement plus faible ( $\mathcal{A} = 0,67$ ) que précédemment ( $\mathcal{A} = 2$ ). Grâce à cette représentation on peut également noter qu’en comparant l’espacement des profils successifs tracés sur la figure 2.9

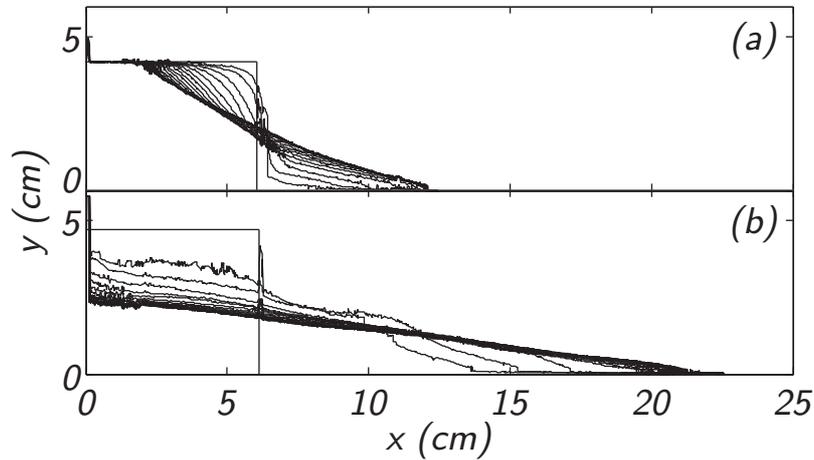


FIGURE 2.9 – Effondrement d’une colonne dense et lâche contenant la même quantité de grains pour un rapport d’aspect  $\mathcal{A} \simeq 0,67$ . (a)  $\phi_i = 0,60$ ,  $L_i = 6\text{cm}$ ,  $H_i = 4,2\text{cm}$ , 3s entre les profils; (b)  $\phi_i = 0,56$ ,  $L_i = 6\text{cm}$ ,  $H_i = 4,8\text{cm}$ , 0,66s entre les profils.

et en sachant qu’ils sont tracés toutes les 0,66s sur la figure 2.9b, et toutes les 3s sur la figure 2.9a. Il est intéressant de noter que pour ce rapport d’aspect et pour le cas dense, la forme finale du dépôt est un trapèze. La partie gauche du tas n’a pas bougée et présente un plateau à la même hauteur que la colonne initiale. La dynamique rapide du cas lâche est aussi clairement observée sur la figure 2.10 où la position du front de l’avalanche est tracée en fonction du temps et pour les deux cas. L’étalement de la colonne initialement lâche est très rapide au début puis ralentit juste avant de s’arrêter, alors que l’étalement de la colonne dense est beaucoup plus lent.

Une dernière différence importante entre les cas dense et lâche s’observe sur la pression de pore mesurée sous la colonne initiale. La figure 2.11 montre comment la pression du liquide sous le tas varie au cours de l’effondrement. La pression hydrostatique a été soustraite au signal de telle manière que la référence de pression avant l’ouverture de la porte soit 0. Pendant l’effondre-

ment de la colonne dense, une dépression est enregistrée, alors que pour une colonne lâche, nous observons une surpression. Ce constat est similaire à ce que l'on peut observer lors de la mise en mouvement d'une fine couche de grains (Pailha & Pouliquen, 2009), et cela suggère que le fluide est aspiré à l'intérieur du squelette granulaire pour une colonne initialement dense alors que le fluide est expulsé hors de ce squelette dans le cas lâche.

Ainsi, ces observations préliminaires nous indiquent que la fraction volumique initiale  $\phi_i$  est un paramètre crucial dans l'étude de l'effondrement d'un milieu granulaire dans un fluide. Dans les prochaines sections, nous analyserons comment la morphologie finale et la dynamique de l'écoulement varient avec le rapport d'aspect initial  $\mathcal{A}$  et la fraction volumique initiale  $\phi_i$ .

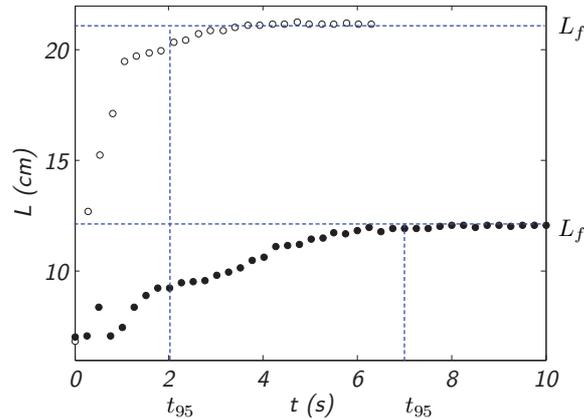


FIGURE 2.10 – Evolution temporelle de la position du front avant dans le cas de l'effondrement d'une colonne de rapport d'aspect  $\mathcal{A} \simeq 0.67$  ( $L_i = 6\text{cm}$ ) pour une colonne lâche (○,  $\phi_i = 0.55$ ) et dense (●,  $\phi_i = 0.60$ ).

## 2.7 Morphologie des dépôts

### 2.7.1 Deux formes finales caractéristiques

Des exemples de dépôts observés à la fin de l'effondrement sont présentés sur la figure 2.12. Les photos correspondent à deux rapports d'aspects

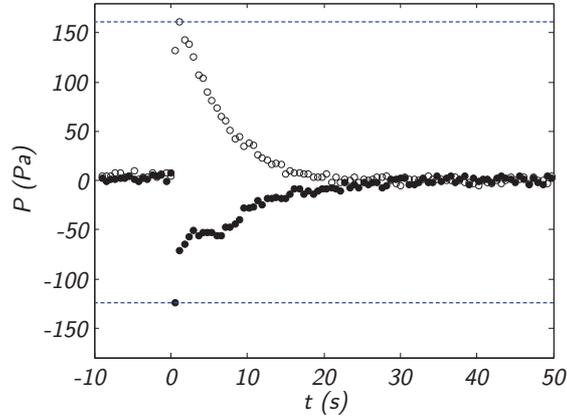


FIGURE 2.11 – Evolution temporelle de la pression sous la colonne dans le cas de l’effondrement d’une colonne de rapport d’aspect  $\mathcal{A} \simeq 0.67$  ( $L_i = 6\text{cm}$ ) pour une colonne lâche ( $\circ$ ,  $\phi_i = 0.55$ ) et dense ( $\bullet$ ,  $\phi_i = 0.60$ ).

différents  $\mathcal{A} = 0,5$  et  $\mathcal{A} = 2$ , et des fractions volumiques différentes et présentent deux morphologies différentes. Pour des rapports d’aspects faibles et des grandes fractions volumiques, le dépôt ressemble à un trapèze, avec une partie plate sur sa partie gauche, conséquence de l’empilement initial, et un triangle sur la droite résultant de l’avalanche de la partie droite. Pour des rapports d’aspect élevés et/ou des fractions volumiques initiales faibles, le dépôt ne présente plus de partie plate mais est plus ou moins un triangle. Dans ce cas, la hauteur finale  $H_f$  mesurée à l’extrême gauche du dépôt est plus faible que la hauteur initiale  $H_i$ .

La transition entre la forme triangulaire et trapézoïdale est présentée sur la figure 2.13. Pour des rapports d’aspects et des fractions volumiques initiaux différents, nous marquons les dépôts présentant un plateau avec le symbole ( $\blacksquare$ ), sinon avec le symbole ( $\triangle$ ). Cette figure montre que pour les empilements denses  $\phi_i \gtrsim 0,58$ , on observe des trapèzes pour  $\mathcal{A} < 0,8$ . Cette valeur est proche de celle trouvée,  $\mathcal{A} = 0,7$ , pour des effondrements granulaires secs (Lajeunesse *et al.*, 2005). Ce rapport d’aspect critique commence à décroître avec  $\phi_i$  lorsque  $\phi_i \lesssim 0,58$ .

Dans la suite, nous nous concentrons sur la morphologie des dépôts ne présentant pas de plateau.

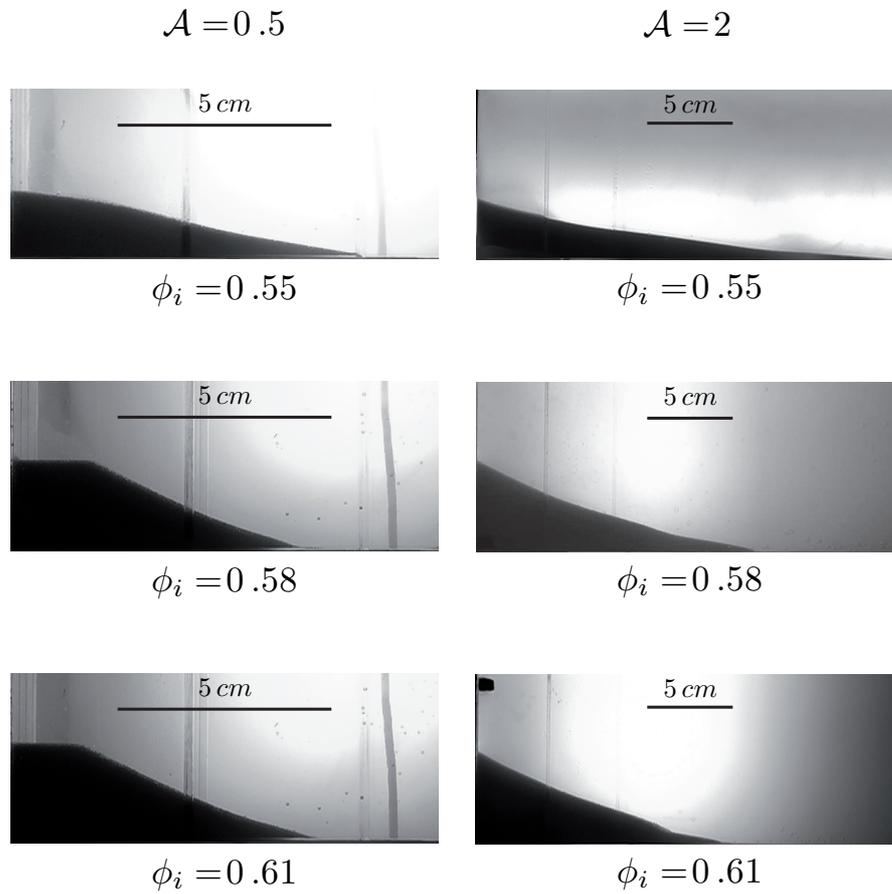


FIGURE 2.12 – Dépôts observés pour  $L_i = 4\text{cm}$  et  $H_i = 2\text{cm}$ ,  $\mathcal{A} = 0,5$  pour la colonne de gauche et  $H_i = 8\text{cm}$ ,  $\mathcal{A} = 2$  pour la colonne de droite.

### 2.7.2 Dépôts à forme finale triangulaire

Afin de comparer les formes des dépôts sans plateau, nous traçons sur la figure 2.14 les profils finaux normalisés : la hauteur  $h/H_f$  (normalisée par la hauteur finale  $H_f$  mesurée à l'extrême gauche du dépôt) en fonction de la position horizontale  $x/L_f$  (normalisée par la longueur finale  $L_f$ ). Cette figure montre que les profils ainsi obtenus pour des conditions expérimentales différentes ont grossièrement la même forme indépendamment des paramètres

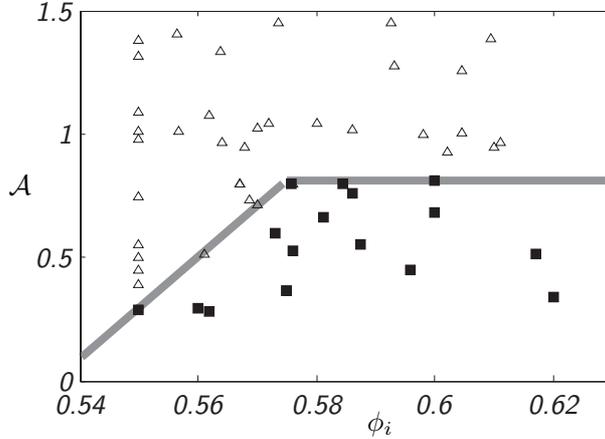


FIGURE 2.13 – Les deux formes de dépôt observés (triangle  $\Delta$ , trapèze  $\blacksquare$ ) dans le plan  $(\mathcal{A}, \phi_i)$ .

$\phi_i$ ,  $\eta_f$ ,  $H_i$  et  $L_i$ . La forme est proche d'un triangle mais reste en moyenne légèrement concave. Nous n'avons pas réussi mettre en évidence une tendance claire qui permette de comprendre quel paramètre contrôle une plus ou moins forte concavité. Elle peut être quantifiée en traçant le produit  $H_f L_f$  en fonction de  $H_i L_i$  (figure 2.15). Pour un triangle parfait, la conservation de la masse donne :

$$H_f L_f = 2H_i L_i.$$

Nos données se regroupent autour de la droite de pente 2,55 ce qui est légèrement supérieur à 2. Ainsi, en moyenne, les profils de dépôts présentent une faible concavité.

### 2.7.3 Angle final

Tous les profils étant en première approximation, tous proches d'un triangle, l'analyse de la morphologie peut être réduite à la mesure de la pente apparente du dépôt  $H_f/L_f$  et de ses variations avec le rapport d'aspect  $\mathcal{A}$  et la fraction volumique solide  $\phi_i$ . La figure 2.16 montre comment  $H_f/L_f$  varie avec  $\mathcal{A}$  pour deux fractions volumiques solides initiales correspondant à un cas dense ( $\phi_i = 0,6$ ) et à un cas lâche ( $\phi_i = 0,55$ ). Les dépôts résultant de l'effondrement d'un empilement dense présentent une légère décroissance de la pente apparente fonction de  $\mathcal{A}$  jusqu'à  $\mathcal{A} \simeq 2$ , et qui reste constante

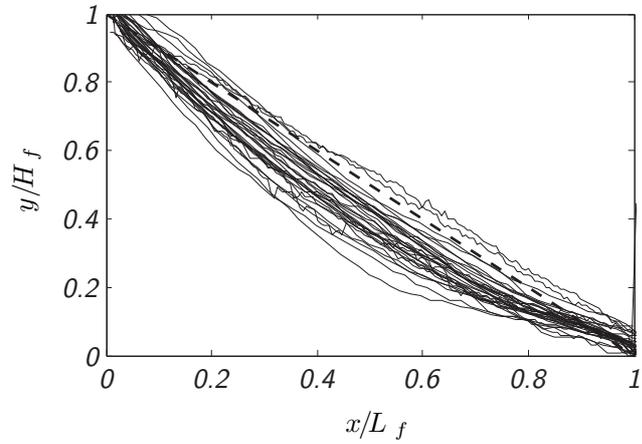


FIGURE 2.14 – Forme adimensionnée des dépôts ne présentant pas de partie plate. La ligne en pointillé représente la droite  $\frac{y}{H_f} = \frac{x}{L_f}$ .

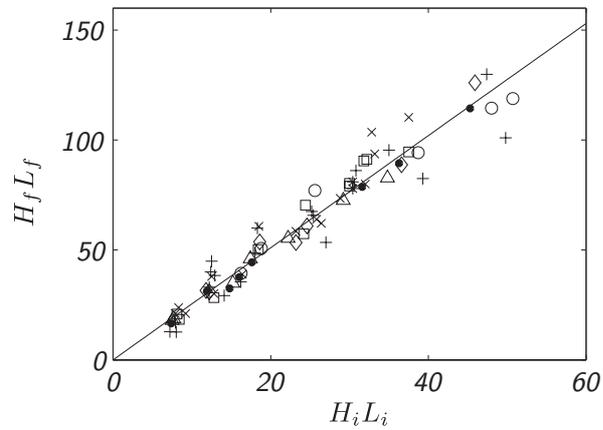


FIGURE 2.15 –  $H_f L_f$  en fonction de  $H_i L_i$  pour les dépôts triangulaires.  $\phi_i = 0.55 (+)$ ,  $0.56 (\times)$ ,  $0.57 (\square)$ ,  $0.58 (\triangle)$ ,  $0.59 (\diamond)$ ,  $0.60 (\bullet)$ ,  $0.61 (o)$ . La droite a pour pente 2.55.

pour des rapports d'aspects plus grands. Elle varie entre 0,35 et 0,4 ce qui correspond à un angle apparent de  $19^\circ$  à  $22^\circ$ . Dans le cas lâche, la pente est beaucoup plus faible, variant de 0,15 à 0,2 ce qui équivaut à des angles de

8,5° à 11°. Ceci contraste avec ce que l'on observe dans le cas sec (Lajeunesse *et al.*, 2004; Lube *et al.*, 2004; Lajeunesse *et al.*, 2005; Balmforth & Kerswell, 2005; Thompson & Huppert, 2007). Dans ce cas la pente apparente dépend du rapport d'aspect (figure 2.16). Pour les rapports d'aspects modérés que nous avons été capables de recréer avec notre dispositif, la morphologie d'un effondrement granulaire dans un fluide visqueux est principalement contrôlée par la fraction volumique initiale  $\phi_i$  et non pas par le rapport d'aspect  $\mathcal{A}$ .

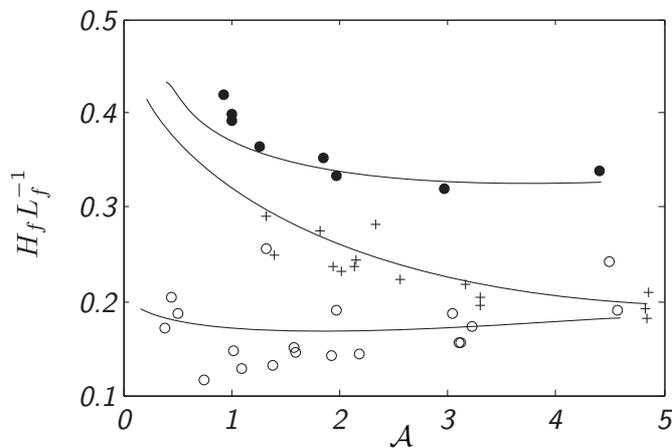


FIGURE 2.16 – Pente apparente  $\frac{H_f}{L_f}$  en fonction de  $\mathcal{A}$  pour  $\phi_i = 0.55$  ( $\circ$ ),  $\phi_i = 0.60$  ( $\bullet$ ) et le cas sec ( $+$ ) (Lajeunesse *et al.*, 2004).

Nous traçons à présent la pente apparente en fonction de la fraction volumique initiale  $\phi_i$ , pour toutes nos expériences quelque soit le rapport d'aspect (figure 2.17). Bien que nos données soient dispersées, nous pouvons à nouveau faire une distinction entre les cas lâches et les cas denses. Pour une fraction volumique initiale petite  $\phi_i = 0,55$ , la pente finale est petite et de l'ordre de 0,15 (8,5°) ce qui correspond à des dépôts très allongés. Cependant la pente s'accroît linéairement avec  $\phi_i$  et atteint une valeur proche de 0,37 (20°) pour des  $\phi_i \gtrsim 0,59$  ce qui est approximativement l'angle de repos du matériau. La valeur 0,37 de la pente pour les empilements denses est cohérente avec la transition entre trapèze et triangle que l'on observe pour un rapport d'aspect critique  $\mathcal{A} \simeq 0,8$  (figure 2.13). En effet, à la transition on a  $H_f = H_i$ ; en

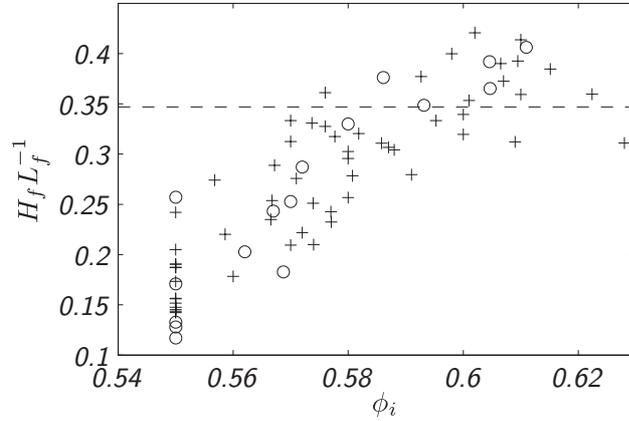


FIGURE 2.17 – Pente apparente  $\frac{H_f}{L_f}$  en fonction de  $\phi_i$  pour les dépôts triangulaires (+), et un cas particulier  $\mathcal{A} = 1.97$  (o), la série n°9 de la table 2.1.

considérant que la pente du triangle est égale à l'angle de repos :

$$\frac{H_f}{L_f} \simeq 0,37,$$

et la conservation de la masse :

$$H_f L_f = 2H_i L_i$$

nous pouvons prédire le rapport d'aspect critique pour la transition :

$$\mathcal{A} = \frac{H_i}{L_i} = 2\frac{H_f}{L_f} \simeq 0,74.$$

Nous retrouvons ainsi la transition observée à la fois dans le cas des effondrements secs et ceux immergés dans un fluide visqueux.

## 2.8 Dynamique

Nous avons vu que la morphologie finale est principalement contrôlée par la fraction volumique initiale  $\phi_i$  de l'empilement. Dans cette section, nous

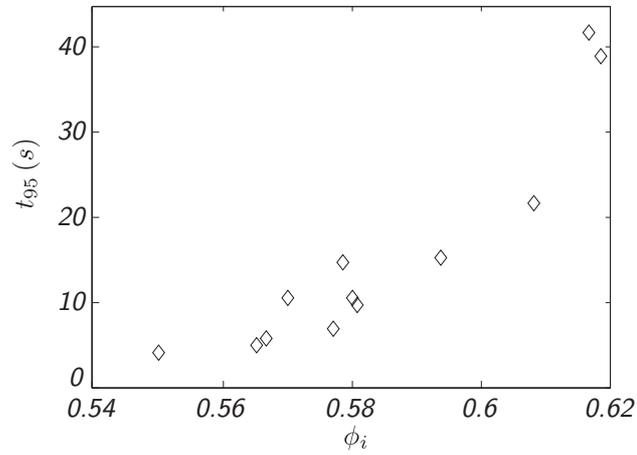


FIGURE 2.18 –  $t_{95}$  en seconde en fonction de  $\phi_i$ .

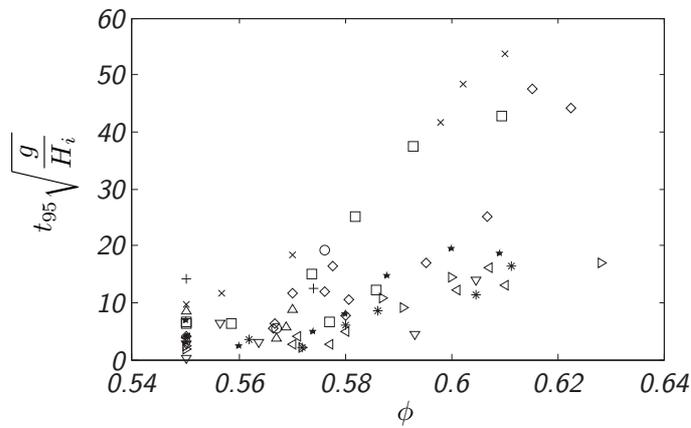


FIGURE 2.19 –  $t_{95}\sqrt{gH_i^{-1}}$  en fonction de  $\phi_i$ . Les mesures ont été faites avec les deux différents fluides :  $\eta_f = 12$  cP,  $\mathcal{A} = 0,37$  ( $\bullet$ ),  $\mathcal{A} = 0,74$  ( $\Delta$ ),  $\mathcal{A} = 1,03$  ( $*$ ),  $\mathcal{A} = 1,33$  ( $\nabla$ ),  $\mathcal{A} = 1,98$  ( $\triangleleft$ ),  $\mathcal{A} = 3,05$  ( $\triangleright$ ),  $\mathcal{A} = 4,55$  ( $\star$ );  $\eta_f = 23$  cP,  $\mathcal{A} = 0,52$  ( $+$ ),  $\mathcal{A} = 0,78$  ( $\circ$ ),  $\mathcal{A} = 0,99$  ( $\times$ ),  $\mathcal{A} = 1,51$  ( $\square$ ),  $\mathcal{A} = 1,97$  ( $\diamond$ ).

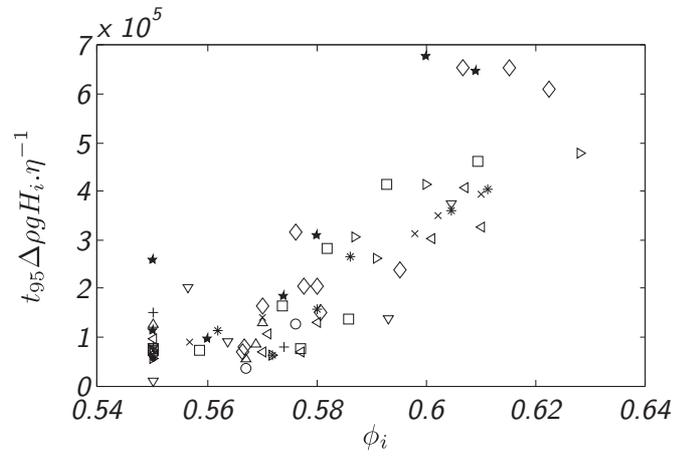


FIGURE 2.20 –  $t_{95}/t_0$  en fonction de  $\phi_i$ . Les mesures ont été faites avec les deux différents fluides :  $\eta_f = 12$  cP,  $\mathcal{A} = 0,37$  ( $\bullet$ ),  $\mathcal{A} = 0,74$  ( $\Delta$ ),  $\mathcal{A} = 1,03$  (\*),  $\mathcal{A} = 1,33$  ( $\nabla$ ),  $\mathcal{A} = 1,98$  ( $\triangleleft$ ),  $\mathcal{A} = 3,05$  ( $\triangleright$ ),  $\mathcal{A} = 4,55$  ( $\star$ );  $\eta_f = 23$  cP,  $\mathcal{A} = 0,52$  (+),  $\mathcal{A} = 0,78$  ( $\circ$ ),  $\mathcal{A} = 0,99$  ( $\times$ ),  $\mathcal{A} = 1,51$  ( $\square$ ),  $\mathcal{A} = 1,97$  ( $\diamond$ ).

analysons l'influence de  $\phi_i$  sur le temps caractéristique d'écoulement, plus précisément celui qu'il faut pour que l'écoulement s'arrête.

Pour étudier le temps caractéristique d'écoulement, nous relevons pour chaque expérience, le temps  $t_{95}$  défini comme le temps nécessaire au front pour atteindre 95% de sa position finale. La figure 2.18 montre comment le temps  $t_{95}$  varie avec la fraction volumique initiale pour une expérience  $(H_i, L_i, \eta_f)$  donnée. A faible fraction volumique, le temps d'étalement est de quelques secondes et reste relativement constant tant que  $\phi_i$  reste inférieure à 0,58. Au-delà il augmente rapidement jusqu'à 40s pour  $\phi_i = 0,62$ . L'effondrement d'une colonne dense peut donc être dix fois plus long que celui d'une colonne lâche. Dans le but de comparer les mesures de ce temps obtenues pour différentes géométries et différentes viscosités, nous avons essayé de trouver le temps d'adimensionnement caractéristique.

Dans un premier temps, nous avons choisi le temps de chute d'une hauteur  $H_i$  sous gravité :  $\sqrt{H_i \cdot g^{-1}}$ . Nous traçons sur la figure 2.19, le temps d'écoulement  $t_{95}$  adimensionné par le temps caractéristique de chute. La corrélation entre les données est bonne cependant au-delà de  $\phi = 0,58$ , deux tendances se dégagent qui sont fonction de la viscosité du fluide. En effet, pour une viscosité  $\eta_f = 12cP$  et des  $\phi_i > 0,58$ , le temps adimensionné croît de 5 à 15, alors que si  $\eta_f = 23cP$  et  $\phi_i > 0,58$ , ce même temps croît de 5 à 45. Au vu de la corrélation des données la gravité joue certainement un rôle dans le temps d'écoulement mais la viscosité aussi.

Une meilleure corrélation s'obtient quand on choisit un temps caractéristique  $t_0$  suivant :

$$t_0 = \frac{\eta_f}{\Delta\rho g H_i}. \quad (2.1)$$

En équilibrant la contrainte induite par le poids de la colonne de grains  $\Delta\rho g H_i$ , et une contrainte visqueuse  $\eta_f \dot{\gamma}$  où  $\dot{\gamma}$  est le taux de cisaillement, on obtient :

$$\eta_f \dot{\gamma} \sim \Delta\rho g H_i$$

et donc  $\dot{\gamma} \sim \frac{\Delta\rho g H_i}{\eta_f}$ . Le temps caractéristique  $t_0$  apparaît en supposant qu'il correspond au temps nécessaire pour que la déformation du milieu soit d'ordre 1, ce qui équivaut à  $t_0 = \dot{\gamma}^{-1}$ . L'établissement de ce temps est détaillé plus loin au paragraphe 3.3.2, page 87.

On retrouve le temps caractéristique dans les travaux de Pailha *et al.* (2008) et Cassar *et al.* (2005), la seule différence étant que, du fait de la présence des grains, ils considèrent une viscosité effective du milieu  $\eta_{eff}$  qui

est environ 100 fois plus grande que celle du liquide. Ce facteur est également confirmé par les travaux de Stickel & Powell (2005) sur les suspensions denses. Dans les travaux sur les écoulements granulaires immergés, le temps caractéristique  $100t_0$  est effectivement le bon. Nous verrons en précisant les équations au paragraphe 3.3.2, page 87, comment ce facteur 100 apparaît. Cependant au premier ordre, nous pouvons nous affranchir de ce coefficient qui ne change rien à la corrélation de nos données.

En utilisant  $t_0$  comme temps caractéristique, une corrélation raisonnable de toutes nos données s'obtient en traçant  $t_{95}/t_0$  en fonction de la fraction volumique initiale  $\phi_i$  comme on peut le voir sur la figure 2.20. Une nouvelle fois, deux comportements distincts apparaissent selon la valeur de  $\phi_i$ . L'effondrement d'un empilement lâche quand  $\phi_i \lesssim 0,58$  dure typiquement  $5.10^4.t_0$  indépendamment de  $\phi_i$ . L'effondrement d'un empilement dense dépend fortement de la compaction initiale et le temps croît de  $5.10^4.t_0$  à  $4.10^5.t_0$  quand  $\phi_i$  augmente de 0,58 à 0,62. Nous pouvons en conclure que le temps d'effondrement est aussi principalement contrôlé par la fraction volumique initiale.

## 2.9 Pression

Une dernière preuve de la différence entre les cas dense et lâche est obtenue avec la mesure de la pression de pore sous la colonne.

### 2.9.1 Signaux caractéristiques

La cuve est percée en son fond de 5 trous reliés à 5 capteurs de pression. La première prise de pression est à 2cm du bord puis les trous sont espacés de 4cm comme nous l'avons déjà décrit à la section 2.1. Sur la figure 2.22 nous avons représenté les signaux de pression enregistrés au cours du temps par les 5 capteurs pour trois expériences. Les paramètres  $L_i$ ,  $H_i$  et  $\eta_f$  sont identiques dans les trois cas en revanche le matériau granulaire n'a pas la même fraction volumique initiale  $\phi_i$ . Dans tous les cas, nous avons vérifié que la brusque variation du signal du capteur 1 correspond à l'ouverture de la porte. Nous avons également vérifié que, dans la cuve remplie uniquement de liquide, le mouvement de la porte lors de son ouverture n'induisait qu'un très faible signal au niveau des capteurs de pression.

Sur la figure 2.22a, la fraction volumique initial de la colonne est  $\phi_i =$

0,55, c'est-à-dire lâche. Pour tous les capteurs, on peut observer un pic de pression suivi d'une relaxation. Ce pic est décalé dans le temps : il est enregistré avec d'autant plus de retard que la prise de pression est éloignée de la colonne initiale. Ce signal est compatible avec la propagation d'un front. De la même façon, le maximum du pic décroît avec l'éloignement du capteur : il est de l'ordre de  $100Pa$  pour le capteur 1, puis décroît jusqu'à  $30Pa$  pour le capteur 5. Au vu de la densité apparente des grains (poussée d'Archimède et fraction volumique prises en compte) cela équivaut respectivement à une hauteur de  $1cm$  et  $5mm$  de grains.

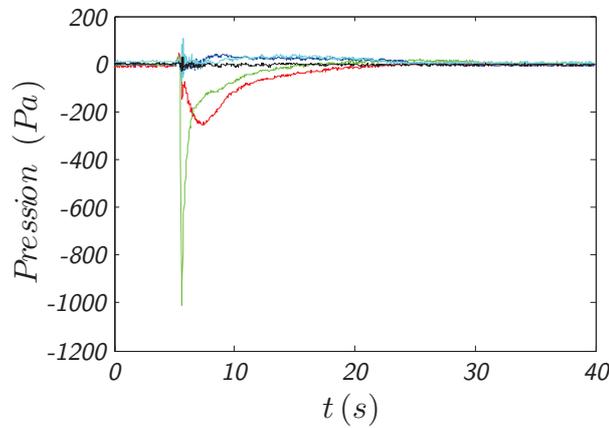


FIGURE 2.21 – Signaux de pression caractéristique en fonction du temps,  $H_i = 7,65cm$ ,  $L_i = 6cm$ ,  $\mathcal{A} = 1,3$ ,  $\phi_i = 0,593$ ,  $\eta_f = 12cP$ . Signaux pour les 5 capteurs espacés de  $4cm$  : capteur 1 (rouge), capteur 2 (vert), capteur 3 (bleu), capteur 4 (cyan), capteur 5 (noir).

Enfin, on observe que la relaxation du signal de pression dure typiquement  $20s$ . On peut se demander quelle est l'origine de ce temps et le comparer à un temps de sédimentation. Une bille de rayon  $r$  chute dans un fluide visqueux à la vitesse de Stokes :

$$v_s = \frac{2r^2g\Delta\rho}{9\eta_f} = 3,57.10^{-4}m.s^{-1}.$$

Le temps de  $20s$  correspond alors à une chute sur une hauteur  $h = 1cm$ .

A l’opposé, dans le cas initialement dense (figure 2.22c), on enregistre avec le premier capteur une dépression comme nous l’avons déjà relevé sur la figure 2.11. Nous avons coupé le signal et le premier minimum juste après l’ouverture de la porte car il est dû à la contrainte qu’exerce la porte sur le milieu granulaire, et par réaction des grains sur le liquide, lors de l’ouverture. Dans le cas où  $L_i = 6\text{cm}$ , le deuxième capteur se trouve juste à côté de la porte sous la colonne de grains. Nous voyons sur la figure 2.21 que le saut de pression n’est perçu que par le deuxième capteur, et en plus la dépression est de  $1000\text{Pa}$ . Cette valeur nous assure que cette dépression est due à l’ouverture de la porte : le seul effet moteur de notre expérience est la gravité, c’est cette contrainte qui contrôle et limite la dynamique de l’écoulement. Or une différence de pression de  $1000\text{Pa}$  correspond à une hauteur de  $10\text{cm}$  de grains déjàugés, avec dans ce cas précis  $H_i = 7,65\text{cm}$ . Il est donc impossible que cette dépression soit l’effet de la gravité. En revanche le mouvement de la porte est contrôlé en vitesse : la contrainte qu’elle impose sur les grains et donc sur le fluide est inconnue et peut prendre vraisemblablement une valeur de  $1000\text{Pa}$ . De plus le fait que dans le cas  $L_i = 6\text{cm}$ , la dépression n’est enregistrée que par le deuxième capteur, permet d’écarter de notre étude le premier minimum.

Les capteurs 4 et 5 n’enregistrent rien car le front de l’avalanche atteint à peine la position du capteur 4. Les capteurs 2 et 3 enregistrent une très faible surpression de l’ordre de  $40\text{Pa}$  : dans les avalanches de colonnes initialement denses, il n’y a quasiment aucune mise en suspension des grains dans le front de l’écoulement car la surpression enregistrée au passage de l’avalanche correspond à une hauteur de grains de  $4\text{mm}$ .

Enfin, dans le cas d’une colonne de grains dont la fraction initiale  $\phi_i = 0,58$  (figure 2.22), les signaux de pression sont complexes et ne donnent que très peu d’information sur la nature de l’écoulement. On note qu’on peut trouver pour le premier capteur de pression : soit une dépression comme dans le cas dense, soit une surpression comme dans le cas lâche. Nous allons voir maintenant comment se répartissent ces deux tendances pour les signaux du premier capteur en fonction de la fraction volumique initiale.

## 2.9.2 Extrema de pression

Pour chaque expérience, nous avons relevé sur les signaux de pression du premier capteur juste en dessous du tas en fonction du temps (figure 2.22) la valeur extrême atteinte par le signal au cours de l’effondrement. Comme nous

venons de le voir, dans certains cas, le premier minimum est du à l'effet de la porte sur les grains. Nous prenons dans ce cas la valeur négative du plateau qui apparaît juste après le premier pic de dépression du à la porte. La figure 2.23 montre comment ces extrema varient lorsque la fraction volumique  $\phi_i$  change. Sur ce graphique, la pression a été adimensionnée par la contrainte caractéristique  $\Delta\rho g H_i$ .

En premier, nous pouvons voir qu'une transition apparaît autour de  $\phi_i \simeq 0,58$ , séparant une zone dans laquelle on mesure une surpression et une autre où la pression de pore est négative. On enregistre un extremum positif pour des empilements lâches ce qui signifie que la colonne est partiellement fluidisée : une partie du poids des grains est alors portée par le fluide. Notons au passage que les maxima des surpressions représentés sur la figure 2.23 correspondent à 20% de la masse déjàugée totale des grains. Dans le cas d'une fluidisation totale, l'extremum de pression adimensionné aurait été égal à 1 sur la figure 2.23. Des minima de pression négative sont mesurés pour des colonnes de grains initialement denses, et ils ont le même ordre de grandeur que les maxima précités. Cela s'expliquerait par le fait que le fluide est aspiré à l'intérieur du milieu granulaire, avec pour conséquence une contrainte de confinement supplémentaire sur les grains.

On retrouve la même différence de comportement de la pression de pore, c'est-à-dire des surpressions pour des colonnes dont  $\phi_i \lesssim 0,58$  et des dépressions pour des colonnes initialement denses  $\phi_i \gtrsim 0,58$ , dans les travaux de Pailha *et al.* (Pailha *et al.*, 2008; Pailha & Pouliquen, 2009; Pailha, 2009) pour des avalanches uniformes de couches fines de grains immergés dans un fluide visqueux. Les mesures de pression sont une preuve solide que la différence de la dynamique dans les cas lâches et denses est liée au couplage entre la déformation du squelette granulaire et le fluide.

