

THÈSE

PRÉSENTÉE A

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX 1

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

Par Lionel MARCIN

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : Mécanique et Ingénierie

MODÉLISATION DU COMPORTEMENT, DE L'ENDOMMAGEMENT ET DE LA
RUPTURE DE MATÉRIAUX COMPOSITES À RENFORTS TISSÉS POUR LE
DIMENSIONNEMENT ROBUSTE DE STRUCTURES

Soutenue le : 29 janvier 2010

Devant la commission d'examen formée de :

M E. MARTIN	Professeur, Université Bordeaux 1	Directeur de thèse
M C. HOCHARD	Professeur, Université de Provence	Rapporteur
M A. THIONNET	Professeur, Université de Bourgogne	Rapporteur
M P. LADEVÈZE	Professeur, École Normale Supérieure de Cachan	Examinateur
M Z. ABOURA	Professeur, Université de Technologie Compiègne	Examinateur
M C. BACON	Professeur, Université Bordeaux 1	Examinateur
M D. MARSAL	Ingénieur, Snecma	Examinateur
M N. CARRÈRE	Ingénieur de Recherche, Onera	Encadrant

Université Bordeaux 1

Les Sciences et les Technologies au service de l'Homme et de l'environnement

Remerciements

Pour mettre un point final à ce travail de thèse, il me reste donc à m'attaquer à l'exercice périlleux des remerciements. Il y a tant de personnes à remercier, d'anecdotes à raconter que si je m'écoutais je repartirais dans la rédaction d'un autre manuscrit uniquement consacré aux remerciements.

Allez, je me lance :

Les Professeurs Christian Hochard et Alain Thionnet ont accepté d'être les rapporteurs de ce travail, et je les remercie vivement pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et pour avoir accepté la lourde tâche que comporte le travail de rapporteur. Je vous assure que j'ai tout fait pour être le plus synthétique possible.

Je tiens également à remercier le Professeur Pierre Ladevèze de m'avoir fait l'honneur et le plaisir de présider mon jury de thèse.

Je remercie David Marsal d'avoir accepté d'examiner et d'évaluer ce travail. Ce fut à la fois un plaisir de collaborer avec lui durant ma thèse et gratifiant de voir la concrétisation de son travail de recherche d'un point de vue industriel.

Je remercie également les Professeurs Christophe Bacon et Zoheir Aboura d'avoir participé à mon jury de thèse. Leurs questions éminemment pertinentes ont contribué à animer la séance de questions.

Je remercie le Professeur Eric Martin de s'être engagé dans ce travail. Les échanges que nous avons eus pendant ces trois années ont été des plus enrichissants.

J'exprime mes sincères remerciements à Nicolas Carrère et Jean-François Maire de m'avoir accordé leur confiance durant cette longue aventure. Merci pour les nombreux conseils (scientifiques ou non) que vous avez pu me donner. Votre duo fonctionne à merveille, je réalise la chance que j'ai eu de pouvoir bénéficier de votre complémentarité. Force est de constater que finalement Jeff ne m'a pas conduit droit dans le mur (Comprenez qui pourra).

Le bon déroulement de cette thèse est en partie dû à l'environnement dans lequel j'ai pu l'effectuer. Pour cela, je remercie vivement l'ensemble des membres de l'unité MSC : Cédric le pseudo-Profilier, Frédéric aka Jean Dujardin, mon presque co-bureau Jean-Michel, Toma aka Speedy Gonzales, Mimi, FX la Science, FH, Martin, Jeff Coach Courbis, Nico aka Mario, JS Who ?, Riadh Tabernacle, Pierre, Mathieu Geotrouvetout, Bertrand, Daniel, les bleus (Emilie, Carole, Elen, Gaël) et pour ne pas faire de jaloux : Lionel Bolt Culte Du Corps. Merci encore pour les agréables moments et les fous rires en particulier lors des pauses café. Pour éviter tout malentendu, je tiens à préciser que ça bossait ardemment par ailleurs.

J'ai aussi une pensée pour les membres de l'ex unité LCME (Jean-Louis, Vincent, Anaïs, Jean-Didier, Frédéric, Sylvia, Franck, Serge, Pascale, Yannis, Norbert, Eva, Jean-Luc, Arjen) dans laquelle j'ai effectué la première partie de ma thèse.

Sans transition. Grosse dédicace aux footeux : Lionel, Manu, JuJu, Alex, Bruno, Said, Ibrahima, Jeremy, Bruno, Josselyn, sans oublier ceux que j'ai oublié de citer. Si je suis resté en thèse à l'Onera c'est un peu beaucoup pour les parties de foot qui s'y déroulaient. Jeff dirait que si on m'a gardé c'est parce que j'étais bon (Comprenne qui pourra).

Une pensée pour mes compagnons d'infortunes : Aurélien, Guillaume, Benoît, Bruno, Julien et Kerem. Ce soutien mutuel m'a été des plus bénéfiques.

Je ne saurais oublier le soutien et l'aide des personnes qui me sont très chères : ma mère (The Rock), mes bro' Michael et Keny, ma little sista Oceane. Je n'oublie pas mes potos : Didier et Vladimir ; Evry Crew : Guillaume, Willy, Hervé ; et my man Lionel. Je réserve ma toute dernière pensée à Emma pour le réconfort et les encouragements qu'elle a su m'apporter dans les moments difficiles. Remember the Hamster day (Comprenne qui pourra).

Mesy a tout pou fos la zot poté mwen !

Table des matières

Liste des notations	ix
Introduction générale	1
Chapitre 1 Comportement et endommagement des matériaux composites tissés	5
1.1 Matériaux composites tissés : classification, intérêts, élaboration	6
1.1.1 Classification des matériaux composites tissés	6
1.1.2 Avantages et inconvénients des composites tissés par rapport aux composites stratifiés unidirectionnels	6
1.1.3 Procédés d'élaboration des matériaux composites tissés	9
1.2 Comportement mécanique des matériaux composites tissés	9
1.2.1 Comportement mécanique des matériaux composites tissés à matrice céramique	9
1.2.2 Comportement mécanique des matériaux composites tissés à matrice organique	11
1.2.3 Difficultés associées à la caractérisation du comportement hors-plan des matériaux composites tissés	12
1.3 Caractérisation de l'endommagement des matériaux composites tissés	12
1.3.1 Mécanismes de dégradation observés sur les matériaux composites tissés à matrice céramique	12
1.3.2 Mécanismes de dégradation observés sur les matériaux composites tissés à matrice organique	14
1.4 Bilan	15
Première partie Dimensionnement "classique" des structures composites tissées	17
Chapitre 2 Modélisation du comportement, de l'endommagement et de la rupture fragile des composites tissés	19
2.1 Modélisation du comportement des composites à renforts tissés	20
2.1.1 Modélisation multiéchelle du comportement des matériaux composites tissés	20
2.1.2 Modélisation macroscopique du comportement, de l'endommagement et de la rupture des composites tissés	22
2.2 Présentation des modèles d'endommagement Onera (Onera Damage Models)	28
2.2.1 Historique des modèles d'endommagement développés à l'Onera pour les composites tissés	28
2.2.2 Equations constitutives des modèles élastiques endommageables	29
2.3 Analyse critique, limites et insuffisances des modèles ODM	36
2.3.1 Particularités et avantages des modèles ODM	36
2.3.2 Limites des modèles ODM	39
2.4 Extension et adaptation des modèles ODM aux spécificités des composites tissés . .	40
2.4.1 Prise en compte du caractère visqueux des CMO : modèle viscoélastique spectral non-linéaire	40

2.4.2	Formulation du modèle viscoélastique endommagé	42
2.4.3	Prise en compte du couplage plan/hors plan dans la cinétique d'évolution du dommage hors plan	44
2.5	Bilan	44
Chapitre 3 Développement d'un protocole d'identification et démarche d'im- plantation des modèles dans un code de calcul de structures		47
3.1	Définition du protocole d'identification des modèles matériaux	48
3.1.1	Protocole d'identification des lois de comportement	48
3.1.2	Protocole d'identification des critères de rupture	53
3.2	Mise en oeuvre du protocole d'identification sur d'autres matériaux	55
3.2.1	Identification des modèles matériaux pour les composites tissés CMC	55
3.2.2	Identification des modèles matériaux pour les composites tissés CMO	61
3.3	Mise en place d'une démarche d'implantation des lois de comportement dans un code de calcul	64
3.3.1	Algorithmes de résolution des lois de comportement	65
3.3.2	Vérification de l'implantation sur un point de Gauss	67
3.3.3	Vérification de l'implantation sur une structure élémentaire	70
3.4	Bilan	72
Chapitre 4 Validation des modèles matériaux, mise en évidence des limites de la démarche "classique de dimensionnement"		73
4.1	Mise en oeuvre des modèles matériaux pour l'analyse de la tenue de structures composites tissées CMC	74
4.1.1	Simulation de l'essai sur plaque trouée en A500 sollicitée en torsion	74
4.1.2	Simulation de l'essai sur plaque trouée en A500 sollicitée en flexion/torsion	77
4.2	Mise en oeuvre des modèles matériaux pour l'analyse de la tenue de structures composites tissées CMO	81
4.3	Limites de la démarche "classique de dimensionnement"	87
4.3.1	Essai de flexion 4-points : nécessité de la prise en compte de la transition endommagement/rupture	87
4.3.2	Essai de dépliage d'une cornière CMC : influence des incertitudes et des méconnaissances	90
4.4	Bilan	94
Deuxième partie Vers une démarche de dimensionnement robuste de structures composites tissées		95
Chapitre 5 De l'endommagement à la rupture progressive des structures com- posites tissées		97
5.1	Évaluation de la tenue de structures en présence de gradients de contrainte	98
5.1.1	Méthodes à distance critique pour l'évaluation de la tenue de structures en présence de gradients de contrainte	98
5.1.2	Modélisation de la transition endommagement/rupture pour les structures à fort gradient de contrainte	100
5.1.3	Mise en évidence de la localisation numérique de l'endommagement	104
5.2	Limitateurs de localisation continue	106
5.2.1	Modélisation non locale de l'endommagement	106
5.2.2	Modèle à taux d'endommagement limité	107
5.2.3	Limitateurs de localisation continue en calcul de structures	110

5.3	Couplage des approches non locale et à taux d'endommagement limité	114
5.3.1	Principe de l'approche de régularisation développée	114
5.3.2	Validation numérique de l'approche de régularisation couplée	115
5.4	Prévision de la tenue en traction de plaques trouées CMC	117
5.4.1	Présentation de l'étude	117
5.4.2	Présentation des résultats des simulations	118
5.4.3	Influence de la cinétique associée à la rupture progressive des torons de fibre : corrélation avec le paramètre c_{1t} de la régularisation couplée	121
5.4.4	Synthèse et discussion sur les méthodes de régularisation	123
5.5	Bilan	124
Chapitre 6 Simulation non linéaire dans un cadre non déterministe et analyse de sensibilité		127
6.1	Introduction	128
6.2	État de l'art sur les méthodes de propagation des incertitudes	129
6.2.1	Sources d'incertitudes	129
6.2.2	Plans d'expériences virtuelles	130
6.2.3	Transport et analyse des incertitudes	130
6.3	Estimation de la confiance dans la prévision du calcul de structure	134
6.3.1	Identification du métamodèle	135
6.3.2	Analyse de sensibilité et intervalle de confiance	137
6.3.3	Synthèse sur la prévision de la simulation	141
6.4	Faisabilité d'une démarche de capitalisation d'expérience pour l'identification d'une loi de comportement	142
6.4.1	Plan d'expériences virtuelles	144
6.4.2	Analyse du problème direct	146
6.4.3	Bilan de l'analyse du problème direct : discussion sur la faisabilité de l'ap- proche inverse	150
6.5	Bilan	152
Chapitre 7 Vers l'analyse de la nocivité des défauts		155
7.1	Introduction	156
7.2	Vers la prévision de la nocivité des défauts	157
7.2.1	Problématique liée à l'analyse de la nocivité des défauts	157
7.2.2	Plaque doublement entaillée en "V" sollicitée en traction uniaxiale	158
7.2.3	Proposition d'un protocole d'identification	160
7.3	Limites de l'approche macroscopique pour l'analyse de la nocivité des défauts	161
7.3.1	Interférences d'échelle entre la taille des hétérogénéités matériaux et la taille du défaut	161
7.3.2	Simulation de l'essai de traction sur plaque doublement entaillée	162
7.4	Bilan	165
Conclusion générale et perspectives		167
Bibliographie		180
Table des figures		189
Liste des tableaux		190

Liste des principales notations

Opérateurs

x	scalaire
$\boldsymbol{x}$	tenseur d'ordre 2
$\boldsymbol{X}$	tenseur d'ordre 4
$\mathbb{X}$	matrice
$\mathbb{X}^T$	transposé de Matrice
$\vec{x}$	vecteur
$\boldsymbol{X}^+$	partie positive du tenseur
$\langle x \rangle_+$	avec $\langle x \rangle_+ = x$ si $x \geq 0$ et $\langle x \rangle_+ = 0$ sinon
$\langle x \rangle_-$	avec $\langle x \rangle_- = x$ si $x \leq 0$ et $\langle x \rangle_- = 0$ sinon
h	fonction d'Heaviside

Symboles

$\mathbf{S}^0$	tenseur des souplesses initiales
$\mathbf{C}^0$	tenseur des rigidités initiales
$\boldsymbol{\sigma}$	tenseur des contraintes de Cauchy
$\boldsymbol{\varepsilon}^e$	tenseur des déformations élastiques
$\boldsymbol{\varepsilon}$	tenseur des déformations totales
$\tilde{\mathbf{S}}$	tenseur des souplesses effectives
$\tilde{\mathbf{C}}$	tenseur des rigidités effectives
$\boldsymbol{\varepsilon}^r$	tenseur des déformations résiduelles
$\boldsymbol{\varepsilon}^s$	tenseur des déformations stockées
d^m	variable scalaire d'endommagement matriciel
d^f	variable scalaire d'endommagement "fibre"
$\mathbf{C}^r$	tenseur des rigidités relaxées
$\mathbf{S}^r$	tenseur des souplesses relaxées
$\boldsymbol{\varepsilon}^{ve}$	tenseur des déformations visqueuses
ξ_i	mécanismes visqueux élémentaires

Introduction générale

Les industriels du secteur aéronautique souhaitent avoir des avions plus performants. L'atteinte de cet objectif passe par l'amélioration des caractéristiques structurales. Pour cela, deux voies sont possibles : (i) optimiser la conception de la structure, (ii) utiliser de nouvelles classes de matériaux possédant des propriétés spécifiques plus élevées. Les matériaux composites sont l'une des classes de matériaux permettant d'atteindre cet objectif. Utilisés depuis une trentaine d'années dans l'industrie aéronautique civile et militaire [Harescheugh 89], ces matériaux présentent un ratio propriétés mécaniques/densité accru ainsi qu'une meilleure tenue à l'environnement par rapport aux solutions métalliques. Les gains de poids générés par l'utilisation d'une solution composite permettent ainsi de réduire les coûts de transport qui sont devenus un enjeu stratégique majeur.

Parmi les différentes classes de composites existantes, les composites à matrice organique (CMO) sont les plus utilisés pour les applications basse température sous forme d'empilement de plis unidirectionnels. A l'origine, ils étaient mis en oeuvre pour la conception de structures secondaires des avions telles que la peau d'empennage (Boeing F15). Grâce à l'amélioration des processus de fabrication, à une meilleure connaissance de leurs propriétés mécaniques et de leurs mécanismes de dégradation, ces matériaux sont maintenant utilisés pour la fabrication de structures primaires telles que le fuselage ou les ailes d'un avion (Airbus A350, Boeing 787).

Néanmoins, depuis quelques années, un nouveau type de matériaux composites, à l'architecture tissée, intéresse de plus en plus les industriels de l'aéronautique. En effet, ces matériaux offrent une meilleure tenue à l'impact en réduisant de manière significative le délaminage qui est l'une des problématiques majeures des composites stratifiés [Greenhalgh 02]. De plus, ils permettent de réaliser des structures complexes en un nombre d'opérations limité, ce qui réduit les coûts de fabrication [Mouritz 99].

Les composites tissés sont utilisés par le groupe Safran pour réaliser des éléments de structure froide (jusqu'à 300°C) en CMO ou pour des applications très hautes températures (au-delà de 1000°C) en composite à matrice céramique (CMC). Citons par exemple la conception d'aube de soufflante CMO ou de mélangeurs CMC (voir Figure 1).

L'introduction de ces matériaux à l'architecture innovante nécessite le développement d'outils permettant de dimensionner au plus juste des structures composites, ceci dans le but de concurrencer les solutions métalliques existantes. Ces outils doivent intégrer la compréhension des mécanismes prépondérants afin d'avoir un caractère prédictif. En plus d'assurer un meilleur dimensionnement, il s'agit de réduire les coûts de certification en remplaçant une partie de la campagne d'essais par des simulations numériques.

C'est dans ce cadre que s'inscrit cette thèse. Elle a bénéficié des collaborations mises en place avec le groupe Safran au travers des programmes de recherches AMERICO et MAIA.

Le programme d'étude amont AMERICO (Analyse MultiEchelle : Recherche Innovante pour les matériaux COMposites), d'une durée de 5 ans (2002-2007), a été une importante action de recherche nationale, financée par la DGA et coordonnée par l'Onera. Il a regroupé divers laboratoires universitaires (LMT-Cachan, LMARC-Besançon, LGMT-Toulouse, LCTS-Bordeaux) ainsi que plusieurs grands groupes industriels (EADS, SNECMA, Dassault, Thalès, GIAT-Industries).

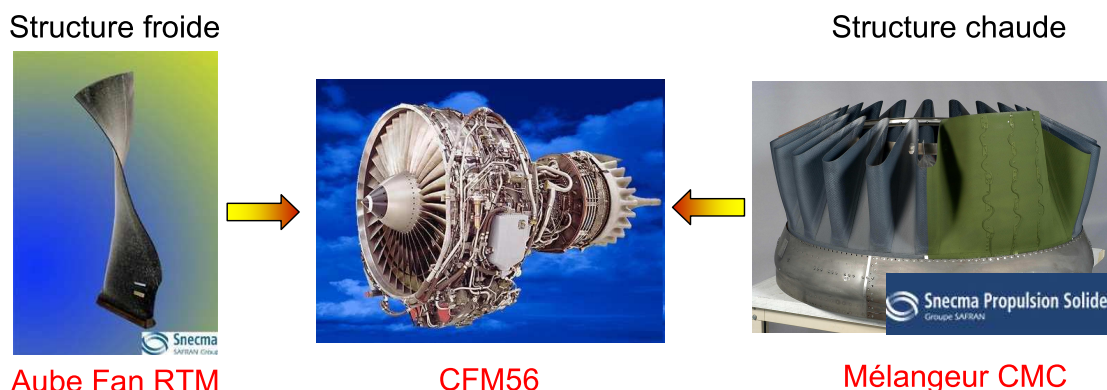


FIGURE 1 – Éléments de structure en composites tissés pour des applications turbomachines : aube de soufflante CMO élaborée par Snecma à gauche et mélangeur CMC élaboré par Snecma Propulsion Solide à droite.

L'un des objectifs de ce projet de recherche était de développer des modèles de comportement spécifiques aux matériaux composites, prenant en compte leur endommagement progressif, ainsi que des outils d'analyse fiables de leur tenue structurale. Au sein du programme AMERICO, un partenariat a été mis en place entre Snecma Propulsion Solide (SPS), le LCTS-Bordeaux et l'Onera. Les essais de caractérisation matériau ainsi que les essais sur pièces génériques CMC présentés dans ce mémoire ont été réalisés soit par le LCTS-Bordeaux, soit par SPS. Ils visent à démontrer l'intérêt des modèles développés dans cette thèse et à les valider sur des cas tests industriels.

Ce travail de thèse prend place par ailleurs dans le cadre de la thématique "Comportement, endommagement des structures composites" du programme MAIA (Méthodes Avancées en Ingénierie Mécanique) qui résulte d'une convention de coopération scientifique et technologique entre Snecma, l'Onera et le CNRS. En particulier, l'un des objectifs de ce programme de recherche, démarré en 2004, est de favoriser le transfert des résultats de la recherche vers les services de recherche et technologie de Snecma. Ce point a conditionné les développements réalisés dans cette thèse. En particulier, nous nous sommes attachés à développer des outils facilement réutilisables dans un bureau d'étude. Les partenaires impliqués dans le cadre du programme MAIA sont Snecma, l'UTC Compiègne, et l'Onera. En particulier, l'UTC Compiègne au travers de la thèse de Julien Schneider s'est chargée de la caractérisation expérimentale du comportement et des mécanismes de dégradation du composite tissé multicouche interlock à matrice organique élaboré par Snecma [Schneider 10]. Ces résultats ont notamment permis d'orienter les développements effectués au cours de cette thèse.

Les matériaux composites tissés sont des matériaux multiéchelles par nature. On peut en effet distinguer l'échelle microscopique (fibre/matrice), l'échelle mésoscopique (torons de fibres/matrice) et l'échelle macroscopique (cellule élémentaire). La modélisation du matériau peut donc se faire à ces différentes échelles ou bien en établissant un lien direct par homogénéisation entre celles-ci. Les capacités de calcul actuels rendent réductible l'analyse d'une structure complète à l'échelle mésoscopique pour les composites tissés.

Néanmoins, à partir de la connaissance des propriétés mécaniques des constituants fibres et matrice et de la séquence de tissage de la préforme fibreuse, on peut déterminer par homogénéisation les propriétés mécaniques initiales d'une cellule élémentaire [Lomov 01]. Il est possible d'aller un peu plus loin en introduisant de manière discrète les mécanismes d'endommagement observés expérimentalement dans la représentation par Éléments Finis de la cellule élémentaire, afin de déterminer les propriétés mécaniques effectives et d'alimenter ainsi un modèle d'endommagement macroscopique [Couegnat 08]. Toutefois, les cinétiques d'endommagement s'identifient à partir d'essais sur éprouvettes élémentaires.

De plus, ces approches ont un coût de mise en oeuvre important car elles nécessitent : (i) la détermination des propriétés thermomécaniques locales, (ii) la détermination et la représentation par un maillage Éléments Finis (EF) du volume élémentaire représentatif aux échelles (VER) pertinentes et (iii) la connaissance fine des mécanismes d'endommagement ainsi que leur évolution en fonction du chargement.

Il existe, par ailleurs, des techniques de modélisation multiéchelle directe dans le calcul de structure telles que l'approche EF² (Eléments Finis multiniveaux) [Feyel 00]. Cette stratégie reste intéressante lorsque l'échelle pertinente d'analyse est celle de la fibre et de la matrice, par exemple dans le cas de structures renforcées par des fibres longues (disque ANneau Aubagé Monobloc élaboré par Snecma). Mais dans le cas des matériaux composites à renfort tissé, la périodicité se situe à l'échelle mésoscopique. Or la description correcte de ces architectures complexes requiert un maillage élaboré qui engendre au niveau local un calcul coûteux en capacité mémoire et en temps CPU.

Dans ce travail de thèse, nous avons donc choisi de nous placer à l'échelle macroscopique, qui de notre point de vue, est la mieux adaptée aux applications industrielles.

Cette étude consiste à développer un modèle d'endommagement macroscopique décrivant des mécanismes physiques observés expérimentalement (anisotropie initiale du matériau, anisotropie de l'endommagement, viscosité, etc.) et à augmenter la robustesse du calcul de structures (voir Figure 2). En effet, une des limites des démarches classiques de dimensionnement, consistant à appliquer un critère de rupture fragile en post-traitement des calculs de structures, est de sous-estimer fortement la tenue de structure en présence de gradients de contrainte [Whitney 74]. De plus, dans un processus de dimensionnement, la simulation numérique est considérée comme déterministe et la représentation de la réalité souvent idéalisée (géométrie et conditions aux limites parfaites). Or, on dénombre plusieurs sources d'incertitudes pouvant être liées au modèle Éléments Finis (conditions aux limites, géométrie) ou au modèle matériau (dispersion des propriétés mécaniques du matériau). Il convient donc d'intégrer dans une démarche de dimensionnement des outils permettant d'évaluer les conséquences des incertitudes sur la prévision de la tenue structurale et d'estimer ainsi la confiance que l'on peut avoir dans la simulation numérique.

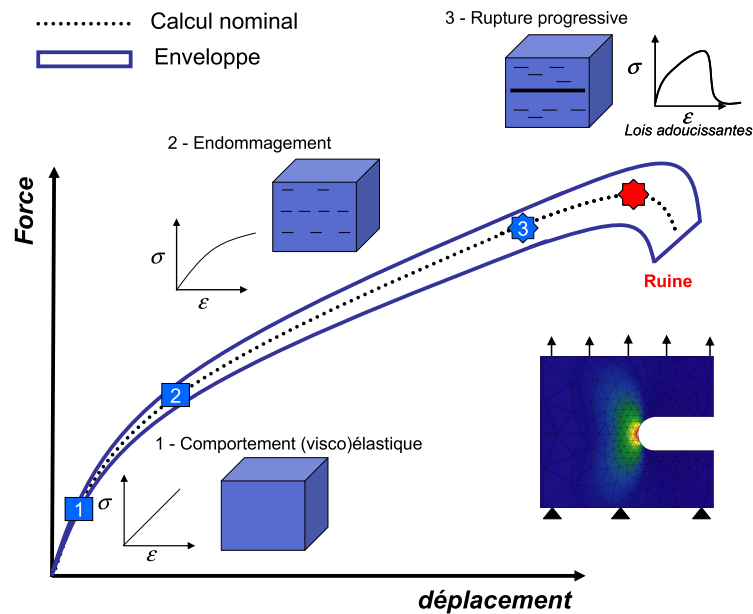


FIGURE 2 – Description du comportement mécanique des composites tissés jusqu'à rupture en présence de gradients de contrainte avec prise en compte des incertitudes.

Ce mémoire de thèse est composé de la manière suivante.

Le **Chapitre 1**, au travers d'une revue bibliographique, a pour objet de présenter les avantages et inconvénients des matériaux composites tissés par rapport aux composites stratifiés unidirectionnels, ainsi que leurs spécificités de comportement et leurs mécanismes de dégradation. Ce premier chapitre est suivi de deux parties distinctes toutes deux composées de trois chapitres.

La première partie, intitulée "Dimensionnement "classique" des structures composites tissées", vise à démontrer les apports et les limites d'une telle démarche consistant à associer un modèle de comportement non linéaire à un critère de rupture fragile pour l'évaluation d'une structure en composite tissé.

Le but étant le calcul de structures, le modèle développé est un modèle de comportement macroscopique (**Chapitre 2**). Pour cela, les formulations proposées par l'Onera [Maire 97a, Chaboche 02] afin de décrire l'effet de l'endommagement matriciel ont été adaptées et étendues pour prendre en compte les spécificités des matériaux de notre étude (viscosité de la matrice polymère pour les CMO, couplage plan/hors plan pour les renforts 3D).

Le **Chapitre 3** est consacré à la mise en place d'un protocole d'identification des paramètres des modèles matériaux (modèles d'endommagement et critères de rupture) et aux préconisations nécessaires à l'implantation du modèle dans un code de calcul de structures.

Afin d'évaluer la pertinence des formulations développées, des comparaisons avec des essais sur structures représentatifs de problèmes structuraux clés ont été effectuées (**Chapitre 4**). Ces confrontations essais/calculs ont été en partie validantes. Elles ont mis en évidence l'apport des modèles développés pour décrire la complexité de la réponse structurale. Elles ont permis par ailleurs de démontrer d'une part les limites des formulations développées pour analyser la tenue d'une structure présentant un gradient de contrainte, d'autre part la nécessité d'estimer la confiance dans les prévisions en considérant les sources d'incertitudes.

La deuxième partie du mémoire, intitulée "Vers une démarche de dimensionnement robuste", a pour objectif de présenter les développements réalisés pour améliorer et augmenter la confiance dans les prévisions des simulations en présence de gradients de contrainte.

Tout d'abord, nous avons mis en place les outils nécessaires pour mener le calcul au-delà des premières ruptures intervenant, par exemple, au niveau des singularités. Pour cela, les effets sur le comportement des dégradations que sont la rupture de torons de fibres et les macro-décohésions ont été pris en compte dans les formulations. Pour s'affranchir de la dépendance des résultats vis-à-vis du maillage, une approche originale combinant modélisation non locale de l'endommagement et taux d'endommagement limité a été développée (**Chapitre 5**).

Les développements réalisés, en matière de modèle de comportement et d'un point de vue numérique, nous ont permis d'améliorer grandement les prévisions des simulations. Dans le but d'estimer la confiance à accorder aux résultats du calcul, l'influence des différentes sources d'incertitudes sur les résultats des simulations numériques a été quantifiée (**Chapitre 6**). Pour cela, des outils permettant le transport d'incertitude à moindre coûts de calcul ont été mis en oeuvre dans le cadre de nos applications. Par ailleurs, afin d'évaluer la faisabilité d'une démarche de capitalisation d'expérience, une démarche d'analyse de sensibilité permettant d'étudier la méconnaissance structurale résultante et de la relier quantitativement aux méconnaissances matériaux a été mise en oeuvre.

Ayant maintenant à disposition des outils fiables de simulation permettant d'évaluer la tenue de structures à fort gradient, le **Chapitre 7** est une ouverture vers la mise en place d'une démarche d'analyse de la nocivité des défauts. Pour cela, les difficultés et les limites associées à ce type de méthodologie sont discutées.

Chapitre 1

Comportement et endommagement des matériaux composites tissés

L'objet de ce premier chapitre est, dans un premier temps, de mettre en évidence les spécificités, les avantages et les inconvénients des matériaux composites tissés. La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à la présentation de la caractérisation du comportement et de l'endommagement de ces matériaux.

Sommaire

1.1	Matériaux composites tissés : classification, intérêts, élaboration	6
1.1.1	Classification des matériaux composites tissés	6
1.1.2	Avantages et inconvénients des composites tissés par rapport aux composites stratifiés unidirectionnels	6
1.1.3	Procédés d'élaboration des matériaux composites tissés	9
1.2	Comportement mécanique des matériaux composites tissés	9
1.2.1	Comportement mécanique des matériaux composites tissés à matrice céramique	9
1.2.2	Comportement mécanique des matériaux composites tissés à matrice organique	11
1.2.3	Difficultés associées à la caractérisation du comportement hors-plan des matériaux composites tissés	12
1.3	Caractérisation de l'endommagement des matériaux composites tissés	12
1.3.1	Mécanismes de dégradation observés sur les matériaux composites tissés à matrice céramique	12
1.3.2	Mécanismes de dégradation observés sur les matériaux composites tissés à matrice organique	14
1.4	Bilan	15

1.1 Matériaux composites tissés : classification, intérêts, élaboration

1.1.1 Classification des matériaux composites tissés

Un matériau composite résulte de l'association d'un renfort et d'une matrice dans le but d'obtenir un matériau affichant des performances globales améliorées, vis-à-vis d'un besoin spécifique, par rapport à ses constituants. Les matériaux composites peuvent être classés suivant la nature du renfort (particules, fibres courtes, fibres longues) et suivant la nature de la matrice. Pour des applications à moyenne température ($<300^{\circ}\text{C}$), des composites à matrice organique sont en général mis en oeuvre. Pour des applications à haute température, ce sont plutôt des composites thermostructuraux à matrice céramique ou métallique qui sont utilisés pour, par exemple, concevoir des éléments de turbomachine. Parmi les composites à matrice organique, la distinction est faite entre les résines thermodurcissables (les plus utilisées) et les résines thermoplastiques, moins utilisées mais qui présentent l'avantage d'être recyclables [Berthelot 92]. Les composites les plus utilisés dans l'industrie aéronautique sont les composites à matrice organique renforcée par des fibres longues. Citons par exemple, la conception du fuselage du 787 Dreamliner, le gros porteur de dernière génération de Boeing. Néanmoins, il existe d'autres classes de composites encore peu utilisées mais qui à l'avenir sont certainement amenées à avoir un usage plus répandu. Parmi ces classes de matériaux, l'usage des matériaux sandwichs semble être une voie prometteuse pour alléger les structures tout en améliorant l'isolation phonique [Tam 05]. Une autre voie intéressante concerne les techniques textiles qui sont maintenant utilisées pour concevoir des structures composites de plus en plus complexes.

Les composites textiles sont des matériaux multiéchelles : la plus petite échelle d'étude est celle de la fibre (une dizaine de microns), l'échelle supérieure est celle du toron formé de l'assemblage par torsion de milliers de fibres (1K à 72K) et pour finir l'échelle de la préforme sèche (*i.e* sans matrice) résultant de l'entrelacement des différents torons. Ces matériaux peuvent être classés suivant le type de préforme sèche. On appelle préformes bidimensionnelles les préformes dont les renforts reprennent les efforts définis dans le plan tandis que les préformes tridimensionnelles ont des renforts permettant de reprendre des efforts dans les trois directions. Parmi les composites textiles, on distingue les composites tricotés [Khondker 05], les composites tressés [Fedro 91], les composites cousus [Tong 98] et les composites tissés [Gu 02].

Dans le cadre de ces travaux de thèse, nous nous sommes plus particulièrement intéressé aux matériaux composites tissés qui sont caractérisés par une orientation à 90° des fils de chaîne et de trame dans le plan. La catégorie des renforts tissés bidimensionnels est constituée des taffetas, des sergés et des satins (voir Figure 1.1a). On distingue différentes catégories de préformes de tissage tridimensionnelles réunies sous le terme générique de tissus multicouches interlocks [Abdi 00] : "Through the thickness Angle Interlock" et "Orthogonal interlock" "Layer to Layer Angle Interlock" (voir Figure 1.1b). Cette dernière est caractérisée par le nombre de couches que le renfort hors-plan pénètre. Un nombre illimité de configurations est possible en jouant sur l'espacement entre les plans de chaîne et sur le nombre de couches liées par le renfort dans la troisième direction [Verpoest 05].

1.1.2 Avantages et inconvénients des composites tissés par rapport aux composites stratifiés unidirectionnels

Avant de déterminer quelle architecture composite utiliser, il semble nécessaire de se demander quelle application est visée. Par exemple, un élément qui doit être pris en considération est le chargement que la structure aura à subir en service. Un autre point essentiel est de savoir si la pièce sera conçue en grande ou petite série. Par ailleurs, les exigences de certification ne sont pas

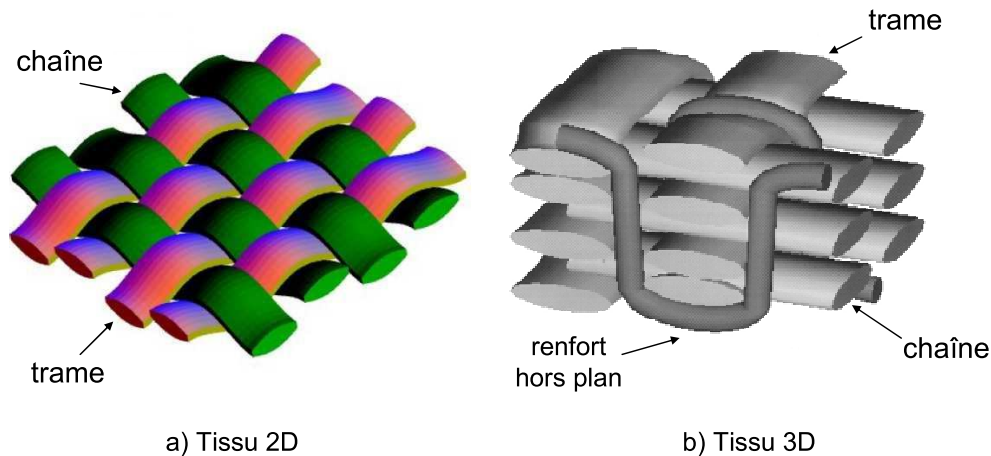


FIGURE 1.1 – Exemple de préforme tissée : a) tissu 2D (taffetas), b) tissu 3D (Orthogonal interlock).

les mêmes pour des applications aéronautiques civiles ou militaires. Tous ces points sont donc à prendre en compte pour la conception d'un élément structural.

L'un des intérêts des composites tissés, en particulier à renfort tridimensionnel, concerne la capacité à réaliser des **architectures complexes en un nombre limité d'opérations**. L'utilisation de procédés issus du savoir faire de l'industrie textile permet ainsi de réduire les coûts de fabrication. De plus, la conception de pièces en un bloc permet aussi d'éviter en grande partie les jonctions (boulonnées ou collées) qui constituent une source d'affaiblissement de la tenue mécanique de la structure finale [Brent Strong 97].

Un autre avantage des composites tissés par rapport aux stratifiés à base de plis UD est **une meilleure tenue aux sollicitations hors-plan** en général et aux impacts en particulier (par exemple chute d'outils ou bien à l'ingestion d'oiseaux). Ceci justifie, en particulier, la mise en oeuvre de ces matériaux pour des applications militaires (impacts balistiques).

Les impacts sur les composites induisent des délaminages qui s'avèrent beaucoup plus limités dans le cas des composites tissés [Cox 97, Greenhalgh 02]. Dans le cas d'un stratifié composé de tissu 2D, le nombre de couches indépendantes est divisé par deux par rapport à un stratifié de plis unidirectionnels. L'insertion d'un renfort dans la troisième direction, liant les couches entre elles permet de **réduire le délaminage induit par l'impact**. Chou *et al.* ont montré que l'énergie d'impact nécessaire pour amorcer un défaut dans un composite tissé 3D est supérieure de 60% à celle d'un stratifié UD [Chou 92].

Un autre avantage des composites tissés est une **meilleure tolérance aux défauts**, telle que les entailles ou les trous. Par exemple, Cox *et al.* ont montré que les tissés 3D étaient très peu sensibles à la présence d'une entaille. Pour ce type de matériau, on observe que la déformation à rupture est largement supérieure à la déformation à rupture du stratifié d'UD. Ceci est dû à l'architecture de la préforme et aux mécanismes de redistribution des efforts autour d'un site de rupture [Cox 96]. Cette grande déformation à rupture et une sensibilité réduite aux délaminages (limitant les effets de bord) expliquent en partie la bonne tenue de ce type de matériaux en présence de singularités.

Les architectures 3D ont un pouvoir dissipatif plus important que les composites stratifiés composés de tissus 2D et *a fortiori* que les stratifiés d'unidirectionnels [Baucom 05a]. La Figure 1.2 présente une photo post-mortem de plaque composite soumise à des impacts successifs d'une énergie de 18J jusqu'à la perforation de l'éprouvette. Dans le cas du tissu interlock 3D orthogonal, la zone endommagée est beaucoup plus importante que dans le cas d'un tissu 2D. Différentes éprouvettes ont été testées, la perforation d'une plaque composite tissée 2D a nécessité en moyenne cinq impacts tandis que la plaque tissée 3D a été perforée au bout du dixième impact en moyenne.

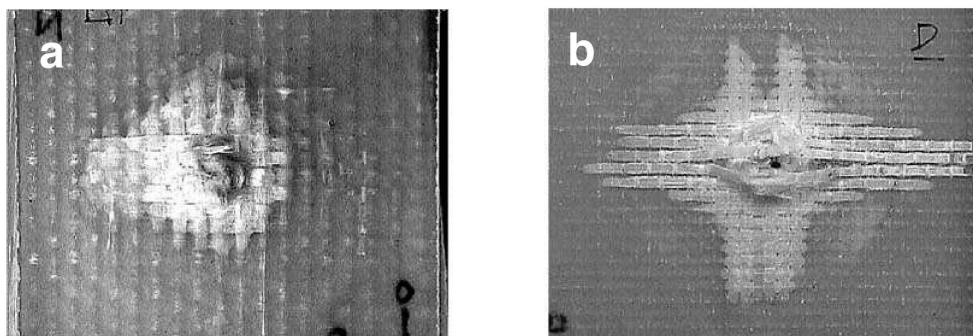


FIGURE 1.2 – Zone endommagée par des impacts successifs sur plaque composite - (a) Tissu 2D (type taffetas) après 5 impacts ; (b) Tissu interlock 3D orthogonal après 10 impacts [Baucom 05b].

Néanmoins, malgré les bonnes propriétés des structures composites tissés tridimensionnels, leurs applications sont encore limitées.

L'une des raisons réside dans l'utilisation quasi systématique de composite quasi-isotrope dans les structures aéronautiques. Or, contrairement aux composites stratifiés de plis UD, la mise en oeuvre de séquence d'empilement conduisant à un comportement quasi-isotropes ($[0/90/\pm 45]$ par exemple) ou l'insert d'un renfort à 45° dans le plan n'est pas d'usage dans le cas des composites tissés.

Une autre contrainte limitant l'utilisation des préformes tissés dans l'industrie est que, comparé à un stratifié UD, un composite tissé avec la même fraction volumique de fibre dans le plan possède des propriétés élastiques planes (module d'Young et de cisaillement) légèrement inférieures du fait de l'ondulation des torons [Cox 97] (voir Figure 1.3).

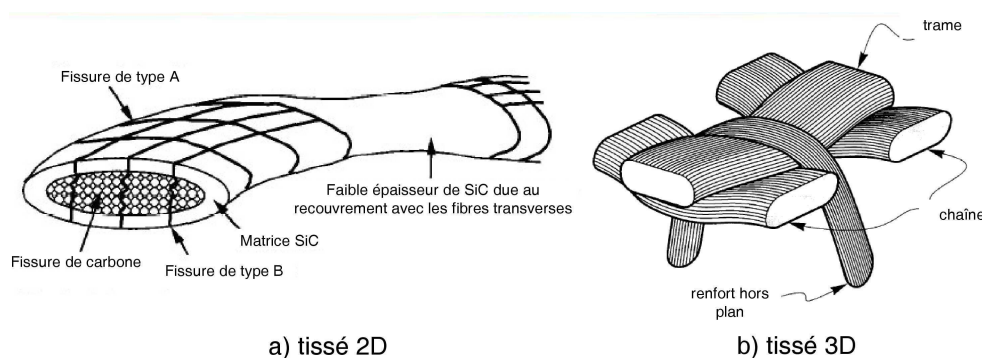


FIGURE 1.3 – Distorsion des mèches du à l'entrelacement des torons : a) tissé 2D [Camus 96] ; b) tissé 3D [McGlockton 03].

Compte tenu de la nature des constituants (fibre de carbone ou bien fibre de verre, résine polymère ou céramique), des différentes possibilités de préformes (2D ou 3D) et de l'arrangement des torons au sein du composite, il existe une grande variété de composites tissés. Ceci explique en partie le fait que la caractérisation du comportement mécanique des composites tissés, en particulier 3D, est loin d'être achevée par rapport aux composites stratifiés de plis UD qui ont été plus largement étudiés. Le manque de données expérimentales fait que ces matériaux ne sont pas encore utilisés sous leur forme optimale. Des auteurs veulent y remédier en mettant en place une base de données conséquente permettant de valider des outils, des modèles de caractérisation des propriétés planes ainsi que des mécanismes de dégradation des composites tissés [Cao 08].

1.1.3 Procédés d'élaboration des matériaux composites tissés

Précédemment, nous avons vu que les composites diffèrent par la nature de leur architecture interne. Un autre critère de classification est la nature de la matrice. Dans le cadre de ce travail de thèse, nous nous sommes intéressés à la fois aux matériaux composites tissés à matrice céramique et à matrice organique.

Pour élaborer des composites à matrice céramique, on dénombre trois techniques de densification : la voie gazeuse, la voie liquide ou bien la voie solide [Penas 02]. La technique retenue par Snecma Propulsion Solide est l'infiltration chimique en phase vapeur¹ (Chemical Vapor Infiltration ou CVI). Le principe de la CVI consiste à infiltrer un mélange réactif de gaz dans une préforme poreuse à une température élevée [Naslain 04]. L'un des défauts majeurs de ces matériaux pour les applications à hautes températures ($>500^{\circ}\text{C}$) est la sensibilité de la fibre de carbone à la thermo-oxydation. C'est la raison pour laquelle des matrices multiséquencées ont été développées afin de ralentir la progression de l'oxygène et ainsi augmenter la durée de vie du matériau [Naslain 01, Lamouroux 05].

Les composites à matrice organique peuvent être élaborés par injection ou infusion. Les pièces tissées 3D CMO élaborées par Snecma sont conçues par injection RTM (Resin Transfer Moulding). C'est un système de moulage à pression où la résine, mélangée au catalyseur, est injectée dans un moule fermé contenant un renfort compacté ou préforme. Lorsque la résine est polymérisée, le moule est ouvert et le composite retiré.

1.2 Comportement mécanique des matériaux composites tissés

Le comportement mécanique du composite ainsi que les mécanismes de dégradation conduisant à sa rupture dépendent de la nature des constituants, de l'architecture de la préforme fibreuse, etc. [Brandt 96]. Il est donc difficile de mettre en évidence un comportement unique pour l'ensemble des composites tissés. Néanmoins, des études assez complètes de caractérisation issues de la littérature mettent en avant un certain nombre de points communs.

1.2.1 Comportement mécanique des matériaux composites tissés à matrice céramique

De nombreuses études ont été menées afin de caractériser le comportement mécanique des composites tissés 2D [Aubard 92, Camus 96]. Tout d'abord, le comportement des CMC est souvent considéré comme initialement orthotrope. Celui-ci est orthotrope symétrique lorsque l'architecture tissée est équilibré *i.e.* le comportement mécanique dans le sens chaîne et dans le sens trame sont équivalents. La Figure 1.4 présente le comportement typique des matériaux composites à matrice céramique à température ambiante [Gasser 96]. Les cycles de charge-décharge permettent de mettre en évidence l'effet de l'endommagement matriciel sur le comportement élastique ainsi que la présence de déformations résiduelles. De plus, ces cycles de charge/décharge s'accompagnent de cycles d'hystérésis dus au frottement entre les lèvres des fissures matricielles créées au cours du chargement. Lors du passage en compression le matériau retrouve ses propriétés élastiques initiales du fait de la refermeture des fissures matricielles. Il est à noter que cette fermeture des fissures se fait progressivement.

1. Notons que l'on trouve actuellement des voies "mixtes" où une première infiltration est réalisée par voie liquide, tandis que la consolidation est obtenue par voie gazeuse.

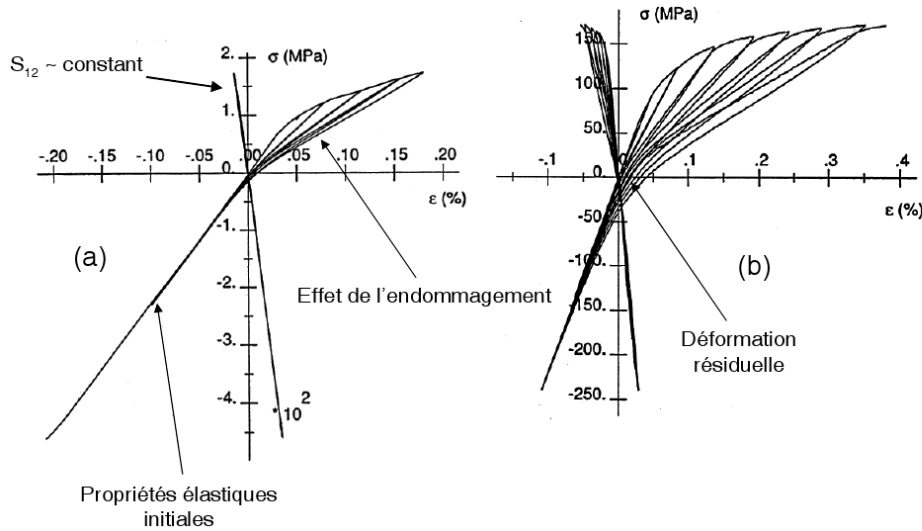


FIGURE 1.4 – Courbes contrainte/déformation pour un essai de traction compression sur un composite tissé 2D SiC_f/SiC : (a) dans le sens du renfort ; (b) hors-axes à 45° [Gasser 96].

Le comportement des CMC 3D est similaire à celui des tissés CMC 2D [Siron 98, Couegnat 08]. Dans l'axe du renfort, le comportement du matériau est élastique endommageable avec présence de déformations résiduelles. L'Émission Acoustique (E.A.) utilisée au cours d'essais cycliques permet d'attribuer la non linéarité observée à l'apparition de l'endommagement (voir Figure 1.5). Hors-axes, le comportement est aussi fortement non-linéaire avec un effet important de l'endommagement sur la réponse du matériau. Le comportement en compression est de type élastique fragile jusqu'à la rupture.

En conclusion, on peut considérer que les composites tissés à matrice céramique ont un comportement élastique endommageable.

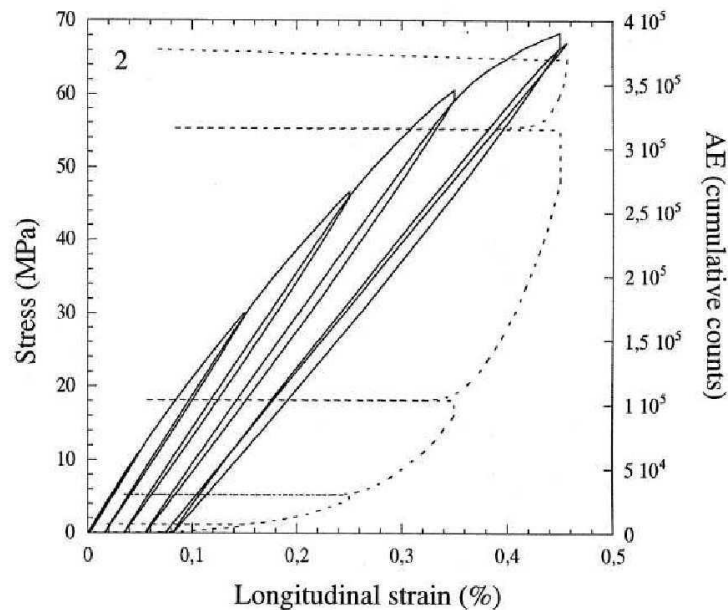


FIGURE 1.5 – Essais de charge/décharge sur un tissé 3D C_f/C dans le sens du renfort [Siron 98].

1.2.2 Comportement mécanique des matériaux composites tissés à matrice organique

Le tissu n'étant pas toujours équilibré, le comportement des CMO tissés 2D est en général considéré comme initialement orthotrope. Dans le cas d'un tissu équilibré, le comportement du matériau sollicité dans l'axe du renfort est linéaire élastique fragile [Cox 97, Hochard 07, Daniel 08]. En traction hors-axes ou en cisaillement pur, le comportement est fortement non-linéaire avec déformations résiduelles. Cette non-linéarité est en partie due à l'apparition de l'endommagement. Mais une autre source de non-linéarité est due au comportement visqueux de la matrice polymère. L'étude du comportement visqueux des composites à matrice organique a été réalisée dans le cas des tissés 2D par de nombreux auteurs [Shrotriya 05, Ahci 06, Chung 07]. La Figure 1.6 montre le comportement mécanique typique d'un CMO tissé 2D équilibré à fibres de carbone, sollicité en traction dans le sens du renfort ainsi qu'en cisaillement [Bordreuil 04]. Le comportement est linéaire élastique dans le sens du renfort. La réponse du matériau en cisaillement permet de mettre en évidence le comportement visqueux du matériau dû à la matrice polymère (ouverture des boucles lors des cycles de chargement). Dans le cas d'un tissu non-équilibré, la non-linéarité est plus forte dans la direction présentant la proportion de fibres la plus faible.

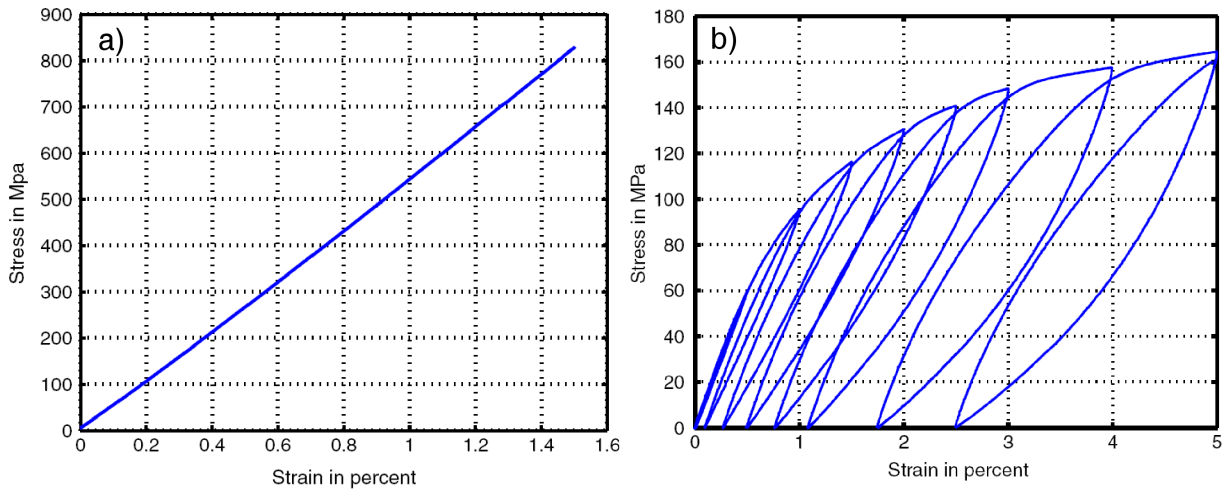


FIGURE 1.6 – Comportement mécanique d'un CMO tissé 2D : a) traction dans le sens du renfort ; b) en cisaillement plan [Bordreuil 04].

Par rapport aux tissés 2D CMO, le comportement des CMO tissés 3D est légèrement non linéaire lors de sollicitations dans l'axe des renfort (chaîne et trame). La rupture est fragile, que ce soit pour les composites à fibres de verre [Callus 99, John 01], ou de carbone [Tan 00]. Schneider *et al.* ont réalisé une campagne de caractérisation du comportement mécanique d'un matériau composite tissé 3D à matrice organique déséquilibré [Schneider 08]. Ils ont mis en évidence l'endommagement du matériau avec la présence de déformations résiduelles par l'intermédiaire d'essais de charge/décharge incrémentale dans les sens chaîne, trame et à 45°. Le comportement visqueux du matériau a été caractérisé par un essai de fluage multipalier à 45° par rapport aux axes du renfort. La Figure 1.7 présente la réponse contrainte/déformation d'un matériau composite tissé 3D à matrice organique sollicité en traction incrémentale hors-axes à 45° ainsi que le résultat de l'Émission Acoustique. Les paliers de maintien montrent que le matériau a tendance à se relaxer. Les résultats de l'Émission Acoustique confirment l'endommagement du matériau induit par cette sollicitation.

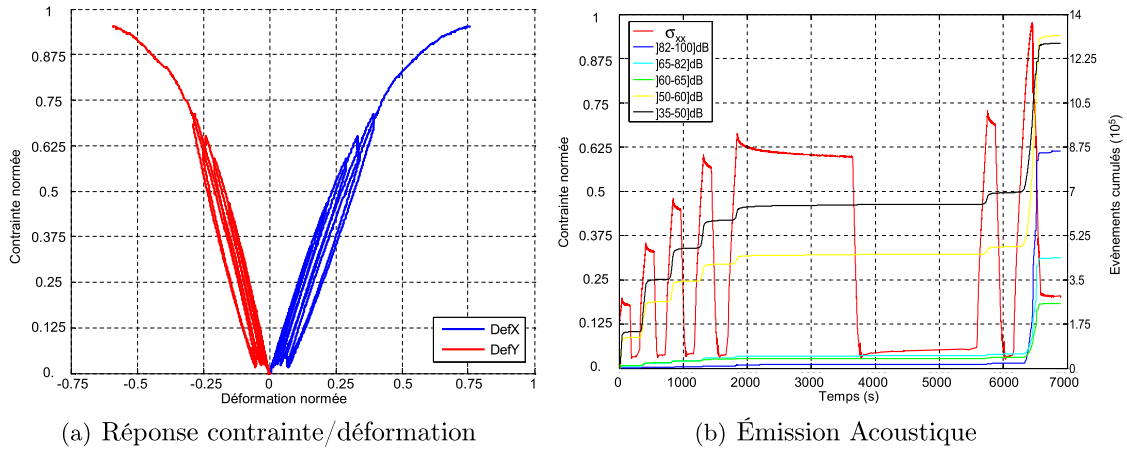


FIGURE 1.7 – Comportement mécanique d'un CMO tissé 3D lors d'un essai hors-axes à 45 : (a) réponse contrainte/déformation ; (b) Emission Acoustique [Schneider 08].

1.2.3 Difficultés associées à la caractérisation du comportement hors-plan des matériaux composites tissés

Une des difficultés associées aux matériaux composites tissés est la caractérisation du comportement hors-plan. Contrairement aux composites stratifiés composés de plis unidirectionnels, l'hypothèse d'isotropie transverse du pli unidirectionnel ne peut être posée *i.e* le comportement hors-plan n'est pas équivalent au comportement transverse. Les essais de caractérisation du comportement hors-plan des matériaux composites tissés sont assez délicats à mettre en place. La conception des éprouvettes demande un soin particulier afin d'avoir un champ de contraintes uniforme dans l'éprouvette. De plus, la dimension des éprouvettes est relativement petite par rapport aux éprouvettes utilisées pour caractériser le comportement dans le plan du matériau ce qui implique des difficultés de manipulation.

Daniel *et al.* ont réalisé la caractérisation complète d'un matériau composite tissé 2D à fibres de carbone et résine epoxy [Daniel 08]. La préforme était composée de 5 plis de satin équilibrés. Daniel *et al.* ont montré que le comportement était linéaire élastique jusqu'à rupture pour un essai de chargement monotone dans le sens du renfort. L'utilisation d'un essai Iosipescu modifié a permis de mettre en évidence le comportement non-linéaire du matériau.

Schneider *et al.* ont élaboré des essais de traction monotone originaux afin de déterminer le comportement hors-plan d'un composite tissé 3D à fibres de carbone et résine epoxy [Schneider 08]. Pour cela, ils ont conçu des éprouvettes de forme particulière qui leur ont permis de mettre en évidence le comportement élastique linéaire suivi d'une rupture fragile du matériau. Plus précisément, deux types d'éprouvettes ont été utilisés, avec des géométries diabolo et en forme de queue d'aronde (voir Figure 1.8).

1.3 Caractérisation de l'endommagement des matériaux composites tissés

1.3.1 Mécanismes de dégradation observés sur les matériaux composites tissés à matrice céramique

Les composites à matrice céramique qui nous intéressent dans ce travail sont élaborés par CVI. Les matériaux issus de ces procédés d'élaboration ont un taux de porosité important résultant de la densification partielle ainsi qu'un réseau de fissurations préexistant à l'état initial dues aux

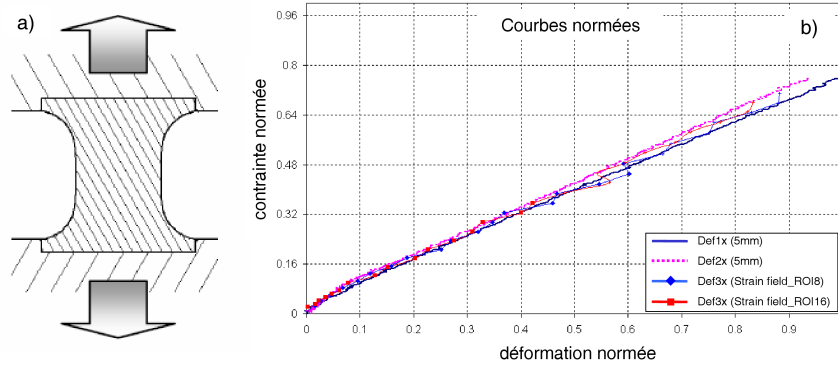


FIGURE 1.8 – Essai de caractérisation du comportement hors plan d'un tissu 3D CMO : a) éprouvette queue d'aronde ; b) réponse contrainte/déformation [Schneider 08].

contraintes résiduelles d'origine thermique [Dalmaz 00, Morscher 08]. La différence de coefficients de dilatation thermique des constituants (faible pour les SiC_f/SiC , plus fort pour les C_f/SiC) génère des contraintes au sein du matériau au moment de la phase de refroidissement du processus d'élaboration.

La Figure 1.9 présente une micrographie typique de l'état d'endommagement d'un composite tissé 3D C_f/SiC après élaboration. La présence de ces défauts initiaux (porosité, fissuration) est source d'endommagement et explique la forte non linéarité de comportement observée sur ce type de matériau.

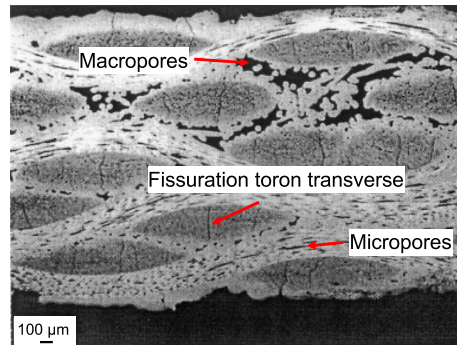


FIGURE 1.9 – Défauts initiaux dus aux procédés d'élaboration d'un composite tissé 3D C_f/SiC [Dalmaz 00].

Sous chargement mécanique, l'endommagement dans le composite tissé 2D CMC suit un scénario bien connu [Lamon 01]. Tout d'abord, la fissuration matricielle inter-torons s'amorce au niveau des macropores, suivie de la fissuration matricielle au sein des torons transversaux et de la fissuration de la matrice intra-torons au sein des fils longitudinaux (voir Figure 1.10). La rupture du composite intervient après la saturation de la fissuration matricielle. Les décohésions sont liées à la déviation des fissures matricielles aux interfaces fils/matrice ou fils/fils.

Aubard [Aubard 92] et Guillaumat [Guillaumat 94] ont mis en évidence que pour les tissés 2D, SiC_f/SiC , l'endommagement inter-torons (*i.e* la direction des fissures matricielles) est préférentiellement orienté par le chargement.

Les mécanismes et les scénarii d'endommagement des composites tissés 3D sont similaires à ceux observés sur les tissés CMC 2D [Forio 00]. Par contre, les tissés C_f/C présentent un endommagement préférentiellement orienté par la microstructure [Siron 98] : l'orientation des fissures matricielles est orthogonale au renfort.

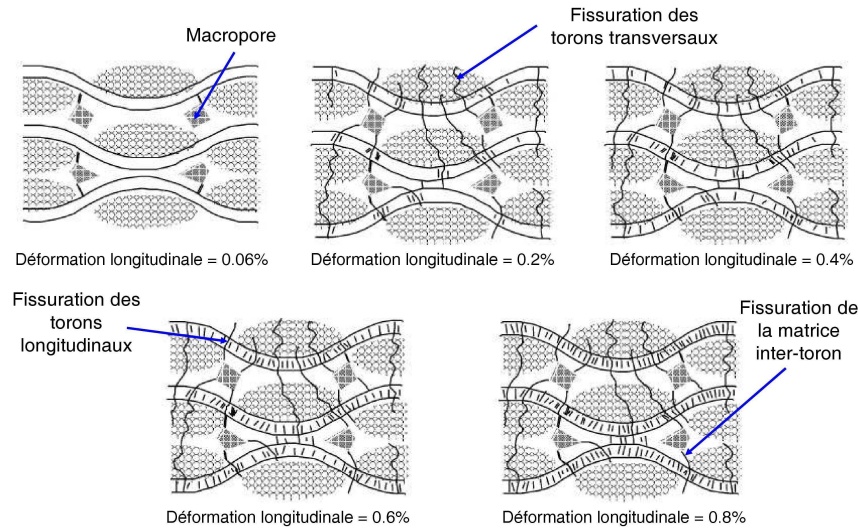


FIGURE 1.10 – Scénario d'endommagement d'un matériau composite CMC tissé 2D [Lamon 01].

1.3.2 Mécanismes de dégradation observés sur les matériaux composites tissés à matrice organique

Une différence entre les tissés CMO et les tissés CMC est l'état initial du matériau. En effet, après élaboration, les tissés CMO ont un taux de porosité beaucoup moins important que les tissés CMC. De plus, on ne note pas la présence d'un endommagement du matériau après élaboration (voir Figure 1.11).

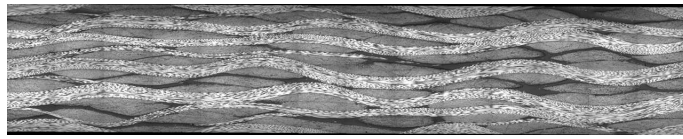


FIGURE 1.11 – Visualisation d'un composite CMO 3D à l'état initial [Couegnat 08].

Les mécanismes d'endommagement mis en évidence lors d'une sollicitation uniaxiale d'un composite tissé 2D CMO sont en premier lieu la fissuration des torons transverses. Ces fissures transverses coalescent pour traverser entièrement le toron transverse. Pour des chargements plus importants, apparaissent des décohésions à l'interface torons/matrice ou bien à l'interface entre deux torons orthogonaux. La ruine du matériau est due à la rupture des fils longitudinaux [Gao 99].

Pour les composites tissés 3D, la faible non linéarité observée dans le sens du renfort est liée à l'insertion d'un renfort dans la troisième direction. Les torons parallèles à l'axe de sollicitations auront tendance à se tendre entraînant une dégradation du matériau.

La Figure 1.12 présente les mécanismes de dégradation mis en évidence par El Hage sur un composite tissé 3D CMO sollicité en traction uniaxiale dans le sens chaîne [El Hage 06]. L'endommagement s'initie à l'interface des torons sens chaîne et de la matrice ainsi qu'à l'interface entre les torons sens chaîne et sens trame. Cet endommagement est suivi d'une fissuration inter-torons. Cela se traduit par la propagation de la fissuration de la matrice d'une interface à l'autre entre deux torons de trame juxtaposés, suivie par la décohésion à l'interface torons sens chaîne/trame. Le scénario d'endommagement est complété par la fissuration des torons sens trame. Pour des niveaux de sollicitation plus importants, les fils longitudinaux (parallèle à la direction de chargement) s'endommagent. Pour finir, on observe une multiplication de la fissuration des torons sens trame.

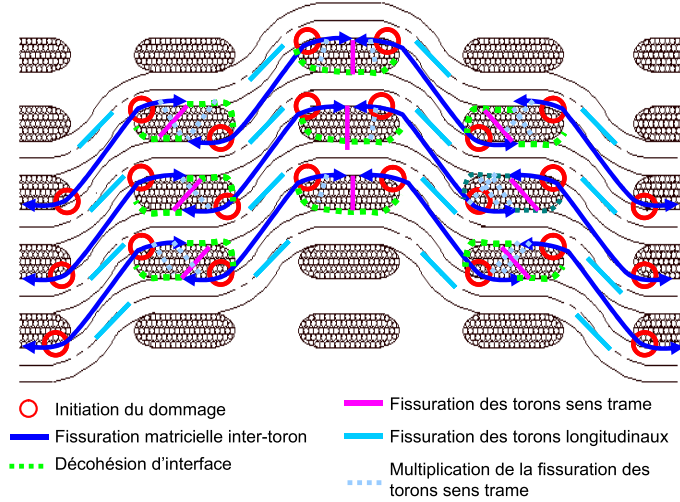


FIGURE 1.12 – Mécanismes de dégradation observées sur un tissé 3D CMO [El Hage 06].

Ces observations sont similaires à celles réalisées par d'autres auteurs sur des composites tissés 3D à matrice organique [John 01, Couegnat 08]. La rupture finale intervient par rupture transverse des torons parallèles à la direction de chargement et par rupture longitudinale des torons orthogonaux à la direction de chargement [Tan 00].

De façon plus générale, on constate que, les tissés CMO présentant un très fort contraste de propriétés mécaniques entre le renfort fibreux et la matrice polymère, la fissuration matricielle se développe principalement dans une direction orthogonale aux axes du renfort.

1.4 Bilan

Les matériaux composites tissés sont des matériaux innovants utilisés pour leurs bonnes propriétés sous sollicitations hors-plan. En particulier, la conception de matériaux composites à l'architecture tridimensionnelle permet d'assurer un renfort dans la direction hors-plan et ainsi de diminuer dans une certaine mesure le phénomène de délaminage.

La nature des constituants (torons et matrice), la grande variété de préformes ainsi que l'émergence récente de ce type d'architecture composite font que la caractérisation du comportement et de l'endommagement de ces matériaux est loin d'être complète. Les résultats issus de la littérature ont permis de mettre en évidence le comportement non-linéaire et anisotrope des matériaux composites tissés sous sollicitations mécaniques.

La non-linéarité s'explique par des phénomènes d'endommagement relativement complexes dont les principaux mécanismes de dégradations identifiés sont les suivants : fissuration matricielle inter ou intra-torons, décohésion fibre/matrice ou inter-torons à l'intersection d'un fil de chaîne et d'un fil de trame ou bien à l'intersection entre un renfort hors-plan et un renfort plan.

Concernant les composites tissés à matrice organique, une autre source de non-linéarité est liée au caractère visqueux de la résine polymère.

Nous avons pu mettre en évidence dans ce premier chapitre que le comportement et les mécanismes de dégradations des composites à renforts tissés sont relativement complexes. Dans la suite, nous nous sommes appuyés sur ces conclusions pour développer un modèle de comportement volontairement macroscopique dédié au calcul de structures. La présentation de ce modèle est l'objet du Chapitre 2.

Première partie

Dimensionnement "classique" des structures composites tissées

Chapitre 2

Modélisation du comportement, de l'endommagement et de la rupture fragile des composites tissés

L'objet de ce chapitre est de présenter les modèles matériaux utilisés par la suite pour évaluer la tenue de structures composites tissées soumises à des chargements complexes. Dans un premier temps, une revue des différentes approches issues de la littérature permettant de décrire le comportement, l'endommagement et la rupture des composites tissés est proposée. Puis le modèle d'endommagement des composites tissés de l'Onera est présenté. C'est ce dernier modèle qui a servi de base au modèle d'endommagement développé dans le cadre de cette thèse. Dans un premier temps, les effets de la vitesse de chargement sur le comportement des CMO sont pris en compte dans la modélisation ainsi que les couplages spécifiques mis en évidence expérimentalement.

Sommaire

2.1	Modélisation du comportement des composites à renforts tissés	20
2.1.1	Modélisation multiéchelle du comportement des matériaux composites tissés	20
2.1.2	Modélisation macroscopique du comportement, de l'endommagement et de la rupture des composites tissés	22
2.2	Présentation des modèles d'endommagement Onera (Onera Damage Models) . .	28
2.2.1	Historique des modèles d'endommagement développés à l'Onera pour les composites tissés	28
2.2.2	Equations constitutives des modèles élastiques endommageables	29
2.3	Analyse critique, limites et insuffisances des modèles ODM	36
2.3.1	Particularités et avantages des modèles ODM	36
2.3.2	Limites des modèles ODM	39
2.4	Extension et adaptation des modèles ODM aux spécificités des composites tissés	40
2.4.1	Prise en compte du caractère visqueux des CMO : modèle viscoélastique spectral non-linéaire	40
2.4.2	Formulation du modèle viscoélastique endommagé	42
2.4.3	Prise en compte du couplage plan/hors plan dans la cinétique d'évolution du dommage hors plan	44
2.5	Bilan	44

2.1 Modélisation du comportement des composites à renforts tissés

2.1.1 Modélisation multiéchelle du comportement des matériaux composites tissés

On peut discerner différentes échelles au sein des matériaux composites tissés : la plus petite échelle (de l'ordre du μm) est celle de la fibre et de la matrice ; l'échelle intermédiaire (de l'ordre du mm) est celle du toron de fibres ; enfin l'échelle supérieure (de l'ordre du cm), celle de l'architecture textile et de la matrice.