## 2.10 Comparaison avec les effondrements granulaires secs

Nous avons montré que l'effondrement d'une colonne de grain dans un fluide visqueux est principalement contrôlé par la fraction volumique initiale et non par le rapport d'aspect de la colonne. Ce résultat diffère des études faites précédemment sur les effondrements granulaires secs (Lajeunesse *et al.*, 2005; Lube *et al.*, 2004). Dans celles-ci, le rapport d'aspect joue un rôle cru-

cial. Afin de comparer de manière plus quantitative les effondrements en régimes visqueux et sec<sup>3</sup>, nous traçons sur la figure 2.24 la hauteur finale adimensionnée par la longueur initiale  $H_f.L_i^{-1}$  et la longueur finale adimensionnée  $L_f.L_i^{-1}$  en fonction du rapport d'aspect pour un cas sec, un dense et un lâche. Ce sont les graphiques que l'on trouve habituellement dans la littérature.

Sur la figure 2.26, les données des effondrements secs et immergés denses coïncident pour  $\mathcal{A} < 0,7$ . Dans cette plage de rapport d'aspect, les données correspondent aux dépôts trapézoïdaux pour lesquels la hauteur finale est égale à la hauteur initiale, donnant la loi triviale  $H_f.L_i^{-1} = \mathcal{A}$ . Pour de plus grands rapports d'aspect, les données du cas sec s'écartent de celles du cas dense, les hauteurs finales étant plus petites. Une tendance similaire s'observe sur la figure 2.25 bien que moins prononcée.

Dans tous les cas, la différence de comportement entre les cas n'est pas facile à analyser en utilisant les figures 2.24 et 2.25. La raison en est que les différences sont masquées par une tendance générale qui peut s'expliquer par des arguments géométriques. En effet si on suppose que les dépôts sont des triangles de pente  $\alpha$ , on a  $H_f.L_f^{-1} = \tan \alpha$ . La conservation de la masse implique que  $H_f.L_f = 2H_i.L_i$ . On a alors les lois suivantes :

$$\frac{H_f}{L_i} = \sqrt{2 \tan \alpha \mathcal{A}}$$

$$\frac{L_f}{L_i} = \sqrt{\frac{2\mathcal{A}}{\tan \alpha}}.$$

La variation en racine de  $\mathcal{A}$  prédit la pente 1/2 en échelle log-log de les figures 2.24 et 2.25. Nous voyons que cette pente suit la tendance principale pour les deux graphiques. La différence de mobilité est donc cachée dans les écarts à cette tendance. Cela suggère qu'un meilleur moyen de caractériser la mobilité est d'étudier comment la pente des dépôts varie en fonction des paramètres.

C'est ce que nous avons proposé avec la figure 2.16, pour laquelle  $H_f.L_f^{-1}$  est tracé pour nos données lâches et denses et pour le cas sec (avec les données de Lajeunesse *et al.* (2005)). La pente observée dans le cas sec décroît avec  $\mathcal{A}$  de 0,37 pour  $\mathcal{A} = 0,7$  à 0,19 pour  $\mathcal{A} = 4,9$ , alors que les variations dans les cas immergés sont beaucoup plus faibles. Dans le cas sec, l'inertie est responsable d'une plus grande mobilité pour des rapports d'aspects plus

---

3. ces écoulements correspondent au régime de chute libre comme nous l'avons vu au paragraphe 2.2.3, page 27.

élevés. Dans le régime visqueux qui est le centre de notre étude, les effets inertiels semblent négligeables, ce qui pourrait expliquer pourquoi le paramètre important contrôlant la dynamique est la fraction volumique initiale  $\phi_i$  alors que le rapport d'aspect joue un rôle négligeable. Dans tous les cas il est utile de mentionner que le rôle de la fraction volumique dans les effondrements secs n'a pas été précisément étudié et que la préparation de la colonne joue aussi un rôle comme cela est mentionné dans les travaux de Daerr & Douady (1999).

## 2.11 Conclusion expérimentale

Dans ce chapitre, nous avons présentés des résultats expérimentaux pour l'effondrement d'une colonne de grain dans un fluide visqueux. Nous avons montré que la forme du dépôt dépend grandement de la fraction volumique initiale et seulement légèrement du rapport d'aspect de la colonne. Deux comportements ont été identifiés correspondant à un régime dense et un régime lâche.

Les empilements lâches coulent rapidement en un temps proportionnel à la hauteur initiale. Ils donnent des dépôts allongés avec une pente qui décroît avec la fraction volumique. Les signaux de pressions montrent la propagation d'un pic de surpression suivi d'une relaxation correspondant au temps de sédimentation des grains sur une hauteur caractéristique. Ceci met en évidence un écoulement partiellement fluidisé, et avec l'étude des profils nous observons que l'ensemble de la colonne est immédiatement mobilisée.

A l'inverse, les empilements denses sont beaucoup plus lents, et le temps caractéristique d'écoulement s'accroît avec la fraction volumique. Dans ce cas, la pente finale est à peu près constante et égale à l'angle de repos du matériau. Les signaux de pression montrent que lors de l'ouverture de la porte, sous la colonne, la pression de pore devient négative. La transition entre les deux régimes semble se produire autour d'une fraction volumique critique égale à 0,58.

Le rôle de la fraction volumique initiale observée pour des effondrements visqueux peut être comprise avec le mécanisme de rétroaction de la pression de pore proposé par Iverson *et al.* (2000), dans le contexte des glissement de terrains. Comme on peut le voir sur la figure 2.27b, la colonne dense doit d'abord se dilater avant de couler. Quand la colonne commence à s'écrouler, le liquide est alors aspiré dans le granulaire ce qui va le stabiliser en créant

une contrainte visqueuse additionnelle. A l'inverse, figure 2.27a, lorsque la colonne lâche commence à couler, elle rejette du fluide ce qui mène à la fluidisation partielle du matériau facilitant le mouvement. Les mesures de la pression de pore sous la colonne sont une marque de ce processus.

Nous allons maintenant aller plus loin sur la base de cet argument qualitatif en modélisant la dynamique d'un effondrement granulaire dans un liquide en prenant en compte le couplage entre les grains et le fluide. C'est ce que nous développons dans le prochain chapitre.

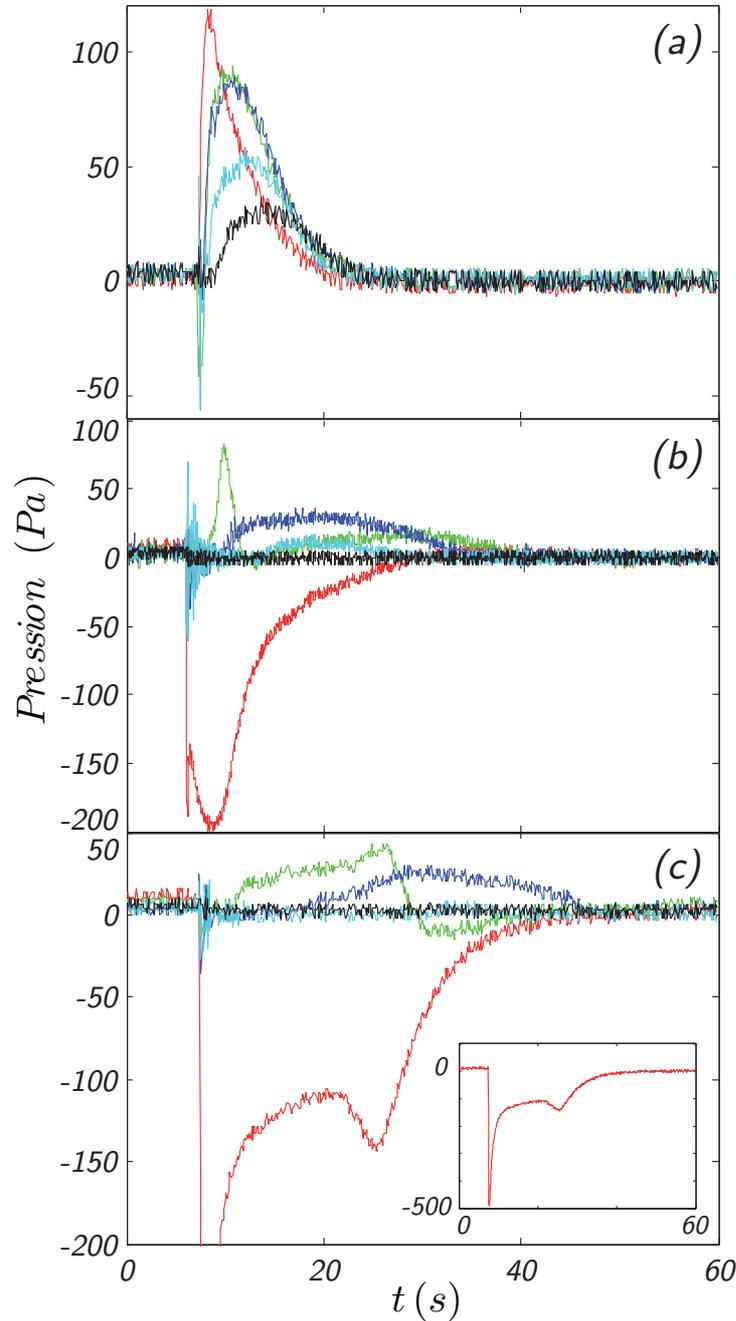


FIGURE 2.22 – Signaux de pression caractéristique en fonction du temps,  $H_i = 8\text{cm}$ ,  $L_i = 4\text{cm}$ ,  $\mathcal{A} = 2$ ,  $\eta_f = 12\text{cP}$ . Signaux pour les 5 capteurs espacés de  $4\text{cm}$  : capteur 1 (rouge), capteur 2 (vert), capteur 3 (bleu), capteur 4 (cyan), capteur 5 (noir); (a)  $\phi_i = 0,55$ , (b)  $\phi_i = 0,58$ , (c)  $\phi_i = 0,61$ , l'encart représente le signal du capteur 1 non tronqué.

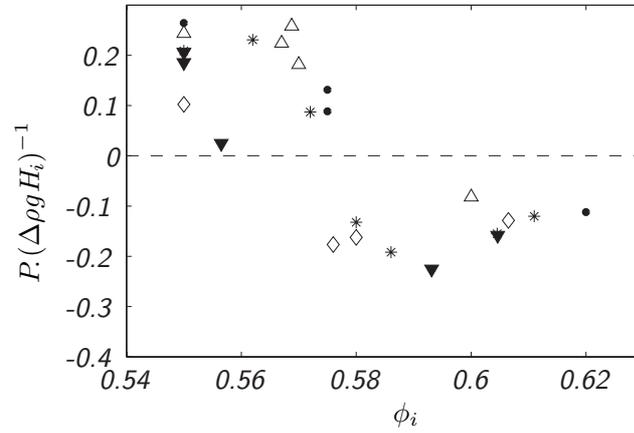


FIGURE 2.23 – Extrêmes de la pression de pore adimensionnée en fonction de  $\phi_i$ ;  $\mathcal{A} = 1.97$  et  $\eta_f = 12$  cP (●),  $\mathcal{A} = 0.37$  et  $\eta_f = 24$  cP (◇),  $\mathcal{A} = 0.74$  et  $\eta_f = 24$  cP (▼),  $\mathcal{A} = 1.03$  et  $\eta_f = 24$  cP (△),  $\mathcal{A} = 1.33$  et  $\eta_f = 24$  cP (\*).

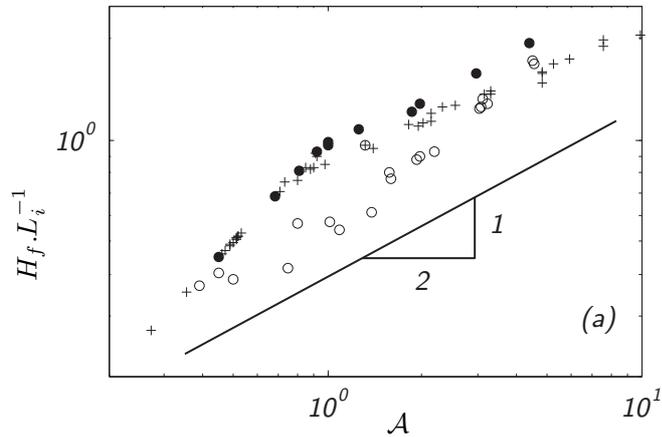


FIGURE 2.24 –  $\frac{H_f}{L_i}$  en fonction de  $\mathcal{A}$ ;  $\phi_i = 0.55$  (○),  $\phi_i = 0.60$  (●), sec (+) (Lajeunesse *et al.*, 2004).

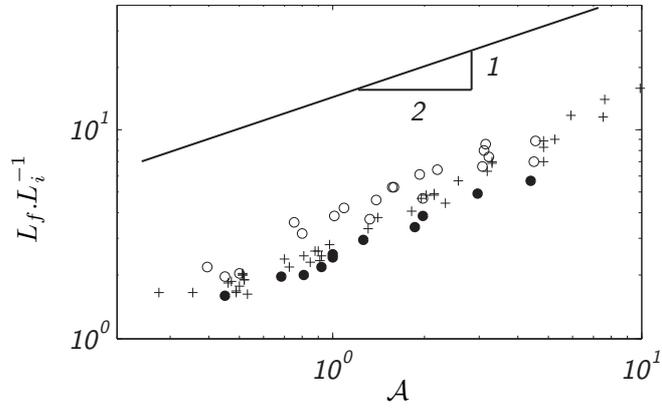


FIGURE 2.25 –  $\frac{L_f}{L_i}$  en fonction de  $\mathcal{A}$ ;  $\phi_i = 0.55$  ( $\circ$ ),  $\phi_i = 0.60$  ( $\bullet$ ), sec ( $+$ ) (Lajeunesse *et al.*, 2004).

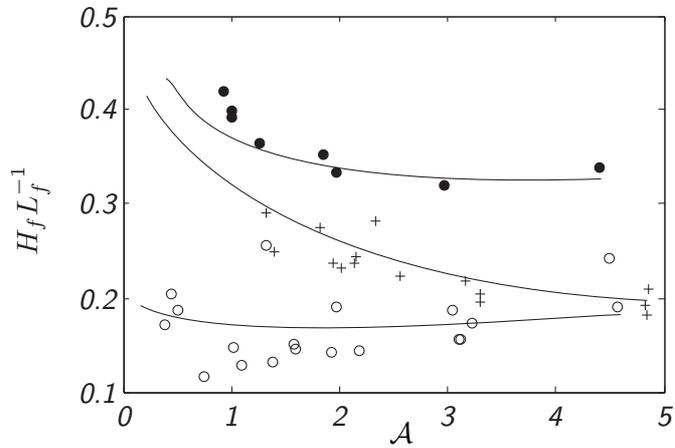


FIGURE 2.26 – Pente apparente  $\frac{H_f}{L_f}$  en fonction de  $\mathcal{A}$  pour  $\phi_i = 0.55$  ( $\circ$ ),  $\phi_i = 0.60$  ( $\bullet$ ) et le cas sec ( $+$ ) (Lajeunesse *et al.*, 2004). Les lignes sont des guides visuels.

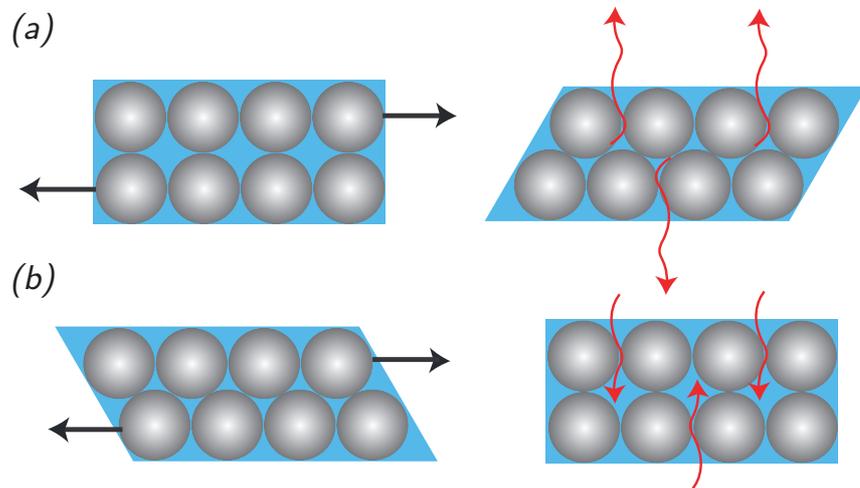


FIGURE 2.27 – (a) Empilement lâche vers un empilement dense ; (b) Empilement dense vers un empilement lâche.

# Chapitre 3

## Théorie

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Diphasique et moyenne . . . . .</b>	<b>61</b>
3.1.1	Hypothèse du milieu continu . . . . .	61
3.1.2	Equations diphasiques . . . . .	63
3.1.3	Moyennage dans l'épaisseur . . . . .	67
3.1.4	Equations moyennées . . . . .	71
<b>3.2</b>	<b>Choix de la rhéologie . . . . .</b>	<b>72</b>
3.2.1	Ecoulement stationnaire . . . . .	72
3.2.2	Dilatance . . . . .	80
<b>3.3</b>	<b>Modèle final . . . . .</b>	<b>86</b>
3.3.1	Récapitulatif des équations . . . . .	86
3.3.2	Adimensionnement . . . . .	87
<b>3.4</b>	<b>Résumé des équations . . . . .</b>	<b>89</b>

---

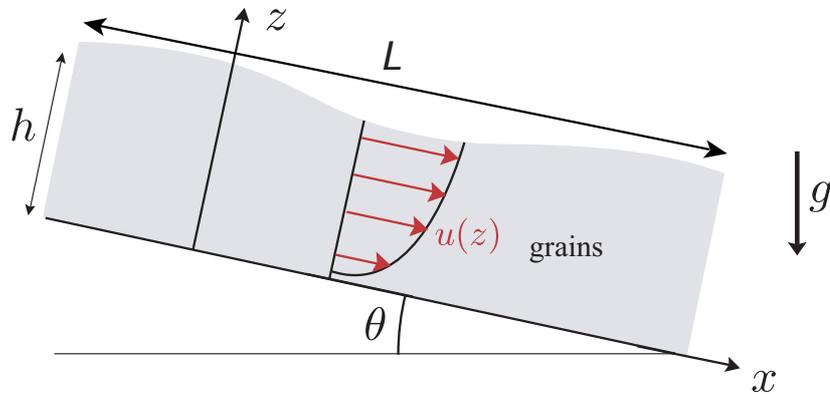


FIGURE 3.1 – Schéma d'une couche de mélange très étalée.

Le modèle que nous allons proposer pour décrire l'effondrement d'une colonne immergée est basé sur une hypothèse de milieu continu à deux phases, où les équations sont moyennées dans l'épaisseur. Ce modèle est bien adapté pour décrire le comportement des couches fines, pour lesquelles la hauteur est négligeable devant la longueur caractéristique de l'écoulement (figure 3.1).

$$h \ll L$$

Dans ce cas les gradients selon  $z$  sont beaucoup plus faibles que ceux en  $x$ . Les valeurs moyennes des grandeurs physiques suffisent à la description du milieu : cette description est réduite d'une dimension.

Nous sommes conscient que dans le cas des effondrements immergés, la longueur et la hauteur sont du même ordre ce qui ne permet pas d'utiliser a priori un modèle moyenné dans l'épaisseur. Mais à défaut de théorie complète, cette approche représente un premier pas. De plus dans le cas d'effondrement de granulaires secs, les modèles moyennés dans l'épaisseur se sont avérés relativement corrects pour des faibles rapports d'aspect.

Ce chapitre est construit comme suit : dans un premier temps nous présentons le cadre des équations diphasiques qui nous serviront de bases pour notre modèle. Le moyennage dans l'épaisseur est présenté dans la section 3.1.3. Les équations ainsi obtenues sont formelles, et il faut spécifier les lois constitutives des deux phases. Ce travail est présenté dans la section 3.2 où la rhéologie propre aux milieux granulaires est discutée. En particulier, la

loi de friction prenant en compte le mécanisme de dilatance sera détaillée. Pour ces deux sections nous nous inspirons largement de la thèse de Pailha (2009), cependant nous proposons une loi de friction  $\mu(I)$  différente en nous appuyant sur les travaux de Boyer *et al.* (2011).

Ce chapitre se conclura sur le résumé de notre système d'équations adimensionnées décrivant la dynamique des couches granulaires immergées.

### 3.1 Modèle diphasique moyenné dans l'épaisseur

Pour utiliser un modèle d'équations continues moyennées dans l'épaisseur, nous commençons par valider la nature continue du milieu considéré. Dans un deuxième temps, nous allons détailler les calculs (relativement fastidieux) et hypothèses qui permettent d'aboutir aux équations simplifiées ne dépendant plus de  $z$ .

#### 3.1.1 Hypothèse du milieu continu

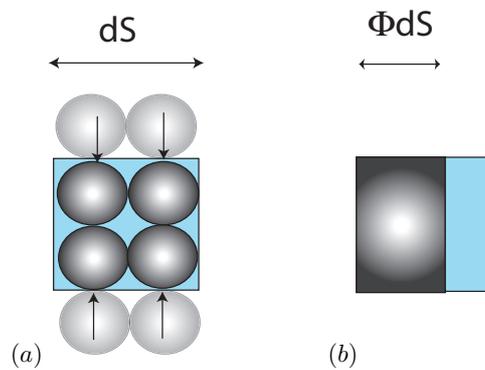


FIGURE 3.2 – (a) Volume élémentaire; (b) Composition diphasique du volume élémentaire.

On considère un élément de volume élémentaire  $dV$  (figure 3.2a). On suppose que sa taille est suffisamment petite pour que l'on puisse utiliser la

théorie des éléments finis. Dans le même temps on espère que sa taille est assez grande pour que la phase granulaire solide puisse être considérée comme continue à l'intérieur même de cette cellule (au moins une dizaine de grains). Ces considérations nous donnent les ordres de grandeur suivant pour le volume et la taille caractéristiques élémentaires :

$$\begin{aligned} dV &= dx^3 = 10 \frac{4}{3} \pi \left( \frac{d}{2} \right)^3 \\ \Leftrightarrow dx &= \left( \frac{40\pi}{3} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{d}{2} \end{aligned}$$

Par exemple pour des billes de verre de diamètre  $d = 225 \mu m$ , on trouve que  $dx \simeq 0,5 mm$ . Ainsi pour des écoulements granulaires de l'ordre de plusieurs millimètres, on peut considérer le milieu, que se soit la phase liquide, solide ou le mélange, comme continu.

Il faut cependant bien comprendre que nous travaillons à trois échelles de longueurs caractéristiques différentes : la longueur macroscopique (typiquement la hauteur de la couche de grains qui coule  $h$ ), la longueur  $dx$  du volume caractéristique  $dV$  et enfin la taille des grains  $d$ . Pour garder la validité d'un modèle continu, ces trois longueurs respectent la relation (3.1).

$$h \gg dx \gg d \tag{3.1}$$

Ainsi pour toute grandeur physique telle que le champs de vitesse de la phase fluide, on pourra se placer à trois échelles différentes. A l'intérieur de l'élément  $dV$ , les particules de fluide auront une vitesse  $\mathbf{u}^f_{particule}$ . En moyennant cette vitesse sur le volume  $dV$ , nous obtenons la vitesse locale  $\mathbf{u}^f(\mathbf{x})$  à la position  $\mathbf{x}$  de l'élément  $dV$  ; enfin en moyennant dans l'épaisseur nous noterons  $\overline{\mathbf{u}^f}(x, t)$ , la vitesse moyennée dans l'épaisseur. Par extension pour toute autre variable, nous noterons pour chaque échelle respectivement  $f_{particule}$ ,  $f$  et  $\bar{f}$ .

Enfin, il existe dans ce volume élémentaire  $dV$  deux phases distinctes : une liquide et une solide (figure 3.2b). Si  $\phi$  est la fraction volumique solide, la phase solide occupe  $\phi dV$  dans le volume élémentaire et réciproquement, la phase liquide occupe un espace de  $(1 - \phi)dV$ . Précisons à nouveau que le volume élémentaire  $dV$  est choisi de telle manière que chacune des deux phases soit continue dans ce volume.

### 3.1.2 Equations diphasiques

Une description formelle des équations diphasiques peut se faire à l'aide de processus de moyennage sur un volume représentatif (Jackson, 1997). Nous ne reportons pas en détails les calculs et présentons uniquement les équations finales.

#### Conservation de la masse

En notant  $\phi$  est la fraction volumique de la phase solide,  $\mathbf{u}^f$  et  $\mathbf{u}^p$  les vitesses respectives de la phase fluide et solide, on a :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}^p \phi) = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial (1 - \phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}^f (1 - \phi)) = 0 \quad (3.3)$$

#### Conservation de la quantité de mouvement

Pour écrire la conservation de la quantité de mouvement considérons les forces qui s'appliquent sur chacune des phases d'un volume élémentaire  $dV$ . Les forces par unité de volume s'exerçant sur la phase solide sont les suivantes :

- le poids des grains  $\rho_p \phi \mathbf{g}$ ,
- les forces de la phase granulaire  $\nabla \cdot \sigma^p$ , où  $\sigma^p$  est le tenseur des contraintes particulières,
- la force qu'exerce le fluide sur les grains  $\mathbf{f}$ .

Et celles qui s'exercent sur la phase fluide sont :

- le poids du fluide  $\rho_f (1 - \phi) \mathbf{g}$ ,
- les forces de la phase fluide  $\nabla \cdot \sigma^f$ , où  $\sigma^f$  est le tenseur des contraintes fluides,
- la réaction de la force qu'exerce le fluide sur les grains  $-\mathbf{f}$ .

En équilibrant l'accélération de chaque phase avec la somme des forces, nous avons le système suivant :

$$\frac{d\rho_p \phi \mathbf{u}^p}{dt} = \nabla \cdot \sigma^p + \mathbf{f} + \rho_p \phi \mathbf{g} \quad (3.4)$$

$$\frac{d\rho_f (1 - \phi) \mathbf{u}^f}{dt} = \nabla \cdot \sigma^f - \mathbf{f} + \rho_f (1 - \phi) \mathbf{g} \quad (3.5)$$

Des équations sur les deux phases, nous pouvons en déduire les équations pour le mélange. En sommant les deux paires d'équations, celles de conservation de la masse (3.2) et (3.3), et celles de la conservation de la quantité de mouvement (3.4) et (3.9), on obtient le système suivant pour le mélange :

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}^p \phi + \mathbf{u}^f (1 - \phi)) = 0 \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\rho_p \phi \mathbf{u}^p + \rho_f (1 - \phi) \mathbf{u}^f) &= \nabla \cdot \sigma^p + \nabla \cdot \sigma^f \\ &+ (\rho_p \phi + \rho_f (1 - \phi)) \mathbf{g} \end{aligned} \quad (3.7)$$

A ce stade on voit que les forces d'interactions entre le fluide et les grains ont disparu des équations : ce sont des forces internes qui ne participent pas directement au mouvement du mélange. De plus, de l'équation (3.8), on tire la masse volumique du mélange qui est  $(\rho_p \phi + \rho_f (1 - \phi))$  et sa quantité de mouvement  $\rho_p \phi \mathbf{u}^p + \rho_f (1 - \phi) \mathbf{u}^f$ . Enfin, nous voyons à partir de l'équation (3.6) que le mélange est un fluide incompressible.

Pour la suite nous utiliserons les équations du mélange et les équations du liquide plutôt que celles du solide et du liquide.

### Régime visqueux

Nous avons vu au paragraphe 2.2.3, page 27, que le régime d'écoulement dans notre expérience est a priori visqueux, c'est-à-dire que l'on peut négliger les termes d'inerties. Voyons ce que cela implique pour les équations. Notons  $U$  la vitesse caractéristique de l'écoulement. En prenant  $h$  la hauteur de la couche comme longueur caractéristique, on peut écrire le temps d'adimensionnement  $h/U$  ; et en considérant que les contraintes sont de l'ordre de grandeur du poids déjaugé  $\Delta \rho g h$ ,  $\Delta \rho = \rho_p - \rho_f$ , on peut adimensionner les équations de la conservation de la quantité de mouvement du mélange et du liquide comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{U^2}{h} \frac{d}{d\tilde{t}} (\rho_p \phi \tilde{\mathbf{u}}^p + \rho_f (1 - \phi) \tilde{\mathbf{u}}^f) &= \Delta \rho g \left( \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\sigma}^p + \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\sigma}^f + \frac{\rho_p \phi + \rho_f (1 - \phi)}{\Delta \rho} \tilde{\mathbf{g}} \right) \\ \frac{U^2}{h} \frac{d\rho_f (1 - \phi) \tilde{\mathbf{u}}^f}{d\tilde{t}} &= \Delta \rho g \left( \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\sigma}^f - \tilde{\mathbf{f}} + \frac{(1 - \phi) \rho_f}{\Delta \rho} \tilde{\mathbf{g}} \right) \end{aligned}$$

où les tildes représentent les valeurs adimensionnées, et  $\tilde{\mathbf{g}}$  est le vecteur unitaire portant la gravité.

Ces équations font apparaître devant les termes d'inertie le nombre de Froude :

$$Fr^2 = \frac{U^2}{gh}$$

Ce nombre sans dimension compare inertie et gravité.

Dans notre étude, la vitesse caractéristique d'écoulement du mélange est de l'ordre de  $10^{-2}m.s^{-1}$ ,  $h$  est de l'ordre de  $10^{-1}m$  et,  $\rho_p$  et  $\Delta\rho$  sont du même ordre. Ainsi  $Fr^2 \sim 10^{-4}$ . On peut donc négliger les termes d'inertie dans notre problème, ce qui nous permet d'écrire les équations de la quantité de mouvement pour le mélange et la phase fluide :

$$0 = \nabla \cdot \sigma^p + \nabla \cdot \sigma^f + (\rho_p \phi + \rho_f(1 - \phi))\mathbf{g} \quad (3.8)$$

$$0 = \nabla \cdot \sigma^f - \mathbf{f} + \rho_f(1 - \phi)\mathbf{g} \quad (3.9)$$

### Interaction entre le fluide et les grains : expression de $\mathbf{f}$

Le terme  $\mathbf{f}$  correspond aux forces d'interaction entre les deux phases. La première contribution à  $\mathbf{f}$  provient de la flottabilité qui s'écrit  $\phi \nabla \cdot \mathbf{P}^f$  où  $P^f$  est la pression du fluide (Jackson, 2000). La seconde composante de  $\mathbf{f}$  provient des forces de traînée lorsque les deux phases n'ont pas la même vitesse. Dans la limite visqueuse, nous adoptons la formulation suivante :

$$\mathbf{f} = \phi \nabla \cdot \mathbf{P}^f + (1 - \phi)^2 \beta (\mathbf{u}^f - \mathbf{u}^p)$$

En prenant la perméabilité  $\beta$  d'un matériau poreux donné par la formule de Kozeny-Carman pour un empilement de sphères dures (Ouriemi *et al.*, 2009), on utilise dans la suite que :

$$\beta = \frac{\eta \phi^2}{d^2 (1 - \phi)^3}.$$

### La contrainte fluide

A ce stade on peut encore faire une dernière simplification sur la contrainte fluide  $\sigma^f$ .

En effet, les avalanches immergées appartiennent à un régime d'écoulement granulaire dense. Dans ce régime, les contraintes dues aux interactions de contact entre les particules sont prépondérantes comparées aux autres

contraintes visqueuses qui se développent dans la phase fluide. En suivant plusieurs auteurs (Iverson, 2005; Pitman & Le, 2005), nous pouvons supposer que les contraintes visqueuses dans la phase fluide sont négligeables. Sous cette hypothèse, le tenseur des contraintes fluides  $\sigma^f$  se réduit à un terme de pression isotrope de valeur  $P^f = (p^{hydro} + p^f)$ . Le terme  $p^{hydro}$  est du à la seule pression hydrostatique et vérifie  $\nabla p^{hydro} = \rho^f \mathbf{g}$ . On appelle pression de pore le terme  $p^f$  qui est lié au mouvement relatif des grains et de l'eau.

### La contrainte granulaire

Enfin, on sait que la loi de friction entre les grains impose que les contraintes de cisaillement solides sont du même ordre que les contraintes normales solides, c'est-à-dire que  $\sigma_{xz}^p \simeq \sigma_{zz}^p$ .

Or dans les hypothèses de départ, nous avons supposé que la longueur caractéristique des variations longitudinales est plus grande que la hauteur caractéristique du milieu  $h$ . Ainsi nous pouvons négliger les dérivées longitudinales devant les dérivées verticales, par exemple on a :

$$\frac{\partial \sigma_{zz}^p}{\partial x} \ll \frac{\partial \sigma_{zz}^p}{\partial z}.$$

Comme contraintes solides de cisaillement et contraintes normales sont du même ordre, on peut en conclure que :

$$\frac{\partial \sigma_{xz}^p}{\partial x} \ll \frac{\partial \sigma_{zz}^p}{\partial z}.$$

Ce travail sur les ordres de grandeur des dérivées des contraintes peut se faire formellement à l'aide de développement multi-échelle (voir Savage & Hutter (1989) par exemple). La divergence du tenseur des contraintes s'approxime par l'expression :

$$\nabla \cdot \sigma^p \simeq \left( \frac{\partial \sigma_{xx}^p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}^p}{\partial z} \right) \mathbf{e}_x + \frac{\partial \sigma_{zz}^p}{\partial z} \mathbf{e}_z$$

Les dérivées longitudinales sont négligées, à l'exception de  $\frac{\partial \sigma_{xx}^p}{\partial x}$ . Ce terme joue un rôle particulier car il est le moteur de l'écoulement permettant l'étalement de la masse. Il est donc systématiquement gardé dans toutes les approches moyennées dans l'épaisseur appliquées aux milieux granulaires (Savage & Hutter, 1989; Mangeney *et al.*, 2010; Johnson & Gray, 2011).

**Resumé des équations**

Sous ces hypothèses, les équations de quantité de mouvement s'écrivent :  
mélange selon  $x$

$$0 = \frac{\partial \sigma_{xx}^p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}^p}{\partial z} + \Delta \rho \phi g \sin \theta - \frac{\partial p^f}{\partial x} \quad (3.10)$$

mélange selon  $z$

$$0 = \frac{\partial \sigma_{zz}^p}{\partial z} - \Delta \rho \phi g \cos \theta - \frac{\partial p^f}{\partial z} \quad (3.11)$$

liquide selon  $x$

$$0 = -(1 - \phi)^2 \beta (u^f - u^p) - (1 - \phi) \frac{\partial p^f}{\partial x} \quad (3.12)$$

liquide selon  $z$

$$0 = -(1 - \phi) \frac{\partial p^f}{\partial z} - (1 - \phi)^2 \beta (v^f - v^p) \quad (3.13)$$

Où  $u$  et  $v$  sont les composantes respectivement longitudinale et verticale du vecteur vitesse  $\mathbf{u}$

**3.1.3 Moyennage dans l'épaisseur**

Nous allons maintenant moyenniser selon l'axe  $\mathbf{e}_z$  les quatre équations de conservation de la quantité de mouvement. Sachant que la hauteur du mélange varie le long de  $\mathbf{e}_x$  et au cours du temps. Pour la suite de ce paragraphe nous noterons :

$$\bar{X}(x, t) = \frac{1}{h} \int_0^{h(x,t)} X(x, z, t) dz$$

Pour toute la suite, nous allons utiliser l'hypothèse de calcul suivante : pour toute variable locale  $f$  et sa valeur moyenne dans l'épaisseur  $\bar{f}$ , nous supposons que

$$\overline{\phi f} = \bar{\phi} \cdot \bar{f}. \quad (3.14)$$

Nous trouvons une estimation de l'erreur faite par cette approximation dans l'article de (Pitman & Le, 2005). Cependant comme nous n'avons que très peu de connaissance de la distribution de la variable le long de la hauteur de la couche du mélange (c'est bien pourquoi nous travaillons avec des variables moyennées), nous supposons que l'erreur faite est négligeable sur le simple argument que les variables varient faiblement selon la hauteur.

**Conservation de la masse**

Nous montrons ici comment obtenir la conservation de la masse moyennée dans l'épaisseur pour la phase fluide. Pour l'autre phase et le mélange, le raisonnement est rigoureusement identique.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}^p \phi) = 0 \quad (3.15)$$

On intègre de 0 à  $h$  ce qui donne

$$\int_0^h \frac{\partial \phi}{\partial t} dz + \int_0^h \left( \frac{\partial \phi u_x^p}{\partial x} + \frac{\partial \phi u_z^p}{\partial z} \right) dz = 0$$

On développe le premier terme :

$$\int_0^h \frac{\partial \phi}{\partial t} dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h \phi dz - \phi(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial h \bar{\phi}}{\partial t} - \phi(h) \frac{\partial h}{\partial t},$$

le deuxième terme :

$$\int_0^h \frac{\partial \phi u_x^p}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} \left( \int_0^h \phi u_x^p dz \right) - \phi(h) u_x^p(h) \frac{\partial h}{\partial x},$$

en utilisant la simplification (3.14), cela se réécrit comme :

$$\int_0^h \frac{\partial \phi u_x^p}{\partial x} dz = \frac{\partial h \bar{\phi u_x^p}}{\partial x} - \phi(h) u_x^p(h) \frac{\partial h}{\partial x},$$

enfin le dernier terme :

$$\int_0^h \frac{\partial \phi u_z^p}{\partial z} dz = \phi(h) u_z^p(h) - \underbrace{\phi(0) u_z^p(0)}_{=0}.$$

Or comme par définition

$$u_z^p = \frac{dh}{dt} = \left( \frac{\partial h}{\partial t} + u_x^p \frac{\partial h}{\partial x} \right),$$

on a :

$$\int_0^h \frac{\partial \phi u_z^p}{\partial z} dz = \phi(h) \left( \frac{\partial h}{\partial t} + u_x^p \frac{\partial h}{\partial x} \right).$$

Ainsi en sommant ces trois termes on obtient la forme moyennée de la conservation de la masse :

$$\frac{\partial h \bar{\phi}}{\partial t} + \frac{\partial h \bar{\phi u_x^p}}{\partial x} = 0. \quad (3.16)$$

**Quantité de mouvement**

Nous allons raisonner par exemple sur la quantité de mouvement du mélange. On intègre l'équation (3.10) dans l'épaisseur :

$$0 = \int_0^h \frac{\partial \sigma_{xx}^p}{\partial x} dz + \int_0^h \frac{\partial \sigma_{xz}^p}{\partial z} dz + \int_0^h \Delta \rho \phi g \sin \theta dz - \int_0^h \frac{\partial p^f}{\partial x} dz \quad (3.17)$$

Nous allons traiter chaque terme séparément. Le terme de gravité est trivial.

La contrainte tangentielle étant nulle en  $z = h$  on a  $\sigma_{xy}^p(z = h) = 0$ , on obtient que la moyenne dans l'épaisseur de sa dérivée est la contrainte à la base  $\tau_b^p$  :

$$\int_0^h \frac{\partial \sigma_{xz}^p}{\partial z} dz = -\tau_b^p$$

Pour la moyenne des contraintes normales, on écrit d'abord :

$$h \frac{\overline{\partial \sigma_{xx}^p}}{\partial x} = \frac{\partial h \overline{\sigma_{xx}^p}}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} \sigma_{xx}^p|_{z=h}$$

A la surface du mélange  $\sigma_{xx}^p|_{z=h} = 0$ , donc

$$h \frac{\overline{\partial \sigma_{xx}^p}}{\partial x} = \frac{\partial h \overline{\sigma_{xx}^p}}{\partial x}.$$

On suppose alors  $\sigma_{xx}^p = \sigma_{zz}^p$ , une hypothèse d'isotropie de pression classiquement utilisée dans les écoulements granulaires. On utilise l'équation (3.11) puis en intégrant de  $z$  à  $h$  :

$$-\sigma_{xx}^p(z) = \Delta \rho g \cos \theta \int_z^h \phi(z') dz' - p^f(z)$$

$p^f(h) = 0$  car à la surface de la phase granulaire la pression est hydrostatique. Cette équation donne en intégrant à nouveau de 0 à  $h$  :

$$-\int_0^h \sigma_{xx}^p(z) dz = \Delta \rho g \cos \theta \int_0^h \int_z^h \phi(z') dz' dz - \int_0^h p^f(z) dz$$

Or la double intégrale en  $\phi$  peut se calculer en intégrant par partie :

$$\int_0^h \int_z^h \phi(z') dz' dz = \int_0^h z \phi(z) dz \simeq \frac{h^2}{2} \bar{\phi}$$

Ainsi

$$h\overline{\sigma_{xx}^p} = -\Delta\rho\frac{h^2}{2}\overline{\phi}g\cos\theta + h\overline{p^f}$$

On obtient donc pour le premier terme de l'équation (3.17) :

$$\int_0^h \frac{\partial\sigma_{xx}^p}{\partial x} dz = \frac{\partial h\overline{\sigma_{xx}^p}}{\partial x} = -\frac{1}{2}\Delta\rho g\cos\theta\frac{\partial h^2\overline{\phi}}{\partial x} + \frac{\partial h\overline{p^f}}{\partial x}. \quad (3.18)$$

Le dernier terme de cette relation s'élimine avec le dernier terme de (3.17)

Au final l'équation de quantité de mouvement du mélange s'écrit :

$$0 = -\frac{1}{2}\Delta\rho g\cos\theta\frac{\partial h^2\overline{\phi}}{\partial x} - \tau_b^p + \Delta\rho g\overline{\phi}h\sin\theta \quad (3.19)$$

Si l'on se donne une rhéologie  $\tau_b^p$ , cette équation permet de résoudre le mouvement de la masse granulaire. L'écriture de  $\tau_b^p$  fait l'objet de la section suivant. Cependant avant de discuter de cette rhéologie nous pouvons encore faire deux remarques. Nous n'avons pour l'instant pas utilisé les équations de la quantité de mouvement des liquides (3.12) et (3.13). L'équation (3.13) peut s'intégrer et donne la pression fluide à la base :

$$p_b^f = -\int_0^h \frac{\partial p^f}{\partial z} dz = h(1-\overline{\phi})\overline{\beta}(v^f - \overline{v^p})$$

Or la conservation de la masse implique  $\phi v^p + (1-\phi)v^f = 0$  dans le cas où la base est plate, d'où

$$(1-\phi)(v^f - v^p) = -v^p,$$

et donc

$$p_p^f = -\overline{\beta}h\overline{v^p} \quad (3.20)$$

D'après (3.11) on alors :

$$\sigma_{zz}^p(z=0) = -\int_0^h \frac{\partial\sigma_{zz}^p}{\partial z} dz = -\Delta\rho g\overline{\phi}\cos\theta + \overline{\beta}h\overline{v^p} \quad (3.21)$$

la contrainte normale granulaire à la base va nous être utile dans la suite, car  $\tau_b^p$  sera régit par une loi de friction et sera donc proportionnel à  $p_b^p = -\sigma_{zz}^p(z=0)$ .

La seconde remarque concerne l'équation (3.12) de la quantité de mouvement du liquide selon  $x$ . Cette équation ne nous sert pas pour déterminer le mouvement du mélange de la masse granulaire. Elle est utile néanmoins si on veut obtenir les différences de vitesse entre les phases. En effet l'intégration de (3.12) donne :

$$0 = -(1 - \bar{\phi})^2 \bar{\beta} (\bar{u}^f - \bar{u}^p) h - (1 - \bar{\phi}) \frac{h p^f}{\partial x} \quad (3.22)$$

### 3.1.4 Equations moyennées

Nous avons toutes les équations moyennées dans l'épaisseur du mélange. La conservation de la masse nous donne :

$$\frac{\partial h \bar{\phi}}{\partial t} + \frac{\partial h \bar{\phi} \bar{u}_x^p}{\partial x} = 0 \quad (3.23)$$

La conservation de la quantité de mouvement du mélange projeté sur l'axe des  $x$ .

$$0 = -\frac{1}{2} \Delta \rho g \cos \theta \frac{\partial h^2 \bar{\phi}}{\partial x} - \tau_b^p + \Delta \rho g \bar{\phi} h \sin \theta \quad (3.24)$$

La conservation de la quantité de mouvement de la phase fluide projeté sur l'axe des  $x$  :

$$0 = -\frac{150 \eta_f \bar{\phi}^2}{(1 - \bar{\phi}) d^2} (\bar{u}^f - \bar{u}^p) h - (1 - \bar{\phi}) \frac{\partial h p^f}{\partial x} \quad (3.25)$$

La conservation de la quantité de mouvement du mélange projeté sur l'axe des  $z$  nous donne la pression granulaire verticale qui s'exerce dans la colonne du mélange :

$$p_b^p = \Delta \rho \bar{\phi} g h \cos \theta + \frac{150 \bar{\phi}^2 \eta_f}{d^2 (1 - \bar{\phi})^3} h \bar{v}^p \quad (3.26)$$

Et un dernier terme reste complètement inconnu et que nous allons expliciter dans la prochaine section, qui est le frottement à la base et qui sera le seul et unique terme de dissipation de l'énergie de notre modèle.

$$\tau_b^p = \sigma_{xz}^p|_{z=0} \quad (3.27)$$

Nous allons donc maintenant discuter l'expression du frottement à la base en nous appuyant sur différentes études expérimentales.

## 3.2 Choix de la rhéologie

Depuis une dizaine d'années, de nombreuses études s'intéressant à la rhéologie des matériaux granulaires ont été menées, et ont permis de proposer des lois constitutives phénoménologiques qui permettent de décrire de nombreux cas. Nous allons nous baser sur ces travaux pour proposer une expression de la contrainte basale  $\tau_b^p$ .

### 3.2.1 Ecoulement stationnaire

#### Rappel sur la rhéologie granulaire d'un milieu granulaire sec

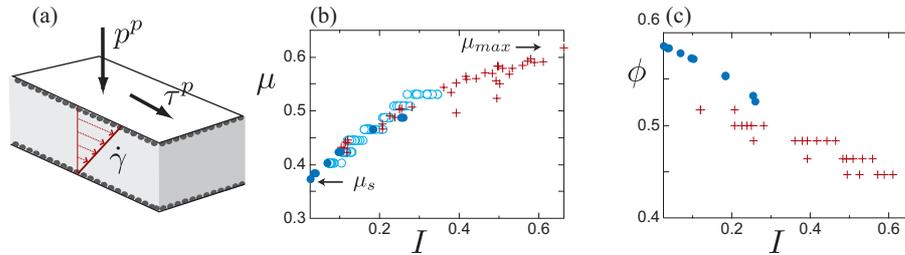


FIGURE 3.3 – Lois constitutives : (a) Expérience de cisaillement plan sous une pression de confinement  $p$ , le matériau granulaire est cisailé entre deux plaques, une plaque inférieure statique et une plaque supérieure tirée avec une contrainte  $\tau$ ; (b) Coefficient de friction en fonction du nombre inertiel  $I$ ; (c) Fraction volumique solide en fonction de  $I$ , (Forterre & Pouliquen, 2007).

Plaçons-nous dans une configuration de cisaillement plan à pression imposée. Une couche de grains de diamètre  $d$  et de densité  $\rho_p$  est coincée entre deux plaques rugueuses comme représenté sur la figure 3.3a. La plaque du bas est immobile alors que la plaque de haut se meut dans la direction  $x$ . Une pression de confinement  $p^p$  est appliquée par la plaque supérieure tout en restant libre de se mouvoir verticalement en fonction du volume occupée par la couche de grains. Le mouvement longitudinal de la plaque impose un cisaillement  $\dot{\gamma}$ . La question est de savoir alors quelle est la contrainte tangentielle  $\tau^b$  et la fraction volumique  $\phi$ .

On peut montrer (Da Cruz *et al.*, 2005; GDR MiDi, 2004) que le système dans la limite d'une grande distance entre les plaques est régi par un unique nombre sans dimension :

$$I = \frac{t_{micro}}{t_{macro}} = \frac{\dot{\gamma}d}{\sqrt{\frac{\rho_p}{p^p}}}$$

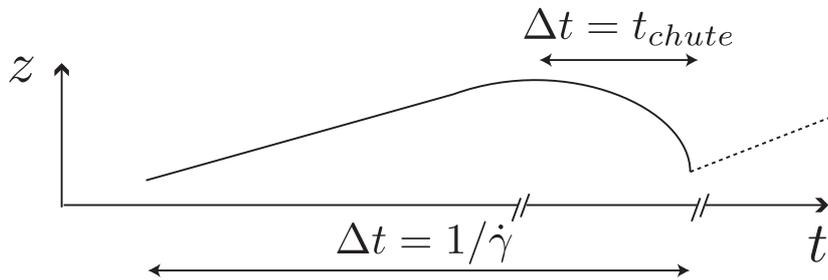


FIGURE 3.4 – Parcours d'une bille permettant de définir deux temps caractéristiques  $t_{micro} = t_{chute}$  et  $t_{macro} = \dot{\gamma}$ .

Ce nombre inertiel  $I$  est l'unique paramètre sans dimension du problème. Il est possible d'interpréter ce nombre en terme de rapport de temps (figure 3.4) : un temps microscopique  $t_{micro} = d\sqrt{\frac{\rho_p}{p^p}}$  qui correspond au temps que met une bille pour chuter de son diamètre lorsqu'elle est soumise à une pression  $p^p$ , et un temps macroscopique  $t_{macro} = \dot{\gamma}^{-1}$  qui correspond au temps que met une particule à se déplacer d'un diamètre par rapport à la couche du dessous sous l'effet du cisaillement  $\dot{\gamma}$ .  $I$  mesure donc le rapport entre le temps typique de réarrangement des grains et le temps de déformation. Un nombre inertiel petit correspond à un régime quasi-statique, les déformations étant plus lentes que le temps de réarrangement. A l'inverse un nombre inertiel grand va conduire à un régime d'écoulement agité.

De cet argument dimensionnel, on peut proposer les lois constitutives pour la contrainte de cisaillement  $\tau^p$  et la fraction volumique  $\phi$  qui dépendent de  $I$  :

$$\tau^p = \mu(I)p^p \quad (3.28)$$

$$\phi = \phi(I) \quad (3.29)$$

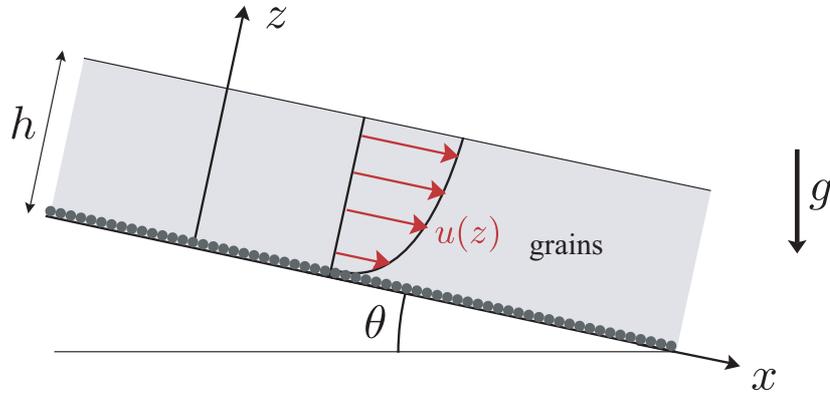


FIGURE 3.5 – Paramétrisation d'une couche uniforme sur plan incliné.

L'équation (3.28) s'explique simplement par le fait que la contrainte de confinement  $p^p$  est la seule échelle de contrainte. La contrainte de cisaillement s'écrit donc comme une loi de friction avec un coefficient de friction  $\mu(I)$  qui dépend du taux de cisaillement et de la pression par l'intermédiaire du nombre  $I$ .

La loi de friction  $\mu(I)$  est représentée sur la figure 3.3b. Elle présente un seuil  $\mu_s$ , elle augmente avec  $I$  et sature à  $\mu_{max}$  pour des grandes valeurs de  $I$ . Elle est bien décrite par la formule suivante (Jop *et al.*, 2005) :

$$\mu(I) = \mu_s + \frac{(\mu_{max} - \mu_s)I}{I + I_0}, \quad (3.30)$$

où  $I_0$  est une constante. Les paramètres  $\mu_s$ ,  $\mu_{max}$  et  $I_0$  dépendent du matériau granulaire considéré.

La figure 3.3c montre la loi  $\phi(I)$ . Pour les faibles valeurs de  $I$ ,  $\phi(I)$  est à son maximum  $\phi_{max}$ , puis décroît avec  $I$  de façon quasi-linéaire :

$$\phi(I) = \phi_{max} - (\phi_{max} - \phi_{min})I \quad (3.31)$$

Afin d'illustrer les lois constitutives (3.28) et (3.29), considérons un écoulement sur plan incliné à un angle  $\theta$ , d'une couche d'épaisseur  $h$  de grains de masse volumique  $\rho_p$  comme le montre la figure 3.5. Le bilan de quantité de

mouvement pour un écoulement stationnaire, projeté sur  $x$  et  $z$  :

$$0 = \rho_p g \phi \sin \theta + \frac{\partial \tau^p}{\partial z} \quad (3.32)$$

$$0 = -\rho_p g \phi \cos \theta - \frac{\partial p^p}{\partial z} \quad (3.33)$$

La pression granulaire est alors égale à  $p^p = \rho_p g \phi \cos \theta (h - z)$  et la contrainte de cisaillement  $\tau^p = \rho_p g \phi \sin \theta (h - z)$ . D'après l'équation (3.28), on obtient donc que

$$\mu(I) = \frac{\tau^p}{p^p} = \tan \theta = \mu_s + \frac{(\mu_{max} - \mu_s)I}{I + I_0}.$$

Ce nombre inertiel  $I$  est donc constant dans la couche. Il ne dépend pas de  $z$ , mais uniquement de l'angle :

$$I = I_0 \frac{\tan \theta - \mu_s}{\mu_{max} - \tan \theta}. \quad (3.34)$$

Une conséquence immédiate est que la fraction volumique  $\phi$  est également constante dans la couche. La seconde conclusion concerne le profil de vitesse. D'après l'équation (3.34), le taux de cisaillement s'écrit :

$$\dot{\gamma} = \frac{I(\theta)}{d} \sqrt{g \phi \cos \theta (h - z)}.$$

En intégrant, on obtient le profil de vitesse :

$$u = \frac{2}{3} \frac{I(\theta)}{d} \sqrt{g \phi \cos \theta} \left( h^{\frac{3}{2}} - (h - z)^{\frac{3}{2}} \right).$$

Le profil de vitesse prédit par la loi  $\mu(I)$  est donc un profil dit de Bagnold (GDR MiDi, 2004), avec une vitesse qui varie comme la profondeur à la puissance  $3/2$ . Ce profil correspond bien aux mesures réalisées en simulation numérique discrète (GDR MiDi, 2004). Devant le succès des lois constitutives (3.28) et (3.29), une généralisation tensiorelle a été proposée (Jop *et al.*, 2006) qui permet de décrire des configurations plus complexes.

Cette approche de rhéologie à pression imposée a donc été très pertinente pour les milieux granulaires secs, et peut être généralisée aux milieux immergés.

### Rhéologie à pression imposée d'un mélange grains et liquide

Les recherches sur la rhéologie des suspension très concentrées est en plein développement. De nombreuses études ont été menées sur les suspensions diluées ou semi-diluées, s'intéressant principalement au régime dominé par les interactions hydrodynamiques entre particules. Or à concentration plus élevée, il existe des contacts entre les grains, et les interactions frictionnelles deviennent prépondérantes (Ancy *et al.*, 1999; Huang *et al.*, 2005). la méthodologie adoptée en granulaire sec semble donc pertinente. Considérons une géométrie de cisaillement plan dans laquelle la plaque supérieure est poreuse. On peut ainsi imposer une pression  $P^p$  sur les grains tout en cisillant le mélange à un taux  $\dot{\gamma}$  (figure 3.6). On peut alors se demander quel nombre sans dimension pertinent va contrôler le système. Si les termes d'inertie sont négligeables, le seul nombre sans dimension est un nombre visqueux que nous appellerons  $I_v$  par analogie avec le cas sec.

$$I_v = \frac{\dot{\gamma}\eta_f}{p^p}$$

Ce nombre peut toujours s'interpréter comme le rapport entre un temps de réarrangement microscopique qui maintenant est visqueux  $t_{micro} = \frac{\eta_f}{P^p}$  sur le temps macroscopique  $\dot{\gamma}^{-1}$ .

L'existence d'un tel régime visqueux a été la première fois discuté par les expériences de Courrech Du Pont *et al.* (2003) dans une géométrie de tambour tournant. Ils ont mis en évidence trois régimes d'écoulements contrôlés par deux nombres : le nombre de Stokes  $St$  (le rapport entre l'inertie des grains et les effets visqueux du fluide), et la racine du rapport de densité  $r$  des grains sur celle du fluide. Il existe un premier régime de "chute libre", dans lequel l'avalanche accélère sur toute la longueur du tambour pour des nombres de Stokes et de rapport de densité élevé. A faible nombre de Stokes se trouve le régime visqueux pour lequel la durée d'avalanche est contrôlée par un temps visqueux, puis à faible rapport de densité, un régime inertiel où la durée d'avalanche est contrôlée par un temps inertiel.

Dans la suite nous allons nous restreindre au régime visqueux. Ayant identifié le paramètre de contrôle  $I_v$ , on peut par analyse dimensionnelle écrire que la contrainte tangentielle et la fraction volumique dans l'expérience du cisaillement plan vont suivre les lois suivantes :

$$\begin{aligned}\tau &= \mu(I_v)P^p \\ \phi &= \phi(I_v)\end{aligned}$$

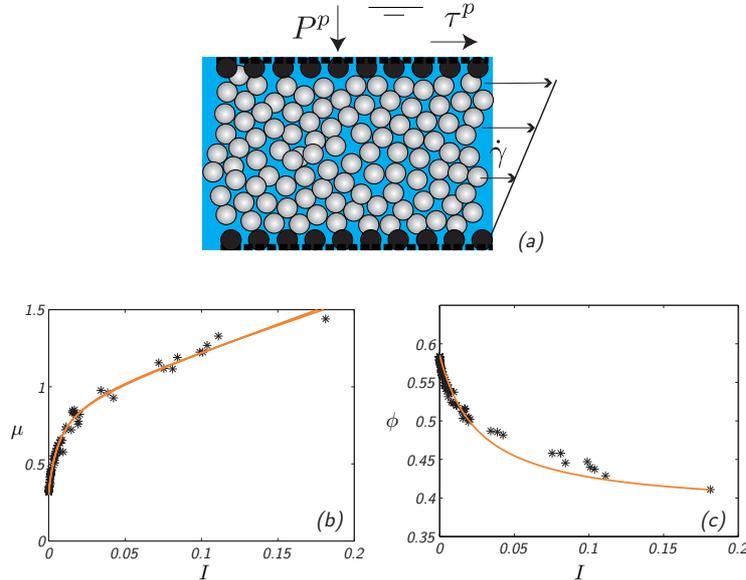


FIGURE 3.6 – (a) Principe du cisaillement à pression imposée pour un milieu granulaire. (b) Points expérimentaux de  $\mu$  en fonction de  $I$  ( $\star$ ), la ligne orange représente l'équation de la courbe  $\mu(I) = 0,32 + \frac{0,62}{7,7 \cdot 10^{-3} + I} I + 3,27 I$ ; (c) Points expérimentaux de  $\phi$  en fonction de  $I$  ( $\star$ ), la ligne orange représente l'équation de la courbe  $\phi(I) = 0,585 - \frac{0,2}{2,7 \cdot 10^{-2} + I} I$ .

Jusqu'à récemment il n'y avait que des mesures indirectes des fonctions  $\mu(I_v)$  et  $\phi(I_v)$  issues d'expériences d'avalanches sous-marines sur plan incliné (Casar *et al.*, 2005) ou sur tas en cellule de Hele-Shaw (Doppler *et al.*, 2007).

Dans ces configurations les valeurs de  $I_v$  étaient faibles. Cependant dans notre étude, nous nous intéressons à l'effondrement d'une colonne et il existe un front qui se propage. Au front la hauteur  $h$  de l'écoulement tend vers 0, ce qui a deux conséquences : la première est que la pression granulaire  $p^p$  tend vers 0 et dans le même temps le taux de cisaillement tend vers l'infini. Nous avons donc besoin de connaître la loi de friction à grand  $I$ .

Nous les avons trouvées dans des expériences récentes menées par Boyer *et al.* (2011) au laboratoire et qui reproduisent exactement la configuration de la figure 3.6a. Une grille plaque les grains en suspension et les cisaille. Les résultats sont présentés sur les figures 3.6b et 3.6c. La loi d'échelle en  $I_v$

marche très bien.

Une différence avec le cas sec est que le coefficient de frottement  $\mu(I)$  ne sature pas comme dans le cas sec. La présence d'une phase fluide joue un rôle non-négligeable à des  $I$  élevés, c'est-à-dire pour de forts cisaillement du mélange et introduit une contribution supplémentaire. Nous avons donc choisi d'ajuster le coefficient de frottement selon l'expression suivante

$$\mu(I) = \mu_1 + \frac{\Delta\mu}{I + I_0}I + \frac{\mu_3}{I_0}I, \quad (3.35)$$

nous avons simplement ajouté un terme linéaire à la formule utilisée en granulaire sec. Nous voyons sur la figure 3.6a que les résultats expérimentaux de Boyer *et al.* (2011) correspondent relativement bien à la forme de cette loi et permettent d'ajuster la valeur des paramètres  $\mu_1$ ,  $\Delta\mu$ ,  $\mu_3$  et  $I_0$  (table 3.1). Nous avons également ajuster la loi d'évolution de  $\phi(I)$  avec la forme :

$$\phi(I) = \phi_{max} - \frac{\Delta\phi}{I + I_1}I. \quad (3.36)$$

où les valeurs de  $\phi_{max}$ ,  $\Delta\phi$  et  $I_1$  sont données dans le tableau 3.1.

Comparé aux études et lois précédentes, il n'y a pas de contradiction entre ce coefficient de friction et celui choisit par Pailha & Pouliquen (2009). Pour des faibles  $I$ , le terme en  $I$  dans (3.35) est négligeable devant le reste : on retrouve la loi prise dans les études précédentes. Pour la suite nous utiliserons donc les équations (3.35) et (3.36) pour fermer notre système d'équation et pouvoir résoudre ainsi notre modèle.

$\mu_1$	$\Delta\mu$	$\mu_3$	$I_0$	$\phi_{max}$	$\Delta\phi$	$I_1$
0,32	0,62	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$7,7 \cdot 10^{-3}$	0,585	0,2	$2,7 \cdot 10^{-2}$

TABLE 3.1 – Valeurs des paramètres des équations (3.35) et (3.36).

Cependant rappelons-nous que pour fermer notre modèle d'équations moyennées dans l'épaisseur nous recherchons une expression pour la contrainte basale  $\tau_b^p$ . En régime stationnaire, la rhéologie dont nous venons de discuter nous indique que

$$\tau_b^p = \mu(I_b)p_b^p$$

avec

$$I_b = \frac{\eta_f \dot{\gamma}_b}{p_b^p}$$

et  $\dot{\gamma}_b$  est le cisaillement basal, que nous souhaiterions relier aux grandeurs moyennées. Pour ce faire considérons l'exemple d'une couche de grains immergée sur un plan incliné. La conservation de la quantité de mouvement donne :

$$\begin{aligned} 0 &= \Delta \rho g \phi \sin \theta + \frac{\partial \tau^p}{\partial z} \\ 0 &= -\Delta \rho g \phi \cos \theta - \frac{\partial p^p}{\partial z} \end{aligned}$$

Ainsi à l'équilibre, on retrouve  $\mu(I) = \tan \theta$ .  $I$  est donc constant dans l'épaisseur. Le profil du taux de cisaillement est donc :

$$\dot{\gamma} = \frac{I_v(\theta) \Delta \rho g \phi \cos \theta}{\eta_f} (h - z) \quad (3.37)$$

puis par intégration en  $z$ , on a le profil de vitesse :

$$u^p(z) = \frac{h^2}{2} \frac{I_v(\theta) \Delta \rho g \phi \cos \theta}{\eta_f} \left( 1 - \frac{(z - h)^2}{h^2} \right),$$

la loi  $\mu(I_v)$  dans le cas immergé prédit donc un profil parabolique.

A présent, en moyennant à nouveau dans l'épaisseur :

$$\overline{u^p} = \frac{h^2}{3} \frac{I_v \Delta \rho g \phi \cos \theta}{\eta_f}$$

en substituant  $I_v$  par  $\overline{u^p}$  dans (3.37), cela nous permet de calculer le taux de cisaillement à la base  $\dot{\gamma}_b$  :

$$\dot{\gamma}_b = \frac{3 \overline{u^p}}{h}.$$

Cette relation entre  $\dot{\gamma}_b$  et  $\frac{\overline{u^p}}{h}$  n'est valable en toute rigueur uniquement en régime stationnaire. Nous allons l'utiliser également dans les régimes transitoires, l'hypothèse sous-jacente étant que le profil dans la couche n'est jamais très loin du profil d'équilibre.

Nous avons donc une expression de la contrainte basale en terme de loi de friction. Elle est à ce stade basée uniquement sur une rhéologie stationnaire, et trop simple pour capturer les effets de fraction volumique au cœur de ce travail. Il faut l'enrichir pour prendre en compte la dilatance.

### 3.2.2 Dilatance

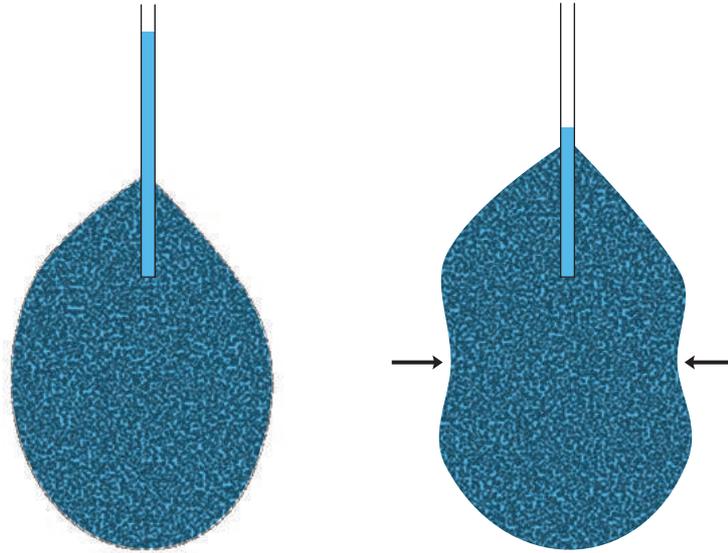


FIGURE 3.7 – Dilatance : expérience de Reynolds

#### Rappel du phénomène

Lorsqu'il se déforme, un empilement granulaire peut soit se dilater soit se contracter suivant son état initial. Le premier à avoir mis en évidence ce phénomène est Reynolds (1886). Un récipient déformable (par exemple un ballon de baudruche) est rempli de particules et d'eau (figure 3.7). Les particules sont compactées de manière à ce que l'empilement soit dense. De ce volume fermé, sort un tube indiquant le niveau de l'eau. En comprimant les parois, on s'attend à ce que le niveau d'eau monte comme dans le cas où il n'y aurait que de l'eau ; au contraire, le niveau descend. En appuyant sur la paroi et en déformant le milieu granulaire, on impose des déformations en cisaillement qui vont espacer les grains. L'espace disponible entre les grains va donc augmenter et entraîner une diminution du niveau d'eau. Cette propriété des milieux granulaires joue un rôle important dans l'initiation des déformations, et a fait l'objet de nombreuses études en mécanique des sols.

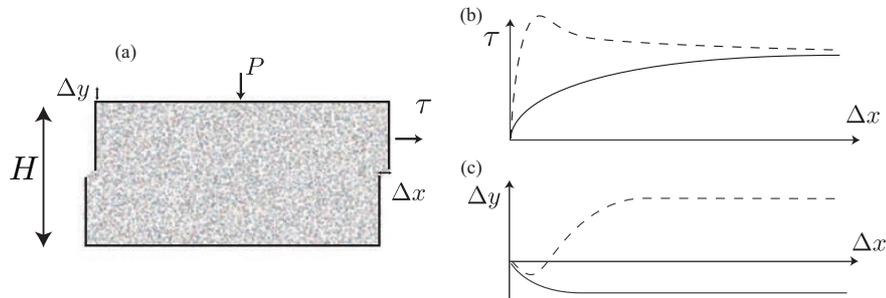


FIGURE 3.8 – (a) Cisaillement d’une cellule granulaire, paramétrisation ; (b) Contrainte nécessaire au cisaillement en fonction du déplacement ; (c) Variation de la hauteur en fonction du déplacement. Ligne continue : empilement lâche, pointillés : empilement dense.

Considérons la configuration plus simple : une cellule de cisaillement (figure 3.8) constituée de deux parties pouvant glisser l’une sur l’autre. Une contrainte normale  $P$  est appliquée et la partie supérieure est déplacée de  $\Delta x$  pour créer le cisaillement horizontal. Dans le même temps on mesure la contrainte tangentielle  $\tau$  et le déplacement vertical  $\Delta y$  de la partie supérieure au cours du déplacement horizontal.

Nous raisonnons pour le moment en régime quasi-statique, à vitesse de déformation extrêmement lente. Lorsqu’on cisaille un échantillon initialement lâche, il diminue de volume : c’est la contractance (figure 3.8c). La contrainte horizontale nécessaire au déplacement est initialement très faible puis croît (figure 3.8b). A l’inverse pour un échantillon dense, la contrainte de cisaillement nécessaire au mouvement de la cellule doit être plus forte au début puis diminue. Dans le même temps, le volume se contracte faiblement avant de se dilater au-delà de son volume initiale. Notons toutefois que les deux situations initiales relaxent vers le même volume et la contrainte de cisaillement tend vers la même valeur avec l’augmentation de  $\Delta x$ . Cet état critique caractérisé par un volume et un cisaillement bien précis lors des grands déplacements, est indépendant de la préparation du milieu granulaire : il ne dépend que de la nature du matériau.

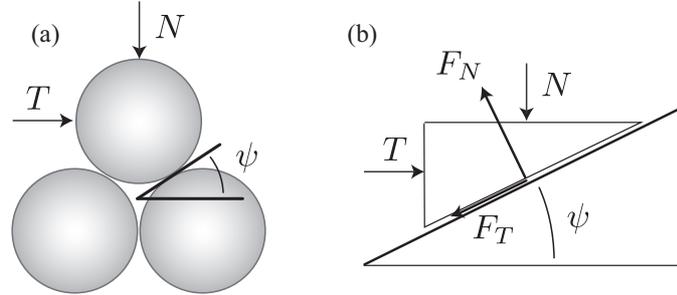


FIGURE 3.9 – (a) Angle de dilatance lors du mouvement d’une bille, (b) équivalence avec un coin glissant.

### Modélisation

De nombreux modèles ont été proposés pour décrire ce phénomène de dilatance (Schofield & Wroth, 1968; Roux & Radjai, 1997). Nous utiliserons le modèle le plus simple de Roux & Radjai (1997) qui concerne les milieux faiblement contractant. Il consiste à introduire un angle de dilatance  $\psi$  qui relie le mouvement vertical d’une couche de grains par rapport à celle du dessous quand elle est cisailée :  $\Delta y = \tan \psi \Delta x$  (figure 3.9). Un angle de dilatance positif (resp. négatif) correspond à un comportement dilatant (resp. contractant). L’hypothèse principale que font Roux & Radjai (1997) est de considérer que le caractère dilatant-contractant dépend de la fraction volumique  $\phi$ . Une première description simple consiste à supposer une variation linéaire entre  $\psi$  et  $\phi$  :

$$\psi = K(\phi - \phi_c)$$

où  $\phi_c$  est la fraction volumique à l’état critique. Si  $\phi$  est plus grand que  $\phi_c$ ,  $\psi$  est positif et le milieu se dilate ; respectivement si  $\phi < \phi_c$ ,  $\psi < 0$  et le milieu se contracte.

Il reste à intégrer cet angle de dilatance dans un modèle de friction simple. Considérons le systèmes de trois billes où l’angle de dilatance  $\psi$  est simplement l’angle au contact (figure 3.9a). Calculons la force tangentielle  $T$  nécessaire pour bouger la bille qui repose sur les deux autres et soumise à la force verticale  $N$ . Localement, au contact entre les billes, le problème est équivalent au déplacement d’un coin sur un plan incliné d’un angle  $\psi$  (figure 3.9b).

La loi de friction lors du glissement du coin donne  $F_T = \tan \delta F_N$  où  $\delta$  est l'angle de friction, c'est-à-dire  $\tan \delta = \mu$ . Un changement de repère permet d'écrire :

$$\begin{aligned} F_T &= -T \cos \psi + N \sin \psi \\ F_N &= -T \sin \psi - N \cos \psi \end{aligned}$$

et on obtient alors

$$T = \tan(\delta + \psi)N$$

Cette nouvelle loi de friction locale garde la relation de proportionnalité entre les forces tangentielles et normales. Un nouveau coefficient de friction est défini dépendant de l'angle de friction plan sur plan et de l'angle de dilataance  $\psi$ . En généralisant à l'échelle macroscopique, on peut donner une relation entre contrainte de cisaillement et contrainte normale :

$$\tau^p = (\mu_c + \tan \psi)p^p, \quad (3.38)$$

où  $\mu_c$  est le coefficient de friction à l'état critique, c'est-à-dire quand il n'y a plus de dilataance. Cette relation nous indique que l'aspect dilatant ou contractant introduit une contribution au coefficient de friction.

La dernière équation donne l'évolution de la fraction volumique au cours de la déformation de la dilataance :

$$\frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dt} = -\tan \psi \dot{\gamma} \quad (3.39)$$

Cette équation s'obtient comme suit : par définition de l'angle de dilataance on a

$$\tan \psi = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (3.40)$$

où  $\Delta y$  et  $\Delta x$  sont les incréments de mouvement vertical et horizontal de la plaque supérieure de la figure 3.8a.

$H$  est la hauteur de la couche granulaire, la conservation de la masse dans la cellule de cisaillement implique que  $H\phi$  est constante. Lors des petites déformations on peut écrire :

$$\begin{aligned} d\phi &= -\frac{dy}{H}\phi \\ \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dx} &= -\frac{1}{H} \frac{dy}{dx} \end{aligned}$$

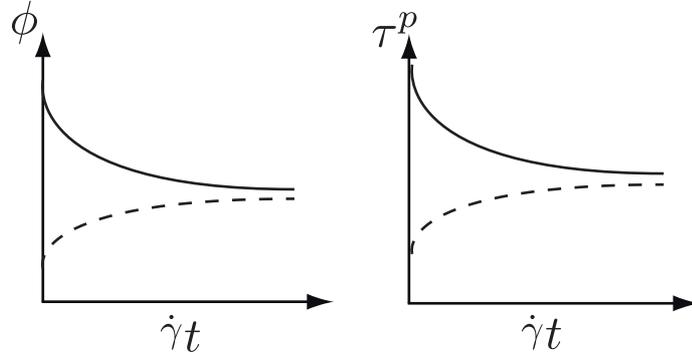


FIGURE 3.10 – Evolution de la fraction volumique et de la contrainte de frottement au cours du cisaillement.

Au premier ordre, on peut supposer la déformation homogène et vaut  $\frac{dx}{H}$ . On trouve que les variations de la fraction volumique avec la déformation est donnée par la relation (3.39).

Le modèle de (Roux & Radjai, 1997) s'écrit donc pour un cisaillement plan et pour une contrainte normale  $p^p$  :

$$\begin{aligned}\tau^p &= (\mu_c + K(\phi - \phi_c))p^p \\ \frac{d\phi}{dt} &= -K\phi(\phi - \phi_c)\dot{\gamma}\end{aligned}\quad (3.41)$$

La figure 3.10 montre l'évolution de  $\phi$  et de  $\tau$  suivant la valeur initiale de  $\phi$  que l'on parte d'un empilement lâche ou dense.  $\phi$  relaxe vers  $\phi_c$  sur une déformation de l'ordre  $(K\phi_c)^{-1}$ .

Ce formalisme simple permet donc de décrire les caractères dilatant et contractant. En revanche il ne décrit que les déformations quasi-statiques et doit être adapté pour être compatible avec les lois rhéologiques présentées avant.

A ce stade, nous nous appuyons à nouveau sur les travaux de (Pailha & Pouliquen, 2009) qui propose simplement de substituer aux paramètres de l'état critique  $\phi_c$  et  $\tan \delta$ , les valeurs de l'écoulement stationnaire  $\phi(I)$  et  $\mu(I)$ . L'état vers lequel le système tend lors du transitoire de dilatance ou contractance dépend maintenant de la vitesse de déformation. La fraction volumique critique est discutée à la section 3.2.1.