La modélisation du matériau peut donc se faire soit à l'une, quelconque, de ces différentes échelles, soit en établissant un lien direct entre elles par homogénéisation. En effet, l'une des façons d'étudier le comportement des matériaux composites à renforts tissés est de partir de la connaissance expérimentale des propriétés mécaniques des constituants (fibres et matrice), d'homogénéiser ces propriétés à l'échelle du toron et enfin de déterminer les propriétés mécaniques initiales de la cellule tissée élémentaire par homogénéisation. De par la complexité du renfort textile, il est exclu d'appréhender le dimensionnement d'une structure aéronautique à l'échelle mésoscopique car le maillage associé serait de trop grande taille pour les capacités de calculs actuelles.

Néanmoins, il est possible de déterminer les propriétés d'une cellule élémentaire uniquement à partir de la connaissance de la séquence de tissage et des propriétés des constituants, sans avoir à réaliser de campagne expérimentale à l'aide d'un logiciel comme Wisetex développé à l'Université Catholique de Louvain [Lomov 00, Verpoest 05].

Ensuite, à partir de la connaissance des mécanismes et scénarii d'endommagement du composite à renfort tissé, il est possible de déterminer les propriétés effectives du matériau par l'intermédiaire d'un calcul Éléments Finis sur une cellule élémentaire dans laquelle l'endommagement est introduit de manière discrète (voir Figure 2.1).

Ce type d'approche, proposée par Couegnat permet en particulier d'alimenter un modèle macroscopique d'endommagement [Couegnat 08]. On notera cependant que la détermination des cinétiques d'endommagement nécessite des résultats expérimentaux.

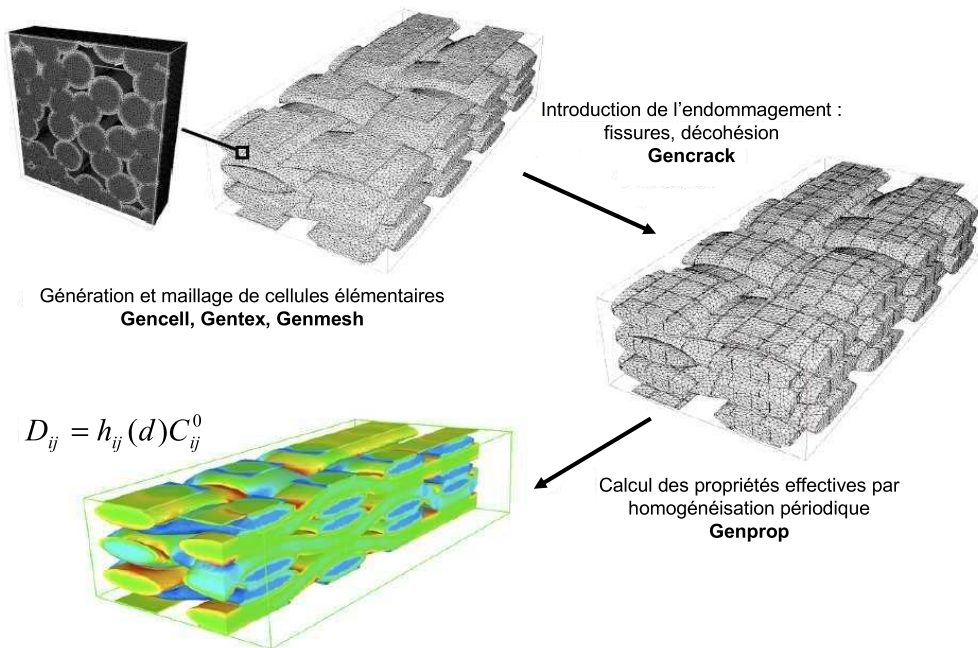


FIGURE 2.1 – Modélisation multiéchelle du comportement mécanique des composites à renforts tissés [Couegnat 08].

Ces approches ont un coût de mise en oeuvre important car elles requierent : (i) la détermination des propriétés thermomécaniques locales, (ii) la détermination et la représentation par un maillage EF du VER aux échelles pertinentes et (iii) la connaissance fine des mécanismes d'endommagement et de leur évolution en fonction du chargement.

Il existe, par ailleurs, des techniques de modélisation multiéchelle directe dans un calcul de structure tels que l'approche EF² (Éléments Finis multiniveaux) [Feyel 00]. La démarche est la suivante : (i) on récupère le champ de déformation macroscopique en chaque point de Gauss, (ii) ce dernier est utilisé en conditions aux limites du calcul effectué sur la cellule élémentaire, (iii) par homogénéisation on détermine le champ de contrainte macroscopique résultant. Couplée à des techniques de calcul massivement parallèles, cette stratégie de calcul est efficace pour des cas d'application où la plus petite échelle pertinente d'analyse reste celle de la fibre et de la matrice. Ceci est le cas par exemple pour les disques de turbine ANAM (Anneau aubagé monobloc) où le coeur du disque est renforcé par un matériau composite unidirectionnel SiC_f/Ti. Dans le cas des composites à renforts tissés, l'échelle d'étude adéquate pour cette méthode est l'échelle mésoscopique (périodicité). Cependant, étant donnée la taille et la complexité des architectures considérées, cette solution reste numériquement très lourde à mettre en oeuvre. C'est pourquoi, nous ne l'avons pas approfondie davantage dans ces travaux.

Au final, nous avons donc choisi de nous placer à l'échelle macroscopique qui, de notre point de vue, est la mieux adaptée aux applications industrielles. En ce sens le matériau est vu comme un boîtier "grise" (*i.e.* on s'affranchit de la description fine de l'architecture) : seuls les effets des mécanismes intervenant à l'échelle inférieure sont pris en compte. Néanmoins ce modèle étant phénoménologique, il repose sur une description fine des effets des mécanismes physiques observés expérimentalement (anisotropie initiale du matériau, anisotropie de l'endommagement, viscosité).

Dans cette optique, nous considérons les approches multiéchelles comme un complément des modèles de comportement macroscopiques. Par exemple, elles peuvent servir à la génération de bases d'essais virtuels dans le but de déterminer la valeur de certains paramètres de couplage, ou encore pour enrichir les modèles en rendant compte de phénomènes difficilement quantifiables expérimentalement (propriétés mécaniques ou effet de l'endommagement hors-plan).

En instaurant un lien entre les paramètres d'élaboration (temps de réticulation, cycle thermique), le choix des constituants (fibre, matrice) et les propriétés mécaniques homogénéisées du composite, les approches multiéchelles peuvent constituer une ouverture vers l'optimisation des performances structurales.

La Figure 2.2 présente d'une part les différentes voies possibles pour la modélisation du comportement des composites tissés : approche multiéchelle et approche macroscopique. D'autre part, le lien qu'il est possible d'établir entre celles-ci est mis en évidence. Enfin, elle illustre l'apport possible du calcul multiéchelle en lien avec le procédé d'élaboration dans l'optique de l'optimisation structurale.

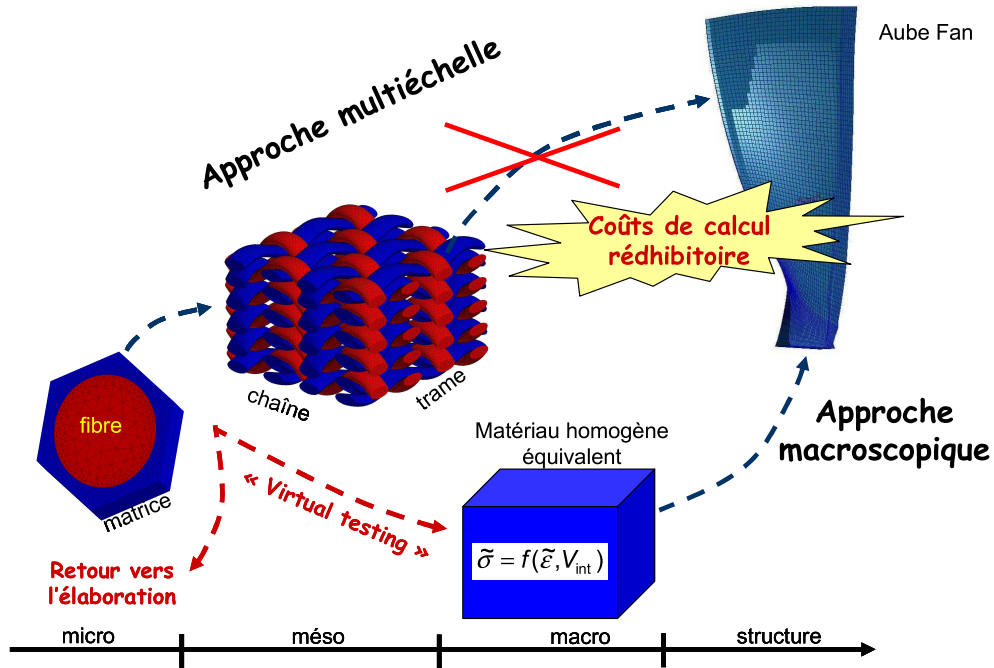


FIGURE 2.2 – Approches multiéchelles et approches macroscopiques dans le cadre du calcul de structures composites tissées.

2.1.2 Modélisation macroscopique du comportement, de l'endommagement et de la rupture des composites tissés

Dans la partie suivante, nous nous intéresserons plus particulièrement aux approches macroscopiques développées pour l'analyse de la tenue structurale de structures composites tissées. La prévision de la tenue d'une structure se fait par l'intermédiaire de la définition d'un critère. Au préalable, nous devons disposer de modèles permettant de décrire au mieux la réponse non linéaire de la structure afin de diminuer les facteurs de sécurité dans un processus de dimensionnement. La première source de non linéarité des matériaux composites tissés que nous souhaitons prendre en compte est l'endommagement matriciel. Dans le cas des CMO, une source de non linéarité supplémentaire à considérer est la viscosité de la matrice.

Modélisation du comportement linéaire élastique endommageable des matériaux composites tissés

Sous chargement mécanique, l'apparition de l'endommagement se traduit par une perte de la rigidité initiale du matériau. La Mécanique Continue de l'Endommagement considère les effets de ces dégradations au niveau macroscopique. Cette théorie repose sur une vision diffuse de l'endommagement au sein du matériau, contrairement à la mécanique de la rupture qui s'intéresse à un défaut discret défini par une géométrie bien déterminée. Elle s'inscrit dans le cadre de la Mécanique des Milieux Continus. Les fondements de cette théorie ont été introduits par Kachanov [Kachanov 58] et Rabotnov [Rabotnov 69] pour les matériaux métalliques. Depuis lors, des travaux ont été menés sur une variété de matériaux métalliques ou composites [Chaboche 84, Krajcinovic 89, Ladevèze 92]. Le lecteur pourra trouver des compléments d'informations sur la présentation des concepts de base de cette approche phénoménologique dans les ouvrages suivant : [Lemaître 85, Skrzypeck 98, Besson 01]. Cette théorie s'inscrit en général dans un cadre thermodynamique standard qui repose sur la définition de deux potentiels : (i) un potentiel thermodynamique qui fournit les lois d'état et (ii) un potentiel des dissipations qui décrit l'évolution des dommages.

Dans les approches multiéchelles l'endommagement est activé par un critère de rupture à l'échelle mesoscopique ou microscopique. Pour une approche macroscopique, le seuil d'activation de l'endommagement correspond au début de la perte de rigidité. Pour donner un caractère irréversible et vérifier aussi le second principe, le potentiel de dissipation peut-être identifié à la surface limitant le domaine de non endommagement. Le critère d'endommagement F s'écrit alors :

$$F(Y, d) \leq 0, \quad (2.1)$$

Y représentant la force motrice d'endommagement et d étant la variable d'endommagement.

Les modèles d'endommagement ont été développés aussi bien pour des matériaux initialement isotropes que pour des matériaux initialement anisotropes. On distingue les modèles d'endommagement selon la nature (scalaire, tenseur d'ordre 2, tenseur d'ordre 4) et le nombre des variables d'endommagement.

Le modèle d'endommagement de base comporte une seule variable d'endommagement scalaire qui affecte de la même manière toutes les composantes du tenseur d'élasticité. Ce modèle d'endommagement isotrope ne modifie pas la symétrie matérielle initiale (isotrope ou anisotrope) du matériau.

Lorsque le dommage se propage selon des directions fixes connues *a priori* (fissures orientées par les axes matériaux dans le cas des composites) un modèle d'endommagement comportant plusieurs variables scalaires d'endommagement peut-être mis en oeuvre.

Les variables d'endommagement tensorielles sont utilisées lorsque l'endommagement revêt un aspect directionnel non pré-défini (dommages orientés par le chargement). Le choix d'une variable tensorielle d'ordre 2 [Cordebois 79] ou 4 [Chaboche 79] permet de traduire, de façon plus ou moins complexe, une anisotropie induite par la dégradation du matériau.

Un aspect important à considérer dans la modélisation du comportement élastique endommageable des matériaux est le caractère unilatéral du dommage. L'endommagement qui apparaît au cours du chargement est **irréversible** mais son effet sur le comportement peut-être **actif ou passif** [Chaboche 92, Maire 97a, Thionnet 99, Thionnet 10]. Par exemple, pour un chargement incrémental de traction/compression, les fissures se referment progressivement lors du passage en compression et le matériau retrouve ses propriétés élastiques initiales (voir Figure 2.3).

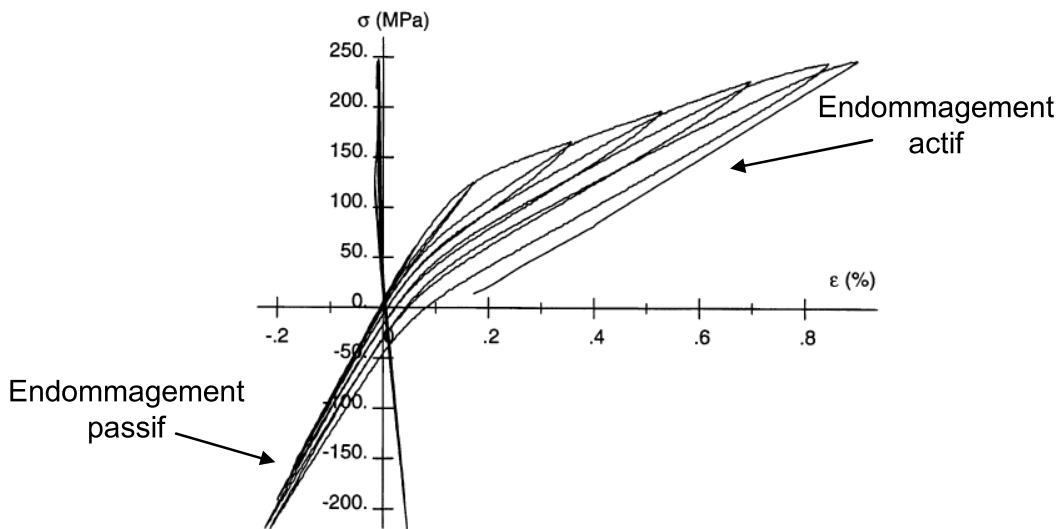


FIGURE 2.3 – Essai incrémental de traction/compression sur un composite SiC_f/SiC stratifié $[0-90]_{2s}$ [Gasser 98].

Les fissures peuvent aussi se refermer sous des chargements multiaxiaux. Dans le cadre du calcul de structures pour lesquelles la nature des chargements rencontrés est relativement complexe, il est donc nécessaire de prendre en compte cet aspect unilatéral du dommage. La difficulté est de construire un modèle qui permettent d'éviter la discontinuité de la réponse contrainte/déformation lors du passage de la condition unilatérale [Ju 89] mais aussi la perte de symétrie du tenseur des souplesses (ou des rigidités) [Ramtami 90].

Chaboche a proposé une méthodologie pour assurer la continuité de la réponse (σ, ε) et la symétrie du tenseur des souplesses ou de rigidités [Chaboche 92]. Le principe de cette méthode est de refermer les termes diagonaux du tenseur d'élasticité suivant un critère de fermeture dépendant de l'orientation du défaut (fissure) et du chargement. Toutefois, le module de cisaillement ne retrouve pas sa valeur initiale après fermeture des fissures. Une solution pour s'assurer que le matériau, après fermeture des fissures, retrouve complètement ses propriétés initiales [Chaboche 01] est d'introduire, sous l'hypothèse du frottement infini à l'interface des lèvres d'une fissure, un terme de stockage représentant le saut de contrainte au moment de la fermeture ou de l'ouverture d'une fissure.

Les avancées significatives dans la modélisation du comportement et de l'endommagement des composites tissés, prenant en compte des chargements multiaxiaux complexes afin de dimensionner des structures, sont à mettre au crédit des laboratoires nationaux. Parmi les modèles de comportement proposés, on peut distinguer les modèles reposant sur la définition de variables d'endommagement scalaire [Camus 00], de ceux utilisant des variables tensorielles pour décrire l'endommagement [Gasser 96]. Certains auteurs ont fait le choix de décrire les déformations résiduelles par un formalisme plastique, par exemple un écrouissage isotrope [Siron 99]. La grande majorité des modèles proposés intègre des règles de désactivation du dommage dans le but d'assurer la continuité de la réponse (σ, ε) . Les formulations développées diffèrent par la nature des composites pour lesquelles elles ont été établies qu'il s'agisse des composites à matrice organique [Hochard 07] ou des composites à matrice céramique [Dumont 87]. On constate donc qu'il existe un nombre important de critères pour classer les différents modèles. Il est à noter que les boucles d'hystérésis dues aux frottements des lèvres des fissures sont en général négligées en raison de la complexité des modélisations nécessaires. Halm *et al.* ont développé une approche permettant de prendre en compte la dissipation générée par le frottement à l'interface au moment de la fermeture des lèvres des fissures en introduisant une nouvelle variable interne associée à ce mécanisme de dissipation [Halm 98, Dragon 00]. Les modèles cités concernent plus particulièrement les composites tissés bi-dimensionnels. Toutefois, des études ont été menées dans le but de modéliser le comportement élastique endommagé des composites tissés tridimensionnels [Pailhes 02].

Modélisation du comportement viscoélastique

La viscosité joue un rôle prépondérant sur la réponse des matériaux polymères et donc sur les matériaux composites à matrice organique. La viscoélasticité permet de traduire la réversibilité de la réponse du matériau pour un temps suffisamment long. Différentes approches sont proposées dans la littérature pour décrire les comportements viscoélastiques linéaires ou non-linéaires des matériaux composites.

On distingue tout d'abord les **formulations empiriques** qui consistent à établir une relation entre la déformation et la contrainte [Findley 67, Dody 85]. Ces lois présentent l'inconvénient d'être rapidement mises en défaut pour des chargements hors de leur configuration d'élaboration.

On distingue par ailleurs les **formulations rhéologiques**, pour lesquelles les comportements sont représentés par des éléments de bases (ressorts et d'amortisseurs). Le ressort symbolise l'élasticité linéaire parfaite tandis que l'amortisseur est associé à la viscosité. La sollicitation et la réponse du matériau sont liées par les équations différentielles linéaires dans lesquelles intervient un temps caractéristique de relaxation, τ , dépendant de l'amortissement η et du module d'Young E :

$$\tau = \frac{\eta}{E} \quad (2.2)$$

Le modèle de Maxwell est un exemple de modèle rhéologique permettant d'étudier la réponse du matériau en relaxation. Pour étudier le comportement du matériau en fluage, on utilisera plutôt le modèle Kelvin-Voigt. Ce type de modélisation n'utilisant qu'un seul temps de relaxation est satisfaisant pour des matériaux ayant un comportement viscoélastique simple, tel que le caoutchouc par exemple. Pour une description plus fine du comportement, il est toutefois possible de complexifier ces modèles en combinant en série ou en parallèle des modèles de Maxwell ou de Kelvin-Voigt. Chaque mécanisme de déformation a son propre temps de relaxation. L'inconvénient de ce type de formulations réside dans *(i)* le grand nombre d'équations différentielles à résoudre, *(ii)* le grand nombre de paramètres à identifier, *(iii)* l'impossibilité de traiter de la non linéarité du comportement visqueux et *(iv)* la difficulté de les généraliser à des chargements multiaxiaux.

Une solution pour régler le problème d'identification, lié à la généralisation en série des modèles de Maxwell ou de Kelvin-Voigt, est de relier les paramètres liés aux mécanismes visqueux par une fonction continue et ainsi réduire le nombre de degrés de liberté (nombre de temps de relaxation) [Nowick 72]. On parle dans ce cas de **formulations spectrales**. Chaque temps caractéristique de relaxation τ_i est pondéré par une fonction de poids μ_i . Le spectre continu peut avoir une forme gaussienne, triangulaire ou rectangle. Sur la base de ce principe, Maire a développé un modèle permettant de décrire le comportement visqueux des matériaux composites stratifiés constitués de plis UD en fibre de verre [Maire 92]. L'idée générale de cette loi est de décomposer la viscosité en un nombre limité de mécanismes élémentaires visqueux associés à un spectre de relaxation.

La dernière catégorie de formulations est relative aux **formulations intégrales**. Elles reposent sur le principe de superposition de Boltzman : *(i)* le fluage et la relaxation sont des fonctions dépendantes de l'histoire des sollicitations, *(ii)* les incréments de chargement sont indépendants et leurs contributions s'additionnent. Sur la base de ce principe, Schapery *et al.* ont proposé un modèle permettant d'étudier les matériaux ayant un comportement viscoélastique non-linéaire [Schapery 69, Schapery 66, Lou 71].

Prévision de la rupture structurale

Les modèles conduisent à une prévision de la réponse des structures. Dans le but d'évaluer la tenue d'une structure, ceux-ci doivent être associés à un critère définissant l'instant de défaillance. Le critère le plus simple correspond à l'arrêt du calcul. Une deuxième possibilité consiste à prendre en compte dans la formulation l'effet de la rupture progressive sur la réponse non linéaire du matériau. Nous reviendrons plus longuement sur ce point dans la deuxième partie du mémoire (voir Chapitre 5).

Dans ce paragraphe, nous choisissons de nous attarder sur les critères de rupture macroscopique utilisés en post-traitement. Ces critères permettent à la fois d'identifier les zones de rupture, de déterminer pour quel chargement la pièce a rompu et de déterminer le mode de rupture. Dans la suite, nous définissons la ruine structurale lorsqu'en un point le seuil du critère de rupture est atteint (voir 4.1.1 et 4.3.1). Dans la littérature, de nombreux critères ont été proposés pour décrire la rupture des matériaux.

Parmi ces critères, le **critère de la contrainte maximale** (ou sa forme duale, le critère de la déformation maximale) est le critère le plus simple et celui qui reste le plus utilisé dans les bureaux d'études. On considère que le matériau casse dès qu'une des composantes du tenseur des contraintes (ou des déformations) dépasse une valeur seuil. Dans le cas des contraintes planes (σ_L contrainte longitudinale, σ_T contrainte transverse, σ_{LT} contrainte de cisaillement dans le plan) [Berthelot 92], ce critère s'écrit soit dans les axes principaux des contraintes (en général pour les matériaux isotropes) soit dans les axes principaux d'anisotropie du matériau :

$$\begin{cases} X_C < \sigma_L < X_T \\ X_T < \sigma_T < Y_T \\ -S < \sigma_{LT} < S \end{cases} \quad (2.3)$$

où X_T et X_C correspondent respectivement à la résistance dans l'axe longitudinal en traction et en compression, Y_T et Y_C correspondent respectivement à la résistance dans l'axe transverse en traction et en compression et S à la résistance en cisaillement.

Le critère de la contrainte maximale est découplé. En effet, bien qu'il informe sur le mode de rupture du matériau, il ne tient pas compte des interactions entre les différentes composantes du tenseur des contraintes. Ainsi, pour des chargements multiaxiaux, il surestime généralement la contrainte à rupture.

Les **critères quadratiques** permettent de prendre en compte les interactions entre les différentes composantes du tenseur des contraintes. Parmi les critères quadratiques répertoriés dans la littérature, le plus général est celui de Tsai-Wu [Tsai 71]. Il s'écrit sous forme indicielle de la façon suivante :

$$f_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j \leq 1 \quad (2.4)$$

où f_i et F_{ij} sont des paramètres matériaux à identifier

Ce critère (comme tous les critères quadratiques) doit vérifier des conditions de stabilité afin de garder une enveloppe fermée de type ellipsoïdale :

$$\begin{cases} F_{ii}F_{jj} - F_{ij}^2 \geq 0 \quad (i, j) \in \{1, 3\} \text{ sans sommation sur les indices répétés} \\ F_{ii} \geq 0 \quad \forall i \in \{1, 6\} \end{cases} \quad (2.5)$$

Ces conditions de stabilité garantissent la convexité du critère. La nécessité de vérifier ces conditions de stabilité peut entraîner une impossibilité à identifier le critère dans certain cas.

Dans le cas des **multicritères** l'enveloppe finale correspond à l'intersection de plusieurs enveloppes [Yeh 94]. Dans le cadre de travaux menés sur les composites tissés à matrice céramique, l'Onera a proposé un multicritère pour étudier la tenue du matériau [Aiello 01]. Ce critère prend en compte l'existence de deux modes de rupture : un premier mode de rupture fragile en compression et un second mode équivalent à une rupture par endommagement dépendant de la partie positive du tenseur des contraintes (noté σ^+) :

$$\sigma^+ = \mathbf{P} \cdot \begin{pmatrix} \langle \sigma_I \rangle_+ & 0 & 0 \\ 0 & \langle \sigma_{II} \rangle_+ & 0 \\ 0 & 0 & \langle \sigma_{III} \rangle_+ \end{pmatrix} \cdot \mathbf{P}^T \quad (2.6)$$

où σ_I , σ_{II} et σ_{III} correspondent aux valeurs propres de σ et $\mathbf{P}$ à la matrice de passage entre l'espace des déformations principales et l'espace de représentation initial. $\langle x \rangle_+ = x$ si $x > 0$ et

0 sinon.

Il s'écrit de la façon suivante :

$$\sqrt{\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{M}_1 : \boldsymbol{\sigma}} + \sqrt{\boldsymbol{\sigma}^+ : \mathbf{M}_2 : \boldsymbol{\sigma}^+} \leq 1 \quad (2.7)$$

avec :

$$\mathbf{M}_1 = \alpha \mathbf{S}^0 \quad (2.8)$$

$$\mathbf{M}_2 = \begin{pmatrix} m_{11}S_{11}^0 & m_{12}S_{12}^0 & m_{13}S_{13}^0 & 0 & 0 & 0 \\ m_{12}S_{12}^0 & m_{22}S_{22}^0 & m_{23}S_{23}^0 & 0 & 0 & 0 \\ m_{13}S_{13}^0 & m_{23}S_{23}^0 & m_{33}S_{33}^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44}S_{44}^0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{55}S_{55}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{66}S_{66}^0 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

où $\mathbf{S}^0$ est le tenseur des souplesses initiales. Les coefficients α et m_{ij} sont des paramètres matériaux à déterminer¹.

Le critère de la contrainte maximale est élémentaire car il ne prend pas en compte les interactions entre les composantes du tenseur. Le critère quadratique de Tsai-Wu prend en compte les interactions entre les composantes du tenseur mais n'est par contre pas satisfaisant pour décrire la tenue du matériau dans le quadrant compression-compression (voir Figure 2.4). En effet, la tenue du matériau est, en général, surestimée dans cette zone. A la suite de cette étude bibliographique, nous avons retenu le critère de la contrainte maximale ainsi que le critère de rupture Onera pour l'analyse de la tenue des structures dans la suite de ce travail.

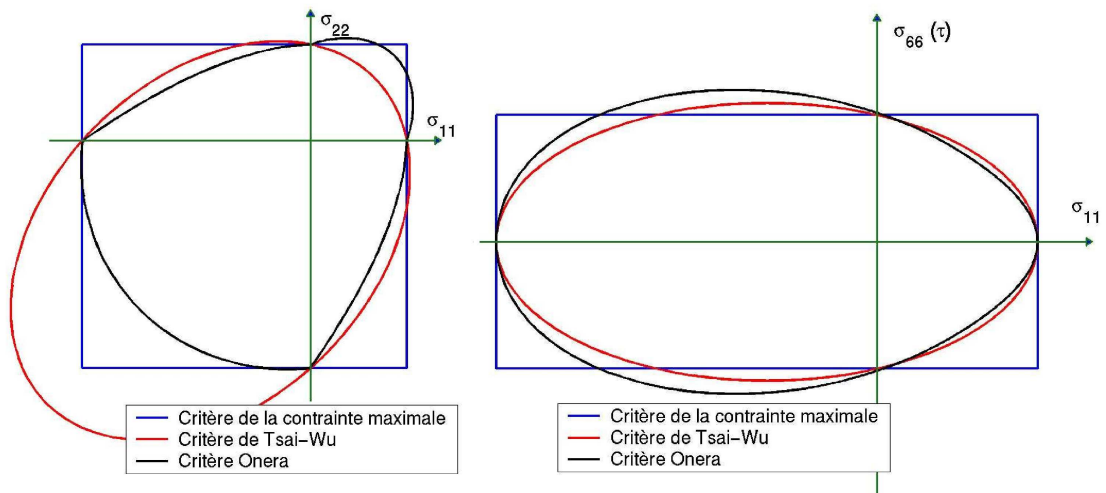


FIGURE 2.4 – Visualisation dans les plan (σ_1, σ_2) à gauche et (σ_1, σ_6) à droite des critères de la contrainte maximale, de Tsai-Wu et de l'Onera sous les hypothèses de contraintes planes.

1. le nombre de coefficients m_{ij} indépendants à identifier dépend de l'anisotropie du matériau (voir 3.1.2).

2.2 Présentation des modèles d'endommagement Onera (Onera Damage Models)

2.2.1 Historique des modèles d'endommagement développés à l'Onera pour les composites tissés

Le modèle développé dans le cadre de ces travaux de thèse s'inscrit dans la lignée de la famille de modèles conçus à l'Onera au cours de ces dernières années, en particulier pour les composites tissés bidimensionnels à matrice céramique. Les formulations proposées s'inscrivent dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles et utilisent les concepts de la Mécanique Continue de l'Endommagement (voir Figure 2.5).

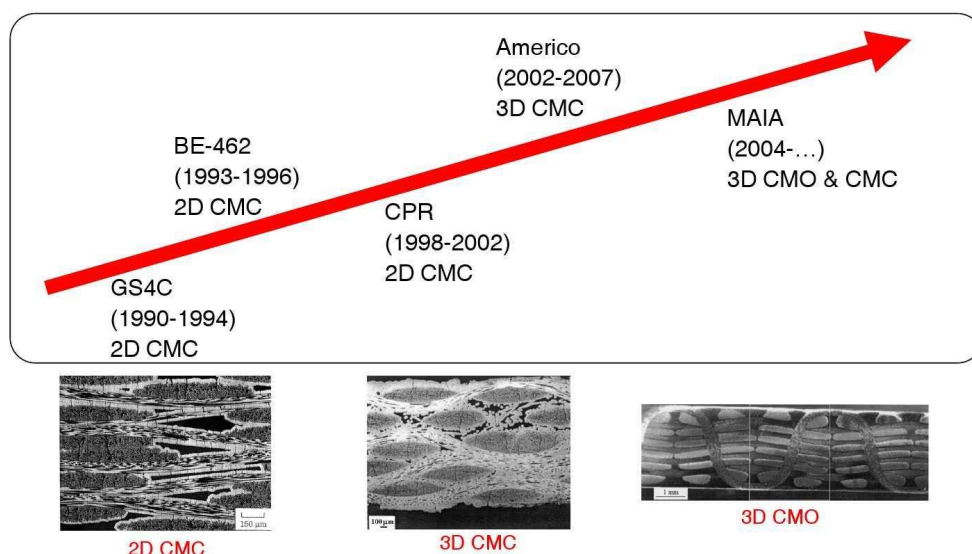


FIGURE 2.5 – Modèles d'endommagement Onera développés ces dernières années au cours de programmes de recherche européens et français.

Dans le cadre du Groupement Scientifique GS-4C (1990-1994), l'Onera a développé un modèle élastique endommageable avec prise en compte du caractère unilatéral du dommage [Maire 94]. Les études ont été menées sur un composite tissé 2D SiC_f/SiC. Ces travaux ont donné lieu à l'établissement d'un modèle d'endommagement isotrope en considérant le matériau comme initialement orthotrope symétrique. L'endommagement au sein du matériau n'étant pas isotrope [Aubard 92], un modèle d'endommagement anisotrope avec trois variables internes orientées suivant les trois directions d'anisotropie a été proposé par la suite. Pour cette dernière formulation, l'endommagement est supposé orienté par la microstructure.

Dans le cadre du programme européen Brite-Euram BE-462 (1993-1996), deux modèles de comportement élastique endommagé ont été proposés : une formulation en contrainte et une formulation en déformation. Chacun des modèles comporte trois variables scalaires d'endommagement représentant la microfissuration, orientée par les axes d'anisotropie du matériau, et une variable d'endommagement tensorielle d'ordre 2 qui décrit l'endommagement orienté par le chargement [Maire 97a, Maire 97b, Maire 98]. Ce modèle, très satisfaisant sur le plan phénoménologique, s'est avéré de par sa complexité, très difficile à utiliser dans le cadre du calcul de structures en raison de la nature tensorielle des variables d'endommagement.

Pour pallier cette difficulté, des modèles d'endommagement à variables scalaires ont été proposés dans le cadre du CPR (1998-2002), intitulé " modélisation du comportement et de la longévité de composites à matrice céramique ". Plus précisément, deux modèles formulés en contrainte (afin de simplifier leur identification) ont été définis.

Le premier modèle comporte trois variables d'endommagement dans le plan correspondants aux directions principales d'anisotropie. Ce modèle doit être utilisé si le dommage présente des directions privilégiées correspondant aux directions d'anisotropie du matériau. Typiquement, ce modèle semble mieux adapté aux matériaux présentant un fort contraste entre les propriétés mécaniques de la fibre et de la matrice, tels que les CMO ou certains CMC (C_f/C).

Le second modèle, introduit deux directions de dommage supplémentaires dans le plan correspondant aux directions $+45^\circ$ et -45° . Ainsi pour des chargements à 0° , 90° , 45° et -45° , le dommage activé est perpendiculaire au chargement, ce qui rend ce modèle identique à un modèle tensoriel pour ces directions. Pour d'autres directions de chargement, l'endommagement résultant est une combinaison entre les différentes directions des dommages définies. Il est important de noter que l'originalité de ce modèle ne réside pas uniquement dans l'ajout de variables supplémentaires. En effet, la cinétique de chaque variable est sensiblement différente de celle des variables du premier modèle. Ce choix a permis de rendre ce modèle (dit " pseudo-tensoriel ") semblable à un modèle tensoriel pour des sollicitations à 0° , 90° , $+45^\circ$ et -45° avec en particulier la perte d'orthotropie lors des essais hors-axes. Ce modèle semble mieux adapté lorsque le dommage est préférentiellement orienté par le chargement.

Le caractère explicite en contrainte de ces formulations entraîne des coûts de convergence liés à la résolution de la loi de comportement dans le cadre de calcul de structures.

Pour améliorer la convergence numérique, des formulations duales en déformation ont été développées. La variable d'état des modèles présentés par la suite est donc le tenseur des déformations ε . Dans la suite du document le modèle d'endommagement associé au matériau ayant un faible contraste fibre/matrice sera dénommé ODM_LD (pour Onera Damage Model Loading direction), alors que celui associé au matériau ayant un fort contraste fibre/matrice sera dénommé ODM_MS (pour Onera Damage Model MicroStructure direction). Ces modèles permettent de décrire les principaux phénomènes observés sur les composites tissés : l'anisotropie initiale, l'anisotropie induite, c'est-à-dire les effets du dommage sur le comportement élastique, le caractère unilatéral du dommage, les déformations résiduelles liées à l'endommagement, les cinétiques d'endommagement distinguant les différents modes de fissuration (normal et tangentiel) ainsi que la prise en compte des effets thermiques. De plus, le comportement transverse lors des essais dans l'axe des renforts est considéré comme constant.

2.2.2 Equations constitutives des modèles élastiques endommageables

Potentiel thermodynamique et lois d'état

Les modèles, formulés en déformation, reposent sur la définition du potentiel d'énergie libre de Helmholtz :

$$\psi = \frac{1}{2\rho} \left(\varepsilon^* : \tilde{\mathbf{C}}^m : \varepsilon^* + \psi^0 - \psi^r - \psi^s \right) \quad (2.10)$$

avec

$$\begin{cases} \varepsilon^* &= \varepsilon - \varepsilon^{th} - \varepsilon^0 \\ \psi^0 &= \varepsilon^* : \mathbf{C}^0 : \varepsilon^0 + \varepsilon^0 : \mathbf{C}^0 : \varepsilon^* \\ \psi^r &= \varepsilon^* : \mathbf{C}^0 : \varepsilon^r + \varepsilon^r : \mathbf{C}^0 : \varepsilon^* \\ \psi^s &= \varepsilon^* : \mathbf{C}^0 : \varepsilon^s + \varepsilon^s : \mathbf{C}^0 : \varepsilon^* \end{cases} \quad (2.11)$$

où $\tilde{\mathbf{C}}^m = (\tilde{\mathbf{S}}^m)^{-1}$, avec $\tilde{\mathbf{S}}^m = \mathbf{S}^0 + \Delta\mathbf{S}^m$.

$\mathbf{C}^0$ et $\mathbf{S}^0$ correspondent respectivement au tenseur des rigidités et des souplesses initiales.

$\tilde{\mathbf{C}}^m$ et $\tilde{\mathbf{S}}^m$ représentent respectivement le tenseur des rigidités et des souplesses effectives.

ε^{th} est la déformation thermique définie de la manière suivante :

$$\varepsilon^{th} = \alpha(T - T^0) \quad (2.12)$$

où α correspond au tenseur des dilatations thermiques, T à la température d'essai et T^0 à une température de référence (libre de contrainte par exemple).

ε^0 , homogène à un tenseur des déformations, définit le moment de fermeture. Ce tenseur permet de prendre en compte, par exemple, les effets des contraintes résiduelles (dues au process de fabrication) sur la fermeture des fissures.

$$\varepsilon^0 = \Delta\alpha(T - T^0) \quad (2.13)$$

où $\Delta\alpha$ est un paramètre du modèle qui, d'un point de vue microscopique, peut être relié à la différence de dilatation entre la fibre et la matrice.

ε^s est le tenseur des déformations stockées. Il permet d'assurer la continuité de la réponse (σ , ε) au moment de la refermeture.

ε^r est le tenseur des déformations résiduelles liées à l'endommagement.

$\Delta\mathbf{S}^m$, représentant la variation du tenseur de souplesse due à l'endommagement matriciel, est défini de la manière suivante :

$$\Delta\mathbf{S}^m = \sum_i \eta_i^m d_i^m \mathbf{H}_i^m \quad (2.14)$$

où $\mathbf{H}_i^m$ est le tenseur d'effet du dommage associé à la variable d_i^m . Plus précisément, le modèle ODM_MS comporte trois variables d'endommagement, d_1^m , d_2^m et d_3^m associées aux trois directions principales du matériau, alors que le modèle ODM_LD comporte cinq variables d'endommagement, d_1^m , d_2^m et d_3^m associées aux trois directions principales du matériau et d_4^m et d_5^m associées aux directions $+45^\circ$ et -45° dans le plan. La Figure 2.6 présente les modes d'endommagement activés par des chargements à 0° , 90° , $+45^\circ$, -45° et hors-plan pour les deux formulations.

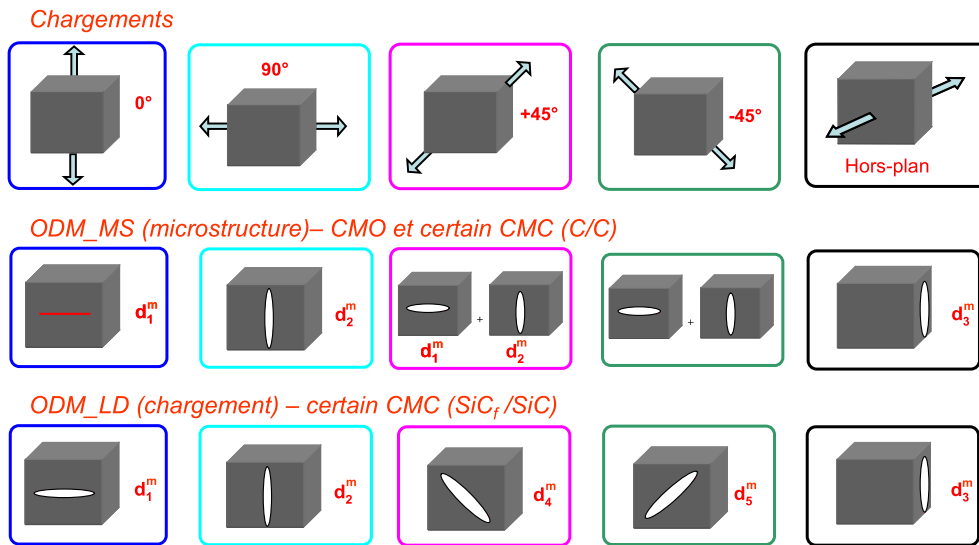


FIGURE 2.6 – Schéma de principe des modes d'endommagement activés par le chargement pour les modèles ODM_MS et ODM_LD.

Le tenseur d'effet du dommage $\mathbf{H}_1^m$ est défini de la manière suivante :

$$\mathbf{H}_1^m = \begin{pmatrix} h_{11}^1 S_{11}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_{55}^1 S_{55}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{66}^1 S_{66}^0 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

h_{11}^1 , h_{55}^1 et h_{66}^1 sont des paramètres du modèle à identifier. h_{11}^1 traduit l'effet d'une fissure sollicitée en mode I sur le comportement longitudinal, h_{55}^1 traduit l'effet d'une fissure sollicitée en mode III sur le comportement en cisaillement intralaminare, h_{66}^1 traduit l'effet d'une fissure sollicitée en mode II sur le comportement en cisaillement interlaminare. Les tenseurs $\mathbf{H}_2^m$ et $\mathbf{H}_3^m$ sont obtenus par permutation des indices. Les tenseurs d'effet du dommage $\mathbf{H}_4^m$ et $\mathbf{H}_5^m$ ont une forme identique à ce que l'on aurait obtenu avec un modèle tensoriel :

$$\mathbf{H}_4^m = \begin{pmatrix} h_{11}^4 S_{11}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0, 5h_{66}^4 S_{66}^0 \\ 0 & h_{11}^4 S_{22}^0 & 0 & 0 & 0 & 0, 5h_{66}^4 S_{66}^0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0, 5h_{55}^4 S_{55}^0 & 0, 5h_{55}^4 S_{55}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0, 5h_{45}^4 S_{55}^0 & 0, 5h_{45}^4 S_{55}^0 & 0 \\ 0, 5h_{66}^4 S_{66}^0 & 0, 5h_{66}^4 S_{66}^0 & 0 & 0 & 0 & h_{66}^4 S_{66}^0 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{H}_5^m = \begin{pmatrix} h_{11}^5 S_{11}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0, 5h_{66}^5 S_{66}^0 \\ 0 & h_{11}^5 S_{22}^0 & 0 & 0 & 0 & -0, 5h_{66}^5 S_{66}^0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0, 5h_{55}^5 S_{55}^0 & -0, 5h_{55}^5 S_{55}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0, 5h_{55}^5 S_{55}^0 & 0, 5h_{55}^5 S_{55}^0 & 0 \\ -0, 5h_{66}^5 S_{66}^0 & -0, 5h_{66}^5 S_{66}^0 & 0 & 0 & 0 & h_{66}^5 S_{66}^0 \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

h_{ii}^4 et h_{ii}^5 sont des paramètres du modèle à identifier.

η_i^m est l'index de désactivation du dommage qui permet de décrire l'état actif ou passif du dommage ($\eta_i^m = 1$ endommagement actif, $\eta_i^m = 0$ endommagement passif).

L'état du matériau est donc décrit par un ensemble de quatre familles de variables internes de nature différente : d_i^m , η_i^m , ε^s et ε^r .

A partir de la définition du potentiel thermodynamique, la loi de comportement ainsi que la force motrice du dommage sont déduites :

$$\begin{cases} \sigma = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} = \tilde{\mathbf{C}} : \varepsilon^* - \mathbf{C}^0 : (\varepsilon^r + \varepsilon^s - \varepsilon^0) \\ Y_i^m = \rho \frac{\partial \psi}{\partial d_i^m} = \frac{1}{2} \varepsilon^* : \tilde{\mathbf{C}} : \eta_i^m \mathbf{H}_i^m : \tilde{\mathbf{C}} : \varepsilon^* \end{cases} \quad (2.18)$$

Evolution des variables scalaires d'endommagement

Les forces thermodynamiques associées aux variables d'endommagement sont définies dans un cadre non standard garantissant l'admissibilité thermodynamique. En effet, elles ne sont pas obtenues par dérivation du potentiel d'énergie libre de Helmholtz mais redéfinies afin de faciliter l'identification. Cette redéfinition permet également de garder le caractère explicite de la formulation et la cohérence thermodynamique. Plus précisément, elles sont définies en fonction du tenseur

des déformations efficaces ε^+ . Il correspond à la partie positive de la décomposition spectrale du tenseur des déformations :

$$\varepsilon^+ = \mathbf{P} \cdot \begin{pmatrix} \langle \varepsilon_I \rangle_+ & 0 & 0 \\ 0 & \langle \varepsilon_{II} \rangle_+ & 0 \\ 0 & 0 & \langle \varepsilon_{III} \rangle_+ \end{pmatrix} \cdot \mathbf{P}^T \quad (2.19)$$

où ε_I , ε_{II} et ε_{III} correspondent aux valeurs propres de ε et $\mathbf{P}$ à la matrice de passage entre l'espace des déformations principales et l'espace de représentation initial.

Ainsi, pour le modèle ODM_MS, les forces motrices de l'endommagement dans le plan sont définies avec une distinction entre les forces motrices normales (y_i^{nm}) et les forces motrices tangentielles (y_i^{tm}). Par exemple, les forces motrices associées à la variable d'endommagement d_1^m sont définies comme suit :

$$\begin{cases} y_1^{nm} = \frac{1}{2} \varepsilon_1^+ C_{11}^0 \varepsilon_1^+ \\ y_1^{tm} = \frac{1}{2} (\varepsilon_6^+ C_{66}^0 \varepsilon_6^+ + b_1 \varepsilon_5^+ C_{55}^0 \varepsilon_5^+) \end{cases} \quad (2.20)$$

où b_1 est un paramètre du modèle introduit afin de pondérer les cinétiques d'endommagement en mode inter et intra-laminaire. Les expressions des autres forces thermodynamiques (y_2^{nm} , y_2^{tm} , y_3^{nm} , y_3^{tm}) sont elles obtenues par permutation des indices.

Pour le modèle ODM_LD, les forces motrices dérivent de celles définies pour un modèle tensoriel. En effet, la force motrice associée à une variable tensorielle d'ordre 2 est un tenseur d'ordre 2. Elle prend dans le plan la forme suivante :

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 & y_6 \\ y_6 & y_2 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

avec :

$$\begin{cases} y_1 = \frac{1}{2} (\varepsilon_1^+ C_{11}^0 \varepsilon_1^+ + b_1 \varepsilon_6^+ C_{66}^0 \varepsilon_6^+ + b_2 \varepsilon_5^+ C_{55}^0 \varepsilon_5^+) \\ y_2 = \frac{1}{2} (\varepsilon_1^+ C_{11}^0 \varepsilon_1^+ + b_1 \varepsilon_6^+ C_{66}^0 \varepsilon_6^+ + b_2 \varepsilon_4^+ C_{44}^0 \varepsilon_4^+) \\ y_6 = \frac{1}{4} (\varepsilon_1^+ C_{11}^0 \varepsilon_6^+ + \varepsilon_2^+ C_{22}^0 \varepsilon_6^+ + b_1 \varepsilon_6^+ C_{66}^0 (\varepsilon_1^+ + \varepsilon_1^+)) \end{cases} \quad (2.22)$$

où b_1 et b_2 sont des paramètres du modèle introduits pour traduire le couplage entre traction, cisaillement inter et intra-laminaire. Il est possible de définir maintenant, les quatres forces thermodynamiques associées aux quatre variables scalaires d'endommagement dans le plan (d_1^m , d_2^m , d_4^m et d_5^m) correspondant aux directions fixes : 0° , 90° , $+45^\circ$, -45° ($\langle x \rangle_- = 1$ si $x \leq 0$ et 0 sinon) :

$$y_0 = y_1 - |y_6|, \quad y_{90} = y_2 - |y_6|, \quad y_{+45} = \langle y_6 \rangle_+, \quad y_{-45} = \langle y_6 \rangle_- \quad (2.23)$$

L'endommagement hors-plan reste, lui, orienté par la microstructure. Une seule variable scalaire est donc suffisante pour décrire le comportement dans l'épaisseur. La force motrice associée à cet endommagement prend la forme suivante (b_3 est un paramètre du modèle) :

$$y_3 = \frac{1}{2} (\varepsilon_3^+ C_{33}^0 \varepsilon_3^+ + b_3 (\varepsilon_4^+ C_{44}^0 \varepsilon_4^+ + \varepsilon_5^+ C_{55}^0 \varepsilon_5^+)) \quad (2.24)$$

Les lois d'évolution des variables d'endommagement ne sont pas inscrites dans un cadre standard. En effet, elles dépendent des forces motrices définies précédemment. Dans un schéma indépendant du temps, il est possible d'utiliser un critère défini comme la surface de non-endommagement.

Plus précisément, des critères découplés sont utilisés pour chaque variable scalaire d'endommagement :

$$F_i^m(y_i^{nm}, y_i^{tm}, d_i^m) = f_i^{nm}(y_i^{nm}) + f_i^{tm}(y_i^{tm}) - d_i^m \quad i \in \{1, 3\} \quad \text{pour ODM_MS} \quad (2.25)$$

$$F_i^m(y_i^m, d_i^m) = f_i^m(y_i^m) - d_i^m \quad i \in \{0^\circ, 90^\circ, +45^\circ, -45^\circ, 3\} \quad \text{pour ODM_LD} \quad (2.26)$$

Dans le but d'introduire les effets de saturation communément observés dans les composites, les cinétiques d'évolution du dommage sont écrites sous forme exponentielle :

$$f = d_{c(i)}^x \cdot \left(1 - \exp - \left(\frac{\left\langle \sqrt{y_i^x} - \sqrt{y_{0(i)}^x} \right\rangle_+}{\sqrt{y_{c(i)}^x}} \right)^{p_i^x} \right) \quad (2.27)$$

où $d_{c(i)}^x$, $y_{0(i)}^x$, $y_{c(i)}^x$ et p_i^x sont des paramètres du modèle. L'exposant x est à remplacer par nm ou tm dans le cas d'ODM_MS et par m dans le cas d'ODM_LD.

Remarque sur la cohérence thermodynamique :

Afin de s'assurer de respecter la cohérence thermodynamique, la relation suivante doit être vérifiée :

$$\sum Y_i^m \dot{d}_i \geq 0 \quad (2.28)$$

La relation est trivialement vérifiée sachant que l'on démontre facilement que Y_i^m est positif (forme scalaire quadratique) et que le modèle impose logiquement que l'endommagement d_i^m ne peut que croître (caractère irréversible de l'endommagement).

Evolution des tenseurs des déformations stockées et résiduelles

Le tenseur des déformations stockées $\boldsymbol{\varepsilon}^s$ permet d'assurer la continuité de la réponse (σ, ε) tout en garantissant que le matériau récupère ses propriétés élastiques initiales au moment de la désactivation du dommage. Pour les deux formulations, ce tenseur est défini par la loi d'évolution suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^s = -\mathbf{S}^0 : \left(\sum_i \dot{\eta}_i d_i^m \tilde{\mathbf{C}}^m : \mathbf{H}_i : \tilde{\mathbf{C}}^m \right) : \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad \text{avec} \quad \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^0 \quad (2.29)$$

La Figure 2.7 présente l'apport de la déformation stockée afin d'assurer la continuité de la réponse contrainte/déformation. Le chargement imposé consiste à superposer un échelon de déformation ε_6 à un cycle de traction/compression ε_1 . Au moment du passage en compression, une discontinuité est mise en évidence sur la courbe d'évolution de la contrainte σ_1 dans le cas où la déformation stockée n'est pas prise en compte dans la formulation.

Le tenseur des déformations résiduelles, $\boldsymbol{\varepsilon}^r$, correspond aux déformations à contrainte nulle en absence de fermeture (voir Figure 2.8). Ce tenseur des déformations résiduelles (identique pour les deux formulations) est déterminé à partir de la loi d'évolution suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^r = \mathbf{S}^0 : \left(\sum_i \zeta_i \dot{\eta}_i d_i^m \tilde{\mathbf{C}}^m : \mathbf{H}_i : \tilde{\mathbf{C}}^m \right) : \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (2.30)$$

L'évolution des déformations résiduelles est liée linéairement à l'évolution de l'endommagement. Le paramètre ζ_i permet de pondérer la relation entre l'endommagement d_i^m et les déformations résiduelles. Les déformations augmentent donc en fonction de la valeur du dommage.

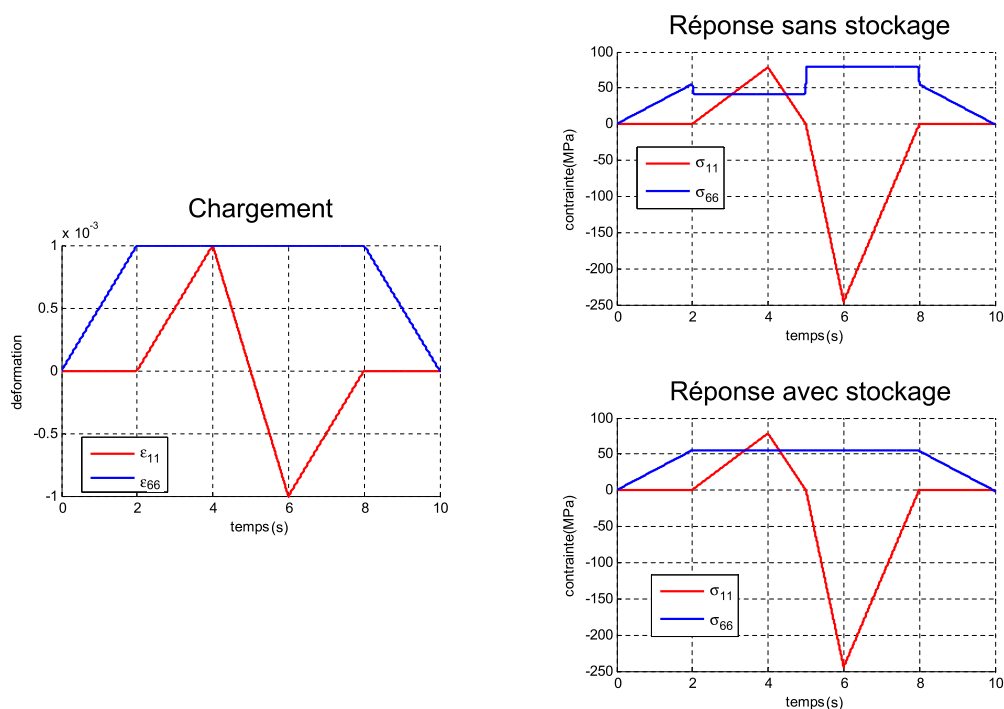


FIGURE 2.7 – Illustration du rôle de la déformation stockée pour assurer la continuité de la réponse (σ, ε) . Chargement imposé en déformation à gauche : échelon ε_6 superposé à un cycle de traction/compression ε_1 . Résultats de la simulation avec ou sans prise en compte de la déformation stockée à droite : évolution de σ_1 et σ_6 en fonction du temps.

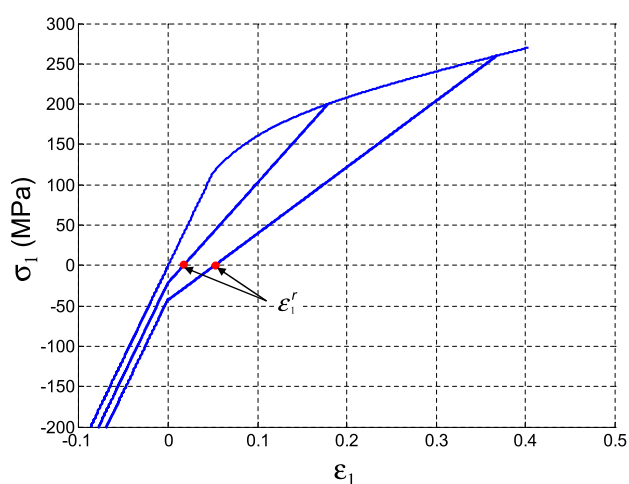


FIGURE 2.8 – Évolution de la contrainte σ_1 en fonction de la déformation ε_1 pour un matériau présentant un comportement élastique endommageable avec présence de déformations résiduelles obtenues avec le modèle ODM_MS lors d'un essai de traction/compression incrémentale.

Evolution des index de désactivation des dommages

Dans le cas d'une fermeture instantanée des fissures, l'index de désactivation du dommage est défini de la façon suivante :

$$\eta_i^m = h(\bar{\varepsilon}_i) \text{ avec } \bar{\varepsilon}_i = \vec{n}_i \cdot \vec{\varepsilon} \cdot \vec{n}_i \quad (2.31)$$

h correspond à la fonction d'Heaviside ($h(\bar{\varepsilon}_i) = 1$ si $\bar{\varepsilon}_i \geq 1$, 0 sinon). $\vec{n}_i$ correspond au vecteur normal à la fissure.

D'un point de vue numérique, il est intéressant d'opter pour une fermeture progressive évitant la discontinuité de la matrice tangente engendrée par l'utilisation de la fonction d'Heaviside. Ce choix revêt aussi un aspect physique, puisqu'il est plus que probable que les fissures dans une direction donnée ne se ferment pas toutes en même temps. Dans ce cas, l'index de désactivation est défini par :

$$\eta_i^m = \begin{cases} 1 & \text{si } \Delta\varepsilon_i \leq \bar{\varepsilon}_i \\ \frac{1}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{\bar{\varepsilon}_i + \Delta\varepsilon_i}{\Delta\varepsilon_i} \right) \right) & \text{si } -\Delta\varepsilon_i \leq \bar{\varepsilon}_i \leq \Delta\varepsilon_i \\ 0 & \text{si } \bar{\varepsilon}_i \leq -\Delta\varepsilon_i. \end{cases} \quad (2.32)$$

$\Delta\varepsilon_i$, amplitude de variation correspondant à la fermeture complète des fissures, dépend de l'endommagement, ce qui permet de prendre en compte l'influence de celui-ci sur le domaine intermédiaire entre fissures toutes ouvertes ou toutes fermées (où a_i et $\Delta\varepsilon_i^0$ (intervalle initial) sont des paramètres matériaux à identifier) :

$$\Delta\varepsilon_i = (1 + a_i d_i) \Delta\varepsilon_i^0 \quad (2.33)$$

L'influence de la présence d'endommagement sur la progressivité de la fermeture des fissures est présenté à la Figure 2.9.

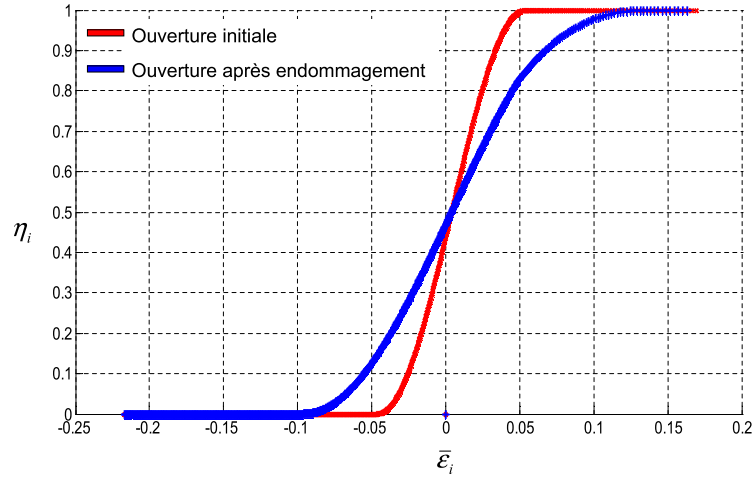


FIGURE 2.9 – Evolution de l'index de désactivation du dommage en présence d'endommagement.

2.3 Analyse critique, limites et insuffisances des modèles ODM

Les formulations de deux modèles permettant de décrire le comportement élastique endommagé des composites tissés ont été présentées dans la section précédente. Cette partie consiste en une analyse critique des modèles ODM. Dans un premier temps, on souligne les particularités et les avantages. Dans un deuxième temps, les limites et insuffisances des modèles sont mises en évidence.

2.3.1 Particularités et avantages des modèles ODM

Influence des paramètres de la cinétique d'endommagement

L'évolution de la variable scalaire d'endommagement est donnée par l'Équation 2.25 pour ODM_MS et l'Équation 2.26 pour ODM_LD. Le paramétrage de la fonction f_i (Equation 2.27) offre une gamme de possibilité suffisamment large pour décrire toute une variété de cinétique d'évolution de l'endommagement.

Les figures suivantes illustrent l'influence des paramètres de la fonction f_i (voir Equation 2.27) : y_o^m , p^m , d_c^m , y_c^m , sur la réponse fournie par le modèle dans le plan (d, ε) pour $p^m > 1$ (Figure 2.10(a)) et pour $p^m < 1$ (Figure 2.10(b)). Pour cela, un essai monotone de traction uniaxiale dans le sens chaîne a été simulé. Le paramètre p^m a une influence sur la forme de la cinétique d'endommagement. En effet, si p^m est inférieur ou égal à 1, la courbe aura une forme de "crochet" dû à la forte inflexion à l'activation du dommage. Si p^m est supérieur à 1, la courbe aura une forme de "S". Le paramètre y_o^m définit le seuil d'activation du dommage. Le paramètre d_c^m correspond à la valeur à saturation de l'endommagement, c'est-à-dire la valeur maximale que l'endommagement peut atteindre. Pour finir, le paramètre y_c^m joue un rôle sur la vitesse d'évolution de l'endommagement, tous paramètres fixés par ailleurs. Plus y_c est petit, plus d^m tend vers sa valeur maximale d_c rapidement.

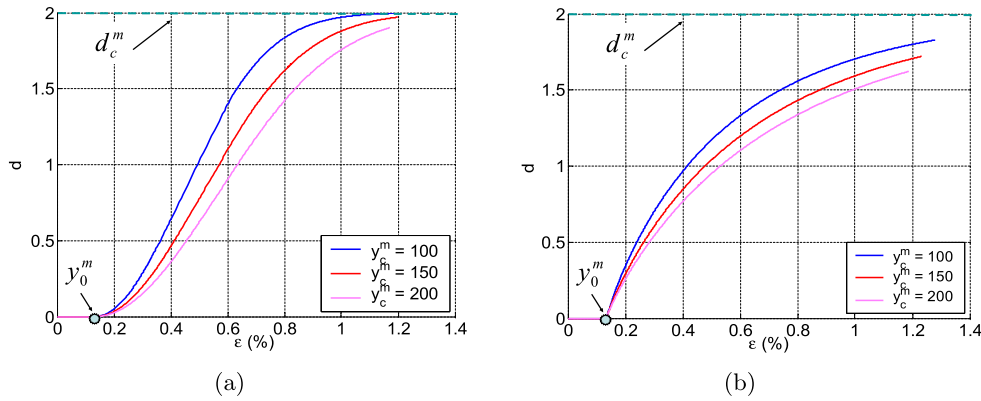


FIGURE 2.10 – Influence des paramètres, d_c^m , p^m , y_c^m , y_o^m sur l'évolution de la cinétique d'endommagement obtenue par la simulation d'un essai de traction monotone : (a) $p^m > 1$, (b) $p^m < 1$

Différentes possibilités de fermeture

Les paramètres $\Delta\alpha$ de l'Équation 2.13, ζ_i de l'Équation 2.30 et a_i , $\Delta\varepsilon_i$ de l'Équation 2.32 permettent de couvrir les différentes possibilités de fermeture observées expérimentalement lors de la caractérisation du comportement des tissus CMC. Afin d'illustrer cette faculté du modèle à rendre compte du comportement autour du point $(0,0)$ du graphe (σ, ε) , nous avons simulé un essai de traction/compression incrémentale dans le sens du renfort en modifiant la valeur des paramètres $\Delta\alpha$, ζ_i , a_i et $\Delta\varepsilon_i$.

En considérant une différence de coefficients de dilatation nulle ($\Delta\alpha = 0$) entre les constituants du matériau, ce qui est le cas par exemple pour les SiC_f/SiC , on obtient une fermeture instantanée sans déformation résiduelle (voir Figure 2.11(a)).

Une fermeture instantanée avec déformation résiduelle est obtenue en prenant ζ_i non nul (voir Figure 2.11(b)).

Le passage entre un état où l'endommagement est actif et où le matériau retrouve ces propriétés élastiques initiales en compression peut se faire de façon progressive en définissant un intervalle de fermeture non nul voir Figure 2.11(c)).

Il est possible de rendre compte d'une fermeture progressive avec déformation résiduelle et un moment de fermeture non nul ainsi que l'on observe expérimentalement sur les composites C_f/SiC (voir Figure 2.11(d)).

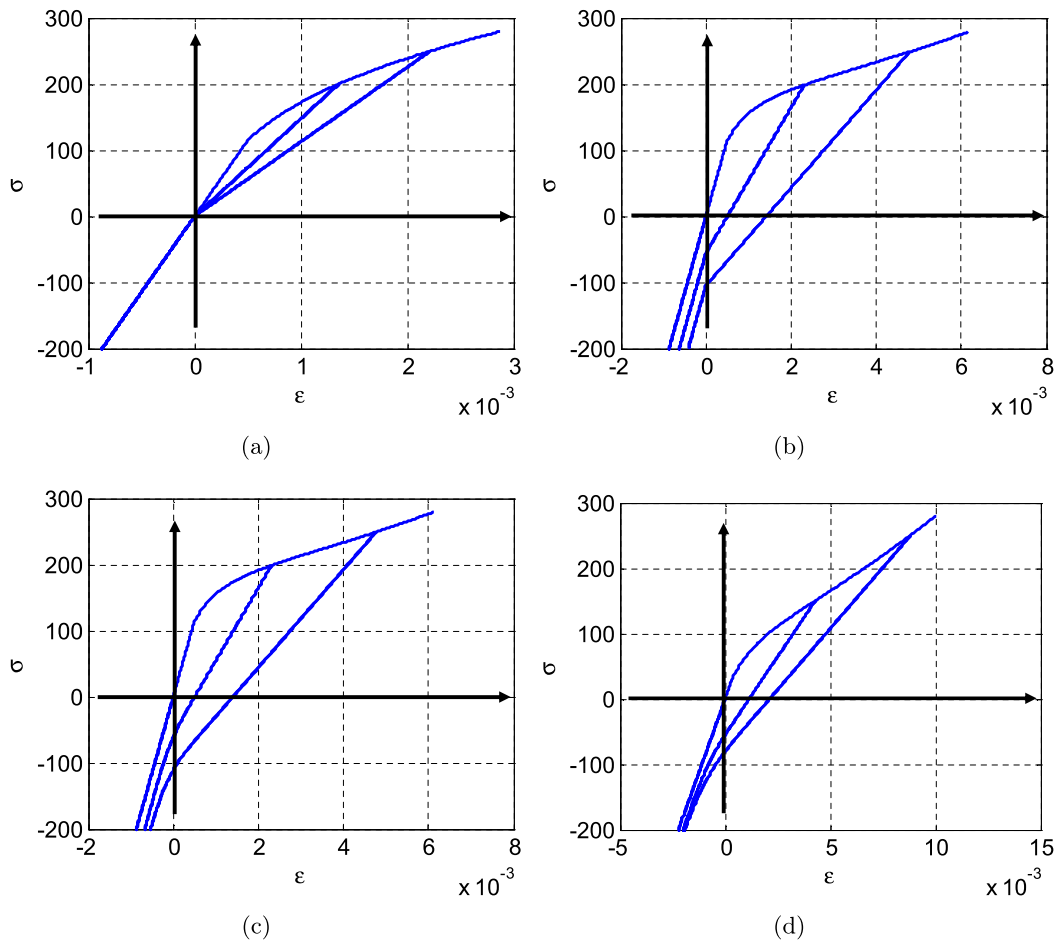


FIGURE 2.11 – Illustration des différentes possibilités de fermeture offertes par les modèles ODM_{MS} et ODM_{LD}

Création d'endommagement transverse sous chargement de compression

Le modèle étant formulé en déformation, il offre la possibilité de créer de l'endommagement transverse à la direction de chargement en compression uniaxiale grâce à l'effet Poisson. En effet, si l'on comprime dans le sens chaîne ($\sigma_1 < 0$), on a alors $\varepsilon_1 < 0$ mais $\varepsilon_2 > 0$ et $\varepsilon_3 > 0$ (voir Figure 2.12).

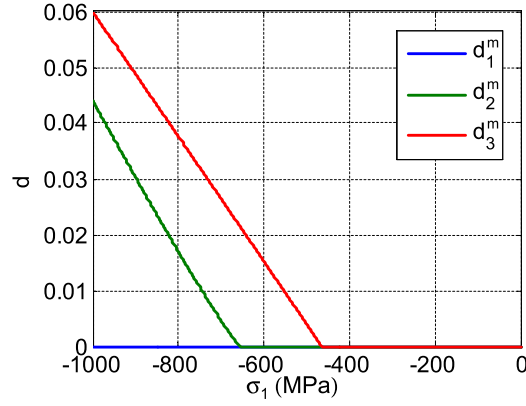


FIGURE 2.12 – Chargement de compression uniaxiale engendrant un endommagement transverse par effet Poisson.

Intérêts de la déformation efficace

Les forces motrices de l'endommagement sont définies à partir de la déformation efficace ε^+ . Ce choix implique que l'endommagement en cisaillement est dépendant de la déformation de compression. Il a pour conséquence une diminution de la cinétique d'endommagement lors d'un couplage compression/torsion.

Cette écriture permet notamment de rendre compte du comportement observé expérimentalement sur des composites tissés à matrice céramique [Maire 96]. La superposition d'une compression σ_1 à un cisaillement σ_6 rend la réponse du matériau faiblement non-linéaire, alors que la superposition d'une traction σ_1 accroît la non-linéarité du matériau (voir Figure 2.13).