Le modèle rhéologique dilatant s'écrit donc

$$\tau^p = (\mu(I) + K(\phi - \phi_{eq}(I)))p^p \quad (3.42)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -K\phi(\phi - \phi_{eq}(I))\dot{\gamma} \quad (3.43)$$

$$I = \frac{\eta_f \dot{\gamma}}{P^p}$$

où  $\phi_{eq}(I)$  et  $\mu(I)$  sont données par les équations (3.35) et (3.36). Dans le cadre de notre modèle moyenné dans l'épaisseur nous avons donc l'expression de la contrainte basale :

$$\tau_b^p = (\mu(I_b) + K_3(\bar{\phi} - \phi_{eq}(I_b)))p_b^p \quad (3.44)$$

$$\frac{1}{\bar{\phi}} \frac{d\bar{\phi}}{dt} = -3K_3(\bar{\phi} - \phi_{eq}(I_b)) \frac{\bar{u}^p}{h} \quad (3.45)$$

$$I_b = 3 \frac{\eta_f \bar{u}^p}{h p_b^p}$$

Nous avons introduit la constante  $K_3$  qui peut être légèrement différente de  $K$  due au passage à la moyenne  $\bar{\phi}$ . Nous prendrons la même valeur que Pailha & Pouliquen (2009),  $K_3 = 4,09$ . Dans l'expression (3.21), page 70. la vitesse verticale moyenne  $v^p$  intervient. Celle-ci peut-être relia à la vitesse horizontale  $u^p$ . En effet si on dérive par rapport au temps la relation (3.40) qui relie le déplacement vertical et horizontal. On obtient :

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \tan \psi \frac{\partial x}{\partial t}$$

ce qui permet de relier la vitesse verticale d'un grain à sa vitesse horizontale. Ne connaissant pas la distribution verticale de vitesse, on ne peut formellement intégrer cette relation dans l'épaisseur. On suppose donc que la relation reste valable pour les grandeurs moyennes, c'est-à-dire que les vitesses moyennes verticale et horizontale sont liées par l'angle de dilatance moyen.

$$\bar{v}^p = K_4 \tan \bar{\psi} \bar{u}^p = K_4 K_3 (\bar{\phi} - \phi_{eq}(I_b)) \bar{u}^p$$

Cette équation nous permet d'écrire que la pression granulaire vaut :

$$p_b^p = \Delta \rho \bar{\phi} g h \cos \theta + K_4 K_3 \frac{150 \bar{\phi}^2 \eta_f}{d^2 (1 - \bar{\phi})^3} h (\bar{\phi} - \phi_{eq}(I_b)) \bar{u}^p \quad (3.46)$$

Cette équation couplée à (3.44) définit entièrement la contrainte basale de notre modèle moyenné dans l'épaisseur

### 3.3 Modèle final

Nous avons vu les lois de friction et celles de la dilatance pour la couche de grains, ainsi que les lois de conservations de la masse et de la quantité de mouvement avec un modèle de type moyenné dans l'épaisseur. Nous récapitulons ici les équations avant de les adimensionner.

#### 3.3.1 Récapitulatif des équations

Commençons par présenter de manière synthétique l'ensemble des équations que nous avons vu tout au long de ce chapitre. Afin de simplifier l'écriture des équations, nous oublierons délibérément le sur-lignage des variables. L'évolution d'une masse granulaire définie par le profil  $h(x, t)$ , la vitesse  $u^p(x, t)$  et la fraction volumique  $\phi(x, t)$  est régie par la conservation de la masse :

$$\frac{\partial h\phi}{\partial t} + \frac{\partial h\phi u}{\partial x} = 0 \quad (3.47)$$

et l'évolution de la fraction volumique due à la dilatance :

$$\frac{1}{\phi(I_b)} \frac{d\phi(I_b)}{dt} = -3K_3(\phi(I) - \phi_{eq}(I_b)) \frac{u^p}{h} \quad (3.48)$$

La vitesse  $u^p$ , la hauteur  $h$  et  $\phi$  sont liées par l'équilibre des forces d'étalement, de friction basale et de gravité (la conservation de la quantité de mouvement du mélange projeté sur l'axe des  $x$ ) :

$$0 = -\frac{1}{2}\Delta\rho g \cos\theta \frac{\partial h^2\phi}{\partial x} - \tau_b^p + \Delta\rho g \phi h \sin\theta. \quad (3.49)$$

Notons que dans le cas de l'effondrement d'une masse sur un fond horizontal, le dernier terme est nul, mais nous l'avons gardé car il nous permettra de faire des tests pour des écoulements sur plan incliné.

La friction à la base est donnée par

$$\tau_b^p = (\mu(I) + K_3(\phi - \phi_{eq}(I)))p_b^p. \quad (3.50)$$

La pression granulaire verticale est égale à :

$$p_b^p = \Delta\rho\phi gh \cos\theta + K_3K_4 \frac{150\phi^2\eta_f}{d^2(1-\phi)^3} h(\phi - \phi_{eq}(I))u^p \quad (3.51)$$

Dans ces équations le nombre  $I$  vaut :

$$I = 3 \frac{\eta_f u^p}{h p^p}$$

Le coefficient de frottement à l'état critique est égale à

$$\mu(I) = \mu_1 + \frac{\Delta\mu}{I + I_0} I + \frac{\mu_3}{I_0} I \quad (3.52)$$

et la fraction volumique à l'état critique vaut :

$$\phi_{eq}(I) = \phi_{max} - \frac{\Delta\phi}{I + I_1} I \quad (3.53)$$

### 3.3.2 Adimensionnement

Nous allons adimensionner les équations précédentes. Pour ce faire nous allons choisir un temps caractéristique en étudiant le cas simple d'une couche de grains uniforme d'épaisseur  $h$  s'écoulant en régime stationnaire sur un plan incliné, on a alors simplement :

$$\begin{aligned} \mu(I) p^p &= \Delta\rho g h \sin \theta \\ p^p &= \Delta\rho g h \cos \theta \end{aligned}$$

d'après l'expression de  $\mu(I)$  et en supposant  $I \ll I_0$ , on trouve :

$$I = (\tan \theta - \mu_1) \frac{I_0}{\Delta\mu + \mu_3}$$

Sachant que  $I = 3 \frac{\eta_f u}{h p}$ , on en déduit la vitesse  $u = (\tan \theta - \mu_1) U$  avec

$$U = \frac{I_0}{\Delta\mu + \mu_3} \frac{\Delta\rho g h^2 \cos \theta}{3\eta_f}$$

$\mu_3$  étant petit et pour ne pas alourdir les notations, nous avons donc choisi comme vitesse caractéristique

$$U = \frac{I_0}{\Delta\mu} \frac{\Delta\rho g H^2 \cos \theta}{3\eta_f}$$

où  $H$  est la hauteur initiale de la couche.

Nous adimensionnons alors les équations en utilisant  $U$  comme vitesse caractéristique,  $H$  comme longueur caractéristique,  $\frac{U}{H}$  comme temps caractéristique,  $\Delta\rho g H \cos\theta$  comme contrainte caractéristique.

$$\begin{aligned} u &= \tilde{u}.U \\ x &= H\tilde{x} \\ y &= H\tilde{y} \\ \tau &= \Delta\rho g H \cos\theta\tilde{\tau} \\ p &= \Delta\rho g H \cos\theta\tilde{p} \\ t &= \frac{H}{U}\tilde{t} \end{aligned}$$

Notre système est maintenant fermé et adimensionné, nous sommes donc capables de le résoudre complètement. Nous présentons le système dans la section suivante en oubliant les tildes. Il est important de noter que le système est complètement solvable à partir du moment où on se donne le triplet  $(u^p, \phi, h)(x, t)$ , où encore au vu de l'expression de  $I$ , en se donnant le triplet  $(I, \phi, h)(x, t)$ . Dans le chapitre suivant nous présentons la simulation de ce système d'équations à l'aide d'une méthode lagrangienne.

### 3.4 Résumé des équations

On note  $\lambda = \frac{h}{d}$ , et on omet les tildes pour les variables sans dimension.  
 Nombre sans dimension régissant le comportement du mélange

$$I = \frac{I_0}{\Delta\mu} \frac{u^p}{hp_b^p} \quad (3.54)$$

Loi du coefficient de friction du mélange

$$\mu(I) = \mu_1 + \frac{\Delta\mu}{I + I_0} I + \frac{\mu_3}{I_0} I \quad (3.55)$$

Loi de la fraction volumique de l'état d'équilibre

$$\phi_{eq}(I) = \phi_{max} - \frac{\Delta\phi}{I + I_1} I \quad (3.56)$$

Loi de relaxation de la fraction volumique  $\phi$  vers sa valeur d'équilibre  $\phi_{eq}$

$$\frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dt} = -3K_3(\phi - \phi_{eq}) \frac{u^p}{h} \quad (3.57)$$

Loi de friction prenant en compte la dilatance

$$\tau_b^p = (\mu(I) + K_3(\phi - \phi_{eq}(I))) p_b^p \quad (3.58)$$

Expression de la pression granulaire en prenant en compte la dilatance

$$p_b^p = h\phi + K_4 K_3 \frac{I_0 \lambda^2}{\Delta\mu} \frac{50h\phi^2}{(1-\phi)^3} (\phi - \phi_{eq}(I)) u^p \quad (3.59)$$

Conservation de la masse

$$\frac{d\phi h}{dt} = 0 \quad (3.60)$$

Conservation de la quantité de mouvement du mélange

$$-\frac{1}{2} \frac{\partial h^2 \phi}{\partial x} + h\phi \tan \theta - \tau_b^p = 0 \quad (3.61)$$

$\Delta\mu$	0,62
$\mu_1$	0,32
$\mu_3$	$2,5 \cdot 10^{-2}$
$K_3$	4,09
$K_4$	1,8
$\phi_{max}$	0,585
$\Delta\phi$	0,2
$I_0$	0,027
$I_1$	$2,7 \cdot 10^{-2}$

TABLE 3.2 – Tableau des paramètres

# Chapitre 4

## Simulations

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Résolution du système</b>	<b>91</b>
4.1.1	Présentation de l'algorithme de résolution	91
4.1.2	Calcul de $P$ en fonction de $I$	94
4.1.3	L'équation sur $I$	94
4.1.4	Conditions au front	96
4.1.5	Conditions aux limites en amont	97
<b>4.2</b>	<b>Tests</b>	<b>98</b>
4.2.1	Ecoulements stationnaires uniformes	98
4.2.2	Ecoulements transitoire d'une couche uniforme	99
<b>4.3</b>	<b>Plan incliné</b>	<b>107</b>

---

Dans le chapitre précédent, nous avons développé un modèle diphasique moyenné dans l'épaisseur prenant en compte les effets de dilatance. Dans ce chapitre nous présentons la méthode de simulation du modèle, ainsi que les premiers tests sur des écoulements sur plan incliné.

## 4.1 Résolution du système

### 4.1.1 Présentation de l'algorithme de résolution

Les équations que nous avons à résoudre sont celles de la page 89. Les variables adimensionnées qui décrivent notre système sont la hauteur  $h$ , la

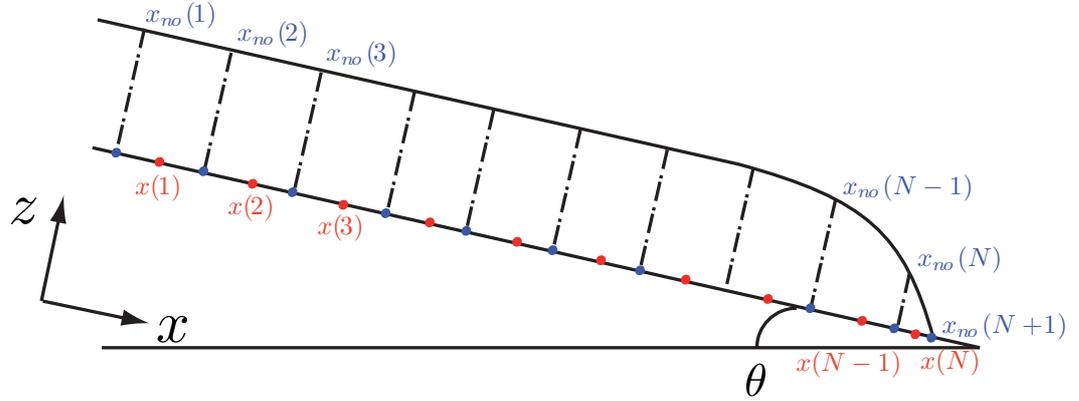


FIGURE 4.1 – Maillages d'un tas glissant sur un plan incliné.

fraction volumique  $\phi$  et la vitesse d'écoulement  $u^p$  ou bien de façon équivalente  $h$ ,  $\phi$  et le nombre de visqueux  $I$ .

Nous réécrivons les contraintes en les normalisant par  $h\phi$ , pour la pression basale :

$$P = \frac{p_b^p}{h\phi} = 1 + K_3 K_4 \frac{I_0 \lambda^2}{\Delta \mu} \frac{50\phi}{(1-\phi)^3} (\phi - \phi_{eq}(I)) u^p$$

où  $\lambda = \frac{d}{H_i}$ . Pour la contrainte tangentielle basale :

$$\Upsilon = \frac{\tau}{h\phi} = (\mu(I) + \tan \psi_b) \frac{p_b^p}{h\phi} = (\mu(I) + K_3(\phi - \phi_{eq}(I))) P \quad (4.1)$$

L'équation de la quantité de mouvement (3.61) se réécrit :

$$\sigma - \tau_b^p = 0$$

où  $\sigma = -\frac{1}{2} \frac{\partial h^2 \phi}{\partial x} + h\phi \tan \theta$  est le terme moteur qui fait couler le milieu. On introduit alors

$$\Sigma = \frac{\sigma}{h\phi} = -\frac{h}{2\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} + \tan \theta$$

L'équation (3.61) se réécrit alors

$$\Sigma - \Upsilon = 0$$

Nous allons utiliser une méthode lagrangienne inspirée des travaux de Savage & Hutter (1989). La couche de grains est découpée en colonne dont les limites se trouvent aux positions  $(x_{no})_{i=1:N+1}$ . Un deuxième maillage s'ajoute à celui-ci, celui des positions des centres de gravité de chaque colonne  $(x)_{i=1:N}$ . Sur la figure 4.1 sont représentés les deux maillages d'un tas glissant sur un plan incliné. On notera  $h_{no}$ ,  $u_{no}$ ,  $\phi_{no}$ , respectivement la hauteur, la vitesse et la fraction volumique aux nœuds et  $h$ ,  $\phi$ , la hauteur et la fraction volumique aux centres de gravité.

Nous nous plaçons dans un schéma lagrangien c'est-à-dire que les nœuds du maillage se déplacent. Notons  $dx$  le pas spatial et  $dt$  le pas de temps. En schéma lagrangien, il n'y a pas de flux de matière entre les colonnes ; la conservation de la masse nous assure que  $\forall i \in [1, N]$  :

$$((x_{no}^{i+1} - x_{no}^i)h^i\phi^i)^t = ((x_{no}^{i+1} - x_{no}^i)h^i\phi^i)^{t=0} = S_i \quad (4.2)$$

On note  $(S)_{i=1:N}$ , la suite des quantités de matière dans chaque cellule.

A chaque pas de temps  $t$ , on se donne  $x_{no}^t$ ,  $\phi_{no}^t$ ,  $h_{no}^t$ ,  $u_{no}^t$  et  $S$ . On cherche à calculer ces mêmes valeurs à l'instant  $t + dt$ . Comme nous sommes en schéma lagrangien, il vient immédiatement :

$$x_{no}^{t+dt} = x_{no}^t + dt \cdot u_{no}^t$$

Comme les centres de gravité sont au milieu des cellules, on en déduit les  $x^{t+dt}$  :

$$x_i^{t+dt} = \frac{x_{no|i}^{t+dt} + x_{no|i+1}^{t+dt}}{2}$$

Ensuite grâce à l'équation (3.45), on calcule les nouvelles valeurs de la fraction volumique  $\phi_{no}^{t+dt}$  :

$$\phi_{no}^{t+dt} = \phi_{no}^t - dt \phi_{no}^t \left( 3K_3 (\phi_{no}^t - \phi_{eq}^t(I^t)) \frac{u_{no}^t}{h_{no}^t} \right)$$

Par interpolation on trouve  $\phi^{t+dt}$  :

$$\phi_i^{t+dt} = \frac{\phi_i^{t+dt} + \phi_{i+1}^{t+dt}}{2}$$

A ce stade, nous connaissons la nouvelle position des nœuds et des centres de gravité ainsi que les fractions volumiques. On utilise la conservation de la

masse 4.2, pour obtenir  $h_{no}^{t+dt}$  et par interpolation  $h^{t+dt}$ . Nous sommes alors capables de calculer le terme moteur de gravité  $\Sigma^{t+dt}$ . Le cœur du problème apparaît maintenant. Il reste à calculer les nouvelles vitesses ou de façon équivalente les nouveaux  $I$ . Il nous faut résoudre le système suivant :

$$\Upsilon^{t+dt} = (\mu(I^{t+dt}) + K_3(\phi^{t+dt} - \phi_{eq}(I^{t+dt}))) P^{t+dt} \quad (4.3)$$

$$\mu(I^{t+dt}) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I^{t+dt}}{I^{t+dt} + I_0} + \frac{\mu_3}{I_0} I^{t+dt} \quad (4.4)$$

$$\tan \psi_b^{t+dt} = K_3 (\phi - \phi_{eq}^{t+dt}) \quad (4.5)$$

$$\phi_{eq}^{t+dt} = \phi_c - \Delta\phi \frac{I^{t+dt}}{I_1 + I^{t+dt}} \quad (4.6)$$

$$P^{t+dt} = 1 + K_3 K_4 \frac{I_0 \lambda^2 50 \phi^{t+dt}}{\Delta\mu (1 - \phi^{t+dt})^3} (\phi^{t+dt} - \phi_{eq}(I^{t+dt})) u^{t+dt} \quad (4.7)$$

$$I^{t+dt} = \frac{I_0 u^{t+dt}}{\Delta\mu (h^{t+dt})^2 \phi^{t+dt} P^{t+dt}} \quad (4.8)$$

$$0 = \Sigma - \Upsilon(I^{t+dt}) \quad (4.9)$$

Nous allons voir que nous pouvons résoudre le système en  $I^{t+1}$ .

### 4.1.2 Calcul de $P$ en fonction de $I$

Pour la suite, on n'écrira plus les exposant  $t + dt$ . Dans un premier temps on cherche à relier  $P$  et  $I$ , l'équation (4.6) injectée dans (4.7) donne

$$P(I) = 1 + \frac{K_4 K_3 I_0 \lambda^2 50 \phi}{\Delta\mu (1 - \phi)^3} \left( \phi - \phi_c + \Delta\phi \frac{I}{I_1 + I} \right) u.$$

Or  $u = \frac{I}{I_0} \Delta\mu h^2 \phi P$  et en posant  $A = \frac{K_4 K_3 \lambda^2 50 \phi^2 h^2}{(1 - \phi)^3}$ , on a :

$$\begin{aligned} P(I) &= 1 + A \left( \phi - \phi_c + \Delta\phi \frac{I}{I_1 + I} \right) IP(I) \\ \Leftrightarrow P(I) &= \left( 1 - AI \left( \phi - \phi_c + \Delta\phi \frac{I}{I_1 + I} \right) \right)^{-1} \end{aligned} \quad (4.10)$$

### 4.1.3 L'équation sur $I$

L'équilibre des forces en régime visqueux s'écrit

$$\Sigma - \Upsilon(I) = 0$$

En divisant par  $P$  et en utilisant (4.10), on trouve :

$$\begin{aligned} \Sigma \left( 1 - AI \left( \phi - \phi_c + \Delta\phi \frac{I}{I_1 + I} \right) \right) &= \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I_0 + I} + \frac{\mu_3}{I_0} I \\ &+ K_3 \left( \phi - \phi_c + \Delta\phi \frac{I}{I_1 + I} \right) \\ \Leftrightarrow a_3 I^3 + a_2 I^2 + a_1 I + a_0 &= 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

La résolution de notre système revient à chercher les racines d'un polynôme  $\mathbb{P}$  du troisième degré dont les coefficients sont :

$$a_3 = \Sigma A(\phi - \phi_{min}) + \frac{\mu_3}{I_0} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} a_2 &= -\Sigma + A\Sigma I_1(\phi - \phi_c) + A\Sigma I_0(\phi - \phi_{min}) \\ &+ \mu_2 + \frac{\mu_3}{I_0}(I_0 + I_1) + K_3(\phi - \phi_{min}) \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= -\Sigma(I_1 + I_0) + A\Sigma I_0 I_1(\phi - \phi_c) \\ &+ I_0\mu_1 + I_1\mu_2 + I_1\mu_3 + I_0 K_3(\phi - \phi_{min}) + I_1 K_3(\phi - \phi_c) \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$a_0 = I_0 I_1 (-\Sigma + \mu_1 + K_3(\phi - \phi_c)) \quad (4.15)$$

On change de variable  $J = \frac{I}{I_0}$  et on divise toute l'équation par  $I_0^2$ , les nouveaux coefficients sont :

$$b_3 = \Sigma A I_0(\phi - \phi_{min}) + \mu_3 \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} b_2 &= -\Sigma + A\Sigma I_1(\phi - \phi_c) + A\Sigma I_0(\phi - \phi_{min}) \\ &+ \mu_2 + \mu_3 \left( 1 + \frac{I_1}{I_0} \right) + K_3(\phi - \phi_{min}) \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} b_1 &= -\Sigma \left( \frac{I_1}{I_0} + 1 \right) + A\Sigma I_1(\phi - \phi_c) \\ &+ \mu_1 + \frac{I_1}{I_0}(\mu_2 + \mu_3) + K_3(\phi - \phi_{min}) + \frac{I_1}{I_0} K_3(\phi - \phi_c) \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$b_0 = \frac{I_1}{I_0} (-\Sigma + \mu_1 + K_3(\phi - \phi_c)) \quad (4.19)$$

Nous écartons les racines complexes, qui n'ont pas de sens physique, ainsi que les racines réelles négatives car dans notre géométrie la vitesse de l'écoulement ne peut être que positive et donc de même pour  $I = \frac{I_0}{\Delta\mu} \frac{u}{h^2 \phi P}$ . Si aucune racine n'est positive et réelle, cela veut dire que le système n'admet aucune

solution : le terme moteur  $\Sigma$  n'atteint pas la valeur minimale du frottement  $\Upsilon$ , la cellule reste immobile, on pose alors  $I = 0$ .

La plupart du temps il n'existe qu'une seule racine positive qui donne donc la valeur de  $I$ . Quand 2 racines positives existent, nous avons choisi dans un premier temps de garder la plus grande. Ce point sera discuté à la section 4.2.2. Avec l'équation (4.10), la valeur de la pression  $P$  se calcule à partir du  $I$  trouvé. Finalement, on obtient le champs de vitesse à l'instant  $t + dt$  :

$$u = \frac{I}{I_0} \Delta \mu h^2 \phi P$$

Nous avons résolu le système et calculé les valeurs de  $u$ ,  $x$ ,  $I$ ,  $P$ ,  $h$  et  $\phi$  à l'instant  $t + dt$  sur les deux maillages : aux nœuds et aux centres de gravité. Nous allons maintenant détailler les conditions aux limites c'est-à-dire en  $i = 1$  et  $i = N$ .

#### 4.1.4 Conditions au front

Le front de l'avalanche est la partie la plus délicate. Notre but ultime étant de simuler un effondrement de grains, nous devons prendre en compte des gradients de pente grands au front.

Dans notre modèle rhéologique la pente est en fait infinie. En effet, au front en  $x_{no}(N + 1)$ , on trouve que  $I_{no}(N + 1) = \infty$  car  $h_{no}(N + 1) = 0$ . Le coefficient de friction est donc infini, ce qui pour avoir équilibre n'est possible que si la friction est contrebalancé par une pente infinie. Notons que notre situation diffère du cas des milieux granulaires secs pour lesquels le coefficient de friction tend vers une constante quand  $I \rightarrow \infty$ , conduisant à une pente finie au front (Pouliquen, 1999). Nous avons testé deux manières pour résoudre ce problème : soit en considérant une hauteur de coupure  $H_c$  petite mais non nulle en  $x_{no}(N + 1)$  et résoudre le système précédent, soit faire une interpolation de la vitesse sur les 5 points précédents c'est-à-dire de  $N - 4$  à  $N$ . Il est plus judicieux de faire l'interpolation sur la vitesse et en déduire celle en  $N + 1$  que sur  $I$  car ce dernier diverge : l'erreur de l'estimation sera plus grande. Les deux méthodes donnent des résultats équivalents. Dans l'étude systématique du chapitre sec :Rupture nous avons opté pour l'interpolation sur les 5 nœuds précédents.

La condition limite au front pour la fraction volumique est simplement  $\phi_{no}(N + 1) = \phi_c - \Delta\phi$  car d'après (4.6) on a  $\phi_{eq}(I) \rightarrow \phi_c - \Delta\phi$  quand  $I \rightarrow \infty$ . De plus au dernier point le taux de cisaillement est infini car  $h = 0$ , avec

l'équation

$$\frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dt} = -3K_3(\phi - \phi_{eq}) \frac{u^p}{h} \quad (4.20)$$

il vient que  $\frac{d\phi_{no}(N+1)}{dt} = \infty$  c'est-à-dire que la fraction volumique  $\phi_{no}(N+1)$  relaxe instantanément vers sa valeur d'équilibre  $\phi_{eq} = \phi_c - \Delta\phi$ .

Nous sommes en mesure de donner les valeurs de  $\phi_{no}(N+1)$  et  $h_{no}(N+1)$  à chaque instant, et une estimation de  $u_{no}(N+1)$ , résolvant donc notre condition au front.

#### 4.1.5 Conditions aux limites en amont

Nous allons simuler deux situations : la première est une couche fine de grains glissant sur un plan incliné (figure 4.1) qui va nous servir à tester notre code. Dans cette configuration nous supposons la couche très longue et nous ne regardons que la partie avant de l'avalanche. Ainsi en posant comme condition limite :

$$\begin{aligned} u_{no}(1) &= u_{no}(2) \\ h_{no}(1) &= h_{no}(2) \\ \phi_{no}(1) &= \phi_{no}(2) \end{aligned}$$

nous pouvons simuler le front d'une avalanche glissant sur un plan incliné. Cette condition reste valide tant que la queue de l'avalanche n'est pas influencée par la dynamique du front.

La deuxième configuration est au cœur de cette thèse et correspond à l'effondrement d'une colonne de grains sur un plan horizontal mais avec une paroi à gauche des grains, comme dans notre expérience. Par symétrie, ce problème est équivalent à l'effondrement d'une colonne deux fois plus large et sans paroi (figure 4.2). Toujours par symétrie, en  $x_{no}(1)$  qui est à la paroi ou sur l'axe de symétrie selon comment on considère le problème,  $u_{no}(1) = 0$  à tout instant. Au vu de l'équation de l'évolution de  $\phi_{no}$  (3.45), la fraction volumique n'évolue pas à la paroi.

$$\forall t, \phi_{no}(1)^t = \phi_{no}(1)^{t=0}$$

Enfin, la hauteur sur le premier nœud peut se calculer soit par interpolation entre  $h(1)$  et  $h_{no}(2)$  soit en stipulant  $h_{no}(1) = h(1)$ . N'ayant observé aucune différence nous avons opté pour la seconde condition.

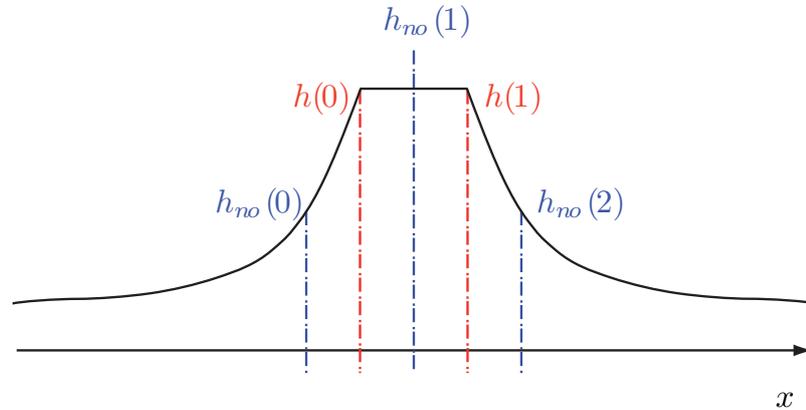


FIGURE 4.2 – Symétrie de l’effondrement d’une colonne de grains et paramétrage.

Dans les deux configurations, l’écoulement d’une fine couche de grains sur un plan incliné et l’effondrement d’une colonne de grains, nous sommes capables de résoudre le système par itération à partir d’un état initial donné, en tout point du milieu granulaire.

## 4.2 Tests : écoulements sur plan incliné

Avant de nous attaquer au problème de l’effondrement, nous avons testé et validé notre code sur la configuration d’une couche sur un plan incliné. Nous avons introduit les ingrédients de complexité un à un, en étudiant d’abord un système uniforme et stationnaire pour lequel la dilatance ne joue pas de rôle, puis un système uniforme instationnaire avec des phénomènes de dilatance, avant de tester la propagation d’un front.

### 4.2.1 Ecoulements stationnaires uniformes

Dans le cas d’une couche uniforme glissant sur un plan incliné, nous pouvons montrer qu’il existe un unique état d’équilibre. Il dépend de la pente du plan : plus elle est grande, plus la gravité et donc la force motrice s’exerçant sur le tas sera grande. La figure 4.3 représente les valeurs d’équilibres

du triplet  $(I, u, \phi)$  en fonction de la pente du plan  $\tan \theta$  calculées grâce à notre algorithme de résolution. Rappelons que dans notre adimensionnement l'épaisseur de la couche  $h = 1$ . Si  $\tan \theta < \mu_1$ , où  $\mu_1$  est l'angle de repos, la

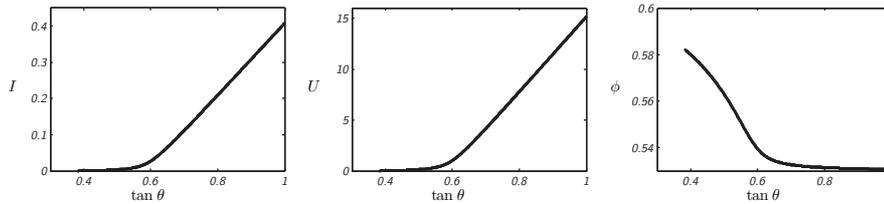


FIGURE 4.3 –  $I, u, \phi$  à l'équilibre du tas uniforme glissant sur un plan incliné à l'angle  $\theta$ .

couche ne coule pas, la vitesse est nulle. Si  $\tan \theta > \mu_1$ , il existe une unique solution d'équilibre. On retrouve les solutions données par la simple résolution de  $\tan \theta = \mu(I)$  résolvant ainsi notre algorithme.

### 4.2.2 Écoulements transitoire d'une couche uniforme

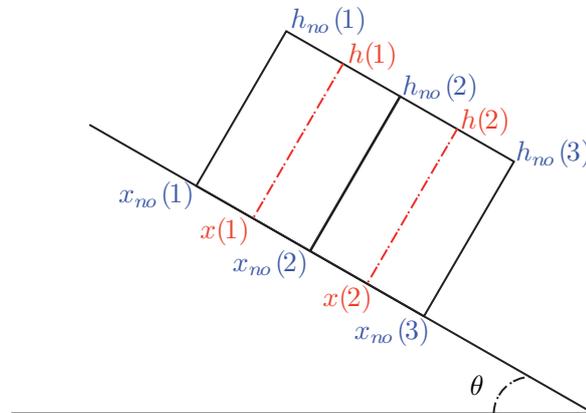


FIGURE 4.4 – Maillage d'une couche de grains modélisée par deux cellules.

La simulation d'un écoulement uniforme est simple. Il suffit de donner aux bords de l'avalanche des conditions périodiques. Afin de tester les effets de

dilatance, nous avons étudié le cas simple d'une couche uniforme d'épaisseur initiale 1, à une fraction volumique  $\phi_i$  sur une pente  $\theta$ .

Nous avons représenté sur la figure 4.4 la configuration qui permet le calcul de la dynamique d'un écoulement périodique. Nous imposons aux bords des conditions périodiques. Deux cellules suffisent pour avoir une estimation de la pente car nos dérivées sont estimées avec des schémas du premier ordre décentré. Ici, avec ces deux cellules nous sommes à même de calculer l'évolution temporelle de la hauteur, de la vitesse et de la fraction volumique.

### Démarrage

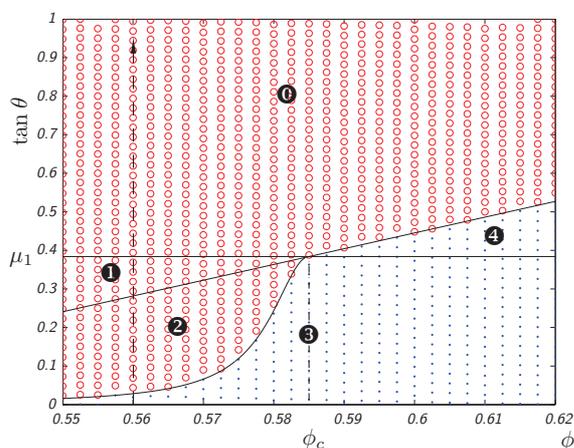


FIGURE 4.5 – Diagramme de phase pour la simulation d'une couche de grain uniforme à l'état initial  $h = 1$  à différents  $\phi_i$  et  $\tan \theta$ . La couche de grains glisse ( $\circ$ ) ; elle reste parfaitement immobile ( $\bullet$ ). Les traits pleins représentent respectivement les équations  $\tan \theta = \mu_1$ ,  $\tan \theta = \mu_1 + K_3(\phi - \phi_c)$  et 4.1. Les chiffres représentent les différents régimes observés.

La première question que l'on se pose est de savoir quelle est la vitesse initiale d'une couche préparée à une fraction volumique  $\phi_i$ , inclinée à l'angle  $\theta$ . Sur la figure 4.5, nous avons représenté un grands nombres de calcul dans le plan  $(\phi, \tan \theta)$  nous avons marqué d'un ( $\circ$ ) les couches de grains ayant une vitesse initiale non nulle et d'un ( $\bullet$ ) les couches de grains qui restent immobiles sur ce graphique. Nous avons repéré la fraction volumique critique  $\phi_c$  ainsi que la tangente de l'angle de repos  $\mu_1$ .

La frontière entre écoulement et immobilité est non triviale, notamment pour  $\phi < \phi_c$ . Essayons de comprendre ce diagramme. Dans le cas où il n'y aurait pas de dilatance, le diagramme ne dépendrait pas de  $\phi$  : si  $\tan \theta > \mu_1$  alors les grains glissent, sinon la couche reste immobile. Cette frontière est représentée par la ligne horizontale sur la figure 4.5. En prenant en compte la dilatance, la condition de glissement se décale et devient fonction de  $\phi_i$ . La couche ne bougera pas si le coefficient de friction total (friction+dilatance) est supérieure à l'angle  $\theta$  :

$$\tan \theta < \mu_1 + \tan \psi_b = \mu_1 + K_3(\phi - \phi_c) \quad (4.21)$$

nous avons donc tracé la droite

$$\tan \theta = \mu_1 + K_3(\phi - \phi_c) \quad (4.22)$$

qui passe par le point  $(\phi_c, \mu_1)$ . En prenant en considération la dilatance, la condition de glissement de la couche de grains dépend donc de l'état initial et la droite donnée par l'équation (4.22) entre la zone **(0)** et **(4)** devrait séparer les cas glissant des cas immobiles. C'est ce qui est observé à part la zone **(2)** que nous allons étudier en détail. Pour résumer, nous avons donc 5 zones sur le diagramme de la figure 4.5 :

- (0)** : la couche glisse que l'on prenne en compte ou pas la dilatance.
- (1)** : la couche glisse car la contractance réduit le coefficient de friction et permet de se mouvoir avec une contrainte motrice moindre.
- (2)** : la couche glisse alors qu'elle devrait rester immobile même en prenant en compte la contractance. Nous discutons de ce cas dans le prochain paragraphe.
- (3)** : la couche reste parfaitement immobile avec ou sans dilatance.
- (4)** : La dilatance induit un coefficient de frottement supérieur au cas sans dilatance et la contrainte motrice n'est pas suffisante pour vaincre le frottement.

Nous allons maintenant expliquer le cas des simulations de la zone **(2)**. Mis à part ce cas particulier les points calculés suivent nos prédictions théoriques. Pour comprendre, il faut se replonger dans l'algorithme initial que nous avons utilisé, et se rappeler que le nombre  $I$  est obtenu lors de la résolution d'un polynôme de degré 3, dont on garde uniquement la plus grande racine si elle est positive.

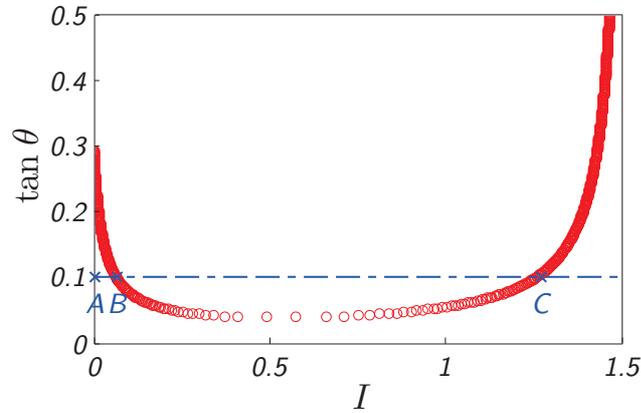


FIGURE 4.6 – Solutions positives  $I$  du système numérique en fonction de la contrainte  $\tan \theta$  pour  $\phi_i = 0,56$  ( $\circ$ ). Droite sur laquelle on se déplace (pointillés bleus)

Sur la figure 4.6, nous avons représenté les solutions strictement positives  $I$  pour  $\phi_i = 0,56$  en fonction du terme moteur  $\Sigma = \tan \theta$ . Pour une pente donnée, correspond à la droite en pointillé sur la figure 4.5. En augmentant  $\tan \theta$ , on passe successivement de la zone **(3)**, pour laquelle la seule solution est  $I = 0$ , à la zone **(2)**, où il existe 2 racines strictement positives ( $B$  et  $C$  sur la figure 4.6) et enfin quand  $\tan \theta > 0,28$ , le système se trouve dans la zone **(0)**, pour laquelle il existe une unique solution strictement positive.