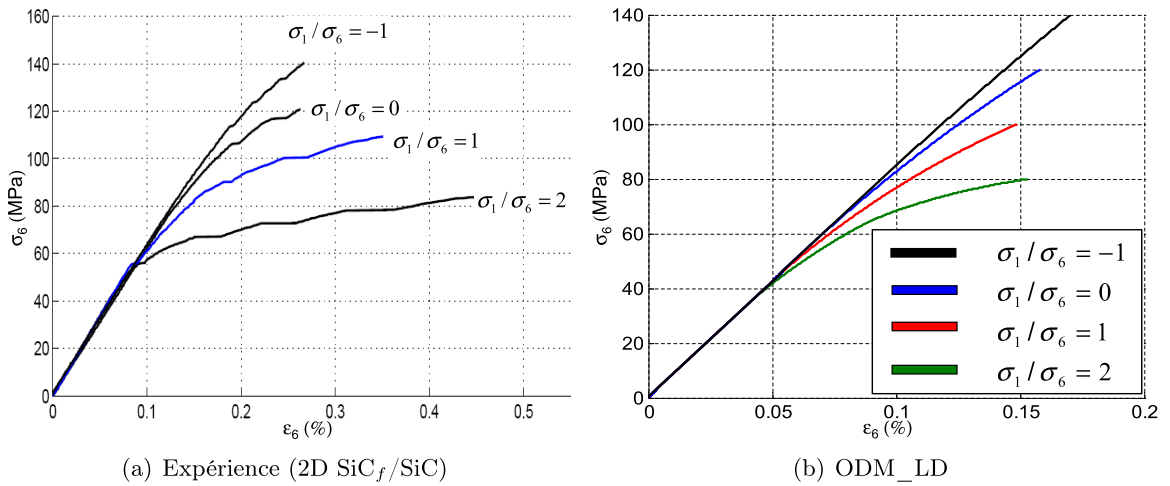


FIGURE 2.13 – Influence de la superposition d'une contrainte de traction ou de compression à une contrainte de cisaillement sur la non-linéarité d'un 2D SiC_f/SiC.

2.3.2 Limites des modèles ODM

Boucles d'hystérésis

Les essais cycliques sur les composites à matrice céramique mettent en évidence l'apparition de boucles d'hystérésis aussi bien de charge/décharge que de traction/compression [Morscher 07, Mei 08]. Ces boucles d'hystérésis sont attribuées à des phénomènes dissipatifs liés aux frottements à l'interface des lèvres des fissures matricielles induites par le chargement [Evans 97, Mei 09]. Une confrontation entre la réponse expérimentale et la réponse simulée avec le modèle ODM_LD est présentée à la Figure 2.14. Il s'agit d'un essai de charge/décharge incrémentale dans le sens longitudinale sur le Cerasep®A410². Le comportement élastique endommageable du matériau est bien retranscrit. Par contre, la dissipation liée au frottement n'est pas pris en compte dans la formulation du modèle. Ce déficit de modélisation pourrait être problématique dans le cas de l'extension du modèle à la fatigue. En effet, certains modèles de fatigue étant basés sur l'énergie dissipée par cycle, il s'avère nécessaire de décrire de façon satisfaisante ces phénomènes dans la loi d'endommagement.

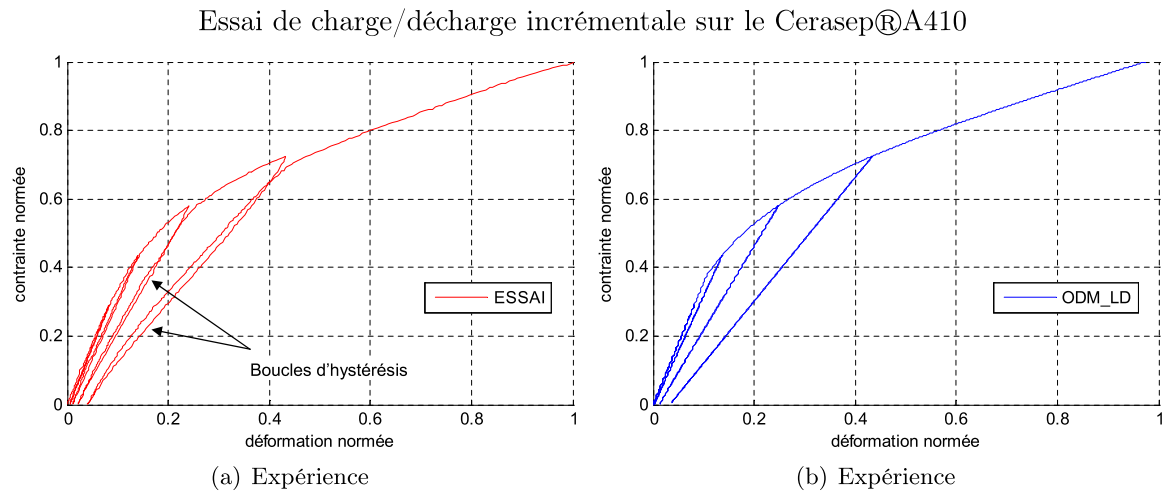


FIGURE 2.14 – Simulation d'un essai de charge/décharge incrémentale sur un composite tissé à matrice céramique

Halm & *et al.* [Halm 98] ont proposé une formulation permettant de prendre en compte la dissipation générée par le frottement lors de la refermeture des fissures. Pour cela une variable interne associée au frottement est introduite. L'introduction de ce mécanisme dissipatif peut s'avérer délicat à identifier et coûteux en temps de calcul. De plus, ces travaux n'étant pas axés sur le comportement en fatigue du matériau, l'hypothèse de frottement infini des lèvres des fissures durant la refermeture a été maintenue.

Comportement visqueux des CMO

Les modèles ODM_MS et ODM_LD ont été développés pour rendre compte du comportement élastique endommageable des matériaux composites à renforts tissés. De ce fait, il est impossible de décrire le comportement dépendant du temps des matériaux composites tissés à matrice organique. Or, la viscosité de la matrice polymère joue un rôle prépondérant sur la réponse du matériau lors de sollicitations en dehors des axes du renfort, notamment à 45° ou lors d'essais de cisaillement pur. La Figure 2.15 présente une confrontation modèle/expérience dans le cas d'un essai de fluage

2. Composite tissée 2D à matrice multiséquentée élaboré par Snecma Propulsion Solide.

multipalier à 45° par rapport aux axes du renfort. Il manque dans la formulation des modèles un terme non-linéaire permettant de décrire correctement la viscosité du matériau.

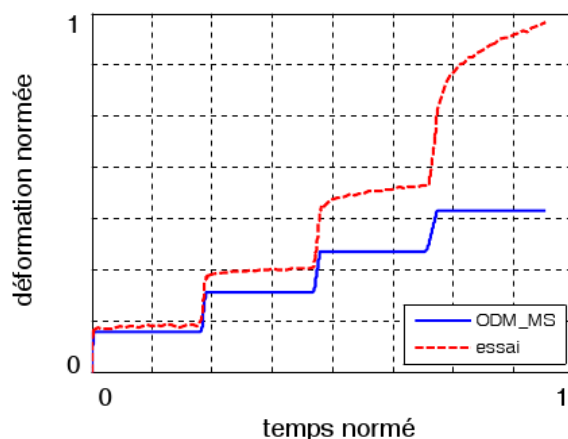


FIGURE 2.15 – Simulation d'un essai de fluage multipalier à 45° sur un composite tissé multicouche interlock déséquilibré avec le modèle ODM_MS.

Couplage plan/hors-plan

Une sollicitation dans le sens du renfort d'un matériau composite tissé entraîne l'apparition de décohésions à l'interface torons/matrice. La sollicitation macroscopique uniaxiale engendre de fait un champ de contrainte mésoscopique multiaxial. Les torons ondulés situés dans l'axe du renfort ont tendance à vouloir se redresser, entraînant l'apparition d'une fissure hors-plan lors d'une sollicitation plane. Ce phénomène se traduit par un couplage plan/hors plan que le modèle traduit pas pour l'instant.

2.4 Extension et adaptation des modèles ODM aux spécificités des composites tissés

L'objet de cette section est de présenter dans quelle mesure les limites de modélisation mises en évidence précédemment ont été corrigées.

2.4.1 Prise en compte du caractère visqueux des CMO : modèle viscoélastique spectral non-linéaire

Les composites à matrice organique ont un comportement non-linéaire et dépendant du temps dû à la résine polymère. Il est nécessaire de prendre en compte ces effets du temps sur le comportement dans le but d'avoir des prévisions fiables.

Pour cela, notre choix s'est porté sur le modèle viscoélastique spectral non-linéaire. Ce modèle a d'abord été établi pour décrire le comportement visqueux des matériaux composites stratifiés constitués de plis UD en fibre de verre par Maire [Maire 92]. Il a été ensuite éprouvé sur des matériaux composites renforcés par des fibres de carbone [Petipas 00, Schieffer 03, Laurin 05]. Huchette a repris cette formulation dans le cadre de ses travaux et en a proposé une version modifiée en introduisant les effets des microdécohésions sur le comportement visqueux [Huchette 05]. C'est cette dernière version que nous avons choisie pour décrire le comportement viscoélastique des composites tissés à matrice organique.

Ce modèle, formulé en déformation, respecte la cohérence thermodynamique, ce qui facilite son couplage avec un modèle d'endommagement. L'un des avantages de cette formulation repose sur le

nombre limité d'essais nécessaires à son identification. Enfin, il est possible de prendre en compte les effets de vitesse et de décrire aussi bien des essais de fluage que des essais de relaxation.

Le principe de la loi est de décomposer la viscosité en mécanismes élémentaires visqueux associés à un spectre de relaxation. Les variables observables sont la température T et la déformation totale $\boldsymbol{\varepsilon}$. Les variables internes sont la déformation visqueuse $\boldsymbol{\varepsilon}^{ve}$, une famille de tenseurs d'ordre 2 $\boldsymbol{\xi}_i$ (homogène à une déformation). Chaque $\boldsymbol{\xi}_i$ correspond à un mécanisme visqueux élémentaire.

Potentiel thermodynamique et lois d'état

Le potentiel d'énergie libre de Helmholtz est défini de la manière suivante :

$$2\rho\psi = (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{ve}) : \mathbf{C}^0 : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{ve}) + \sum_i \frac{1}{\mu_i} (\boldsymbol{\xi}_i : \mathbf{C}^r : \boldsymbol{\xi}_i), \quad (2.34)$$

avec $\mathbf{C}^0$ le tenseur des rigidités élastiques, $\mathbf{C}^r$ le tenseur des rigidités relaxées.

Chaque mécanisme élémentaire visqueux $\boldsymbol{\xi}_i$ est associé à un temps de relaxation τ_i représentant le temps caractéristique du mécanisme (voir Equation 2.35). Son importance est donnée par le poids μ_i . L'ensemble des poids μ_i définit une enveloppe de type distribution statistique (souvent gaussienne). Cette distribution est déterminée par la connaissance de son écart type n_0 et de sa moyenne n_c (voir Equation 2.36).

En matière de signification physique, augmenter le paramètre n_0 permet de donner plus d'importance aux mécanismes élémentaires tardifs tandis qu'augmenter n_c revient à uniformiser tous les poids des mécanismes.

$$\tau_i = \exp(i) \quad (2.35)$$

$$\bar{\mu}_i = \frac{1}{n_0\sqrt{\pi}} \exp\left(-\left(\frac{i - n_c}{n_0}\right)^2\right) \quad (2.36)$$

Les lois d'état sont obtenues par dérivation du potentiel thermodynamique :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{C} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{ve}) \\ \boldsymbol{\sigma}^{ve} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^{ve}} = -\boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\chi}_i = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\xi}_i} = \frac{1}{\mu_i} \mathbf{C}^r : \boldsymbol{\xi}_i \end{cases} \quad (2.37)$$

Potentiel de dissipation et lois d'évolution

Le potentiel de dissipation est défini de la manière suivante :

$$2\varphi = \sum_i \frac{\mu_i}{\tau_i} (\boldsymbol{\omega}_i : \mathbf{S}^r : \boldsymbol{\omega}_i) \quad (2.38)$$

avec $\boldsymbol{\omega}_i = g\boldsymbol{\sigma}^{ve} + \boldsymbol{\chi}_i$ où g est la fonction non linéarisante et $\mathbf{S}^r$ le tenseur des souplesses relaxées.

Le tenseur des souplesses relaxées $\mathbf{S}^r$ est construit afin d'avoir le caractère le plus général possible (β_i sont des paramètres du modèle à identifier) :

$$\mathbf{S}^r = \begin{pmatrix} \beta_{11}S_{11} & \beta_{12}S_{12} & \beta_{13}S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{12}S_{12} & \beta_{22}S_{22} & \beta_{23}S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{13}S_{13} & \beta_{23}S_{23} & \beta_{33}S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{44}S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{55}S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{66}S_{66} \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

Les lois d'évolution sont obtenues par dérivation du potentiel thermodynamique :

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}^{ve} = g(\sigma) \sum_i \dot{\xi}_i \\ \dot{\xi}_i = \frac{1}{\tau_i} (\mu_i \bar{\xi} - \xi_i) \end{cases} \quad (2.40)$$

L'asymptote non linéaire $\bar{\xi}$ est définie par :

$$\bar{\xi} = g \mathbf{S}^r : \sigma \quad (2.41)$$

La fonction non linéarisante g s'exprime en fonction du tenseur des contraintes de la manière suivante :

$$g = 1 + a(1 + d_\mu) \sigma_{eq}^p \quad (2.42)$$

avec :

$$\begin{cases} \sigma_{eq} = \sqrt{\sigma : \mathbf{S}^r : \sigma} \\ d_\mu = b \langle \sigma_{eq} - \sigma_0 \rangle_+^n \end{cases} \quad (2.43)$$

où (a, b, n, p et σ_0) sont des paramètres à identifier. Le cas $a = b = 0$ correspond au cas de la viscosité linéaire.

2.4.2 Formulation du modèle viscoélastique endommagé

L'objectif de cette partie est de présenter les extensions apportées au modèle d'endommagement ODM_MS concernant la prise en compte du caractère visqueux des tissés CMO ainsi que les modifications qui en résultent (définition des termes de couplages). Afin de prendre en compte le comportement viscoélastique des CMO, le modèle d'endommagement ODM_MS a donc été couplé au modèle viscoélastique spectral non linéaire précédemment défini. La loi de comportement est redéfinie de la manière suivante :

$$\sigma = \tilde{\mathbf{C}} : (\epsilon - \epsilon^0 - \epsilon^{th} - \epsilon^{ve}) - \mathbf{C} : (\epsilon^s + \epsilon^r - \epsilon^0) \quad (2.44)$$

Afin de définir complètement le modèle, il faut définir les couplages entre la viscosité et l'endommagement : l'effet de l'endommagement sur la viscosité et réciproquement, l'effet de la viscosité sur l'endommagement.

Influence de l'endommagement sur la viscosité

L'endommagement a une influence sur le comportement asymptotique (qui donne l'amplitude des déformations de fluage). Afin de prendre en compte l'effet de l'endommagement sur la viscosité, le même formalisme qu'en élasticité est adopté. Le tenseur des souplesses relaxées effectives $\tilde{\mathbf{S}}^r$ est donc défini de la manière suivante :

$$\tilde{\mathbf{S}}^r = \mathbf{S}^r + \sum_{i=1}^3 \eta_i^m d_i^m \mathbf{H}_i^{ve} \quad (2.45)$$

L'expression du tenseur, $\mathbf{H}_1^{ve}$, est la suivante :

$$\mathbf{H}_1^{ve} = \begin{pmatrix} hve_{11}^1 S_{11}^r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & hve_{55}^1 S_{55}^r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & hve_{66}^1 S_{66}^r \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

avec :

$$hve_{11}^1 = \eta_1^m d_1^m (hve_{11}^1)^{1-t} + (1 - \eta_1^m) d_1^m (hve_{11}^1)^{1-c} \quad (2.47)$$

Les termes S_{55}^r et S_{66}^r restent affectés par l'endommagement aussi bien en traction qu'en compression. Ce formalisme permet d'assurer la continuité au moment de la fermeture des fissures sans avoir à introduire un terme de stockage associé à la viscosité. Les tenseurs $\mathbf{H}_2^{ve}$ et $\mathbf{H}_3^{ve}$ sont obtenus par permutation d'indices.

Maire [Maire 92] a démontré qu'il était possible de négliger les effets de l'endommagement sur la fonction non linéarisante g . Dans l'Equation 2.43, le tenseur $\mathbf{S}^r$ reste constant. Nous retenons ici cette hypothèse simplificatrice pour la modélisation du comportement viscoélastique endommagé du matériau. La Figure 2.16 présente l'effet de la présence d'endommagement sur la déformation de fluage.

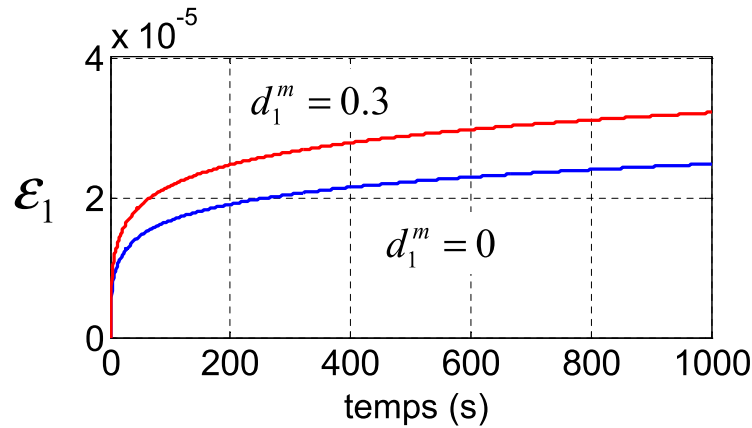


FIGURE 2.16 – Effet de l'endommagement sur la déformation de fluage. Comparaison d'un essai de fluage sur un matériau sain et sur un matériau endommagé.

Influence de la viscosité sur l'endommagement

La viscosité joue un rôle sur l'évolution de l'endommagement des composites à matrice organique [Raghavan 96]. Il est donc *a priori* nécessaire de prendre en compte cet effet dans la modélisation. Néanmoins, en l'absence d'évidences de données expérimentales supplémentaires, nous considérons que l'effet de la viscosité sur l'endommagement est suffisamment et naturellement pris en compte dans la formulation. En effet, les forces motrices de l'endommagement dépendent explicitement de la partie positive de la décomposition spectrale du tenseur des déformation totales. Or celui-ci intègre la partie visqueuse de la déformation. Dans le cas d'une transformation isotherme, on a ainsi :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^{ve} + \tilde{\mathbf{S}}^m : \mathbf{C} : (\boldsymbol{\varepsilon}^s + \boldsymbol{\varepsilon}^r) \quad (2.48)$$

Le formalisme ainsi adopté permet l'apparition ou l'évolution de l'endommagement lors de sollicitation de fluage puisque la déformation totale augmente (voir Figure 2.17).

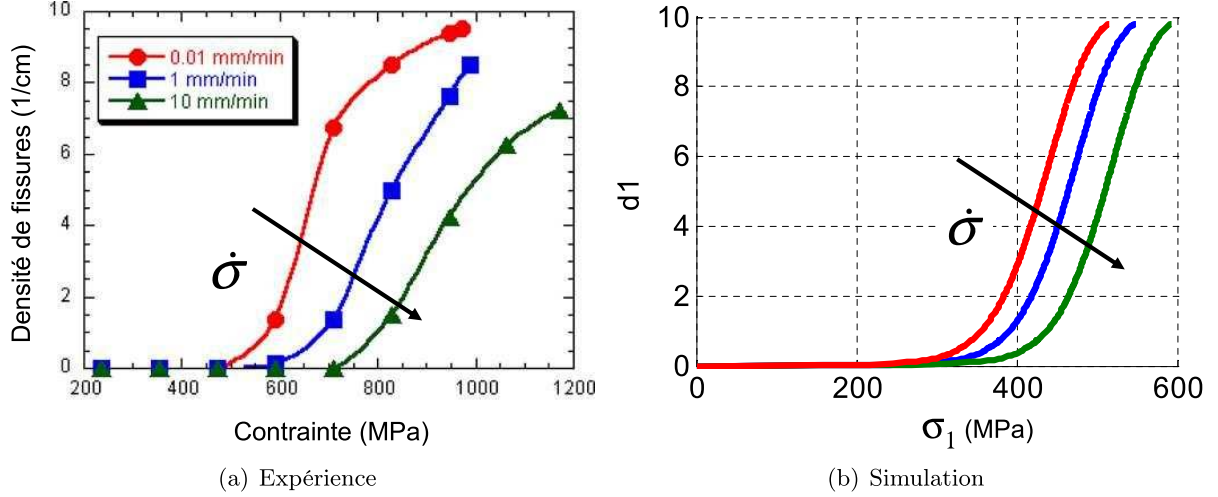


FIGURE 2.17 – Illustration de l'effet de la viscosité sur l'évolution de l'endommagement lors d'essai de traction monotone dans le sens longitudinal : (a) résultats expérimentaux [Nguyen 07] et (b) résultats obtenus par la simulation.

2.4.3 Prise en compte du couplage plan/hors plan dans la cinétique d'évolution du dommage hors plan

Les observations réalisées lors d'essais dans le sens du renfort du matériau ont mis en évidence l'apparition d'un dommage hors-plan (décohésion à l'interface entre les torons en sens chaîne et sens trame ainsi qu'à l'interface torons matrice). Afin de prendre en compte ce phénomène, un couplage plan/hors-plan a été introduit pour décrire l'évolution de l'endommagement hors-plan. Ainsi en plus des forces motrices normales (y_3^{nm}) et tangentielles (y_3^{tm}), une troisième force (y_3^p) traduisant un couplage plan/hors plan a été introduite. Les forces motrices de l'endommagement hors-plan ont donc été redéfinies de la manière suivante pour le modèle ODM_MS :

$$\begin{cases} y_3^{nm} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_3^+ \cdot \mathbf{C}_{33} \cdot \varepsilon_3^+ \\ y_3^{tm} = \frac{1}{2} \cdot (b_2 \cdot \varepsilon_4^+ \cdot \mathbf{C}_{44} \cdot \varepsilon_6^+ + b_1 \cdot \varepsilon_5^+ \cdot \mathbf{C}_{55} \cdot \varepsilon_5^+) \\ y_3^p = \frac{1}{2} \cdot (a_1 \cdot \varepsilon_1 \cdot \mathbf{C}_{11} \cdot \varepsilon_1 + a_2 \cdot \varepsilon_2 \cdot \mathbf{C}_{22} \cdot \varepsilon_2 + a_3 \cdot \varepsilon_6 \cdot \mathbf{C}_{66} \cdot \varepsilon_6) \end{cases} \quad (2.49)$$

Pour le modèle ODM_LD, nous avons défini les forces motrices suivantes y_3^1 et y_3^2 :

$$\begin{cases} y_3^1 = \frac{1}{2} (\varepsilon_3^+ \mathbf{C}_{33} \varepsilon_3^+ + b_3 \varepsilon_5^+ \mathbf{C}_{55} \varepsilon_5^+ + \varepsilon_6^+ \mathbf{C}_{66}^0 \varepsilon_6^+) \\ y_3^2 = \frac{1}{2} \cdot (a_1 \cdot \varepsilon_1 \cdot \mathbf{C}_{11} \cdot \varepsilon_1 + a_2 \cdot \varepsilon_2 \cdot \mathbf{C}_{22} \cdot \varepsilon_2 + a_3 \cdot \varepsilon_6 \cdot \mathbf{C}_{66} \cdot \varepsilon_6) \end{cases} \quad (2.50)$$

2.5 Bilan

Une analyse fine des modèles d'endommagement Onera (ODM_MS et ODM_LD) nous a permis de mettre en évidence les limites de ces formulations pour rendre compte de certains aspects du comportement des matériaux composites à renforts tissés : (i) les boucles d'hystérésis mises en évidence par les essais cycliques sur les CMC, (ii) le comportement visqueux des CMO et (iii) le couplage plan/hors-plan.

Pour remédier à ces inconvénients, nous avons apporté divers enrichissement aux modèles. Une part de la non-linéarité des composites à matrice polymère est due à la viscosité de la matrice. Dans le but de décrire ce comportement, nous nous sommes orientés vers une formulation viscoélastique

spectrale non linéaire. La prise en compte de la viscosité a nécessité la définition de termes de couplages entre endommagement et viscosité. Ces couplages traduisent (i) l'effet de l'endommagement sur la viscosité (*i.e* plus le dommage se développe, plus le comportement non-linéaire est prononcé) et (ii) l'effet de la viscosité sur l'endommagement (possibilité d'augmentation de l'endommagement pendant le fluage).

Du fait de l'architecture spécifique des composites à renforts tissés, le dommage hors-plan peut se développer lors de sollicitations planes. Les forces motrices de l'endommagement hors-plan ont été modifiées en conséquence afin de pouvoir retranscrire les effets des mécanismes de dégradations liés au couplage plan/hors-plan.

Les modèles de comportement et d'endommagement permettent d'avoir la réponse de la structure. Pour évaluer la résistance de la structure, ils doivent être associés à un critère de rupture. Dans une première approche d'étude, nous faisons le choix de faire coïncider la rupture matériau avec l'instant de défaillance de la structure. Une revue des critères de rupture macroscopique présent dans la littérature a conduit à retenir un multicritère basé sur la décomposition spectrale du tenseur des contraintes et le critère de la contrainte maximale.

Ces outils seront mis en oeuvre dans le Chapitre 4 afin de démontrer les apports et les limites des modèles matériaux développés. Une étape intermédiaire concerne l'implantation de ces modèles dans un code de calcul de structure et l'identification des paramètres des modèles à partir des différents résultats expérimentaux. Ces deux points sont abordés dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Développement d'un protocole d'identification et démarche d'implantation des modèles dans un code de calcul de structures

L'objet de ce chapitre est dans un premier temps de présenter le protocole d'identification des modèles matériaux (lois de comportement et critères de rupture). Dans un second temps, la démarche mise en place pour l'implantation des lois de comportement dans un code de calcul de structures par Éléments Finis est définie. Pour cela, les méthodes numériques mise en oeuvre ainsi que la démarche de validation de l'implantation développés sont présentées.

Sommaire

3.1	Définition du protocole d'identification des modèles matériaux	48
3.1.1	Protocole d'identification des lois de comportement	48
3.1.2	Protocole d'identification des critères de rupture	53
3.2	Mise en oeuvre du protocole d'identification sur d'autres matériaux	55
3.2.1	Identification des modèles matériaux pour les composites tissés CMC . .	55
3.2.2	Identification des modèles matériaux pour les composites tissés CMO . .	61
3.3	Mise en place d'une démarche d'implantation des lois de comportement dans un code de calcul	64
3.3.1	Algorithmes de résolution des lois de comportement	65
3.3.2	Vérification de l'implantation sur un point de Gauss	67
3.3.3	Vérification de l'implantation sur une structure élémentaire	70
3.4	Bilan	72

3.1 Définition du protocole d'identification des modèles matériaux

3.1.1 Protocole d'identification des lois de comportement

Protocole d'identification pour un matériau élastique endommageable

La procédure d'identification mise en place permet à partir d'un ensemble minimum d'essais de déterminer la valeur de l'ensemble des paramètres dans le plan des modèles d'endommagement ODM_MS et ODM_LD. L'essai type correspond à un essai de traction/compression incrémentale. Ainsi, pour un matériau considéré comme initialement orthotrope symétrique, un essai dans le sens chaîne et un essai à 45° par rapport au sens du renfort sont nécessaires. Dans le cas où le matériau est considéré comme initialement orthotrope, il faut disposer en plus d'un essai dans le sens trame.

Le matériau modèle utilisé pour illustrer la procédure d'identification est le Cerasep®347, un composite tissé 2D équilibré SiC_f/SiC, élaboré par Snecma Propulsion Solide (groupe Safran). L'endommagement étant préférentiellement orienté par le chargement, le modèle ODM_LD a été choisi pour rendre compte de la réponse du matériau. Les paramètres du modèles ont été identifiés à partir de la connaissance du comportement sens chaîne et à 45° par rapport aux axes du renfort. Les phénomènes intervenant lors d'un essai dans le sens chaîne et à 45° sont découplés. Chaque essai étudié séparément permet d'identifier les coefficients relatifs à la direction de l'essai.

Dans un premier temps, la pente initiale permet de déterminer les propriétés élastiques du matériau. L'étape suivante consiste, à partir des cycles de décharges, à déterminer les déformations résiduelles, la cinétique d'endommagement expérimentale ainsi que le moment où les fissures commencent à se refermer (c'est-à-dire le moment où la décharge devient non linéaire). Le point de concours des courbes lors du passage en compression correspond au moment de fermeture.

La Figure 3.1 illustre la bonne corrélation entre le modèle et la réponse expérimentale concernant l'évolution de la cinétique d'endommagement lors de deux essais de traction/compression incrémentales dans le sens chaîne et à 45° hors-axes. L'endommagement expérimental est donné par les relations suivantes :

$$\begin{cases} d_1^{exp} = \frac{E_1}{E} - 1 \\ \tilde{E} = \frac{\sigma_1}{\varepsilon - \varepsilon^r} \end{cases} \quad (3.1)$$

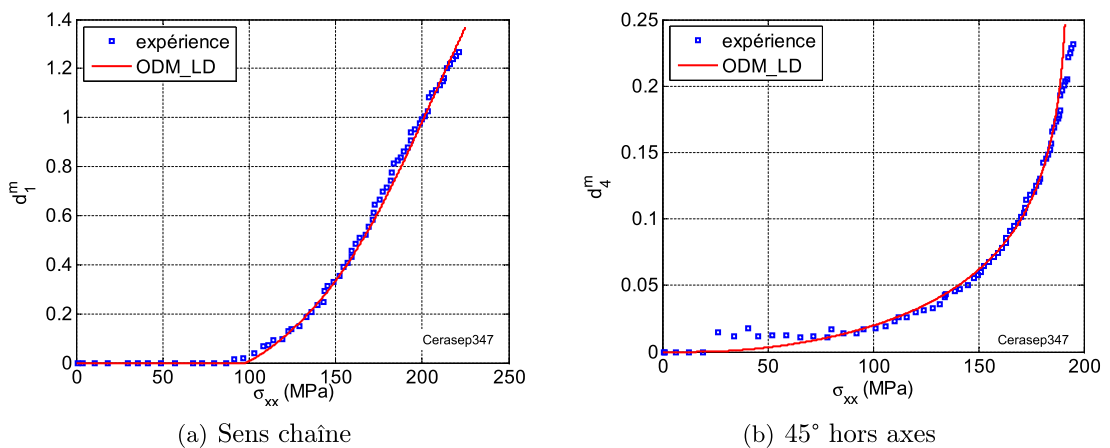


FIGURE 3.1 – Identification de la cinétique d'endommagement pour deux essais de traction/compression incrémentales (Cerasep®347, tissé 2D SiC_f/SiC) : (a) sens chaîne, (b) 45° hors-axes.

Les Figures 3.2 et 3.3 présentent respectivement le résultat final de l'identification du modèle sur deux essais de traction/compression incrémentales dans le sens chaîne et à 45° par rapport aux axes du renfort. La non-linéarité observée expérimentalement, la présence de déformations résiduelles ainsi que le caractère unilatéral du dommage sont bien décrits.

Essai de traction/compression incrémentale sens chaîne

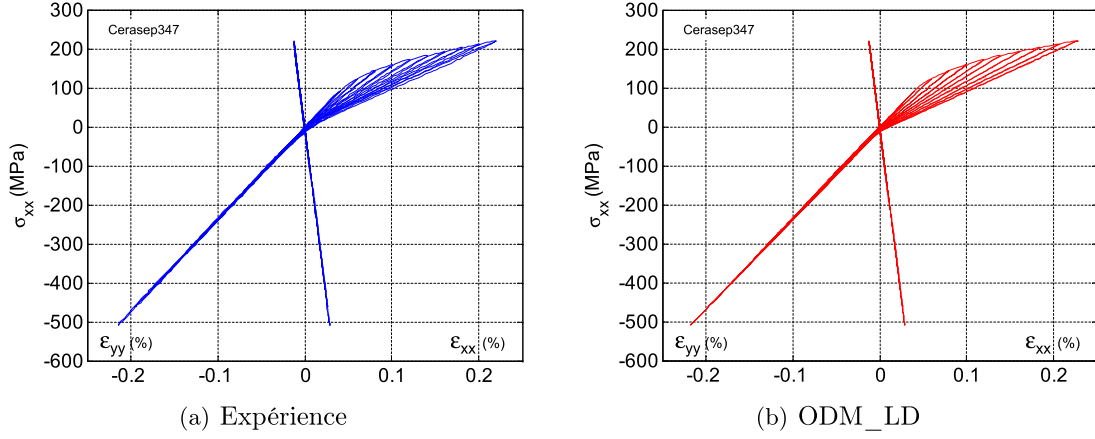


FIGURE 3.2 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale dans le sens chaîne (Cerasep®347, tissé 2D SiC_f/SiC) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_{LD}.

Essai de traction/compression incrémentale à 45° hors-axes

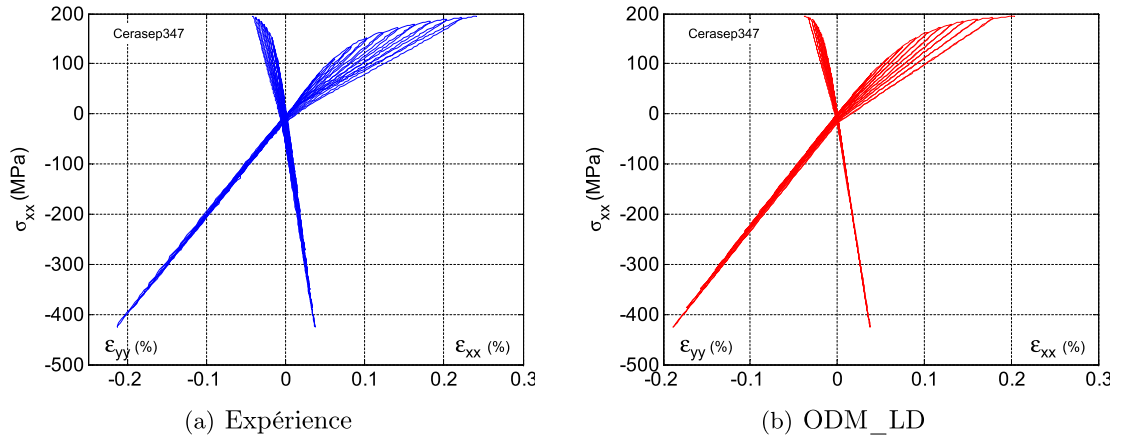


FIGURE 3.3 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 45° hors-axes (Cerasep®347, tissé 2D SiC_f/SiC) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_{LD}.

Le Tableau 3.1 récapitule les paramètres du modèle déterminé par l'intermédiaire des essais de traction/compression incrémentales dans le sens chaîne et à 45° pour le Cerasep347®.

Essais	Paramètres	Propriétés	Valeurs
chaîne	E_1^0	Module d'Young initial	230000 MPa
	ν_{12}^0	Coefficient de Poisson initial	0.13
	$\Delta\alpha_1$	Thermal expansion mismatch	0 K ⁻¹
	T^0	Température de référence	1283.15 K
	T	Température d'essai	283.15 K
	$y_{0(1)}^m$	Seuil du dommage	0.022 MPa
	$d_{c(1)}^m$	Saturation du dommage	3.1
	$y_{c(1)}^m$	"Vitesse" d'évolution du dommage	1.35 MPa
	p_1^m	Exposant de l'évolution du dommage	1.1
	h_{11}^1	Effet du dommage	1
	h_{66}^1	Effet du dommage	1
	$\Delta\varepsilon_1^0$	Désactivation progressive	0.0001
	a_1	Désactivation progressive	0
	χ_1	Déformation résiduelle	0.1
45° hors-axes	G_{12}^0	Module de cisaillement initial	90000 MPa
	$y_{0(4)}^m$	Seuil du dommage	0.0005 MPa
	$d_{c(4)}^m$	Saturation du dommage	1.
	$y_{c(4)}^m$	"Vitesse" d'évolution du dommage	1.2 MPa
	p_4^m	Exposant de l'évolution du dommage	1.8
	h_{11}^4	Effet du dommage	1
	h_{66}^4	Effet du dommage	2
	b_1	Couplage traction/cisaillement	1
	$\Delta\varepsilon_4^0$	Désactivation progressive	0.00002
	a_4	Désactivation progressive	0
	χ_4	Déformation résiduelle	0.18

TABLE 3.1 – Valeurs des paramètres du modèle ODM_LD pour le Cerasep347®.

Protocole d'identification pour un matériau viscoélastique endommageable

Pour un matériau présentant un comportement viscoélastique endommageable un essai supplémentaire de fluage multiple à 45° par rapport aux axes du renfort est défini pour l'identification des paramètres liés à la viscosité. Dans le cas d'un matériau orthotrope présentant un comportement viscoélastique endommageable, l'identification finale est le résultat de l'analyse en parallèle des quatre essais de caractérisations élémentaires. La méthode d'essai/erreur consistant à tester un certain nombre de solutions potentielles jusqu'à l'obtention d'une solution adéquate est alors employée.

Les paramètres du spectre gaussien sont déterminés par l'intermédiaire de la déformation normalisée dont l'expression est donnée par la relation suivante :

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon(t) - \varepsilon(t_0)}{\varepsilon(\infty) - \varepsilon(t_0)} \quad (3.2)$$

Les composantes du tenseur des souplesses relaxées $\mathbf{S}^r$ sont déterminées grâce au premiers palier de fluage. Les paramètres de la fonction non linéarisante g sont identifiés sur les derniers paliers de fluage.

Le résultat de l'identification en ce qui concerne la réponse contrainte/déformation est illustré Figure 3.4 (respectivement Figure 3.5) pour un essai de traction incrémentale dans le sens chaîne (respectivement dans le sens trame) pour un matériau composite à renfort tissé 3D à matrice organique présentant un rapport chaîne/trame de 60/40.

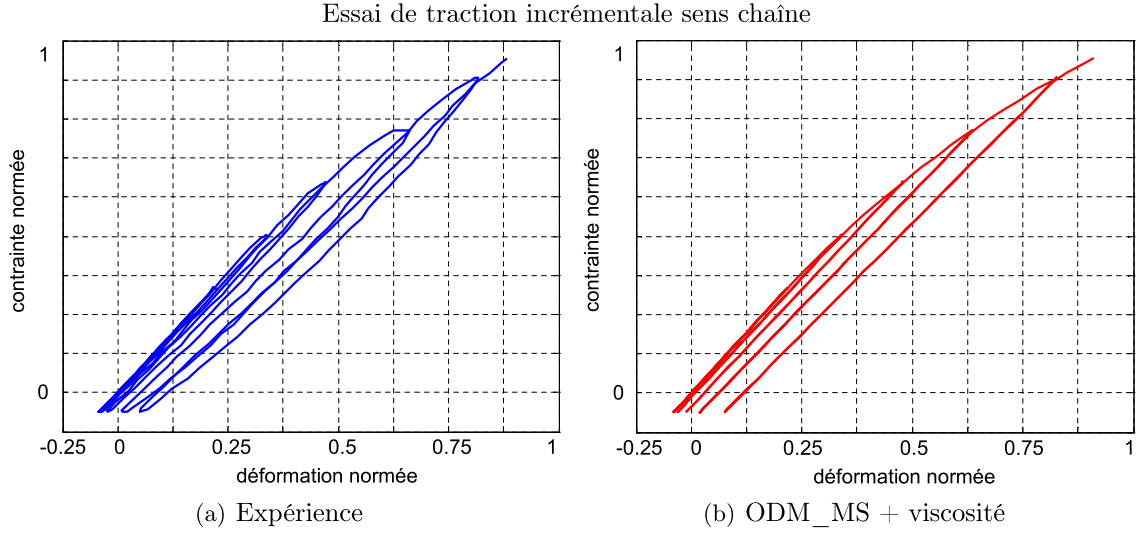


FIGURE 3.4 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression dans le sens chaîne (3D multicouche interlock CMO 60/40) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.

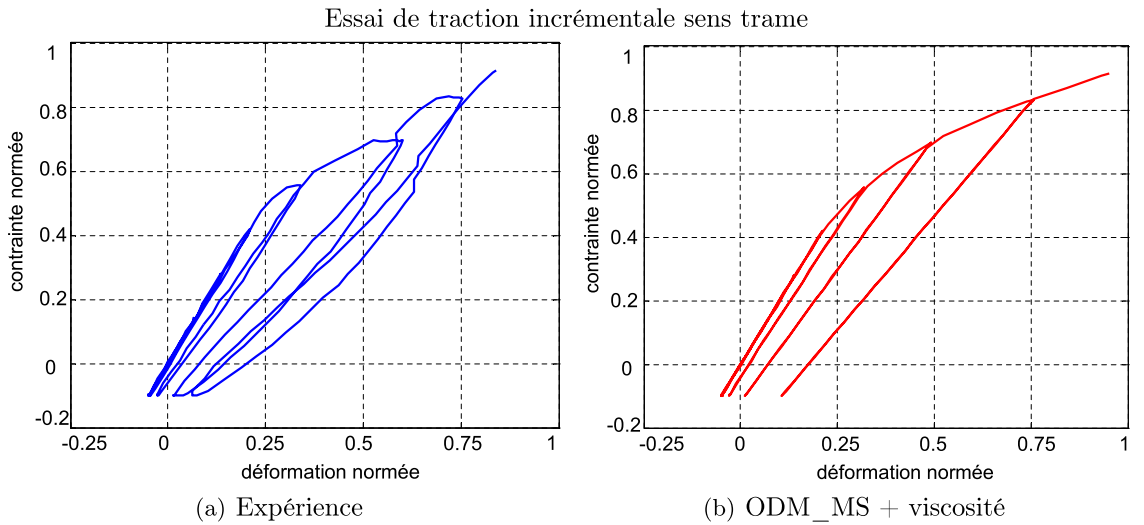


FIGURE 3.5 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression dans le sens trame (3D multicouche interlock CMO 60/40) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.

Les Figures 3.6 et 3.7 présentent le résultat de l'identification pour un essai de fluage multipalier à 45° par rapport aux axes du renfort. Les résultats de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité sont comparés à la mesure expérimentale dans le plan (σ, ε) et dans le plan (t, ε) . On observe une bonne corrélation entre les réponses simulées et les valeurs expérimentales.

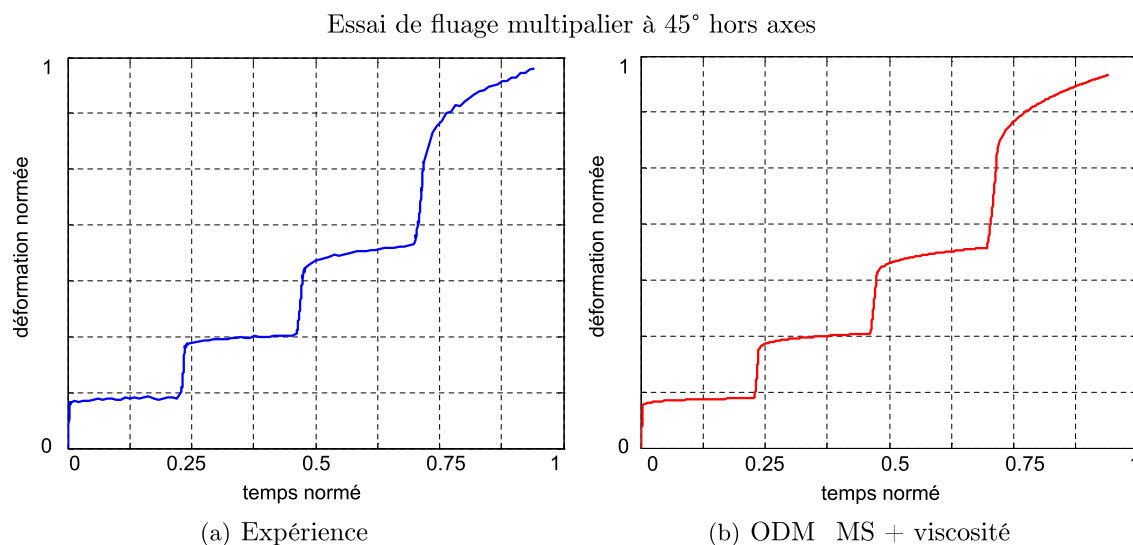


FIGURE 3.6 – Evolution de la déformation en fonction du temps pour un essai de fluage multipalier à 45° par rapport aux axes du renfort (3D multicouche interlock CMO 60/40) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.

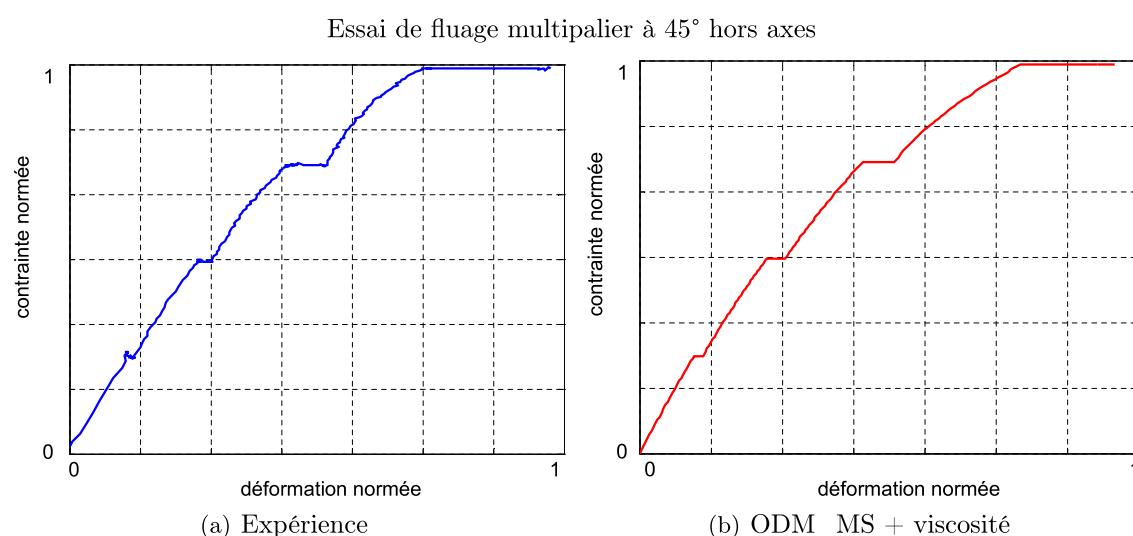


FIGURE 3.7 – Evolution de la déformation en fonction du temps pour un essai de fluage multipalier à 45° par rapport aux axes du renfort (3D multicouche interlock CMO 60/40) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.

L'évolution de la contrainte en fonction de la déformation obtenue par la simulation est comparée à la valeur expérimentale pour un essai de traction incrémentale à 45° par rapport aux axes du renfort à la Figure 3.8. L'enveloppe de la réponse expérimentale ainsi que la perte de rigidité est bien retranscrite par le modèle ODM_MS couplé à la viscosité. Par contre la concavité de la courbe de décharge est inversée par rapport aux résultats expérimentaux. Cela est dû au caractère biunivoque de la définition de l'asymptote visqueuse (ξ) associée à chaque mécanisme élémentaire. Cette asymptote est donc réversible en décharge (voir Equation 2.41). Cette anomalie est en particulier gênante pour des structures soumises à des cycles de charges/décharges car l'énergie dissipée dans la boucle d'hystérésis ne correspondra pas à la réalité. Le matériau restitue de l'énergie et aura donc tendance à moins s'échauffer. Ceci peut être problématique pour appliquer des modèles de durée de vie basés sur l'énergie dissipée par cycle.

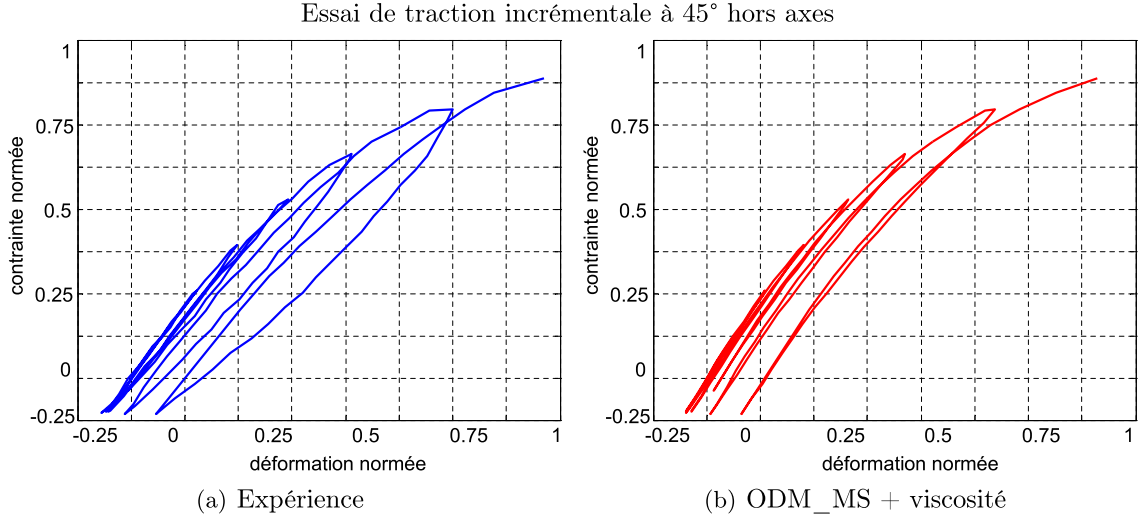


FIGURE 3.8 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression à 45° par rapport aux axes du renfort (3D multicouche interlock CMO 60/40) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.

3.1.2 Protocole d'identification des critères de rupture

Dans les sections suivantes, nous présentons la démarche utilisée pour identifier les paramètres des critères de rupture retenus pour l'analyse de la tenue des structures composites tissées. Afin d'illustrer notre démarche, nous avons utilisé les données expérimentales sur le Cerasep347® [Maire 96]. Ces essais multiaxiaux de traction/compression/torsion ont permis de définir les enveloppes des critères de rupture.

Dans la suite du mémoire, on se place dans le cadre de l'hypothèse des contraintes planes car on ne dispose pas d'essais de caractérisation fiable hors-plan. De plus, contrairement au pli UD, il n'est pas possible de faire l'hypothèse d'isotropie transverse qui permet de considérer que le comportement du matériau est identique dans les sens trame et hors-plan.

Les critères de rupture peuvent être identifiés de manière conservative, ainsi l'enveloppe du critère se trouve à l'intérieur des points expérimentaux. Nous avons fait le choix d'une identification qui passe au mieux par rapport aux points expérimentaux.

Identification du critère de la contrainte maximale

Le critère de la contrainte maximale est simple à déterminer. Dans le repère matériau, sous les hypothèses de contraintes planes, il requiert uniquement la connaissance de la résistance en traction et compression dans le sens chaîne (X_t et X_c) et sens trame (Y_t et Y_c) ainsi que la résistance en cisaillement S . La Figure 3.9 présente l'identification du critère réalisée pour le Cerasep347®.

Identification du critère Onera

La définition de l'enveloppe du critère Onera (voir Equation 2.7) passe par la détermination des coefficients des tenseurs M_1 et M_2 (voir Equation 2.9). Sous les hypothèses des contraintes planes, les paramètres matériaux peuvent être déterminés par l'intermédiaire d'un nombre limité d'essais (voir Tableau 3.2). En effet, la connaissance de la résistance en compression uniaxiale dans le sens chaîne X_c permet de déterminer le coefficient α . Ayant déterminé le coefficient α , il est alors possible, à partir de la connaissance de la résistance en traction uniaxiale dans le sens chaîne X_t (respectivement dans le sens trame Y_t) de déterminer le coefficient m_{11} (respectivement m_{22}). Le

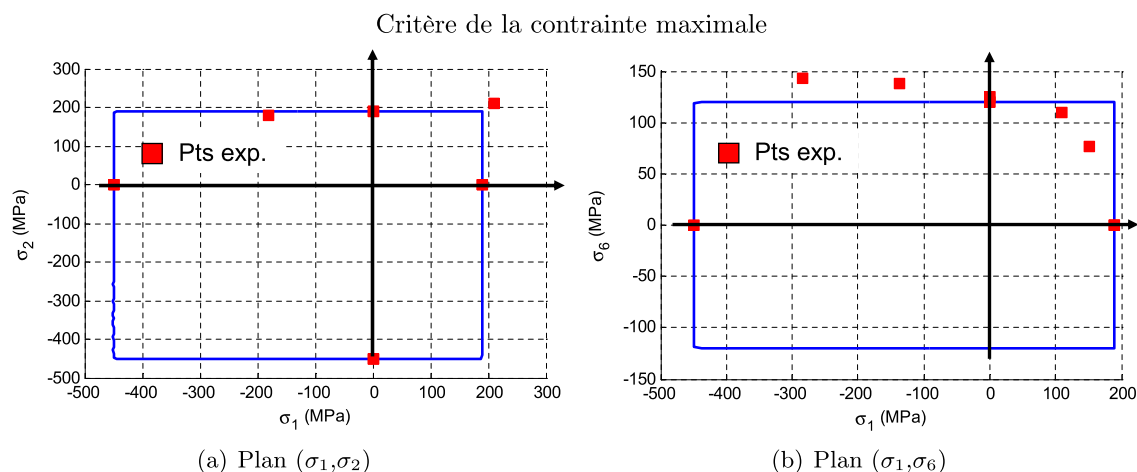


FIGURE 3.9 – Visualisation 2D du critère de la contrainte maximale pour le Cerasep347® : (a) dans le plan (σ_1, σ_2) et (b) dans le plan (σ_1, σ_6)

coefficient b_{12} est déduit à partir d'un essai biaxial. Finalement la connaissance de la résistance en cisaillement, S , permet de déterminer le coefficient m_{66} .

Essai	Paramètre
Compression sens chaîne	α
Traction sens chaîne	m_{11}
Traction sens trame	m_{22}
Traction biaxiale ($\sigma_1 = \sigma_2$)	m_{12}
Essai de cisaillement	m_{66}

TABLE 3.2 – Définition des essais requis pour l'identification des paramètres du critère Onera.

La Figure 3.10 présente l'identification du critère Onera pour le Cerasep347®.

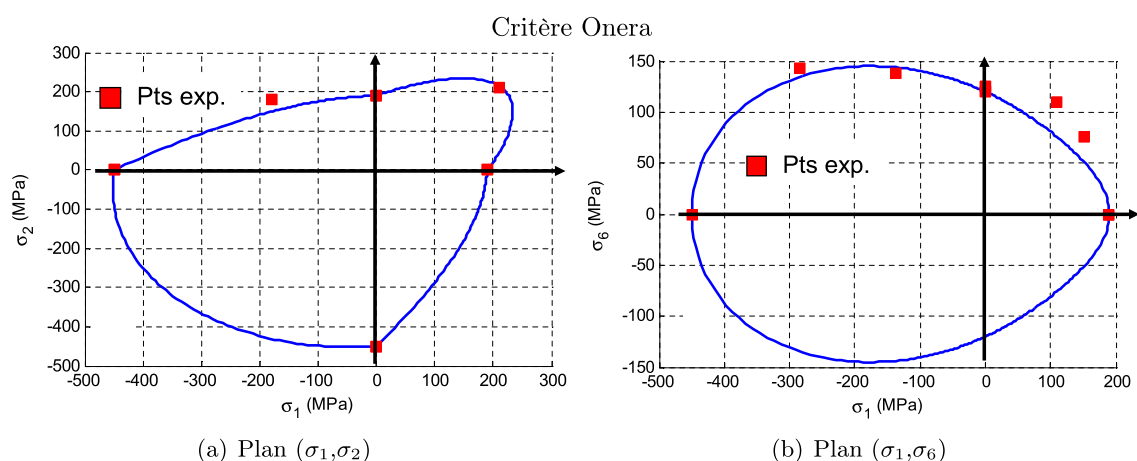


FIGURE 3.10 – Visualisation 2D du critère de la contrainte maximale pour le Cerasep347® : (a) dans le plan (σ_1, σ_2) et (b) dans le plan (σ_1, σ_6)

3.2 Mise en oeuvre du protocole d'identification sur d'autres matériaux

3.2.1 Identification des modèles matériaux pour les composites tissés CMC

Le Sepcarb-Inox A500 (Matrice autocicatrisante)

Le matériau utilisé pour la fabrication des pièces CMC testées, dont il est question ici, est un composite tissé 3D à fibres de carbone et à matrice autocicatrisante (3D C_f /MAC) élaboré par SPS. La matrice est, en effet, composée de plusieurs couches de Si-B-C [Naslain 04]. Ce matériau, dénommé Sepcarb-Inox A500, est considéré comme initialement orthotrope symétrique de par l'équivalence sens chaîne et trame. Deux essais sont donc nécessaires à l'identification du modèle de comportement associé (un essai dans les axes du renfort et un essai à 45° par rapport aux axes du renfort). De par le faible contraste entre les propriétés mécaniques des torons de fibres et de la matrice, le modèle le mieux adapté pour retranscrire le comportement non linéaire du matériau est ODM_LD.

La Figure 3.11 présente l'identification du modèle ODM_LD sur un essai de traction/compression incrémentale dans le sens longitudinal. Le modèle permet de retranscrire la non-linéarité de comportement observée sur l'essai. Par contre, le modèle ne décrit pas les boucles d'hystérésis dues aux frottements des lèvres des fissures. Concernant les phases de décharge, la fermeture des fissures est obtenue pour une contrainte de compression avec une progressivité qui augmente avec l'endommagement.

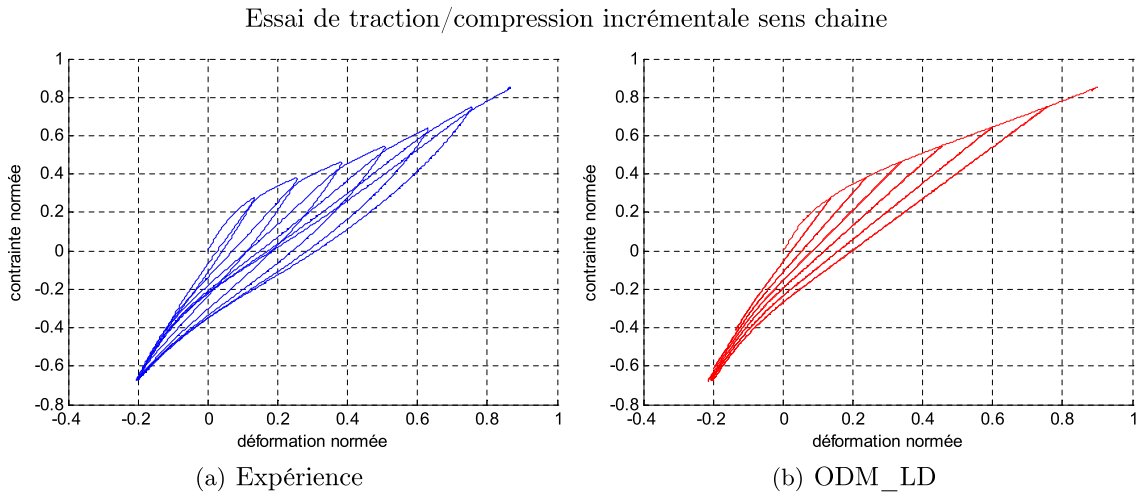


FIGURE 3.11 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale dans le sens chaîne pour l'A500 (3D C_f /MAC) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.

La Figure 3.12 présente l'identification du modèle ODM_LD sur un essai de traction/compression incrémentale à 45° par rapport aux axes du renfort tissé. La non-linéarité de comportement est bien décrite dans le sens longitudinal. Il subsiste une légère disparité avec le résultat expérimental dans la réponse fournie par le modèle dans le sens transversal.

Le critère de rupture de la contrainte maximale et le critère Onera spécifique pour les CMC ont été identifiés dans le plan à l'aide des points expérimentaux dont nous disposons : la résistance en traction longitudinale X_t , la résistance en compression longitudinale X_c et la résistance en cisaillement S . Par contre, la valeur de la tenue du matériau pour un essai de traction biaxiale a été estimée à partir de données matériaux sur des CMC similaires. Le résultat de l'identification des enveloppes des critères de rupture est illustré à la Figure 3.13.

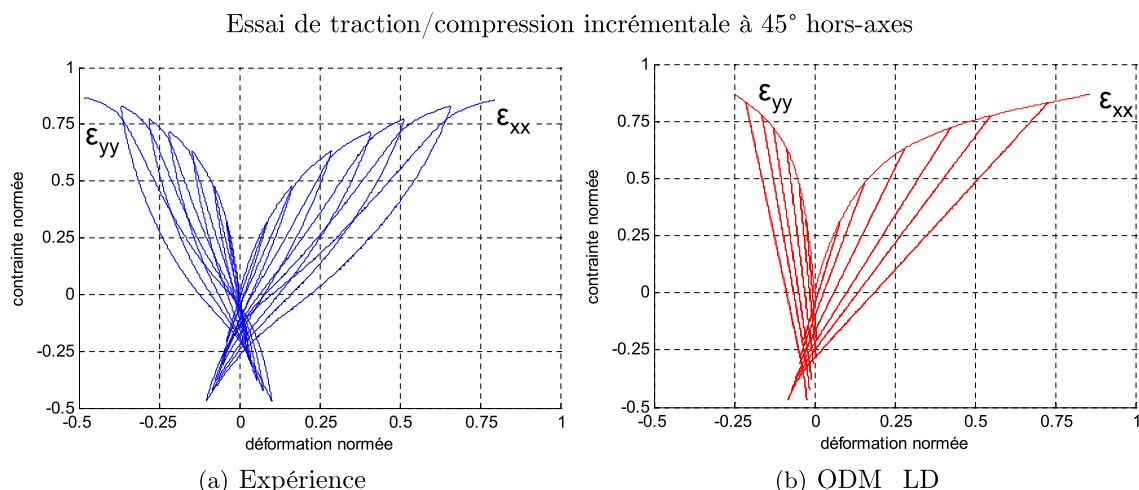


FIGURE 3.12 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 45° hors-axes pour l'A500 (3D C_f /MAC) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.

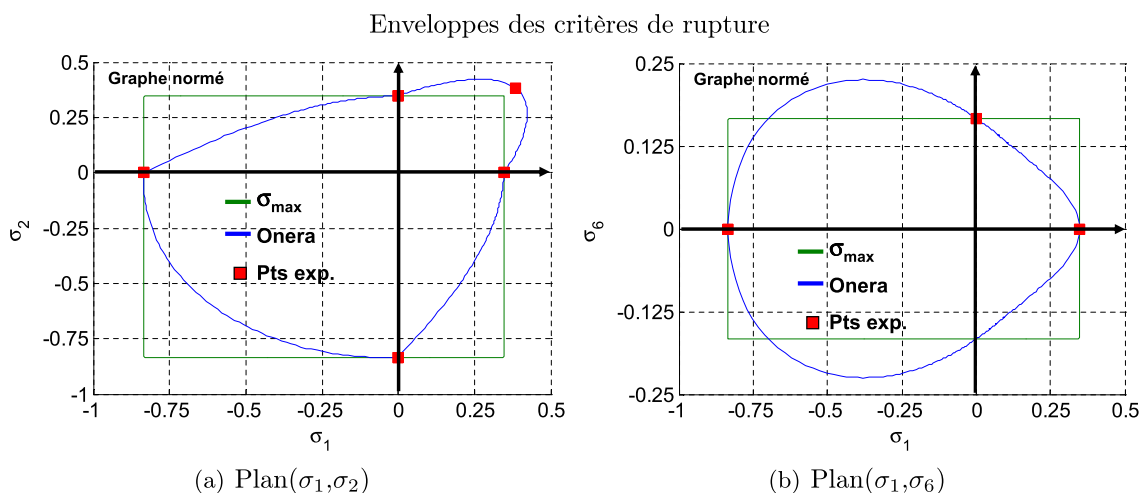


FIGURE 3.13 – Identification des enveloppes des critères de rupture de la contrainte maximale et Onera pour l'A500 (3D C_f /MAC) : (a) dans le plan (σ_1, σ_2) et (b) dans le plan (σ_1, σ_6).

Le 3D C_f /SiC (Matrice monolithique)

Le matériau 3D C_f /SiC est un composite tissé à fibres de carbone ex-PAN (polyacrylonitrile) et à matrice de carbure de silicium (SiC) élaboré par SPS. Par rapport au matériau précédent, la matrice est monolithique. La caractérisation mécanique du matériau a été menée à bien à l'aide d'essais de traction/compression incrémentale ou de traction incrémentale, réalisés dans les axes et hors-axes (22,5° et 67,5°). Les essais réalisés ont mis en évidence un comportement mécanique en traction de type élastique endommageable avec un large domaine non-linéaire jusqu'à rupture. De plus, le matériau présente un comportement similaire en sens chaîne et en sens trame. Les éprouvettes de caractérisation mécanique ont été équipées de rosettes de trois jauges. Les rosettes ont ainsi permis de remonter aux déformations dans le repère matériau ce qui permet d'enrichir la confrontation à la mesure expérimentale.

Les paramètres du modèle ODM_LD ont été identifiés par l'intermédiaire d'un essai de traction/compression dans le sens chaîne (voir Figure 3.14) et d'un essai hors-axes à 45° (voir Figure 3.15 et Figure 3.16). Les résultats de l'identification sont en bon accord avec les résultats expérimentaux aussi bien dans les axes laboratoires que dans les axes matériaux. En particulier, le modèle rend bien compte de la diminution progressive du module élastique apparent, de l'apparition des déformations résiduelles lors des décharges et du moment de fermeture (point de concours des courbes) pour une déformation négative.

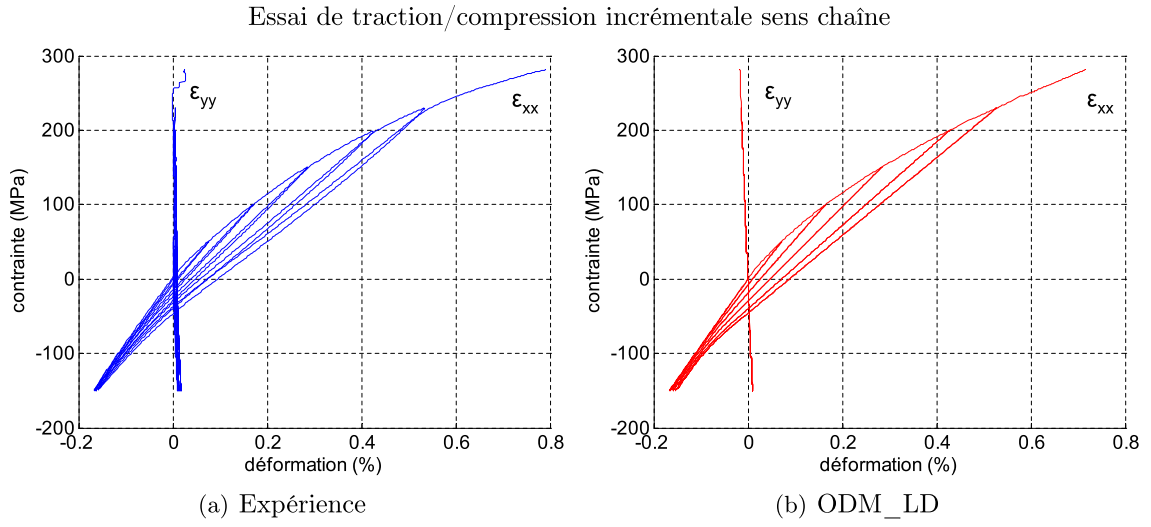


FIGURE 3.14 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale dans le sens chaîne pour le 3D C_f/SiC monolithique : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.

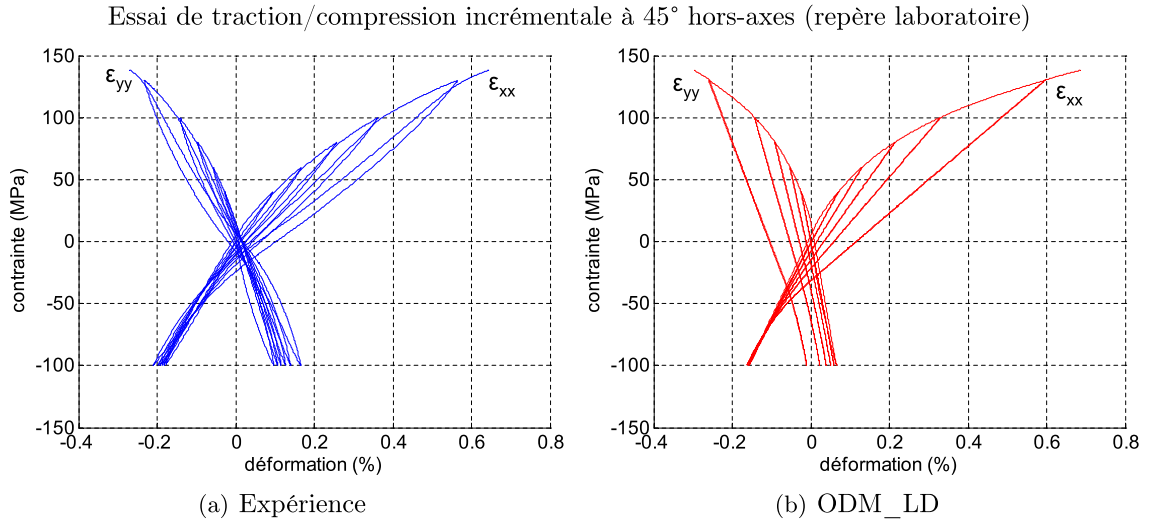


FIGURE 3.15 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 45° hors-axes pour le 3D C_f/SiC monolithique (repère laboratoire) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.

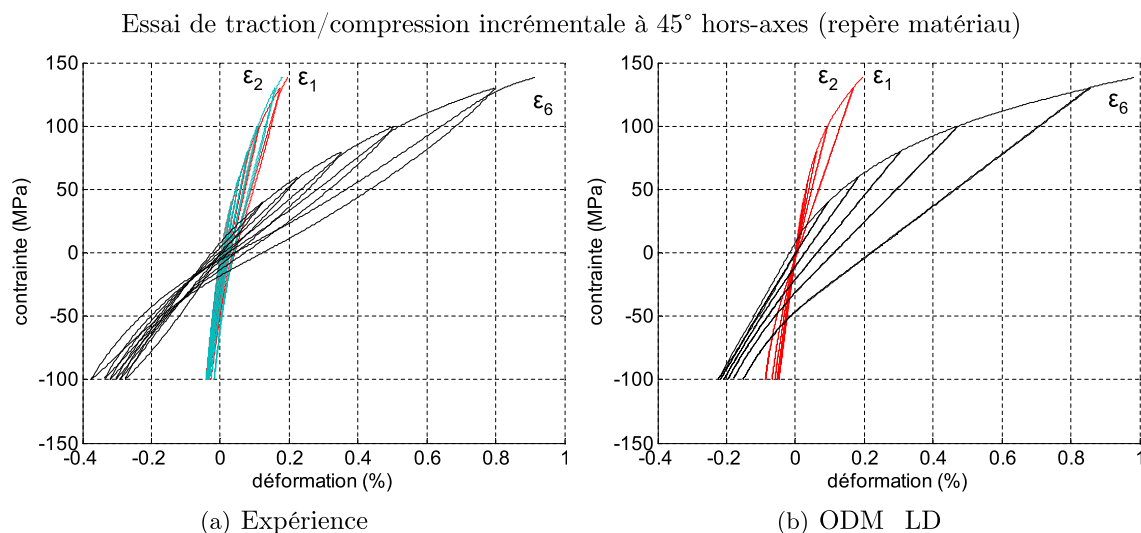


FIGURE 3.16 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 45° hors axes pour le 3D C_f /SiC monolithique (repère matériau) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.

Les essais de traction incrémentale hors-axes à 67,5° et traction/compression incrémentale hors-axes à 22,5° ont été simulés puis comparés à la mesure expérimentale afin d'évaluer les capacités en prévision du modèle. La réponse expérimentale de l'essai à 67,5° est confrontée au résultat de la simulation dans le repère laboratoire à la Figure 3.17 et dans le repère matériau à la Figure 3.18. Le modèle rend compte de l'effet d'un couplage traction/cisaillement différent de celui induit par un chargement à 45°¹. De plus, la confrontation des réponses expérimentales et simulées pour l'essai à 22,5 illustre que le modèle rend bien compte de la désactivation du dommage lors du passage en compression dans le repère laboratoire à la Figure 3.19 et dans le repère matériau à la Figure 3.20. Les valeurs des paramètres du modèle ODM_LD pour le C_f /SiC sont présentées dans le Tableau 3.3.

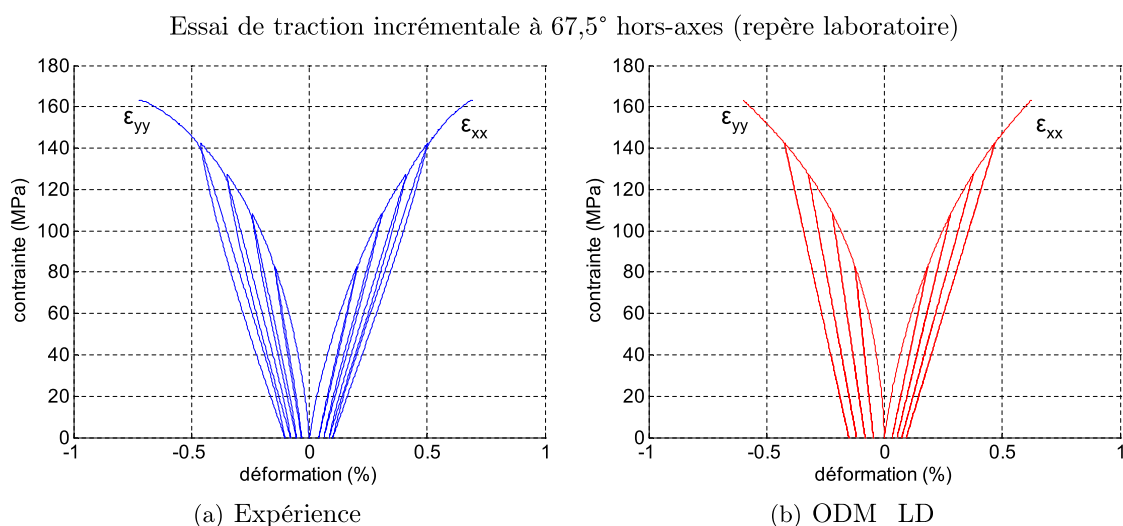


FIGURE 3.17 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 67,5° hors-axes pour le 3D C_f /SiC monolithique (repère laboratoire) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.

1. Contrainte matériau pour un essai hors-axes : $\sigma_1 = \sigma_x \cos^2(\theta)$, $\sigma_2 = \sigma_x \sin^2(\theta)$, $\sigma_6 = \sigma_x \cos(\theta) \sin(\theta)$.

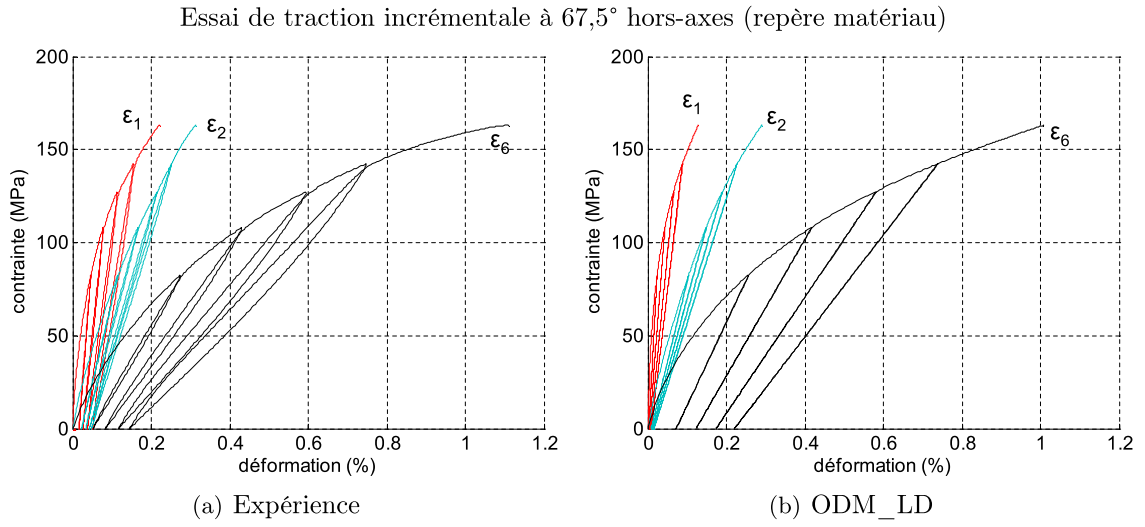


FIGURE 3.18 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 67,5° hors-axes pour le 3D C_f/SiC monolithique (repère matériau) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.

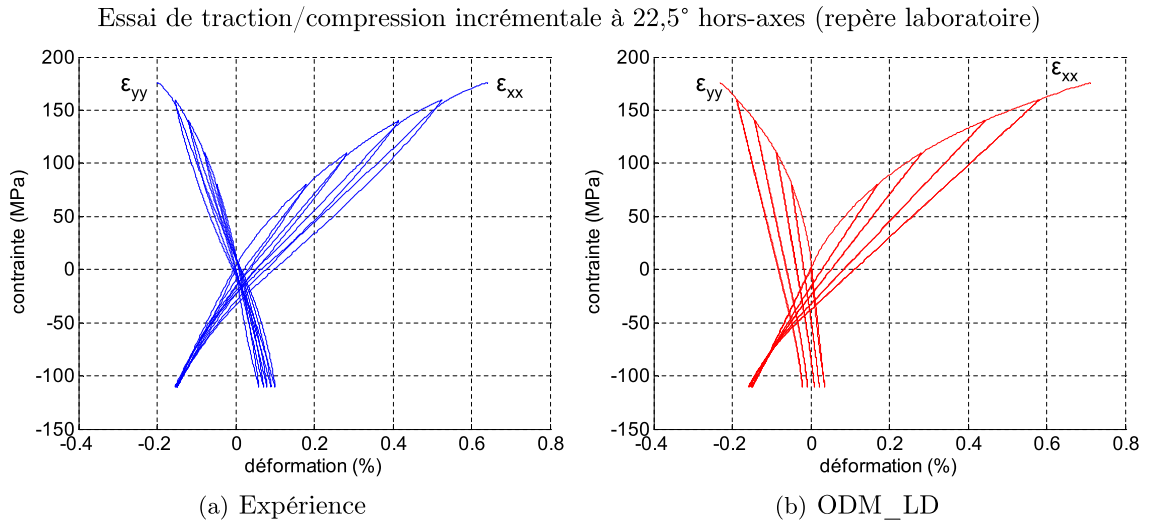


FIGURE 3.19 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 22,5° hors-axes pour le 3D C_f/SiC monolithique (repère laboratoire) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.

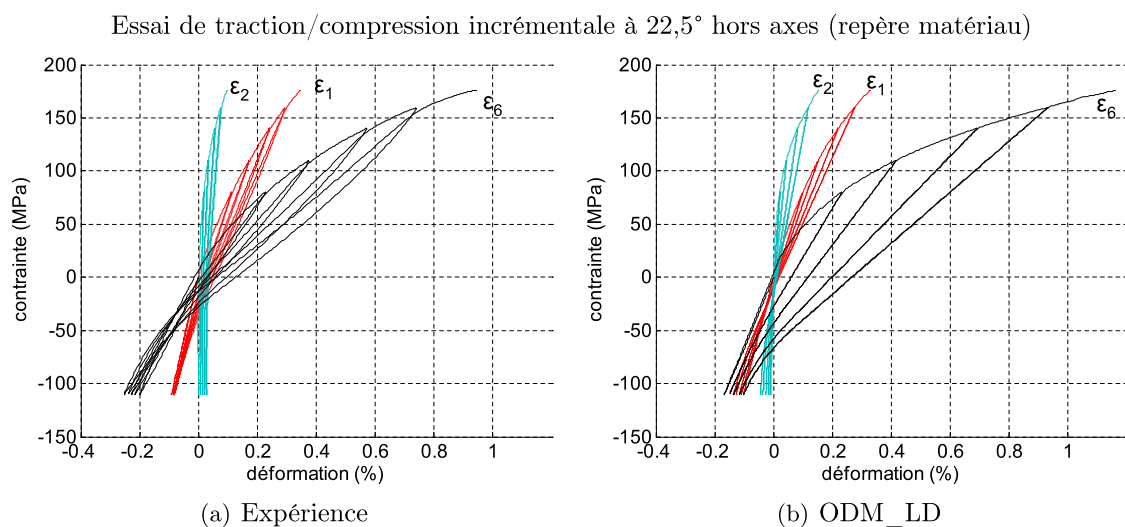


FIGURE 3.20 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 22,5° hors axes pour le 3D C_f/SiC monolithique (repère matériau) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.

Essais	Paramètres	Propriétés	Valeurs
chaîne	E_1^0	Module d'young initial	89680 MPa
	ν_{12}^0	Coefficient de Poisson initial	0.05
	$\Delta\alpha_1$	Moment de fermeture	$0.8e-6 \text{ K}^{-1}$
	T^0	Température de référence	1283.15 K
	T	Température d'essai	283.15 K
	$y_{0(1)}^m$	Seuil du dommage	0.001 MPa
	$d_{c(1)}^m$	Saturation du dommage	2
	$y_{c(1)}^m$	Vitesse d'évolution du dommage	6 MPa
	p_1^m	Exposant de l'évolution du dommage	1
	h_{11}^1	Effet du dommage	1
	h_{66}^1	Effet du dommage	0.45
	$\Delta\varepsilon_1^0$	Désactivation progressive	0.0006
	a_1	Désactivation progressive	0.01
	χ_1	Déformation résiduelle	0.12
45° hors-axes	G_{12}^0	Module de cisaillement initial	24000 MPa
	$y_{0(4)}^m$	Seuil du dommage	0.001 MPa
	$d_{c(4)}^m$	Saturation du dommage	1.9
	$y_{c(4)}^m$	"Vitesse" d'évolution du dommage	7 MPa
	h_{11}^4	Effet du dommage	0.1
	h_{66}^4	Effet du dommage	1.25
	p_4^m	Exposant de l'évolution du dommage	1.1
	b_1	Couplage traction/cisaillement	1
	$\Delta\varepsilon_4^0$	Désactivation progressive	0.001
	a_4	Désactivation progressive	0.1
	χ_4	Déformation résiduelle	0.05

TABLE 3.3 – Valeurs des paramètres du modèle ODM_LD pour le C_f/SiC .

3.2.2 Identification des modèles matériaux pour les composites tissés CMO

Le matériau utilisé pour la fabrication des pièces CMO, dont il est question ici, est un composite tissé 3D multicouche interlock élaboré par Snecma. La proportion des torons entre les directions chaîne et trame est de 70/30. Les essais de caractérisation du matériau ont été réalisés par J. Schneider de l'Université de Technologie de Compiègne [Schneider 10]. L'identification complète du modèle est effectuée à partir des essais de charge/décharge incrémentale sens chaîne, trame et 45°, ainsi qu'à l'aide d'un essai de fluage multiple à 45°. Le matériau présente un comportement viscoélastique endommageable avec présence de déformations résiduelles. De plus, le comportement mécanique du matériau est considéré comme initialement orthotrope car la réponse du matériau est différente pour des sollicitations dans le sens chaîne et dans le sens trame. Il est difficile de séparer totalement le comportement visqueux du matériau de son endommagement. Les essais de caractérisation ont donc été utilisés simultanément afin de définir un jeu de paramètres optimal permettant de rendre compte du comportement non linéaire du matériau.

La Figure 3.21 présente une comparaison essai/modèle concernant l'identification de l'essai dans le sens chaîne. Le matériau étant fortement déséquilibré, la sollicitation dans le sens chaîne ne met pas en évidence le comportement visqueux de la matrice. Celui-ci a donc été négligé. De plus, une faible perte de rigidité apparaît lors des cycles de décharge. Pour retranscrire le comportement du matériau dans le sens chaîne, une faible non linéarité due à l'endommagement a donc été introduite.

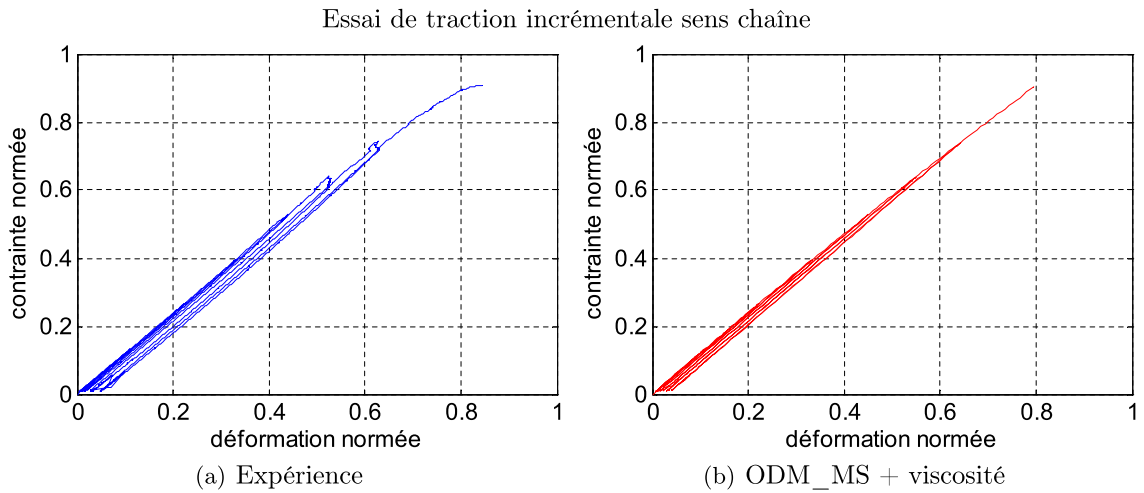


FIGURE 3.21 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de charge/décharge incrémentale dans le sens chaîne pour le 3D cmo multicouche interlock 70/30 : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.

Le second essai est un essai de charge/décharge incrémentale dans le sens trame. La non-linéarité de la réponse du matériau pour une sollicitation dans le sens trame est beaucoup plus importante que pour une sollicitation dans le sens chaîne. Cette sollicitation a mis en évidence un point d'inflexion de la réponse du matériau à environ 60% de la charge ultime. La Figure 3.22 présente le résultat de l'identification du modèle pour l'essai dans le sens trame. La non linéarité de la réponse expérimentale ainsi que les déformations permanentes à contrainte nulle sont bien décrites par le modèle.

Pour des sollicitations hors-axes à 45°, le matériau présente un comportement fortement non-linéaire dû à l'effet de l'endommagement sur la réponse du matériau mais aussi au comportement visqueux de la matrice. En effet, ce chargement sollicite en cisaillement la matrice polymère. Ce comportement visqueux a été, en particulier, mis en évidence par un essai de fluage multipalier.

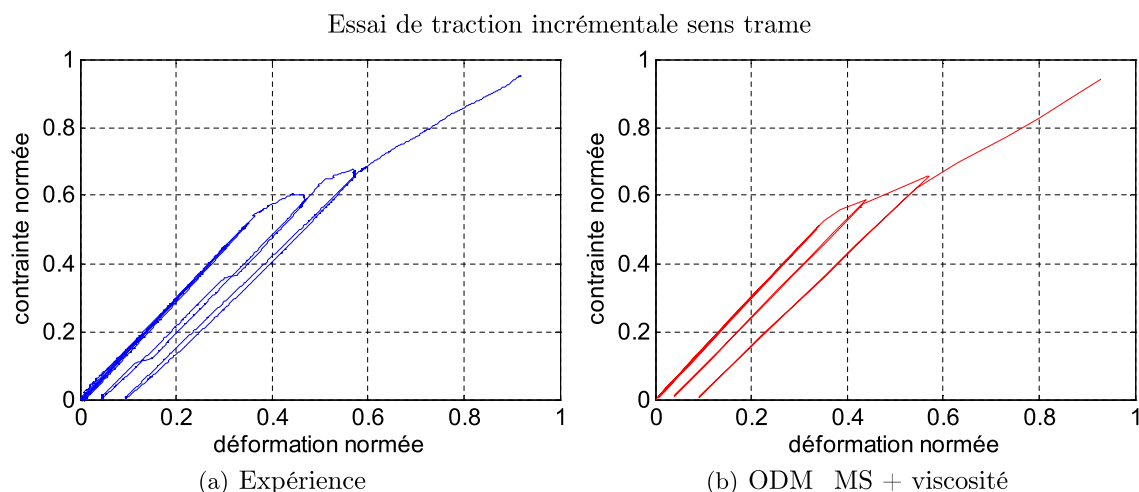


FIGURE 3.22 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de charge/décharge incrémentale dans le sens trame pour le 3D cmo multicouche interlock 70/30 : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.

L'évolution de la déformation en fonction du temps issue de la simulation est en bon accord avec le résultat expérimental (voir Figure 3.23). Les paramètres identifiés doivent aussi retranscrire le comportement du matériau en terme réponse contrainte/déformation. La comparaison de la courbe simulée à la mesure expérimentale est satisfaisante (voir Figure 3.24). La disparité sur le dernier palier de fluage résulte d'un couplage fort entre l'endommagement et la viscosité qui reste difficilement identifiable.

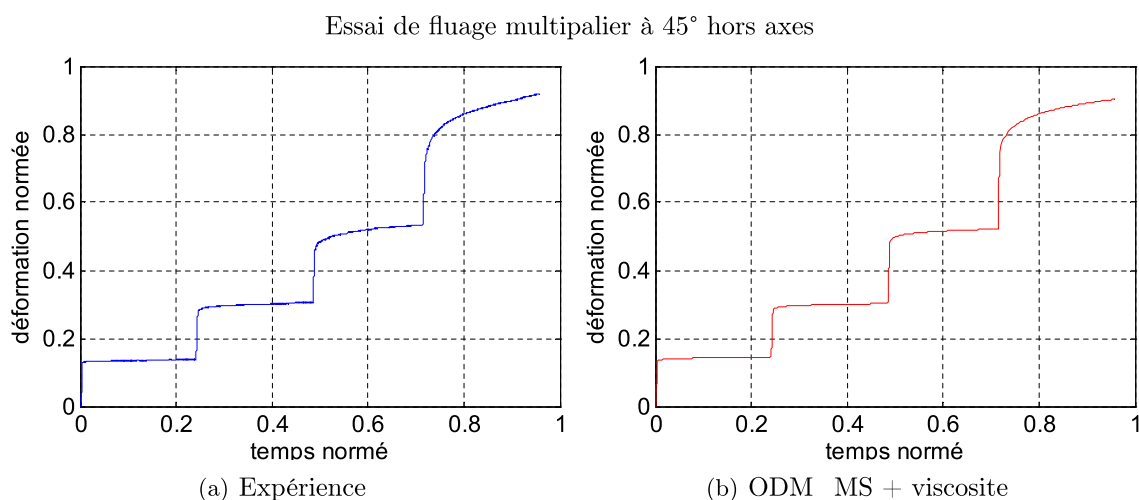


FIGURE 3.23 – Evolution de la déformation en fonction du temps pour un essai de fluage multipalier à 45° par rapport aux axes du renfort pour le 3D multicouche interlock CMO 70/30 : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.

Pour finir, le résultat de l'identification est présenté à la Figure 3.25 pour un essai de traction incrémentale à 45° par rapport aux axes du renfort tissé. L'effet de l'endommagement ainsi que l'influence de la viscosité sur le comportement sont retranscrits de façon satisfaisante.

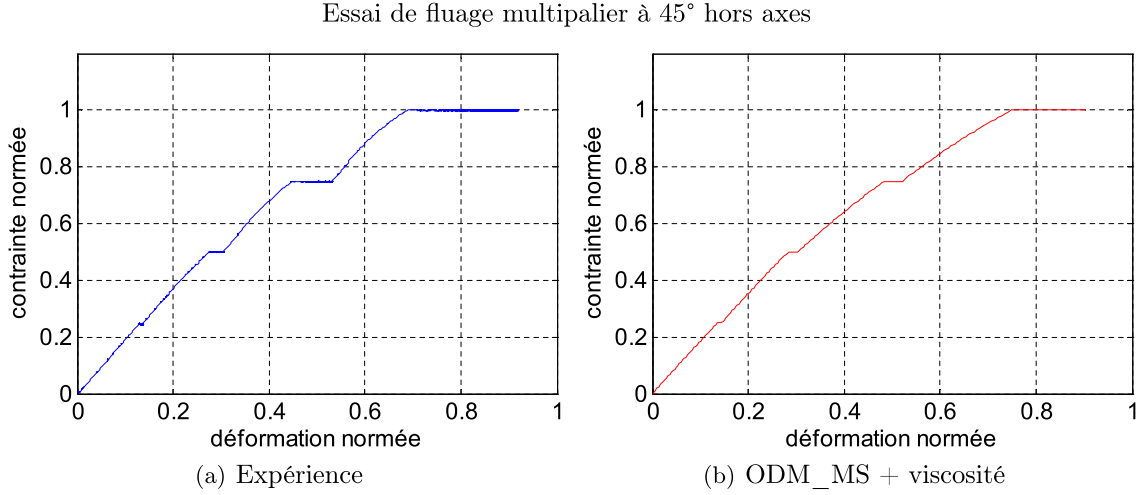


FIGURE 3.24 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de fluage multipalier à 45° par rapport aux axes du renfort pour le 3D multicouche interlock CMO 70/30 : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.

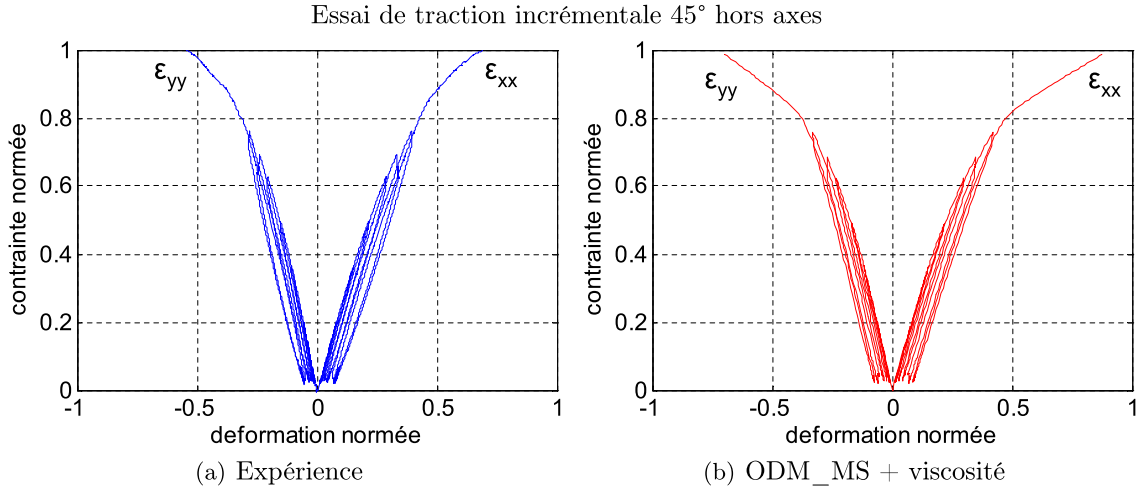


FIGURE 3.25 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de charge/décharge incrémentale à 45° hors axes pour un 3D CMO multicouche interlock 70/30 : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.

Les résultats des simulations sont en relatif bon accord avec les résultats expérimentaux. Le modèle de comportement développé permet de décrire le comportement non-linéaire complexe du matériau composite tissé CMO 3D multicouche interlock. Les mécanismes ainsi décrits sont la perte de rigidité due à l'endommagement progressif du matériau ainsi que la non-linéarité due à la viscosité de la matrice.

Pour l'analyse de la tenue des structures CMO, le critère de la contrainte maximale a été identifié à partir des données expérimentales issues des essais de caractérisations élémentaires. Ce critère est moins élaboré que le critère Onera, mais dans une première approche, il permet de déterminer les zones rompues de manière conservative.

La Figure 3.26 présente l'enveloppe du critère de rupture de la contrainte maximale dans le plan (σ_1, σ_2) et (σ_1, σ_6) . Le matériau étudié présente une meilleure tenue en traction qu'en compression. Dans le sens chaîne, le rapport X_c/X_t est de l'ordre de 0,4. Dans le sens trame, le rapport Y_c/Y_t est de l'ordre de 0,5.

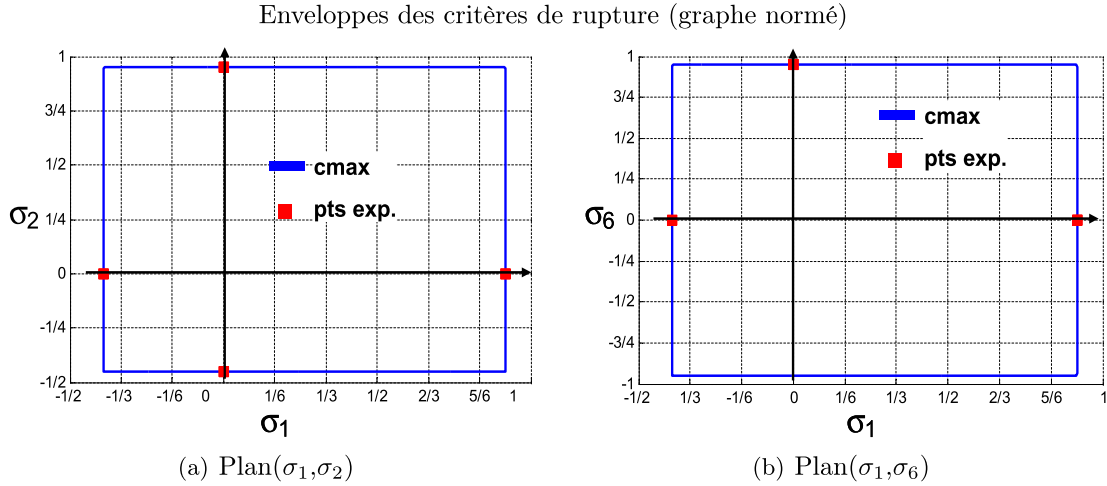


FIGURE 3.26 – Identification des enveloppes du critère de rupture de la contrainte maximale dans les plans (σ_1, σ_2) et (σ_1, σ_6) pour le CMO 3D multicouche interlock 70/30 : (a) dans le plan (σ_1, σ_2) et (b) dans le plan (σ_1, σ_6) .

3.3 Mise en place d'une démarche d'implantation des lois de comportement dans un code de calcul

Cette section est consacrée à l'implantation des lois de comportement dans un code de calcul de structures par la méthode des Éléments Finis. Dans le cadre de ces travaux, le code utilisé est ZéBuLoN². Ce code est développé conjointement par NWnumerics, l'École des Mines de Paris et L'Onera. La démarche progressive adoptée est ici exposée : (i) définition des algorithmes de résolution des lois de comportement, (ii) confrontation Matlab®/ZéBuloN des résultats de simulation pour différents cas de charge sur un point de Gauss, (iii) calculs Éléments Finis sur éprouvette homogène pour s'assurer de la bonne mise en oeuvre des modèles dans le cadre du calcul de structure.

Différentes sources de non linéarité ont été prises en compte dans la modélisation du comportement des composites tissés, (i) le comportement visqueux de la matrice, (ii) la fissuration matricielle en distinguant le cas d'un dommage préférentiellement orienté par la microstructure (ODM_MS) et d'un dommage orienté suivant le chargement (ODM_LD). Suivant l'application prévue, différents cas de figures peuvent se présenter. Ainsi, pour la simulation d'un essai sur pièce en C_f/SiC , le modèle ODM_LD est mis en oeuvre. Le modèle ODM_MS peut être mis en oeuvre, pour la simulation d'un essai sur pièce en C_f/C . Le modèle ODM_MS couplé à la viscosité est utilisé pour la prévision de la réponse d'une structure en CMO.

Les lois de comportement ont donc été implantées en prévision des applications prévues. Une routine a ainsi été programmée : (i) pour le modèle ODM_LD, (ii) pour le modèle ODM_MS, (iii) pour le modèle ODM_MS couplé à la viscosité. Dans le cas des modèles ODM_LD et ODM_MS, l'algorithme de résolution de la loi de comportement se fait en une itération, une fois le champ de déformation ε connu. L'algorithme de résolution est donc complètement explicite. La discrétisation des équations constitutives de la loi ODM_MS couplé à la viscosité nécessite l'utilisation d'une θ -méthode. La résolution de la loi de comportement se fait par l'intermédiaire d'un algorithme de Newton-Raphson.

². Il est à noter que les modèles ont été implantés dans SAMCEF, Abaqus mais aussi dans des codes de dynamique explicite tels que LS-Dyna et Europlexus.

3.3.1 Algorithmes de résolution des lois de comportement

Les détails de l'algorithme de résolution des modèles ODM_MS et ODM_LD sont présentés dans l'Algorithme 3.1. Connaissant le champ de déformation $\boldsymbol{\varepsilon}$, la résolution du système d'équation ne requiert pas l'utilisation d'un processus itératif. En effet, les forces motrices de l'endommagement y_i dépendent explicitement du tenseur des déformations efficaces $\boldsymbol{\varepsilon}^+$. Ensuite, la valeur du dommage d_i^m est calculée en fonction des forces motrices d'endommagement. L'étape suivante consiste à déterminer le moment de fermeture $\boldsymbol{\varepsilon}^0$ qui est utilisé pour le calcul de l'index de désactivation du dommage η_i^m . Il est alors possible de déterminer le tenseur des rigidités effectives $\tilde{\mathbf{C}}^m$ en fonction de d_i^m et de η_i^m . La résolution de l'Équation 2.29 et de l'Équation 2.30, définissant respectivement les déformations stockées et résiduelles, se fait de manière incrémentale. Le tenseur des contraintes est calculé à partir de la connaissance des tenseurs des déformations $\boldsymbol{\varepsilon}^s, \boldsymbol{\varepsilon}^r, \boldsymbol{\varepsilon}^0, \boldsymbol{\varepsilon}$ ainsi que de l'endommagement et de l'index de désactivation.

La résolution du problème Éléments Finis globale requiert la définition de la matrice tangente cohérente $\mathbf{L}_c$ ([Besson 01]). Le calcul exact de l'expression analytique de $\mathbf{L}_c$ est relativement complexe. $\mathbf{L}_c$ est donc approchée par le tenseur des rigidités effectives $\tilde{\mathbf{C}}^m$. L'utilisation d'une approximation de la matrice tangente cohérente dans le processus de résolution a pour conséquence d'augmenter le nombre d'itération globale pour assurer la convergence du problème mécanique.

L'équation différentielle définissant la déformation visqueuse élémentaire (voir Équation 2.40) est résolue par une θ -méthode de type 1. La valeur de θ est fixée à 1, ce qui correspond à un schéma d'Euler implicite. L'algorithme de résolution de la loi de comportement du modèle ODM_MS couplé à la viscosité est implicite (voir l'Algorithme 3.2). Connaissant l'incrément de déformation $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$ et la valeur des variables internes $d_{i(t)}^m, \eta_{i(t)}^m, \varepsilon_t^s, \varepsilon_t^r, \boldsymbol{\varepsilon}^{ve}, \boldsymbol{\xi}_i^t$ à l'issue du pas de temps précédent, il s'agit de déterminer : la contrainte $\boldsymbol{\sigma}_{t+\Delta t}$ et la valeur des variables au pas de temps suivant ainsi que la matrice tangente cohérente $\mathbf{L}_c$. Cet algorithme de résolution nécessite l'utilisation d'une procédure de type Newton-Raphson, méthode itérative permettant de résoudre un système d'équations non linéaires (voir l'Algorithme 3.2). Dans le cas présent un résidu sur la contrainte $r_{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\sigma})$ est suffisant.

La déformation d'endommagement, $\boldsymbol{\varepsilon}^d$, représentant la perte de rigidité du matériau est ici introduite pour faciliter la résolution incrémentale de la loi de comportement :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^d = (\mathbf{I} - \mathbf{S} : \tilde{\mathbf{C}}) : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th} - \boldsymbol{\varepsilon}^{ve} - \boldsymbol{\varepsilon}^0) \quad (3.3)$$

La loi de comportement initiale et le résidu en contrainte sont donnés par les Équations 3.4 et 3.5. L'écriture incrémentale du résidu est une équation complexe à manipuler (voir Équation 3.6) car le tenseur des souplesses effectives $\tilde{\mathbf{S}}^m$ varie au cours du chargement.

$$\boldsymbol{\sigma} = \tilde{\mathbf{C}}^m : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th} - \boldsymbol{\varepsilon}^0 - \boldsymbol{\varepsilon}^{ve}) - \mathbf{C}^0 : (\boldsymbol{\varepsilon}^s + \boldsymbol{\varepsilon}^r - \boldsymbol{\varepsilon}^0) \quad (3.4)$$

$$r_{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\sigma}) = \tilde{\mathbf{S}}^m : \boldsymbol{\sigma} - (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th} - \boldsymbol{\varepsilon}^0 - \boldsymbol{\varepsilon}^{ve}) - \tilde{\mathbf{S}}^m : \mathbf{C}^0 : (\boldsymbol{\varepsilon}^s + \boldsymbol{\varepsilon}^r - \boldsymbol{\varepsilon}^0) \quad (3.5)$$

$$r_{\boldsymbol{\sigma}}(\Delta\boldsymbol{\sigma}) = \Delta(\tilde{\mathbf{S}}^m : \boldsymbol{\sigma}) - (\Delta\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{ve}) - \Delta\left(\tilde{\mathbf{S}}^m : \mathbf{C}^0 : (\boldsymbol{\varepsilon}^s + \boldsymbol{\varepsilon}^r - \boldsymbol{\varepsilon}^0)\right) \quad (3.6)$$

L'introduction de $\boldsymbol{\varepsilon}^d$ permet d'exprimer la contrainte en fonction du tenseur des rigidités initiales $\mathbf{C}^0$ (voir Equation 3.7). Ainsi, le résidu en contrainte est fonction du tenseur des souplesses initiales $\mathbf{S}^0$ (voir Équation 3.8) ce qui permet de faciliter l'écriture incrémentale du résidu (voir Equation 3.9).

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}^0 : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th} - \boldsymbol{\varepsilon}^{ve} - \boldsymbol{\varepsilon}^d - \boldsymbol{\varepsilon}^s - \boldsymbol{\varepsilon}^r) \quad (3.7)$$

$$r_{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{S}^0 : \boldsymbol{\sigma} - (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th} - \boldsymbol{\varepsilon}^{ve} - \boldsymbol{\varepsilon}^d - \boldsymbol{\varepsilon}^s - \boldsymbol{\varepsilon}^r) \quad (3.8)$$

$$r_{\boldsymbol{\sigma}}(\Delta\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{S}^0 : \Delta\boldsymbol{\sigma} - \left(\Delta\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^{ve} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^d - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^s - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^r \right) \quad (3.9)$$

Algorithme 3.1 Algorithme explicite des modèles ODM_MS et ODM_LD

Étape 1 : Calcul du tenseur des déformations efficaces $\boldsymbol{\varepsilon}^+$
 $\boldsymbol{\varepsilon} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon}^+$

Étape 2 : Calcul des forces thermodynamiques.
 $y_i^{nm}(\boldsymbol{\varepsilon}^+)$ et $y_i^{tm}(\boldsymbol{\varepsilon}^+)$ avec $i \in \{1, 3\}$, $y_i(\boldsymbol{\varepsilon}^+)$ avec $i \in \{1, 5\}$

Étape 3 : Calcul de l'endommagement matriciel.
 $d_i^m(y_i^{nm}, y_i^{tm})$ avec $i \in \{1, 3\}$, $d_i^m(y_i)$ avec $i \in \{1, 5\}$

Étape 4 : Calcul de la déformation de fermeture.
 $\boldsymbol{\varepsilon}^0 = \boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{\alpha}(T - T^0) \Rightarrow \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^0$

Étape 5 : Calcul des index de désactivation.
 $\eta_i^m(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}, d_i^m)$ avec $i \in \{1, 3\}$, $\eta_i^m(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}, \mathbf{d}_i^m)$ avec $i \in \{1, 5\}$

Étape 6 : Calcul du tenseur des rigidités effectives $\tilde{\mathbf{C}}^m$.
 $\tilde{\mathbf{C}}^m(d_i^m, \eta_i^m)$

Étape 7 : Calcul des déformations résiduelles $\boldsymbol{\varepsilon}^r$ et des déformations stockées $\boldsymbol{\varepsilon}^s$
 $\boldsymbol{\varepsilon}_{t+\Delta t}^r = \boldsymbol{\varepsilon}_t^r + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{t+\Delta t}^r$ avec $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^r = \mathbf{S}^0 : \left(\sum_i \xi_i \eta_i d_i^m \tilde{\mathbf{C}}^m : \mathbf{H}_i^m : \tilde{\mathbf{C}}^m \right) : \langle \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle_{t+\Delta t}$
 $\boldsymbol{\varepsilon}_{t+\Delta t}^s = \boldsymbol{\varepsilon}_t^s + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{t+\Delta t}^s$ avec $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^s = -\mathbf{S}^0 : \left(\sum_i \Delta\eta_i d_i^m \tilde{\mathbf{C}}^m : \mathbf{H}_i^m : \tilde{\mathbf{C}}^m \right) : \langle \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle_{t+\Delta t}$
 où les crochets correspondent à une opération de moyennisation
 $\langle X \rangle = \frac{1}{2}(X(t + \Delta t) + X(t))$

Étape 8 : Calcul du tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$
 $\boldsymbol{\sigma} = \tilde{\mathbf{C}} : \boldsymbol{\varepsilon}^* - \mathbf{C}^0 : (\boldsymbol{\varepsilon}^r + \boldsymbol{\varepsilon}^s - \boldsymbol{\varepsilon}^0)$

Étape 9 : Calcul de la matrice tangente cohérente $\mathbf{L}_c$.
 $\mathbf{L}_c = \tilde{\mathbf{C}}^m$

Algorithme 3.2 Algorithme implicite du modèle ODM_MS couplé à la viscosité

Étape 1 : définition du résidu

$$r_{\sigma} = \mathbf{S}^0 : \Delta\sigma - (\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon^{ve} - \Delta\varepsilon^d - \Delta\varepsilon^s - \Delta\varepsilon^r)$$

Les expressions des incréments des déformations stockées et résiduelles sont présentées dans l'Algorithme 3.1.

L'incrément de déformation visqueuse dépend de l'incrément de la déformation visqueuse élémentaire et de la fonction non linéarisante g

$$\Delta\varepsilon_{t+\Delta t}^{ve} = g^{t+\Delta t} \sum_i \Delta\xi_i^{t+\Delta t}$$

L'incrément de la déformation visqueuse élémentaire s'écrit :

$$\Delta\xi_i^{t+\theta\Delta t} = \frac{\Delta t}{\tau_i + \theta\Delta t} \left(\mu_i g^{t+\theta\Delta t} \tilde{\mathbf{S}}^r \sigma^{t+\theta\Delta t} - \xi_i^t \right)$$

La déformation d'endommagement n'est pas régie par une équation différentielle.

L'expression de l'incrément de déformation d'endommagement s'écrit simplement :

$$\Delta\varepsilon^d = \varepsilon_{t+\Delta t}^d - \varepsilon_t^d$$

Étape 2 : Calcul de la Jacobienne du résidu

$$\frac{\partial r_{\sigma}}{\partial \Delta\sigma} = \mathbf{S} + \mathbf{S} : \tilde{\mathbf{C}} : \frac{\partial \Delta\varepsilon^{ve}}{\partial \Delta\sigma}$$

La dérivée de la déformation visqueuse s'obtient à partir des dérivées des déformations élémentaires visqueuses et de celle de la fonction non linéarisante (pour $\theta = 1$)

$$\frac{\partial \Delta\varepsilon^{ve}}{\partial \Delta\sigma} = \frac{\partial \Delta\varepsilon^{ve}}{\partial \sigma} = \frac{\partial g}{\partial \sigma} \otimes \sum_i \Delta\xi_i + g \sum_i \frac{\partial \Delta\xi_i}{\partial \sigma}$$

où $\frac{\partial \Delta\xi_i}{\partial \sigma}$ est la dérivée de la i^{eme} déformation visqueuse élémentaire :

$$\frac{\partial \Delta\xi_i}{\partial \sigma} = \frac{\Delta}{\tau_i + \Delta t} \mu_i \left(g \mathbf{S}^r + \mathbf{S}^r : \sigma \otimes \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right)$$

et $\frac{\partial g}{\partial \sigma}$ est la dérivée de la fonction non linéarisante :

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma} = a \left[p \left(1 + b \langle \sigma_{eq} - \sigma_o \rangle_+^n \right) + b n \sigma_{eq} \langle \sigma_{eq} - \sigma_o \rangle_+^{n-1} \right] \frac{\sigma_{eq}^{p-2}}{2} (\sigma : \mathbf{S}^r + \mathbf{S}^r : \sigma)$$

Étape 3 : Schéma itératif de Newton-Raphson

$$r_{\sigma}^k + J^k (r_{\sigma}^{k+1} - r_{\sigma}^k) = 0$$

Étape 4 : Actualisation des variables à convergence définie par la relation :

$$\alpha_{t+\Delta t} = \alpha_t + \Delta\alpha$$

Étape 5 : Calcul de la matrice tangente cohérente

La matrice tangente cohérente est définie de la manière suivante :

$$\mathbf{L}_c = \left(\mathbf{S}^0 + \mathbf{S}^0 : \tilde{\mathbf{C}} : \frac{\partial \Delta\varepsilon^{ve}}{\partial \Delta\sigma} \right)^{-1}$$

3.3.2 Vérification de l'implantation sur un point de Gauss

Afin de garantir la bonne implantation des modèles, une comparaison entre les implantations réalisées dans Matlab® et ZéBuLoN a été effectuée. Cette vérification de l'implantation des modèles élastiques endommageables ODM_MS et ODM_LD a été faite en plusieurs étapes. Pour cela un protocole a été établi afin de s'assurer de la cohérence de l'écriture des modèles entre Matlab® et ZéBuLoN. Dix-neuf tests, à réaliser pour chacune des formulations, ont été définis. Cette série permet de vérifier progressivement que chaque composante de la formulation a bien été programmée. Le Tableau 3.4 spécifie le chargement³ réalisé pour chacun des tests.

3. Pour un chargement, les composantes non spécifiées sont considérées comme nulles

Cette procédure nécessite un jeu initial de valeurs de paramètres. Les paramètres du modèle ODM_LD identifié pour le Cerasep347® peuvent par exemple être considérés (voir Tableau 3.1). La première série de tests (Test 1 à 9) consiste à vérifier la partie de l'implantation des modèles correspondante à l'élasticité mais aussi au calcul des forces thermodynamiques. Pour cela, nous forçons les coefficients d_c^m à 0. Cette étape est importante pour éviter les erreurs sur les termes de cisaillement dues à la différence entre le formalisme d'écriture sous ZéBuLoN et la notation de Voigt retenue dans Matlab®. Il est à noter qu'il suffit de vérifier le Test 9 qui active tous les termes (sans endommagement) du modèle. Les autres tests sont par contre utiles pour chercher les erreurs éventuelles.

La deuxième série de tests consiste à vérifier la partie de l'implantation des modèles correspondante à l'endommagement. Le Test 10 a pour but de tester l'endommagement mais sans effet de l'endommagement sur le comportement. Pour cela, les coefficients des tenseurs H_i^m sont nuls (les valeurs de $d_c(i)^m$ étant remises à leur valeur initiale). Le chargement monotone multiaxiale est défini afin de pouvoir activer tous les termes. Le Test 11 sert à vérifier le calcul de l'endommagement en prenant en compte les effets sur le comportement mais sans les déformations résiduelles. Pour cela, les coefficients ζ_i sont considérés comme nuls (les tenseurs H_i^m étant remis à leur valeur initiale). Le Test 12 a pour but de tester l'endommagement dans son ensemble. Un chargement de traction uniaxiale est alors imposé.

Le Test 13 a pour but de vérifier le caractère unilatéral du dommage. Pour cela, un essai de traction/compression est utilisé. Les Tests 14 à 17 permettent de simuler les essais de caractérisation du comportement du Cerasep347® et ainsi de vérifier que la routine programmée sous ZéBuLoN fournit la même réponse que sous Matlab®.

Les deux derniers tests (Tests 18 et 19) sont des tests un peu particuliers. Le Test 18 sert à vérifier la continuité de la réponse (σ, ε) pour des sollicitations multiaxiales. Le Test 19 sert à vérifier que l'implantation du terme ε_0 qui permet de décaler la fermeture est correcte. Pour cela on effectue un essai de traction uniaxiale en modifiant les coefficients suivants : $\Delta\alpha_1 = -5e^{-7}$, $\zeta_1 = 0.5$ (la température d'essai $T = 283.15K$, la température de référence $T^0 = 1283.15K$).

Test 1	Vérification en élasticité, chargement en déformation uniaxiale sens chaîne
Test 2	Vérification en élasticité, chargement en déformation uniaxiale sens trame
Test 3	Vérification en élasticité, chargement en déformation hors plan
Test 4	Vérification en élasticité, chargement en cisaillement 23
Test 5	Vérification en élasticité, chargement en cisaillement 13
Test 6	Vérification en élasticité, chargement en cisaillement 12
Test 7	Vérification en élasticité, chargement equibiaxial ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2$)
Test 8	Vérification en élasticité, chargement à 45 ° en déformation uniaxiale
Test 9	Vérification en élasticité, chargement multiaxial ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = \varepsilon_6$)
Test 10	Vérification avec endommagement mais sans effet, chargement multiaxial
Test 11	Vérification avec endommagement sans def. résiduelle, chargement multiaxial
Test 12	Vérification avec endommagement complet, chargement multiaxial
Test 13	Vérification avec passage en compression, chargement multiaxial
Test 14	Essai de traction monotone sens chaîne (pilotage en contrainte)
Test 15	Essai de traction monotone à 45° (pilotage en contrainte)
Test 16	Essai de traction incrémental sens chaîne (pilotage en contrainte)
Test 17	Essai de traction incrémental à 45° (pilotage en contrainte)
Test 18	Vérification de la continuité de la fermeture
Test 19	Vérification du point de fermeture ε^0

TABLE 3.4 – Liste des 19 tests pour la vérification de l'implantation des modèles ODM_MS et ODM_LD

La Figure 3.27 présente le résultat du test permettant de vérifier la continuité de la contrainte de cisaillement lors d'un essai biaxial de traction/cisaillement. Le chargement consiste à appliquer une déformation de cisaillement constante tout en imposant un cycle de traction/compression en déformation uniaxiale (ε_1). Les résultats obtenus avec ZéBuLoN sont en parfait accord avec les résultats obtenus par la simulation de cet essai avec Matlab® ce qui permet de s'assurer de la cohérence de la programmation dans ZéBuLoN.

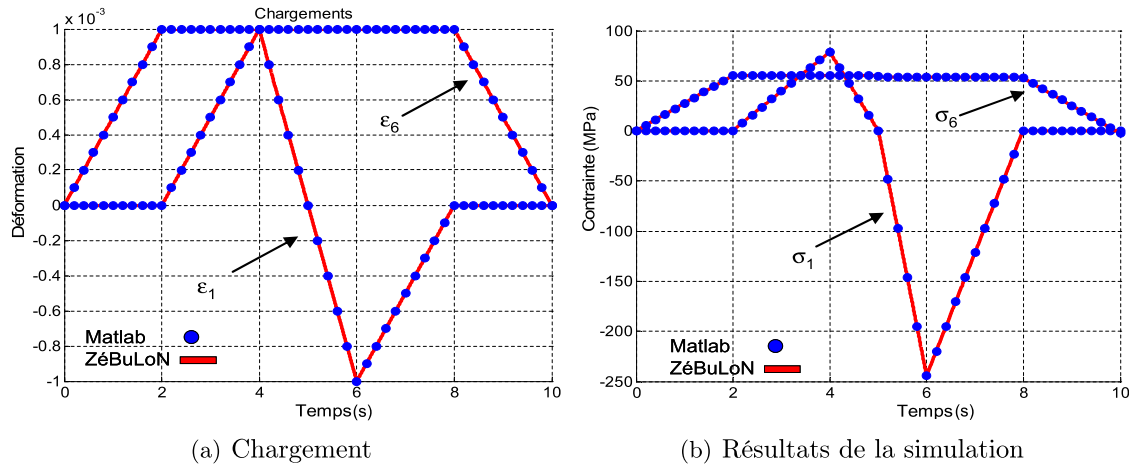


FIGURE 3.27 – (a) Chargement en déformation de traction/cisaillement; (b) Résultats de la simulation.

Cette étape de vérification a donné lieu au développement d'un programme sous Matlab®. Il a eu pour but de faciliter cette étape de vérification mais aussi de faciliter le transfert des modèles dans d'autres codes de calcul ainsi que cela a été fait par SAMTECH à la demande de Snecma. Ce programme est organisé de la manière suivante (voir Figure 3.28). La routine principale (*test_odm*) génère l'interface qui permet de lancer les différents tests. La routine *genere_test* lance le *test(i)* alternativement pour le modèle ODM_MS et ODM_LD. Ce test ouvre puis modifie éventuellement les fichiers "matériau" (*coef_odm_ms* et *coef_odm_ld*), définit le chargement et initialise les variables (*init_m_odm_ms* et *init_m_odm_ld*). Le tableau obtenu correspond aux valeurs données en fin de chargement pour les résultats numériques caractéristiques.

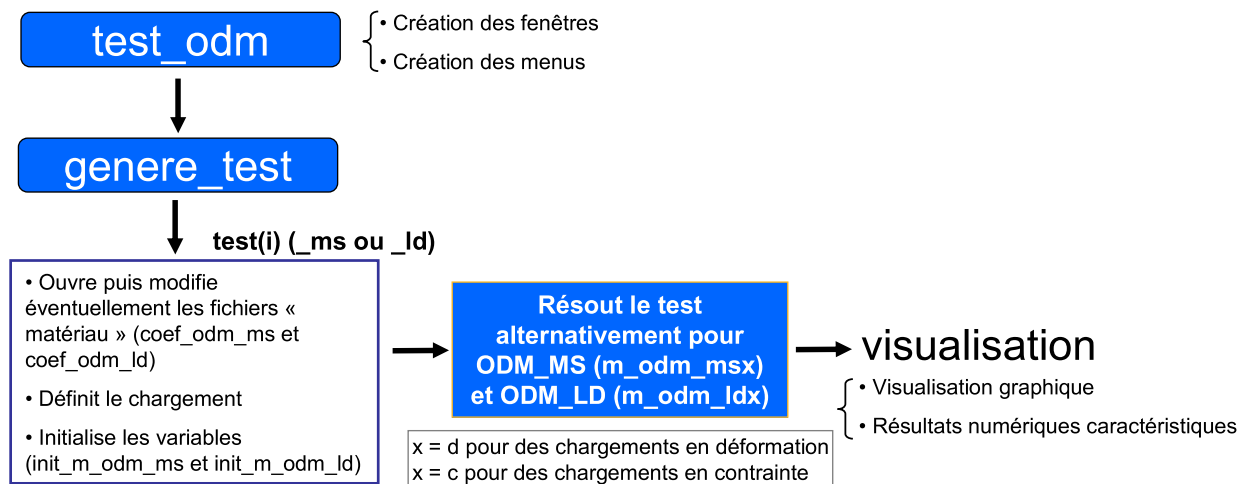


FIGURE 3.28 – Architecture du programme Matlab® développé pour la vérification de l'implantation des modèles ODM_MS et ODM_LD.

Pour les formulations implicites, la même procédure que précédemment a été retenue pour la vérification de l'implantation. A cela ont été rajoutés différents tests dans le but de s'assurer de l'exactitude de l'intégration de la partie visqueuse du comportement. Cette dernière étape se traduit, par exemple, par la simulation d'un essai de fluage de 1000s dans le sens longitudinal. L'évolution de la déformation de fluage en fonction du temps est présentée à la Figure 3.29. Le résultat issu du calcul ZéBuLoN est en parfait accord avec le résultat de la simulation faite sous Matlab®.

Afin de vérifier la bonne implantation de toutes les composantes non linéaires du modèle, des tests ont aussi été simulés avec un matériau ayant un comportement viscoélastique endommageable. L'ensemble de ces tests se sont avérés concluant ce qui a permis de valider cette étape de confrontation Matlab®/ZéBuLoN.

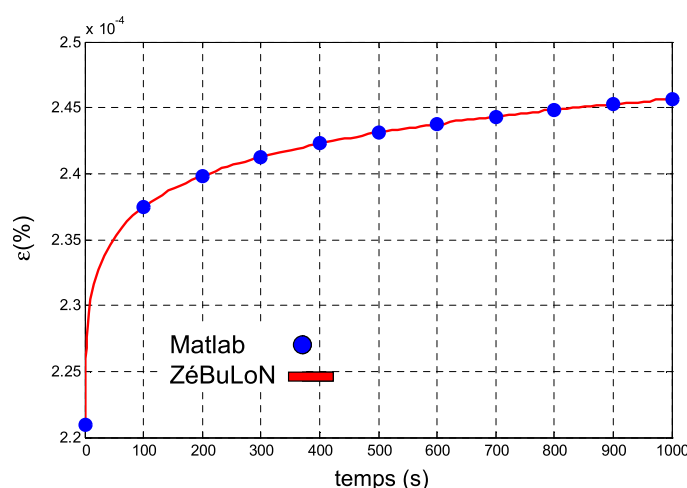


FIGURE 3.29 – Simulation d'un essai de fluage

3.3.3 Vérification de l'implantation sur une structure élémentaire

La simulation Éléments Finis d'un cycle de traction/compression uniaxiale sur éprouvette en Cerasep347® a permis de vérifier l'implantation du modèle dans le cadre du calcul de structures. La Figure 3.30 présente la géométrie ainsi que le maillage et les conditions aux limites retenues pour la simulation. Le déplacement Uy est imposé sur la surface de chaque extrémité de l'éprouvette, les déplacements Ux et Uz sont nuls.

Les résultats obtenus avec le modèle ODM_LD présentés sur la Figure 3.31 illustrent l'état de contrainte à la charge maximale ainsi que le niveau d'endommagement à l'issue du chargement. On constate que l'endommagement est bien homogène dans la zone utile ce qui correspond au résultat attendu et garantit une certaine confiance dans l'implantation de la loi.

La Figure 3.32 montre la comparaison de la réponse fournie par le modèle entre un calcul effectué sur un point de Gauss et un calcul sur une éprouvette élémentaire. Les réponses contrainte/déformation (voir Figure 3.32(a)) ainsi que les courbes d'évolution de l'endommagement en fonction de la déformation (voir Figure 3.32(b)) sont similaires. En particulier, lors du passage en compression, on retrouve bien la pente initiale du matériau. Le point délicat que constitue le caractère unilatéral du dommage est bien traité.

Il est à noter que cette démarche de vérification a aussi été effectuée pour le modèle ODM_MS avec et sans prise en compte de la viscosité. Un essai de traction monotone suivi d'un temps de maintien en déplacement a , par exemple, été simulé.

Cette procédure a ainsi permis de s'assurer de l'efficacité de l'implantation des modèles pour résoudre un problème Éléments Finis dans le cas de structures et de chargements élémentaires.

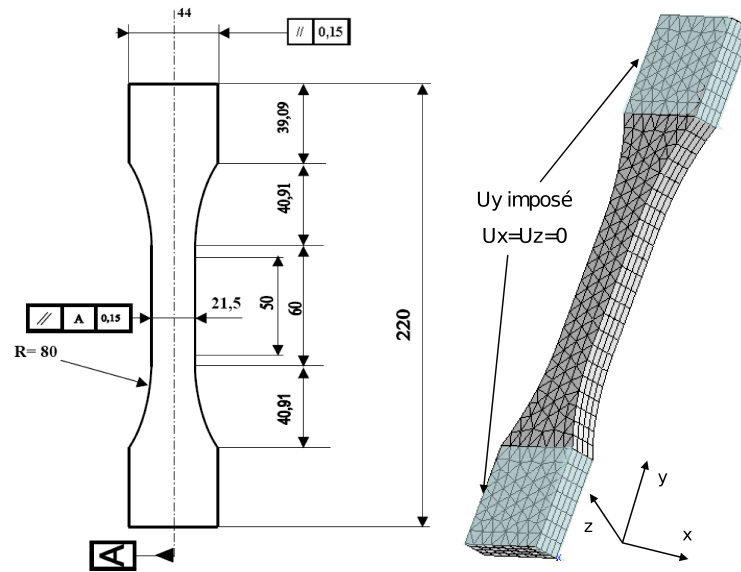


FIGURE 3.30 – Géométrie de l'éprouvette haltère type H2 (à gauche); Maillage et conditions aux limites de l'éprouvette haltère type H2 sollicitée en traction uniaxiale (à droite).

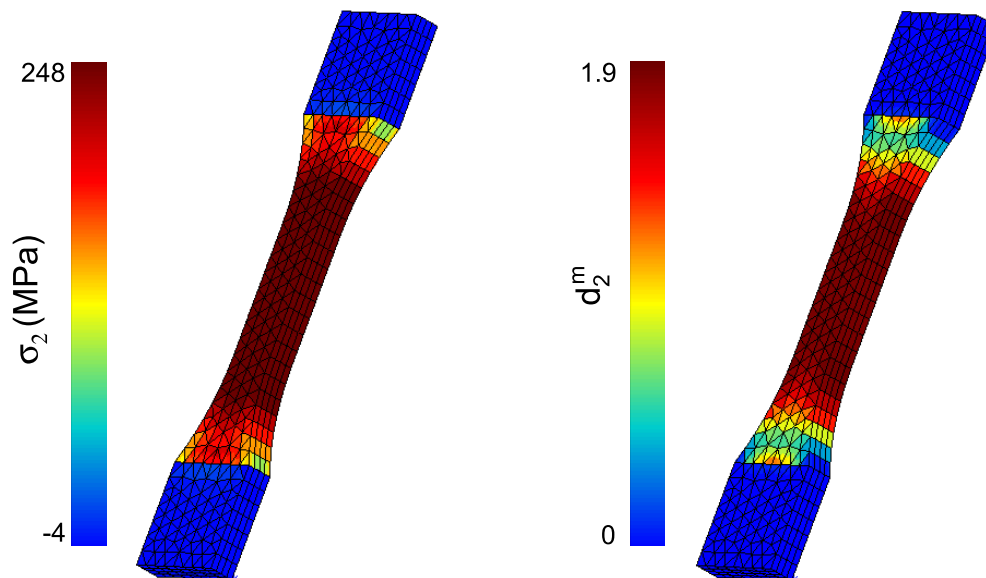


FIGURE 3.31 – Visualisation de la contrainte à la charge maximale et de l'endommagement à l'issue du chargement obtenu par la simulation d'un cycle de traction/compression sur éprouvette haltère.

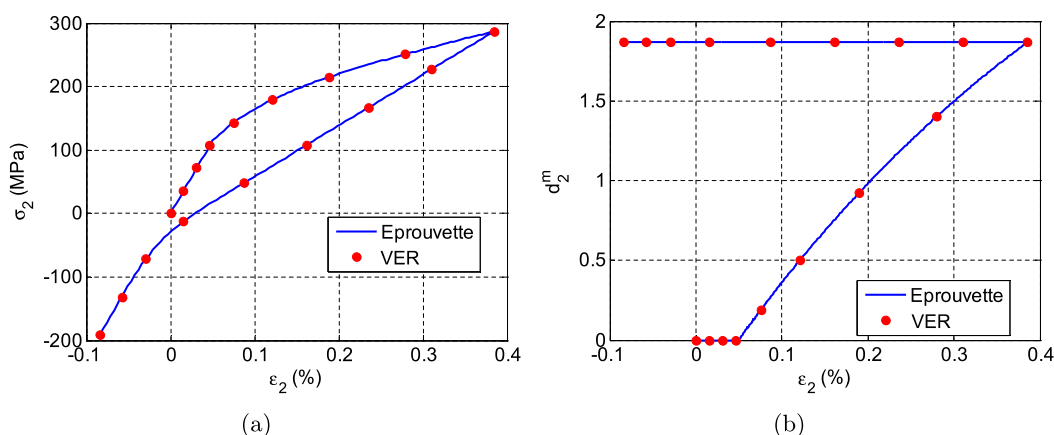


FIGURE 3.32 – Comparaison de la réponse du modèle entre un calcul sur un VER et un calcul sur l'éprouvette haltère avec ZéBuLoN : (a) réponse contrainte/déformation à gauche et (b) évolution de l'endommagement en fonction de la déformation.

3.4 Bilan

La première partie de ce chapitre a été consacrée à la définition des protocoles d'identification des modèles matériaux (modèles de comportement et critères de rupture). Le point fort de chaque protocole d'identification mis en place est de reposer sur un nombre limité d'essais. Le protocole a été mis en oeuvre dans le but d'identifier les paramètres du modèle ODM_LD pour deux CMC : l'un à matrice autocicatrisante et l'autre à matrice monolithique. Les paramètres du modèle ODM_MS couplé à la viscosité ont été identifiés afin de rendre compte du comportement viscoélastique endommageable d'un CMO multicouche interlock avec un ratio chaîne/trame de 70/30.

Les modèles ODM_MS et ODM_LD permettant de décrire le comportement élastique endommageable des matériaux composites tissés étant formulés en déformation, l'algorithme de résolution se fait en une itération. La prise en compte de la viscosité implique l'utilisation d'un algorithme de Newton-Raphson pour résoudre la loi de comportement. Afin de valider l'implantation une comparaison entre Matlab® et ZéBuLoN a été effectuée avec succès. Le cas test sur une structure élémentaire nous a permis de vérifier que la façon dont a été implémenté le modèle permet de faire des calculs de structures par Éléments Finis.

L'objet du Chapitre 4 est de démontrer les apports et les limites des modèles développés pour évaluer la tenue de structures composites tissés. Pour cela, des essais sur des éprouvettes technologiques, proposées par les industriels (Snecma pour les tissés CMO et SPS pour les CMC), représentatives des problèmes structuraux rencontrés dans les pièces réelles ont été simulés puis confrontés à la mesure expérimentale.

Chapitre 4

Validation des modèles matériaux, mise en évidence des limites de la démarche "classique de dimensionnement"

L'objet du présent chapitre est de montrer les apports et les limites des modèles développés. Pour cela, des essais sur structures induisant des contraintes multiaxiales ont été simulés et confrontés à l'expérience. Des essais sur plaques trouées sollicitées en torsion et en flexion/torsion, ainsi qu'un essai sur cornière sollicitée en mode de dépliage ont été simulés dans le cas des CMC. Pour les CMO les essais suivants ont été étudiés : plaque sollicitée en torsion et essai de flexion 4-points.

Sommaire

4.1	Mise en oeuvre des modèles matériaux pour l'analyse de la tenue de structures composites tissées CMC	74
4.1.1	Simulation de l'essai sur plaque trouée en A500 sollicitée en torsion . . .	74
4.1.2	Simulation de l'essai sur plaque trouée en A500 sollicitée en flexion/torsion	77
4.2	Mise en oeuvre des modèles matériaux pour l'analyse de la tenue de structures composites tissées CMO	81
4.3	Limites de la démarche "classique de dimensionnement"	87
4.3.1	Essai de flexion 4-points : nécessité de la prise en compte de la transition endommagement/rupture	87
4.3.2	Essai de dépliage d'une cornière CMC : influence des incertitudes et des méconnaissances	90
4.4	Bilan	94

4.1 Mise en oeuvre des modèles matériaux pour l'analyse de la tenue de structures composites tissées CMC

Dans le cadre du programme AMERICO, Snecma Propulsion Solide a proposé deux types d'essais sur pièces en rapport avec ses applications. Ces essais visent à reproduire les principaux types de sollicitations vues par le matériau dans certaines pièces commercialisées par l'entreprise. Le premier type d'essai correspond à des sollicitations combinées de flexion et de torsion représentatives des efforts subis par les volets suiveurs des moteurs militaires M88 équipant le Rafale (voir Figure 4.1). C'est sur ce type d'essai que nous nous attardons dans la première partie de ce chapitre. Le second type d'essais est abordé dans la dernière partie de ce chapitre (voir Sous-section 4.3.2). Il s'agit d'essais de dépliages de cornières représentatifs des sollicitations subies par un bras post-combustion du M88.

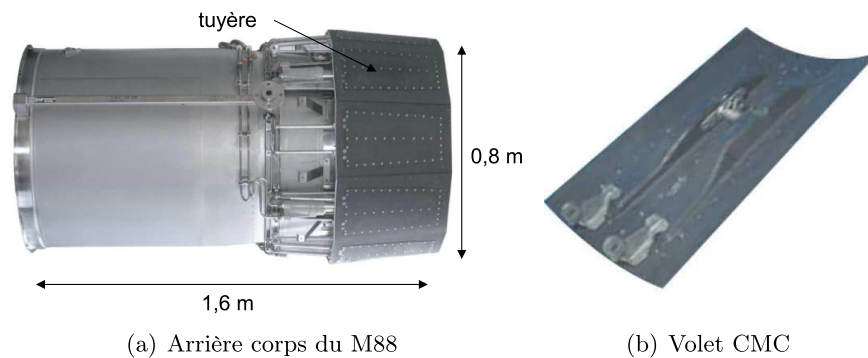


FIGURE 4.1 – (a) Arrière corps du moteur M88 et (b) volets post-combustion en CMC (Source Snecma Propulsion Solide).

4.1.1 Simulation de l'essai sur plaque trouée en A500 sollicitée en torsion

Nous nous attardons ici à la simulation de l'essai de torsion sur plaque trouée en A500. Le dispositif expérimental est représenté à la Figure 4.2. La plaque rectangulaire est insérée dans un outillage permettant d'encastrer les deux arrêtes d'un même sommet. Le sommet opposé est soumis à deux cycles de déplacement de $+10/-3$ mm dans la direction normale au plan de la plaque et ce, à une fréquence de 0,25 Hz. L'essai est mené à température ambiante (ici 23°C). Cette éprouvette technologique est équipée de dix jauges de déformation orientées à 45° et situées de part et d'autres de la pièce, la mesure du déplacement se fait par l'intermédiaire du vérin.

Le maillage ainsi que les conditions aux limites employés pour la simulation de cet essai sont présentés à la Figure 4.3(a). Le maillage 3D est composé d'éléments quadratiques hexaédriques. Pour cette application, on s'est limité à une finesse de maillage comparable à ce qui pourrait être utilisé dans un bureau d'étude. Concernant les conditions limites, le déplacement normal U_z est bloqué pour les deux bords pris dans les mors. Un déplacement U_z cyclique est imposé sur l'angle opposé de la plaque. Pour éviter les mouvements de corps rigide selon les directions x et y , des conditions aux limites supplémentaires ont été introduites au niveau des noeuds des angles de la plaque fixés dans les mors.

La Figure 4.3(b) présente une comparaison de la courbe force/déplacement expérimentale et de la courbe obtenue par simulation avec le modèle ODM_LD pour l'essai de torsion sur plaque trouée en A500. La réponse globale de la structure devient non linéaire pour un déplacement du vérin d'environ 2 mm. Lors de la première phase du cycle de chargement $[0\ 10\ \text{mm}]$, le modèle retranscrit correctement le résultat de l'essai. A la fin de cette première phase, l'écart entre la force simulée et la force mesurée est de 53 N, ce qui correspond à une erreur de 6,5% (voir Tableau 4.1).

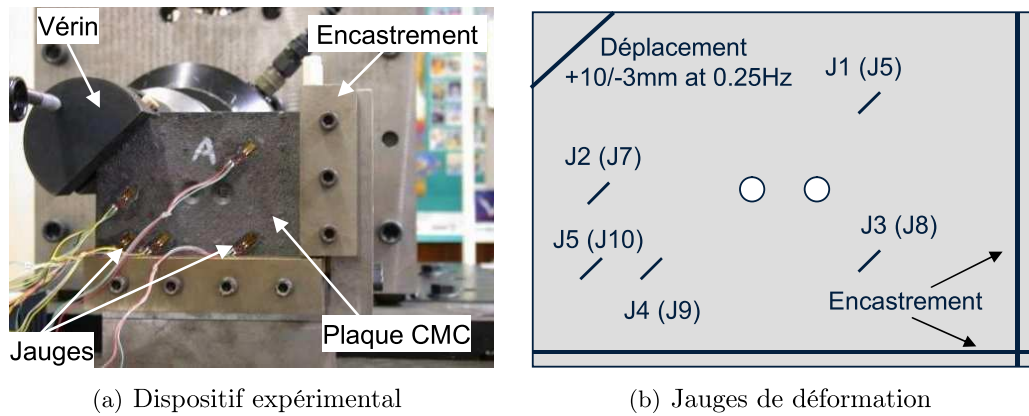


FIGURE 4.2 – Essai de torsion alternée sur plaque trouée en A500 : (a) dispositif expérimental et (b) emplacements des jauges de déformation positionnées à 45°.

Il est par contre plus difficile de décrire les autres phases de décharge et rechargement. En effet, les boucles d'hystérésis apparaissant lors des essais élémentaires de caractérisation du matériau ne sont pas prises en compte dans la version actuelle du modèle. Ceci explique donc la différence de réponse entre l'essai et la simulation concernant les boucles d'hystérésis macroscopique.

Essai	ODM_LD	erreur relative (%)
824 N	771 N	6,5

TABLE 4.1 – Essai de torsion alternée sur plaque trouée en A500 : erreur relative sur la force entre la simulation et l'essai à la fin de la première phase de chargement.