Le système présente donc une hystérésis. Supposons que pour  $\phi_i = 0,56$ , on parte d'un plan plat  $\theta = 0$ . Le tas est immobile  $I = 0$ . Il reste immobile même quand  $\tan \theta = 0,1$ , on se trouve alors au point  $A$ . Le tas ne se mettra finalement en mouvement que pour une pente  $\tan \theta > 0,28$ . A l'inverse supposons qu'on parte d'un plan très incliné  $\tan \theta = 0,5$  où la couche de grains glisse, si on diminue la pente jusqu'à  $\tan \theta = 0,1$ , la couche ralentie jusqu'à se retrouver au point  $C$  mais reste en mouvement. La couche s'arrêtera de couler uniquement pour  $\tan \theta = 0,05$  correspondant au minimum de la courbe. Cette illustration en terme d'hystérésis est à prendre avec précaution, car au cours de l'écoulement la fraction volumique évolue, et donc la courbe de la figure 4.6 change. Le point important est que dans certaines conditions, à une même contrainte, il existe plusieurs solutions strictement positives. Le choix de la solution dépend de la manière par laquelle on arrive

à cet état. Cependant, notre algorithme initial choisissait toujours la solution réelle positive la plus grande, qui explique les résultats dans la zone (2) de la figure 4.5. c'est-à-dire on choisit la solution en écoulement si elle existe.

Le choix ne s'avère pas judicieux pour notre problème d'effondrement car nous partons d'un tas à l'arrêt. Dans toute la suite nous avons donc choisi de prendre  $I = 0$  lorsque deux solutions positives existent. On peut pousser l'analyse plus loin et trouver analytiquement la frontière entre la zone (2) et la zone (3). L'équation sur  $I$  est de la forme :

$$\mathbb{P}(I) = a_3 I^3 + a_2 I^2 + a_1 I + a_0 \tag{4.23}$$

avec

$$a_3 = \Sigma A(\phi - \phi_{min}) + \frac{\mu_3}{I_0} \tag{4.24}$$

Or comme  $\Sigma > 0$  et  $\phi > \phi_{min}$ , nous sommes assurés que  $a_3 > 0$ . Les solutions du système sont les racines de ce polynôme  $\mathbb{P}$ . Sur la figure 4.7, la courbe  $b$  représente le cas où l'on obtient des racines strictement positives multiples. Le cas limite est quand la racine strictement positive est une racine double (courbe  $a$ ).

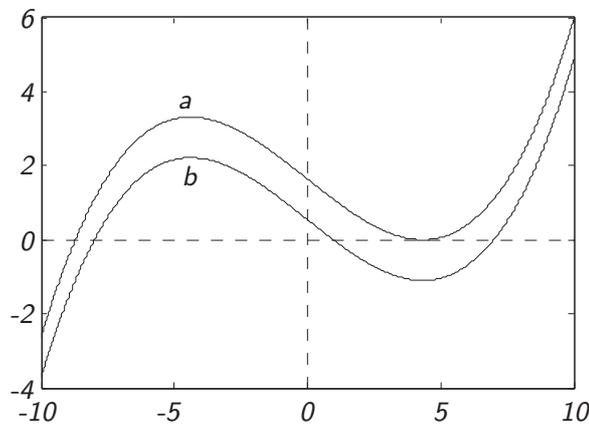


FIGURE 4.7 – Exemples de la forme générale que peut prendre  $\mathbb{P}$  : (a)  $\mathbb{P}$  admet une racine double strictement positive; (b)  $\mathbb{P}$  admet deux racines strictement positives et distinctes.

On cherche donc quand une racine double  $I_c$  apparaît en fonction de

$(\tan \theta, \phi)$ . Comme c'est une racine double (figure 4.7), on a :

$$\frac{d\mathbb{P}}{dI}(I_c) = 0.$$

$I_c$  vérifie le système suivant,

$$3a_3I^2 + 2a_2I + a_1 = 0 \quad (4.25)$$

$$a_3I^3 + a_2I^2 + a_1I + a_0 = 0 \quad (4.26)$$

On commence par résoudre (4.25), on trouve une seule solution positive.

$$I_c = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 3a_3a_1}}{3a_3} \quad (4.27)$$

L'autre solution est négative et peut donc être écartée. On injecte cette solution dans l'équation (4.26), ce qui nous donne l'équation que doit satisfaire  $(a_3, a_2, a_1, a_0)$  c'est-à-dire  $(\tan \theta, \phi)$ . On note  $\spadesuit = -a_2 + \sqrt{a_2^2 - 3a_3a_1}$ , et l'équation s'écrit :

$$\spadesuit^3 + 3a_2\spadesuit^2 + 9a_3a_1\spadesuit + 27a_3^2a_0 = 0$$

Au vu de la complexité des coefficients, nous avons résolu numériquement cette dernière équation. Nous avons tracé cette courbe sur le diagramme de la figure 4.5 séparant les zones **(2)** et **(3)**. A nouveau, la courbe théorique permet de distinguer parfaitement les différents régimes des points calculés. L'existence d'une zone avec deux solutions stables d'équilibre pose un problème pour la simulation. Lors de sa résolution il faudrait donc dans cette choisir la solution selon l'historique de l'écoulement.

Nous avons dans la suite réalisé les simulations en choisissant systématiquement la solution  $I = 0$  lorsque deux solutions positives existent, ce qui signifie que le matériau est à l'arrêt..

### Evolution vers l'état d'équilibre, régime transitoire

Nous venons de voir la condition de mise en mouvement de la couche de grains, nous présentons maintenant comment cette couche évolue vers l'état d'équilibre que nous avons décrit en 4.2.1. Cette dynamique a fait l'objet de la thèse de Pailha (2009).

Les figures 4.8, 4.9 et 4.10 montrent respectivement la convergence des fractions volumiques, des hauteurs et des vitesses de couches de grains coulant

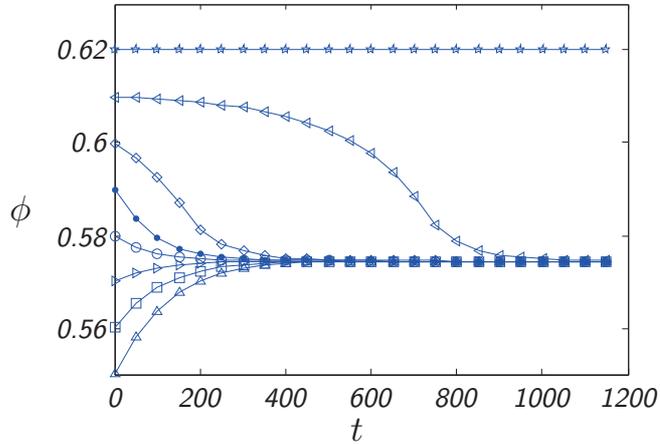


FIGURE 4.8 – Relaxation de la fraction volumique  $\phi$  au cours du temps,  $\theta = 23^\circ$ ,  $\phi = 0,55$  ( $\Delta$ ),  $\phi = 0,56$  ( $\square$ ),  $\phi = 0,57$  ( $\triangleright$ ),  $\phi = 0,58$  ( $\circ$ ),  $\phi = 0,59$  ( $\bullet$ ),  $\phi = 0,6$  ( $\diamond$ ),  $\phi = 0,61$  ( $\triangleleft$ ),  $\phi = 0,62$  ( $\star$ ).

sur un même plan mais avec des fractions volumiques initiales différentes. Afin que le triplet  $(\phi, h, u)$  tendent vers la même valeurs indépendamment de la fraction volumique initiale, la hauteur initiale des grains a été ajusté de manière à ce que la masse de grains  $h\phi$  par cellule soit la même.

Le plan est incliné à  $23^\circ$  ce qui n'est pas suffisant pour mettre en mouvement une couche de grains de fraction volumique initiale  $\phi_i = 0,62$ , c'est pourquoi sur la figure 4.10 la vitesse dans ce cas reste nulle, la couche est stable. Ainsi sur les figures 4.8 et 4.9, ni la fraction volumique ni la hauteur ne varient. Sur ces figures on observe la dynamique qui a fait l'objet de la thèse de M. Pailha. Une couche lâche se met en mouvement rapidement et se compacte, alors qu'une couche dense s'écoule très lentement au départ, le temps pour la couche de se dilater avant d'atteindre l'état stationnaire.

Notre code prend donc bien en compte le couplage entre dilatance et friction du au mouvement relatif du fluide et des grains. Le dernier test à effectuer concerne les effets non uniforme, en particulier du gradient d'épaisseur.

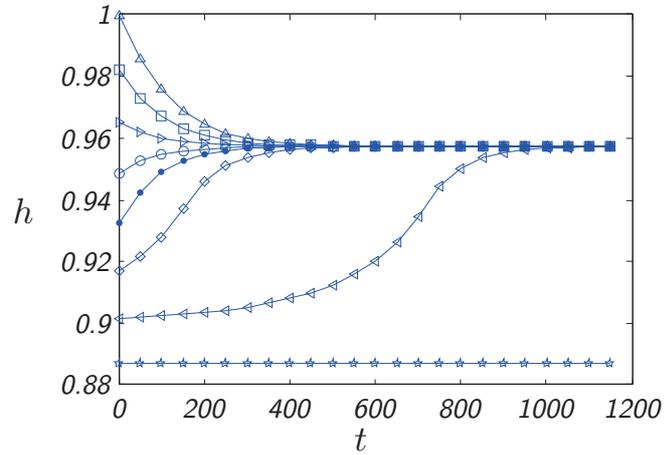


FIGURE 4.9 – Relaxation de la hauteur  $h$  au cours du temps,  $\theta = 23^\circ$ ,  $\phi = 0,55$  ( $\Delta$ ),  $\phi = 0,56$  ( $\square$ ),  $\phi = 0,57$  ( $\triangleright$ ),  $\phi = 0,58$  ( $\circ$ ),  $\phi = 0,59$  ( $\bullet$ ),  $\phi = 0,6$  ( $\diamond$ ),  $\phi = 0,61$  ( $\triangleleft$ ),  $\phi = 0,62$  ( $\star$ ).

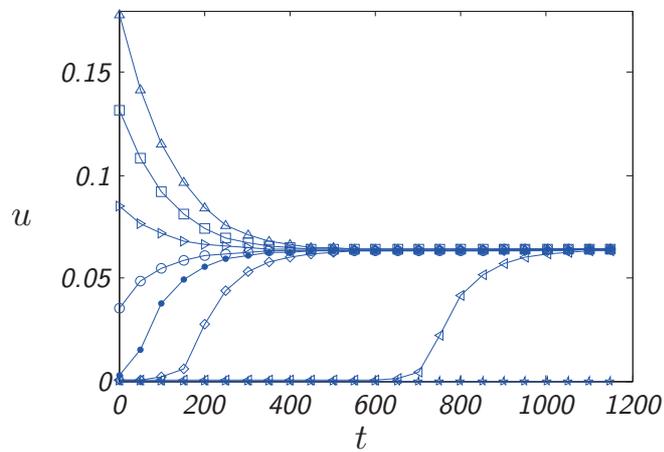


FIGURE 4.10 – Relaxation de la vitesse  $u$  au cours du temps,  $\theta = 23^\circ$ ,  $\phi = 0,55$  ( $\Delta$ ),  $\phi = 0,56$  ( $\square$ ),  $\phi = 0,57$  ( $\triangleright$ ),  $\phi = 0,58$  ( $\circ$ ),  $\phi = 0,59$  ( $\bullet$ ),  $\phi = 0,6$  ( $\diamond$ ),  $\phi = 0,61$  ( $\triangleleft$ ),  $\phi = 0,62$  ( $\star$ ).

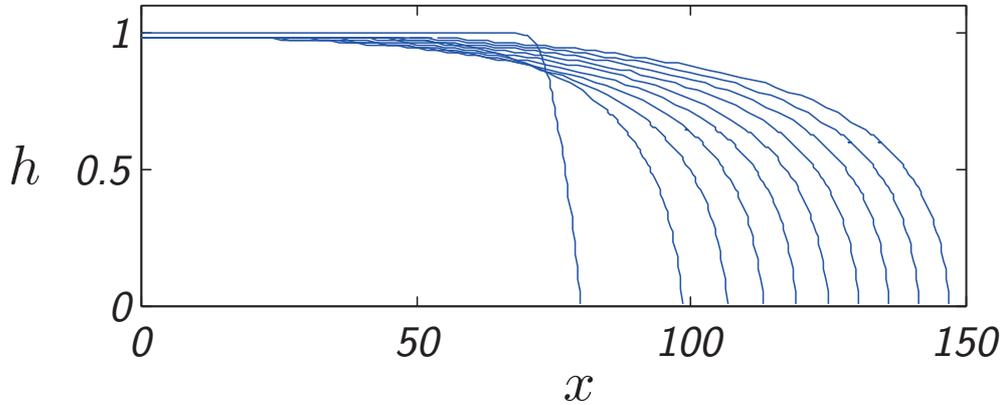


FIGURE 4.11 – Profils calculés pour une couche de grain à  $\phi = 0,57$  et  $\theta = 21,8^\circ$ . Les profils sont espacés de  $\tilde{t} = 500$  dans le repère du laboratoire.

### 4.3 Propagation d'un front sur plan incliné

Nous allons tester ici notre code sur la propagation d'un front sur un plan incliné. La géométrie initiale du front que nous implantons est une couche uniforme suivie d'un quart d'ellipse de telle manière qu'il y ait un raccord continue de la courbe ainsi que de sa dérivée. A l'avant en  $x_{no}(N+1)$ , on a  $h_{no}(N+1) = 0$ . Nous pouvons également choisir quelle sera la pente en  $x_{no}(N+1)$ . Dans la suite la pente théorique sera infinie, cependant du fait de l'erreur numérique elle sera très grande mais finie. Le front initial est donc un quart d'ellipse qui même discrétisée reste une bonne estimation d'une pente presque infinie tant que la longueur du demi axe selon  $x$  est petite devant la hauteur de la couche de grains.

Les figures 4.11 et 4.13 montrent l'évolution d'un tel front sur un plan incliné ( $\theta = 21,8^\circ$ ). Dans le cas où la couche de grains est initialement lâche ( $\phi_i = 0,57$  figures 4.11 et 4.12), toute la couche est instantanément mobilisée. L'arrière de l'avalanche qui n'est pas influencée par la dynamique du front, peut être considérée comme une couche uniforme. L'avant de l'avalanche évolue et s'étale jusqu'à atteindre sa forme d'équilibre stationnaire et la vitesse d'équilibre de la queue de l'avalanche. L'évolution de la fraction volumique est présentée sur la figure 4.11. On voit la contraction du milieu,

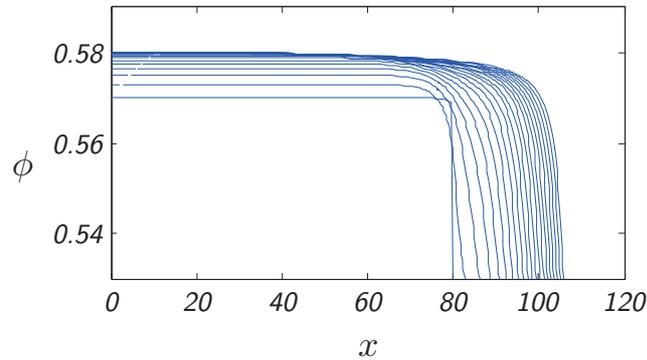


FIGURE 4.12 – Distribution de la fraction volumique au cours du temps pour  $\phi_i = 0,57$  et  $\theta = 21,8^\circ$ . Les profils sont espacés de  $\tilde{t} = 50$  dans le repère du laboratoire.

pour atteindre l'état stationnaire.

Dans le cas dense ( $\phi_i = 0,61$  figures 4.13 et 4.14), l'arrière de l'avalanche est immobile mais le front ne l'est pas. La pente du front s'ajoute à la pente du plan, et suffit à faire couler le milieu. La dynamique ressemble alors à celle d'un effondrement : un front de mise en mouvement se propage vers l'arrière. Cette dynamique se traduit par une dilatation du front qui se propage vers l'arrière. Au final tout la couche de grains est mise en mouvement du fait de la dynamique du front et de son influence sur la partie arrière.

Bien que des petites oscillations s'observent, notre code reste stable et capture le front de mise en mouvement. Nous n'irons pas plus loin dans l'analyse de ces fronts. Nous les avons utilisés pour vérifier que notre code fonctionne correctement en situation non uniforme, avec un front. Dans la suite nous allons appliquer cette méthode pour l'effondrement de colonnes de grains immergées. Nous savons que dans ce cas nous nous trouvons en dehors des hypothèses de notre modèle à savoir que la hauteur et les gradients doivent être négligeables devant l'étalement du matériau granulaire. Mais nous allons voir jusqu'à quel point cette approche permet tout de même de décrire les effondrements immergés.

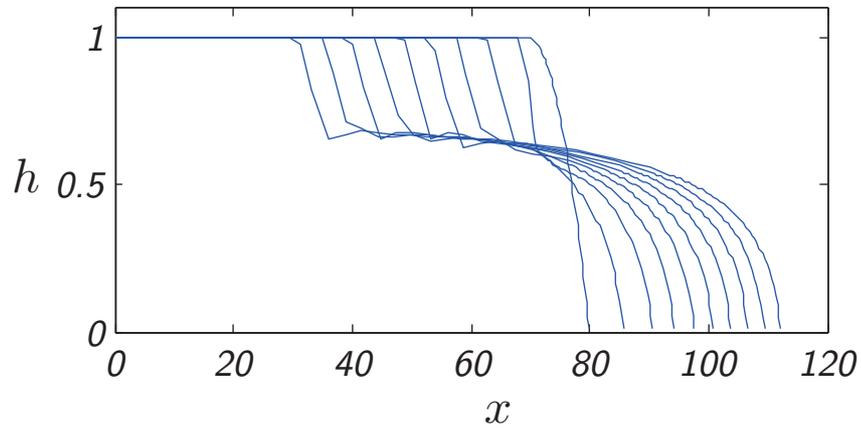


FIGURE 4.13 – Profils calculés pour une couche de grain à  $\phi = 0,61$  et  $\theta = 21,8^\circ$ . Les profils sont espacés de  $\tilde{t} = 500$  dans le repère du laboratoire.

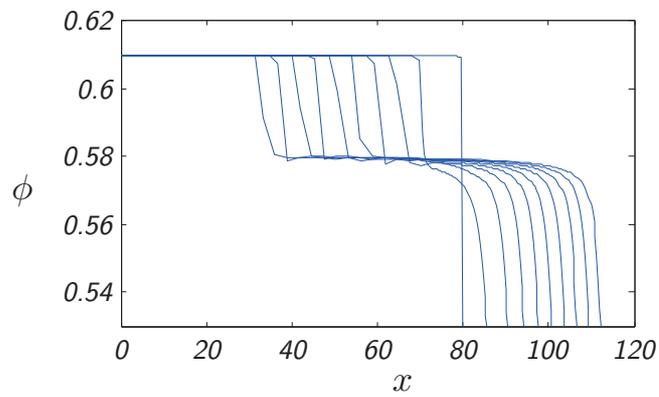


FIGURE 4.14 – Distribution de la fraction volumique au cours du temps pour  $\phi_i = 0,61$  et  $\theta = 21,8^\circ$ . Les profils sont espacés de  $\tilde{t} = 500$  dans le repère du laboratoire.



# Chapitre 5

## Rupture de barrage

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Cas typiques</b>	<b>112</b>
<b>5.2</b>	<b><math>\mathcal{A}</math> et <math>\phi</math></b>	<b>118</b>
5.2.1	Forme des dépôts	118
5.2.2	Longueur d'étalement	119
5.2.3	Temps d'étalement	119
5.2.4	Pression	122
5.2.5	Rôle de $\lambda$	126
<b>5.3</b>	<b>Conclusion</b>	<b>127</b>

---

Dans ce chapitre, nous utilisons le code que nous venons de valider pour des écoulements sur plan inclinés afin de simuler l'effondrement d'une colonne de grains immergée. Comme dans le chapitre 2, nous allons tout d'abord présenter une comparaison qualitative d'un cas lâche et d'un cas dense, puis nous discuterons de la morphologie des dépôts et enfin de la dynamique en étudiant les temps de l'écoulement et la pression de pore. Nous mettrons ainsi en évidence le rôle des différents paramètres dans l'effondrement immergé d'une colonne de grains en prenant soin de comparer à chaque étape les résultats des simulations avec ceux des expériences.

Rappelons que tous les paramètres physiques (la vitesse, la pression, le temps etc.) ont été moyennés sur toute la hauteur et qu'ils sont adimensionnés. L'analyse théorique a permis de faire ressortir proprement les paramètres sans dimensions. Pour un matériau donné et un fluide donnés, il reste trois

paramètres caractérisant la colonne : le rapport d'aspect  $\mathcal{A}$ , la fraction volumique initiale  $\phi_i$ , le nombre de grains dans la colonne  $\lambda = \frac{H}{d}$ .

Dans le chapitre 2 regroupant les résultats expérimentaux, nous avons discuté de  $\mathcal{A}$  et  $\phi_i$  mais pas de  $\lambda$ . Ce chapitre va permettre de clarifier son rôle. Dans toutes nos simulations la hauteur initiale du tas est la hauteur ayant servi à adimensionner. Afin de simuler l'effondrement de colonne de rapports d'aspect initiaux  $\mathcal{A}$  différents, nous avons fait varier la largeur initiale de la colonne  $L_i$  de 0,33 à 2 de sorte que le rapport d'aspect initial de nos simulations croît de 0,5 à 3. Ainsi nous balayons la même gamme de paramètres que dans nos expériences pour lesquelles le rapport d'aspect est compris entre 0,37 et 4,55 (cf. la section 2.1, page 34). La fraction volumique  $\phi_i$  variera de 0,55 à 0,62 afin de reproduire les empilements initiaux de nos expériences. Le rapport des longueurs  $\lambda$  varie de 20 à 400, Notons que dans notre expérience, les hauteurs explorées étaient entre 2cm et 9cm ce qui avec des billes de 225 $\mu$ m correspond à  $88 < \lambda < 400$ . Les simulations à des  $\lambda < 88$  ne correspondent donc à aucune expérience réalisée dans cette thèse, mais seront utiles pour comprendre la physique.

D'un point de vue purement numérique, le pas de discrétisation spatial est typiquement de  $10^{-2}$  dans la colonne et  $10^{-3}$  dans la zone de fort gradient de hauteur de la colonne initiale ce qui nous permet de reproduire correctement les premiers instants de l'écoulement. Le pas de temps  $dt$  est très dépendant de la compaction initiale : le cas lâche étant beaucoup plus rapide, les simulations associées nécessitent un  $dt$  beaucoup plus petit que dans le cas dense. Ainsi selon la simulation, la gamme du pas de temps est  $10^{-5} < dt < 10^{-1}$ . Le temps de calcul peut donc varier considérablement selon la configuration de départ. Le code est écrit sous Matlab©. Sur un ordinateur avec un processeur de 2GHz, le temps de calcul dans le cas dense pour de faibles rapports d'aspects est de 1 à 2 heures alors que dans les cas lâches, il est plutôt de l'ordre de 50 heures.

## 5.1 Etude d'un cas lâche et d'un cas dense typiques

Nous commençons par comparer qualitativement deux effondrements simulés. Nous avons choisi un rapport d'aspect initial  $\mathcal{A} = 1$ ,  $\lambda = 200$  (correspondant à une hauteur expérimentale  $H_i = 4,5cm$  pour  $d = 225\mu m$ ) et

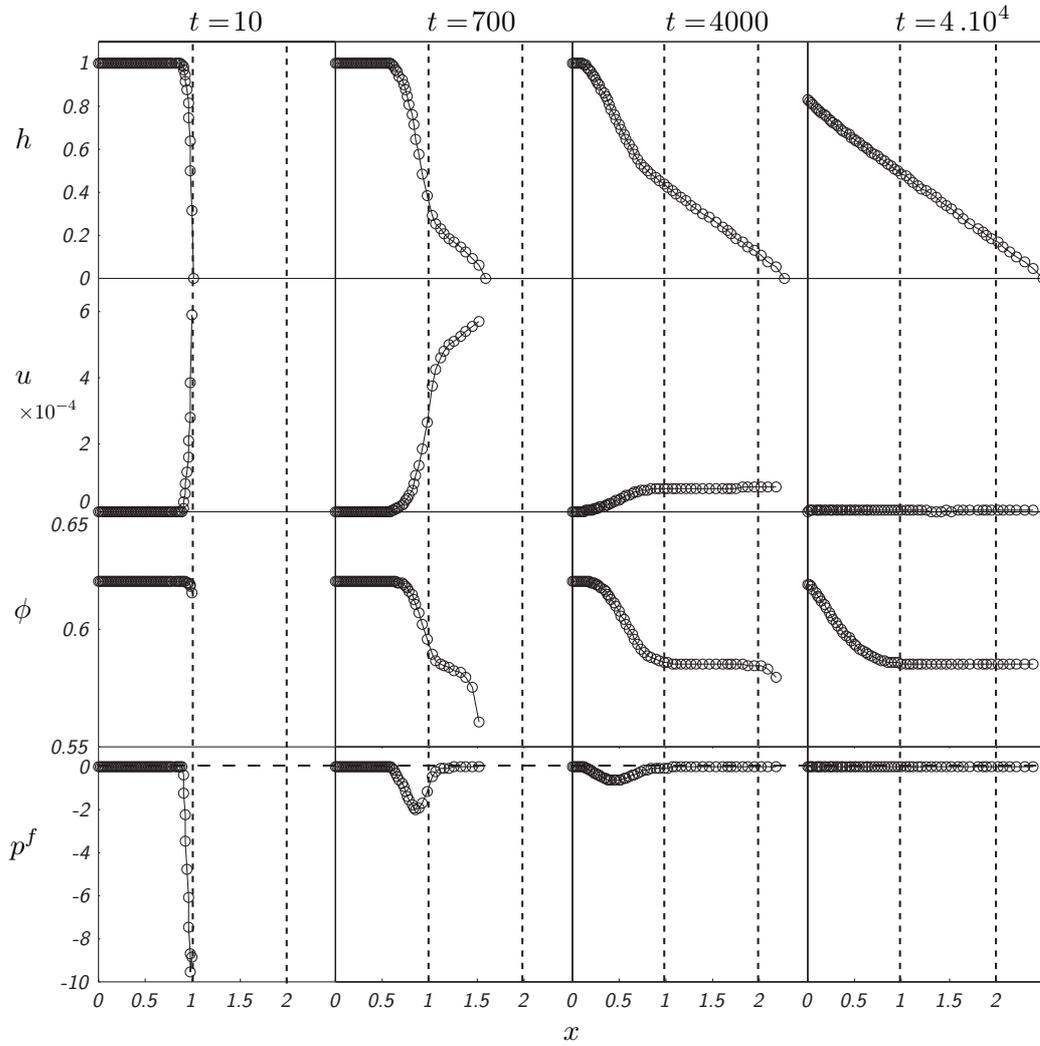


FIGURE 5.1 – Profils des quatre champs  $h$ ,  $u$ ,  $\phi$  et  $p^f$  à quatre instants différents pour une colonne de paramètres initiaux  $\phi_i = 0,62$ ,  $\mathcal{A} = 1$ ,  $\lambda = 200$ .

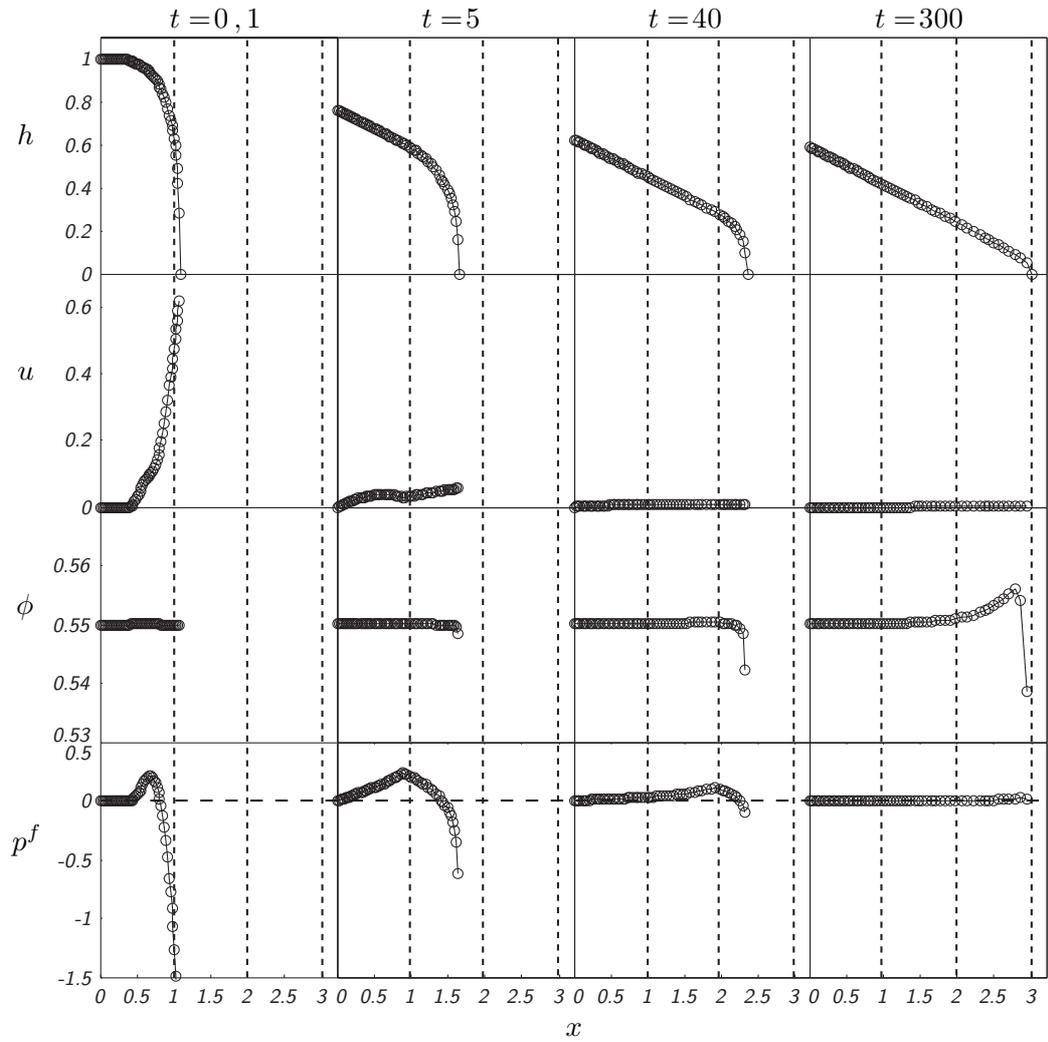


FIGURE 5.2 – Profils des quatre champs  $h$ ,  $u$ ,  $\phi$  et  $p^f$  à quatre instants différents pour une colonne de paramètres initiaux  $\phi_i = 0,55$ ,  $\mathcal{A} = 1$ ,  $\lambda = 200$ .

les fractions volumiques  $\phi_i = 0,55$  et  $0,62$ . Pour illustrer la dynamique, les figures 5.1 et 5.2 montrent les profils selon  $x$  des quatre champs  $h$ ,  $u$ ,  $\phi$  et  $p^f$  à quatre instants distincts.

Dans le cas dense (figure 5.1), la première ligne représente le profil d'épaisseur. Nous voyons que la partie avant coule en gardant le même angle, l'arrière ne bouge pas, les deux parties étant séparées par un front abrupt. Ce front recule au cours du temps. En regardant les troisième et quatrième lignes sur lesquelles est représenté le profil de fraction volumique et de pression, on constate que ce front correspond à la zone de dilatation (voir  $\phi$ ) et de dépression (voir  $p^f$ ). La dynamique de l'effondrement d'une colonne dense est donc caractérisée par un front de mise en mouvement qui correspond au front de décompaction. Au final, l'angle du dépôt est très proche de l'angle de repos  $\mu_1$ .

Contrairement au cas dense, il n'y a pas de front dans le cas lâche (figure 5.2). En quelques instants  $t$ , toute la colonne est mise en mouvement à une vitesse 1000 fois plus grande. Sur la troisième ligne de la figure 5.2, on observe une zone de surpression qui met en évidence une liquéfaction partielle, mais aussi une zone de dépression. L'écoulement est si rapide que la valeur d'équilibre de  $\phi$  passe en deçà de la valeur initiale  $0,55$  : bien qu'il soit initialement lâche, le milieu se dilate encore. Au final, le milieu granulaire ne se compacte pas au cours de l'écoulement sauf au front.

Qualitativement, cette dynamique est très similaire aux observations expérimentales. Gardons toutefois en mémoire que pour des colonnes initialement denses les écoulements expérimentaux ne se font qu'en surface alors que dans nos simulations du modèle moyenné dans l'épaisseur, il est supposé que la colonne est mobilisée dans toute l'épaisseur. Nous allons poursuivre la comparaison sur un cas particulier afin d'être plus quantitatif. Nous choisissons dans les deux cas, simulation et expérience,  $\mathcal{A} = 0,67$ ,  $\lambda = 200$  ce qui correspond bien au  $H_i$  de l'expérience, et à nouveau nous présentons un empilement initialement lâche  $\phi_i = 0,56$  et un dense  $\phi_i = 0,60$ .

Nous reprenons la figure 2.9 du chapitre 2 sur laquelle nous avons tracé les profils de hauteur au cours du temps, mais en adimensionnant les longueurs par  $H_i$  afin de comparer les profils à ceux des effondrements simulés (figure 5.3). Nous observons les mêmes profils avec rupture de pente dans le cas dense que ce soit dans l'expérience qu'au cours de la simulation. De plus l'étalement final est quasiment le même et vaut  $2,8$ . Enfin, nous avons choisi l'intervalle de temps séparant les profils dans la figure 5.3c identique en adimensionné à celui de la figure 5.3a. Les prédictions sont donc également correctes pour le

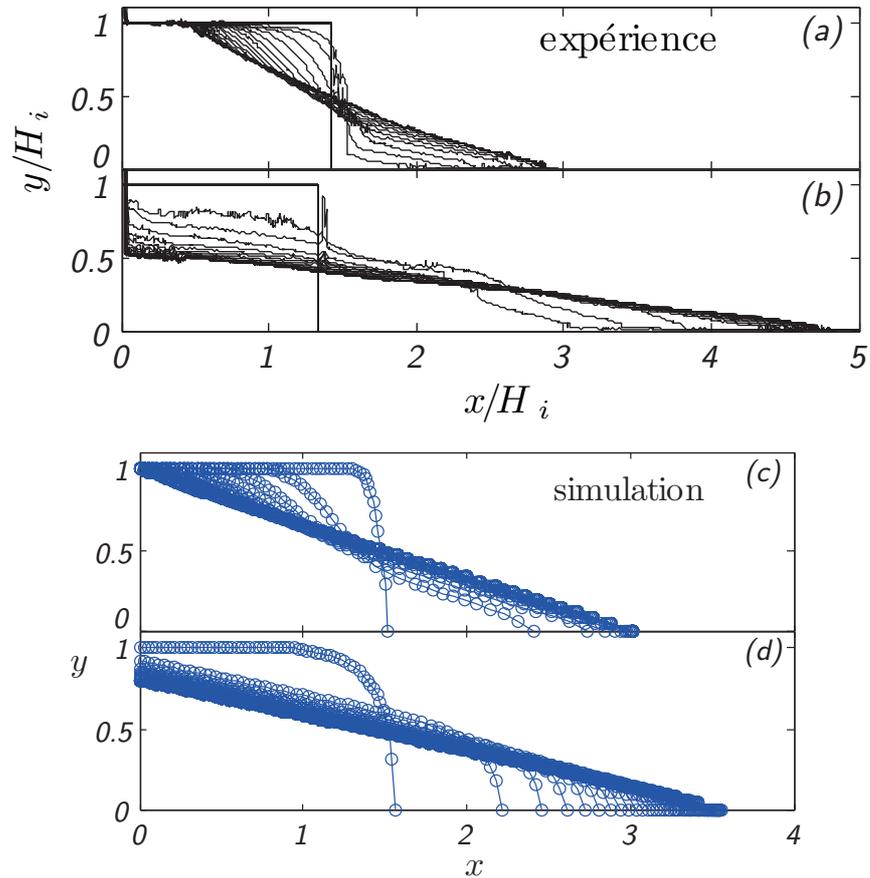


FIGURE 5.3 – (a) et (b) Effondrement d’une colonne dense et lâche contenant la même quantité de grains pour un rapport d’aspect  $\mathcal{A} \simeq 0,67$ . (a)  $\phi_i = 0,60$ ,  $L_i = 6\text{cm}$ ,  $H_i = 4,2\text{cm}$ , 3s entre les profils; (b)  $\phi_i = 0,56$ ,  $L_i = 6\text{cm}$ ,  $H_i = 4,8\text{cm}$ , 0,66s entre les profils. Figure 2.9 du chapitre 2. (c) et (d) Effondrement simulé d’une colonne dense et lâche de même rapport d’aspect  $\mathcal{A} = 0,67$ ,  $\lambda = 200$ . (c)  $\phi_i = 0,60$ ,  $t = 700$  entre les profils; (d)  $\phi_i = 0,56$ ,  $t = 7,5$  entre les profils.

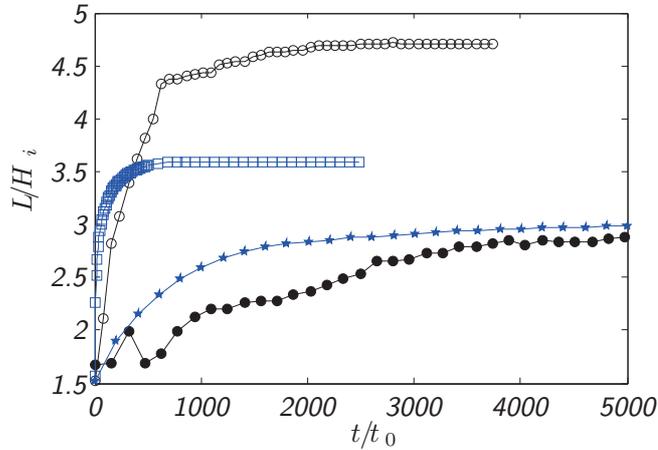


FIGURE 5.4 – Position du front de l'avalanche au cours du temps :  $\phi_i = 0,56$ , simulation ( $\square$ ) et expérience ( $\circ$ ) ;  $\phi_i = 0,60$  simulation ( $\star$ ) et expérience ( $\bullet$ ).

temps d'étalement.