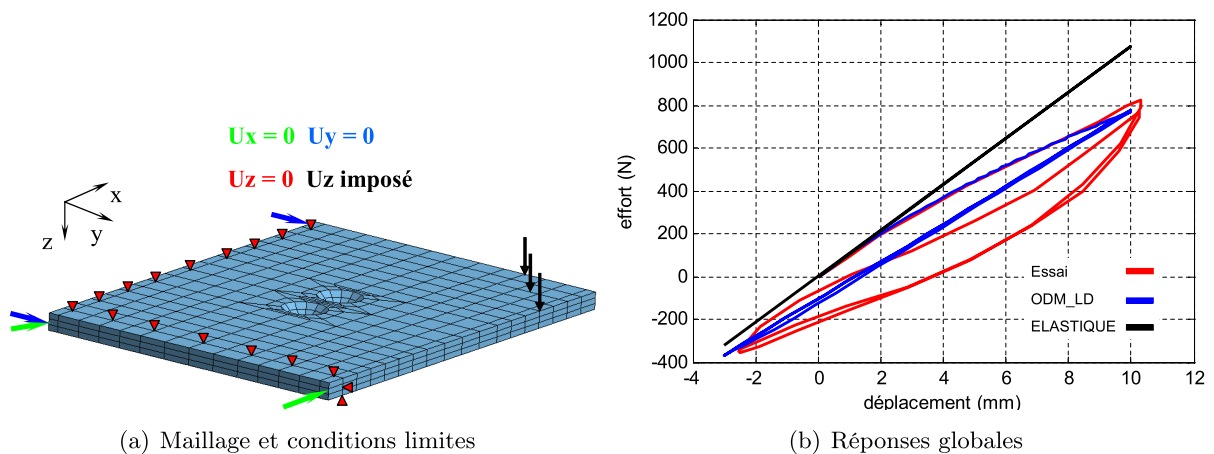


FIGURE 4.3 – Essai de torsion alternée sur plaque trouée en A500 : (a) maillage et conditions aux limites et (b) réponses force/déplacement expérimentales et simulées avec le modèle ODM_LD.

Afin de comparer les résultats de la simulation à l'expérience, les champs de déformations ont été post-traités en prenant en compte la taille des jauges. Cela revient à effectuer une moyenne des déformations sur une zone équivalente à la surface d'une jauge. L'évolution de la force en fonction de chaque jauge de déformation est présentée sur la Figure 4.4. Les prévisions de la simulation sont globalement en accord avec l'expérience. L'écart subsistant est dû à un artefact de mesure au niveau de la pente à l'origine. En effet, mise à part ce début de courbe, la raideur prévue corrèle de façon satisfaisante à l'expérience.

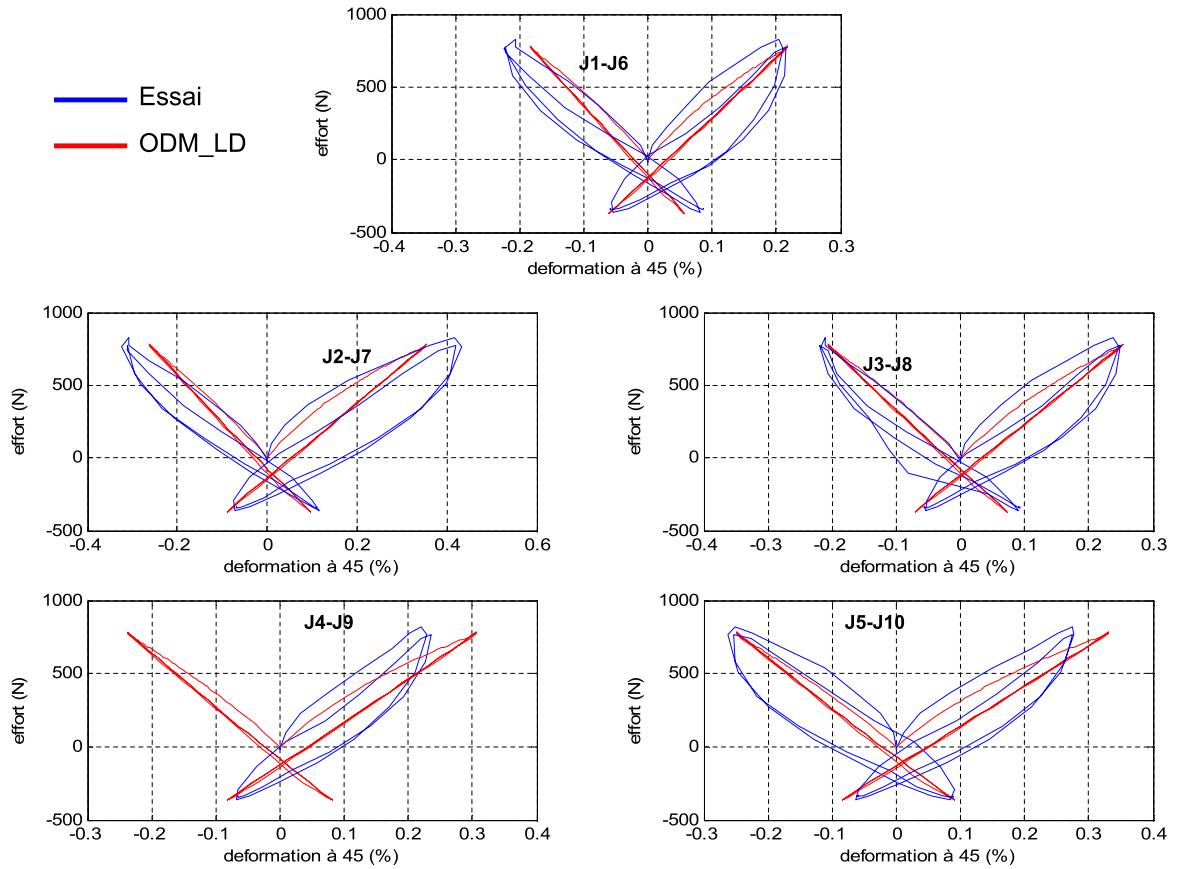


FIGURE 4.4 – Comparaison des courbes force/déformation expérimentales et simulées avec le modèle ODM_LD pour l'essai de torsion sur plaque trouée en A500.

Cet essai de torsion alternée induit un cisaillement important au sein de la plaque. Les modes d'endommagement d_4^m et d_5^m prenant en compte un couplage entre les déformations longitudinales (ou transversales) et le cisaillement plan se situent de part et d'autre de la structure (voir Figure 4.5). Les modes de dommage d_1^m et d_2^m sont plus locaux, ils se situent essentiellement dans le coin supérieur droit de l'éprouvette. Plus précisément, l'endommagement d_1^m est situé du côté de la plaque où le déplacement du vérin est imposé, d_2^m étant situé, lui, de l'autre côté.

Ne disposant pas de données expérimentales fiables pour établir les coefficients des critères de rupture hors-plan, la tenue structurale est évaluée uniquement dans le plan. La structure est considérée comme rompue lorsqu'en un point le seuil du critère de rupture est atteint. La Figure 4.6 présente une visualisation binaire (sain, rompu) du critère de la contrainte maximale et du multicritère de rupture Onera à l'issue de la phase de chargement qui sollicite le plus la pièce (déplacement du vérin de 10 mm). Avec le critère de la contrainte maximale, la zone rompue est très étendue (presque toute la pièce) tandis qu'avec le multicritère Onera, la zone rompue est très localisée. Ce dernier résultat est plus en accord avec les observations expérimentales. En effet, cet essai de torsion alternée n'a pas conduit à la ruine de la pièce.

Cet essai a ainsi permis de montrer l'intérêt d'utiliser le modèle ODM_LD couplé au multicritère de rupture Onera pour éviter la sous estimation induite par une approche classique de type comportement linéaire et critère de la contrainte maximale.

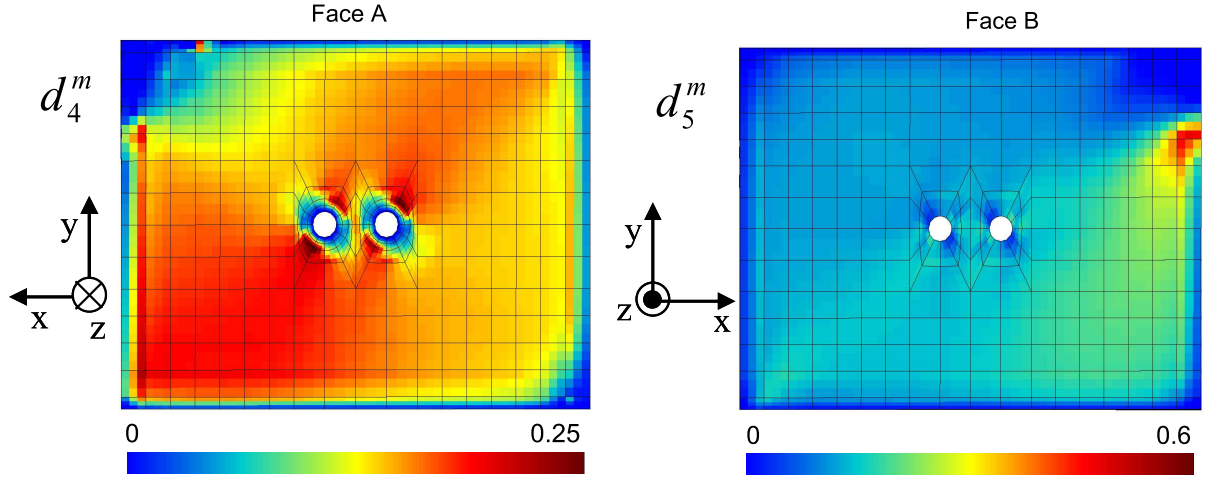


FIGURE 4.5 – Visualisation des endommagements d_4^m et d_5^m induits par l'essai de torsion alternée sur plaque trouée en A500.

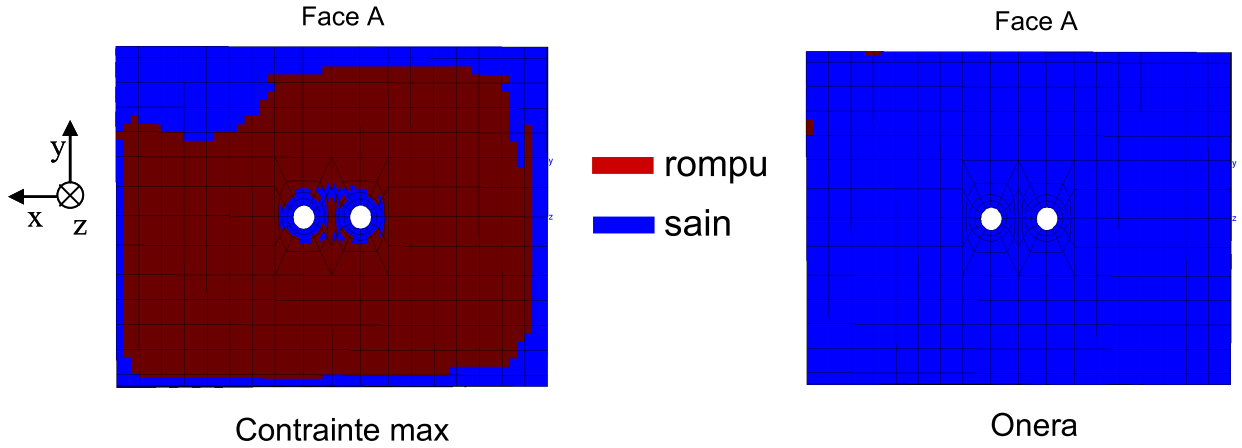


FIGURE 4.6 – Évaluation de la tenue de la structure pour l'essai de torsion alternée sur plaque trouée en A500 : à gauche critère de la contrainte maximale ; à droite critère Onera.

4.1.2 Simulation de l'essai sur plaque trouée en A500 sollicitée en flexion/torsion

Cet essai consiste à appliquer à température ambiante une pression incrémentale sur une plaque en porte-à-faux de manière à générer des sollicitations combinées de flexion et de torsion. La pièce générique est équipée de trois capteurs LVDT et de dix jauges de déformation. La Figure 4.7 présente la configuration et le plan d'instrumentation retenus pour cet essai.

Le maillage de la plaque est identique à celui utilisé dans l'étude précédente. Les appuis ont été modélisés par des rouleaux considérés comme infiniment rigides. Chaque rouleau est constitué d'éléments linéaires prismatiques. La loi de frottement définie au niveau de la zone de contact entre la plaque et les rouleaux est la loi de frottement de Coulomb (1785). Le coefficient de frottement est de 0,2. Le choix du coefficient de frottement correspond à la valeur spécifiée dans le dossier de calcul fourni par SPS. Afin de bloquer les modes rigides, la translation suivant x est bloquée en deux noeuds, la translation suivant y est bloquée en un noeud. Une pression de 0,13 bar est appliquée de façon uniforme sur toute la face de l'éprouvette suivie d'une décharge. Le maillage et les conditions aux limites retenus pour simuler l'essai de flexion/torsion sont présentés à la Figure 4.8.

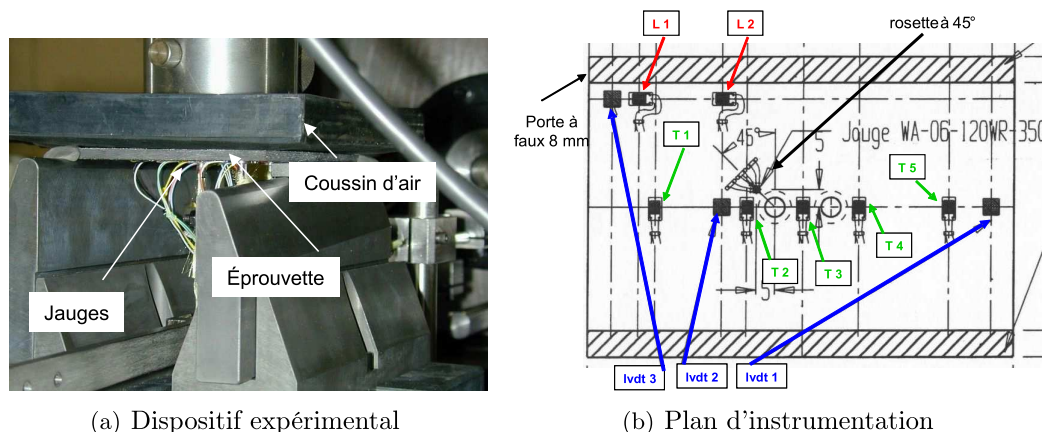


FIGURE 4.7 – Essai de flexion/torsion alternée sur plaque trouée en A500 : (a) configuration et (b) plan d'instrumentation.

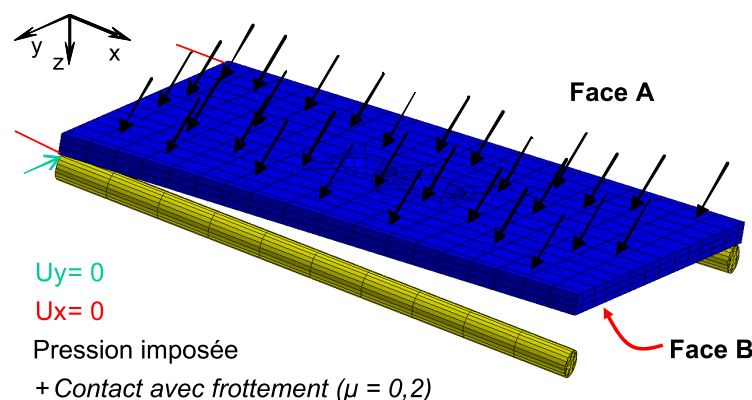


FIGURE 4.8 – Maillage et conditions aux limites de l'essai sur plaque trouée en A500 sollicitée en flexion/torsion.

La Figure 4.9 présente l'évolution du déplacement en trois points de la structure, en fonction de l'effort imposé. Mise à part l'information donnée par le premier capteur de déplacement, la phase de chargement est assez bien décrite par le modèle ODM_LD. En début de chargement la plaque se soulève légèrement, ce phénomène est amplifié par la simulation, ce qui explique l'écart observé sur le graphe de gauche présentant l'évolution du déplacement d'un point situé en amont de la plaque. Cet écart n'est donc pas à mettre au passif de loi de comportement et d'endommagement (ce phénomène est aussi observé avec une loi de comportement linéaire élastique) mais est plutôt dû en grande partie aux choix réalisés pour la modélisation de cet essai (la condition de pression uniforme n'est probablement pas tout à fait représentative de l'action du coussin d'air sur la plaque).

De plus, on observe aussi une légère instabilité numérique due au contact, plus visible sur le premier capteur du fait des faibles niveaux de déplacement.

Pour finir, la décharge ne peut pas se faire jusqu'à une pression totalement nulle, la plaque doit être faiblement chargée. En effet, pour une faible pression, la plaque est très peu en contact avec les rouleaux, plusieurs solutions d'équilibre sont alors possibles (problème mal défini).

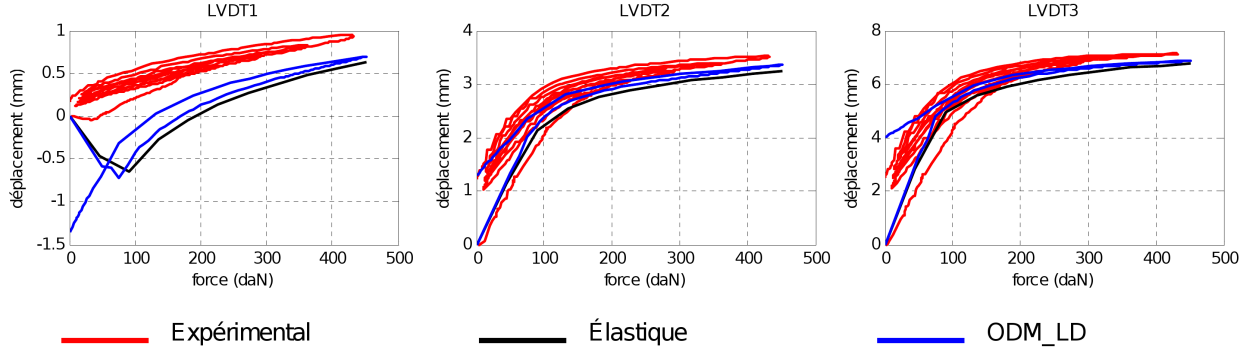


FIGURE 4.9 – Comparaison des courbes force/déplacement expérimentales et simulées pour l'essai sur plaque trouée en A500 sollicitée en flexion/torsion.

Les Figures 4.10 et 4.11 présentent la comparaison entre les informations locales obtenues par la simulation et celles mesurées expérimentalement. De même que précédemment, les champs de déformations ont été post-traités en tenant compte de la taille des jauges. Les simulations faites avec ODM_LD permettent de reproduire de manière qualitative les réponses obtenues par les différentes jauges. L'incapacité du modèle à décrire le phénomène dissipatif lié aux frottements des lèvres des fissures explique en partie l'écart au niveau des déformations permanentes observées lors des décharges. De plus, nous obtenons un écart entre la pente initiale mesurée expérimentalement et la simulation pour les jauges situées en bord des trous (la rosette, les jauges T2, T3 et T4). Cette différence peut s'expliquer par la présence d'un endommagement initial en bord des trous, provoqué par l'usinage de la pièce.

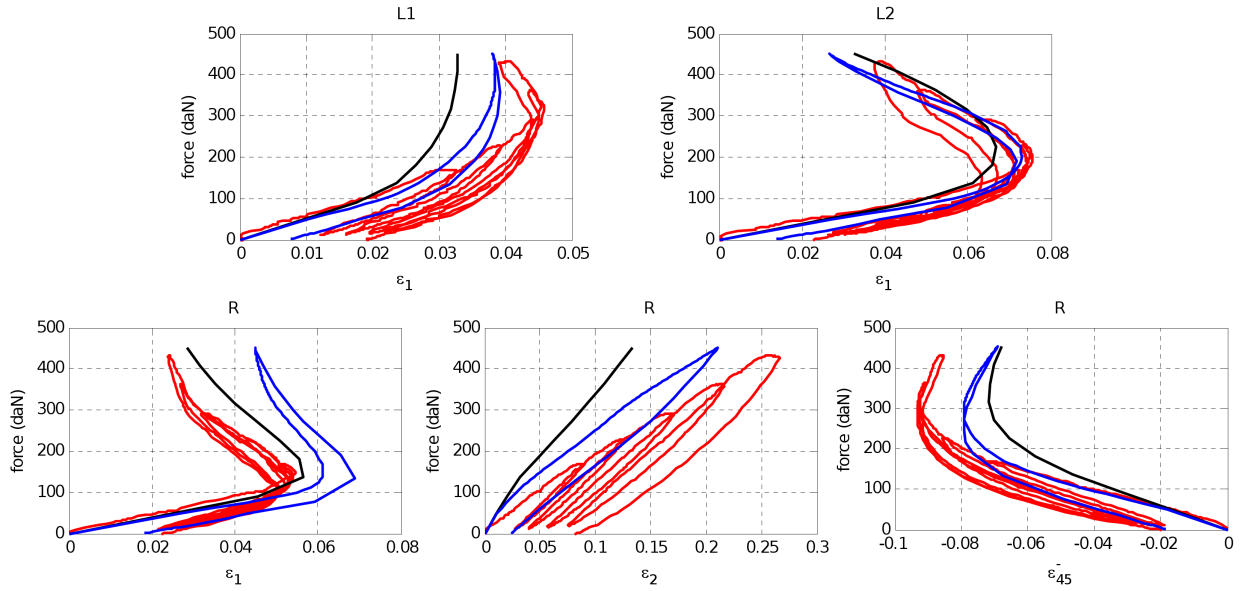


FIGURE 4.10 – Comparaison des courbes force/déformation expérimentales et simulées pour l'essai sur plaque trouée en A500 sollicitée en flexion/torsion (jauges longitudinales et rosette).

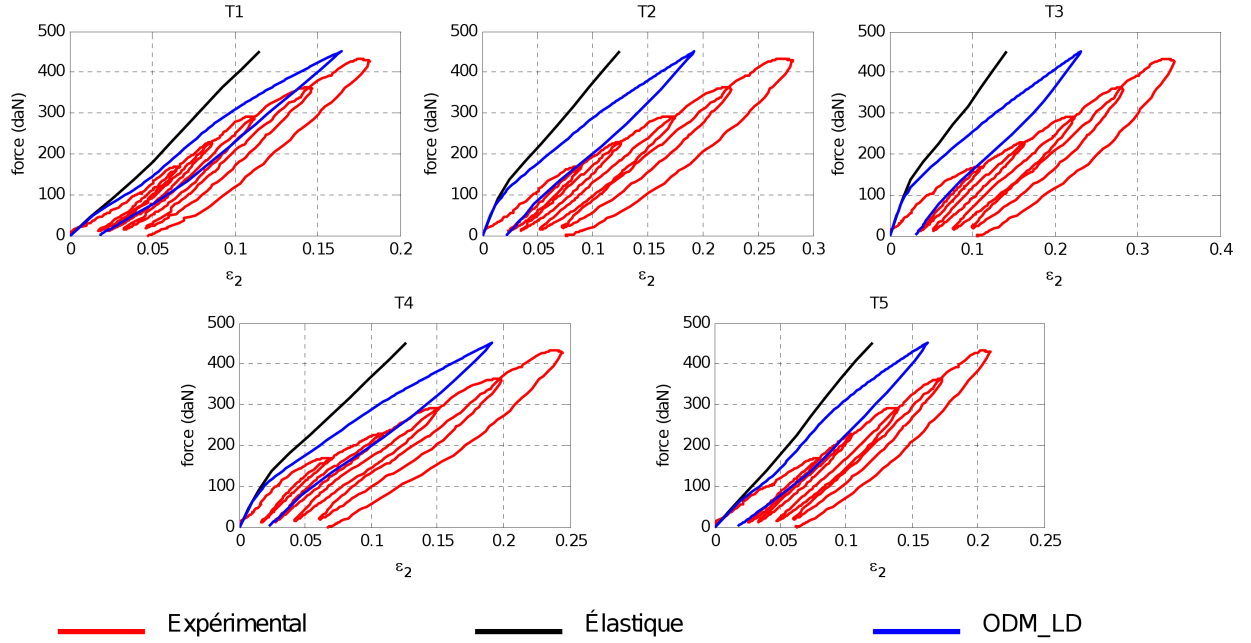


FIGURE 4.11 – Comparaison des courbes forces/déformation expérimentales et simulées pour l'essai sur plaque trouée en A500 sollicitée en flexion/torsion (jauges transversales).

La repartition des modes d'endommagement activés par cette sollicitation est présentée à la Figure 4.12 . L'endommagement d_2^m , induit par la flexion de l'éprouvette, est maximal en bord des trous. Les modes d'endommagement d_4^m et d_5^m liés au cisaillement sont situés de part et d'autre de la plaque, d_4^m est essentiellement localisé en bord de trou et au dessus des appuis, d_5^m étant maximal essentiellement en bord de trou.

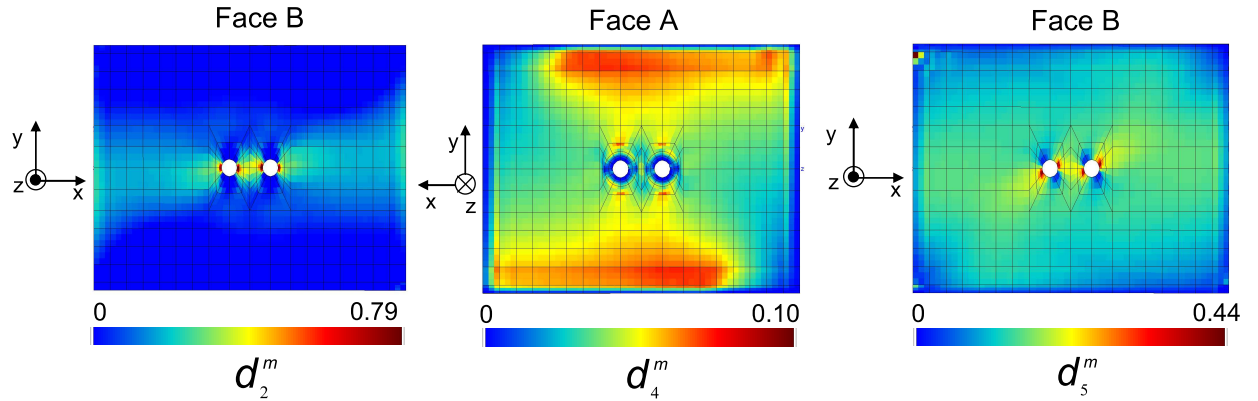


FIGURE 4.12 – Visualisation des endommagements d_2^m , d_4^m et d_5^m induits par l'essai de flexion/torsion sur plaque trouée en A500

4.2 Mise en oeuvre des modèles matériaux pour l'analyse de la tenue de structures composites tissées CMO

La base d'essais de caractérisation constituée par l'UTC a permis : (i) de mettre en évidence le comportement complexe du matériau CMO 3D multicouche interlock présentant un ratio chaîne/trame de 70/30 et (ii) d'identifier le modèle de comportement développé dans le cadre de ce travail (voir Sous-Section 4.3.1). Afin de compléter cette base, il est apparu nécessaire de développer un essai conduisant à des modes de sollicitation plus complexes. Pour définir cet essai, les besoins de la modélisation ont été pris en compte par l'UTC. Il a été notamment mis en évidence la nécessité de mieux caractériser le comportement visqueux du matériau. Pour cela, un essai original de torsion sur barreau prismatique à section rectangulaire a été simulé. C'est un essai uniaxial engendrant des contraintes multiaxiales (cisaillements inter et intra-laminaires), avec un fort gradient de contrainte [Lekhnitskii 63]. Afin d'exacerber le comportement visqueux, l'éprouvette est soumise à une torsion cyclique avec paliers de maintien en angle de torsion.

L'éprouvette soumise à un moment de torsion a une longueur d'environ 200 mm. Le rapport entre la largeur et l'épaisseur de la plaque, $\frac{l}{e}$, est égal à 7. Des talons biseautés en fibre de verre ont été collés sur la plaque dans le but de diminuer la concentration de contrainte dans la zone de la plaque située près des mors. Ces talons sont visibles sur la Figure 4.13(a) présentant le dispositif expérimental de cet essai. En plus des mesures globales (couple, angle de rotation, déplacement de la traverse) fournies par la machine d'essai, trois jauges bidirectionnelles orientées à 45° par rapport aux axes du renforts ont été placées sur la plaque (voir Figure 4.13(b)). Les jauges positionnées en haut et en bas de la face avant de la plaque ont permis de quantifier localement la réponse de la structure en cisaillement plan. La jauge située sur la tranche de la plaque a permis de remonter à la réponse locale en cisaillement hors-plan.

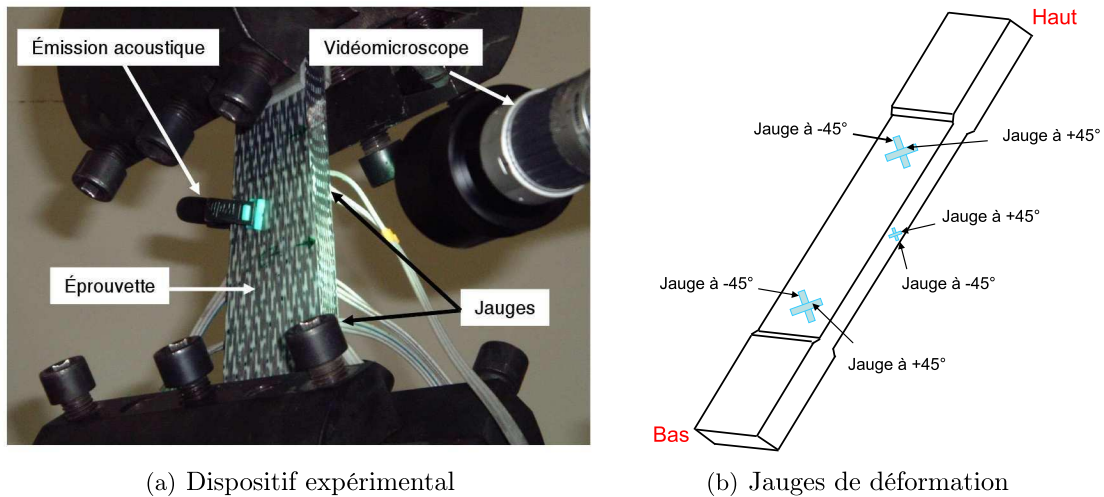


FIGURE 4.13 – Essai de torsion sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30 : (a) dispositif expérimental; (b) emplacement des jauges de déformation positionnées à 45°.

La Figure 4.14 présente le maillage et les conditions aux limites retenus pour simuler cet essai. La plaque et les talons ont été modélisés par des éléments volumiques quadratiques hexaédriques. Sur la face supérieure de l'éprouvette, nous avons imposé une rotation autour de l'axe x en laissant libre le déplacement U_x , ce qui permet de garantir que la fonction de gauchissement est non nulle sur cette face, conformément à la théorie (Principe de St Venant). Sur la face inférieure de l'éprouvette, la rotation est bloquée. De plus, pour éviter les mouvements de corps rigide, le déplacement U_x du noeud au centre de la face est nul. Les résultats expérimentaux ont montré que les éprouvettes testées ont été soumises à des angles de rotation importants sans que cela n'entraîne la ruine de la structure (plus de 50°). C'est la raison pour laquelle les simulations ont été faites sous les hypothèses des grands déplacements, en réactualisant la géométrie et l'orientation des propriétés matériaux à l'intérieur des éléments à chaque incrément.

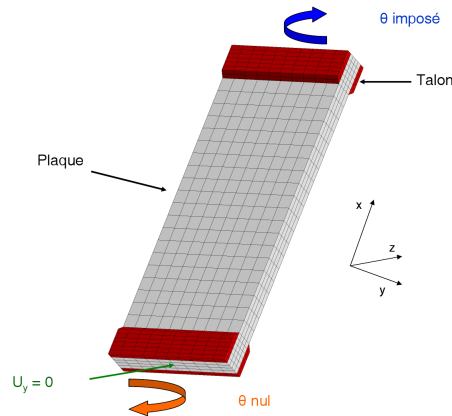


FIGURE 4.14 – Maillage et conditions aux limites associés à l'essai de torsion sur barreau à section rectangulaire.

Qu'est-ce que le gauchissement ?

Le gauchissement correspond à l'ondulation d'une section d'un barreau sollicité en torsion. Pour un cylindre, le gauchissement est nul. Par contre, pour tout autre type de section, le déplacement dans une troisième direction est non nul. Ce propos est illustré par la simulation d'une torsion sur un cube en acier ayant un module d'Young de 200 GPa et un coefficient de poisson de 0,3. La Figure 4.15(a) présente la déformée d'un cube soumis à une torsion. Vues du dessus les sections gardent la même forme et subissent bien une rotation Figure 4.15(b). De plus, les sections du cube ne restent pas planes.

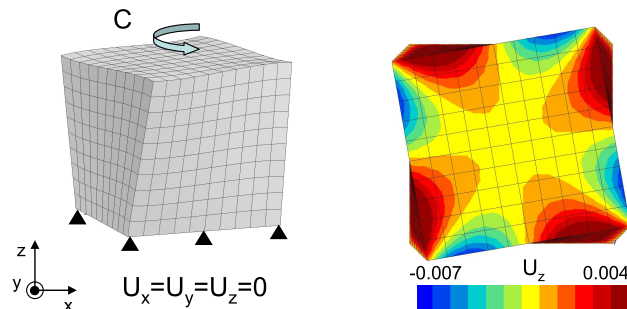


FIGURE 4.15 – Illustration du gauchissement lors de la torsion d'un cube : (a) déformée (b) vue du dessus.

Dans le but de voir l'influence des différentes sources de non-linéarité introduites dans la modélisation, différentes simulations ont été effectuées. La première simulation a été faite en considérant que le matériau à un comportement linéaire élastique. Pour la deuxième simulation, nous avons considéré que le matériau présentait un comportement élastique endommageable avec déformations résiduelles. Pour finir dans la dernière simulation, nous avons pris en compte le comportement visqueux de la matrice.

Dans le cas linéaire élastique, le résultat de la simulation est en accord avec la simulation jusqu'à un angle correspondant à 20% de l'angle de rotation final. Pour des angles importants de rotation, une non linéarité de la réponse macroscopique de la modélisation est observée. La courbe $C=f(\theta)$ présente un "raidissement" plus important que la réponse expérimentale. Cette non linéarité est due aux effets combinés de l'anisotropie du matériau et de la géométrie de la section. Afin de vérifier cette hypothèse, une étude annexe a été entreprise.

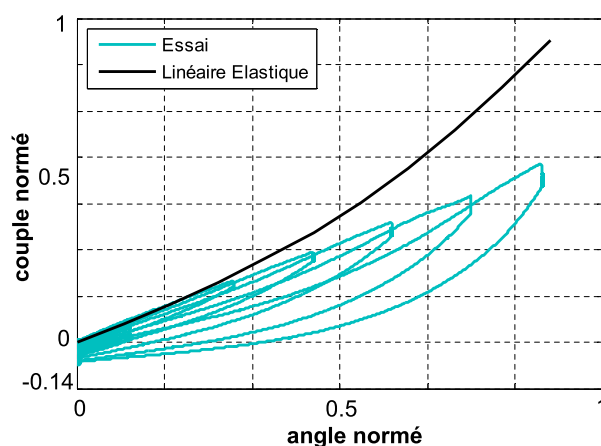


FIGURE 4.16 – Confrontation simulation/expérience pour l'essai de torsion sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30 - cas linéaire élastique

Influence sur la réponse de la structure du lien entre symétrie matérielle et géométrie :

Trois matériaux présentant une symétrie matérielle différente (isotrope, isotrope transverse et orthotrope) ainsi que deux configurations géométriques (barreau à section circulaire et barreau à section rectangulaire) ont été considérés. Il est à noter que la géométrie des éprouvettes a été déterminée de manière à avoir un moment d'inertie du même ordre de grandeur. Les résultats des simulations sont présentés à la Figure 4.17. Premièrement, dans le cas d'un barreau à section circulaire, la réponse macroscopique est linéaire indépendamment de la symétrie matérielle. Deuxièmement, dans le cas d'une torsion sur barreau à section rectangulaire avec un matériau isotrope, la réponse macroscopique reste linéaire. Enfin, plus le matériau est orienté, plus le raidissement est important. Ce raidissement est vraisemblablement dû à la réorientation des fibres dans l'axe de sollicitation au cours du chargement.

La prise en compte de l'endommagement induit une perte de rigidité globale de la structure de l'ordre de 10% par rapport au calcul linéaire élastique mais ne permet pas de rendre compte de la souplesse constatée sur la réponse expérimentale (voir Figure 4.18).

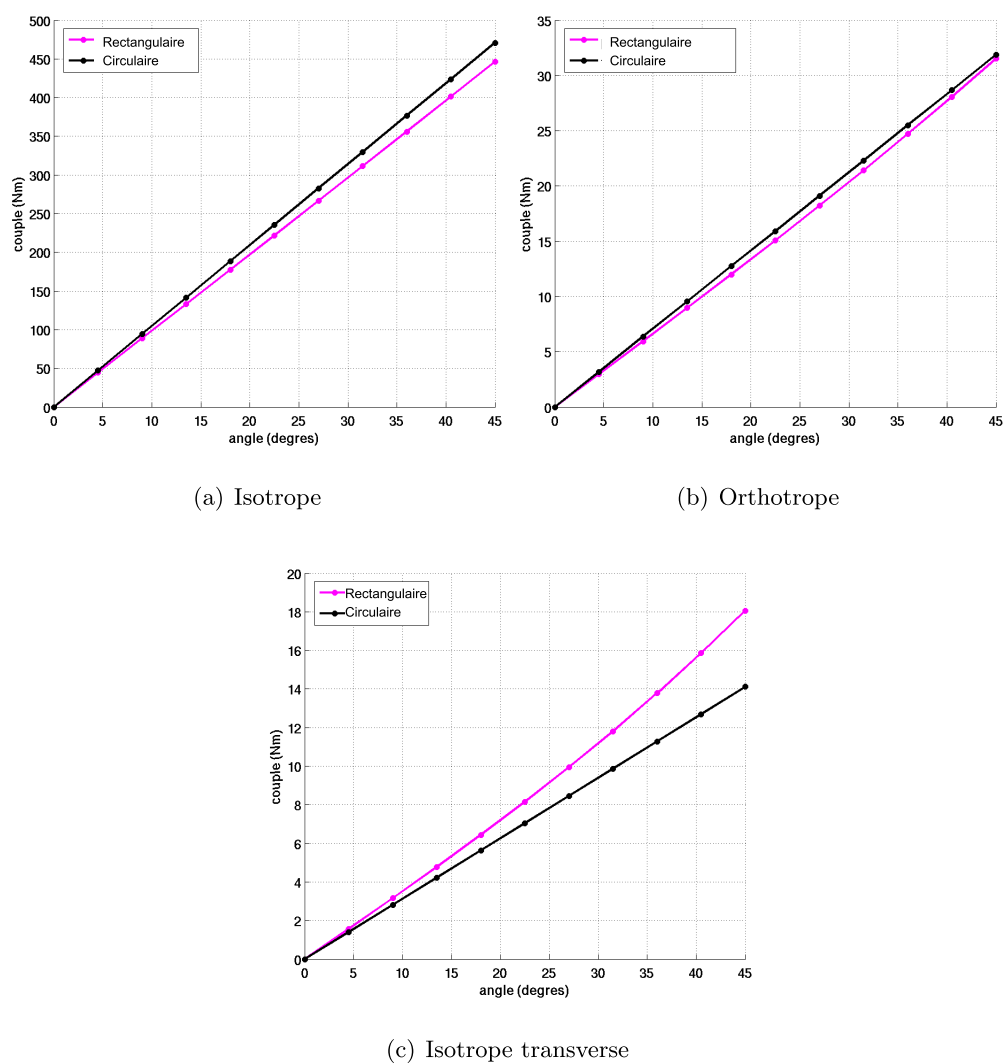


FIGURE 4.17 – Réponses couple/angle : lien entre symétrie matérielle et géométrie de l'éprouvette sollicitée en torsion.

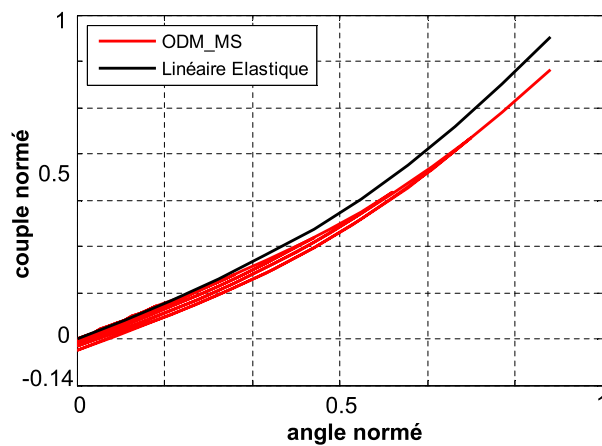


FIGURE 4.18 – Confrontation simulation/expérience pour l'essai de torsion sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30 - cas élastique endommageable.

En prenant en compte le comportement visqueux du matériau, il nous a été possible de retranscrire de manière satisfaisante le comportement dépendant du temps (voir Figure 4.19). Les montées en charge ainsi que les cycles de décharge sont bien décrits. L'essai de torsion sollicitant fortement la matrice en cisaillement, exacerbe donc l'effet du comportement visqueux de la matrice sur le comportement du matériau, ce qui explique la bonne adéquation entre modélisation et expérience.

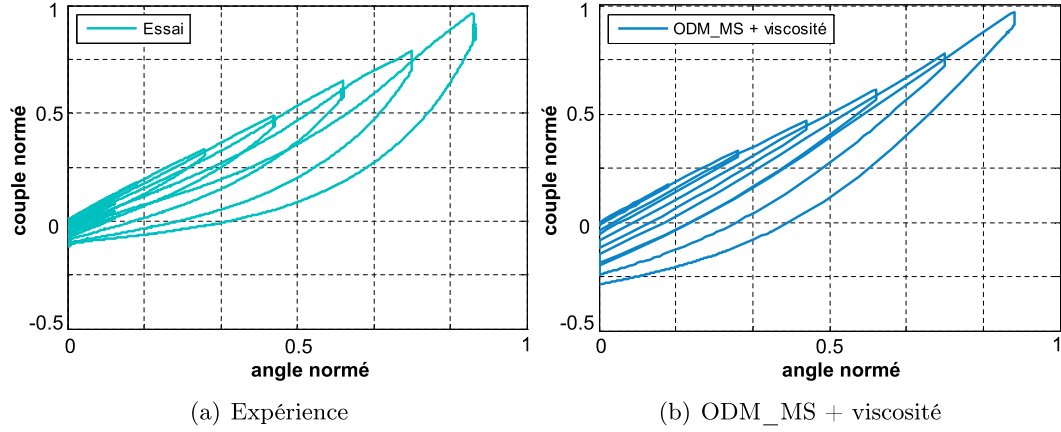


FIGURE 4.19 – Confrontation simulation/expérience pour l'essai de torsion sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30 - cas viscoélastique endommageable.

Le comportement local à 45° est confronté à la mesure expérimentale (voir Figure 4.20 à 4.22). Il est à noter que certains signaux de jauges ont été perdus en cours d'essai, c'est la raison pour laquelle la valeur du couple expérimentale et du couple issue du calcul diffèrent. Pour des questions de lisibilité, seule l'enveloppe de la réponse expérimentale ou simulée a été représentée. Les résultats sont en bon accord avec l'expérience pour les jauges situées sur la face avant de l'éprouvette. De plus, cette comparaison essai/calcul justifie l'hypothèse faite, faute d'information supplémentaire, de considéré le comportement en cisaillement hors-plan équivalent au comportement en cisaillement plan. Tout du moins ce constat est valable 50% de la déformation maximale mesurée. Au-delà, les réponses ne correspondent pas. La forte non-linéarité observée expérimentalement s'explique par le fait que le matériau s'endommage beaucoup plus rapidement en cisaillement hors-plan.

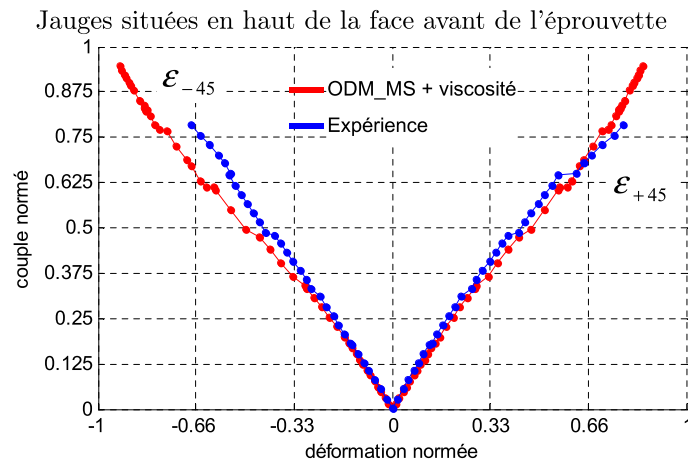


FIGURE 4.20 – Comparaison des courbes couple/déformations expérimentales et simulées pour l'essai de torsion sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30 - cas viscoélastique endommageable.

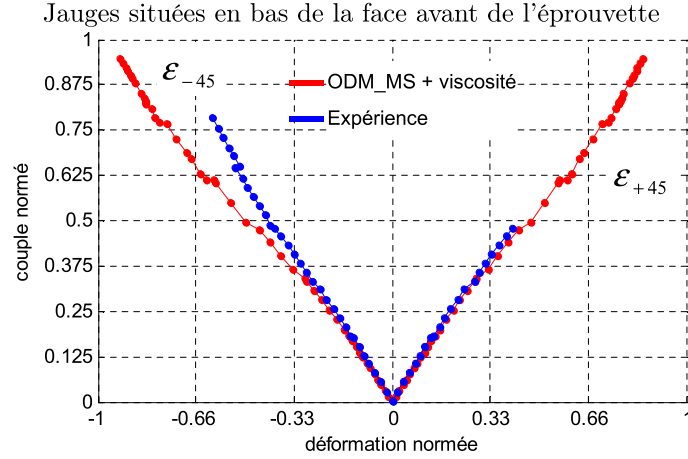


FIGURE 4.21 – Comparaison des courbes couple/déformations expérimentales et simulées pour l'essai de torsion sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30 - cas viscoélastique endommageable.

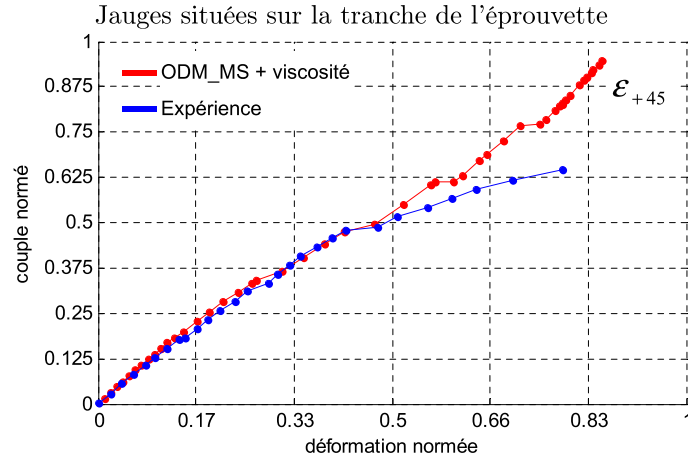


FIGURE 4.22 – Comparaison des courbes couple/déformations expérimentales et simulées pour l'essai de torsion sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30 - cas viscoélastique endommageable.

La sollicitation de torsion active les modes d'endommagement matriciel d_1^m et d_2^m dans la plaque (voir Figure 4.23). On constate que le mode d'endommagement d_2^m est plus important que le mode d'endommagement d_1^m (ratio chaîne trame de 70/30).

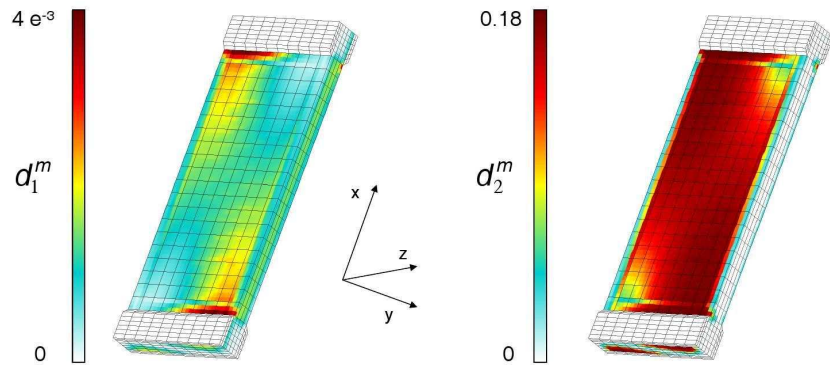


FIGURE 4.23 – Visualisation de l'endommagement induit par la torsion cyclique sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30.

4.3 Limites de la démarche "classique de dimensionnement"

Nous avons montré dans la partie précédente que la démarche basée sur l'utilisation d'une loi de comportement endommageable couplée à un critère de rupture appliqué en post-traitement du calcul permet de prévoir de façon correcte (i) le comportement global et local de la structure, (ii) les zones endommagées et (iii) le chargement correspondant au début de la rupture. Toutefois, la démarche n'est pas complètement satisfaisante pour prévoir de façon robuste le comportement jusqu'à rupture de structures dans le cas de sollicitations conduisant à des champs de contraintes localement non homogènes. Pour illustrer ce point, nous nous intéresserons à un essai de flexion 4-points (conduisant à un champ hétérogène dans l'épaisseur de l'éprouvette) et à un essai de dépliage sur pièce CMC (pour lequel les méconnaissances et les incertitudes peuvent être importantes).

4.3.1 Essai de flexion 4-points : nécessité de la prise en compte de la transition endommagement/rupture

Quatre essais de flexion 4-points dans le sens trame de l'interlock élaboré par Snecma ont été réalisés par l'UTC. Le Tableau 4.2 récapitule les dimensions algébriques¹ des éprouvettes de flexion 4-points testées. L est la longueur entre les appuis inférieurs de l'éprouvette, a est la distance entre les appuis supérieurs ($a = \frac{L}{3}$), l la largeur de l'éprouvette et h la hauteur de l'éprouvette. Les éprouvettes ont la même largeur l_1 et la même hauteur h_1 . Le rapport de longueur L_1/L_2 entre les deux types d'éprouvettes est de 1,25.

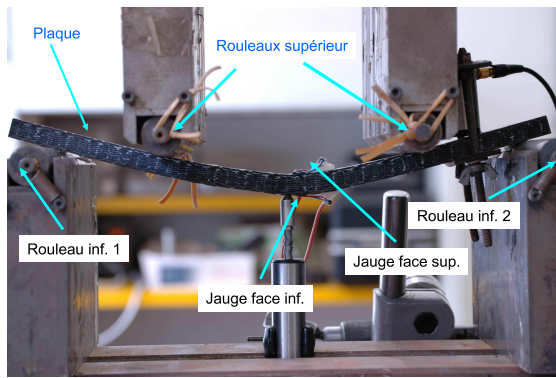
Numéros des essais	L	a	l	h
1 et 3	L_1	a_1	l_1	h_1
2 et 4	$L_2 = 1,25L_1$	a_2	l_1	h_1

TABLE 4.2 – Dimensions des éprouvettes de flexion 4-points sollicitées dans le sens trame (CMO tissé 3D ratio 70/30).

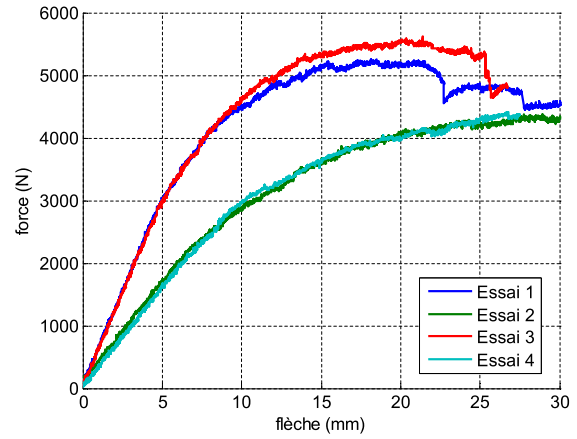
La Figure 4.24(a) présente la configuration de l'essai de flexion 4 points dans le sens trame. Deux jauges ont été disposées sur la peau en traction ainsi que sur la peau en compression de l'éprouvette. Ces jauges permettent, en plus des informations globales que sont la force et la flèche (fournies par le capteur LVDT), d'avoir des informations locales utiles pour la confrontation calcul/expérience. Les résultats issus de l'expérience, présentés à la Figure 4.24(b), démontrent une assez bonne répétabilité de l'essai pour les deux configurations géométriques testées.

Par la suite, nous avons choisi de simuler l'essai de flexion 4 points pour la première configuration géométrique. En s'appuyant sur la symétrie du problème, seul un quart de l'éprouvette est représenté. Les propriétés mécaniques des rouleaux sont celles de l'acier (module d'Young $E = 200$ GPa, coefficient de poisson $\nu = 0,3$).

1. Pour des raisons de confidentialité, on ne fait pas mention des valeurs des dimensions de l'éprouvette.



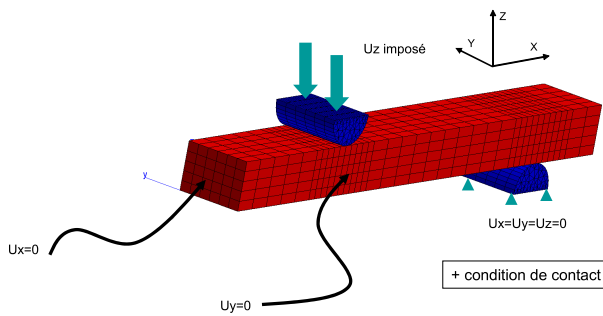
(a) Dispositif expérimentale



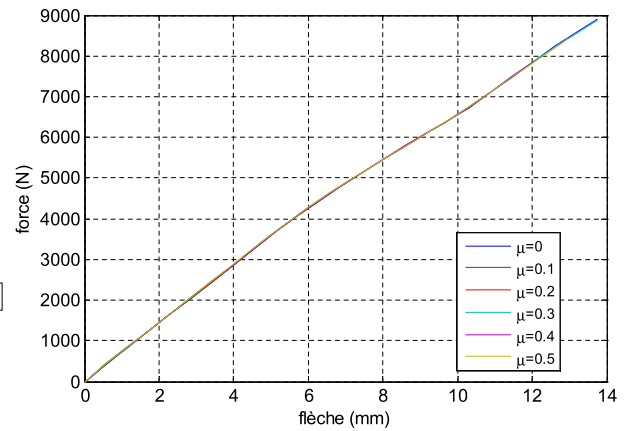
(b) Réponses expérimentales

FIGURE 4.24 – Essai de flexion 4-points dans le sens trame (CMO tissé 3D ratio 70/30) : (a) dispositif expérimental et (b) courbes force/déplacement expérimentales.

Dans le but de déterminer la valeur du coefficient de frottement (μ) de loi de Coulomb, nous avons effectué plusieurs simulations en faisant varier celui-ci entre 0 et 0,5. Les résultats des simulations ont montré que dans notre cas, le coefficient de frottement n'a pas d'influence sur la réponse de la structure (voir Figure 4.25(b)). Dans les calculs présentés par la suite, le coefficient de frottement est donc considéré comme étant nul.



(a) Maillage et conditions aux limites



(b) Influence du coefficient de frottement μ

FIGURE 4.25 – Essai de flexion 4-points sens trame (CMO tissé 3D ratio 70/30) : (a) maillage et conditions aux limites associés à l'essai de flexion 4 points et (b) influence du coefficient de frottement μ sur la réponse force/déplacement obtenue par simulation avec le modèle ODM_MS.

La Figure 4.26(a) présente l'évolution de la force en fonction de la flèche, obtenue par les simulations et par l'expérience. On constate tout d'abord que quelle que soit la simulation, la pente initiale n'est pas en accord avec l'expérience. Cela peut s'expliquer par l'erreur qu'il y a sur le déplacement ou bien par la souplesse machine.

Le dommage matriciel induit par l'essai de flexion 4 points est essentiellement réparti au niveau de la peau inférieure de l'éprouvette sollicitée en traction dans le sens trame (voir Figure 4.26(b)).

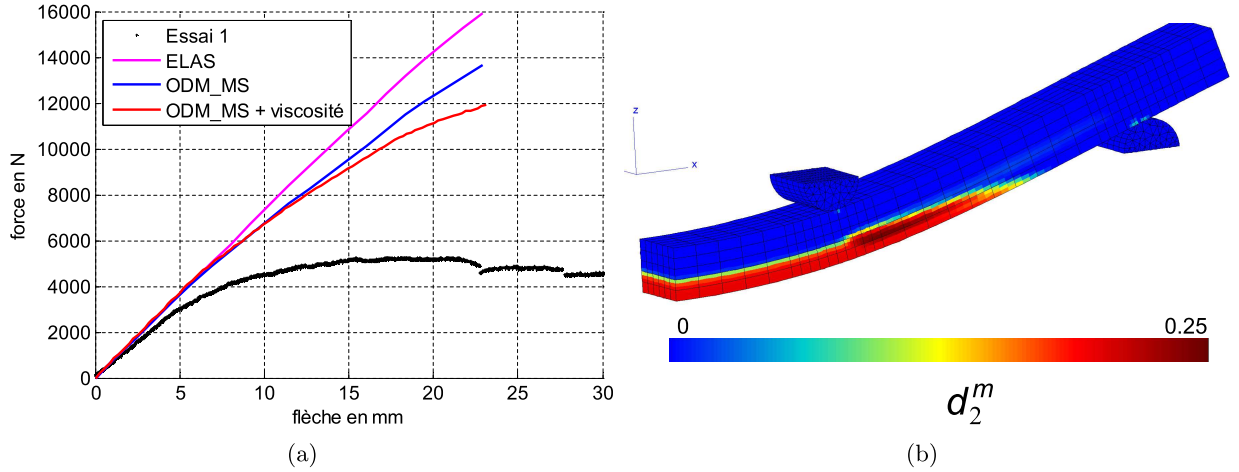


FIGURE 4.26 – (a) Comparaison calculs/expérience pour l'évolution de la force en fonction de la flèche et (b) Visualisation du dommage matriciel d_2^m induit par l'essai de flexion 4-points dans le sens trame (CMO tissé 3D ratio 70/30).

Au niveau local (voir Figure 4.27(a) et Figure 4.27(b)), lorsque l'on regarde l'évolution de la force en fonction des jauges de déformation, la pente initiale est la bonne. Ceci permet de donner une certaine confiance dans les valeurs des propriétés élastiques introduites dans la simulation numérique et en ce qui concerne la résolution de l'algorithme de contact. Mais au delà du comportement linéaire élastique, il n'est pas possible de retranscrire par le calcul le comportement fortement non-linéaire observé expérimentalement, même en introduisant toutes les sources de non-linéarité dans la modélisation par Éléments Finis (viscosité, endommagement matriciel).

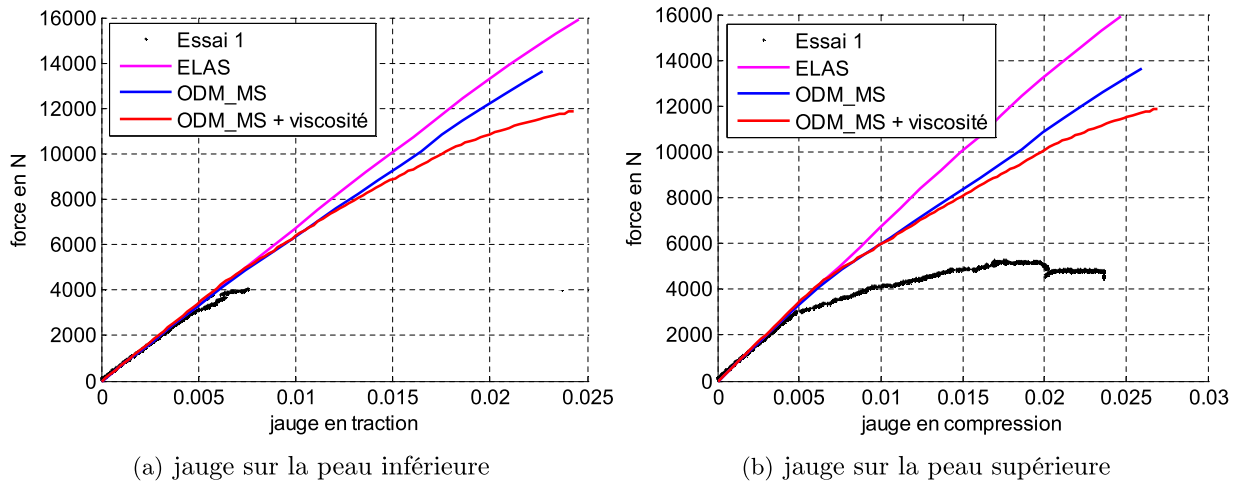


FIGURE 4.27 – Comparaison calcul/expérience de l'évolution de la force en fonction des jauges de déformation pour l'essai de flexion 4 points dans le sens trame (CMO tissé 3D ratio 70/30) : (a) jauge placée sur la peau inférieure (face en traction) ; (b) jauge placée sur la peau supérieure (face en compression).

L'analyse de la tenue de la structure est faite à partir de la simulation du calcul viscoélastique endommageable. En utilisant le critère de la contrainte maximale en post-traitement du calcul, on constate que l'amorce de la rupture se fait sous les rouleaux supérieurs pour une flèche de 3,6 mm (voir Figure 4.28 (a)). Le matériau a une tenue plus faible en compression qu'en traction (voir Sous section), la peau en compression commence à rompre pour une flèche de l'ordre de 4,1 mm (voir Figure 4.28 (b)). Pour une flèche de 11,5 mm, la peau en traction commence à rompre alors

que la zone rompue associée au mode de ruine en compression est plus importante (voir Figure 4.28(c)). A la fin du chargement, la zone rompue associée à un mode de ruine en compression est plus importante que la zone de rompu associée au mode de ruine en traction (voir Figure 4.28(d)).

L'inconvénient de cette méthode d'analyse c'est qu'au-delà de l'apparition des premières ruptures, la redistribution du champ de contrainte due à l'amorce de la ruine de l'éprouvette n'est pas prise en compte. La simulation utilisée pour déterminer les zones rompues n'a alors plus de sens physique.

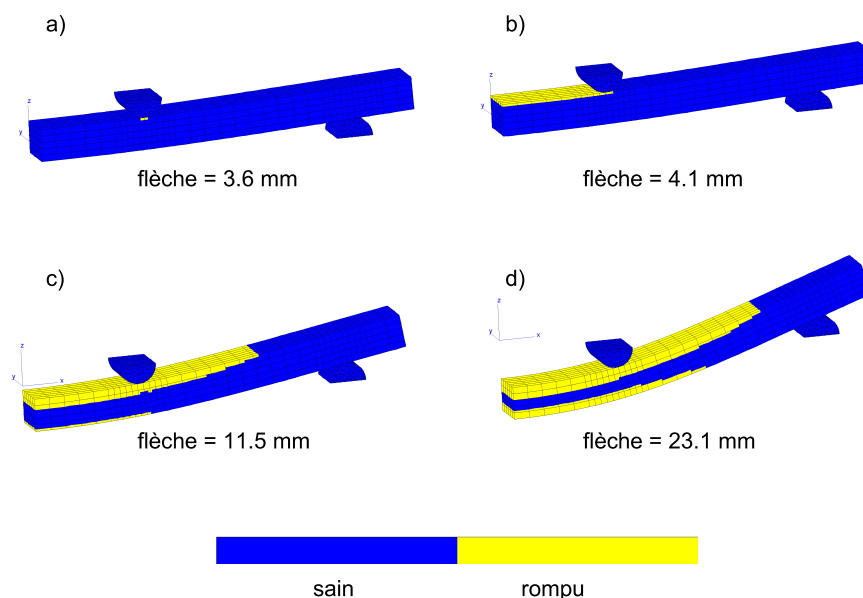


FIGURE 4.28 — Visualisation de l'évolution des zones rompues (critère de la contrainte maximale) en fonction de la flèche pour l'essai de flexion 4 points dans le sens trame (CMO tissé 3D ratio 70/30).

Cet essai nous a donc permis de mettre en évidence les limites de la démarche de dimensionnement classique utilisant un critère de rupture macroscopique en post-traitement d'une simulation Éléments Finis. Les conclusions obtenues par cette démarche sont erronées car le modèle utilisé ne retranscrit pas la physique observée.

La non linéarité observée expérimentalement est due à la rupture des torons de fibre induite par le chargement. Il s'avère donc nécessaire de prendre en compte les effets de la rupture progressive de ces fibres sur la non linéarité de la réponse afin de décrire correctement le comportement jusqu'à rupture de la structure.

4.3.2 Essai de dépliage d'une cornière CMC : influence des incertitudes et des méconnaissances

Présentation de l'essai

La pièce générique dite cornière permet de solliciter le matériau dans un mode hors-plan. Cette éprouvette technologique a pour objet de simuler l'effet des efforts de pression dus à l'écoulement primaire sur le comportement d'un bras PC (Post Combustion) au voisinage de l'accrochage sur le carter métallique. L'éprouvette est encastree à sa base et les différentes pièces (cornière, support, contre-plaque) sont maintenues solidaires par des vis de fixation. Le déplacement du vérin entraîne le dépliage de la cornière. Ce déplacement est appliqué uniformément sur la largeur de l'éprouvette. La Figure 4.29 présente le maillage retenu pour cette étude ainsi que l'orientation du composite dans la cornière. Le maillage est composé d'éléments linéaires (dans les bras) et quadratiques (situés dans le congé de raccordement de la cornière).

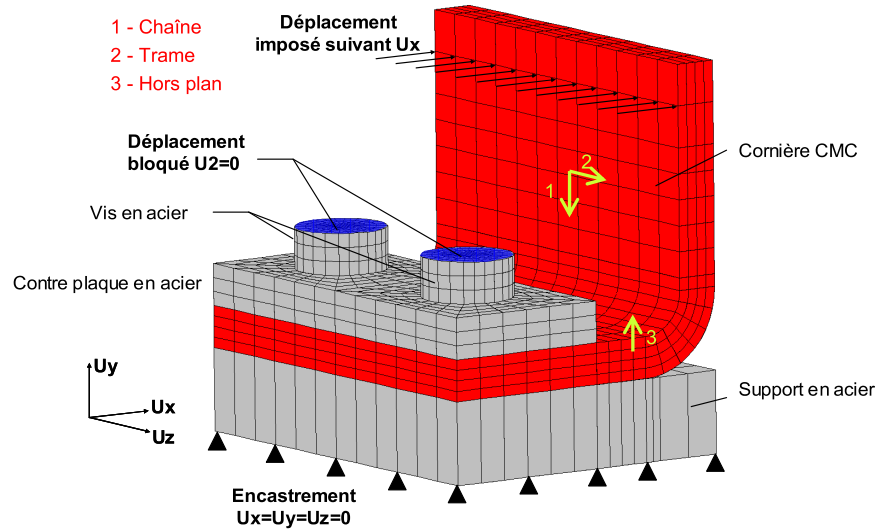


FIGURE 4.29 – Maillage et conditions aux limites de l'essai de dépliage de cornière en A500.

Résultats du calcul déterministe

Sur la Figure 4.30 (a), on observe que (i) la peau inférieure est en traction et (ii) la peau supérieure est en compression. De plus, une dissymétrie apparaît entre la réponse en traction et la réponse en compression, due à l'apparition de l'endommagement d_1^m dans le congé de raccordement de la cornière (voir Figure 4.30 (b)).

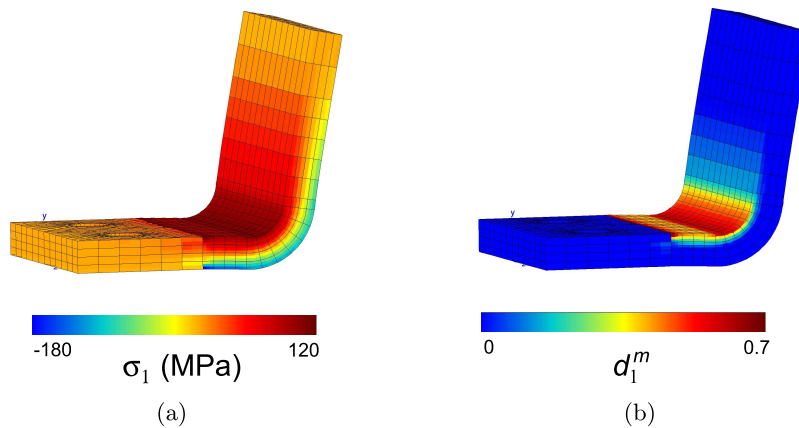


FIGURE 4.30 – Simulation de l'essai de dépliage de la cornière en A500 avec le modèle ODM_LD : (a) visualisation de la contrainte σ_1 et (b) visualisation de l'endommagement d_1^m .

La Figure 4.31 présente une comparaison essai/calcul de l'évolution de la force en fonction du déplacement. La courbe expérimentale présente un comportement original avec une non reprise de charge très tôt par rapport au chargement total imposé. Dans ce qui suit, on s'intéresse aux premières non-linéarités conduisant au pic de chargement. La comparaison entre le calcul linéaire élastique et le calcul élastique endommageable a permis de mettre en évidence que le comportement global de la structure devient non-linéaire pour un déplacement d'environ $0,02 U/U_{max}$. Cette non linéarité est due à l'effet du dommage sur le comportement de la cornière. Par contre, pour un déplacement de $0,05 U/U_{max}$, la réponse fournie par le calcul élastique endommageable est plus de trois fois supérieure au résultat expérimental.

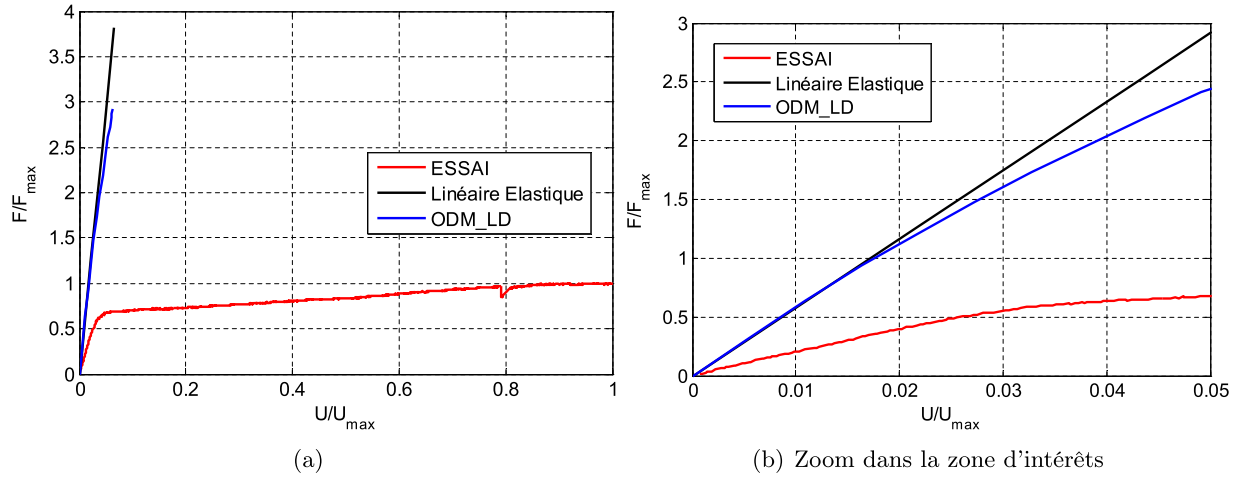


FIGURE 4.31 – Confrontation calcul/expérience pour l'évolution de la force en fonction du déplacement pour l'essai de dépliage sur cornière en A500.