Dans le cas lâche, les profils prédits ressemblent également aux observations expérimentales. En revanche l'étalement final de l'effondrement simulé d'une colonne est plus faible que dans notre expérience : il dépasse à peine 3,5 alors que dans l'expérience on observe un étalement adimensionné de plus de 4,5 (figure 5.3b). De plus l'écoulement lâche simulé est trop rapide : l'espace de temps adimensionné (figure 5.3d) entre les profils est 20 fois plus court dans la simulation ( $dt = 7,5$ ) que dans l'expérience ( $dt = 154$ ). Afin de mieux comparer la dynamique nous avons tracé sur la figure 5.4 l'évolution de la position du front pour les simulations et l'expérience

Nous observons que notre modèle n'est pas mauvais même si les prédictions sont meilleurs dans le cas dense que dans le cas lâche. Dans le cas lâche le mouvement du front est initialement trop rapide et le front ne se propage pas assez loin. L'inertie qui a été négligée dans notre modèle permettrait d'expliquer cette différence entre l'expérience et la simulation : si elle est prise en compte elle devrait induire un retard dans la mise en mouvement de la masse granulaire. De même elle devrait retarder l'arrêt de l'écoulement et pourrait expliquer pourquoi l'écoulement observé dans l'expérience va plus loin.

Ainsi, nos simulations reproduisent relativement correctement la dyna-

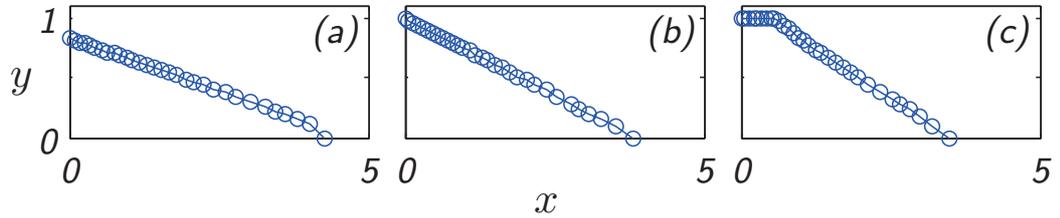


FIGURE 5.5 – Forme final des dépôts pour  $\mathcal{A} = 0,5$  et (a)  $\phi_i = 0,55$ , (b)  $\phi_i = 0,57$ , (c)  $\phi_i = 0,62$ .

mique de l'effondrement d'une colonne de grain immergée avec les bons ordres de grandeurs spatio-temporels. Dans les sections qui suivent nous allons faire une comparaison systématique entre simulations et expériences, et nous détaillerons le rôle de chaque paramètre.

## 5.2 Rôle du rapport d'aspect $\mathcal{A}$ et de la fraction volumique initiale $\phi_i$

Dans cette partie, nous gardons  $\lambda = 200$  (ce qui correspond à une hauteur fixe expérimentale  $H_i = 4,5\text{cm}$ ) et nous discutons du rôle de  $\mathcal{A}$  et  $\phi_i$ .

### 5.2.1 Forme des dépôts

Comme dans nos expériences d'effondrement de colonnes immergées, on observe deux formes finales caractéristiques pour des effondrements simulés (figure 5.5). Pour des colonnes de faible rapport d'aspect (en particulier  $\mathcal{A} = 0,5$ ), une partie de la colonne peut ne pas être mobilisée et le dépôt présente alors une partie plate : la forme finale est un trapèze lorsque  $\phi_i = 0,62$  (figure 5.5c) alors que pour de faibles fractions volumiques solides initiales, la forme finale est un triangle (figures 5.5a et 5.5b). On retrouve les deux formes finales avec une transition qui apparaît à des rapports d'aspect faibles comme dans les expériences. Pour les grands rapports d'aspect, on ne retrouve que des dépôts triangulaires comme dans le cas expérimental. Nous allons pour la suite nous intéresser à ces dépôts.

### 5.2.2 Longueur d'étalement

Sur la figure 5.6b, nous avons tracé la tangente de l'angle effectif final,  $H_f/L_f$  en fonction de la fraction volumique initiale de la colonne. Elle croît de 0,2 et sature à 0,32 (c'est-à-dire que l'angle croît de  $11,3^\circ$  à  $17,74^\circ$ ) quelque soit la valeur du rapport d'aspect  $\mathcal{A}$  : dans ces cas, l'angle ne dépend pas de  $\mathcal{A}$ . La valeur de la tangente dans les cas denses est celle de l'angle de repos que nous avons implanté dans notre algorithme :  $\mu_1 = 0,32$ . La tendance des simulations est la même que dans les expériences (figure 5.6a) mais la variation est moins grande que dans nos expériences ;  $H_f/L_f$  varie de 0,15 à 0,35. Dans tous les cas, la saturation de la valeur de la tangente apparaît au niveau de la fraction volumique critique  $\phi_c = 0,585$  même si nos dépôts simulés n'atteignent pas des angles aussi faibles que dans nos expériences.

Il est intéressant de noter que dans nos simulations, l'angle des dépôts triangulaires dépend donc très peu du rapport d'aspect  $\mathcal{A}$  comme montre la très faible dispersion des points sur la figure 5.6b. Expérimentalement la dispersion est plus grande mais l'influence de  $\mathcal{A}$  est également plus faible.

### 5.2.3 Temps d'étalement

Nous détaillons dans ce paragraphe les temps d'effondrements de la colonne simulés. Pour étudier la dynamique nous avons étudié comme pour nos expériences le temps  $t_{95}$  que met le front de l'avalanche pour atteindre 95% de la longueur d'étalement final  $L_f$ . Rappelons que le temps d'adimensionnement choisi au paragraphe 3.3.2, page 87 est celui qui nous sert de temps caractéristique dans nos simulations et vaut :

$$t_0 = \frac{\Delta\mu\Delta\rho g H \cos\theta}{3I_0\eta_f}.$$

Or lorsque nous avons adimensionné le temps  $t_{95}^*$  pour nos expériences, nous n'avons pas pris en compte le facteur  $\frac{\Delta\mu}{3I_0}$ . Nous noterons le temps à 95% adimensionné correctement pour nos expériences :

$$t_{95}^{exp} = \frac{t_{95}^{exp*}}{t_0}.$$

Sur la figure 5.7, nous avons tracé  $t_{95}$  prédit par le modèle en fonction de  $\phi_i$  pour deux rapports d'aspect  $\mathcal{A}$ . Les données ne se recoupent pas : pour  $\phi_i = 0,62$ , le temps varie du simple au double entre  $\mathcal{A} = 1$  et  $\mathcal{A} = 2$ . De plus

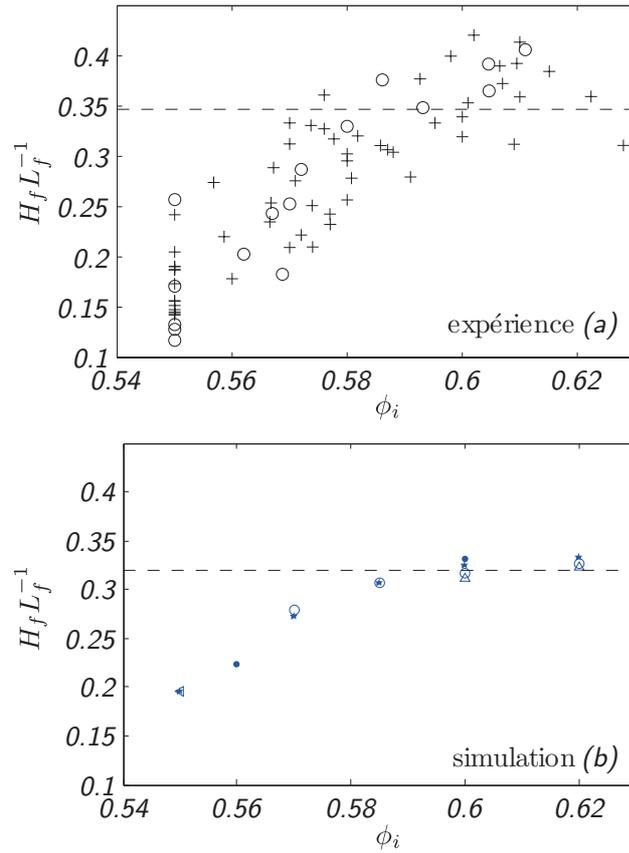


FIGURE 5.6 – Pente apparente  $\frac{H_f}{L_f}$  en fonction de  $\phi$  pour des dépôts triangulaires (a) observés expérimentalement (+), et un cas particulier  $\mathcal{A} = 1.97$  (o) (figure 2.17 du chapitre 2); (b) pour des dépôts simulés  $\mathcal{A} = 0,5$  ( $\triangleleft$ ),  $\mathcal{A} = 0,67$  ( $\bullet$ ),  $\mathcal{A} = 1$  ( $\star$ ),  $\mathcal{A} = 2$  ( $\circ$ ),  $\mathcal{A} = 3$  ( $\triangle$ ).

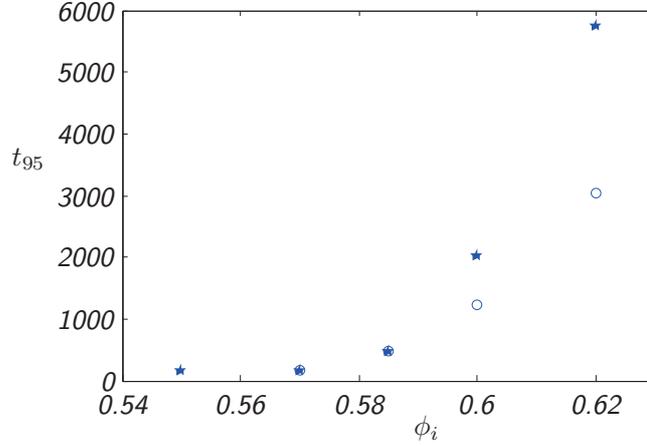


FIGURE 5.7 – Temps d’écoulement adimensionné à 95%  $t_{95}$  pour les simulations  $\mathcal{A} = 1$  ( $\star$ ),  $\mathcal{A} = 2$  ( $\circ$ ).

les  $t_{95}$  sont très grands, de l’ordre du millier : l’adimensionnement n’est pas le bon.

Si on regarde l’équation de la pression granulaire

$$p_b^p = h\phi + K_4 K_3 \frac{I_0 \lambda^2}{\Delta\mu} \frac{50h\phi^2}{(1-\phi)^3} (\phi - \phi_{eq}(I)) u^p \quad (5.1)$$

on note la présence du paramètre  $\lambda$ . Dans toutes nos équations c’est le seul endroit où il apparaît. Notre temps caractéristique d’adimensionnement  $t_0$  est trop petit, un temps caractéristique plus grand et du bon ordre de grandeur pour le temps d’écoulement  $t_{95}$  pourrait être  $\lambda^2 t_0$ . Au vu des équations de la section 3.4 page 89, si on change  $t$  par  $\lambda^2 t$  cela n’a aucune conséquence sur les équations de conservations de la masse, de la quantité de mouvement ou de l’évolution de  $\phi$  à la condition que l’on introduise  $\lambda^2$  dans la rhéologie par l’intermédiaire du  $I$  :

$$I = \frac{I_0}{\Delta\mu} \frac{u^p}{h p_b^p \lambda^2}. \quad (5.2)$$

Cette remarque suggère donc que  $\lambda^{-2}$  est la bonne échelle de temps.

Dans le cas des effondrements de la colonne, on peut également comprendre pourquoi le rapport d’aspect  $\mathcal{A}$  va jouer un rôle sur le  $t_{95}$ . A hauteur initiale  $H$  fixée à 1 et  $\lambda$  fixé, augmenter le rapport d’aspect revient à réduire

la largeur initiale  $L$ . La masse granulaire a donc moins de distance à parcourir pour atteindre sa position finale. En conséquence le temps caractéristique d'écoulement devrait être plus court. Au final ces considérations suggèrent que le temps d'étalement varie comme  $\mathcal{A}.\lambda^{-2}$ . C'est pourquoi nous avons tracé sur la figure 5.8,  $t_{95}^{exp} \mathcal{A}.\lambda^{-2}$  et  $t_{95} \mathcal{A}.\lambda^{-2}$  en fonction de  $\phi_i$ .

Nous voyons sur la figure 5.8 que l'échelle de temps n'est pas mauvaise à un ordre de grandeur près : on trouve le même ordre de grandeur tant pour les expériences que pour les simulations. Le paramètre  $\mathcal{A}$  dans le temps caractéristique permet de regrouper les différents rapport d'aspect à nouveau pour les expériences comme pour les simulations.

#### 5.2.4 Pression

Nous allons discuter des différences des signaux de pression entre effondrements simulés et effondrements observés.

Nous avons représenté sur la figure 5.9, la pression de pore au cours du temps pour le nœud 30 initialement au milieu de la colonne et pour deux fractions volumiques. Pour les colonnes dont la fraction volumique initiale est à  $\phi_c = 0,57$ , l'effondrement entraîne très rapidement une surpression. À l'inverse pour la fraction volumique  $\phi_i = 0,61$ , on observe une dépression qui apparaît après quelques  $t$ , le temps que le front de décompaction atteigne le milieu de la colonne. Qualitativement on retrouve les mêmes signaux de pression que ceux observés expérimentalement (figure 2.21, page 49).

Sur la figure 5.10b, nous avons tracé les extrema des signaux de pressions au cours du temps en fonction de la fraction volumique initiale. Comparé aux résultats des expériences (figure 5.10a), on retrouve exactement le même comportement qualitatif : on enregistre une surpression lorsque  $\phi_i < 0,58$  et une dépression lorsque  $\phi_i > 0,58$ . Si expérimentalement les extrema de la pression de pore adimensionnée varient de 0,2 à -0,2 quand  $\phi_i$  augmente de 0,55 à 0,62, la pression de pore pour les effondrements simulés décroît de 0,4 jusqu'à -2. Les écarts de la pression par rapport à la référence hydrostatique sont donc plus de deux fois plus grands dans nos simulations que dans nos expériences.

Cette différence s'explique par le fait que dans nos expériences et dans les cas denses, les écoulements se font en surface et non pas dans toutes l'épaisseur : la dilatation ne s'opère que sur une faible couche réduisant ainsi la dépression.

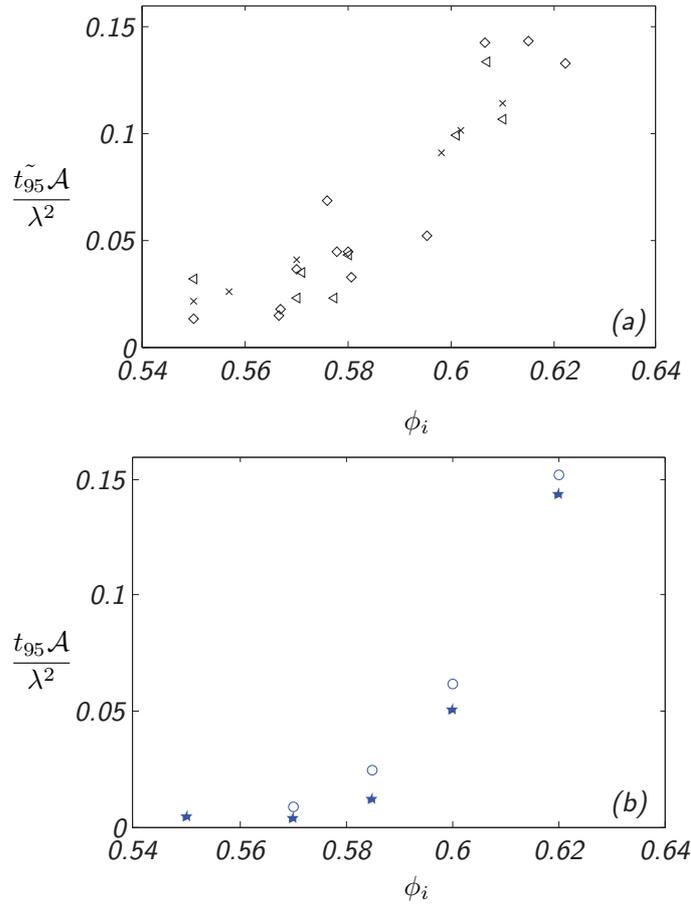


FIGURE 5.8 – Temps adimensionné d’écoulement à 95% du front (a) pour les expériences  $t_{95}\mathcal{A}\lambda^{-2}$ , ( $\diamond$ ), ( $\times$ ), ( $\triangleright$ ) correspondent respectivement aux séries 3, 5 et 10 pour lesquels  $H_i \simeq 4\text{ cm}$ ; (b) pour les simulations  $t_{95}\mathcal{A}\lambda^{-2}$ ,  $\mathcal{A} = 1$  ( $\star$ ),  $\mathcal{A} = 2$  ( $\circ$ ),  $\lambda = 200$ .

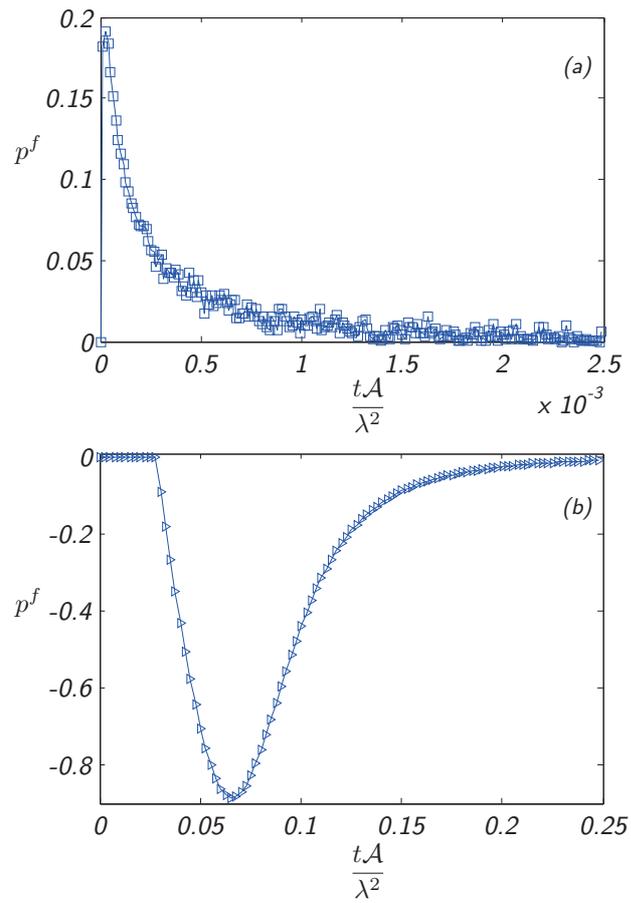


FIGURE 5.9 – Pression de pore  $p^f$  au cours du temps pour le nœud 30 : (a)  $\phi_i = 0,57$ , (b)  $\phi_i = 0,61$ .

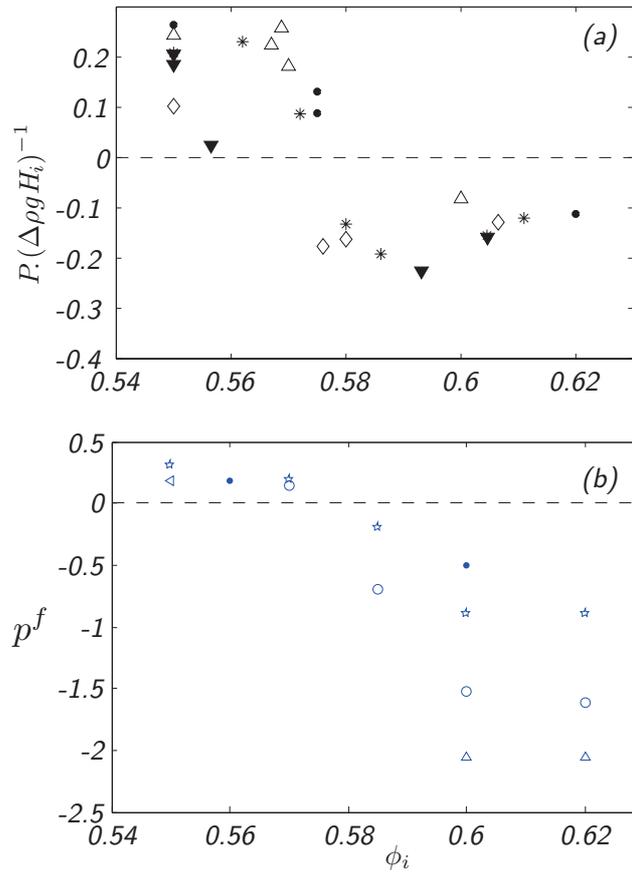


FIGURE 5.10 – Extrema de pression de pore calculée  $p^f$  en fonction de  $\phi$  pour (a) des effondrements expérimentaux (figure 2.23 du chapitre 2)  $\mathcal{A} = 1.97$  et  $\eta_f = 12$  cP (●),  $\mathcal{A} = 0.37$  et  $\eta_f = 24$  cP (◇),  $\mathcal{A} = 0.74$  et  $\eta_f = 24$  cP (▼),  $\mathcal{A} = 1.03$  et  $\eta_f = 24$  cP (△),  $\mathcal{A} = 1.33$  et  $\eta_f = 24$  cP (\*); (b) pour des effondrements simulés  $\mathcal{A} = 0,25$  (▷),  $\mathcal{A} = 0,5$  (◁),  $\mathcal{A} = 0,67$  (●),  $\mathcal{A} = 0,8$  (×),  $\mathcal{A} = 1$  (☆),  $\mathcal{A} = 1,25$  (◇),  $\mathcal{A} = 1,5$  (□),  $\mathcal{A} = 2$  (⊙),  $\mathcal{A} = 4$  (+).

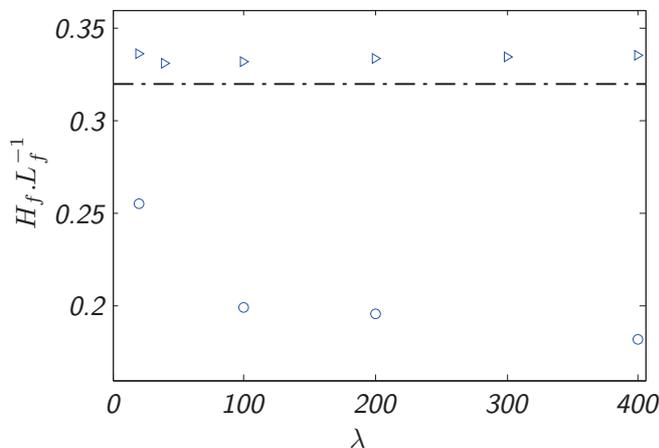


FIGURE 5.11 – Tangente de l’angle du dépôt final  $H_f.L_f^{-1}$  en fonction de  $\lambda$  :  $\phi_i = 0,55$  ( $\circ$ ) et  $\phi_i = 0,62$  ( $\triangleright$ ).

### 5.2.5 Rôle de $\lambda$

Jusqu’à présent nous avons gardé un nombre de grains dans l’épaisseur  $\lambda = 200$ . Nous pouvons nous demander quel est son rôle dans la dynamique des effondrements de colonnes immergées car c’est lui qui contrôle le couplage entre la dilatance et l’écoulement. Nous fixons pour la suite  $\mathcal{A} = 1$ , et nous allons voir l’influence de  $\lambda$  pour deux valeurs de la fraction volumique 0,55 et 0,62.

Nous avons représenté sur la figure 5.11, la tangente de l’angle de dépôt en fonction de  $\lambda$  : cet angle est constant lorsque  $\phi_i = 0,62$  et décroît de 0,25 à 0,15 quand  $\lambda$  augmente de 20 à 400 pour  $\phi_i = 0,55$ . La tangente de l’angle semble saturé à 0,15. Ainsi plus le  $\lambda$  est grand plus l’étalement est grand jusqu’à ce que  $\lambda$  atteigne 400 et l’étalement relatif devienne constant.

Enfin sur la figure 5.12, nous avons tracé le temps d’étalement à 95%,  $t_{95}\mathcal{A}.\lambda^{-2}$  en fonction de  $\lambda$ . Dans le cas dense, le temps diminue fortement de 0,5 à 0,14 quand  $\lambda$  augmente. La valeur se stabilise quand  $\lambda > 200$ . Il en est de même dans le cas lâche. Ainsi pour des hauteurs de colonne suffisamment grandes, le temps d’écoulement  $t_{95}$  est proportionnel à  $\lambda^2.\mathcal{A}^{-1}$  que l’on peut réécrire  $\frac{H_i.L_i}{d^2}$  : le temps d’étalement adimensionné dépend donc du nombre de grains. Pour  $\phi_i = 0,62$ , nous avons  $t_{95} \simeq 0,15\frac{H_i.L_i}{d^2}$  et pour  $\phi_i = 0,55$ , nous avons  $t_{95} \simeq 2,3.10^{-3}\frac{H_i.L_i}{d^2}$ . Pour des valeur de  $\lambda$  plus faibles,

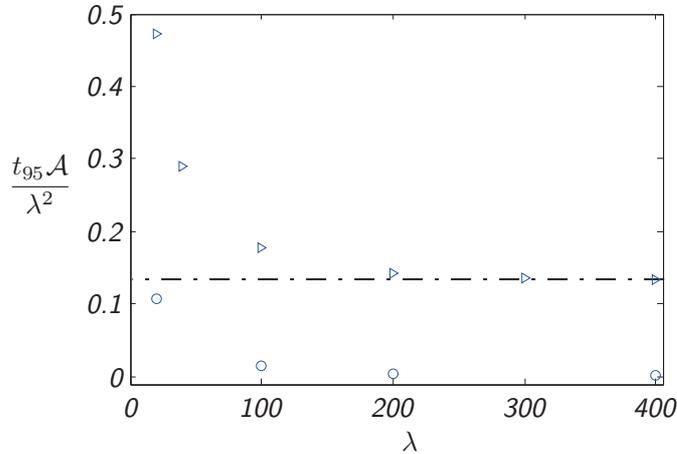


FIGURE 5.12 – Temps adimensionné d’écoulement  $t_{95}\mathcal{A}.\lambda^{-2}$  en fonction de  $\lambda$  :  $\phi_i = 0,55$  ( $\circ$ ) et  $\phi_i = 0,62$  ( $\triangleright$ ).

la loi d’échelle change. Pour de tels  $\lambda$ , le nombre de grains dans l’épaisseur est faible : les frottements visqueux par le mécanisme de dilatance deviennent moins importants relativement à la gravité.

### 5.3 Conclusion

Notre code de calcul validé au chapitre précédent nous a permis de simuler des effondrements en nous basant sur des équations diphasiques moyennées dans l’épaisseur et en prenant en compte le phénomène de dilatance et le couplage fluide/grains. En recherchant les solutions du système dans un régime visqueux, nous avons été capables de reproduire des effondrements de colonnes de rapport d’aspect variant de 0,5 à 3 et pour des fractions volumiques entre 0,55 et 0,62. Malgré les simplifications importantes du modèle, les prédictions sont relativement en bon accord avec les expériences. Nous retrouvons les deux formes finales triangulaire et trapézoïdale observées expérimentalement, la même dépendance de l’angle final de dépôt en fonction de la fraction volumique initiale et la même dynamique. En revanche les variations de l’angle sont plus faibles dans nos simulations : pour des colonnes lâche, l’angle final est plus grand dans les simulations que dans les expériences. Cela laisse supposer que l’inertie que nous avons totalement né-

gligée joue un rôle non triviale dans l'effondrement d'une colonne immergée initialement lâche. L'angle final dans les cas denses correspond à la valeur implantée  $\mu_1 = 0,32$  qui devrait être plus grande pour correspondre à dans nos expériences.

Nous observons un front de décompaction lors de l'effondrement d'une colonne dense qui suit le front de mobilisation de la colonne comme le montre la vidéo en ligne<sup>1</sup>. Dans le cas lâche, l'ensemble de la colonne est immédiatement mobilisé comme dans nos expériences. Les phénomènes de dilatance sont donc bien pris en compte. Les signaux de pression appuient cette idée : les colonnes lâches présentent des surpressions et les colonnes denses des dépressions lors de leur mise en mouvement avec une transition autour de  $\phi_i = 0,58$ .

Finalement les temps d'écoulements simulés et expérimentaux ont la même tendance : ils restent à peu près constant quand  $\phi_i < \phi_c$  puis augmentent rapidement. Nous avons vu que l'ordre de grandeur du temps caractéristique de l'effondrement peut s'écrire

$$t^{effondrement} = B \frac{t_0 \lambda^2}{\mathcal{A}} = \frac{BI_0 g \Delta \rho d^2}{3 \Delta \mu \eta_f L} \quad (5.3)$$

Enfin l'étude de la pression de pore montre des comportements qualitatifs similaires qui mettent en évidence deux régimes, surpression et dépression, avec une transition autour de 0,58. En revanche les dépressions enregistrées lors de nos simulations dans les cas denses sont 10 fois plus grandes que dans les expériences. Cela montre la limite de notre modèle : en effet dans les expériences, l'écoulement a lieu uniquement en surface alors dans notre modèle moyenné, toute l'épaisseur est mobilisée.

---

1. <http://iusti.polytech.univ-mrs.fr/~gep/doctorants/rondon/pageperso.htm>

# Chapitre 6

## Conclusion et perspectives

Dans cette thèse nous nous sommes intéressés aux effondrements de colonnes de grains immergées dans un liquide. Cette configuration d'écoulement d'un grand intérêt pour les problèmes géophysiques, avait été beaucoup étudiée avec des milieux granulaires secs pour lesquels le fluide interstitiel n'a pas d'influence. Lorsque le milieu est immergé dans un fluide, le couplage entre les grains et le fluide devient une question majeure qui peut grandement modifier la dynamique comme le montraient les expériences à grandes échelles (Iverson, 1997) ou en laboratoire (Pailha & Pouliquen, 2009). Nous avons montré tout au long de cette thèse que le couplage fluide/grains contrôle les effondrements de colonnes granulaires immergées, et que les effets de dilatance jouent un rôle majeur.

Notre premier travail a été de réaliser en laboratoire des expériences d'effondrement de colonne de grains immergée en régime visqueux. Nous avons observé que la forme finale des dépôts et la dynamique d'écoulement dépend principalement de la fraction volumique initiale  $\phi_i$  et que les empilements initialement lâches ou denses se comportent différemment. Les effondrements lâches coulent plus loin, plus rapidement et ont une pente finale plus faible que les colonnes denses. L'étude systématique de la morphologie des dépôts, des temps d'effondrement, de la pression interstitielle en fonction du rapport d'aspect et de la compacité de la colonne a permis de montrer qu'une transition entre comportement lâche et dense apparaît autour de  $\phi_i = 0,58$  et qu'elle semble entièrement contrôlée par les effets de dilatance/contractance du milieu granulaire.

En effet les signaux de pression de pore enregistrés sous la colonne au cours de l'écoulement montrent une dépression dans les cas denses et une

surpression dans les cas lâches. Le mécanisme d'aspiration ou d'expulsion du fluide interstitiel du aux variations de volume du milieu contrôle donc la dynamique d'effondrement, en accord avec le mécanisme de rétroaction de la pression de pore proposé par Iverson (1997) .

Nous avons donc développé un modèle théorique basé sur des équations diphasiques moyennées dans l'épaisseur prenant en compte les mécanismes de dilatance. Dans ce modèle, les gradients longitudinaux sont supposés faibles devant les gradients dans l'épaisseur et l'inertie du fluide a été négligée. Une partie importante du travail a été de développer la loi de frottement pour la phase granulaire à la base de l'avalanche qui prennent en compte les effets de dilatance. L'étude dimensionnelle de notre modèle a permis de montrer que l'effondrement d'une colonne est contrôlé par trois paramètres sans dimension : le rapport d'aspect  $\mathcal{A} = H/L$  de la colonne, la fraction volumique initiale  $\phi_i$ , et le nombre de grains dans l'épaisseur  $\lambda = H/d$ . Cette analyse a également montré que le temps caractéristique met en compétition le frottement visqueux et la gravité.

A partir de ce modèle, nous avons développé un algorithme de résolution basé sur une description lagrangienne. Cette approche, bien que grossière, est robuste et nous a permis d'implanter la rhéologie granulaire dilatante sans trop de difficulté. Le code a été validé sur des simulations d'écoulements de couches minces sur plan incliné avant de simuler l'effondrement de colonnes granulaires immergées dans la même gamme de paramètre que nos expériences.

Les résultats de nos simulations montrent que notre code permet de recréer relativement correctement la dynamique des effondrements granulaires. La distinction entre écoulement lâche et dense est retrouvée, avec des colonnes lâches coulant plus vite et plus loin que les colonnes denses. La forme des profils d'épaisseur de la masse granulaire sont également bien reproduite par le modèle. L'accord n'est pas seulement qualitatif mais quantitatif, puisque les temps caractéristiques d'écoulement sont relativement bien prédits, ainsi que la morphologie des dépôts. Cependant des différences existent montrant les limites de notre approche.

Premièrement les écoulements lâches sont trop rapides et ne vont pas assez loin ce qui pourrait s'expliquer par le fait d'avoir négligé l'inertie des écoulements. Pour les cas denses, les dépressions mesurées sous la colonne sont plus importantes dans les simulations que dans les expériences. Ceci pourrait s'expliquer par le fait que dans le modèle on suppose que la colonne est mobilisée sur toute sa hauteur ce qui est différent de ce que l'on observe

dans nos expériences : les écoulements sont principalement surfaciques.

En développant un modèle moyenné dans l'épaisseur pour l'appliquer à l'effondrement d'une colonne présentant de forts gradients, nous ne pouvions pas espérer des prédictions précises. Le relativement bon accord trouvé montre toutefois la pertinence de ces approches pour des rapports moyens, et surtout valide les lois rhéologiques proposées. Cette étude ouvre de nombreuses perspectives.

Une première extension directe de ce travail serait de modifier le code afin de prendre en compte l'inertie du mélange. Cela pourrait peut-être permettre de mieux prédire les écoulements lâches. Un autre axe d'étude possible sans doute pertinent pour les écoulements géophysiques, serait d'explorer le régime d'écoulement pour lequel la rhéologie granulaire est inertielle et non plus visqueuse. Un travail plus important serait d'implanter notre modèle rhéologique diphasique dans des codes de simulations plus précis permettant également de prendre en compte les reliefs (Fernandez-Nieto *et al.*, 2008).

Enfin la plupart des écoulements géophysiques sont composés de milieux granulaires non-saturés en eau. La présence d'une troisième phase, l'air, joue un rôle non négligeable : la présence d'une interface liquide/air met en jeu la tension de surface. Il serait intéressant d'étudier les couplages fluide/grains et l'influence des phénomènes de dilatance dans des milieux insaturés qui amène une contrainte de confinement supplémentaire sur le milieu granulaire qui peut être supérieure à la contrainte gravitaire (cf. Annexe B).



# Annexe A

## Codes

Nous présentons dans cette annexe la liste des principaux programmes qui nous ont permis de simuler la dynamique d'une couche de grains.

### A.1 Visqueux

- `Visqueux_analytique_incline_2.m`  
plan incliné,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0}$ , pas de discrétisation spatial constant, front initial en parabole, dernier point calculé avec un argument géométrique.
- `Visqueux_analytique_incline_3_1.m`  
plan incliné,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0}$ , pas de discrétisation spatial plus petit pour le front, front initial en parabole, dernier point calculé avec un argument géométrique.
- `Visqueux_analytique_incline_3.m`  
plan incliné,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0}$ , pas de discrétisation spatial constant, front initial en parabole, dernier point calculé avec un argument géométrique.
- `Visqueux_analytique_incline_4.m`  
dambreak,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0}$ , pas de discrétisation spatial constant, front initial en parabole, dernier point calculé avec un argument géométrique.
- `Visqueux_analytique_incline_5_1.m`  
plan incliné,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0} + \frac{\mu_3}{I_0} I$ , pas de discrétisation spatial plus petit pour le front, front initial en parabole, hauteur de coupure.

- `Visqueux_analytique_incline_5.m`  
plan incliné,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0} + \frac{\mu_3}{I_0} I$ , pas de discrétisation spatial constant, front initial en parabole, hauteur de coupure.
- `Visqueux_analytique_incline_6_1.m`  
plan incliné,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0} + \frac{\mu_3}{I_0} I$ , pas de discrétisation spatial plus petit pour le front, front initial en parabole, hauteur de coupure.
- `Visqueux_analytique_incline_6.m`  
plan incliné,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0} + \frac{\mu_3}{I_0} I$ , pas de discrétisation spatial constant, front initial en parabole, hauteur de coupure.
- `Visqueux_analytique_incline_7.m`  
plan incliné,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0} + \frac{\mu_3}{I_0} I + \mu_4 \sqrt{I}$ , pas de discrétisation spatial constant, front initial en parabole, hauteur de coupure.
- `Visqueux_analytique_incline_8_1.m`  
plan incliné,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0} + \frac{\mu_3}{I_0} I$ , pas de discrétisation spatial plus petit pour le front, front initial en parabole, hauteur de coupure.
- `Visqueux_analytique_incline_8.m`  
plan incliné,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0} + \frac{\mu_3}{I_0} I$ , pas de discrétisation spatial constant, front initial en parabole, hauteur de coupure.
- `Visqueux_analytique_incline_9_1.m`  
dambreak,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0} + \frac{\mu_3}{I_0} I$ , pas de discrétisation spatial plus petit pour le front, front initial en parabole, hauteur de coupure.
- `Visqueux_analytique_incline_9.m`  
dambreak,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0} + \frac{\mu_3}{I_0} I$ , pas de discrétisation spatial constant, front initial en parabole, hauteur de coupure.
- `Visqueux_analytique_incline_10.m`  
plan incliné,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0} + \frac{\mu_3}{I_0} I$ , pas de discrétisation spatial constant, front initial en ellipse, hauteur de coupure.
- `Visqueux_analytique_incline_11_1.m`  
dambreak,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0} + \frac{\mu_3}{I_0} I$ , pas de discrétisation spatial plus petit pour le front, front initial en ellipse, interpolation pour le calcul de la vitesse au dernier nœud.
- `Visqueux_analytique_incline_12_1.m`  
dambreak,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0} + \frac{\mu_3}{I_0} I$ , pas de discrétisation spatial plus petit pour le front, front initial en ellipse, lissage temporelle de  $I$ ,  $P$ ,  $\tan \psi$ , interpolation pour le calcul de la vitesse au dernier nœud, choix de la racine la plus grande.
- `Visqueux_analytique_incline_13_1.m`  
dambreak,  $\mu(I) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{I}{I+I_0} + \frac{\mu_3}{I_0} I$ , pas de discrétisation spatial plus

petit pour le front, front initial en ellipse, lissage temporelle de  $I$ ,  $P$ ,  $\tan \psi$ , interpolation pour le calcul de la vitesse au dernier nœud, choix de la racine à 0 quand 2 racines positives.