Étude d'influence des sources d'incertitudes et des méconnaissances

Les sources d'incertitudes ou de méconnaissances pouvant expliquer cet écart entre la simulation et l'essai sont multiples. Un premier paramètre (*hypothèse 1*) que l'on peut considérer comme incertain est la géométrie (en particulier l'épaisseur de la cornière). D'un point de vue mécanique, la cornière étant en flexion, l'épaisseur a une influence forte sur la raideur (le moment quadratique dépend du cube de l'épaisseur). D'un point de vue physique, le seal-coat, couche externe de la matrice multiséquentée du matériau, a une faible rigidité. On peut donc considérer qu'il ne participe pas à la raideur globale de la structure. Or, ce revêtement a une épaisseur de quelques centaines de micron. En considérant en plus la tolérance lors de l'usinage de la cornière, des simulations ont été effectuées en prenant en compte une diminution de 20% de l'épaisseur nominale de la pièce générique. Nous obtenons certes une perte de rigidité, mais de manière insuffisante. La raideur initiale de la pièce obtenue par simulation étant 1,4 fois supérieure à celle observée expérimentalement (voir Figure 4.32(a)).

L'écart peut aussi être dû à la dispersion des propriétés mécaniques du matériau (*hypothèse 2*). En effet, les matériaux composites à matrice céramique présentent une dispersion de leurs caractéristiques mécaniques due au procédé de fabrication. Pour un même essai reproduit plusieurs fois dans des conditions identiques, on observe en général une fluctuation des résultats expérimentaux. A partir de ce constat, toujours dans un souci de diminuer la raideur de la pièce, nous avons abaissé les modules élastiques plans tout en gardant une épaisseur de cornière diminuée de 20%. Les modules d'Young longitudinal et transverse ont été diminués de 5% et le module de cisaillement de 20% (même si pour ce dernier l'influence sur la rigidité globale est négligeable puisque que la structure est très peu sollicitée en cisaillement dans le plan). Par rapport à la simulation précédente, la prise en compte de la dispersion matériau n'a pas permis d'obtenir une perte significative de raideur, celle-ci étant toujours 1,4 fois supérieure à la raideur observée expérimentalement (voir Figure 4.32(b)).

Du fait de la complexité des essais, il est difficile, voire impossible, de déterminer le comportement mécanique hors plan du matériau (*hypothèse 3*). Ce manque de données expérimentales se traduit par de la méconnaissance. Or, ce dernier point est non négligeable car l'essai de dépliage de cornière induit dans le congé de raccordement des contraintes hors plan au delà de l'admissible estimé du matériau (voir Figure 4.33).

La prise en compte de cette méconnaissance se fait par l'introduction d'une variation plus importante des propriétés élastiques hors-plan (-75%). Le niveau d'incertitude associé aux différents

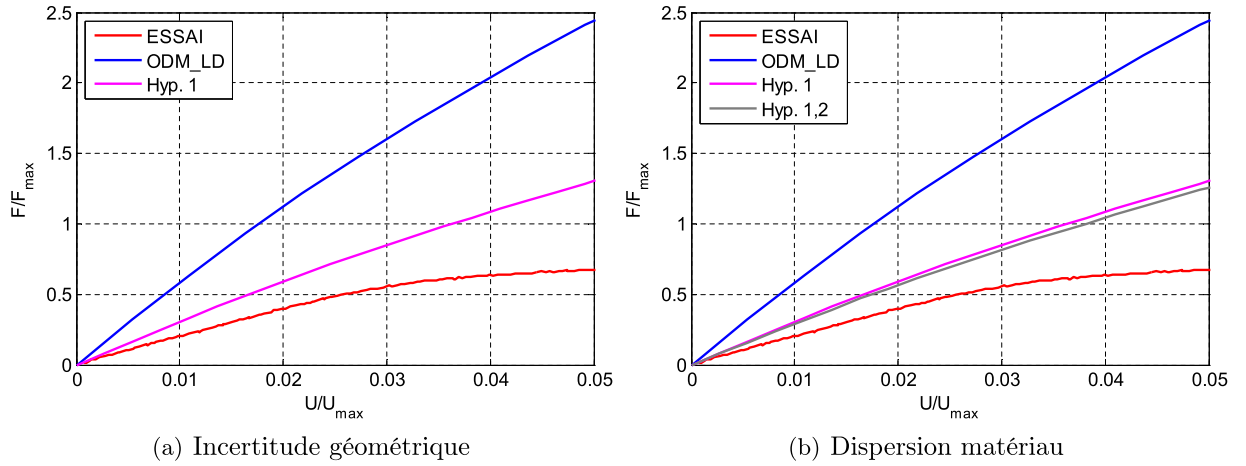


FIGURE 4.32 – Confrontation calculs/expérience pour l'évolution de la force en fonction du déplacement pour l'essai de dépliage sur cornière en A500 : (a) influence des incertitudes géométriques et (b) de la dispersion matériau.

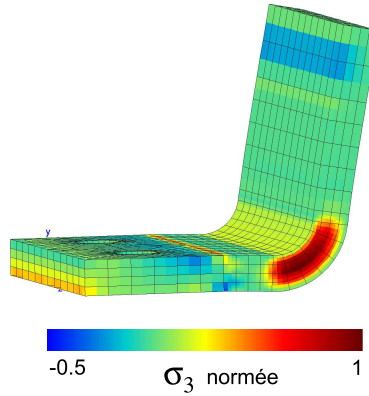


FIGURE 4.33 – Visualisation de la distribution de la contrainte σ_3 induite par le dépliage de la cornière.

paramètres incertains permet de reproduire la rigidité initiale observée au cours de l'essai (voir Figure 4.34(a)). Par contre la non-linéarité obtenue par le calcul est différente de celle de l'essai. La méconnaissance sur le comportement inclut aussi la cinétique d'endommagement et l'effet de l'endommagement hors-plan (*hypothèse 4*). Afin de décrire au mieux la non-linéarité observée, la cinétique de l'endommagement hors-plan a été ajustée afin de reproduire de façon satisfaisante les résultats expérimentaux (ce qui s'apparente à une méthode d'identification inverse). Avec les coefficients ainsi déterminés, il est possible de décrire le comportement (rigidité initiale) et la non linéarité globale liée à l'endommagement matriciel du matériau. Par contre, il n'est pas possible de retranscrire le plateau qui est dû à l'apparition de macro fissures inter-strates (voir Figure 4.34(b)).

Nous avons donc mené une première étude de sensibilité qui repose sur la connaissance que nous avons sur ce type de matériau et sur la configuration de l'essai. Cette analyse pourrait être approfondie en se focalisant essentiellement sur le comportement, l'endommagement et la rupture hors-plan puisque l'analyse des essais sollicitant le matériau principalement en mode plan nous a permis de valider le modèle ODM_LD pour ce type de sollicitations. Reste à définir une méthode pour déterminer le degré de validité des hypothèses effectuées. Cette méthode pourrait reposer sur le principe suivant : (i) se servir de l'essai sur la pièce générique pour caractériser le comportement hors-plan du matériau par méthode inverse, (ii) valider cette identification sur un autre essai sollicitant le matériau en hors-plan, tel qu'un essai sur éprouvette chapeau (voir Figure 4.35) et (iii) évaluer l'influence des incertitudes et des méconnaissances sur l'identification réalisée.

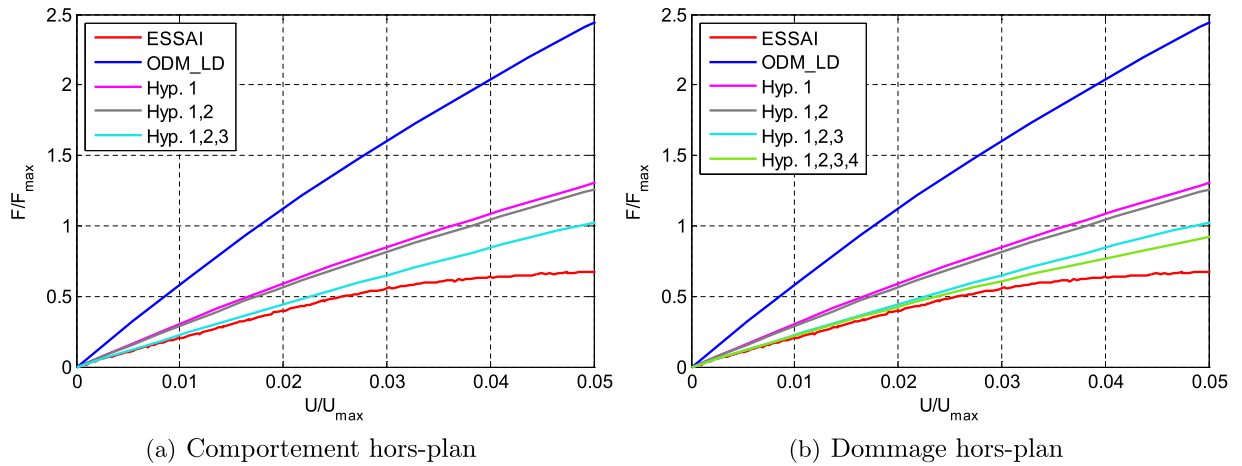


FIGURE 4.34 – Confrontation calculs/expérience pour l'évolution de la force en fonction du déplacement pour l'essai de dépliage sur cornière en A500 : (a) comportement hors-plan et (b) dommage hors-plan.

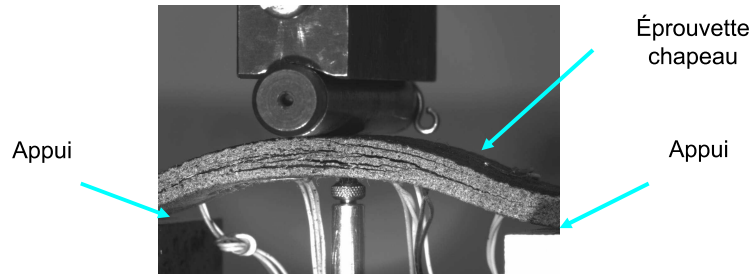


FIGURE 4.35 – Configuration de l'essai de flexion 3 points sur éprouvette chapeau en CMC.

4.4 Bilan

Par l'intermédiaire de simulations d'essais originaux sur des éprouvettes technologiques, nous avons mis en évidence les apports des modèles proposés pour prévoir le comportement non-linéaire des matériaux composites tissés. En effet, les résultats des simulations numériques sont en bon accord avec l'expérience pour les essais de torsion ou de flexion/torsion sur plaque CMC mais aussi pour l'essai de torsion sur plaque CMO. Les mécanismes inscrits dans les formulations développées permettent bien de décrire la perte de rigidité due à l'endommagement progressif du matériau ainsi que la non-linéarité due à la viscosité de la matrice.

La comparaison avec les essais de flexion 4-points ou de dépliage de cornière, nous a permis de démontrer qu'il était nécessaire de prendre en compte les effets de la rupture progressive du matériau sur la non-linéarité de la réponse afin de décrire le comportement jusqu'à rupture de la structure.

Une autre limite de la modélisation est liée aux incertitudes. En effet, les données expérimentales nécessaires à l'identification des modèles matériaux sont connues avec une confiance limitée du fait de la méconnaissance et de la dispersion matériaux.

L'amélioration des prévisions des simulations passe par l'intégration dans notre modélisation des mécanismes de ruine dus à la rupture des fils longitudinaux ou transverses et à la rupture hors-plan. De plus, pour augmenter la confiance dans la simulation il convient de prendre en compte les incertitudes. Ces points sont l'objet de la deuxième partie de ce mémoire.

Deuxième partie

Vers une démarche de dimensionnement robuste de structures composites tissées

Chapitre 5

De l'endommagement à la rupture progressive des structures composites tissées

L'objet de ce chapitre est de présenter les développements qui ont été effectués dans le but de décrire le comportement jusqu'à rupture des structures composites tissées en présence d'un gradient de contrainte. Pour cela, les effets sur le comportement de la rupture des torons de fibres dans les directions chaîne, trame et de la rupture hors-plan ont été introduits dans notre formulation par l'intermédiaire de nouvelles variables scalaires d'endommagement. Ces variables d'endommagement "fibre" reproduisent la cinétique rapide de ces modes de ruine ainsi que leur effet important sur le comportement (perte complète de rigidité). Ce type de modélisation conduit à des modèles de types adoucissants. Pour remédier au problème numérique de localisation artificielle de l'endommagement qui en découle, une approche couplant taux d'endommagement limité et modèle non local a été développée.

Sommaire

5.1	Évaluation de la tenue de structures en présence de gradients de contrainte . . .	98
5.1.1	Méthodes à distance critique pour l'évaluation de la tenue de structures en présence de gradients de contrainte	98
5.1.2	Modélisation de la transition endommagement/rupture pour les structures à fort gradient de contrainte	100
5.1.3	Mise en évidence de la localisation numérique de l'endommagement . . .	104
5.2	Limitateurs de localisation continue	106
5.2.1	Modélisation non locale de l'endommagement	106
5.2.2	Modèle à taux d'endommagement limité	107
5.2.3	Limitateurs de localisation continue en calcul de structures	110
5.3	Couplage des approches non locale et à taux d'endommagement limité	114
5.3.1	Principe de l'approche de régularisation développée	114
5.3.2	Validation numérique de l'approche de régularisation couplée	115
5.4	Prévision de la tenue en traction de plaques trouées CMC	117
5.4.1	Présentation de l'étude	117
5.4.2	Présentation des résultats des simulations	118
5.4.3	Influence de la cinétique associée à la rupture progressive des torons de fibre : corrélation avec le paramètre c_{1t} de la régularisation couplée . . .	121
5.4.4	Synthèse et discussion sur les méthodes de régularisation	123
5.5	Bilan	124

5.1 Évaluation de la tenue de structures en présence de gradients de contrainte

5.1.1 Méthodes à distance critique pour l'évaluation de la tenue de structures en présence de gradients de contrainte

Dans le Chapitre 4, un critère de rupture a été utilisé en post-traitement afin de déterminer les zones rompues. Whitney *et al.* ont montré qu'en présence de gradients de contrainte, l'utilisation d'un critère de rupture conduit à sous-estimer la tenue de la structure [Whitney 74]. Ce constat est établi pour un calcul linéaire élastique. Les formulations employées dans les chapitres précédents sont plus élaborées et prennent en compte l'endommagement matriciel. Néanmoins, la prise en compte de ce dommage seul ne suffit pas à atténuer suffisamment le gradient de contrainte à l'approche de la singularité. Physiquement, la concentration de contrainte entraîne des ruptures de fibres localisées dans les zones les plus sollicitées, ce qui a pour conséquence de diminuer les contraintes en bord d'un trou, par exemple (voir Figure 5.1). Ce phénomène n'est pas toujours pris en compte dans les modèles.

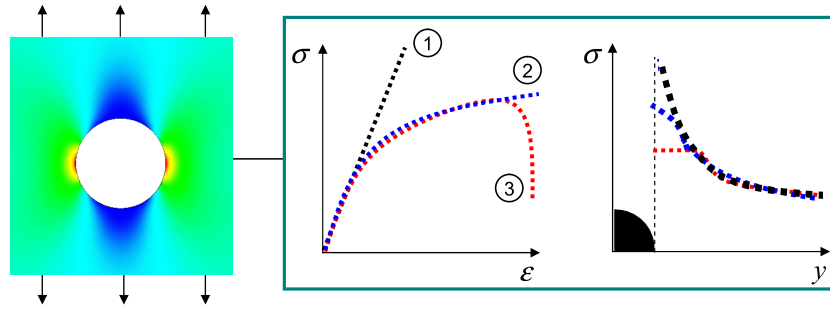


FIGURE 5.1 – Influence de la loi de comportement sur la forme du gradient de contrainte en bord de trou : 1) loi linéaire élastique, 2) loi élastique endommageable, 3) loi adoucissante.

Pour corriger les insuffisances des modèles, on est obligé d'appliquer le critère de rupture matériau à une certaine distance de la singularité afin de déterminer le chargement conduisant à la défaillance de la pièce. Des approches semi-empiriques dites à "distance critique" [Nuismer 75], largement reprises par les industriels, telles que la méthode Average Stress ou la méthode Point Stress, ont été développées à cet effet (voir Figure 5.2).

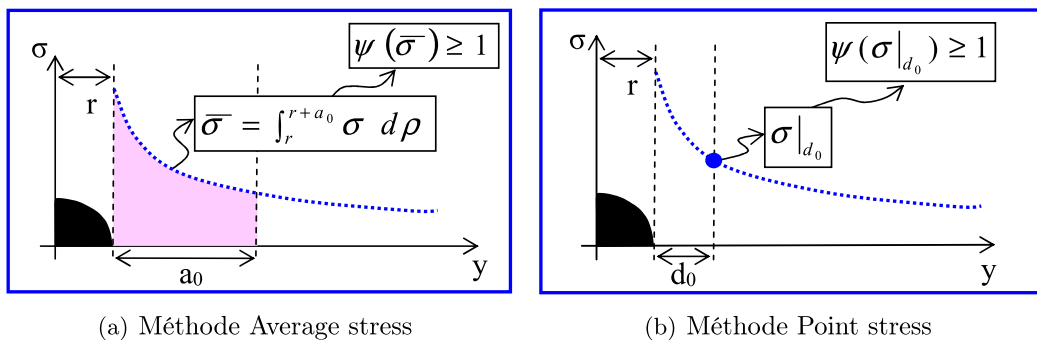


FIGURE 5.2 – Méthode à "distance critique" pour la prise en compte du gradient de contrainte : (a) Average stress et (b) Point stress.

Le principe de l'Average Stress consiste à appliquer le critère de rupture sur des quantités moyennées (contrainte ou déformation) sur une surface ou un volume autour de la singularité

(voir Figure 5.2(a)). La méthode du Point Stress consiste, elle, à appliquer le critère de rupture en un point situé à une distance d_0 de la singularité, en dehors du gradient de contrainte (voir Figure 5.2(b)). Néanmoins, la détermination des longueurs caractéristiques de ces méthodes reste fortement empirique. De plus, leur caractère prédictif est mis en défaut en dehors des configurations testées pour définir ces longueurs internes. Ainsi, pour la méthode du Point Stress, la distance d_0 dépend notamment du diamètre du trou.

Ces insuffisances ont conduit à différents travaux pour proposer des méthodes moins coûteuses à identifier et aux capacités d'extrapolation supérieures. Parmi celles-ci, Hochard *et al.* ont ainsi proposé une approche "non locale" permettant d'évaluer la tenue de structures stratifiées tissées CMO présentant des concentrations de contrainte [Lahellec 05, Hochard 08]. Cette méthode consiste à appliquer un critère de rupture en chaque point de Gauss sur des quantités moyennées (contrainte, déformation) à l'échelle du pli sur un Volume Caractéristique de Rupture (voir Figure 5.3).

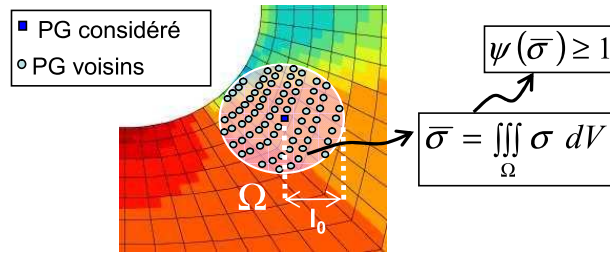


FIGURE 5.3 – Principe de la méthode du Volume Caractéristique de Rupture.

Par exemple, dans le cas du critère de la contrainte maximale :

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_i = \frac{1}{V} \int_V \sigma dV \\ \bar{\sigma}_i < \sigma_i^{max} \end{cases} \quad (5.1)$$

où le Volume Caractéristique est défini par $V = hS$ où h correspond à l'épaisseur du pli et S à la surface d'un disque dont le diamètre est déterminé par un essai sur structure.

Couplée à un modèle de comportement décrivant l'endommagement progressif du matériau, cette approche permet d'avoir des résultats satisfaisants en matière de prévision de la tenue des structures tissées présentant des singularités. Le principal avantage de cette méthode par rapport au Point Stress ou à l'Average Stress réside dans le fait que le Volume Caractéristique de Rupture, identifié pour une forme de singularité et une séquence d'empilement, reste valable pour différentes singularités et séquences d'empilements. Cette approche a été, jusqu'à présent, validée sur des éprouvettes tissées CMO stratifiées sollicitées en traction uniaxiale en quasi-statique et en fatigue [Hochard 06].

Les méthodes précédemment citées ont en commun d'associer : (i) une méthode de recalage basée sur une distance critique, (ii) un critère de rupture et (iii) une loi de comportement. Ces démarches permettent de prévoir la charge ultime dans le cas de structures présentant des singularités. Néanmoins, elles nécessitent un recalage plus ou moins important suivant la configuration testée. Par ailleurs, il n'est pas facile de discerner clairement chaque élément de la démarche. Le paramètre de "distance" issu de la simulation dépendra, par exemple, fortement de la loi de comportement (linéaire élastique, non linéaire) utilisée mais aussi du critère de rupture (contrainte maximale, Tsai-Wu, *etc.*).

De plus, dans une structure, du fait de la redistribution de charge, il peut s'avérer que l'atteinte du point limite ne conduise pas à la ruine complète de la pièce. Dans ce cas il s'avère intéressant de mener la simulation au-delà de l'effort maximal.

Un moyen pour s'affranchir de ces inconvénients est d'enrichir la loi de comportement. Pour cela, il est possible d'inscrire directement dans la loi matériau les phénomènes liés à la rupture des torons de fibres. L'idée sous jacente étant qu'en se rapprochant de la physique observée, le besoin de recalage sera limité. C'est l'objet du point suivant.

5.1.2 Modélisation de la transition endommagement/rupture pour les structures à fort gradient de contrainte

La tenue d'une structure composites tissées ne présentant pas de gradient de contrainte ou tout du moins un gradient modéré peut être correctement évaluée en post-traitement de la simulation si toutefois le calcul a été effectué en utilisant une formulation décrivant correctement le comportement et l'endommagement matriciel du matériau (voir Figure 5.4). La prise en compte de l'endommagement matriciel et de la viscosité, dans le cas des CMO, permet de rendre compte de la non-linéarité de la réponse structurale. De par l'homogénéité du champ de contrainte, la rupture d'un toron est considérée comme catastrophique *i.e* la rupture d'un toron conduit à la rupture de la pièce.

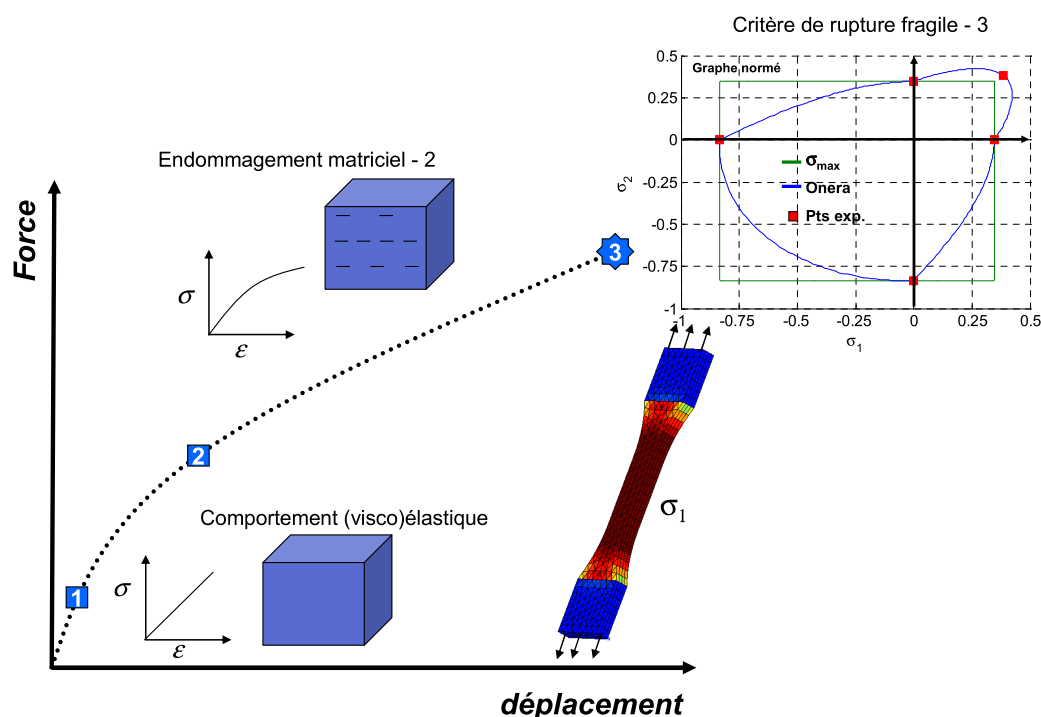


FIGURE 5.4 – Méthode de prévision de la défaillance de structures tissées sans gradient de contrainte par l'association d'un critère de rupture et d'une loi de comportement.

La présence d'une singularité génère un gradient de contrainte lors de la sollicitation d'une structure. Afin de ne pas sous-évaluer la tenue de cette structure en utilisant un critère de rupture en post-traitement, il est nécessaire de décrire la transition endommagement/rupture au niveau de la réponse structurale. Les éléments se situant près de la singularité sont progressivement rompus. Le comportement de ces éléments est alors adoucissant et la charge est reprise par les éléments voisins. Lorsque la zone d'éléments rompus est importante, le report de charge ne peut plus s'effectuer, la structure peut alors être considérée comme rompue. Ainsi la charge de défaillance est directement donnée par l'intermédiaire de la simulation Éléments Finis.

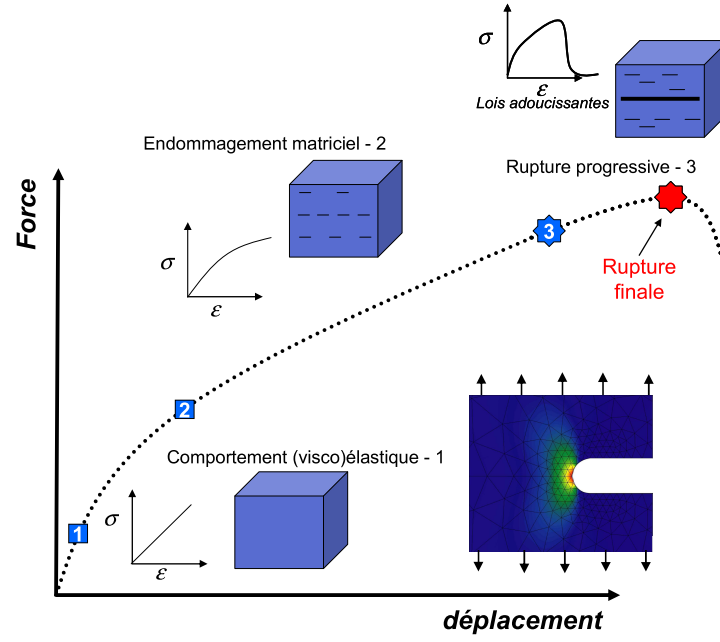


FIGURE 5.5 – Méthode de prévision de la défaillance de structures tissées en présence d'un gradient de contrainte par une approche progressive de la rupture.

Principe de la modélisation de la transition endommagement/rupture

Dans la modélisation proposée dans le chapitre 2, la rupture des torons de fibres a été délibérément négligée car pour des essais sur éprouvettes à gradient modéré, les premières ruptures de torons de fibres sont considérées comme catastrophiques. Afin de rendre compte du comportement global de la structure jusqu'à la rupture de la pièce, il a été nécessaire d'introduire une nouvelle famille de variables internes d_i^f permettant de décrire les effets de la dégradation progressive des torons de fibres dans le sens chaîne et le sens trame. Le mécanisme pris en compte dans la troisième direction est la macrodécohésion à l'interface entre deux strates. Ce mécanisme est associé à la rupture des torons de fibres orientés dans la direction hors-plan dans le cas des tissés 3D. La Figure 5.6 illustre les mécanismes de dégradation conduisant à un comportement adoucissant.

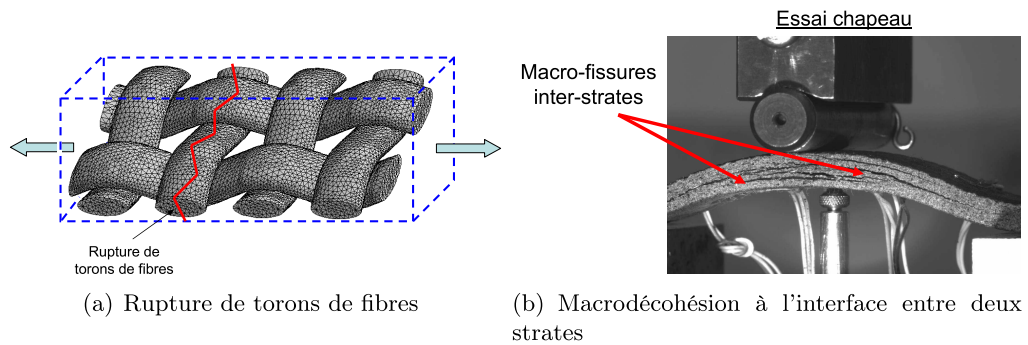


FIGURE 5.6 – Mécanismes de dégradation conduisant à un comportement adoucissant : (a) rupture de torons de fibre et (b) macrodécohésion à l'interface entre deux strates.

Plus précisément, une variable scalaire d'endommagement est introduite pour chaque mode de ruine (tension et compression) et direction d'orthotropie (chaîne, trame et hors-plan). Par rapport à la fissuration matricielle qui seule a été prise en compte jusqu'ici, la dégradation des torons et la

macrodécohésion à l'interface entre deux strates sont des dommages de tailles plus importantes et dont les effets sur le comportement sont beaucoup plus notables. De manière générale, ces dégradations seront regroupées sous le terme générique d'endommagement "fibre". La prise en compte de ce type de dégradation a des effets beaucoup plus importants sur le comportement et conduit donc à s'orienter vers des modèles de type adoucissant. La Figure 5.7 présente le schéma de principe de la modélisation.

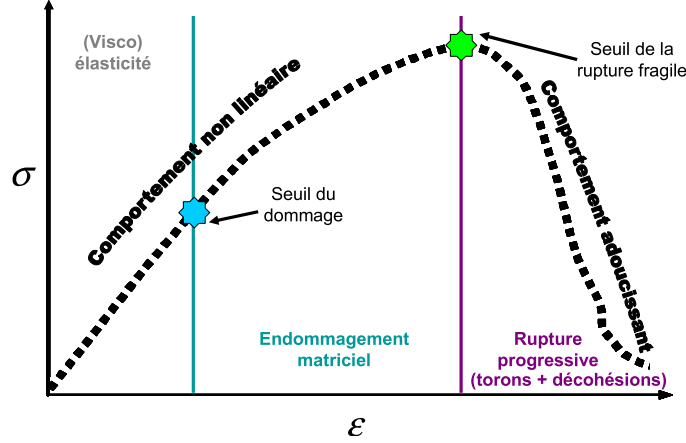


FIGURE 5.7 – Schéma de principe de la modélisation du comportement matériau des composites tissés jusqu'à rupture.

Le modèle proposé s'appuie sur le formalisme présenté au Chapitre 2 pour décrire l'endommagement matriciel. Il a été volontairement simplifié car la richesse des mécanismes introduits dans la formulation des modèles d'endommagement matriciel (déformation résiduelle liée à l'endommagement, caractère unilatéral du dommage, couplage traction/cisaillement) reste difficilement quantifiable dans le cas présent.

Le tenseur d'ordre 4, $\Delta \mathbf{S}^f$, représentant la variation du tenseur des souplesses liée à l'endommagement "fibre" est ici introduit :

$$\Delta \mathbf{S}^f = \sum_i d_i^f \mathbf{H}_i^f \quad (5.2)$$

où $\mathbf{H}_i^f$ représente le tenseur d'effet du dommage "fibre". Les tenseurs d'effets $\mathbf{H}_i^f$ sont de forme similaire à Équation 2.15.

Ici, nous avons fait le choix de considérer que l'effet des ruptures de torons est actif aussi bien en traction qu'en compression. Dès lors que le seuil d'amorçage conduisant au caractère adoucissant de la réponse du matériau est atteint, la variable de dégradation associée au mode de ruine est activée, quel que soit l'état du matériau (traction ou compression).

Les forces thermodynamiques associées aux mécanismes d'endommagement sont définies de la manière suivante dans les directions chaîne, trame et hors-plan :

$$\text{chaîne} \begin{cases} \text{traction} & y_{1t}^f = \frac{1}{2} C_{11}^0 \langle \varepsilon_1 \rangle_+^2 \\ \text{compression} & y_{1c}^f = \frac{1}{2} C_{11}^0 \langle \varepsilon_1 \rangle_-^2 \end{cases} \quad (5.3)$$

$$\text{trame} \begin{cases} \text{traction} & y_{2t}^f = \frac{1}{2} C_{22}^0 \langle \varepsilon_2 \rangle_+^2 \\ \text{compression} & y_{2c}^f = \frac{1}{2} C_{22}^0 \langle \varepsilon_2 \rangle_-^2 \end{cases} \quad (5.4)$$

$$\text{hors-plan} \begin{cases} \text{traction} & y_{3t}^f = \frac{1}{2} C_{33}^0 \langle \varepsilon_3 \rangle_+^2 \\ \text{compression} & y_{3c}^f = \frac{1}{2} C_{33}^0 \langle \varepsilon_3 \rangle_-^2 \end{cases} \quad (5.5)$$

Pour donner à la fois un caractère irréversible à l'évolution des variables internes et vérifier le second principe, le potentiel des dissipations est identifié à la surface limitant le domaine de non dégradation. Il y a autant de fonctions indicatrices que de variables internes. Nous choisissons des critères multiples et découplés, associés à chaque variable scalaire de rupture, de la forme :

$$\begin{cases} F_{it}(y_{it}^f, d_{it}^f) = f_{it}(y_{it}^f) - d_{it}^f & i \in \{1, \dots, 3\} \\ F_{ic}(y_{ic}^f, d_{ic}^f) = f_{ic}(y_{ic}^f) - d_{ic}^f & i \in \{1, \dots, 3\} \end{cases} \quad (5.6)$$

$$(5.7)$$

Formulation du modèle complet

Dans la formulation développée, nous avons fait le choix de ne pas introduire de terme de couplage entre l'endommagement "fibre" et la viscosité. En effet, expérimentalement, ce couplage reste difficile à quantifier. La loi de comportement permettant de décrire le comportement (visco)élastique endommageable jusqu'à rupture des composites tissés est définie par l'équation suivante :

$$\sigma = \tilde{\mathbf{C}} : (\varepsilon - \varepsilon^{ve} - \varepsilon^{th} - \varepsilon^0) - \tilde{\mathbf{C}}^f : (\varepsilon^s + \varepsilon^r - \varepsilon^0), \quad (5.8)$$

où $\tilde{\mathbf{C}} = (\mathbf{S}^0 + \Delta\mathbf{S}^m + \Delta\mathbf{S}^f)^{-1}$ et $\tilde{\mathbf{C}}^f = (\mathbf{S}^0 + \Delta\mathbf{S}^f)^{-1}$.

L'introduction du tenseur $\tilde{\mathbf{C}}^f$ d'ordre 4 est nécessaire car sinon des anomalies notamment en décharge peuvent être observées comme le montre la Figure 5.8 qui compare les réponses obtenues à l'aide des deux lois suivantes :

$$\sigma = \tilde{\mathbf{C}} : (\varepsilon) - \mathbf{C} : (\varepsilon^s + \varepsilon^r) \quad \text{LdC1} \quad (5.9)$$

$$\sigma = \tilde{\mathbf{C}} : (\varepsilon) - \tilde{\mathbf{C}}^f : (\varepsilon^s + \varepsilon^r) \quad \text{LdC2} \quad (5.10)$$

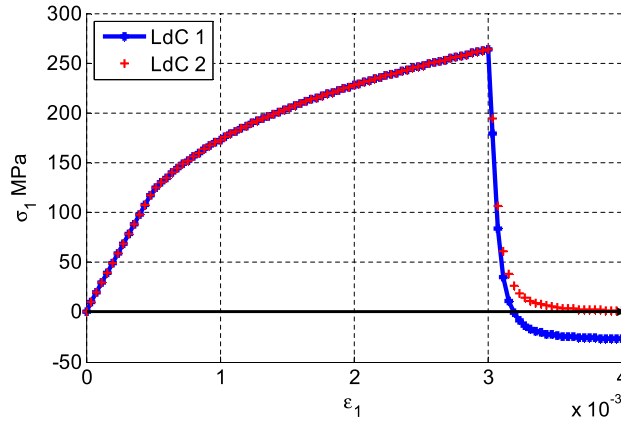


FIGURE 5.8 – Mise en évidence du rôle du tenseur d'ordre 4 $\tilde{\mathbf{C}}^f$: pas de passage en compression négative lorsque le matériau est cassé.

Afin de vérifier l'implantation du modèle dans ZéBuLoN, un outil de comparaison avec la version du modèle programmée dans Matlab® a été développé. La Figure 5.9 présente les résultats sur les réponses contrainte/déformation obtenues respectivement pour un essai de traction monotone piloté en déformation dans le sens chaîne et un essai de compression monotone piloté en déformation dans le sens hors-plan. L'adéquation est ici excellente, ce qui valide l'implantation dans le code Éléments Finis.

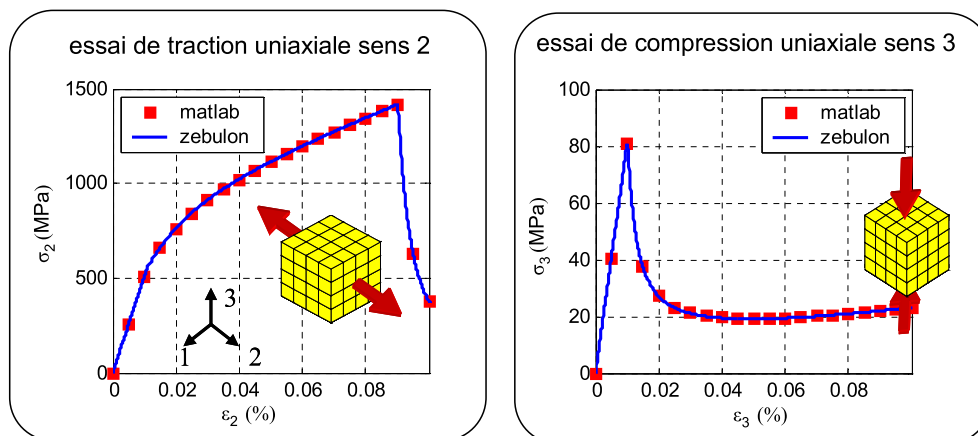


FIGURE 5.9 – Exemple de cas test permettant de vérifier la bonne implantation du comportement adoucissant. Essai de traction monotone piloté en déformation dans le sens chaîne (à gauche). Essai de compression monotone piloté en déformation dans le sens hors-plan (à droite).

5.1.3 Mise en évidence de la localisation numérique de l'endommagement

Le formalisme vu précédemment conduit à des modèles de type adoucissant. La mise en oeuvre de ces modèles dans le cadre du calcul de structure par Éléments Finis induit des problèmes numériques. En effet, il y a une dépendance du résultat vis-à-vis du maillage : types d'éléments, taille des éléments, orientation du maillage [Jirasek 01, Stein 04]. Cette dépendance est due à la perte d'ellipticité des équations du problème d'équilibre dans le cas statique et à la perte d'hyperbolicité dans le cas dynamique. Cette localisation de l'endommagement peut, par exemple, être mise en évidence par le biais d'un essai de traction sur une plaque perforée de trois trous. Un trou de 4 mm de diamètre est situé au centre de la plaque tandis que deux trous de 2 mm de diamètre sont situés de part et d'autre. La géométrie de l'éprouvette est présentée à la Figure 5.10. La plaque a une épaisseur de 1 mm.

Pour les besoins de la démonstration, les résultats présentés ici et par la suite en Section 5.2 et Section 5.3 ont été réalisés en considérant un matériau élastique endommageable dont le comportement correspond à un tissé CMC fictif.

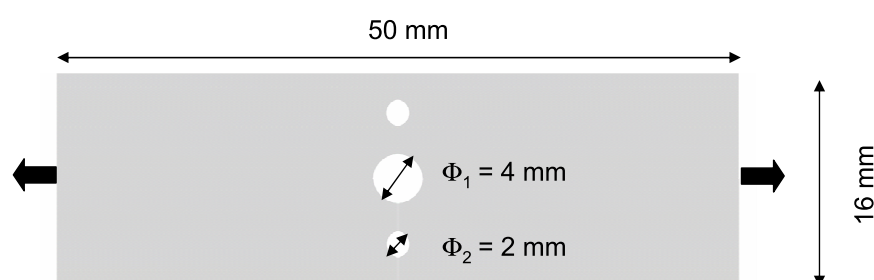


FIGURE 5.10 – Géométrie de la plaque trois trous sollicitée en traction uniaxiale. L'éprouvette a une épaisseur de 1 mm.

Compte tenu de la symétrie du problème, un huitième de la plaque a été modélisé par deux maillages de finesses différentes (voir Figure 5.11). Ainsi le maillage grossier est composé de 4894 éléments alors que le maillage fin est lui composé de 21116 éléments. Chacun des maillages est constitué d'éléments quadratiques prismatiques.

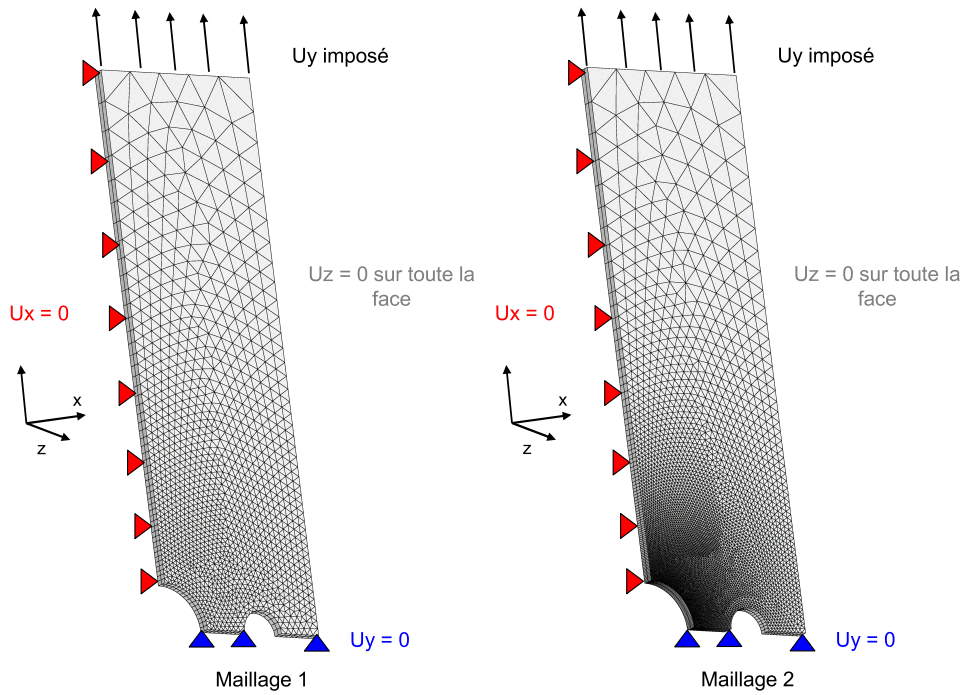


FIGURE 5.11 – Maillages et conditions aux limites pour l'essai de traction uniaxiale sur plaque trois trous. Maillage 1 (4894 éléments), maillage 2 (21116 éléments).

La résolution du problème Élément Fini avec une loi adoucissante a nécessité l'utilisation d'un algorithme de pilotage à longueur d'arc [Riks 76, Lorentz 04]. En effet, la résolution du problème avec une méthode de Newton-Raphson diverge dès l'apparition du dommage adoucissant dans un élément.

Sur la Figure 5.12, on constate que le dommage d_{1t}^f conduisant au comportement adoucissant est localisé dans la première rangée d'éléments. De plus, les résultats des simulations fournissent des réponses force/déplacement différentes suivant le maillage utilisé (voir Figure 5.13).

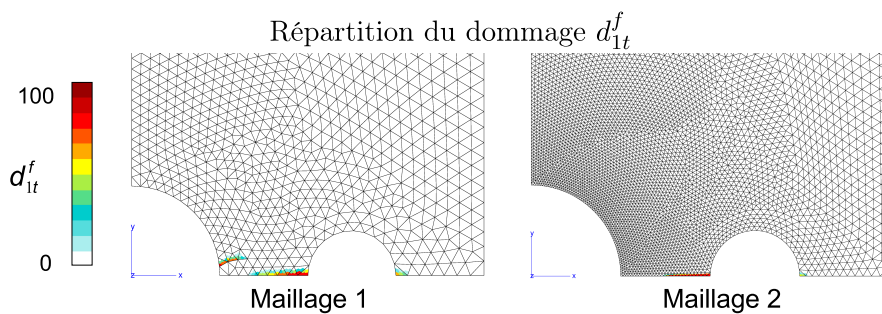


FIGURE 5.12 – Mise en évidence de la localisation de l'endommagement "fibre" par le biais d'un essai de traction uniaxiale sur la plaque trois trous : répartition du dommage d_{1t}^f . L'endommagement est visualisé aux points de sorties représentés par des losanges à la Figure 5.13.

Dans la suite de ce chapitre, nous présentons les méthodes numériques mises en oeuvre pour s'affranchir de la dépendance des résultats vis-à-vis du maillage. Compte tenu de la complexité du problème et des délais impartis pour la thèse, nous avons choisi de nous focaliser sur l'étude quasi-statique du problème. Les phénomènes dynamiques non pris en compte peuvent remettre en cause les résultats présentés par la suite. L'évaluation de l'influence des phénomènes dynamiques dans le calcul de structure nécessite un certain nombre de développements numériques tels que,

par exemple, la possibilité d'effectuer une partie du calcul en quasi-statique et de basculer dans une résolution dynamique au moment de l'apparition des phénomènes dynamiques. L'analyse des résultats requiert un savoir faire particulier en calcul dynamique concernant par exemple l'influence de la discrétisation en temps et en espace. L'objectif est donc de voir jusqu'où il est possible d'aller avec les outils actuellement disponibles permettant de faire des simulations en quasi-statique.

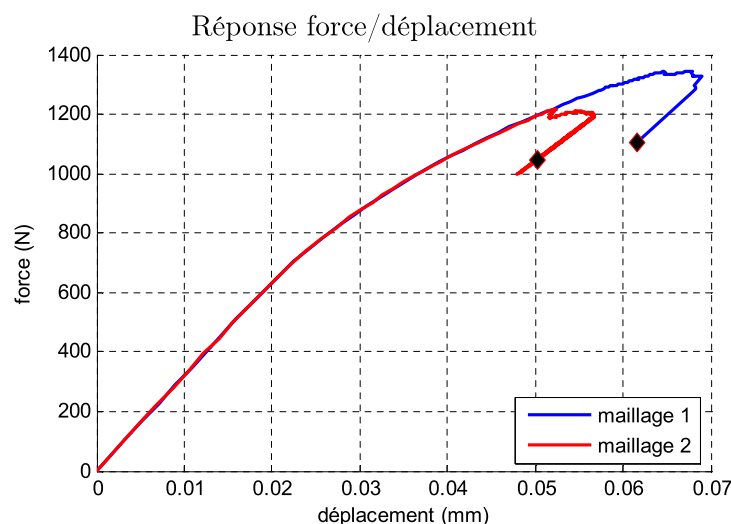


FIGURE 5.13 – Mise en évidence de la localisation de l'endommagement "fibre" par le biais d'un essai de traction uniaxiale sur la plaque trois trous : réponse force/déplacement.

5.2 Limitateurs de localisation continue

Pour éviter la localisation artificielle de l'endommagement, on trouve plusieurs méthodes de régularisation dans la littérature parmi lesquelles on peut citer :

- les modèles non locaux [Pijaudier-Cabot 87, Peerlings 96] qui régularisent le problème en moyennant certaines variables sur une zone dont la taille est donnée par des justifications micromécaniques, imposant du même coup une zone de localisation non nulle,
- les modèles à effet retard qui régularisent le problème en limitant la vitesse du dommage [Ladevèze 00, Suffis 03].

Toutes ces méthodes ont en commun d'introduire une grandeur caractéristique interne (longueur ou temps). Une analyse de ces deux approches a été entreprise afin d'en dégager les avantages et les inconvénients.

5.2.1 Modélisation non locale de l'endommagement

Dans le cas des modèles non-locaux, l'hypothèse de *l'état local* est remise en cause. En effet, la valeur d'une variable en un point M dépend des variables définies dans son voisinage. Pour ce faire, une variable non locale (f_{nl}) associée à une variable locale (f_l) du problème mécanique est introduite. Un formalisme dit à gradient implicite est utilisé pour définir la relation entre la variable non locale et la variable locale. Cela revient à résoudre une équation de diffusion sur le domaine d'étude Ω (voir Figure 5.14(a)) :

$$f_{nl} - c_i \nabla^2 f_{nl} = f_l \quad (5.11)$$

où c_i est un paramètre du modèle homogène au carré d'une longueur interne l_i .

Le problème mécanique à résoudre est donc redéfini de la manière suivante :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0 & \text{sur } \Omega \\ (\boldsymbol{\sigma}, f_l) = F(\boldsymbol{\varepsilon}, f_{nl}) & \text{sur } \Omega \\ \boldsymbol{\varepsilon} = \nabla_s \vec{u} & \text{sur } \Omega \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n} = \vec{f}_{imp} & \text{sur } \partial\Omega_F \\ \vec{u} = \vec{u}_{imp} & \text{sur } \partial\Omega_u \\ \nabla f_{nl} \cdot \vec{n} = 0 & \text{sur } \partial\Omega \end{cases} \quad (5.12)$$

avec $\vec{u}_{imp}$ le déplacement imposé sur $\partial\Omega_u$, $\vec{f}_{imp}$ la force imposée sur $\partial\Omega_F$ et $\vec{n}$ la normale à la frontière de Ω . La condition de flux nul à la frontière du domaine Ω $\nabla f_{nl} \cdot \vec{n} = 0$ a été introduite comme condition aux limites supplémentaire afin d'assurer l'unicité de la solution [Peerlings 99].

Cette approche requiert le développement d'un élément fini spécifique prenant en compte les degrés de liberté supplémentaires liés aux variables non locales (voir Figure 5.14(b)). Une fonction d'interpolation quadratique est utilisée pour les déplacements $\vec{u}$ tandis qu'une interpolation linéaire est choisie pour les variables non locales f_{nl} . Dans le cadre de nos travaux nous avons bénéficié des développements menés par N. Germain [Germain 06, Germain 07].

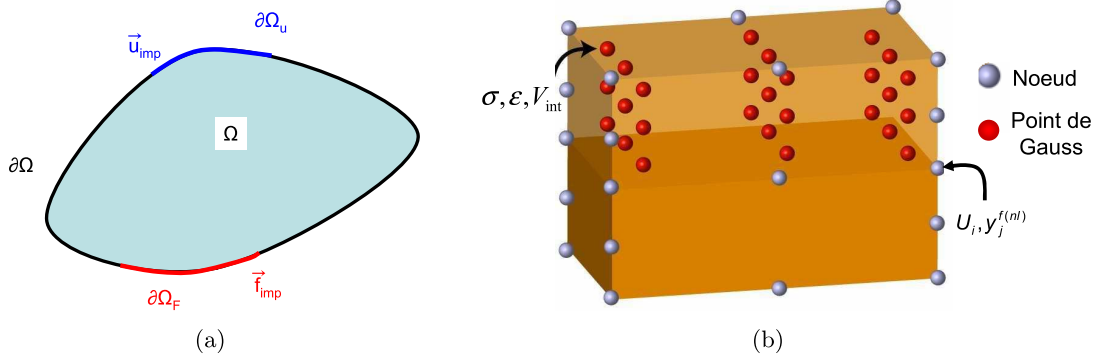


FIGURE 5.14 – (a) Conditions aux limites sur le domaine Ω ; (b) Schéma de principe de l'élément fini non local

Afin d'adopter cette approche à la formulation développée, une variable $(y_j^{f(nl)})$ non locale est associée à chaque force motrice de la rupture progressive $y_j^{f(l)}$ ($j \in \{it, ic\}$ avec $i \in \{1, 3\}$).

5.2.2 Modèle à taux d'endommagement limité

Le modèle à taux d'endommagement limité aussi, appelé modèle d'endommagement à effet retard, a été développé au Laboratoire de Mécanique et de Technologie de Cachan afin de décrire correctement la rupture des matériaux composites stratifiés [Ladevèze 92, Ladevèze 95, Allix 03]. Le principe de cette approche consiste à régulariser le problème en limitant la vitesse de croissance du dommage. L'équation définissant l'évolution de la variable d'endommagement est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{d} = \frac{d_c}{\tau_c} (1 - \exp -a \langle f(Y) - d \rangle_+) & \text{si } d < d_c \\ \dot{d} = d_c & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.13)$$

où a et τ_c sont les paramètres du modèle à effet retard. La fonction $f(Y)$ est définie par la loi classique sans effet retard et d correspond au dommage réel qui est pris en compte pour déterminer les propriétés dégradées du matériau.

Par un développement limité, on démontre, pour $a = 1$, que la relation 5.13 est équivalente à :

$$\begin{cases} \dot{d} = \frac{d_c}{\tau_c} \langle f(Y) - d \rangle_+ & \text{si } d < d_c \\ \dot{d} = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.14)$$

Nous avons adopté ce principe en définissant la relation suivante pour chaque variable d'endommagement fibre d_j^f :

$$\dot{d}_j^f = \frac{1}{\tau_j} (d_j^{f(nr)} - d_j^f) \quad (5.15)$$

où $d_j^{f(nr)}$ est défini par la loi classique sans effet retard et d_j^f correspond au dommage réel qui est pris en compte pour déterminer les propriétés dégradées du matériau ($j \in \{it, ic\}$ avec $i \in \{1, \dots, 3\}$).

L'équation différentielle ainsi définie, présente l'avantage de pouvoir s'intégrer aisément :

$$\Delta d_j^f = \frac{\Delta t}{\Delta t + \tau_j} (d_{j(t+\Delta t)}^{f(nr)} - d_{j(t)}^f) \quad (5.16)$$

La Figure 5.15 illustre l'influence du paramètre τ sur la réponse mécanique du matériau ainsi que sur la cinétique de la variable interne décrivant l'état du matériau. Il s'agit ici de simuler des essais de traction monotone dans le sens chaîne à vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ fixée. Pour cela, la déformation suivant le sens chaîne a été imposée sur un VER tout en imposant une contrainte nulle dans les autres directions. Du point de vue du comportement, on constate que l'introduction de l'effet retard se traduit par l'ajout d'une dissipation qui croît proportionnellement avec τ (l'aire sous la courbe augmente). La valeur de τ choisie doit donc être un compromis entre la suppression du phénomène de localisation et la minimisation du phénomène de dissipation artificielle.

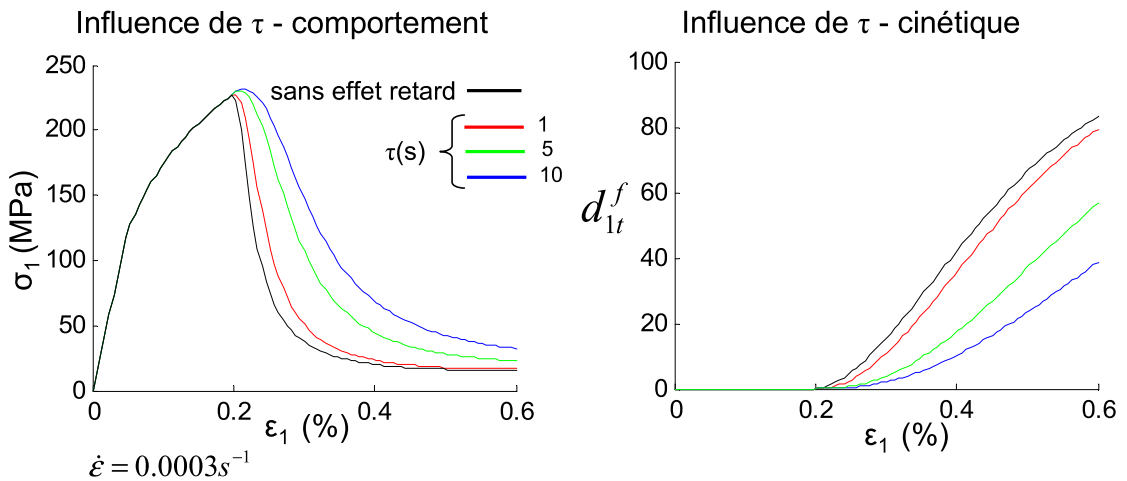


FIGURE 5.15 – Modèle à taux d'endommagement limité : essai de traction monotone dans le sens chaîne pour la mise en évidence de l'influence du paramètre τ sur la réponse (σ, ε) (à gauche) et sur l'évolution de la cinétique d'endommagement (à droite). $\dot{\varepsilon} = 0.0003 \text{ s}^{-1}$

L'approche à effet retard introduit en outre une dépendance à la vitesse de chargement qui ne peut s'apparenter à de la viscosité classique. Ainsi plus la vitesse de chargement augmente, plus la réponse du modèle à taux d'endommagement limité sera différente de la réponse obtenue avec le modèle non régularisé (voir Figure 5.16). Cette caractéristique permet par exemple de rendre compte de l'effet de la vitesse de sollicitation pour le béton soumis à un impact. La résistance du béton augmente quand $\dot{\varepsilon}$ augmente [Gatuingt 08, Chambart 09]. Dans le cas des composites CMC, ce phénomène peut s'avérer inopportun car la tenue du matériau est peu sensible à l'effet de vitesse à température ambiante. Si cette sensibilité est trop importante, les résultats des simulations sont uniquement valables pour une vitesse de déformation donnée.

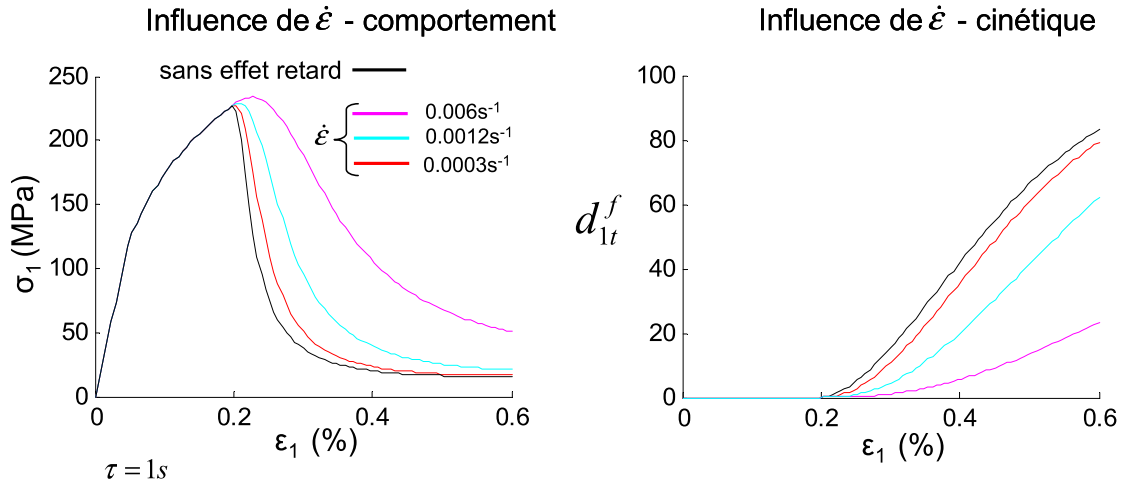


FIGURE 5.16 – Modèle à taux d'endommagement limité : essai de traction monotone dans le sens chaîne pour la mise en évidence de l'influence de la vitesse de chargement sur la réponse (σ, ε) (à gauche) et sur l'évolution de la cinétique d'endommagement (à droite). $\tau = 1$ s

La Figure 5.17 présente l'influence couplée de la vitesse de chargement $\dot{\varepsilon}$ et de τ sur la contrainte à rupture σ_{rup} , correspondant au pic de chargement, obtenue en simulant un essai de traction uniaxiale dans le sens chaîne. Les essais ont été pilotés en déformation. Le paramètre de régularisation τ varie entre 10 s et 100 s. La vitesse de chargement varie sur une décade ($\dot{\varepsilon} \in [1e^{-5}, 1e^{-4} \text{ s}^{-1}]$ ou $\dot{\varepsilon} \in [1e^{-4}, 1e^{-3} \text{ s}^{-1}]$). La contrainte à rupture σ_{rup} est d'autant plus importante que la vitesse de chargement $\dot{\varepsilon}$ et le paramètre τ sont élevés. La plage de valeur définie conduit à une variation de 5% de la contrainte à rupture pour une plage de valeurs de la vitesse de chargement $\dot{\varepsilon}$ comprise entre $[1e^{-5}, 1e^{-4} \text{ s}^{-1}]$ 5.17(a) et de 25% pour un intervalle de $[1e^{-4}, 1e^{-3} \text{ s}^{-1}]$. Bien entendu, il est rare que la vitesse de déformation varie d'une décade au sein d'une structure présentant un gradient de contrainte mais cette exemple numérique montre que localement le comportement matériau sera différent de celui introduit dans la simulation.

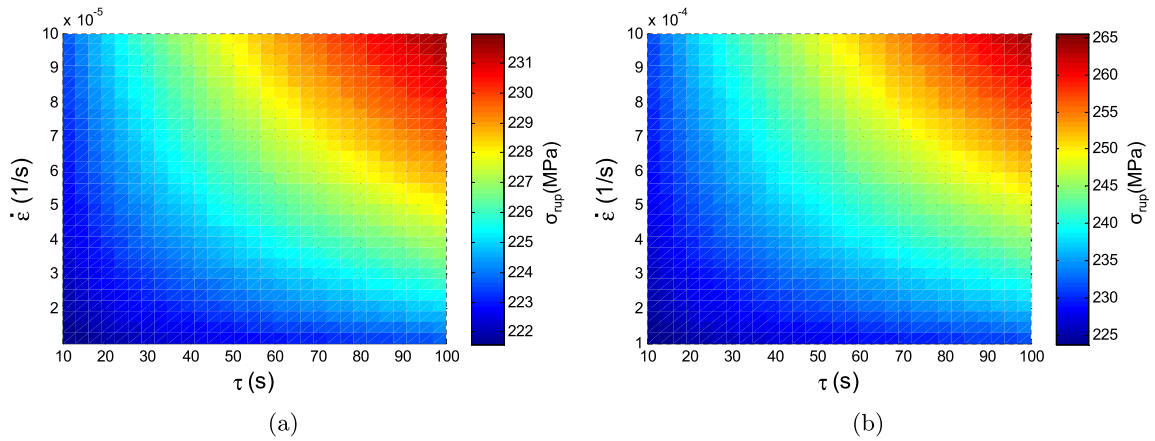


FIGURE 5.17 – Influence combinée de la vitesse de chargement $\dot{\epsilon}$ et du paramètre τ sur la contrainte à rupture σ_{rup} . (a) $\dot{\epsilon} \in [1e^{-5}, 1e^{-4} s^{-1}]$ et (b) $\dot{\epsilon} \in [1e^{-4}, 1e^{-3} s^{-1}]$.

5.2.3 Limitateurs de localisation continue en calcul de structures

Présentation du cas test

Afin d'évaluer les apports et les inconvénients de chaque méthode de régularisation, un test sur une structure à fort gradient a été simulé. Plus précisément, il s'agit de simuler un essai de traction uniaxiale sur plaque trouée non habitée. Le diamètre du trou est de 4 mm (représenté par la suite par le symbole $\emptyset_4$). La géométrie de l'éprouvette d'une épaisseur de 0,4 mm est présentée à la Figure 5.18).

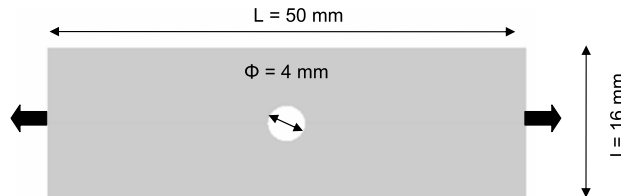


FIGURE 5.18 – Géométrie de la plaque trouée sollicitée en traction uniaxiale. L'éprouvette a une épaisseur de 0,4 mm.

En prenant en compte les symétries du problème, un huitième de la plaque trouée a été maillé avec trois finesses de maillages différentes. Les maillages sont composés d'éléments finis quadratiques prismatiques. Les maillages comportent un élément dans l'épaisseur de la plaque. Dans la zone d'intérêt (en bord de trou), les éléments prismatiques du maillage n°1 ont un côté de 0,4 mm en surface, pour le maillage n°2 la longueur d'une arête en surface est de 0,2 mm. Pour finir le maillage le plus fin (maillage n°3) est composé d'éléments prismatiques avec une longueur d'arête en surface de 0,1 mm. Ainsi la plaque n°1 est composée de 1213 éléments, la plaque n°2 de 4619 éléments et la plaque n°3 de 13882 éléments (voir Figure 5.19).

Régularisation avec le modèle d'endommagement non local

Les résultats obtenus avec le modèle d'endommagement non-local sont comparés à ceux issus de la simulation faite avec le modèle d'endommagement classique (*i.e.* celui qui respecte l'hypothèse de l'état local). Le paramètre $c_{1t} = l_{1t}^2$ est lié à la taille de maille. A l'usage, la valeur de c_{1t} doit être suffisamment grande afin que la valeur du dommage en un point de Gauss dépende d'un nombre suffisant de points de Gauss voisins. N. Germain [Germain 06] a mis en évidence que l_{1t}

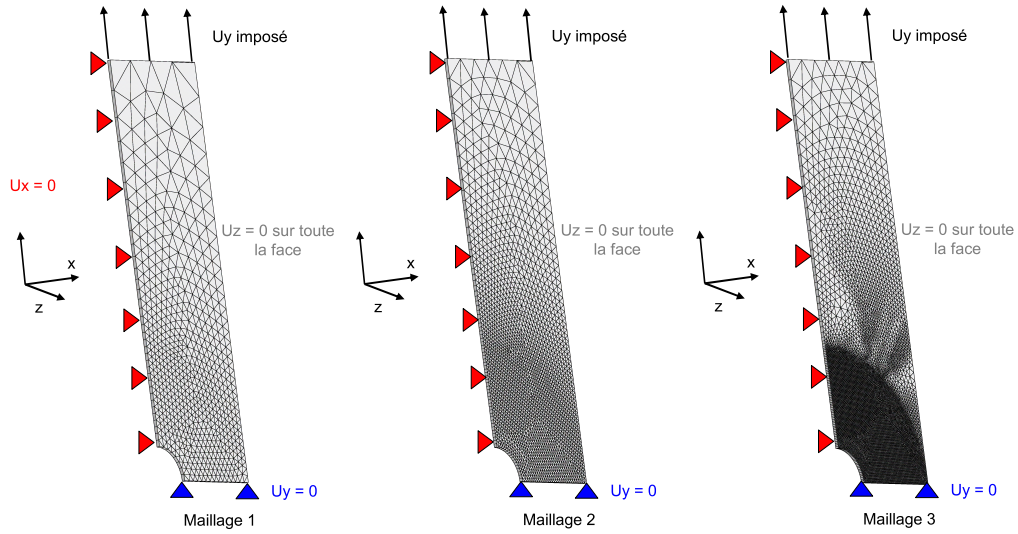


FIGURE 5.19 – Maillages et conditions aux limites pour l'essai de traction uniaxiale sur plaque trouée. Maillage 1 (1213 éléments), Maillage 2 (4619 éléments) et Maillage 3 (13882 éléments).

doit être supérieure à trois fois la taille de l'arrête d'une maille, $h : l_{1t} > 3h$. Ce résultat permet de garantir des solutions numériques indépendantes du maillage. Cette relation, établie pour une loi de comportement et d'endommagement donnée, n'est pas générique mais elle donne un ordre de grandeur pour l_{1t} . La distance entre deux noeuds du maillage le moins fin est de 0,4 mm. Dans notre cas, $c_{1t} = l_{1t}^2$ est pris égal à 8 mm^2 .

En ce qui concerne la répartition du dommage "fibre", avec le modèle d'endommagement classique, celle-ci diffère suivant la finesse du maillage retenue. En effet, on constate que le dommage reste localisé en quelques points de Gauss des quatre premiers éléments au droit du trou (voir Figure 5.20(a)).

Avec le modèle d'endommagement non local, le dommage fibre n'est plus confiné en quelques points de Gauss. En effet, la zone endommagée correspondant aux ruptures des torons de fibres ainsi que la valeur de l'endommagement associé sont identiques pour les trois maillages considérés (voir Figure 5.20(b)). On constate de plus que la formulation non locale influe sur les valeurs maximales d'endommagement car la force motrice non locale $y_{1t}^{f(nl)}$ de l'endommagement fibre est une moyenne des valeurs des $y_{1t}^{f(l)}$ des points de Gauss voisins.

La répartition du dommage a un effet sur la réponse globale de la structure. Sur les courbes d'évolution de la force en fonction du déplacement obtenues avec le modèle d'endommagement classique, on observe que les pics de chargement sont différents pour les trois maillages (voir Figure 5.21(a)). Plus le maillage est fin, plus l'endommagement est localisé et plus le pic de chargement intervient tôt.

La formulation non locale du modèle permet de s'affranchir de cet inconvénient. En effet, les réponses globales sont indépendantes de la finesse du maillage (voir Figure 5.21(b)). On constate, de plus, que la régularisation du problème modifie la charge maximale au cours de la simulation. Cela signifie qu'au-delà de l'aspect numérique, c'est la confrontation à l'expérience qui permettra de statuer de la pertinence de la valeur du paramètre c_{1t} choisit (voir Section 5.4).

Le point commun entre ces deux résultats est que la valeur maximale de chargement est suivie d'un retour en arrière du déplacement appelé snap-back [Hellweg 98, Ritto-Corrêa 08]. La présence de ce snap-back, liée à un effet structural, nécessite l'utilisation d'un algorithme de pilotage à longueur d'arc pour la résolution du problème mécanique.