## A.2 Inertiel

- Inertiel\_analytique\_1.m
- Inertiel\_analytique\_2.m
- Inertiel\_analytique\_3.m

## A.3 Solution Uniforme

Ces deux programmes permettent de calculer les solutions pour une couche uniforme. Le choix de la solution est celle de la plus grande racine. Le deuxième programme opère lissage temporelle de  $I$ ,  $P$ ,  $\tan \psi$ .

- Visqueux\_analytique\_periodique\_1.m
- Visqueux\_analytique\_periodique\_2.m



## Annexe B

# Cohésion d'un tas granulaire : influence d'une surface eau-air-grains

Nous présentons ici les résultats principaux d'une étude réalisée au cours du stage précédent la thèse sous la direction des mêmes personnes, à savoir P. Aussillous et O. Pouliquen. L'objet du stage portait sur la quantification de la contrainte supplémentaire s'exerçant sur les milieux granulaires saturés lors de la présence d'une interface air/liquide ces milieux.

### B.1 Introduction

Dans ce qui suit, nous étudions l'influence de l'eau sur la cohésion du milieu. Comme nous le montrerons, les effets d'un liquide sur du sable sont dus essentiellement à la formation de ponts capillaires.

Sur Terre, l'influence de la tension de surface se manifeste lorsque la longueur caractéristique de la surface devient suffisamment petite. Comme l'a mis en évidence Jurin, l'eau ne monte jamais dans un tube d'un mètre de rayon, mais elle monte facilement dans des tubes dont le rayon est en deçà du millimètre. Dans ce cas, la surface de celle-ci est courbe. Laplace a montré que cette courbure induit un saut de pression lors de la traversée d'une telle interface. La *loi de Laplace* généralisée donne la relation entre la courbure et

Liquide	Hélium (4K)	Ethanol	Eau	Mercure
$\gamma$ (mN/m)	0,1	23	72	485

TABLE B.1 – Tension superficielle ou interfaciale de quelques liquides naturels

le saut de pression  $\Delta p$  :

$$\Delta p = \gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (\text{B.1})$$

La tension de surface du liquide  $\gamma$  ne dépend que de la température et de la nature du liquide.  $R_1$  et  $R_2$  sont les rayons de courbure maximal et minimal de la surface. On donne quelques valeurs caractéristiques de  $\gamma$  dans le tableau B.1.

On peut mettre en évidence une longueur capillaire  $\kappa^{-1}$  permettant de déterminer qui, de la gravité ou de la force surfacique, est l'effet prépondérant.

$$\kappa^{-1} = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}} \quad (\text{B.2})$$

Si la longueur caractéristique de la surface du liquide est inférieure à cette longueur, la tension superficielle doit être prise en compte. Pour de l'eau,  $\kappa^{-1} \simeq 2,8$  mm. Par la suite nous allons travailler avec des billes de verre dont le diamètre varie approximativement de 80  $\mu\text{m}$  à 1 mm. Même avec les plus gros grains, on est en dessous de la longueur capillaire : la tension superficielle va jouer un rôle majeur pour la pression du liquide.

Qui n'a jamais fait de château de sable ? Dès l'enfance nous expérimentons toute la difficulté qu'il y a à faire un château de sable sec et avec quelle facilité du sable mouillé —mais pas trop— se travaille. Le changement d'échelle pour la surface du liquide c'est-à-dire la formation des ponts capillaires entre les grains crée une dépression au sein du milieu qui a un rôle cohésif pour l'ensemble.

Notre étude se place dans un cadre légèrement différent. Le château de sable est non saturé en eau c'est-à-dire qu'il renferme de l'eau et de l'air, alors que nous allons nous intéresser au cas où la majeure partie du sable est complètement saturée. Pour de tels milieux nous emploierons le terme de pâte granulaire.

Même si elle est beaucoup moins étendue, la présence d'une interface eau/air crée une dépression notable. Pour décrire le couplage fluide-milieu granulaire, on décompose la contrainte totale  $\sigma$  imposée à la pâte granulaire en deux termes : la pression de pore  $p$  s'exerçant sur l'eau et la contrainte granulaire ou effective  $\sigma'$  qui s'exerce sur le squelette granulaire (Terzaghi, 1943) :

$$\sigma = \sigma' + p$$

Au moment où l'interface eau/air touche les premiers grains, les ponts capillaires se forment entraînant une dépression  $\Delta p$  dans le liquide :

$$p = p_{hydrostatique} - \Delta p$$

la contrainte totale restant constante en l'absence de toutes forces extérieures, il en résulte une augmentation de la contrainte granulaire  $\sigma'$ , c'est-à-dire de la cohésion du squelette granulaire.

On ne s'intéressera qu'au cas le plus simple d'un milieu monodisperse.

## B.2 Mesure de la cohésion d'une pâte granulaire

On vide l'eau du mélange sédimenté eau/sable et on regarde l'évolution de la pression. Lorsque le niveau d'eau devient inférieure à la hauteur de sable, les ponts capillaires se forment. Le but est de caractériser cette dépression en fonction de la taille des grains.

### B.2.1 Protocole expérimental

Comme nous allons le voir dans la suite, la taille des billes est le paramètre principal; nous avons donc travaillé avec différentes tailles de billes. Le milieu granulaire (nous l'appellerons "sable" dans la suite pour simplifier) est composé de billes de verres dont le diamètre est le plus homogène possible. Nous ne pouvons cependant pas empêcher une dispersion autour de la valeur moyenne du diamètre de celles-ci. Comme le montre le tableau B.2, la dispersion est au pire de  $\pm 14\%$  pour le sable le plus fin. Par la suite nous considérerons que le milieu est monodisperse.

Dans un tube en plastique fermé à sa base de diamètre 6 cm, on verse un sable jusqu'à une hauteur d'une dizaine de centimètres. Ensuite nous

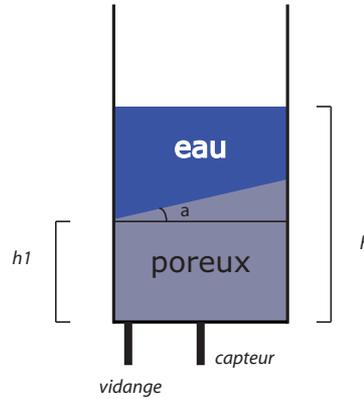


FIGURE B.1 – Schéma paramétré du montage.  $h(t)$  est la hauteur de l'eau à l'instant  $t$ ,  $h_1$  est la hauteur de sable. La prise de la pression se fait au centre du tube et la surface du sable est inclinée d'un angle  $a$ . Dans cette annexe nous nous limitons au cas où  $a = 0$ .

rajoutons un liquide (eau ou éthanol) jusqu'à ce que le sable soit largement immergé. Afin d'éliminer tout l'air résiduel, nous mélangeons jusqu'à obtenir une phase liquide+sable homogène. Pour travailler avec un milieu granulaire à  $\phi$  constant, nous le compactons au maximum en appliquant plusieurs coups successifs sur le tube. Cela permet d'obtenir une fraction volumique constante de 0,6.

Il ne reste alors que deux paramètres : le diamètre des billes et la tension superficielle  $\gamma$  que nous avons mesurée au moyen de la Drop-weight method (Clanet & Lasheras, 1999). On trouve  $68,9mN/m$  pour l'eau et  $20,4mN/m$  pour l'éthanol. Elles sont en deçà des valeurs théoriques car les liquides utilisés ici sont impurs : les poussières du laboratoire présentes dans l'eau suffisent à abaisser la tension de surface. Pour tout le reste de notre étude nous utiliserons ces valeurs.

Le fond du tube possède une vidange avec un filtre qui permet d'évacuer l'eau sans le sable et d'obtenir l'état de pâte granulaire, et il est raccordé à un capteur de pression B.1.

Le système de mesure de la pression est le même que celui utilisé au cours de la thèse, cf. chapitre 2.

Diamètre min. ( $\mu m$ )	Diamètre max. ( $\mu m$ )	Diamètre moyen ( $\mu m$ )	Dispersion
75	90	87,5	14%
125	150	137,5	9%
200	250	225	11%
500	560	530	5%
600	630	615	2%
1250	1600	1475	8%
1250	1400	1325	5%

TABLE B.2 – Les différentes billes utilisées.

### B.2.2 Résultats

On voit sur la figure B.2 un signal caractéristique délivré par un capteur de pression lors de la vidange du tube. On distingue clairement un saut du signal ce qui correspond à un saut de pression. Nous avons vérifié *de visu* que ce saut apparaissait quand la surface de l'eau arrive à la hauteur du sable.

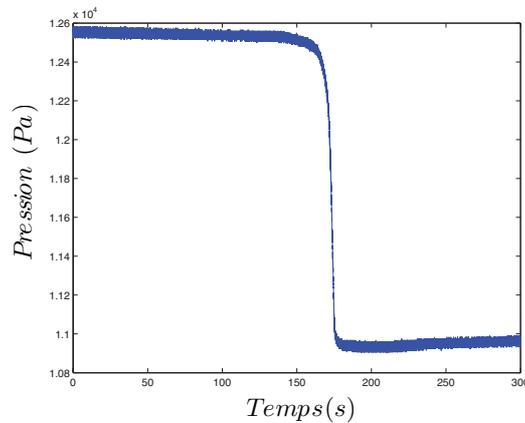


FIGURE B.2 – Saut de pression pour une surface de sable horizontale, pression en fonction du temps. Billes de diamètre  $82,5 \mu m$ .

En amont, la pression décroît de façon linéaire ce qui correspond au drainage du fluide. Après le saut, elle continue à décroître toujours linéairement. A la fin on constate une remontée de la pression : ceci s'explique en parti par l'intrusion d'air dans la vidange. Cependant cela n'arrive qu'à la toute fin et

### B.3. LOI DU SAUT DE PRESSION ANNEXE B. EAU, AIR ET GRAINS

ne perturbe en rien ce qui se passe avant.

Pour des billes de diamètre moyen  $82,5 \mu m$ , le saut mesuré est de l'ordre de  $8000 Pa$  c'est-à-dire qu'une colonne de sable d'une base de  $1 m^2$  peut supporter une charge supplémentaire de  $800 kg$  ou qu'une colonne de  $10 cm \times 10 cm$  peut supporter  $8 kg$  de plus. L'effet cohésif de cette dépression est très fort.

## B.3 Loi du saut de pression

### B.3.1 Rôle du diamètre des grains

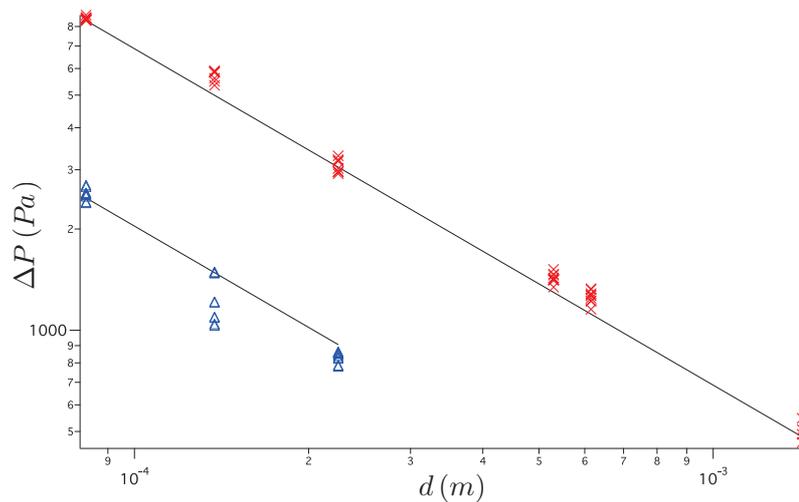


FIGURE B.3 – Saut de pression mesurée en fonction de la taille de grains avec de l'eau  $\times$  et de l'éthanol  $\triangle$ . Les deux droites sont de pente  $-1$ .

Nous avons tracé sur la figure B.3 la valeur du saut en fonction de  $d$ . Dans les deux cas, eau et éthanol, les points sont alignés sur une droite de pente  $-1$ . On peut en déduire que :

$$\Delta P \sim \frac{\epsilon}{d}.$$

Nous allons préciser cette relation.

### B.3.2 La tension de surface responsable du saut de pression

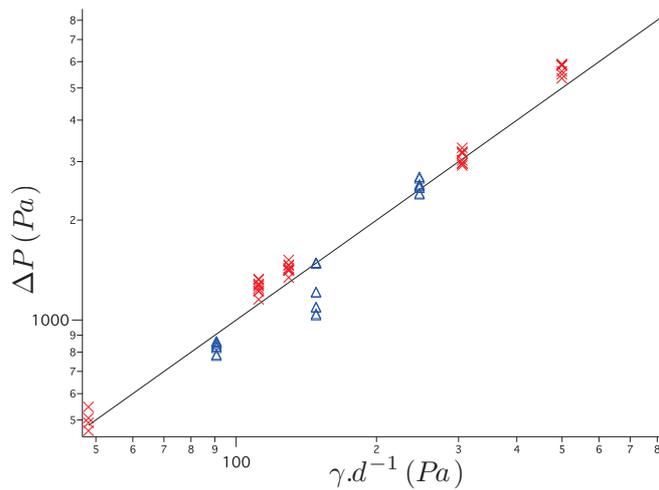


FIGURE B.4 – Saut de pression en fonction de  $\frac{\gamma}{d}$ . Les  $\times$  représentent les mesures faites avec de l'eau et les  $\triangle$  représentent celles faites avec l'alcool. La droite vient de l'équation B.3.

Pour vérifier le rôle de la valeur de la tension de surface, nous avons reporté sur la figure B.4 le saut  $\Delta P$  en fonction de  $\gamma.d^{-1}$ . Tout d'abord, on constate que les points sont globalement alignés et ce indépendamment que le liquide soit de l'eau ou de l'éthanol. Ceci prouve la dépendance du saut vis à vis de la tension de surface. En ajustant les données par une droite on obtient

$$\Delta P \simeq 10 \frac{\gamma}{d} \quad (\text{B.3})$$

Vu l'équation B.3, on peut expliquer le saut de pression par la formation de ponts capillaires ; la taille caractéristique des ménisques est proportionnelle celle des grains. Cependant le coefficient trouvé montre que la taille du ménisque n'est pas celle des grains. Nous allons donc essayer d'expliquer ces différences avec un peu de géométrie.

Soient 4 sphères de même rayon  $R$  représentées sur la figure B.5. On se place dans le cadre particulier où elles sont parfaitement empilées pour former

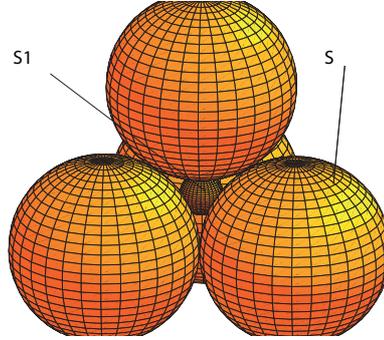


FIGURE B.5 – Empilement tétraédrique. La sphère  $S$  est de rayon  $R$  et  $S_1$  est de rayon  $r$ .

un tétraèdre. On note  $r$  le rayon de la plus grande sphère qui peut exister au centre de ce tétraèdre. C'est le rayon caractéristique du plus grand ménisque qui existe entre les sphères. Cherchons d'abord la position du centre de gravité du tétraèdre : si on note  $H$  la longueur d'une hauteur du tétraèdre et  $h$  celle d'une des bases triangulaires, on a

$$h = \sqrt{4R^2 - R^2} = R\sqrt{3}$$

$$H = \sqrt{4R^2 - \left(\frac{2}{3}h\right)^2} = 2\sqrt{\frac{3}{2}}R.$$

Sachant que le centre de gravité est aux trois quarts de  $H$ , on en déduit :

$$R + r = \sqrt{\frac{3}{2}}R \Leftrightarrow r = R \left( \sqrt{\frac{3}{2}} - 1 \right) \cong 0.23R$$

Ainsi si l'on suppose que la taille caractéristique des ménisques est  $r$ , on devrait obtenir le saut de pression suivant :

$$\Delta P_{capillaire} = \frac{2\gamma}{r} \cong \frac{4\gamma}{0,23d} \cong 17\frac{\gamma}{d}. \quad (\text{B.4})$$

L'écart entre 17 et 10 peut s'expliquer par le fait qu'aucun empilement n'est parfait (dans ce cas  $\phi = 0,74$ , alors que nous n'avons que  $\phi = 0,6$ ). L'espace entre les grains est plus grand et le coefficient doit être plus petit. Nous n'avons pas poussé plus en avant cette idée mais elle suppose qu'au deuxième ordre l'empilement contrôle la valeur du saut de pression.

## B.4 Conclusion

En faisant varier la taille et la nature du liquide employé nous avons pu mettre en évidence une loi empirique permettant d'estimer l'augmentation de la cohésion d'un milieu monodisperse lors de la formation de ponts capillaires, quelque soit l'angle que fait la surface du sable. Dans le même temps nous avons développé un modèle simple permettant d'expliquer cette loi en se basant sur la taille caractéristique des ménisques. Nous avons tout de même pu dégager certains points : l'espace interstitiel joue un rôle prépondérant dans le cas monodisperse mais il est balancé par l'empilement et la distribution des grains pour un milieu bidisperse.

Cette étude ouvre de nombreuses directions de recherches : nous pouvons continuer à travailler avec des milieux bidisperses mais nous pouvons aussi introduire du sable naturel pour faire varier la rugosité. Le plus intéressant semble de regarder comment la formation d'une interface retarde l'effondrement et le glissement d'une pâte granulaire.



Annexe C

Article publié

## Granular collapse in a fluid: role of the initial volume fraction

L. Rondon,<sup>1, a)</sup> O. Pouliquen,<sup>1, b)</sup> and P. Aussillous<sup>1, c)</sup>

*Laboratoire IUSTI, UMR 6595 CNRS, Aix Marseille University, 5 rue Enrico Fermi, 13465 Marseille cedex 13, France.*

(Dated: 5 April 2011)

The collapse of a granular column in a viscous liquid is experimentally investigated. The morphology of the deposits is shown to be mainly controlled by the initial volume fraction of the granular mass and not by the aspect ratio of the column, an observation which differs from dry granular collapse. Two different regimes are identified corresponding to initially loose and dense packings. Loose packings give rise to thin and long deposits, the dynamics being fast. A positive liquid pressure is measured below the column. For dense packings, the run out distance is twice less, the flow is slow and a negative pore pressure is measured during the flow. These observations suggest that the dynamics of the granular collapse in a fluid is strongly affected by the dilatancy or contractancy behavior of the granular medium.

PACS numbers: 83.80.Hj, 47.55.Kf, 47.57.Gc

Keywords: suspensions, dispersions, pastes, slurries, colloids, particle-laden flow, granular flow complex fluids

### I. INTRODUCTION

In nature, instabilities of slopes or cliffs are dramatic events involving the sudden release of a large mass of soil. The flowing mass is mainly composed of a granular material surrounded by an interstitial fluid, which can be gas for aerial landslides, water for submarine flows, mud for debris flows. Understanding the dynamics of the flow and predicting how fast and how far the mass may travel is important for risks assessment. However, the prediction of catastrophic events still represents a challenge, one difficulty being our incomplete understanding of the dynamics of granular flows<sup>1</sup>. Small scale laboratory experiments are usually unable to properly capture the dynamics of geophysical events. However, they can be useful to precisely study physical mechanisms, which may play a role in real flows<sup>2-5</sup>. The study presented in this paper is carried out in this spirit. The goal is to explore the role of the coupling between the grains and the interstitial fluid during the collapse of a granular mass fully immersed in a liquid.

The collapse of a granular column, which mimics the collapse of a cliff, has been extensively studied in the case of dry granular material, when the interstitial fluid plays no role<sup>6,7</sup>. The first experiments on granular collapse have been carried out in an axisymmetric geometry. A cylinder standing vertically on a plane and initially filled with grains is suddenly lift up. The granular mass rapidly spreads on the plane and ultimately stops, leaving a deposit with a well defined and reproducible morphology. A major observation is that this complex transient flow leads to relatively simple scaling laws: the

morphology of the final deposit is mainly controlled by the initial aspect ratio of the column, almost independently of the material properties. Power laws have been observed<sup>6-8</sup> relating the final height and the final length to the initial aspect ratio. The same problem has been also investigated in a two dimensional geometry, the so-called dam-break problem<sup>8-13</sup>. In this case the granular material is initially confined by a wall, which is suddenly removed. The observed scaling characterizing the deposit morphology are different from the axisymmetric case but the aspect ratio remains the relevant parameter, as long as the channel is wide enough to prevent additional frictional effects on the side walls<sup>9</sup>. The granular collapse has been also studied using numerical simulations based on discrete element methods, allowing a precise study of the internal structure of the flow<sup>13-16</sup>. From a theoretical point of view, the spreading has been described using depth averaged equations<sup>17-19</sup>. Although the initial stage of the flow does not fulfill the gentle slope approximation dictated by the depth averaged approach, this approach succeeds in predicting the scaling observed for aspect ratio less than one. However, describing larger aspect ratio and capturing the initial stage of the collapse, when the grains experience a rapid change of direction from vertical to horizontal, remains an open challenge<sup>15</sup>.

The case of the collapse in presence of an interstitial fluid has been less studied. Roche *et al.*<sup>5,20</sup> have investigated the role of air in the propagation of the surge in the dam break configuration. They have shown that air can strongly enhance the mobility of the mass when the particles are fine enough and when the initial pile is fluidized by an injection of air. The problem of the granular collapse in a liquid, which is of importance for submarine landslides, has to our knowledge attracted less attention. A lot of work has been devoted to turbidity currents, addressing the problem of the spreading of a low concentrated suspension in a clear fluid<sup>21</sup>. However, these flows are far from the dense granular regime ob-

---

<sup>a)</sup>Electronic mail: loic.rondon@polytech.univ-mrs.fr

<sup>b)</sup>Electronic mail: olivier.pouliquen@univ-provence.fr

<sup>c)</sup>Electronic mail: pascale.aussillous@polytech.univ-mrs.fr

served in collapse, when particles are initially in contact. Thompson and Huppert<sup>22</sup> in their paper rapidly discuss an experiment of a granular collapse in water. They show that the liquid dramatically changes the way the column collapses compared to the dry case. Bonnet *et al.*<sup>23</sup> have also studied submarine avalanches in a confined geometry. A pile of grains confined on the side of a square box by an horizontal counter current of water, is suddenly released by stopping the counter current. A major result of their study is that the destabilization of the pile strongly depends on the initial volume fraction of the packing. For dense packings the granular flow is localized at the free surface of the pile, whereas for loose packings the destabilisation occurs in the bulk of the material and take the shape of a lens.

The role of the initial density in the motion a granular mass has been shown in the striking experiment of Iverson *et al.*<sup>24</sup>. Using a large scale facility, they have shown that a soil prepared in a loose state on a slope and submitted to a rainfall flows rapidly like a liquid when it breaks, whereas a dense soil only slowly creeps. The underlying mechanism is related to the dilatant or contractant character of the granular material and has been called “the pore pressure feedback”<sup>24,25</sup>. A compaction or a dilatation of the granular material during the initial deformation induces a relative motion between the grains and the fluid, which in turns induces an additional stress on the granular skeleton. This additional stress can stabilize or destabilize the soil. Recently, a small scale experiment carried out in the viscous regime has given a precise and quantitative analysis of this coupling<sup>26</sup>. The crucial role of the initial volume fraction has been analyzed by investigating how a thin layer of grains immersed in a liquid starts to flow when it is suddenly inclined from horizontal. The dynamics observed in this experiment can be captured theoretically using the framework of two phase flow equations<sup>27,28</sup>.

The main goal of this paper is to study how the pore pressure feedback mechanism may affect the collapse of an immersed granular column. Our experiment consists in a dam-break configuration in a viscous liquid, in which we control the initial volume fraction of the column. The aim is to investigate how the collapse of a dense column differs from the collapse of a loose column.

The paper is organized as follows. The experimental setup and the procedure are presented in Sec. II. The differences observed between an initially loose and an initially dense packing are first qualitatively described in Sec. III. In Sec. IV, we quantitatively study the morphology of the final deposit. Section V is devoted to the dynamics of the flow and how it changes when changing the initial volume fraction. Section VI is a discussion, where our observation for the immersed case are compared to results from the dry case. Finally, a conclusion is presented in Sec. VI.

## II. EXPERIMENTAL SET UP AND PROCEDURE

The experimental set-up is presented in Fig. 1. It consists in a perspex box 70 cm long, 15 cm wide and 15 cm high, full of liquid. The bottom surface of the box is made rough by gluing a layer of particles on it. A vertical wall can be positioned at one end of the tank to delimit a reservoir for the granular material. This wall is maintained by two slots made on the side walls of the tank and can be removed rapidly to simulate a dam-break. Three different positions are possible for the retaining wall corresponding to three different reservoir widths  $L_i = 2, 4$  and  $6$  cm. The particles used are glass beads of density  $\rho_s = 2500 \text{ kg.m}^{-3}$  and  $d = 225 \mu\text{m}$  in mean diameter. The liquid is a mixture of water and Ucon oil 75H90000 from Dow, a viscous newtonian liquid soluble in water. Two mixtures are used, the first one made of 87% of water and 13% of Ucon with a viscosity  $\eta = 12$  and the second made of 83% of water and 17% of Ucon with  $\eta = 23$  cP. In order to measure the pore pressure under the pile, a 3 mm hole is drilled at 2 cm from the end of the tank. This hole is closed with a  $40 \mu\text{m}$  mesh, preventing the particles to go through. The hole is connected by a tube to one end of a differential piezo electric pressure sensor Honeywell DC005NDC4, the second end being at the atmospheric pressure. The pressure signal thus gives the pressure of the liquid under the pile. The experimental procedure is the following. The tank

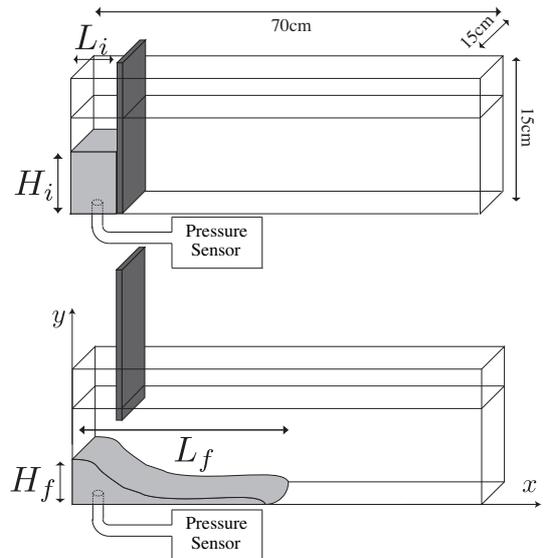


FIG. 1. Experimental set-up.

being full of liquid, the retaining wall is placed at the desired position. Glass beads already mixed with liquid are then gently poured in the reservoir delimited by the wall. The liquid level is then adjusted on both sides of the gate by adding or removing liquid with a syringe. The grains are then put in suspension in the reservoir using

a small propeller driven by a drill motor. The propeller is moved randomly in order to obtain a uniform particle distribution. Once the propeller is stopped, we wait until all the particles have sedimented. A clear signature of the end of the sedimentation process is given by the pore pressure signal, which continuously decreases during the sedimentation and stops decreasing when the static pile is formed. Using this procedure, we then obtain a packing with a flat free surface, which is in the loosest state we can create. The solid volume fraction  $\phi_s$  in this loose state just after sedimentation is found<sup>29</sup> to be equal to  $\phi_s = 0.55 \pm 0.005$ . We have checked that this value is reproducible and independent of the amount of grains and of the size of the reservoir. To create denser packings, we then gently kick on the tank. Measuring the heights of the column  $H_s$  and  $H_i$  before and after compaction gives an estimate of the mean volume fraction  $\phi_i$  of the column after compaction:  $\phi_i = \phi_s \frac{H_s}{H_i}$ . The range of volume fraction reached in our set up is  $0.55 \lesssim \phi_i \lesssim 0.62$ . The error bar on our estimate of the volume fraction depends on the height of the column and is  $\pm 0.013$  for  $H_i = 2$  cm and  $\pm 0.003$  for  $H_i = 10$  cm. Note that only the depth averaged volume fraction is measured and that variations could exist in the column. However, previous works on tap induced compaction of granular matter suggest that the compaction process is homogeneous<sup>30</sup>.

Once the column is prepared at the desired mean volume fraction  $\phi_i$ , the gate is suddenly removed by hand (Fig. 1b). The column collapses and creates a surge which propagates in the box. No noticeable transverse variation is observed during the flow, indicating that wall effects are negligible and that the flow is essentially two-dimensional. A side view using a video camera at 30 frames per second with a resolution of 1920x1080 pixels is then sufficient to analyze the flow dynamics. The pore pressure signal under the pile is recorded at 50 Hz using an acquisition board.

In order to explore the role of the different parameters, we have carried out experiments changing the height  $H_i$  of the column, the width  $L_i$  of the column and the viscosity  $\eta$  of the fluid. The different experimental conditions are summarized in Table I. In our set-up, the aspect ratio of the initial column  $\mathcal{A} = \frac{H_i}{L_i}$  is limited to the range  $0.33 < \mathcal{A} < 4.55$ . For each condition listed in Table I, the initial volume has been varied in the range  $0.55 \lesssim \phi_i \lesssim 0.62$ .

### III. EVIDENCE OF THE ROLE OF THE INITIAL VOLUME FRACTION

Before studying systematically the role of the different parameters in the spreading of the granular mass, we first present evidences that the initial volume fraction of the pile plays a major role. Figure 2 shows the time evolution of the same granular mass prepared in a dense state ( $\phi_i = 0.6$ ) and in a loose case ( $\phi_i = 0.55$ ). Movies can be found in the online version. When opening the door,

	$L_i$ (cm)	$\eta$ (cP)	$\mathcal{A}$	$H_i$ (cm)		$L_i$ (cm)	$\eta$ (cP)	$\mathcal{A}$	$H_i$ (cm)
1	6	12	0.37	2.2	7	6	12	1.33	7.97
2	4	23	0.52	2.08	8	4	23	1.51	6.06
3	6	12	0.74	4.42	9	4	23	1.97	7.87
4	4	23	0.78	3.12	10	2	12	1.98	3.95
5	4	23	0.99	3.95	11	2	12	3.05	6.09
6	6	12	1.03	6.21	12	2	12	4.55	9.10

TABLE I. List of the experiments. Experiments are sorted by increasing aspect ratio  $\mathcal{A} = \frac{H_i}{L_i}$ .

the initially dense column does not immediately collapse. Grains only move at the right upper corner, where a slow erosion takes place, leading to a very abrupt profile with a round right corner and a small deposit at the feet of the column. When time goes on, the eroded corner becomes larger and larger and the profile is less and less steep. Eventually, the deposit exhibits a trapezoidal shape. The left part has not moved and presents a plateau at the same thickness as the initial column. The right part is roughly triangular. During the collapse of these dense columns, failures occasionally are observed, where part of the right corner detaches as a block and falls at the feet of the column.

The dynamics of the loose case is different (Fig. 2b). First, contrary to the dense case, the whole column is mobilized immediately after the opening: grains at the left corner of the column also move down. Secondly, the column spreads further than in the dense case. The runout of the granular mass is about twice longer when starting from a loose state than from a dense state. The final shape of the deposit is then much more elongated. Thirdly, the motion is more rapid in the loose case than in the dense case. This is shown by comparing the spacing between the successive profiles plotted in Fig. 2, knowing that they are plotted every 0.66 s in Fig. 2b and every 3 s in Fig. 2a. The rapid dynamics of the loose case is also clearly observed in Fig. 3a where the position of the surge front is plotted versus time for the two cases. The spreading of the initially loose column is very rapid at the beginning and slows down before it stops, whereas the spreading of the dense column is much slower.

A last but important difference between the dense and loose collapse is observed on the pore pressure signal measured below the initial column. Figure 3b shows how the pressure of the water under the pile varies with time during the collapse. The hydrostatic pressure has been subtracted to the signal, such that the reference pressure before the opening of the gate is 0. During the collapse of the dense column, a negative pressure is observed, whereas a positive pore pressure is observed for the collapse of the loose column. This is similar to what is observed during the initial motion of a thin layer of grains, and suggests that fluid is sucked into the granular skeleton when the column is initially dense, whereas fluid is ejected out of the granular skeleton in the loose

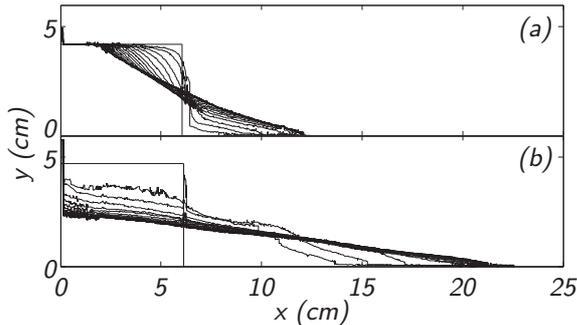


FIG. 2. Collapse of a dense and a loose column containing the same amount of sand for an aspect ratio  $\mathcal{A} \simeq 0.67$ . (a)  $\phi_i = 0.60$ ,  $L_i = 6$  cm,  $H_i = 4.2$  cm, 3 s between profiles; (b)  $\phi_i = 0.55$ ,  $L_i = 6$  cm,  $H_i = 4.8$  cm, 0.66 s between profiles.

case.

These preliminary observations then strongly suggest that the initial volume fraction is a crucial parameter in the study of the granular collapse in a fluid. In the next sections, we analyze how the final morphology and the flow dynamics vary with the initial aspect ratio and the initial volume fraction.

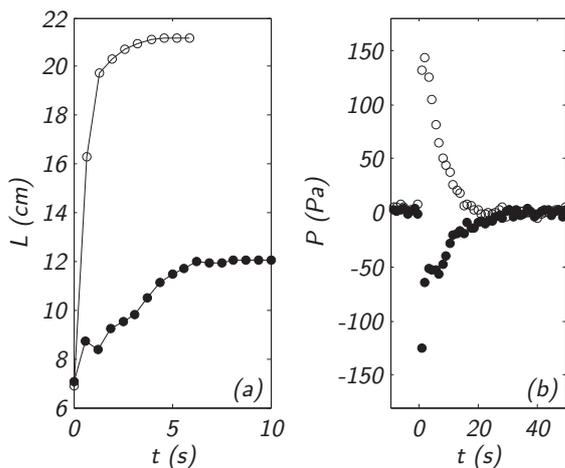


FIG. 3. (a) Time evolution of the front position for the dense ( $\bullet$ ) and loose ( $\circ$ ) cases of Fig. 2; (b) corresponding pore pressure evolution below the column.

#### IV. MORPHOLOGY OF THE DEPOSIT

Examples of deposits observed at the end of the collapse are presented in Fig. 4. Pictures correspond to two different aspect ratios  $\mathcal{A} = 0.5$  and  $\mathcal{A} = 2$  and different volume fraction. Two different morphologies are

observed. At low aspect ratio and high volume fraction, the deposit looks like a trapezoid, with a flat surface on the left side reminiscent of the initial packing and a triangle on the right side resulting from the avalanche of the right corner. At higher aspect ratio or/and lower initial volume fraction, the deposit no longer presents a flat surface but is more or less triangular, the final height being less than the initial height.

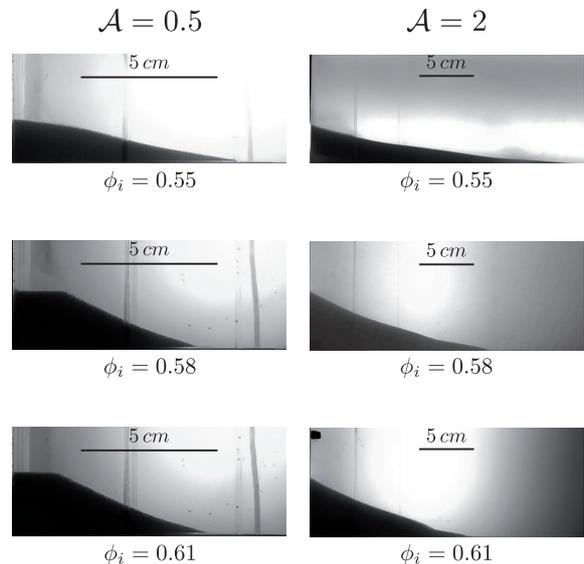


FIG. 4. Deposit observed for  $L_i = 4$  cm and  $H_i = 2$  cm,  $\mathcal{A} = 0.5$  for the left column and  $H_i = 8$  cm,  $\mathcal{A} = 2$  for the right column.

The transition between a trapezoidal and a triangular shape is presented in Figure 5. For different aspect ratios and initial volume fractions we indicate whether the deposit presents a plateau ( $\blacksquare$ ) or not ( $\triangle$ ). The figure shows that for dense packing  $\phi_i \gtrsim 0.58$ , the trapezoid is observed when  $\mathcal{A} < 0.8$ . This value is closed to the one observed in the collapse of dry columns<sup>8</sup>. This critical aspect ratio is no longer constant for  $\phi_i \lesssim 0.58$  and becomes lower and lower when  $\phi$  decreases.

In the sequel, we focus on the morphology of the deposits presenting no plateau observed for high enough aspect ratio. In order to compare their shape, we have plotted in Fig. 6 the profiles normalized by the final height  $h/H_f$  as a function of the horizontal distance normalized by the final length  $x/L_f$ . This figure shows that the profiles obtained for different experimental conditions have roughly the same shape independently of  $\phi_i$ ,  $\eta$ ,  $H_i$  and  $L_i$ . The shape is close to a triangle but is in average slightly concave. The concavity can be quantified by plotting how the product  $H_f L_f$  varies with  $H_i L_i$  (Fig. 7). For a perfect triangle, the mass conservation implies that  $H_f L_f = 2H_i L_i$ . Our data collapse around a straight line but with a slope 2.55 slightly higher than 2, indicating that in average the deposit profiles present a small con-

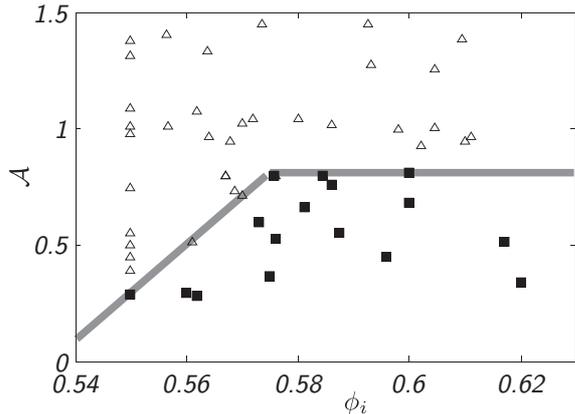


FIG. 5. The two deposits morphologies observed (triangle  $\Delta$ , trapezium  $\blacksquare$ ) in the  $(\mathcal{A}, \phi_i)$  plane.

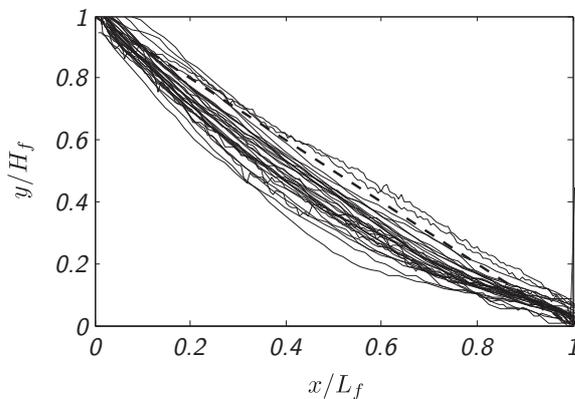


FIG. 6. Dimensionless shape of the deposit without flat part. The dashed line represent the curve  $\frac{y}{H_f} = \frac{x}{L_f}$ .

cavity.

All the profiles being roughly self similar with a shape close to a triangle, the analysis of the morphology can be reduced to the measurement of the apparent slope of the deposit  $H_f/L_f$  and its variation with the aspect ratio  $\mathcal{A}$  and the initial volume fraction  $\phi_i$ . Figure 8a shows how  $H_f/L_f$  varies with  $\mathcal{A}$  for two initial volume fractions corresponding to a dense case ( $\phi_i = 0.6$ ) and a loose case ( $\phi_i = 0.55$ ). The deposit resulting from the collapse of the dense packing exhibits a slight decrease of the apparent slope with  $\mathcal{A}$  for  $\mathcal{A} < 2$  and remains constant for larger  $\mathcal{A}$ . The ratio  $H_f/L_f$  varies between 0.4 and 0.35, which corresponds to an apparent angle of the deposit between  $22^\circ$  and  $19^\circ$ . In the loose case, the slope is much lower, varying between 0.15 and 0.2 corresponding to an angle between  $8.5^\circ$  and  $11^\circ$ . This observation contrasts with what is observed in the dry case<sup>6-9,22</sup>, for which the apparent slope depends on the aspect ratio (Fig. 8a), a point we will discuss in more detail in section VI. The

morphology of the granular collapse in a viscous fluid is thus mainly controlled by the initial volume fraction  $\phi_i$  and not by the initial aspect ratio  $\mathcal{A}$ , at least for the moderate aspect ratio we have been able to create in our setup. We can then plot the apparent slope as a function of the initial volume fraction  $\phi_i$  for all our runs independently of the aspect ratio (Fig. 8b). Although the data are scattered, we can again distinguish between a loose and a dense behavior. For a low initial volume fraction  $\phi_i = 0.55$  the final slope is as small as 0.15 ( $8.5^\circ$ ), which corresponds to very elongated deposits. The slope then increases roughly linearly when increasing  $\phi_i$  and reaches values about 0.37 ( $20^\circ$ ) for  $\phi_i \gtrsim .59$ , which corresponds approximately to the angle of repose of the material. The value 0.37 for the slope of dense packings is consistent with the transition between trapezoid and triangle deposits observed for a critical aspect ratio  $\mathcal{A} \simeq 0.8$  (Fig. 5). At the transition one has  $H_i = H_f$ ; considering that the slope of the triangle is equal to the angle of repose  $H_f/L_f \simeq 0.37$  and that  $H_f L_f = 2H_i L_i$  from mass conservation, one predicts that the critical aspect ratio for the transition is given by  $H_i/L_i = 2H_f/L_f \simeq 0.74$ .

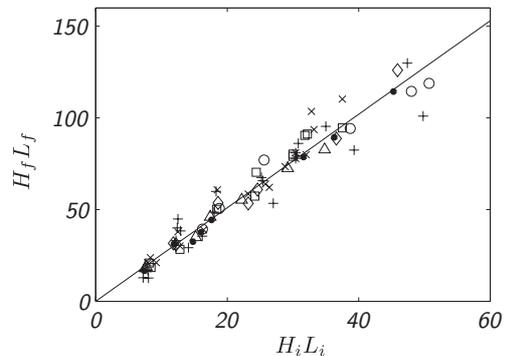


FIG. 7.  $H_f L_f$  as a function of  $H_i L_i$  for triangular deposit.  $\phi_i = 0.55$  (+),  $0.56$  ( $\times$ ),  $0.57$  ( $\square$ ),  $0.58$  ( $\Delta$ ),  $0.59$  ( $\diamond$ ),  $0.60$  ( $\bullet$ ),  $0.61$  ( $\circ$ ). The solid line corresponds to a slope 2.55.

## V. DYNAMICS OF THE SPREADING

We have seen that the final morphology of the deposit is mainly controlled by the initial volume fraction  $\phi_i$  of the packing. In this section we analyze the influence of  $\phi_i$  on the typical time it takes before the flow stops and on the level of pore pressure measured below the column.

In order to investigate the dynamics, we compute for each run the time  $t_{95}$  defined as the time it takes for the surge to travel a distance equal to 95% of its final position. Determining  $t_{95}$  is more precise than trying to measure the time it takes for the flow to stop. The Fig. 9a shows how the time  $t_{95}$  varies with the initial

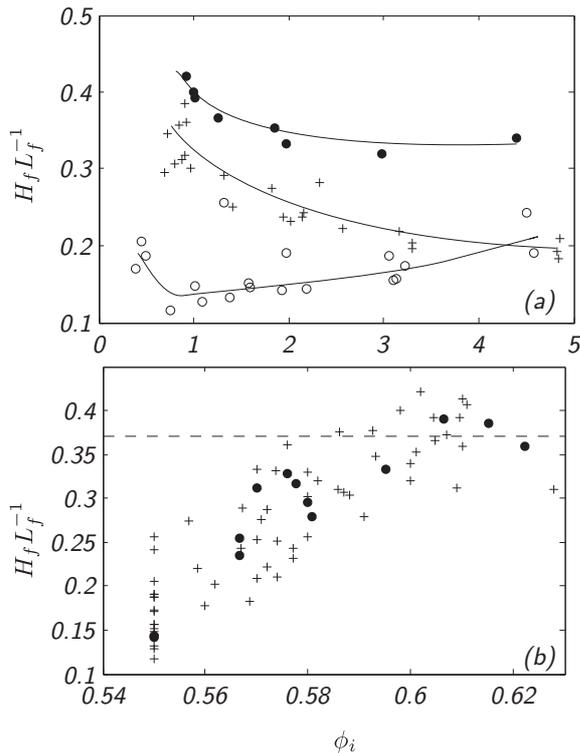


FIG. 8. (a) Apparent slope  $\frac{H_f}{L_f}$  as a function of  $\mathcal{A}$  for  $\phi_i = 0.55$  (o),  $\phi_i = 0.60$  (●) and dry<sup>6</sup> (+). The lines are guides for the eyes. (b) apparent slope  $\frac{H_f}{L_f}$  as a function of  $\phi_i$  for triangular deposit for all runs (+), except  $\mathcal{A} = 1.97$  (●), set n<sup>o</sup>9 on Table I.

volume fraction for a fixed initial geometry  $H_i$  and  $L_i$ . At low volume fraction, the spreading time is about few seconds and is relatively constant but it dramatically increases when  $\phi_i$  goes above 0.58, increasing up to 40 s for  $\phi_i = 0.62$ . The collapse of a dense column can then take 10 times longer than the collapse of a loose column. In order to compare the time measurements obtained for different initial geometries and different fluid viscosities, we have tried different scaling to nondimensionalise the time scale. The best collapse of our data is obtained when we choose a characteristic time  $t_0$ , which scales like<sup>26</sup>  $t_0 = \eta / \Delta \rho g H_i$ . This typical time is obtained by writing a balance between the gravitational stress created by the weight of the column  $\Delta \rho g H_i$  and a typical viscous stress  $\eta \dot{\gamma}$  where  $\dot{\gamma}$  is the shear rate. The typical shear rate is  $\dot{\gamma} \propto \frac{\Delta \rho g H_i}{\eta}$ . The time scale  $t_0$  is found by saying that it is the time it take for a deformation of order one to occur, which means  $t_0 = \dot{\gamma}^{-1}$ .

Using  $t_0$  as a time scale, a reasonable collapse of all our data is obtained when plotting  $t_{95}/t_0$  as a function of the initial volume fraction  $\phi_i$  as shown in Fig. 9. Again, two distinct behaviors are observed depending on the value of  $\phi_i$ . The collapse of a loose packing when  $\phi_i \lesssim 0.58$

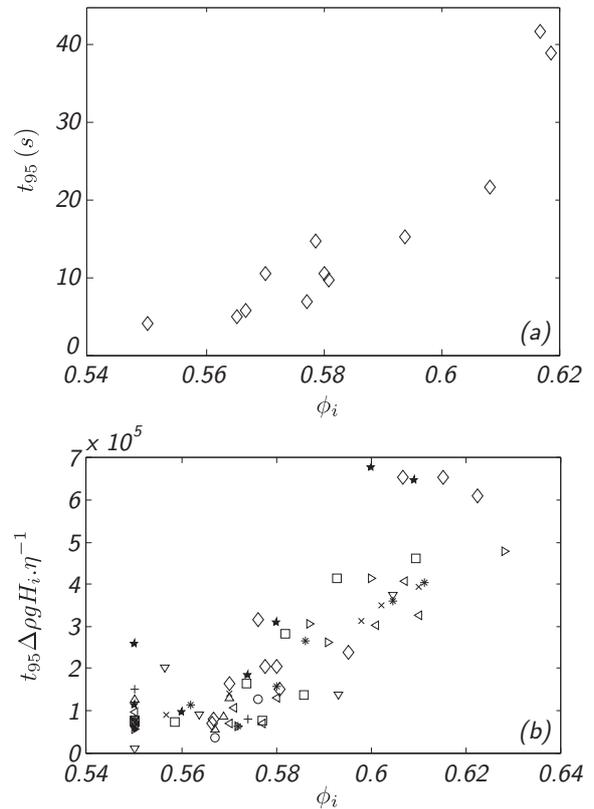


FIG. 9. (a)  $t_{95}$  in second as a function of  $\phi_i$ , (b)  $t_{95}/t_0$  as a function of  $\phi_i$ . Runs using two different fluids are presented :  $\eta = 12$  cP,  $\mathcal{A} = 0.37$  (●),  $\mathcal{A} = 0.74$  ( $\Delta$ ),  $\mathcal{A} = 1.03$  (\*),  $\mathcal{A} = 1.33$  ( $\nabla$ ),  $\mathcal{A} = 1.98$  ( $\triangleleft$ ),  $\mathcal{A} = 3.05$  ( $\triangleright$ ),  $\mathcal{A} = 4.55$  (\*);  $\eta = 23$  cP,  $\mathcal{A} = 0.52$  (+),  $\mathcal{A} = 0.78$  (o),  $\mathcal{A} = 0.99$  (x),  $\mathcal{A} = 1.51$  ( $\square$ ),  $\mathcal{A} = 1.97$  ( $\diamond$ ).

typically last a time equal to  $10^5 \cdot t_0/2$  independent of  $\phi_i$ . The collapse of a dense packing strongly depends on the initial compaction and the time increases from  $5 \cdot 10^4 t_0$  up to  $4 \cdot 10^5 t_0$  when  $\phi_i$  increases from 0.58 to 0.62. We can then conclude that the time of collapse is also mainly controlled by the initial volume fraction.

A last signature of the difference between the collapse of loose and dense samples can be found in the pore pressure measurements below the column. For each run, we can extract from the time record of the pressure (Fig. 3b) the extreme value reached by the signal during the collapse. It can be either positive or negative as already discussed in section III. Figure 10 shows how these extrema vary when changing the initial volume fraction  $\phi_i$ . In this graph, the pressure is made dimensionless using the characteristic pressure  $\Delta \rho g H_i$ . First, we observed that a transition occurs around  $\phi_i \simeq 0.58$ , separating a region where positive pressure are measured and a region where the pore pressure is negative. The positive pressure measured in loose packings means that a partial fluidization occurs, where part of the weight of the grains

is carried by the fluid. Notice that the maximum pressure we have measured in Fig. 10 corresponds to 20% of the total mass of the grains, (a total fluidization would give a dimensionless pressure equal to one in Fig. 10). The level of negative pressure measured in the dense cases is of the same order of magnitude. It corresponds to fluid sucked into the granular packing, leading to an additional confining stress on the packing. The pressure measurements are strong evidence that the difference between dense and loose packings is related to the coupling between the deformation of the granular skeleton and the fluid.

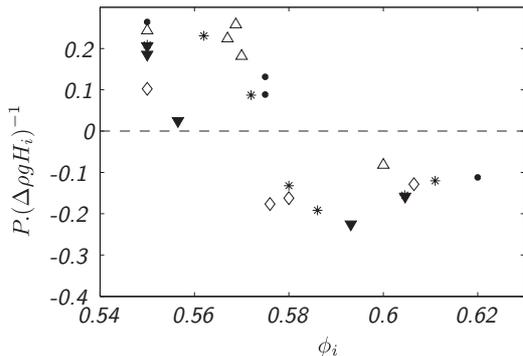


FIG. 10. Extremum dimensionless pore pressure as a function of  $\phi_i$ ;  $\mathcal{A} = 1.97$  and  $\eta = 12$  cP ( $\bullet$ ),  $\mathcal{A} = 0.37$  and  $\eta = 24$  cP ( $\diamond$ ),  $\mathcal{A} = 0.74$  and  $\eta = 24$  cP ( $\blacktriangledown$ ),  $\mathcal{A} = 1.03$  and  $\eta = 24$  cP ( $\triangle$ ),  $\mathcal{A} = 1.33$  and  $\eta = 24$  cP ( $*$ )

## VI. COMPARISON WITH DRY GRANULAR COLLAPSE

We have shown that the collapse of a granular column in a viscous fluid is mainly controlled by the initial volume fraction and not by the aspect ratio of the column. This result contrasts with the collapse of dry granular media previously studied<sup>8,11</sup>. In this case, the aspect ratio of the column plays a major role. In order to compare more quantitatively the viscous collapse and the dry collapse we have plotted in Figs. 11 the final height rescaled by the initial length  $H_f/L_i$  and the final length rescaled by the initial length  $L_f/L_i$  as a function of the aspect ratio for the dry, loose and dense cases. These are the standard plots found in the literature. In Fig.11a the data from the dry and dense immersed cases coincide for  $\mathcal{A} < .7$ . In this range the data correspond to trapezoidal deposits for which the final height is equal to the initial one leading to the trivial scaling  $H_f/L_i = \mathcal{A}$ . For larger aspect ratio, the data from the dry case deviate from the dense case, the final heights being smaller. A similar trend is observed in Fig. 11b, although less pronounced. However, the differences in behaviors between the different cases is not easy to analyze using Figs. 11.

The reason is that the differences are masked by a general trend which can be explained by geometrical arguments. If one assumes that the final deposits are triangle with slope  $\alpha$ , one get  $H_f/L_f \simeq \tan \alpha$ . Mass conservation implies  $H_f L_f \simeq 2H_i L_i$ . One then get the following scaling laws :  $H_f/L_i = \sqrt{2 \tan \alpha \mathcal{A}}$  and  $L_f/L_i = \sqrt{2 \mathcal{A} / \tan \alpha}$ . The variation with the square root of  $\mathcal{A}$  predicts a slope 1/2 in the log-log plot of Figs. 11. We observe that this slope captures the main tendency in both plots. The difference in mobility is then hidden in the deviation from this simple scaling. This suggests that a better way to characterize the mobility is to study how the apparent slope of the deposit varies with the parameters. This corresponds to Fig. 8a, where  $H_f/L_f$  is plotted for both our data in immersed conditions and data for dry collapse (from Lajeunesse *et al*<sup>8</sup>). The slope observed in dry deposit (crosses) decreases with  $\mathcal{A}$  from 0.37 for  $\mathcal{A} = 0.7$  to 0.19 for  $\mathcal{A} = 4.9$ , whereas the variation is much less for both dense or loose immersed cases. In the dry case, inertia is responsible for the enhance of mobility at high aspect ratio. In the viscous regime of interest in our study, inertial effects remain negligible, which could explain why the important parameter controlling the dynamics is the initial volume fraction and not the initial aspect ratio. However, it is worth to mention that the role of the volume fraction on dry granular collapse have not been precisely studied and the preparation of the pile may also play a role (see for example the work by Daerr & Douady<sup>31</sup>).

## VII. CONCLUSION

In this paper, we have presented experimental results for the collapse of a granular column in a viscous liquid. We have shown that the shape of the deposit strongly depends on the initial volume fraction of the material and only slightly varies with the initial aspect ratio of the column. Two different behaviors have been identified corresponding to a loose and a dense regime. Loose packings flow rapidly on a time scale proportional to the initial height. They give rise to elongated final deposits with a slope that decreases when decreasing the volume fraction. By contrast, dense packings flow much slower on a time scale that increases when increasing the volume fraction. The final slope of the deposit is in this case roughly constant and equal to the angle of repose of the material. The transition between the two regimes seems to occur around a critical volume fraction equal to 0.58. The role of the initial volume fraction observed in the viscous collapse can be understood by the pore pressure feedback mechanism proposed by Iverson *et al*<sup>24,25</sup> in the context of landslides. The dense column needs to dilate in order to flow. When it starts to fall, liquid is then sucked into the column, which is then stabilized by the additional viscous drag. By opposition the loose column when it starts flowing expands and ejects liquid, leading to a partial fluidization of the material. Our measure-

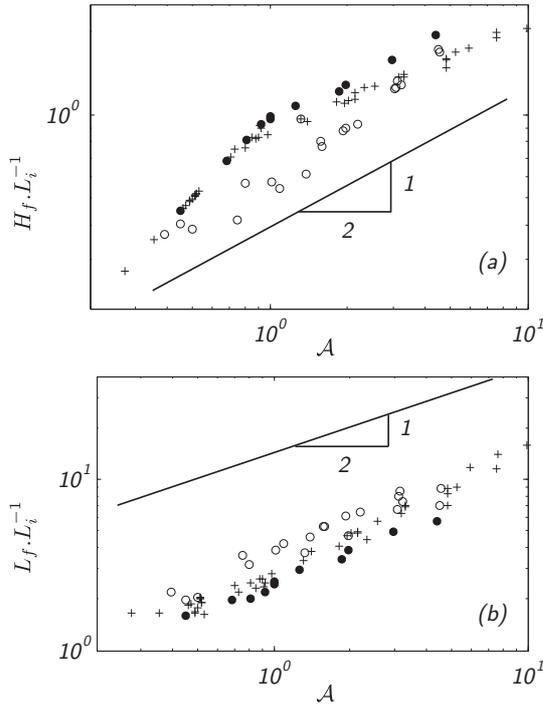


FIG. 11. (a)  $\frac{H_f}{L_i}$  function of  $A$ ;  $\phi_i = 0.55$  (o),  $\phi_i = 0.60$  (●), dry<sup>6</sup> (+). (b)  $\frac{L_f}{L_i}$  function of  $A$ ;  $\phi_i = 0.55$  (o),  $\phi_i = 0.60$  (●), dry<sup>6</sup> (+).

ments of pore pressure below the column, which shows that positive pressure (resp. negative) develops for loose (resp. dense) columns, is a signature of this process. Going further than this qualitative argument, and modeling the dynamics of granular collapse in a liquid remains a challenge, which needs to take into account the coupling between grains and liquid. The approach based on two-phase flow depth averaged equations developed in<sup>27</sup> for the case of uniform avalanches could be a relevant framework.

## ACKNOWLEDGMENTS

We thank Eric Lajeunesse for discussion and for sending us his data. Funding from Agence Nationale de la Recherche (Project RSC ANR-08-BLAN-0048- CSD2), and the Indo-French Centre for the Promotion of Advanced Research (IFCPAR Project No. 3404-1) is gratefully acknowledged.

<sup>1</sup>R.M. Iverson, “The physics of debris flows,” *Rev. Geophys.* **35**, 245 (1997).

<sup>2</sup>O. Pouliquen and J. Vallance, “Segregation induced instabilities of granular fronts” *Chaos* **9** 621 (1999).

- <sup>3</sup>R. M. Iverson, M. Logan and R. P. Denlinger, “Granular avalanches across irregular three-dimensional terrain: 2. Experimental tests” *J. Geophys. Res.* **109**, F01015 (2004).
- <sup>4</sup>E. Lajeunesse, C. Quantin, P. Allemand and C. Delacourt, “New insights on the runout of large landslides in the Valles-Marineris Canyons, Mars” *J. Geophys. Res.* **33**, L04403 (2006).
- <sup>5</sup>O. Roche, S. Montserrat, Y. Nio and A. Tamburrino, “Experimental observations of water-like behavior of initially fluidized, dam break granular flows and their relevance for the propagation of ash-rich pyroclastic flows,” *J. Geophys. Res.* **113**, B12203 (2008).
- <sup>6</sup>E. Lajeunesse, A. Mangeney-Castelnau and J.P. Vilotte, “Spreading of a granular mass on a horizontal plane,” *Phys. Fluids* **16**, 2371 (2004).
- <sup>7</sup>G. Lube, H. Huppert and R. Sparks, “Axisymmetric collapses of granular columns,” *J. Fluid Mech.* **508**, 175 (2004).
- <sup>8</sup>E. Lajeunesse, J. Monnier and G. Homsy, “Granular slumping on a horizontal surface,” *Phys. Fluids* **17**, 103302 (2005).
- <sup>9</sup>N.J. Balmforth and R.R. Kerswell, “Granular collapse in two dimensions,” *J. Fluid Mech.* **538**, 399 (2005).
- <sup>10</sup>S. Siavoshi and A. Kudrolli, “Failure of a granular step,” *Phys. Rev. E* **71**, 051302 (2005).
- <sup>11</sup>G. Lube, H. Huppert, R. Sparks and A. Freundt, “Collapses of two-dimensional granular columns,” *Phys. Rev. E* **72**, 041301 (2005).
- <sup>12</sup>G. Lube, H. Huppert, R. Sparks and A. Freundt, “Static and flowing regions in granular collapses down channels,” *Phys. Fluids* **19**, 043301 (2007).
- <sup>13</sup>L. Lacaze, J. C. Phillips and R.R. Kerswell, “Planar collapse of a granular column: Experiments and discrete element simulations,” *Phys. Fluids* **20**, 063302 (2008).
- <sup>14</sup>R. Zenit, “Computer simulations of the collapse of a granular column,” *Phys. Fluids* **17**, 031703 (2005).
- <sup>15</sup>L. Lacaze and R.R. Kerswell, “Axisymmetric Granular Collapse: A Tazant 3D Flow Test of Viscoplasticity,” *Phys. Rev. Lett.* **102**, 108305 (2009).
- <sup>16</sup>L. Staron and E. J. Hinch, “The spreading of a granular mass: role of grain properties and initial conditions,” *Granular Matter* **9**, 205 (2007).
- <sup>17</sup>R.R. Kerswell, “Dam break with Coulomb friction: A model for granular slumping?,” *Phys. Fluids* **17**, 057101 (2005).
- <sup>18</sup>A. Mangeney-Castelnau, F. Bouchut, J.P. Vilotte, E. Lajeunesse, A. Aubertin and M. Pirulli, “On the use of Saint Venant equations to simulate the spreading of a granular mass,” *J. Geophys. Res.* **110**, B09103 (2005).
- <sup>19</sup>E. Larrieu, L. Staron and E. Hinch, “Raining into shallow water as a description of the collapse of a column of grains,” *J. Fluid Mech.* **554**, 259 (2006).
- <sup>20</sup>O. Roche, M.A. Gilbertson, J.C. Phillips and R.S.J. Sparks, “Experimental study of gas-fluidized granular flows with implications for pyroclastic flow emplacement,” *J. Geophys. Res.* **109**, B10201 (2004).
- <sup>21</sup>E. Meiburg and B. Kneller, “Turbidity Currents and Their Deposits,” *Ann. Rev. Fluid Mech.* **42**, 135 (2010).
- <sup>22</sup>E. Thompson, H. Huppert, “Granular column collapses: further experimental results,” *J. Fluid Mech.* **575**, 177 (2007).
- <sup>23</sup>F. Bonnet, T. Richard and P. Philippe, “Sensitivity to solid volume fraction of gravitational instability in a granular medium,” *Granular Matter* **12**, 317 (2010).
- <sup>24</sup>R.M. Iverson, M.E. Reid, N.R. Iverson, R.G. LaHusen, M. Logan, J.E. Mann and D.L. Brien, “Acute sensitivity of landslide rates to initial soil porosity,” *Science* **290**, 513 (2000).
- <sup>25</sup>D.G. Schaeffer and R.M. Iverson, “Steady and intermittent slipping in a model of landslide motion regulated by pore-pressure feedback,” *SIAM J. Appl. Math.* **69**, 769 (2008).
- <sup>26</sup>M. Pailha, M. Nicolas and O. Pouliquen, “Initiation of underwater granular avalanches: Influence of the initial volume fraction,” *Phys. Fluids* **20**, 111701 (2008).
- <sup>27</sup>M. Pailha and O. Pouliquen, “A two-phase flow description of the initiation of underwater granular avalanches,” *J. Fluid Mech.*

**633**, 115 (2009).

<sup>28</sup>E.B. Pitman and L. Le, "A two-fluid model for avalanche and debris flows," *Phil. Trans. R. Soc. A* **363**, 1573 (2005).

<sup>29</sup>G. Y. Onoda and E. G. Liniger, "Random Loose Packings of Uniform Spheres and the Dilatancy Onset," *Phys. Rev. Lett.* **64**,

2727 (1990).

<sup>30</sup>P. Philippe and D. Bideau, "Compaction dynamics of a granular medium under vertical tapping," *Europhys. Lett.* **60**, 677 (2002).

<sup>31</sup>A. Daerr and S. Douady, "Sensitivity of granular surface flows to preparation", *Europhy. Lett.* **47**, 324 (1999).

# Bibliographie

- Ancey, C., Coussot, P., & Evesque, P. (1999). A theoretical framework for granular suspensions in a steady simple shear flow. *Journal of Rheology*, *43*, 1673–1699.
- Armanini, A., Capart, H., Fraccarollo, L., & Larcher, M. (2005). Rheological stratification in experimental free-surface flows of granular-liquid mixtures. *J. Fluid Mech.*, *532*, 269–319.
- Balmforth, N. J. & Kerswell, R. R. (2005). Granular collapse in two dimensions. *J. Fluid Mech.*, *538*, 399–428.
- Berzi, D. & Jenkins, J. T. (2008). A theoretical analysis of freesurface flows of saturated granular liquid mixtures. *J. Fluid Mech.*, *608*, 393–410.
- Bonnet, F., Richard, T., & Philippe, P. (2010). Sensitivity to solid volume fraction of gravitational instability in a granular medium. *Granular Matter*, *12*, 317–325.
- Bonnoit, C., Lanuza, J., Lindner, A., & Clement, E. (2010). Mesoscopic length scale controls the rheology of dense suspensions. *Phys. Rev. Lett.*, *105*(10), 108302.
- Boyer, F., Guazzelli, E., & Pouliquen, O. (2011). Rhéologie de suspensions concentrées à pression imposée : un pont entre les suspensions et les écoulements granulaires. *20ème Congrès Français de Mécanique*.
- Brady, J. F. & Bossis, G. (1988). Stokesian dynamics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, *20*, 111–157.
- Cassar, C., Nicolas, M., & Pouliquen, O. (2005). Submarine granular flows down inclined planes. *Physics of Fluids*, *17*.

- Clanet, C. & Lasheras, J. C. (1999). Transition from dripping to jetting. *J. Fluid Mech.*, 383, 307–326.
- Courrech Du Pont, S., Gondret, P., Perrin, B., & Rabaud, M. (2003). Granular avalanches in fluids. *Physical Review Letters*, 90(4), 044301–1/044301–4.
- Da Cruz, F., Emam, S., Prochnow, M., Roux, J. N., & Chevoir, F. (2005). Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows. *Physical Review E*, 72(021309).
- Daerr, A. & Douady, S. (1999). Sensitivity of granular surface flows to preparation. *Europhy. Lett.*, 47, 324–330.
- Doppler, D., Gondret, P., Loiseleux, T., Meyer, S., & Rabaud, M. (2007). Relaxation dynamics of water-immersed granular avalanches. *J. Fluid Mech.*, 577, 161–181.
- Fernandez-Nieto, E. D., Bouchut, F., Bresch, D., Diaz, M. J. C., & Mangeney-Castelnau, A. (2008). A new savage-hutter typemodel for submarine avalanches and generated tsunamis. *Journal of Computational Physics*, 227, 7720–7754.
- Forterre, Y. & Pouliquen, O. (2007). Flows of dense granular media. *Annual Review of Fluid Mechanics*.
- GDR MiDi (2004). On dense granular flows. *The European Physical Journal E*, 14, 341–365.
- Géminard, J. C., Losert, W., & Gollub, J. P. (1999). Frictional mechanics of wet granular material. *Physical Review E*, 59, 5881–5890.
- Huang, N., Ovarlez, G., Bertrand, F., Rodts, S., Coussot, P., & Bonn, D. B. (2005). Flow of wet granular materials. *Physical Review Letters*, 94.
- Iistad, T., Marr, J. G., Elverhoi, A., & Harbitz, C. B. (2004). Laboratory studies of subaqueous debris flows by measurements of pore fluid pressure and total stress. *Marine Geology*, 213, 403–414.
- Imran, J., Parker, G., Locat, J., & Lee, H. J. (2001). 1d numerical model of muddy subaqueous and subaerial debris flows. *J. Hydr. Engrg.*, 127, 959–968.

- Iverson, R. M. (1997). The physics of debris flows. *Reviews of Geophysics*, 35(3), 245–296.
- Iverson, R. M. (2005). Regulation of landslide motion by dilatancy and pore pressure feedback. *Journal of Geophysical Research*, 110, 16.
- Iverson, R. M. & Delinguer, R. P. (2001). Flow of variably granular masses across three-dimensional terrain 1. coulomb mixture theory. *Journal of Geophysical Research*, 106, 537–552.
- Iverson, R. M. & LaHusen, R. G. (1989). Dynamic pore pressure fluctuations in rapidly shearing materials. *Science*, 246, 796–798.
- Iverson, R. M., Reid, M. E., Iverson, N. R., LaHusen, R. G., Logan, M., Mann, J. E., & Brien, D. L. (2000). Acute sensitivity of landslide rates to initial soil porosity. *Science*, 290, 513–516.
- Jackson, R. (1997). Locally averaged equations of motion for a mixture of identical spherical particles and a newtonian fluid. *Ch. Eng . Sci.*, 52(24572469).
- Jackson, R. (2000). *The dynamics of fluidized particles*. Cambridge University Press.
- Jain, N., Ottino, J. M., & Lueptow, R. M. (2004). Effect of interstitial fluid on a granular flow layer. *J. Fluid Mech.*, 508, 23–44.
- Johnson, C. G. & Gray, J. M. N. T. (2011). Granular jets and hydraulic jumps on an inclined plane. *J. Fluid Mech.*, 675, 87–116.
- Jop, P., Forterre, Y., & Pouliquen, O. (2005). Crucial role of sidewalls in granular surface flows : consequence for the rheology. *J. Fluid Mech.*, 541, 167–192.
- Jop, P., Forterre, Y., & Pouliquen, O. (2006). A constitutive law for dense granular flows. *Nature*, 441, 727–730.
- Kerswell, R. R. (2005). Dam break with coulomb friction : A model for granular slumping? *Physics of Fluids*, 17.
- Lacaze, L. & Kerswell, R. R. (2009). Axisymmetric granular collapse : A transient 3d flow test of viscoplasticity. *Physical Review Letters*, 102.

- Lacaze, L., Phillips, J. C., & Kerswell, R. R. (2008). Planar collapse of a granular column : Experiments and discrete element simulations. *Physics of Fluids*, 20.
- Lajeunesse, E., Mangeney-Castelnau, A., & Vilotte, J. P. (2004). Spreading of a granular mass on a horizontal plane. *Physics of Fluids*, 16(7), 2371–2381.
- Lajeunesse, E., Monnier, J. B., & Homsy, G. M. (2005). Granular slumping on a horizontal surface. *Physics of Fluids*, 17.
- Lajeunesse, E., Quantin, C., Allemand, P., & Delacourt, C. (2006). New insights on the runout of large landslides in the valles-marineris canyons, mars. *Geophysical Research Letters*, 33.
- Larrieu, E., Staron, L., & HinchHinch, E. J. (2006). Raining into shallow water as a description of the collapse of a column of grains. *J. Fluid Mech.*, 554(259).
- Lube, G., Huppert, H. E., Sparks, R. J., & Freundt, A. (2005). Collapses of two-dimensional granular columns. *Physical Review E*, 72(041301).
- Lube, G., Huppert, H. E., Sparks, R. J., & Freundt, A. (2007). Static and flowing regions in granular collapses down channels. *Physics of Fluids*, 19(043301).
- Lube, G., Huppert, H. E., Sparks, R. S. J., & Hallworth, M. A. (2004). Axisymmetric collapses of granular columns. *J. Fluid Mech.*, 508, 175–199.
- Major, J. J. & Iverson, R. M. (1999). Debris-flow deposition : effects of pore-fluid pressure ad friction concentrated at flow margins. *Geol. Soc. Am. Bull.*, 111, 14224–1434.
- Mangeney, A., Roche, O., Hungr, O., Mangold, N., Faccanoni, G., & Lucas, A. (2010). Erosion and mobility in granular collapse over sloping beds. *Journal of Geophysical Research*, 115.
- Mangeney-Castelnau, A., Bouchut, F., Vilotte, J. P., Lajeunesse, E., Aubertin, A., & Pirulli, M. (2005). On the use of saint venant equations to simulate the spreading of a granular mass. *Journal of Geophysical Research*, 110.

- Maxworthy, T., Leilich, J., Simpson, J. E., & Meiburg, E. H. (2002). The propagation of a gravity current into a linearly stratified fluid. *J. Fluid Mech.*, *453*, 371–394.
- Meiburg, E. H. & Kneller, B. (2010). Turbidity and their deposits. *Annual Review of Fluid Mechanics*, *42*.
- Meruane, C., Tamburrino, A., & Roche, O. (2010). On the role of the ambient fluid on gravitational granular flow dynamics. *J. Fluid Mech.*, *648*, 381–404.
- Morris, J. F. & Boulay, F. (1999). Curvilinear flows of noncoloidal suspensions : The role of normal stresses. *Journal of Rheology*, *43*(1213D1237).
- Okura, Y., Kitahara, H., Ochiai, H. S., & Kawanami, A. (2002). Landslide fluidization process by flume experiments. *Engineering Geology*, *66*, 65–78.
- Onoda, G. Y. & Liniger, E. G. (1990). Random loose packings of uniform spheres and the dilatancy onset. *Physical Review Letters*, *64*(22).
- Ouriemi, M., Aussillous, P., & Guazzelli, E. (2009). Sediment dynamics. part 1. bed-load transport by laminar shearing flows. *J. Fluid Mech.*, *636*, 295–319.
- Pailha, M. (2009). *Dynamique des avalanches granulaires immergées : rôle de la fraction volumique initiale*. Ph.D. thesis, Université de Aix/Marseille.
- Pailha, M., Nicolas, M., & Pouliquen, O. (2008). Initiation of underwater granular avalanches : Influence of the initial volume fraction. *Physics of Fluids*, *20*(11).
- Pailha, M. & Pouliquen, O. (2009). A two-phase flow description of the initiation of underwater granular avalanches. *Journal of Fluid Mechanics*, *633*, 115–135.
- Pastor, M., Quecedo, M., Gonzalez, E., Herreros, M. I., Merodo, J. A. F., & Mira, P. (2004). Simple approximation to bottom friction for bingham fluid depth integrated models. *J. Hydr. Engrg.*, *130*, 149–155.
- Philippe, P. (2002). *Etude théorique et expérimentale de la densification des milieux granulaires*. Ph.D. thesis, Université de Rennes.

- Pitman, E. B. & Le, L. (2005). A two-fluid model for avalanche and debris flows. *Philosophical Transactions of The Royal Society A*, *363*, 1573–1601.
- Popinet, S. (2011). Quadtree-adaptive tsunami modelling. *Ocean Dynamics*.
- Pouliquen, O. (1999). On the shape of granular fronts down rough inclined planes. *Physics of Fluids*, *11*(7), 1956–1959.
- Reynolds, O. (1886). Dilatancy. *Nature*, *33*, 429–430.
- Rice, J. R. (1975). On the stability of dilatant hardening for saturated rock masses. *Journal of Geophysical Research*, *80*, 1531–1536.
- Roche, O., Gilbertson, M. A., Phillips, J. C., & Sparks, R. J. (2004). Experimental study of gas-fluidized granular flows with implications for pyroclastic flow emplacement. *Journal of Geophysical Research*, *109*.
- Roche, O., Montserrat, S., Niño, Y., & Tamburrino, A. (2008). Experimental observations of water-like behavior of initially fluidized, dam break granular flows and their relevance for the propagation of ash-rich pyroclastic flows. *Journal of Geophysical Research*, *113*, 15.
- Roux, S. & Radjai, F. (1997). Texture-dependent rigid plastic behavior.
- Rudnicki, J. W. (1984). Effects of dilatant hardening on the development of concentrated shear deformation in fissured rock masses. *Journal of Geophysical Research*, *89*, 9259–9270.
- Savage, S. B. & Hutter, K. (1989). The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *J. Fluid Mech.*, *199*, 177–215.
- Schaeffer, D. G. & Iverson, R. M. (2008). Steady and intermittent slipping in a model of landslide motion regulated by pore-pressure feedback. *SIAM Applied Math.*
- Schofield, A. & Wroth, P. (1968). *Critical Soil Mechanics*. McGraw-Hill.
- Siavoshi, S. & Kudrolli, A. (2005). Failure of a granular step. *Physical Review E*, *71*(051302).
- Staron, L. & Hinch, E. J. (2007). The spreading of a granular mass : role of grain properties and initial conditons. *Granular Matter*, *9*(205).

- Stickel, J. J. & Powell, R. (2005). Fluid mechanics and rheology of dense suspensions. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 37, 129–149.
- Terzaghi, K. (1943). *Theoretical Soil Mechanics*. John Wiley and Sons, New-York.
- Thompson, E. L. & Huppert, H. E. (2007). Granular column collapses : further experimental results. *J. Fluid Mech.*, 575.
- Wood, D. M. (1990). *Soil behavior and critical state soil mechanics*. Cambridge University Press.
- Zenit, R. (2005). Computer simulations of the collapse of a granular column. *Physics of Fluids*, 17(031703).