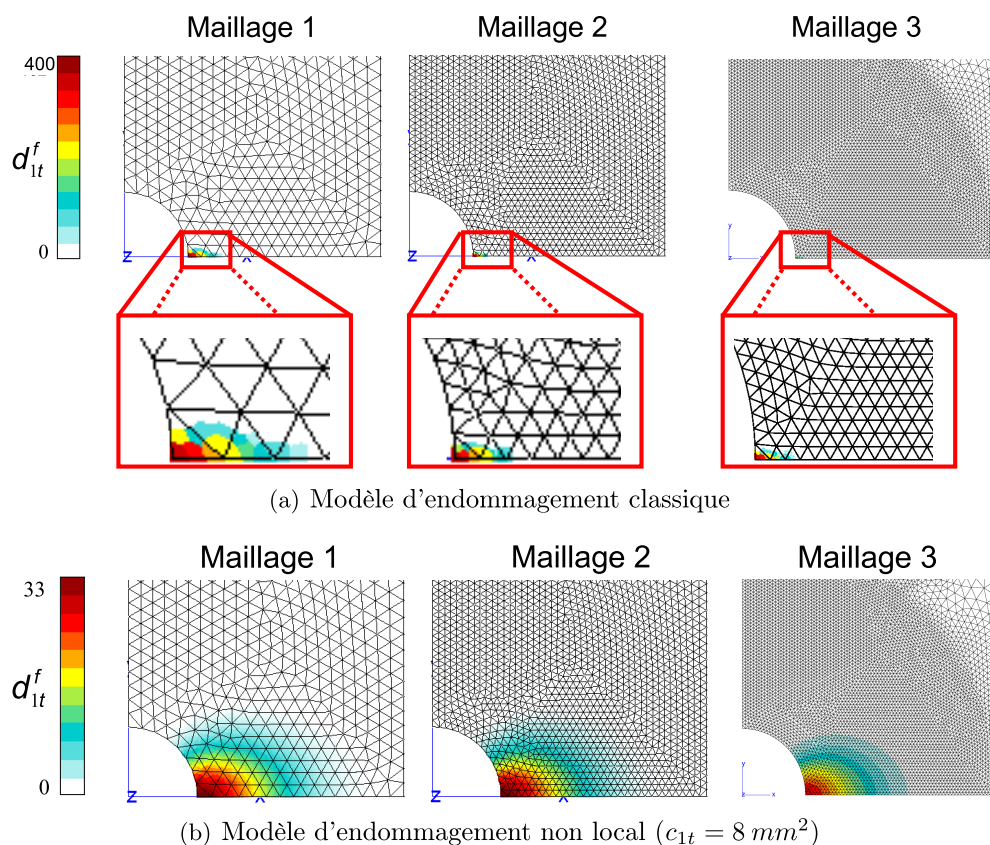


FIGURE 5.20 – Répartition de l'endommagement des torons de fibres en bord de trou induit par une sollicitation de traction uniaxiale sur plaque trouée ($\emptyset_4$) : (a) modèle local, (b) modèle non local ($c_{1t} = 8 \text{ mm}^2$). L'endommagement est visualisé aux points de sorties représentés par des losanges à la Figure 5.21

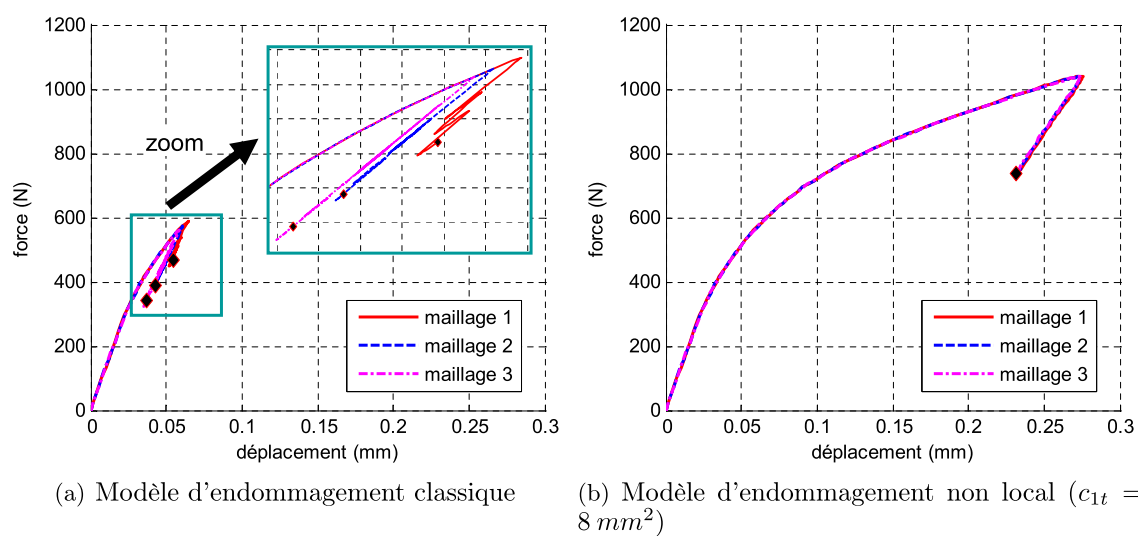


FIGURE 5.21 – Réponses force/déplacement simulées pour l'essai de traction uniaxiale sur plaque trouée ($\emptyset_4$) : (a) modèle local, (b) modèle non local.

Régularisation avec le modèle à taux d'endommagement limité

La simulation de l'essai a été réalisée avec une vitesse de déplacement imposée de 0,165m/s. La vitesse choisie est arbitraire car le matériau CMC ne présente pas un comportement dépendant du temps à température ambiante. Concernant la répartition du dommage fibre, lorsque le temps caractéristique τ_{1t} est choisi trop petit, l'endommagement reste confiné dans la première rangée d'éléments (voir Figure 5.22(a)). Pour $\tau_{1t} = 2s$, le pattern d'endommagement devient indépendant de la finesse du maillage (voir Figure 5.22(b)). La différence entre les valeurs maximales du dommage s'explique par le fait que la méthode à taux d'endommagement limité retarde l'évolution du dommage. Plus τ_{1t} est grand et plus la cinétique d'endommagement est retardée (voir Figure 5.15).

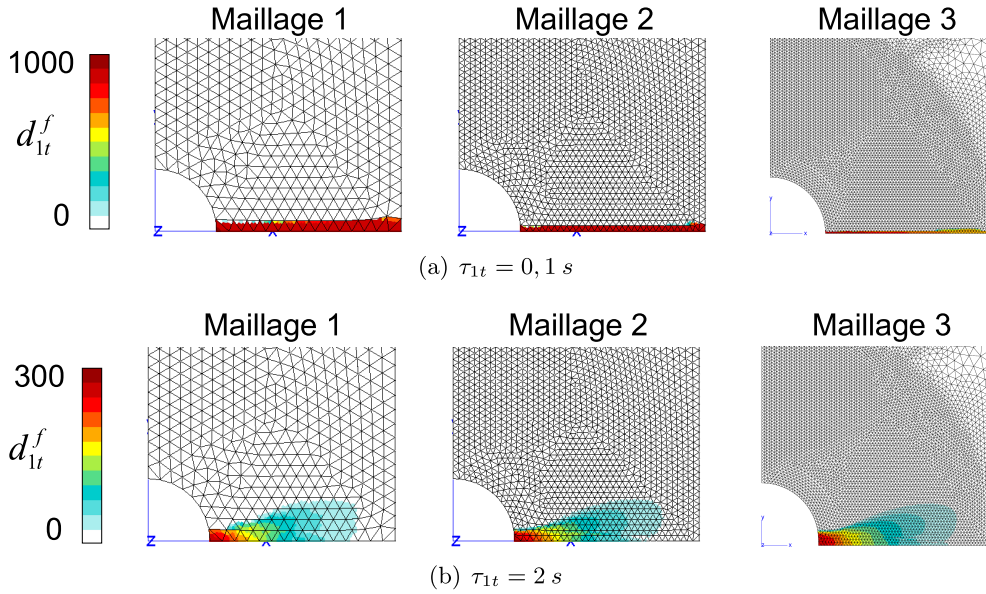


FIGURE 5.22 – Répartition de l'endommagement des torons de fibres en bord de trou induit par une sollicitation de traction uniaxiale sur plaque trouée ($\emptyset_4$) obtenue avec le modèle à taux d'endommagement limité : (a) $\tau_{1t} = 0,1 s$, (b) $\tau_{1t} = 2 s$. L'endommagement est visualisé aux points de sorties représentés par des losanges à la Figure 5.22.

La Figure 5.23 compare les réponses globales obtenues par simulation avec le modèle à taux d'endommagement limité. Pour $\tau_{1t} = 0,1 s$, les courbes d'évolution de la force en fonction du déplacement imposé sont différentes (voir Figure 5.23(a)). En matière de description de la réponse, on constate que le pic de chargement est suivi d'une perte de charge importante, par la suite l'évolution du déplacement se fait pratiquement à charge constante. Pour $\tau_{1t} = 2 s$, les réponses globales obtenues pour les trois maillages sont identiques (voir 5.23(b)). De plus, pour un déplacement imposé identique, la rupture se fait de manière plus progressive. On constate donc qu'il ne suffit pas de considérer un taux non nul pour régulariser le problème. Comme avec la méthode de régularisation non locale, l'approche à effet retard modifie la valeur maximale atteinte par la force au cours de la simulation. Dans la pratique, la valeur de τ_{1t} est choisie de manière à régulariser le problème pour une finesse de maillage variable tout en introduisant le moins de dissipation artificielle.

Point de comparaison des deux approches de régularisation

Tout d'abord, avec la formulation non locale du modèle, le dommage diminue de manière concentrique à partir du coin inférieur gauche de la plaque. Cela renvoie à la notion de moyennisation qui s'opère autour d'un Point de Gauss. Avec le modèle à taux d'endommagement limité, le dommage est maximal au droit du trou.

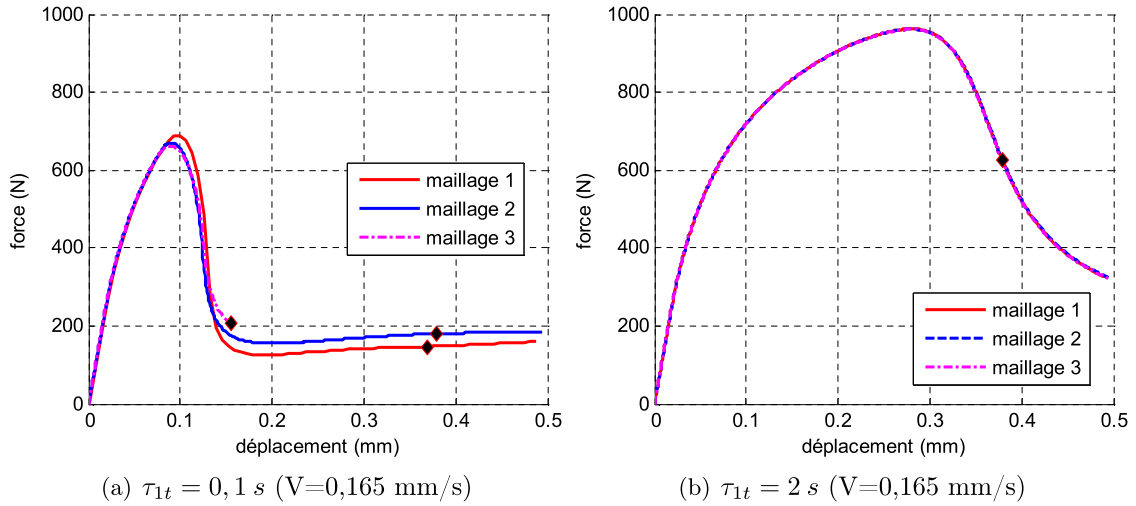


FIGURE 5.23 – Réponse force/déplacement obtenue pour l'essai de traction uniaxiale sur plaque trouée ($\emptyset_4$) avec le modèle à taux d'endommagement limité : (a) $\tau_{1t} = 0,1$ s, (b) $\tau_{1t} = 2$ s.

Par ailleurs, la forme des réponses force/déplacement diffère selon le limitateur de localisation choisi. Dans le cas du modèle à taux d'endommagement limité, la prise en compte de l'endommagement des torons de fibres longitudinaux conduit à un adoucissement très progressif de la réponse structurale. L'énergie dissipée après le pic de chargement est grande. Dans le cas du modèle non local, la prise en compte de l'endommagement des torons de fibres, entraîne l'apparition d'un snap-back. Cette instabilité peut s'interpréter comme le moment de défaillance de la pièce.

Pour finir, la régularisation permet de rendre les résultats des simulations indépendants du maillage. Néanmoins, la régularisation influe sur la valeur du pic de chargement. Il convient donc de se confronter aussi à la mesure expérimentale pour juger de la pertinence des résultats de telle ou telle approche. Ce point sera détaillé dans la Section 5.4. Au préalable, la méthode de régularisation développée dans le cadre de cette thèse est présentée.

5.3 Couplage des approches non locale et à taux d'endommagement limité

Chaque méthode de régularisation présentée précédemment est associée à une grandeur caractéristique : longueur interne l_i pour le modèle d'endommagement non local, temps caractéristique τ_i pour le modèle à taux d'endommagement limité. La physique qui accompagne la ruine d'un matériau composite est une combinaison des deux mécanismes sur lesquels s'appuient ces deux méthodes numériques. En effet, la vitesse de propagation d'une fissure dans un milieu sain est finie. C'est sur ce principe que repose l'approche à taux d'endommagement limité. Par ailleurs, la rupture d'un toron de fibres endommage les torons situés dans un voisinage proche, fondement de la formulation non locale. Nous avons fait le choix de coupler ces deux approches numériques afin de se rapprocher de la physique observée avec l'espoir d'une réduction du besoin de recalage des modèles.

5.3.1 Principe de l'approche de régularisation développée

La méthode de régularisation développée consiste donc à coupler les deux approches étudiées précédemment. Pour cela, l'endommagement des torons de fibre d_j^f qui affecte les propriétés élastiques du matériau est lié par une équation différentielle d'ordre 1 au dommage $d_j^{f(nr)}$ fourni par

le modèle "non retardé". Dans l'équation 5.7, la force motrice d'endommagement $y_j^{f(l)}$ est remplacée par la force motrice non locale $y_j^{f(nl)}$. La relation entre ces deux grandeurs est donnée par l'Equation de diffusion 5.11. Pour finir, l'évolution de chaque variable d'endommagement $d_j^{f(nr)}$ est gouvernée par la variable non locale $y_j^{f(nl)}$.

Les quantités d'intérêt sont données par les relations suivantes :

$$\text{Loi de comportement : } \sigma = f(\epsilon, d_i^m, d_j^f) \quad (5.17)$$

$$\text{Équation différentielle d'ordre 1 : } \dot{d}_j^f = \frac{1}{\tau_j} \left(d_j^{f(nr)}(y_j^{f(nl)}) - d_j^f \right) \quad (5.18)$$

$$\text{Équation de diffusion : } y_j^{f(nl)} - c_i \nabla^2 y_j^{f(nl)} = y_j^{f(l)} \quad (5.19)$$

5.3.2 Validation numérique de l'approche de régularisation couplée

Cette partie a pour objet d'évaluer les possibilités offertes par la méthode de régularisation couplée. Pour cela, nous avons repris le cas test précédent relatif à la traction uniaxiale sur plaque trouée CMC.

La répartition de l'endommagement des fibres à l'issue de la simulation est identique quelle que soit la taille des éléments du maillage (voir Figure 5.24). La méthode de régularisation proposée garantit donc bien l'indépendance des résultats vis-à-vis du maillage. Ce test nous a ainsi permis de mettre en évidence que l'on ne perdait pas le point fort de chacune des approches de régularisation classiques.

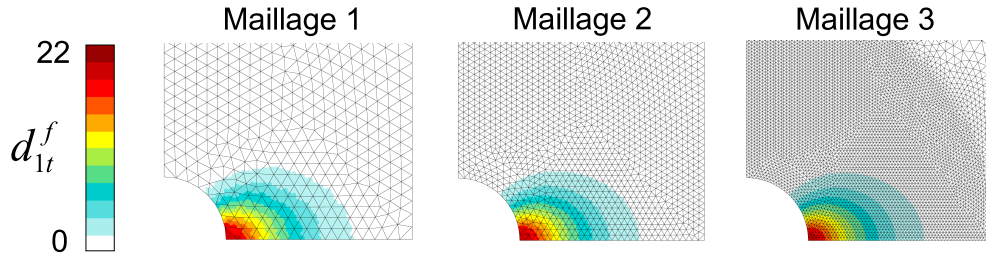


FIGURE 5.24 – Répartition de l'endommagement d_{1t}^f des torons fibres en bord de trou obtenue avec le modèle hybride d'endommagement pour un essai de traction sur plaque trouée ($\emptyset_4$) pour trois maillages de finesse différente. $c_{1t} = 7\text{mm}^2$, $\tau_{1t} = 0.01\text{s}$. L'endommagement est visualisé aux points de sorties représentés par des losanges à la Figure 5.25(a).

La courbe d'évolution de la force en fonction du déplacement obtenue pour les différentes finesses de maillage est similaire (voir Figure 5.25(a)). Le pic de charge est suivi d'une décroissance progressive de la force sans snap-back (retour en arrière du déplacement) au contraire de la réponse observée lors de l'étude faite avec le modèle d'endommagement non local. Ce constat reste valable pour plusieurs couples de paramètres (c_{1t}, τ_{1t}) ainsi que l'illustre la Figure 5.25(b). La réponse globale de la structure ne mettant pas en évidence de snap-back, la résolution du problème mécanique ne nécessite donc pas l'utilisation d'un algorithme de pilotage à longueur d'arc. Ce point constitue le premier avantage de notre méthode de régularisation par rapport au modèle d'endommagement non local.

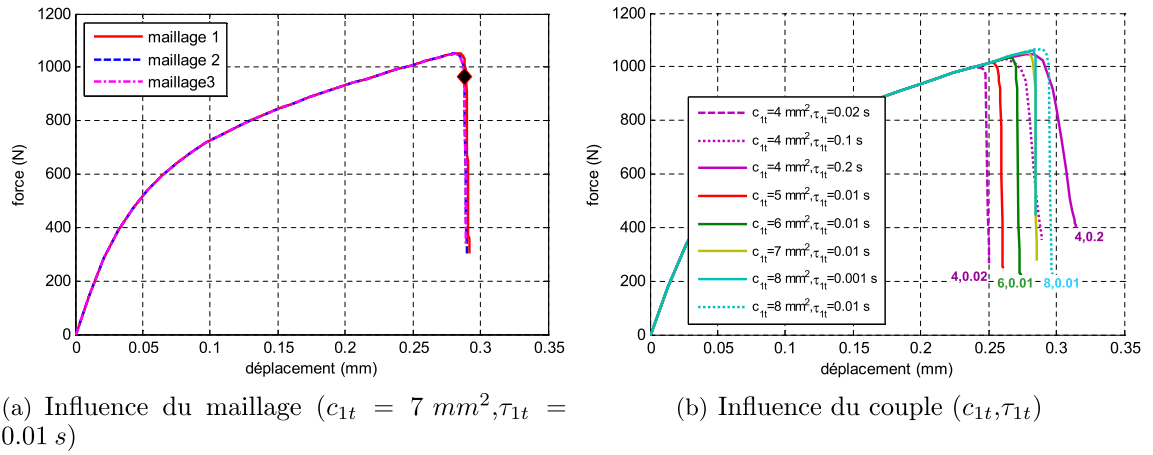


FIGURE 5.25 – Réponses force/déplacement obtenues pour l'essai de traction uniaxiale sur plaque trouée ($\emptyset_4$) avec la régularisation couplée : (a) influence de la taille de maille et (b) influence du couple (c_{1t}, τ_{1t}).

Notre approche de régularisation et l'approche à taux d'endommagement limité introduisent une viscosité numérique liée au calcul de l'endommagement d_j^f (voir Équation 5.13 et Équation 5.18). L'influence de la vitesse de chargement sur la réponse force/déplacement a donc été évaluée. Pour cela, les simulations ont été reprises en multipliant et en divisant la vitesse de chargement par 2. Le résultat obtenu avec le couplage des méthodes de régularisation (voir Figure 5.26(a)) est moins sensible à la vitesse de chargement que le calcul avec le modèle à taux d'endommagement limité (voir Figure 5.26(b)). Ainsi, dans le premier cas, le pic de charge est compris entre 1040 N et 1052 N. Avec la deuxième méthode de régularisation, celui-ci est compris entre 880 N et 1080 N.

Précédemment, nous avons montré qu'il existait un ensemble de couple (c_{1t}, τ_{1t}) pour régulariser le problème. En prenant $c_{1t} = 7 \text{ mm}^2$, ordre de grandeur du paramètre de régularisation utilisé dans le cas du modèle non local, la valeur de τ_{1t} peut être choisie assez petite (ici, $\tau_{1t} = 0.01 \text{ s}$). C'est la raison pour laquelle les effets du temps sont limités. Ce point correspond au premier avantage de l'approche couplée proposée par rapport au modèle à taux d'endommagement limité.

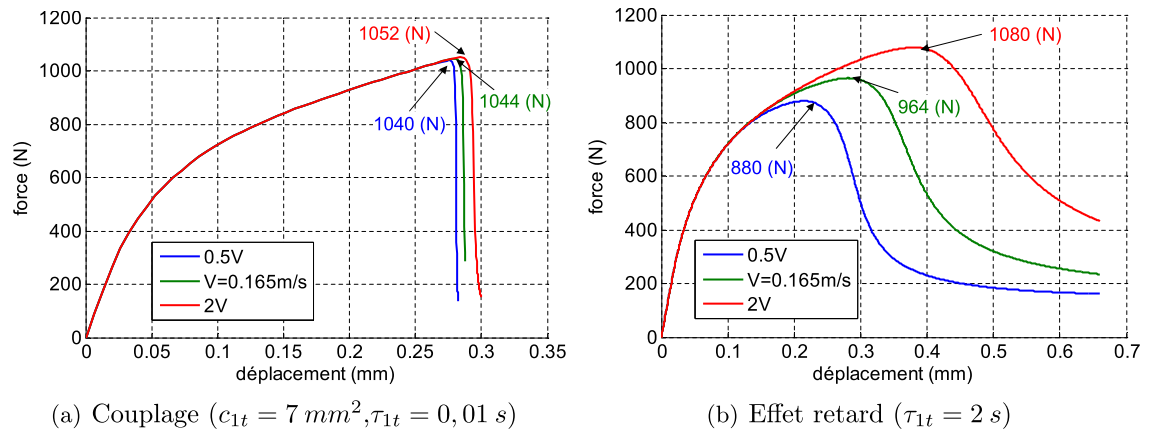


FIGURE 5.26 – Influence de la vitesse de chargement sur la réponse force/déplacement : (a) approche couplée, (b) approche à taux d'endommagement limité.

5.4 Prévision de la tenue en traction de plaques trouées CMC

5.4.1 Présentation de l'étude

Des simulations de traction sur plaques trouées CMC présentant différents diamètres de trous compris entre deux et dix millimètres ($[0; 2; 4; 6; 8; 10]$) ont été effectuées afin d'évaluer les capacités des méthodes de régularisation en matière de prévision de la rupture (voir Figure 5.28). La rupture est définie comme le pic de charge vue par l'éprouvette au cours de l'essai. Les résultats des simulations pour les diamètres de trou $\emptyset = 4 \text{ mm}$ et $\emptyset = 8 \text{ mm}$ ont par ailleurs été confrontés à la mesure expérimentale.

Le matériau considéré dans cette application est un composite tissé équilibré CMC élaboré par CVI dénommé A40C. Cette classe de matériau considérée comme initialement orthotrope symétrique présente un comportement élastique endommageable. De plus, du fait du faible contraste entre les propriétés mécaniques des torons de fibres et de la matrice, l'endommagement est préférentiellement orienté par le chargement. On choisit donc de décrire le comportement non linéaire du matériau par le modèle ODM_LD. L'identification du modèle requiert deux essais, un dans le sens du renfort et un autre à 45° par rapport aux axes du renfort. Ne disposant pas de ce dernier, le comportement en cisaillement est estimé à partir de la connaissance du comportement de matériaux composites à matrice céramique de la même famille. La Figure 5.27 présente le résultat de l'identification des modèles ODM_LD et ODM_LD avec prise en compte de la rupture progressive sur un essai de traction monotone dans le sens chaîne pour l'A40C.

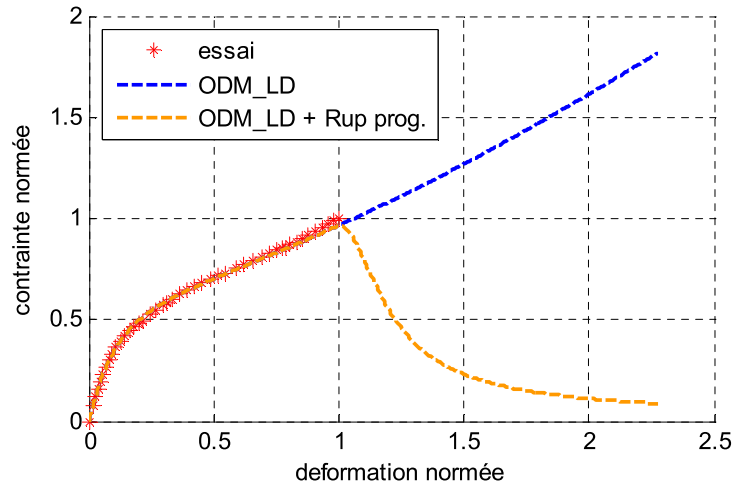


FIGURE 5.27 – Identification des modèles ODM_LD et ODM_LD avec prise en compte de la rupture progressive sur un essai de traction monotone dans le sens chaîne pour l'A40C.

La cinétique d'endommagement des fibres ainsi que les valeurs des paramètres des limiteurs de localisation continue ont été identifiées sur la plaque avec un trou de 4 mm de diamètre. Ainsi l'adoucissement de la réponse structurale correspond au pic de charge expérimentale. Dans la pratique, la valeur de τ_{1t} choisie pour l'approche à effet retard est égale à 2 s. Cette valeur correspond à un bon compromis entre régularisation du problème et introduction minimale d'une dissipation numérique. La valeur du coefficient c_{1t} de la régularisation non locale est prise égale à 8 mm^2 . Concernant l'approche couplée, un compromis satisfaisant entre régularisation spatiale et visqueuse a été de prendre $c_{1t} = 7 \text{ mm}^2$ et $\tau_{1t} = 0,01 \text{ s}$. Les valeurs des paramètres de régularisation retenues pour la prévision de la tenue de plaque trouée en A40C sont récapitulées dans le Tableau 5.1.

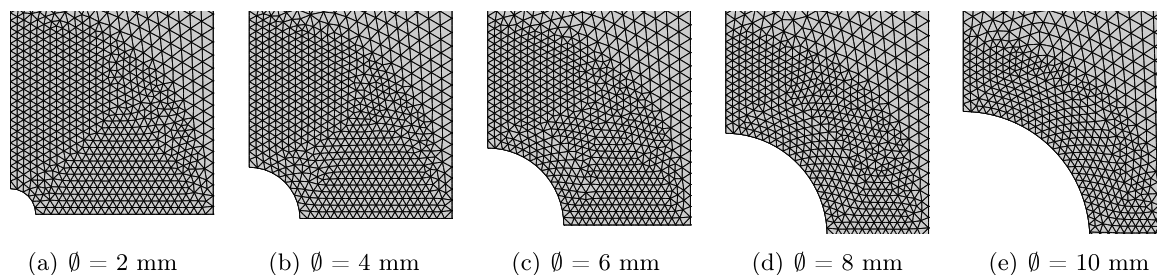


FIGURE 5.28 – Maillage des plaques pour différents diamètres de trous : (a) $\emptyset = 2$ mm, (b) $\emptyset = 4$ mm, (c) $\emptyset = 6$ mm, (d) $\emptyset = 8$ mm, (e) $\emptyset = 10$ mm.

	$\tau_{1t}(s)$	$c_{1t}(mm^2)$
Effet retard	2	-
Non local	-	8
Couplage	0.01	7

TABLE 5.1 – Paramètres de régularisation retenus pour la prévision de la tenue de plaques trouées en A40C sollicitées en traction uniaxiale dans le sens chaîne.

5.4.2 Présentation des résultats des simulations

Les résultats des simulations sont présentés en Figure 5.29(a) à 5.29(c). Pour des raisons de confidentialité, les résultats ont été normalisés. Pour cela, la contrainte macroscopique (F/S_{totale}) et la déformation macroscopique¹ (U/L) ont été divisées par la contrainte maximale σ_0 et la déformation maximale ε_0 de l'essai sur plaque lisse.

L'effet du diamètre du trou sur la réponse de la structure est bien retranscrit. La raideur et le pic de chargement diminuent en fonction du diamètre. En matière de description qualitative des résultats expérimentaux, les commentaires précédents restent valables. Avec la régularisation couplée, le pic de charge est suivi d'une perte de raideur importante sans évolution notable du déplacement. La ruine de la structure est beaucoup plus progressive avec le modèle à taux d'endommagement limité alors que la défaillance de la structure se traduit par l'apparition d'un snap-back avec le modèle d'endommagement non local.

Pour la plaque d'un diamètre de 4 mm, les prévisions de la réponse non-linéaire fournies par les modèles sont en bon accord avec la mesure expérimentale. La réponse expérimentale est moins bien retranscrite pour la plaque de 8 mm. Étant donnée la dispersion expérimentale inhérente à ce type de matériaux (taux de porosité), ces résultats déterministes sont plutôt encourageants.

Nous avons simulé l'essai sur la plaque lisse afin d'évaluer l'influence des différentes méthodes de régularisation sur la réponse structurale dans le cas d'une pièce à contrainte homogène.

Avec le modèle à taux d'endommagement limité, la réponse n'est pas modifiée par contre la contrainte maximale diffère de la valeur expérimentale d'environ 5%. Cette disparité est encore plus notable sur la déformation correspondant au pic de chargement.

La régularisation non locale n'influe pas sur le pic de chargement lorsque la contrainte est homogène dans l'éprouvette. Toutefois dans notre simulation, au moment de l'apparition de l'endommagement fibre, on observe une divergence du calcul. L'écart avec la mesure expérimentale est de 4% en considérant la contrainte maximale de la simulation.

1. F correspond à la résultante des forces et U au déplacements.

En couplant les deux approches de régularisation, l'écart est inférieur à 3% (erreur d'identification matériau). On constate donc, que dans le cas d'une éprouvette uniforme, la méthode de régularisation proposée influe très peu sur le pic de chargement. Ce résultat est intéressant car il démontre que la méthode de régularisation peut être utilisée pour l'évaluation de la tenue de structures complexes comportant des zones à gradients de contraintes et des zones à contraintes homogènes. Dans les zones où le champ de contraintes est homogène, la tenue de la structure correspondant à la tenue matériau n'est pas modifiée.

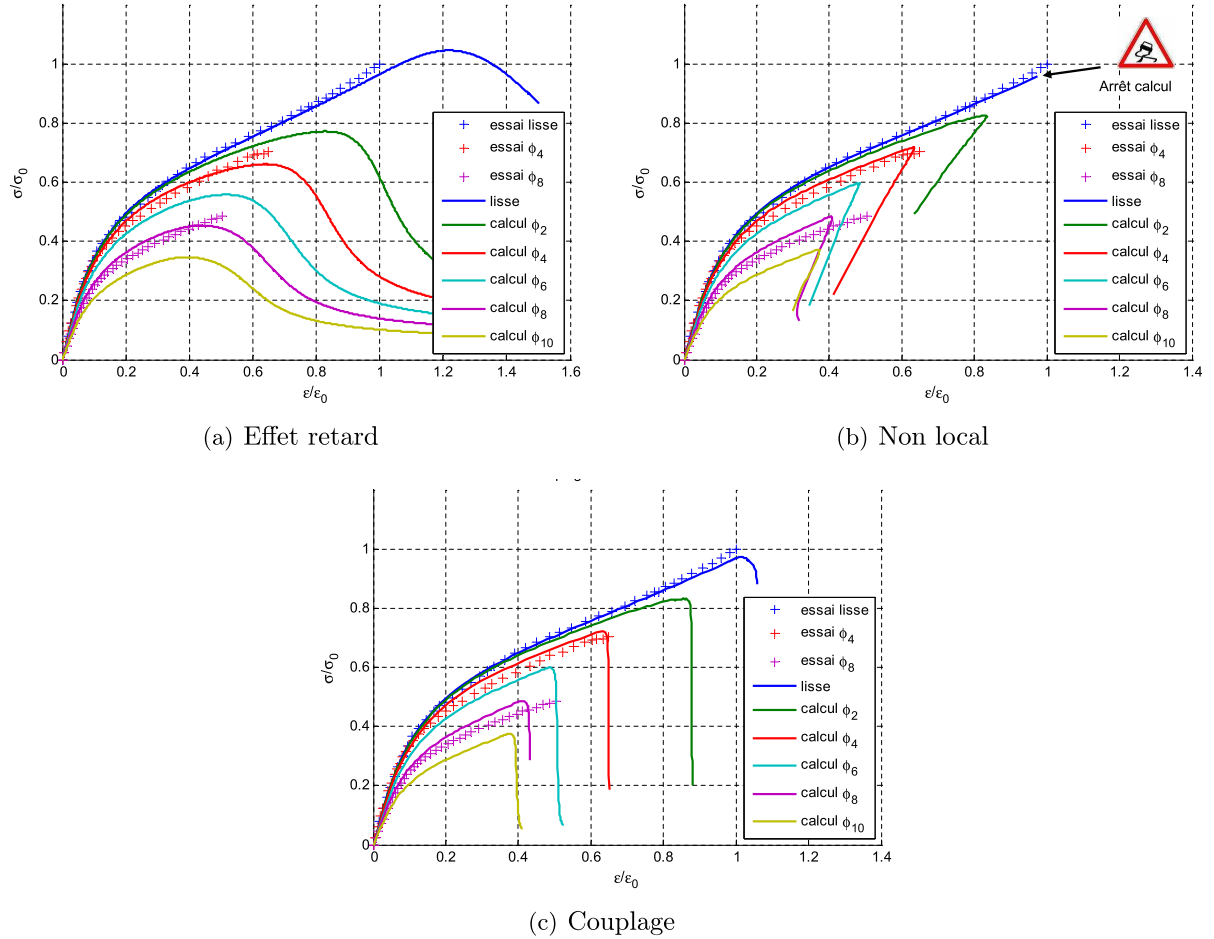


FIGURE 5.29 – Influence du diamètre du trou sur la réponse globale : (c) régularisation couplée, (a) modèle à taux d'endommagement limité et (b) modèle d'endommagement non local.

Pour les plaques avec un diamètre de trou de 4 et 8 mm, l'évaluation de la tenue de la structure par la simulation est faite en considérant que la ruine correspond au pic de chargement, les valeurs obtenues sont comparées à celles obtenues par l'intermédiaire d'un critère de rupture macroscopique de type critère de la contrainte maximale ainsi qu'aux valeurs expérimentales (voir Figure 5.30).

Le critère de rupture fragile ne prenant pas en compte le caractère progressif de la rupture tend à sous-estimer la tenue de la structure. L'écart entre la prévision et le calcul est de -40% pour la plaque avec un trou de 4 mm et de -35% pour la plaque de 8 mm.

Par contre les résultats sont sensiblement améliorés avec la prise en compte de l'effet de la rupture progressive du matériau. En effet, il est possible de capter le moment de défaillance de la structure en intégrant la transition endommagement/rupture dans le processus de modélisation. Les prévisions obtenues avec la régularisation couplée sont en accord avec la mesure expérimentale.

Il est possible de faire aussi bien avec les deux méthodes de régularisation malgré les difficultés supplémentaires qui leurs sont associées. Ainsi, l'écart entre simulation et expérience est de 6,4% avec le modèle à taux d'endommagement limité.

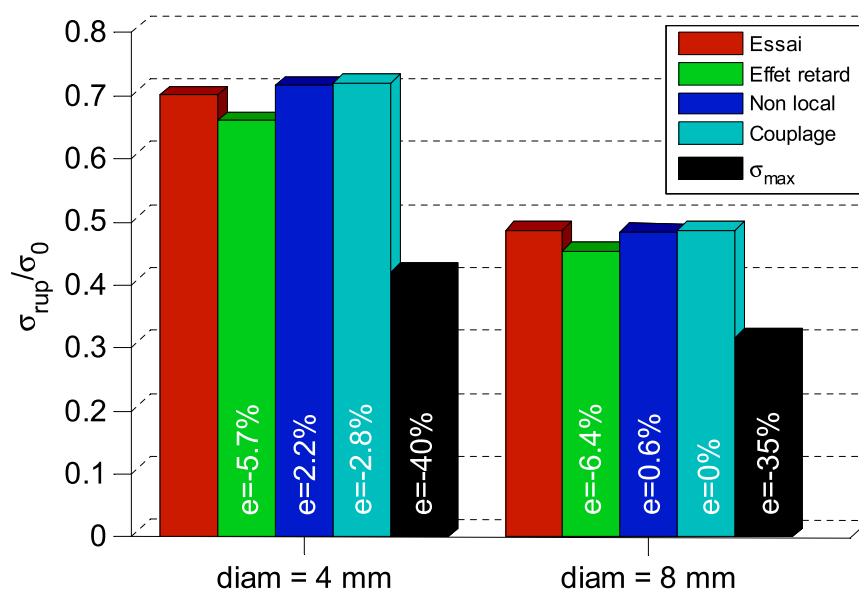


FIGURE 5.30 – Comparaison des forces à rupture obtenues avec les différentes approches de régularisation.

La Figure 5.31 présente l'évolution du rapport σ_{rup}/σ_0 en fonction du diamètre du trou pour une plaque de 16 mm de large. La contrainte à rupture macroscopique σ_{rup} est calculée de deux manières différentes, l'une en considérant la section totale de la plaque $\sigma_{rup} = F_{rup}/S_{totale}$ 5.31(a), l'autre en considérant la section nette à mi-longueur $\sigma_{rup} = F_{rup}/S_{utile}$ 5.31(b). On observe une décroissance linéaire du rapport σ_{rup}/σ_0 en fonction du diamètre du trou. Avec le modèle hybride d'endommagement, nous rendons compte du fait que le matériau est peu sensible à la présence d'un trou. Le rapport σ_{rup}/σ_0 varie entre 0,9 et 1 à comparer à la mesure expérimentale qui est comprise entre 0,94 et 1. Ceci est tout à fait en accord avec les résultats expérimentaux qui montrent que les CMC présentant un faible sensibilité à l'effet d'entaille.

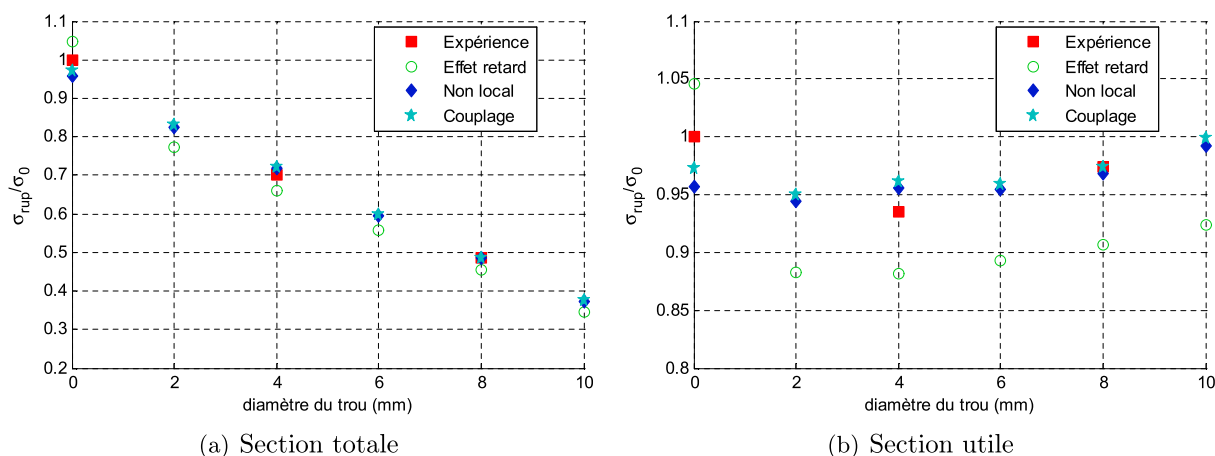


FIGURE 5.31 – Évolution du rapport σ_{rup}/σ_0 en fonction du diamètre du trou pour une plaque de 16 mm de large : (a) section totale et (b) en section utile.

5.4.3 Influence de la cinétique associée à la rupture progressive des torons de fibre : corrélation avec le paramètre c_{1t} de la régularisation couplée

Précédemment, nous avons démontré qu'il était possible de régulariser le problème en se définissant un couple de paramètre (c_{1t}, τ_{1t}) pour une cinétique d'endommagement des fibres d_{1t}^f . Toutefois, la cinétique de dégradation des torons de fibre reste une donnée du problème inconnue. En effet, à partir de l'essai sur éprouvette homogène, seul le seuil d'activation du dommage fibre dans la direction chaîne $y_{0(1t)}^f$ peut être déterminé. L'objet de cette partie est de déterminer l'influence de la cinétique des fibres sur la réponse obtenue pour la simulation des essais de traction sur les éprouvettes à gradient de contrainte. Pour cela, outre la cinétique d'endommagement utilisée pour les simulations précédentes (*cinétique 1*), deux autres cinétiques ont été définies, (*cinétique 2*) et (*cinétique 3*). Le Tableau 5.2 récapitule l'ensemble des valeurs des paramètres de la cinétique d'évolution du dommage : d_{1t}^f , $y_{0(1t)}^f$, $y_{c(1t)}^f$ et p_{1t}^f .

	d_{1t}^f	$y_{0(1t)}^f$ (MPa)	$y_{c(1t)}^f$ (MPa)	p_{1t}^f
Cinétique 1	1000	α	100	1.7
Cinétique 2	100	α	50	1.7
Cinétique 3	100	α	50	2

TABLE 5.2 – Paramètres de la cinétique d'évolution du dommage fibre d_{1t}^f . Pour des raisons de confidentialité, la valeur du seuil d'activation $y_{0(1t)}^f$ du dommage fibre d_{1t}^f n'est pas mentionnée.

Les paramètres choisis conduisent aux cinétiques d'évolution du dommage présentées à la Figure 5.32(a). Comme on peut le constater, l'évolution de l'endommagement est très rapide avec les paramètres de la *cinétique 1* alors que les paramètres des *cinétique 2* et *cinétique 3* correspondent à une évolution du dommage beaucoup plus lente.

Les paramètres choisis influent peu sur la contrainte maximale obtenue au cours de la simulation d'un essai de traction monotone dans le sens chaîne sur un VER (voir Figure 5.32(b)). Par contre, la différence est nette sur la réponse obtenue au-delà du pic de chargement. L'adoucissement de la réponse est plus ou moins progressif suivant la cinétique d'endommagement retenue.

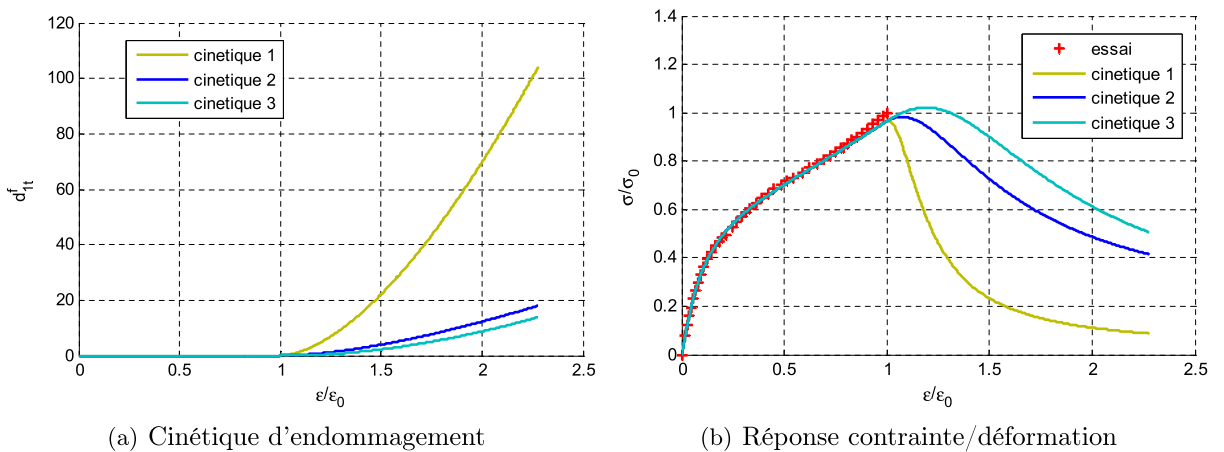


FIGURE 5.32 – (a) Évolution du dommage d_{1t}^f en fonction de ϵ/ϵ_0 et (b) réponse (σ, ϵ) associée pour un essai de traction monotone dans le sens chaîne sur un VER.

La Figure 5.33 présente la réponse globale pour la simulation avec la régularisation couplée de l'essai de traction uniaxiale sur la plaque avec un trou de 4 mm de diamètre. À cinétique d'endommagement fixée, c_{1t} gouverne l'instant de ruine de la pièce. Ainsi, pour capter la charge de défaillance de la pièce, la *cinétique 2* est associée à un $c_{1t} = 3 \text{ mm}^2$ et la *cinétique 3* à un $c_{1t} = 1,5 \text{ mm}^2$. Les valeurs de c_{1t} vérifient la condition $l_{1t} > 3h$ car l'arrête d'un élément situé en bord de trou dans le maillage utilisé pour les calculs est de 0,3 mm. Nous avons fait le choix de fixer la valeur de τ_{1t} à 0,01 s ce qui permet de s'assurer de la faible influence de la vitesse de chargement sur la réponse obtenue.

Avec la *cinétique 1* le chemin parcouru entre les premières ruptures de torons de fibres et l'adoucissement de la réponse structurale est plus court qu'avec la *cinétique 2* et la *cinétique 3*. Cette cinétique est plus rapide, c'est la raison pour laquelle plus la valeur de c_{1t} diminue plus on s'éloigne de la contrainte à rupture. Inversement, si la valeur de c_{1t} est petite, pour capter le moment de défaillance, on doit compenser par une évolution de l'endommagement fibre lente.

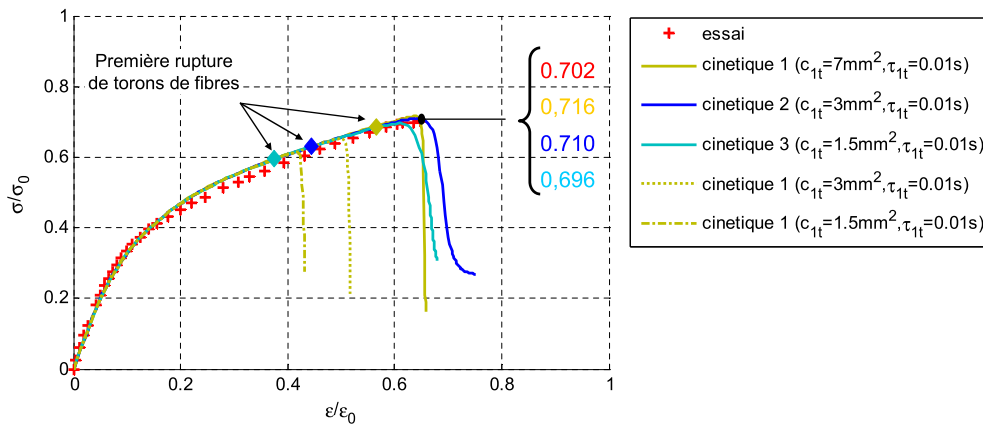


FIGURE 5.33 – Réponse globale pour la simulation avec la régularisation couplée de l'essai de traction uniaxiale sur la plaque avec un trou de 4 mm de diamètre. Les contraintes maximales expérimentales et simulées sont affichées sur le graphe.

La Figure 5.34 présente la répartition de l'endommagement d_{1t}^f des torons fibres au niveau de la charge maximale pour la simulation avec la régularisation couplée de l'essai de traction uniaxiale sur la plaque avec un trou de 4 mm de diamètre. Les isovaleurs d'endommagement ont des formes similaires et les valeurs maximales d'endommagement sont du même ordre de grandeur. On constate que plus est, que la valeur maximale du dommage est inversement proportionnelle à la valeur de la contrainte maximale.

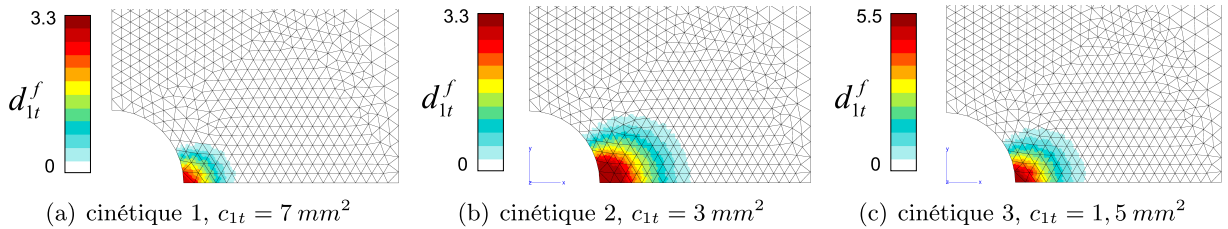


FIGURE 5.34 – Répartition de l'endommagement d_{1t}^f des torons fibres au niveau de la charge maximale pour la simulation avec la régularisation couplée de l'essai de traction uniaxiale sur la plaque avec un trou de 4 mm de diamètre : (a) cinétique 1, $c_{1t} = 7 \text{ mm}^2$, (a) cinétique 3, $c_{1t} = 3 \text{ mm}^2$, (a) cinétique 2, $c_{1t} = 1,5 \text{ mm}^2$. Le paramètre τ_{1t} est égal à 0,01 s.

Pour finir, nous avons confronté les résultats des simulations des *cinétique 2* et *cinétique 3* associées à leurs paramètres de régularisation respectifs dans le cas de l'essai de traction sur la plaque avec un trou de 8 mm. Les réponses globales sont similaires à celle obtenue précédemment avec la *cinétique 1*.

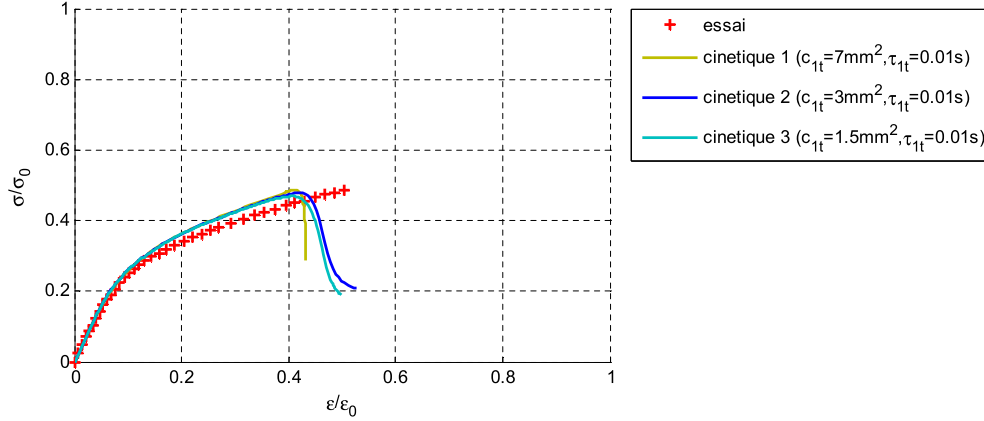


FIGURE 5.35 – Réponse globale pour la simulation avec la régularisation couplée de l'essai de traction uniaxiale sur la plaque avec un trou 8 mm de diamètre.

La conclusion de cette partie est la suivante. Tout en ayant rompu localement, on peut ajuster la progressivité de la rupture de la pièce jusqu'à la transition endommagement/rupture en jouant sur l'évolution de la cinétique d'endommagement et la valeur du paramètre c_{1t} de régularisation couplée.

5.4.4 Synthèse et discussion sur les méthodes de régularisation

Dans le but de prévoir la tenue de structures tissées, nous avons pris en compte l'effet de la rupture progressive des torons de fibres dans la formulation du modèle ODM_LD. Ce type d'approche conduisant à un modèle adoucissant, il est nécessaire de mettre en oeuvre une méthode de régularisation permettant de rendre les résultats de la simulation indépendants de la finesse du maillage. Deux limiteurs de localisation continue ont été adoptés pour les besoins de nos travaux. L'interprétation physique de ces approches est différente. Dans le cas du modèle à taux d'endommagement limité on considère que le dommage ne peut pas croître de façon instantanée. Il s'agit d'une régularisation visqueuse. Pour le modèle d'endommagement non local, le dommage se diffuse dans une zone non nulle. On qualifie cette approche de régularisation spatiale. Les mécanismes d'endommagement ces deux phénomènes, une approche de régularisation couplant ces deux approches a été développée. Ces trois approches ont été comparées dans le but de mettre en évidence les apports et les inconvénients de chacune d'elle en matière de prévision de la tenue de structure.

Pour la résolution du calcul par Éléments Finis, l'emploi du modèle non local a requis l'utilisation d'un solveur à longueur d'arc. Ce solveur fait intervenir de nombreux paramètres numériques supplémentaires à identifier qui ne sont pas aisés à appréhender. Le couplage des méthodes de régularisation permet de contourner cette difficulté *i.e.* le problème mécanique est résolu en utilisant un algorithme standard de Newton-Raphson.

Une différence notable entre les méthodes de régularisation apparaît de la forme de la réponse structurale. En effet, le modèle à taux d'endommagement limité conduit à un adoucissement progressif de la réponse de la structure, la défaillance étant caractérisée par le pic de charge. L'énergie dissipée est alors grande et dépendant de la vitesse locale de chargement. LeMauff *et al.* mènent

actuellement des travaux afin de pouvoir relier le paramètre τ à la vitesse de locale chargement afin de pallier cet inconvénient [Lubineau 09, LeMauff 09].

Avec le modèle d'endommagement non local, l'adoucissement de la réponse structurale induit une instabilité au niveau de la résolution du calcul. L'algorithme de pilotage à longueur d'arc permet de faire converger le calcul au-delà de ce point limite. Par contre, l'interprétation physique de la courbe force/déplacement est plus délicate au-delà du pic de chargement car le snap-back correspond à une réponse que l'on n'observe pas expérimentalement.

L'utilisation d'un limiteur de régularisation couplé permet de rendre plutôt compte d'une rupture brutale de la structure qui s'apparente au mode de défaillance observé sur les structures présentant une singularité forte. La réponse force/déplacement présente l'avantage de suivre la réponse non-linéaire due à l'endommagement matriciel tant que l'effet du dommage fibre n'est pas trop important. Une perte de raideur importante est observée après le pic de chargement. La rigidité diminue sans augmentation notable du déplacement et peu d'énergie supplémentaire est dissipée.

Enfin, le couplage des paramètres permet de garantir une diminution de l'influence de la viscosité. Le problème est régularisé (*i.e.* pas d'influence du maillage) et la confiance dans le résultat obtenue est plus importante qu'avec le modèle à taux d'endommagement limité.

Pour une confrontation sans aucun recalage, les résultats obtenus sont considérés comme satisfaisants. D'autant plus que l'erreur de prévision, comme nous le verrons par la suite, peut être en partie due au caractère dispersé des résultats expérimentaux.

La cinétique d'évolution de l'endommagement des torons de fibres est une inconnue du problème. Elle est identifiée à partir d'un essai sur structures et requiert donc une simulation par Éléments Finis. Néanmoins, la cinétique n'est pas unique et est fortement couplée au choix des paramètres de régularisation. On peut traduire une dégradation plus ou moins progressive de l'éprouvette. Un moyen d'enrichir l'identification est de se servir de l'émission acoustique qui permet de détecter les premières ruptures de torons de fibres.

Le Tableau 5.3 résume les différences entre les approches de régularisation par rapport au choix des Éléments Finis employés pour la discrétisation spatiale, l'algorithme employé pour résoudre le problème mécanique et le type de réponse structurale obtenue. De ce tableau comparatif, on déduit que pour prévoir la tenue de structure en présence de singularités, le couplage des méthodes de régularisation permet de cumuler les avantages des méthodes de régularisation classique et d'en supprimer les principaux inconvénients aussi bien du point de vue mise en oeuvre que de l'interprétation physique.

	Type d'élément	Résolution	Réponse post-pic	Viscosité
Non local	Non local	Longueur d'arc	Snap-back	Non
Effet retard	Classique	Newton-Raphson	Progressif	Forte
Couplage	Non local	Newton-Raphson	Brutale	Faible

TABLE 5.3 – Comparaison des approches de régularisation.

5.5 Bilan

Afin de prévoir la tenue de structures présentant un gradient de contrainte dû à la présence d'une singularité, ou bien induit par un chargement, de nouvelles variables d'endommagement ont été introduites dans la formulation du modèle. Ces variables, associées aux mécanismes d'endommagement progressif conduisant à la rupture matériau, permettent de conduire les simulations numériques au-delà des premières dégradations macroscopiques.

Pour s'affranchir de la dépendance des résultats des simulations vis-à-vis du maillage, une approche de régularisation couplant régularisation visqueuse et spatiale a été développée. Les réponses obtenues ont été confrontées à deux limiteurs de localisation continue : non locale et à effet retard, dans le but de déterminer les apports et les inconvénients de l'approche de régularisation développée. Les points forts de l'approche développée, au delà de la régularisation du problème, sont : (i) la possibilité de résolution du calcul avec un algorithme de Newton-Raphson, (ii) la réduction de la dépendance au temps par rapport au modèle à taux d'endommagement limité et (iii) une meilleure qualité des réponses structurales.

Les premières comparaisons essai/calcul ont permis de mettre en évidence l'apport d'une modélisation plus fine des mécanismes d'endommagement et de rupture sur l'étude de la tenue de la structure. La difficulté réside dans l'identification des paramètres de la loi de comportement liés à la cinétique d'endommagement des torons de fibres ainsi que des paramètres de la méthode de régularisation. Ces résultats, bien que très encourageants, nécessiteraient d'autres validations expérimentales sur des configurations géométriques différentes.

Ces comparaisons sont toutefois déterministes, or une partie des erreurs de prévision peut être due au caractère dispersé des résultats expérimentaux. C'est pourquoi, dans le but d'estimer la confiance dans la modélisation proposée, il convient d'évaluer l'impact des aléas des modèles sur la réponse obtenue. Cette analyse permet de valider ou non l'utilisation des modèles proposés qui sont relativement complexes en présence d'incertitudes. D'autre part, il s'agit de vérifier si il est possible de réduire la part de méconnaissance à partir d'un nombre limité d'essais et en présence d'incertitudes. Ce point est l'objet du prochain chapitre.

Chapitre 6

Simulation non linéaire dans un cadre non déterministe et analyse de sensibilité

L'objet de ce chapitre est *(i)* d'estimer la confiance dans la prévision fournie par le calcul afin de démontrer l'apport du calcul non linéaire dans un cadre non déterministe et *(ii)* d'évaluer la faisabilité d'une démarche de capitalisation d'expérience. Pour ce faire, des outils d'analyse de sensibilité s'appuyant sur une approximation du problème Éléments Finis par un métamodèle analytique sont mis en oeuvre.

Sommaire

6.1	Introduction	128
6.2	État de l'art sur les méthodes de propagation des incertitudes	129
6.2.1	Sources d'incertitudes	129
6.2.2	Plans d'expériences virtuelles	130
6.2.3	Transport et analyse des incertitudes	130
6.3	Estimation de la confiance dans la prévision du calcul de structure	134
6.3.1	Identification du métamodèle	135
6.3.2	Analyse de sensibilité et intervalle de confiance	137
6.3.3	Synthèse sur la prévision de la simulation	141
6.4	Faisabilité d'une démarche de capitalisation d'expérience pour l'identification d'une loi de comportement	142
6.4.1	Plan d'expériences virtuelles	144
6.4.2	Analyse du problème direct	146
6.4.3	Bilan de l'analyse du problème direct : discussion sur la faisabilité de l'approche inverse	150
6.5	Bilan	152

6.1 Introduction

Pour l'ensemble des études que nous avons entreprises jusqu'à présent, nous nous sommes placés dans un cadre déterministe c'est-à-dire que la simulation est effectuée avec les données les plus probables (paramètres du modèle, géométrie de la structure, etc.). Or les matériaux composites présentent un comportement relativement dispersé (voir Figure 6.1). Par exemple dans le cas des CMC, la réponse du matériau est fortement liée à sa densification due au processus d'élaboration. Or cette densification peut varier d'une plaque à une autre. De plus, le coût de fabrication des matériaux auxquels nous nous sommes intéressés dans ce travail est relativement onéreux. C'est la raison pour laquelle il est difficile de quantifier cette dispersion pour chaque lot matériau par le biais d'une répétition du nombre d'essais. Dans certains cas, on ne dispose d'aucune information expérimentale nécessaire à l'identification d'un modèle (méconnaissance).

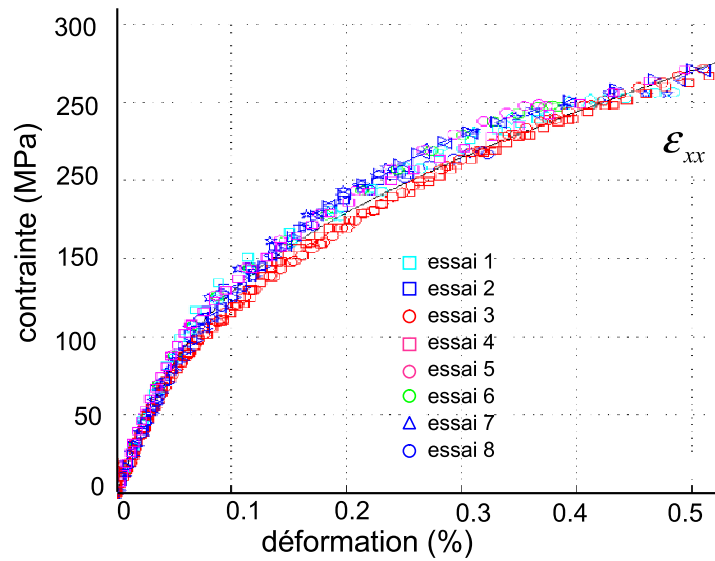


FIGURE 6.1 – Illustration de la dispersion matériau pour un essai de traction monotone sur CMC.

Pour tenir compte des incertitudes, la démarche industrielle de dimensionnement consiste à effectuer les calculs en appliquant un abattement sur les valeurs de propriétés mécaniques définissant ainsi les valeurs A et valeurs B. La valeur A est définie telle que 99% des valeurs possibles d'une propriété mécanique soient supérieures à cette valeur avec une confiance de 95%. La valeur B est définie telle que 90% des valeurs possibles d'une propriété mécanique soient supérieures à cette valeur avec une confiance de 95%. La définition de ces valeurs dépend de la loi de probabilité que suit la propriété. Or déterminer expérimentalement cette loi requiert un grand nombre d'expériences ce qui n'est pas toujours possible pour des raisons de coût. C'est la raison pour laquelle les coefficients d'abattement (k_A, k_B) dépendant du nombre d'essais réalisés pour estimer les valeurs A et B sont introduits. Ils permettent de garantir un niveau de confiance de 95%. Ainsi, les valeurs A et B peuvent être déterminées à partir des estimations de la moyenne $\bar{\mu}$ et de l'écart type $\bar{\sigma}$ de la propriété de la manière suivante :

$$\text{Valeur A} = \bar{\mu} - k_A \bar{\sigma} \quad (6.1)$$

$$\text{Valeur B} = \bar{\mu} - k_B \bar{\sigma} \quad (6.2)$$

Les valeurs de ces coefficients d'abattement, pour calculer la valeur A et la valeur B avec une confiance de 95%, sont présentées dans le Tableau 6.1 dans le cas d'une loi normale.

Nombre d'essais	6	10	30	∞
k_A	5,062	3,981	3,064	2,362
k_B	3,006	2,355	1,777	1,282

TABLE 6.1 – Valeur des coefficients (loi normale) k_A et k_B en fonction du nombre d'essais réalisés.

On constate que plus le nombre d'essais est réduit, plus la valeur de ces coefficients est grande. Ces approches conduisent donc à un fort conservatisme. Or, si les sous-dimensionnements sont inacceptables, il est aussi de plus en plus difficile d'accepter des surdimensionnements excessifs qui entraînent une perte de compétitivité. De plus, la détermination de ces valeurs A et B sont sans aucun rapport avec les modèles utilisés.

Une démarche de dimensionnement plus rigoureuse passe par une prise en compte des incertitudes afin de déterminer leurs effets sur la réponse de la structure. Se pose alors la question de la robustesse des modèles fins étant donné l'incertitude en terme d'identification ou de validation.

Par ailleurs, une autre interrogation porte sur la possibilité de réduire, voire combler, la méconnaissance existante sur certains paramètres des modèles matériaux à partir des informations expérimentales sur structure.

Les objectifs de ce chapitre sont (i) d'estimer la confiance dans la prévision fournie par le calcul afin de démontrer l'apport du calcul non linéaire dans un cadre non déterministe et (ii) d'évaluer la faisabilité d'une démarche de capitalisation d'expérience (*i.e* l'amélioration de l'identification de certains paramètres du modèle à partir d'essais sur structure).

Avant de s'intéresser aux démarches mises en place pour répondre aux objectifs fixés, il convient de faire un point sur les démarches de propagation des incertitudes proposées dans la littérature.

6.2 État de l'art sur les méthodes de propagation des incertitudes

6.2.1 Sources d'incertitudes

Le caractère incertain des données expérimentales a motivé les analyses présentées dans ce chapitre. La différence est faite entre la dispersion matériau et la méconnaissance matériau. La dispersion matériau correspond à la variabilité des résultats expérimentaux pour un même essai reproduit plusieurs fois dans des conditions identiques. La méconnaissance matériau est due au peu de données expérimentales étant donnée la complexité et/ou le coût élevé des essais.

Mais dans le cadre du calcul de structure, les sources d'incertitudes sont multiples. Tout d'abord, il y a les modèles permettant de décrire le comportement et la rupture du matériau. Ces derniers ne sont qu'une représentation mathématique/numérique approchée d'un processus physique réel. Deuxièmement, la géométrie de la pièce étudiée est souvent idéalisée. Or, en général, les schémas de cotation sont fournis avec une erreur relative sur les différentes dimensions de la pièce. Par ailleurs, la définition des conditions aux limites et des chargements les plus représentatifs de l'essai réel est une étape très délicate. Pour finir, il existe de nombreuses sources d'erreurs numériques dans un calcul de structures ayant pour origine la discrétisation de la structure, le choix des éléments du maillage, etc.

6.2.2 Plans d'expériences virtuelles

Dans le but de comprendre l'effet des incertitudes sur une réponse structurale, il faut tout d'abord réaliser un plan d'expériences virtuelles. En l'absence d'information sur la forme de la distribution, le plus simple est de la considérer comme uniforme. Ce choix permet de transporter un intervalle d'incertitudes dans son intégralité. Il s'agit donc d'échantillonner un hypercube de dimension d (nombre de paramètres). Un échantillonnage régulier explorant simplement deux valeurs différentes par paramètre (bornes), appelé plan factoriel, est rarement employé car la taille du plan d'expérience croît en 2^d .

Il faut donc optimiser l'échantillonnage de façon à obtenir, avec un nombre réduit d'échantillons, une exploration la plus complète et uniforme possible. Deux exigences supplémentaires sont importantes. Il faut éviter que la méthode d'échantillonnage n'introduise une corrélation parasite entre paramètres. Un tel artefact n'est pas évident à éviter en dimension élevée et il perturbe par nature la distinction des différents effets lors des analyses ultérieures. Enfin, il est courant en dimension élevée qu'un nombre réduit de paramètres soit responsable de la majorité des effets (effet de "sparsité"). Il peut donc être intéressant que la projection de l'échantillonnage sur tout sous-groupe de paramètres engendre un effet de densification plutôt qu'un effet de redondance. Toute redondance est d'ailleurs inutile ici puisque les simulations structurales sont déterministes. Il s'agit d'une différence importante par rapport aux plans d'expériences "réelles".

Une solution simple et robuste consiste à réaliser un échantillonnage aléatoire de type Monte-Carlo. Cependant la faible uniformité de ce type d'échantillonnage doit être compensée par un nombre important d'expériences et aucun contrôle n'est imposé sur la densification des projections. Partant de ce constat, deux types d'approches ont été principalement développées. On citera tout d'abord les plans d'expériences de type "hypercube latin". Il s'agit d'une version structurée de la méthode de Monte-Carlo qui impose la non-redondance des projections [McKay 79]. Les autres caractéristiques (non-corrélation, uniformité) sont optimisées en itérant de nombreux tirages et en sélectionnant progressivement les meilleurs.

Dans le cas où le nombre de simulations et le nombre de paramètres sont élevés, il est préférable de recourir à une seconde catégorie d'approches, dite "Quasi-Monte-Carlo", plus efficace tout en répondant assez bien à l'ensemble des exigences. Il s'agit d'approches déterministes fournissant une séquence d'échantillons qui se densifie progressivement avec une bonne uniformité. On parle de séquences à faible discrédance¹ (Low Discrepancy Sequences [Niederreiter 92, L'Ecuyer 02]). De plus, la propriété de densification progressive permet de partitionner facilement l'échantillonnage en deux ensembles d'expériences finement imbriqués, le premier destiné à établir les analyses et le second permettant de les valider en aveugle. Remarquons enfin que les méthodes de Quasi-Monte-Carlo ont été développées initialement pour des problèmes d'intégration numérique en dimension élevée [Kuo 05] et que les méthodes d'analyse de sensibilité les plus complètes [Sobol' 93, Saltelli 06], proposant une décomposition de variance, reposent précisément sur des intégrales numériques multidimensionnelles [Saltelli 02].

6.2.3 Transport et analyse des incertitudes

En faisant ce point bibliographique, nous ne prétendons pas être exhaustif. En effet, le transport des incertitudes couvre un large domaine de recherche allant de la géostatistique à la finance en passant par la mécanique. Notre souhait est d'en dégager les grandes tendances. Pour plus de détails, nous invitons le lecteur à se reporter aux travaux de thèse de Puel [Puel 04] et Rollet [Rollet 07] ou à l'article de revue de Lee *et al.* [Lee 09].

1. On minimise la divergence entre la distribution des échantillons et la distribution uniforme (mesure de "discrédance").

L'objectif de la propagation d'incertitude est d'établir l'incertitude de la sortie connaissant l'incertitude qui porte sur les données d'entrée. Une fois le plan d'expériences construit, les simulations correspondantes aux jeux de paramètres définis sont réalisées. Le nombre de simulations à réaliser pose alors un réel problème de coût. Il est possible de remplacer le modèle structural par un métamodèle (modèle de modèle) aussi appelé surface de réponse ou modèle de remplacement ("surrogate model"). Le principe est d'approcher la réponse obtenue avec le calcul Élément Finis par un modèle analytique beaucoup moins coûteux en temps de calcul (voir Figure 6.2).

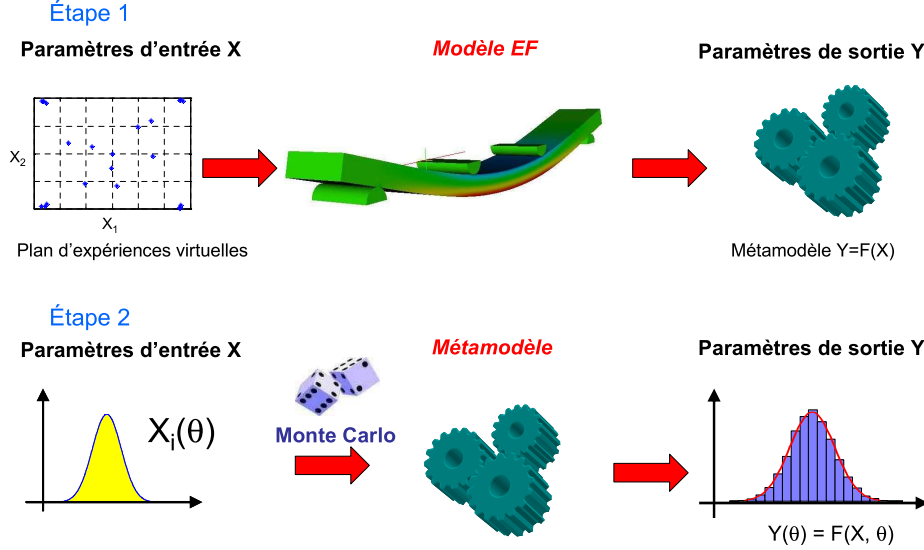


FIGURE 6.2 – Schéma de principe du transport des incertitudes par l'intermédiaire d'un métamodèle.

Les métamodèles peuvent être plus ou moins complexes. À la différence d'une démarche d'optimisation, dans le cadre du transport d'incertitude, le métamodèle est considéré comme une approximation locale d'un modèle numérique (voir Figure 6.3). Localement, la relation entrée/sortie peut être linéaire ou modérément non-linéaire sur l'intervalle d'incertitude. Dans ce qui suit, nous présentons différentes catégories de métamodèles par ordre croissant de complexité.

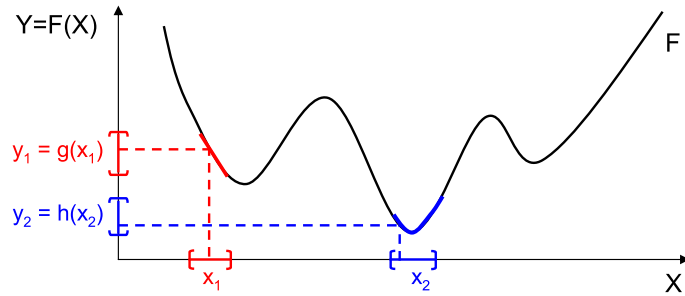


FIGURE 6.3 – Approximation locale d'un modèle numérique : en rouge la relation entrée/sortie est linéaire sur l'intervalle d'incertitude et en bleu la relation entrée/sortie est non linéaire sur l'intervalle d'incertitude.

L'approximation souvent utilisée consiste à définir un polynôme de degré fini. Dans le cas d'un métamodèle polynomial de degré 2, la relation entre la sortie y et les paramètres d'entrée x_i est définie de la manière suivante :

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n b_{ij} x_i x_j + \sum_i c_i x_i^2 \quad (6.3)$$

où les coefficients a_i, b_{ij}, c_i sont identifiés par une régression au sens des moindres carrés.

Le nombre de monômes augmente très rapidement lorsque le nombre de variables est grand. Le nombre de points nécessaires à l'identification des coefficients du polynôme augmente en conséquence et rend difficile l'utilisation d'un modèle polynomial. Il est possible de construire des polynômes partiels par sélection progressive des monômes selon la méthode OLS [Chen 09]. Plusieurs critères existent pour stopper la sélection de façon optimale, c'est à dire en minimisant l'erreur de généralisation (erreur commise en dehors des points d'identification). Le plus courant est le Leave-One-Out². Nous préférons utiliser la notion de "vecteur sonde", plus intuitive, qui permet de définir la probabilité de sélection d'un monôme par rapport à un descripteur purement aléatoire [Stoppiglia 03]. L'implémentation a été réalisée par FH Leroy dans le cadre du programme AME-RICO.

L'approche basée sur le chaos polynomial fait partie des méthodes pour le transport des incertitudes. Couplée aux développements de Karhunen-Loève, cette technique a donné lieu au développement des approches spectrales en Éléments Finis Stochastiques [Ghanem 91, Sudret 03]. La réponse d'un modèle Y est définie comme le développement en série des variables d'entrée aléatoires indépendantes $\{\varsigma_1, \dots, \varsigma_n\}$:

$$y = \sum_{i=0}^{\infty} \varpi_i \Psi_i(\varsigma_1, \dots, \varsigma_n) \quad (6.4)$$

où Ψ_i sont des polynômes multidimensionnels deux à deux orthogonaux (Hermitte, Legendre, etc.) et ϖ_i sont des coefficients à identifier (projection, régression, etc.). Dans la pratique, seule une troncature de la série est utilisée. De même que dans le cas surface de réponse polynomiale, Blatman & Sudret ont proposé une approche permettant de construire un chaos polynomiale creux [Blatman 08]. Les termes importants du développement sont déterminés par régression.

Un autre type de métamodèle s'appuie sur le kriging qui correspond une méthode développée en premier lieu par des géostatisticiens [Matheron 63, Chilès 99]. Le kriging est en particulier attractif lorsque la relation entre les paramètres d'entrée $x_{i \in \{1, \dots, n\}}$ et la sortie y est non-linéaire. Cette relation est définie de la manière suivante :

$$y = \Lambda(X, \Theta_1) + \Gamma(X, \Theta_2) \quad (6.5)$$

$\Lambda(X, \Theta_1)$ est le modèle de régression qui est en général choisi de forme polynomiale :

$$\Lambda(X, \Theta_1) = \sum_i \theta_i f_i(X) \quad (6.6)$$

où $f_{i \in \{1, \dots, n\}}$ constitue le vecteur des fonctions de base du modèle de régression et $\Theta_1 = \theta_{i \in \{1, \dots, n\}}$ le vecteur des coefficients du modèle à déterminer. $\Gamma(X)$ est un processus aléatoire de second-ordre de moyenne nulle et de variance σ^2 regroupé dans Θ_2 . Il correspond à l'erreur de prévision entre le modèle de régression et les données de sortie.

Dans le cas où l'on dispose d'une expression formelle du métamodèle, une fois celui-ci identifié, il peut ensuite être utilisé pour calculer de manière analytique les moments statistiques des réponses. Ainsi, dans le cas d'un modèle linéaire, on obtient :

$$\mu_y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \mu_{x_i} \quad (6.7)$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_{x_i}^2 \quad (6.8)$$

2. Le Leave-One-Out est une méthode de validation croisée sur laquelle nous reviendrons dans la Section 6.3

Ou bien encore, dans le cas du chaos polynomial, la moyenne et la variance de sortie sont données par :

$$\mu_y = \varpi_0 \quad (6.9)$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n \varpi_i^2 \|\Psi_i\| \quad (6.10)$$

Une alternative à la détermination analytique des moments statistiques est de réaliser un nombre important de simulations par un processus de Monte-Carlo ou Quasi-Monte-Carlo. En effet, l'obtention d'un point de sortie par l'intermédiaire du métamodèle est peu onéreuse en coût de calcul.

Une approche basée sur la "Théorie des méconnaissances" a été introduite par Ladevèze *et al.* [Ladevèze 06a, Ladevèze 06b]. Cette approche permet d'évaluer l'effet des incertitudes qui portent sur les données d'entrée au travers d'un modèle et ainsi définir des bornes d'encadrement des quantités d'intérêts. Une structure Ω est considérée comme un ensemble de sous-structures E au niveau desquelles les diverses sources d'incertitude sont globalisées à travers la méconnaissance m . La méconnaissance m est définie sur l'intervalle $[m_E^-, m_E^+]$ appelé *méconnaissance de base*. Ainsi l'énergie de déformation $e_E(U)$ d'une sous-structure est encadrée de la manière suivante :

$$(1 - m_E^-)\bar{e}_E(U) \leq (1 - m)\bar{e}_E(U) = e_E(U) \leq (1 + m_E^+)\bar{e}_E(U) \quad (6.11)$$

où $\bar{e}_E(U)$ est l'énergie de déformation du calcul déterministe

$$\bar{e}_E(U) = \frac{1}{2} U^T \mathbb{K}_E U \quad (6.12)$$

et U représente le champ de déplacement du problème et $\mathbb{K}_E$ la matrice de rigidité de la sous-structure E .

En réalité, la méconnaissance m reste une inconnue du problème. La démarche repose donc sur la *méconnaissance de base*. Plus précisément, m_E^- et m_E^+ sont définies comme des variables aléatoires. Ceci permet de limiter l'effet de surestimation de la théorie des intervalles [Puel 04].

De cette brève revue bibliographique, nous déduisons que les méthodes de transport d'incertitudes sont nombreuses et plus ou moins difficiles à mettre en oeuvre (transport d'incertitudes par une surface de réponse polynomiale ou par kriging).

Dans un premier temps, nous avons réalisé un transport d'incertitudes pour estimer la confiance dans la prévision du calcul de structure. Pour cela, nous nous sommes appuyés sur la démarche de transport proposée dans le cadre de la thèse de Rollet [Rollet 07]. Le point fort de cette approche spécialement dédiée aux calculs de structures composites est d'adopter une démarche progressive. En effet, elle est basée sur l'utilisation de métamodèles de complexité croissante tels que ceux qui viennent d'être exposés. De plus des estimateurs d'erreurs et de confiance ont été introduits afin de s'assurer du choix de la meilleure approximation.

L'étude de la faisabilité d'une démarche de capitalisation d'expériences nécessite aussi de réaliser un transport d'incertitudes. Compte tenu du domaine de variation des données d'entrée et de la taille du problème traité, d'autres outils ont été mis en oeuvre. Ils ont servi à la fois pour la réalisation des plans d'expérience et pour l'exploitation des résultats. La méthodologie employée est détaillée à la Section 6.4.

6.3 Estimation de la confiance dans la prévision du calcul de structure

Nous avons développé une approche permettant de décrire le comportement jusqu'à rupture de structures composites tissées. Elle repose sur une loi adoucissante décrivant les effets de l'endommagement matriciel et de la rupture progressive des torons et sur la mise en oeuvre d'une méthode de régularisation permettant de s'affranchir de la dépendance aux maillages des résultats. La confrontation essai/calcul entreprise à la Section 5.4 a permis une première validation de l'approche développée. Néanmoins, au vu des incertitudes sur les coefficients du modèle, il ne suffit pas de se contenter de la prévision fournie par le calcul déterministe. On aimerait, dans un premier temps, pouvoir disposer d'une estimation de la confiance à accorder aux calculs ou d'un encadrement du résultat. Dans un deuxième temps, on souhaiterait classer les paramètres par ordre d'influence.

Les paramètres incertains susceptibles d'influer sur le résultat de la simulation sont de diverses natures. Nous les avons cherché à hiérarchiser de la façon suivantes (voir Figure 6.4).

Nous distinguons, tout d'abord, les paramètres qui peuvent être identifiés à partir des essais de caractérisation matériau. A savoir, les propriétés mécaniques du matériau (module d'Young, coefficient de poisson, résistance, etc.) ainsi que les paramètres de la loi de comportement liés à l'endommagement matriciel (cinétique d'évolution, déformation résiduelle, etc.). Cette catégorie regroupe donc les paramètres "matériaux" de la représentation numérique de la physique observée.

Nous classons, dans une seconde catégorie, les paramètres plutôt "structuraux" de la modélisation. Il s'agit des paramètres identifiables à partir d'un essai sur structure présentant une singularité, c'est-à-dire les paramètres liés à la rupture progressive des torons de fibres. L'identification de la cinétique passe donc par un calcul de structure régularisé et idéalisé. De ce fait, l'identification est dépendante à la fois du choix des paramètres de régularisation et de la géométrie de la pièce.

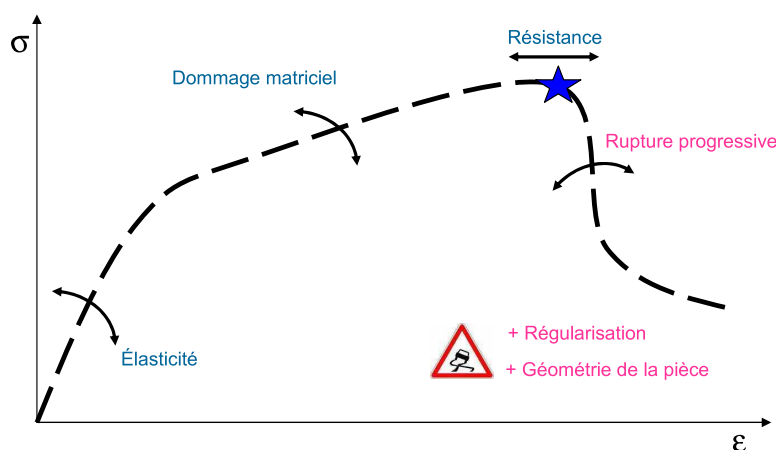


FIGURE 6.4 – Paramètres incertains de la modélisation susceptible d'influer sur la prévision des simulation : en bleu paramètres "matériaux" et en rose paramètres "structuraux".

6.3.1 Identification du métamodèle

Dans le cas des essais sur plaques trouées sollicitées en traction dans le sens chaîne, nous avons considéré trois paramètres "matériaux" : le module d'Young initial E_1^0 , la valeur à saturation du dommage matriciel $d_{c(1)}^m$ et la résistance en traction X_ε . Les paramètres "structuraux" sont : $d_{c(1t)}^f$ la valeur à saturation du dommage sens chaîne, c_{1t} le paramètre spatial de la méthode de régularisation couplée, τ_{1t} le paramètre visqueux de la méthode de régularisation couplée et le diamètre du trou $\emptyset$. Au final, sept paramètres incertains ont donc été considérés dans l'optique d'estimer la confiance dans la prévision de la tenue à rupture d'une plaque trouée CMC. Le Tableau 6.2 présente les intervalles de variation des paramètres incertains. Notre souhait a été de réaliser un transport d'incertitudes autour d'une valeur déterministe, c'est la raison pour laquelle des fluctuations modérées (inférieures à 10%) ont été introduites.

Paramètres	Propriétés	Min	Max
E_1^0	Module d'Young initial	-5 %	+5 %
X_ε	Résistance en traction	-5 %	+5 %
$d_{c(1)}^m$	Valeur à saturation du dommage matriciel sens chaîne	3,8	4,2
$d_{c(1t)}^f$	Valeur à saturation du dommage "fibre" sens chaîne	95	105
c_{1t}	Régularisation spatiale du couplage	2,7 (mm^2)	3,3 (mm^2)
τ_{1t}	Régularisation visqueuse du couplage	0,9e-2 (s)	1,1e-2 (s)
$\emptyset$	Diamètre du trou	-5%	+5 %

TABLE 6.2 – Estimation de la confiance de la prévision.

Un plan d'expériences virtuelles comportant 24 jeux de paramètres a été réalisé afin d'occuper au mieux l'espace d'incertitude selon une méthode heuristique qui consiste à répartir 2/3 des points près des sommets tandis que le 1/3 de points restants est réparti au centre du domaine d'incertitude par la méthode de l'hypercube latin [Rollet 07]. Les réponses contrainte/déformation pour un essai de traction uniaxiale obtenue après réalisation du plan d'expériences sont présentées à la Figure 6.5.

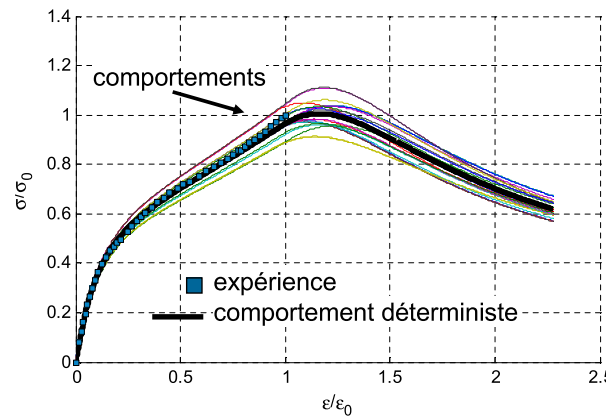


FIGURE 6.5 – Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction uniaxiale obtenue après réalisation du plan d'expériences.

Les résultats des simulations sur plaque trouée sont présentés à la Figure 6.6. Il est intéressant de noter que les réponses fournies par notre modèle d'endommagement sont peu sensibles aux perturbations introduites sur les données d'entrée. En effet, les enveloppes des réponses sont confinées autour de la solution nominale. Ce premier résultat qualitatif tend à accorder une certaine confiance dans la modélisation.

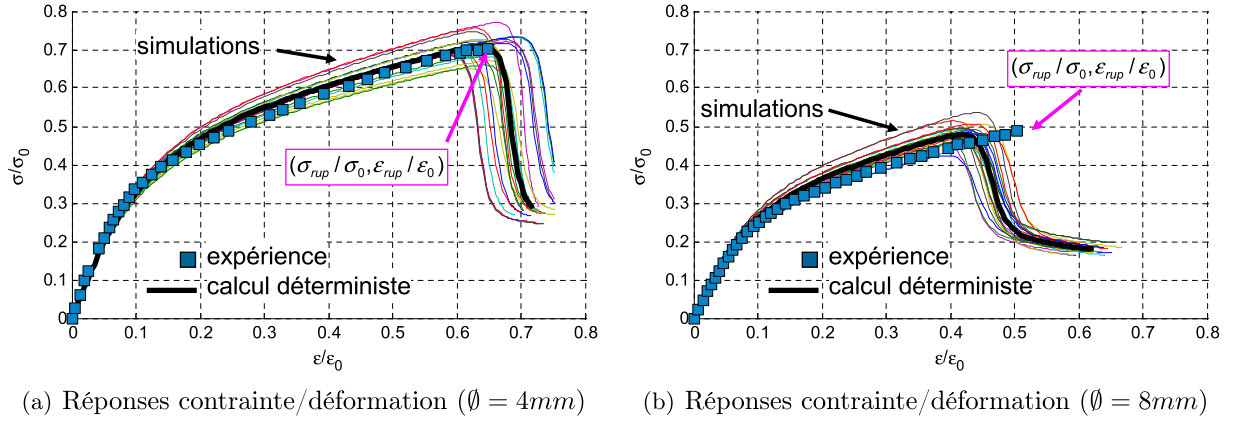


FIGURE 6.6 – Réponses contrainte/déformation obtenues par simulations des essais de traction sur plaque trouée : (a) $\emptyset = 4 mm$ et (b) $\emptyset = 8 mm$. Les carrés représentent la réponse contrainte/déformation expérimentale.

Dans cette démarche d'analyse d'incertitude, nous nous sommes plus particulièrement focalisés sur les sorties correspondant à la contrainte à rupture σ_{rup} et à la déformation à rupture ε_{rup} de chacune des plaques trouées. Des métamodèles linéaire ont été identifiés pour chacune de ces sorties (les expressions sont équivalentes pour $\emptyset = 4 mm$ et $\emptyset = 8 mm$) :

$$\sigma_{rup} = a_0 + \sum_{i=1}^7 a_i p_i \quad (6.13)$$

$$\varepsilon_{rup} = b_0 + \sum_{i=1}^7 b_i p_i \quad (6.14)$$

avec $p_{i \in \{1, \dots, 7\}}$ les paramètres incertains du modèle, $a_{i \in \{1, \dots, 7\}}$ et $b_{i \in \{1, \dots, 7\}}$ les coefficients des métamodèles identifiés par régression au sens des moindres carrés.

Le métamodèle correspond à une approximation de la fonction de transfert entrée/sortie obtenue par le calcul Éléments Finis. Pour estimer la confiance à accorder aux résultats obtenus avec le métamodèle, il est nécessaire de vérifier la qualité du métamodèle c'est-à-dire de quantifier l'erreur d'approximation du modèle. On distingue, l'erreur commise aux points d'identification, qui en général est petite de par le choix de la méthode de régression, et l'erreur de généralisation (erreur commise en dehors des points d'identification). La qualité du métamodèle utilisé pour approcher la réponse du modèle Éléments Finis peut être évaluée par des techniques de validation croisée leave-k-out, bootstrap [Rollet 07]. Ces approches de rééchantillonnages ne nécessitent pas de réaliser des simulations supplémentaires.

Dans notre cas, la technique de validation croisée leave- k -out est mise en oeuvre. Cette approche consiste à réévaluer M fois le métamodèle sur des sous-échantillons de taille $n - k$ choisis parmi C_n^k possibilités. A chacune des M itérations l'erreur commise sur les points écartés de l'échantillon est évaluée. Plus précisément, cette vérification a été faite en considérant 20 réidentifications sur des échantillons comportant $n - 2$ points. Les graphes de dispersion permettant de vérifier la qualité des métamodèles linéaires sont présentés à la Figure 6.7 dans le cas de la contrainte à rupture pour la plaque avec un trou de 4 mm de diamètre et dans le cas de la déformation à rupture pour la plaque avec un trou de 8 mm de diamètre. Les résultats obtenus pour les deux autres graphes de dispersion, non présentés ici, sont équivalents.

La réponse du métamodèle aux points d'identification confrontée à la droite identité permet de s'assurer de la qualité de l'approximation. En effet, les réponses fournies par le métamodèle se situent près de ou sur la droite identité (erreur inférieure à 5 % de la variation de la réponse du modèle Eléments Finis). De plus l'amplitude de variation à l'issue de la validation croisée est faible. Ce résultat garanti qu'en dehors des points d'identification, la réponse fournie par le modèle est de bonne qualité. De ces résultats, on en conclut que l'approximation par un modèle linéaire est adéquate.

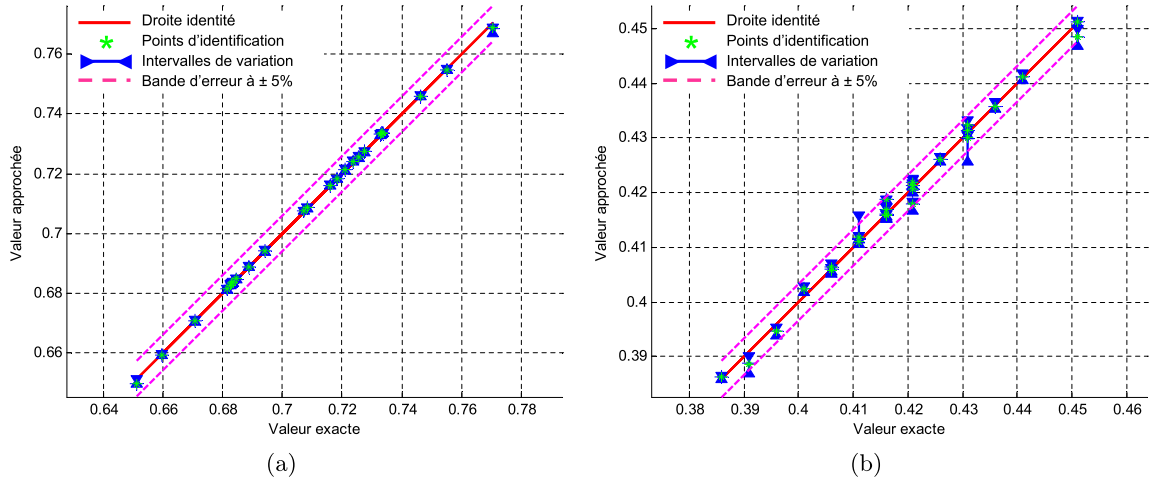


FIGURE 6.7 – Graphes de dispersion permettant de vérifier la qualité du métamodèle au moyen d'une validation croisée (leave-2-out) : (a) σ_{rup}/σ_0 pour $\emptyset = 4$ mm, (b) $\varepsilon_{rup}/\varepsilon_0$ pour $\emptyset = 8$ mm.

6.3.2 Analyse de sensibilité et intervalle de confiance

La confiance dans l'approximation choisie pour représenter la variation des sorties, que sont la déformation et la contrainte à rupture étant assurée, il est possible maintenant d'entreprendre une analyse de sensibilité. Plus précisément, il s'agit d'étudier dans le détail comment la réponse du modèle réagit aux variations de chacune de ses variables d'entrée et ainsi de déterminer les paramètres les plus influents.

Connaissant les variables d'entrée les plus influentes, il est possible de réduire l'incertitude sur la sortie du modèle en diminuant l'incertitude sur les entrées les plus influentes et ainsi augmenter la confiance dans la prévision des simulations.

Une première analyse de sensibilité dite "locale" permet de quantifier l'effet d'une petite variation des paramètres d'entrée sur la sortie. Cette analyse consiste à définir les dérivées partielles du métamodèle par rapport aux paramètres d'entrée. Notre choix s'est porté sur un modèle linéaire. Les dérivées partielles correspondent donc directement aux coefficients du modèle. De plus, pour s'affranchir des différences d'ordres de grandeurs (influence des unités) entre chaque paramètre une normalisation a été effectuée. Pour cela, les plages de variation de chaque paramètre ont été normalisées sur l'intervalle $[-1,1]$. Ainsi, les coefficients du modèle sont directement comparables. Nous définissons la sensibilité γ de la réponse du modèle par rapport à un paramètre d'entrée par :

$$\gamma_{\sigma_{rup}(i)} = \frac{a_i}{\max_j(|a_j|)} \quad j \in \{1, \dots, 7\} \quad (6.15)$$

$$\gamma_{\varepsilon_{rup}(i)} = \frac{b_i}{\max_j(|b_j|)} \quad j \in \{1, \dots, 7\} \quad (6.16)$$

La Figure 6.8 présente l'influence des paramètres d'entrée du modèle sur la valeur de la réponse des modèles pour les contraintes et les déformations à rupture. L'analyse des graphes des contraintes à rupture amènent aux commentaires suivants. Le module d'Young initial E_1^0 , la résistance X_ε , les paramètres c_{1t} et τ_{1t} tendent à augmenter leurs. A contrario, le diamètre du trou $\emptyset$, la valeur à saturation du dommage matriciel $d_{c(1)}^m$ et du dommage fibre $d_{c(1t)}^f$ ont tendance à diminuer leurs valeurs. Ces observations sont en accord avec notre compréhension de la physique du problème. Concernant les déformations à rupture les remarques faites précédemment sont également valables en matière de signe d'influence des paramètres.

D'un point de vue quantitatif, les paramètres les plus influents sur les contraintes à rupture sont le module d'Young, la valeur à saturation de l'endommagement matriciel et le diamètre du trou. D'un point de vue de la physique, ces trois paramètres déterminent la rigidité globale de la structure. Pour un niveau de déformation donné, leur valeur respective joue sur la contrainte à rupture.

Les paramètres les plus influents sur la réponse du modèle dans le cas des déformations à rupture sont dans l'ordre : la résistance X_ε , le paramètre c_{1t} et le diamètre du trou. La non linéarité de la réponse structurale explique la prépondérance de ces coefficients sur la déformation à rupture. En effet, les variations du paramètre non local c_{1t} et de la résistance X_ε auront naturellement plus d'influence sur la déformation à rupture macroscopique que sur la contrainte à rupture.

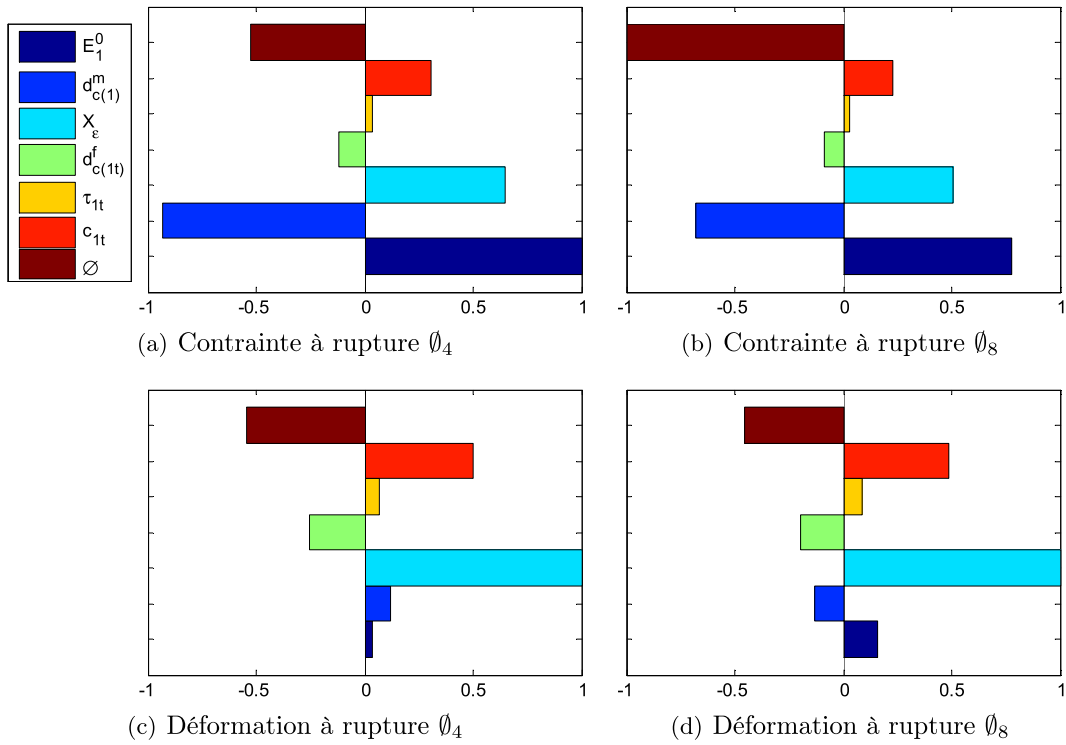


FIGURE 6.8 – Influence des paramètres d'entrée du modèle sur la valeur de la réponse.

Le deuxième niveau d'analyse, appelée analyse de sensibilité "globale", concerne l'étude de la variabilité de la sortie du modèle dans son domaine de variation autrement. Il s'agit de préciser l'influence des paramètres d'entrée en déterminant la part de variance de la sortie en fonction de la variance d'un paramètre d'entrée.

Les variances de la contrainte $var_{\sigma_{rup}}$ et de la déformation $var_{\varepsilon_{rup}}$ à rupture sont définies de la façon suivante :

$$var_{\sigma_{rup}} = \sum_{i=1}^7 (a_i)^2 var_{p_i} \quad (6.17)$$

$$var_{\varepsilon_{rup}} = \sum_{i=1}^7 (b_i)^2 var_{p_i} \quad (6.18)$$

Les parts de variance des réponses $(\alpha_{\sigma_{rup(i)}}, \alpha_{\varepsilon_{rup(i)}})$ due au paramètre p_i sont définies de la façon suivante :

$$\alpha_{\sigma_{rup(i)}} = a_i^2 \frac{var_{p_i}}{var_{\sigma_{rup}}} \quad (6.19)$$

$$\alpha_{\varepsilon_{rup(i)}} = b_i^2 \frac{var_{p_i}}{var_{\varepsilon_{rup}}} \quad (6.20)$$

Les variables d'entrée ont été normalisées sur l'intervalle $[-1,1]$. Le transport d'incertitude consiste à effectuer un tirage aléatoire uniforme sur l'intégralité de l'intervalle. Ainsi chaque paramètre d'entrée à la même variance. Par simplification la part de variance relative associée à chaque paramètre du modèle s'exprime en fonction uniquement des coefficients du modèle de la manière suivante :

$$\alpha_{\sigma_{rup(i)}} = \frac{a_i^2}{\sum_{j=1}^7 a_j^2} \quad j \in \{1, \dots, 7\} \quad (6.21)$$

$$\alpha_{\varepsilon_{rup(i)}} = \frac{b_i^2}{\sum_{j=1}^7 b_j^2} \quad j \in \{1, \dots, 7\} \quad (6.22)$$

La Figure 6.9 présente la part de variance de la réponse du modèle en fonction de chaque paramètre. Quatre paramètres expliquent à eux seul plus de 95% de la variance de la contrainte à rupture : E_1^0 , $d_{c(1)}^m$, X_ε et le diamètre du trou $\emptyset$. De plus, on constate que la variation du diamètre du trou aura plus d'influence sur la valeur de la contrainte à rupture dans le cas de la plaque avec un trou de 8 mm.

Dans le cas de la déformation à rupture, trois paramètres expliquent en majeure partie la variance de cette sortie (94%) : X_ε , c_{1t} et le diamètre du trou $\emptyset$.

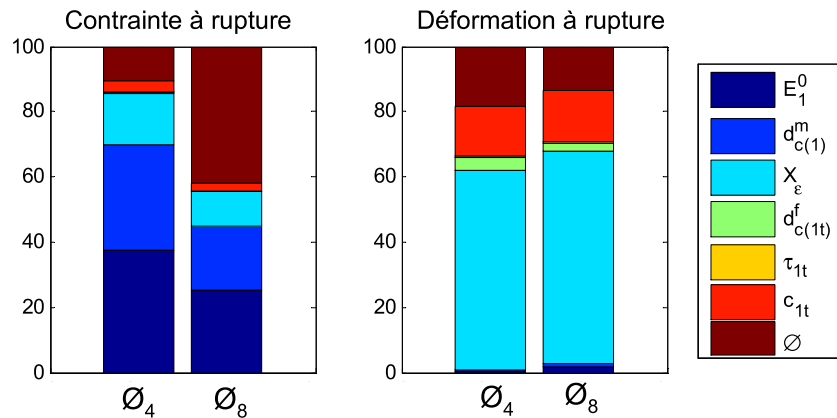


FIGURE 6.9 – Influence de la variabilité des paramètres d'entrée sur la réponse.

Par le biais des métamodèles, il est possible d'estimer la distribution de probabilités dans le domaine d'incertitudes associé à chaque indicateurs de sortie $(\sigma_{rup}, \varepsilon_{rup})$. Pour cela, on procède à un million de tirages aléatoires. Les résultats sont présentés à la Figure 6.10. On constate que les densités de probabilité ont une forme en cloche. Elles s'interpolent assez bien par une densité de probabilité Gaussienne. Ceci s'explique par le fait que les métamodèles nécessaires pour représenter la relation entrée/sortie sont linéaires. En effet, ce résultat peut-être rapporter au théorème central limite qui stipule qu'une somme de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées tend vers une variable aléatoire gaussienne.

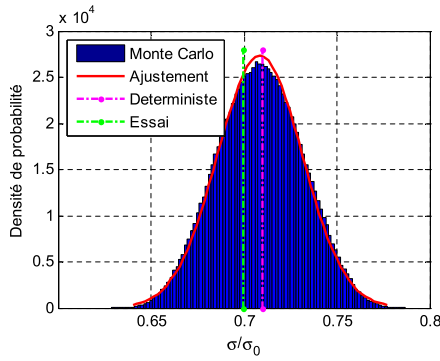
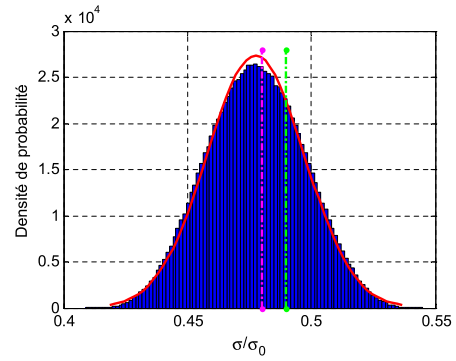
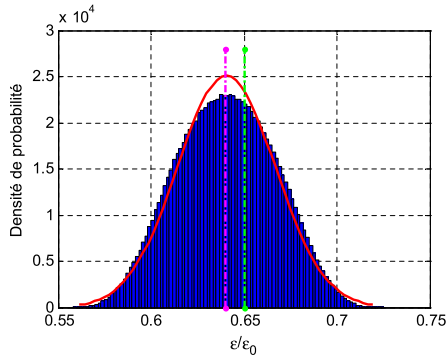
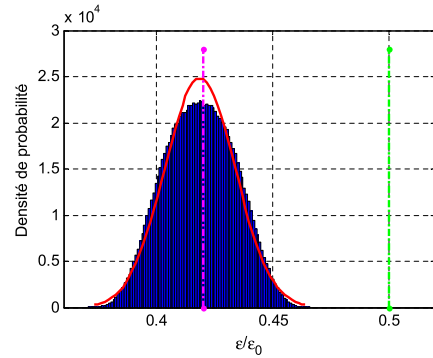
(a) Contrainte à rupture normée σ_{rup}/σ_0 $\emptyset = 4 \text{ mm}$ (b) Contrainte à rupture normée σ_{rup}/σ_0 $\emptyset = 8 \text{ mm}$ (c) Déformation à rupture normée $\varepsilon_{rup}/\varepsilon_0$ $\emptyset = 4 \text{ mm}$ (d) Déformation à rupture normée $\varepsilon_{rup}/\varepsilon_0$ $\emptyset = 8 \text{ mm}$

FIGURE 6.10 – Détermination des distributions de probabilité de la contrainte et de la déformation à rupture pour un essai de traction sur plaque trouée : (a) σ_{rup}/σ_0 pour $\emptyset = 4 \text{ mm}$, (b) σ_{rup}/σ_0 pour $\emptyset = 8 \text{ mm}$, (c) pour $\varepsilon_{rup}/\varepsilon_0$ pour $\emptyset = 4 \text{ mm}$, (d) $\varepsilon_{rup}/\varepsilon_0$ pour $\emptyset = 8 \text{ mm}$.

Il est ainsi possible de confronter la mesure expérimentale non seulement à la valeur moyenne mais aussi de positionner cette valeur par rapport à l'intervalle de confiance³ à 95% (voir Tableau 6.3 et 6.4).

On constate ainsi que la déformation à rupture macroscopique $\varepsilon/\varepsilon_0$ de la plaque $\emptyset_4$ se situe dans l'intervalle de confiance à 95% obtenu en transportant l'incertitude sur les données d'entrée. Ce n'est pas le cas pour la plaque $\emptyset_8$. L'écart entre la valeur expérimentale et la valeur de la simulation déterministe est importante (16%) Or la variation autour du calcul déterministe est contenue à $\pm 7\%$. Elle ne permet donc pas d'englober l'expérience. Plusieurs explications peuvent être avancées pour justifier cette différence. Elle peut-être liée à une erreur de mesure et dans ce cas l'essai est à remettre en cause. Il peut s'agir d'une erreur de modèle, un phénomène pouvant être mal pris en compte dans notre formulation. L'interprétation la plus probable est que certaines incertitudes

3. L'intervalle de confiance à 95% qui est l'intervalle d'incertitude tel que 95% des valeurs d'une distribution se situe à l'intérieur de cet intervalle

ont été sous-estimées. Typiquement, la dispersion introduite sur la déformation à rupture est sans doute plus importante.

Les contraintes à rupture macroscopique des deux plaques trouées sollicitées en traction uniaxiale se situent dans l'intervalle de confiance à 95%. Il est donc possible de fournir un encadrement de la mesure expérimentale, ce qui permet d'augmenter la confiance dans le résultat des simulations.

Déformation à rupture normée $\varepsilon_{rup}/\varepsilon_0$					
$\emptyset = 4 \text{ mm}$			$\emptyset = 8 \text{ mm}$		
Moyenne	intervalle de confiance	essai	Moyenne	intervalle de confiance	essai
0,64	[0,59 0,69] _{95%}	0,65	0,42	[0,39 0,45] _{95%}	0,50

TABLE 6.3 – *Prévision de la tenue de plaques trouées CMC avec prise en compte des incertitudes : déformation à rupture macroscopique $\varepsilon/\varepsilon_0$.*

Contrainte à rupture normée σ_{rup}/σ_0					
$\emptyset = 4 \text{ mm}$			$\emptyset = 8 \text{ mm}$		
Moyenne	intervalle de confiance	essai	Moyenne	intervalle de confiance	essai
0,71	[0,66 0,75] _{95%}	0,70	0,48	[0,44 0,52] _{95%}	0,49

TABLE 6.4 – *Prévision de la tenue de plaques trouées CMC avec prise en compte des incertitudes : contrainte à rupture macroscopique σ/σ_0 .*

6.3.3 Synthèse sur la prévision de la simulation

En matière de prévision de la tenue de la plaque trouée, les paramètres les plus influents sont le module d'Young initial E_1^0 , la valeur à saturation de l'endommagement $d_{c(1)}^m$ et la résistance X_ε . Ces trois paramètres sont des paramètres "matériaux". Le seul paramètre "structure" influant est le diamètre de trou $\emptyset$.

Il est intéressant de souligner que pour ces paramètres, il est possible de préciser la dispersion (intervalle d'incertitude, moyenne, écart-type). Par ailleurs, cette dispersion peut être réduite en améliorant, par exemple, le processus de fabrication du matériau ou bien encore en augmentant la qualité des éléments d'usinage des pièces.

Dans les cas étudiés, les paramètres matériau expliquent en grande partie la variance de la contrainte à rupture des plaques trouées. Ce résultat montre que pour espérer avoir une bonne prévision de la tenue structurale l'accent est à mettre sur le modèle décrivant la non linéarité matériau. Autrement dit, si on est sûr du modèle décrivant la non linéarité du matériau, on peut avoir confiance dans la détermination de la tenue de la pièce.

Les paramètres de régularisation c_{1t} et τ_{1t} ainsi que le paramètre $d_{c(1t)}^f$ lié à la cinétique de rupture progressive des torons sont identifiables sur un essai sur structure. Une fois identifiés, une variation modérée autour de leur valeur déterministe influe peu sur la variance de la contrainte à rupture.

6.4 Faisabilité d'une démarche de capitalisation d'expérience pour l'identification d'une loi de comportement

A partir de l'information expérimentale issue de la caractérisation du composite A40C dans le sens du renfort, les paramètres de loi de comportement et d'endommagement ODM_LD, associés à cette direction de chargement, ont été identifiés. Par manque d'information, le comportement à 45° par rapport aux axes du renfort a lui été estimé à partir de la connaissance du comportement de matériaux CMC similaires. Dans le cas de la plaque trouée sollicitée en traction, la présence de la singularité génère un champ de contraintes multiaxiales dans l'éprouvette, en particulier en bord de trou. La question est de savoir si on peut espérer définir un ensemble de valeurs pour les paramètres du modèle ODM_LD rendant compte du comportement matériau à 45° du fait de la présence des champs de cisaillement à proximité du trou (voir Figure 6.11). Pour cela, il est possible de se servir au mieux des informations structurales dont on dispose (jauges, extensomètre, mesure de champ par corrélation d'image) afin de réduire les méconnaissances "matériau" par une méthode inverse. C'est ce qu'on appelle la "capitalisation d'expérience".

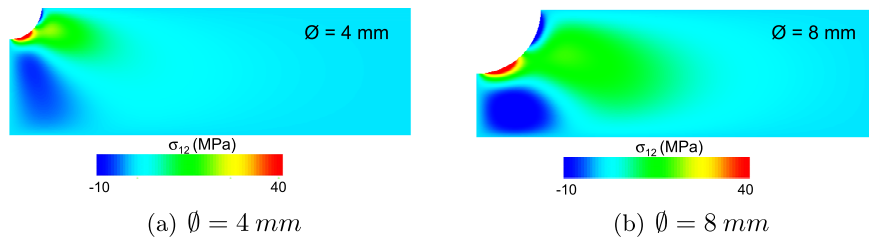


FIGURE 6.11 – Champ de contrainte de cisaillement en bord d'un trou induit par une traction uniaxiale.

Dans le cas où l'on dispose de peu d'informations, typiquement les informations globales (force, déplacement), l'effet du cisaillement sur la réponse structurale est-il suffisant pour pouvoir espérer capitaliser (voir Figure 6.12) ?

Établir la faisabilité d'une méthode inverse passe par une analyse approfondie du problème direct, à savoir de la sensibilité de la réponse structurale à la méconnaissance matériau. La démarche comporte plusieurs étapes. Il faut tout d'abord réaliser un plan d'expériences virtuelles (Section 6.4.1) permettant d'échantillonner efficacement la méconnaissance matériau et de réaliser les simulations structurales correspondantes (une simulation par échantillon). Des analyses peuvent être alors menées (Section 6.4.2) pour étudier la méconnaissance structurale résultante et la relier quantitativement aux méconnaissances matériau (analyse de sensibilité globale, décomposition de variance). A partir de l'analyse du problème direct, la question de la faisabilité d'une capitalisation par méthode inverse est discutée (voir Section 6.4.3). Il est à noter que cette étude est le fruit d'une collaboration avec F.H Leroy qui a en particulier apporté son expertise dans l'analyse des résultats présentés par la suite.

Nous nous intéressons ici à la possibilité de réduire la méconnaissance *a priori* sur le comportement à 45° de l'A40C. Pour cela, nous exploitons les données structurales des essais sur plaques avec un trou d'un diamètre de 4 mm et de 8 mm. Par simplification, l'étude est réalisée en considérant le modèle ODM_LD (i.e pas de prise en compte de la transition endommagement/rupture). La question est de savoir si cette hypothèse simplificatrice est justifiée. Nous pouvons répondre par l'affirmative car au Chapitre 5, nous avons vu que l'effet de la rupture des fibres intervient tardivement sur la réponse globale. La Figure 6.13 permet d'appuyer notre raisonnement. En effet, dans le cas de l'approche progressive de la rupture régularisée en couplant méthode non-locale et à effet retard, les résultats de la confrontation essai/calcul entreprise à la Section 5.4 démontrent qu'il est possible d'exploiter une grande partie de la réponse expérimentale avant la ruine de l'éprouvette.

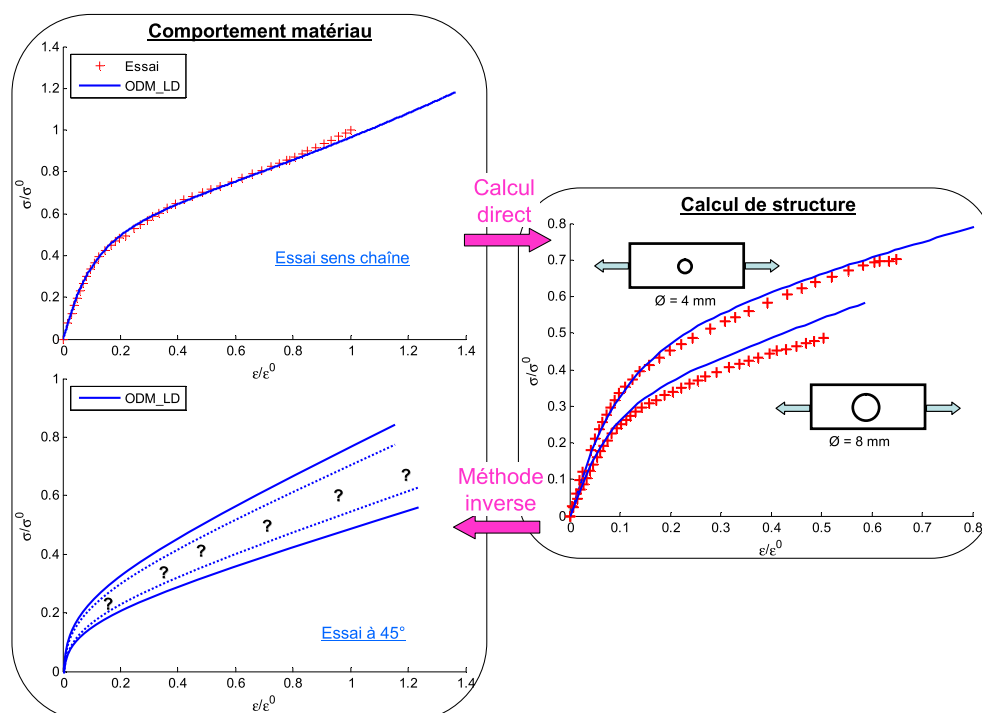


FIGURE 6.12 – Démarche de réduction des méconnaissances "matériau" par capitalisation d'expérience.

Pour la plaque avec un trou d'un diamètre de 4 mm, il est possible de considérer l'ensemble de la réponse. Pour la plaque avec un trou d'un diamètre de 8 mm, 85% de la courbe peut-être prise en compte⁴. Remarquons que par une approche combinant calcul élastique endommageable non adoucissant et un critère de rupture en post-traitement, on aurait déduit que seul 60% de la réponse structurale aurait été exploitable⁵. Ce constat met en avant l'apport de la prise en compte de la transition endommagement/rupture dans l'optique de la capitalisation d'expérience sur des structures à gradient.

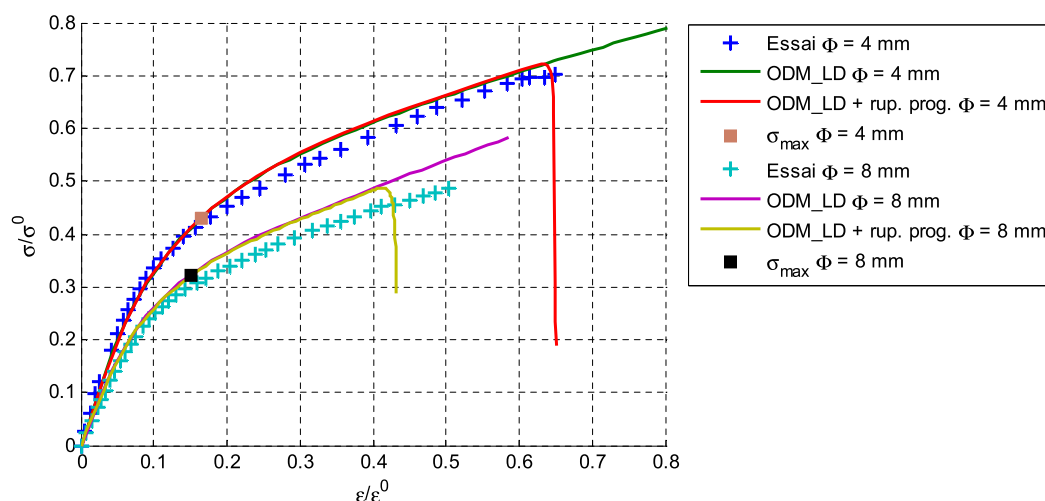


FIGURE 6.13 – Justification de l'exploitation de la courbe expérimentale. Les carrés correspondent à l'instant d'atteinte du critère de rupture de la contrainte maximale en un point de Gauss.

4. Par la suite, nous extrapolons en considérant l'ensemble de la réponse structurale.
5. Dans ce cas l'extrapolation est difficilement justifiable.

6.4.1 Plan d'expériences virtuelles

Dans cette étude, nous avons considéré douze paramètres du modèle comme incertains. En plus des paramètres du modèle liés au comportement à 45° , les paramètres du modèle liés au comportement dans le sens chaîne ont été considérés : E_1^0 , $d_{c(1)}^m$, $y_{0(1)}^m$, $y_{c(1)}^m$, $p_{(1)}^m$ et ζ_1^m . Ces paramètres sont considérés comme méconnus *a priori*. Néanmoins, comme nous disposons d'une réponse expérimentale, une fluctuation modérée autour de ce résultat a été introduite. C'est la connaissance que nous avons de ce matériau qui nous autorise à faire cette hypothèse. En effet, la répétition du nombre d'essais dans le sens chaîne fournirait des réponses expérimentales peu éloignées de celle dont nous disposons. Les paramètres du modèle liés au comportement à 45° , G_{12} , $d_{c(4)}^m$, $y_{0(4)}^m$, $y_{c(4)}^m$, $p_{(4)}^m$ et ζ_4^m , sont aussi considérés comme méconnus *a priori*. Mais dans ce cas, l'amplitude de variation de ces paramètres est beaucoup plus importante car nous ne disposons pas de résultat expérimental. Nous avons donc dans un premier temps défini un comportement minimal et maximal en rapport avec le comportement de la même famille de CMC. Les Tableaux 6.5 et 6.6 récapitulent les intervalles de variation des paramètres du modèle méconnu *a priori*.

Méconnaissance modérée sens chaîne			
Paramètres	Propriétés	Min	Max
E_1	Module d'Young initial	-10 %	+10 %
$d_{c(1)}$	Valeur à saturation du dommage sens chaîne	3.6	4.4
$y_{0(1)}$	Seuil du dommage sens chaîne	8.6e-3 MPa	10.4e-3 MPa
$y_{c(1)}$	Vitesse d'évolution du dommage sens chaîne	2.29 MPa	2.80 MPa
$p_{(1)}$	Exposant de l'évolution du dommage sens chaîne	0.99	1.21
ζ_1	Déformation résiduelle sens chaîne	0.135	0.165

TABLE 6.5 – *Plaque trouée sollicitée en traction : intervalle de variations des paramètres incertains. Méconnaissance modérée pour les paramètres du modèle liés au comportement sens chaîne : E_1^0 , $d_{c(1)}^m$, $y_{0(1)}^m$, $y_{c(1)}^m$, $p_{(1)}^m$ et ζ_1^m .*

Forte méconnaissance à 45°			
Paramètres	Propriétés	Min	Max
G_{12}	Module de cisaillement plan initial	-43 %	+14 %
$d_{c(4)}$	Valeur à saturation du dommage à 45°	0.19	0.48
$y_{0(4)}$	Seuil du dommage à 45°	1e-3 MPa	4.8e-2 MPa
$y_{c(4)}$	Vitesse d'évolution du dommage à 45°	0.665 MPa	2.85 MPa
$p_{(4)}$	Exposant de l'évolution du dommage à 45°	1.1	1.5
ζ_4	Déformation résiduelle à 45°	0.7	0.9

TABLE 6.6 – *Plaque trouée sollicitée en traction : intervalle de variations des paramètres incertains. Forte méconnaissance pour les paramètres du modèle liés au comportement à 45° : G_{12} , $d_{c(4)}^m$, $y_{0(4)}^m$, $y_{c(4)}^m$, $p_{(4)}^m$ et ζ_4^m .*

Afin de comprendre l'effet des méconnaissances sur la réponse structurale, il faut tout d'abord réaliser un plan d'expériences virtuelles. Nous choisissons de représenter les méconnaissances par des intervalles bornés imposés à chaque paramètre de comportement, intervalles au sein desquels l'incertitude est supposée uniforme.

Les calculs effectués par la suite sont des simulations 2D, le plan d'expériences peut donc être volontairement riche. Ainsi, pour notre exemple d'application où l'on vise un nombre élevé d'expériences ($n = 1000$) pour un nombre de paramètres également élevé ($d = 12$), nous avons recouru à la séquence de Sobol', reconnue pour son bon compromis rapidité/performance. Cette méthode d'échantillonnage fait partie de la catégorie d'approche de type " Quasi-Monte-Carlo ".

La projection dans le plan de deux paramètres arbitrairement choisis pour les mille jeux de paramètres obtenus par une séquence à faible discrédance de Sobol' est présentée à la Figure 6.14. Elle est, de plus, comparée à la projection obtenue par un plan factoriel et par un tirage aléatoire. Pour un plan factoriel complet à 3 valeurs par paramètre (borne et moyenne) ce qui correspond à $3^{12} = 531441$ expériences, on constate une forte redondance. Pour un tirage aléatoire de 1000 expériences, la redondance est évitée mais la densification est peu uniforme.

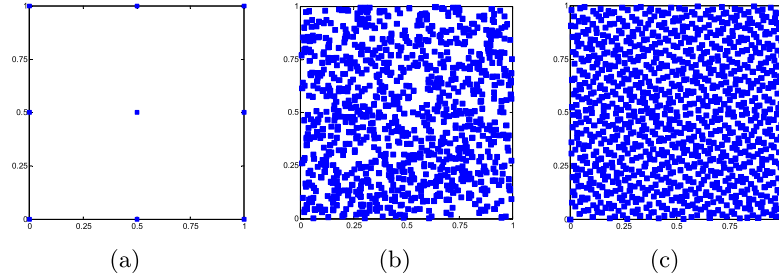


FIGURE 6.14 – Plans d'expériences réalisés pour 12 paramètres et projetés dans le plan de deux de ces paramètres (représentation normée) : (a) plan factoriel, (b) tirage aléatoire de 1000 expériences et (c) séquence à faible discrédance de Sobol'.

Le plan d'expériences réalisé pour les 6 paramètres matériau régissant le comportement dans le sens chaîne (E_1^0 , $d_{c(1)}^m$, $y_{0(1)}^m$, $y_{c(1)}^m$, $p_{(1)}^m$ et ζ_1^m) et les 6 paramètres correspondant au comportement à 45° (G_{12} , $d_{c(4)}^m$, $y_{0(4)}^m$, $y_{c(4)}^m$, $p_{(4)}^m$ et ζ_4^m) peut être représentés par une matrice $\mathbb{P}$ de $n = 1000$ lignes par $d = 12$ colonnes où chaque ligne représente un matériau sélectionné dans l'espace de méconnaissance et chaque colonne $P_{j \in 1, \dots, d}$ est un vecteur rassemblant les valeurs explorées pour le paramètre p_j . La Figure 6.15 illustre la variété des comportements sens chaîne et 45° à partir des mille jeux de paramètres stockés dans $\mathbb{P}$. L'enveloppe grisée représente les contraintes minimales et maximales obtenues pour chaque niveau de déformation imposée. Quelques exemples de comportement à 45° sont indiqués afin d'illustrer la variété des réponses obtenues.

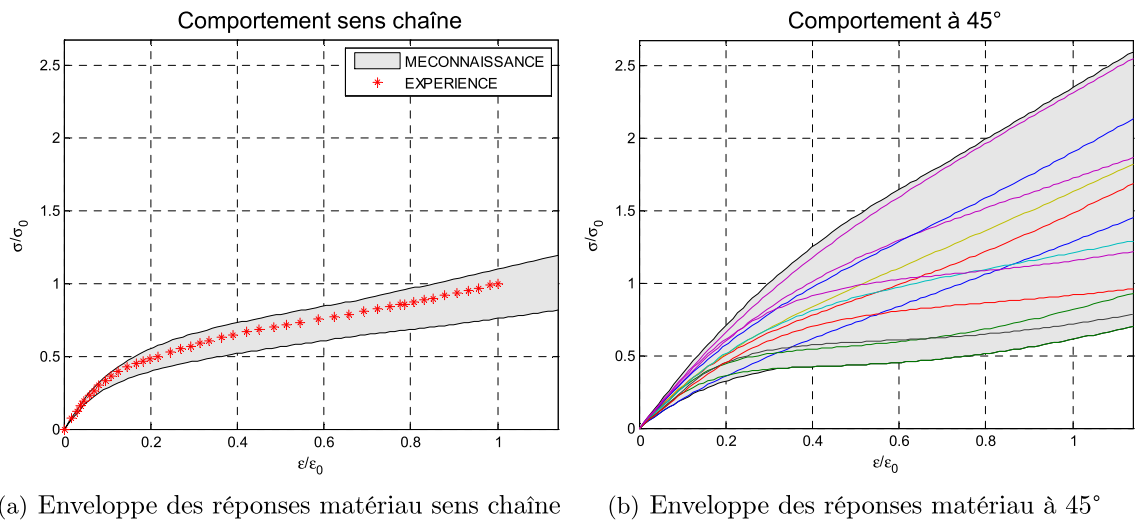


FIGURE 6.15 – Variété des comportements dans le sens chaîne et à 45° considérés dans le plan d'expériences et représentant la méconnaissance matériau.

Dans un premier temps, nous avons simulé l'essai de traction uniaxiale sur l'éprouvette avec un trou de 8 mm de diamètre pour chacun des jeux de paramètres méconnu *a priori*. La Figure 6.16(a) illustre l'amplitude de variation des réponses structurales obtenue par le calcul. Chaque simulation a été effectuée en 200 pas de charge. L'enveloppe grisée représente les contraintes minimales et maximales obtenues pour chaque niveau de déformation imposée. Les modes d'endommagement matriciel induit par la multiaxialité du champ de contrainte en bord de trou sont présentés à la Figure 6.16(b) pour $\varepsilon/\varepsilon_0 = 0, 5$. La zone de dommage d_4^m correspond à la zone de la plaque sollicitée en partie en cisaillement positif. A l'opposé, la zone de dommage d_5^m se situe au niveau de la zone de la plaque sollicitée en partie en cisaillement négatif.

Pour la suite de l'étude, les valeurs de contrainte macroscopique moyenne (force/section totale de la plaque) $\sigma_{k \in \{1, \dots, l\}}$ sont stockées dans une matrice $\mathbb{S}$ de $l = 200$ lignes par $n = 1000$ colonnes. Ainsi, chaque colonne $S_{i \in \{1, \dots, n\}}$ résume la réponse structurale pour le matériau i et chaque ligne S_k^T représente l'évolution de la réponse structurale à un chargement donné lorsque l'on balaye la méconnaissance matériau. Le plan d'expériences a été partitionné en deux plans imbriqués de tailles égales (500 expériences), le premier $\mathbb{P}^1 - \mathbb{S}^1$ étant utilisé pour les analyses et le second $\mathbb{P}^2 - \mathbb{S}^2$ pour leur validation. Le plan d'expériences $\mathbb{P}$ et l'ensemble des réponses structurales $\mathbb{S}$ sont redéfinis de la manière suivante : $\mathbb{P} = (\mathbb{P}^{1T}, \mathbb{P}^{2T})^T$ et $\mathbb{S} = (\mathbb{S}^1, \mathbb{S}^2)$.

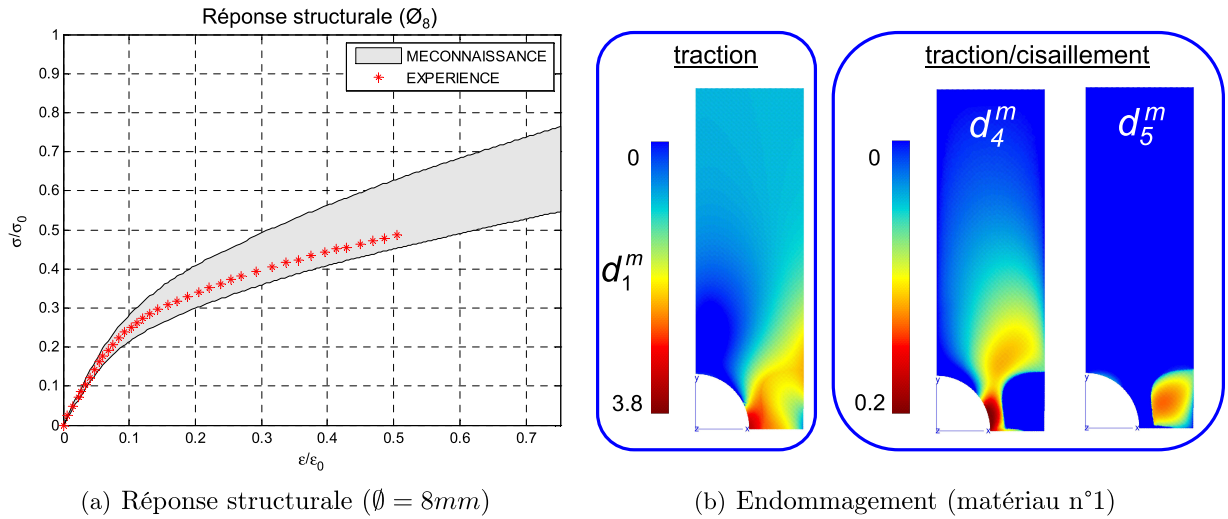


FIGURE 6.16 – Résultats des simulations Éléments Finis : (a) variété des réponses structurales simulées ($\emptyset = 8 \text{ mm}$) pour les mille comportements matériau représentant la méconnaissance initiale supposée et (b) visualisation des endommagements matriciels d_1^m , d_4^m et d_5^m obtenue pour le premier jeu de paramètres du modèle ($\varepsilon/\varepsilon_0 = 0, 5$).

6.4.2 Analyse du problème direct

L'objectif est d'analyser la relation entre les paramètres du modèle et la réponse structurale. Il ne s'agit pas seulement de déterminer des sensibilités au sens classique (dérivées) mais il faut prendre en compte la méconnaissance associée à chaque paramètre : un paramètre influent mais parfaitement connu ne participera pas à la méconnaissance (variance) de la réponse. L'idée est de décomposer la variance structurale en parts de variance associées à chaque paramètre. Plus précisément, on s'intéresse dans chaque cas à la relation entre la réponse en contrainte $\sigma_{k \in \{1, \dots, 200\}}$ et chacun des paramètres matériau $p_{j \in \{1, \dots, 12\}}$.

Pour un niveau de déformation ε_k fixé, un modèle linéaire est construit par régression (moindres carrés) à partir du plan d'expériences n -par- d $\mathbb{P}$ et du vecteur ligne des réponses structurales S_k^T :

$$\hat{\sigma}_k = b_0^k + \sum_{j=1}^d b_j^k p_j \quad (6.23)$$

La qualité de ce modèle peut être quantifiée par la part de variance qu'il explique, notée classiquement r_k^2 . Le coefficient r_k^2 s'exprime en fonction de la variance de la réponse structurale var_{σ_k} et de l'erreur de prévision var_{δ_k} de la manière suivante :

$$r_k^2 = 1 - \frac{var_{\delta_k}}{var_{\sigma_k}}, \quad (6.24)$$

où :

$$var_{\sigma_k} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (s_{ki} - \bar{s}_k)^2 \quad \text{avec} \quad \bar{s}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_{ki} \quad (6.25)$$

$$var_{\delta_k} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (s_{ki} - \hat{s}_{ki})^2 \quad \text{avec} \quad \hat{s}_{ki} = b_0^k + \sum_{j=1}^d b_j^k p_{ij} \quad (6.26)$$

p_{ij} correspond à la valeur prise par le paramètre j dans l'expérience i .

Dans cette étude, pour tout niveau de déformation appliquée ε_k , le coefficient r_k^2 est supérieur à 99.7%. Le modèle linéaire semble donc valide. Il y a toutefois toujours des risques de sur-ajustement et une démarche plus sûre de cross-validation a été mise en oeuvre. Il s'agit de mener la régression uniquement sur une partie du plan d'expériences $\mathbb{P}^1 - \mathbb{S}^1$ et d'estimer r_k^2 à partir des erreurs de prédiction commises "en aveugle" sur une deuxième partie $\mathbb{P}^2 - \mathbb{S}^2$. Nous obtenons alors $r_{k \in \{1, \dots, 200\}}^2 \geq 0,99$. Ce résultat est très bon et valide le modèle linéaire. Remarquons que cela ne signifie pas que la relation matériau structure est linéaire mais simplement que les méconnaissances du modèle ne sont pas suffisamment importantes pour révéler sa non-linéarité.

L'analyse du modèle linéaire permet alors d'explicitier la variance de la réponse structurale en contrainte $\sigma_{k \in \{1, \dots, 200\}}$ en la décomposant en parts relatives α_{kj} associées à chaque paramètre du modèle $p_{j \in \{1, \dots, 12\}}$:

$$\alpha_{kj} = (b_j^k)^2 \frac{var_{p_j}}{var_{\sigma_k}} \quad (6.27)$$

où :

$$var_{p_j} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (p_{ij} - \bar{p}_j)^2 \quad \text{avec} \quad \bar{p}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_{ij} \quad (6.28)$$

La Figure 6.17 présente l'évolution de la part de variance relative α_{kj} en fonction de la déformation. Ce résultat amène les commentaires suivants.

Tout d'abord, les méconnaissances associées à seulement 5 paramètres sur 12 suffisent à expliquer de façon satisfaisante la méconnaissance de la réponse structurale : E_1^0 , $d_{c(1)}^m$, $y_{c(1)}^m$, p_1^m et $d_{c(4)}^m$. Le module d'Young E_1^0 est prépondérant dans la variance de la réponse structurale. Il explique quasiment l'ensemble de la variance pour un rapport $\varepsilon/\varepsilon_0 \in [0, 0,4]$. La diminution de la part de variance expliquée par E_1^0 et l'apparition des paramètres non linéaire du modèle est en accord avec l'amorce de la non linéarité de l'enveloppe des réponses structurales (voir Figure 6.16(a)). La part

de variance expliquée par le paramètre p_1^m est importante au début ce qui s'explique par le fait que p_1^m influe sur l'inflexion de la cinétique d'évolution une fois le seuil d'endommagement dépassé (voir Section 2.3.1). La valeur du paramètre $d_{c(1)}^m$ est associée à la perte de raideur du matériau et donc à la non linéarité de la réponse structurale. Le modèle de régression linéaire choisit est donc adéquate.

Deuxièmement, un seul paramètre associé au comportement à 45° est actif ($d_{c(4)}^m$) et de façon très limitée. La méconnaissance du comportement à 45° intervient donc faiblement.

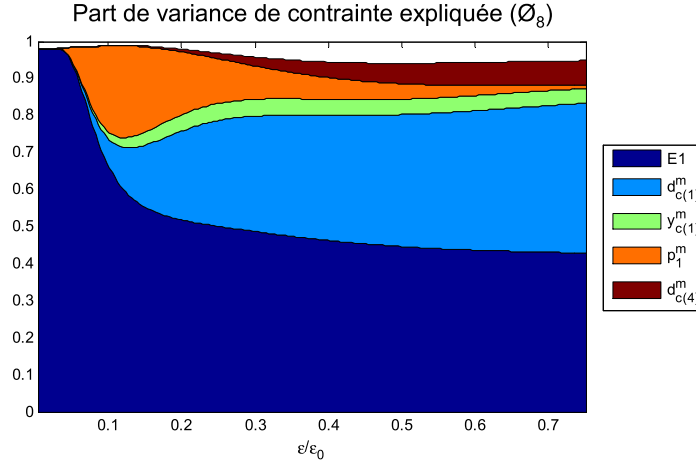


FIGURE 6.17 – Analyse de variance de la réponse structurale ($\emptyset = 8mm$).

En considérant le même plan d'expériences sur le comportement dans le sens chaîne et à 45° , la procédure a été reprise dans le cas de la plaque avec un diamètre de trou de 4 mm. L'analyse de la part de variance expliquée par la variance des données d'entrée repose sur une modélisation linéaire validée ($r_{k \in \{1, \dots, 200\}}^2 \geq 0,99$ sur l'ensemble de validation). Les résultats sont présentés à la Figure 6.18. La méconnaissance sur le comportement à 45° est encore moins influente que dans le cas $\emptyset = 8mm$. Ceci s'explique par le fait que le champ de cisaillement est moins important en bord de trou.

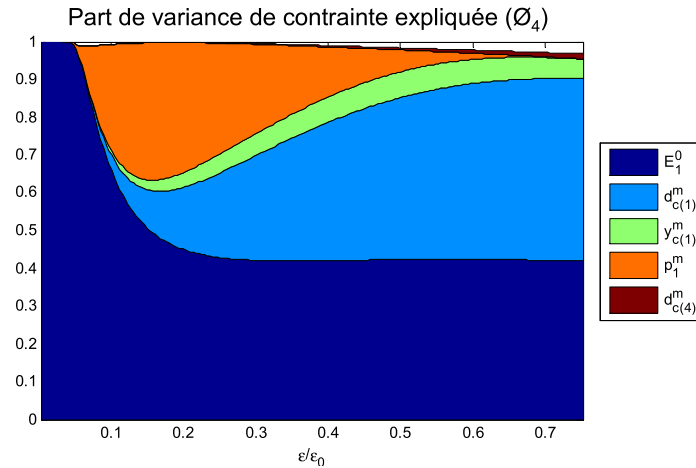


FIGURE 6.18 – Analyse de variance de la réponse structurale ($\emptyset = 4mm$).

Étude d'influence de la méconnaissance du comportement à 45° uniquement

Des deux études précédentes, on déduit que la méconnaissance sur le comportement à 45° ne participe que modérément à la méconnaissance de la réponse structurale en présence d'une méconnaissance sur le comportement dans le sens chaîne. Afin de compléter ce résultat, un second plan d'expériences où le comportement dans le sens chaîne est supposé parfaitement connu a été réalisé. La Figure 6.19(a) présente l'enveloppe des comportements à 45° considérés dans l'analyse. Quelques comportements ont été représentés pour illustrer la variété des réponses matériaux. La méconnaissance structurale est fortement abaissée (voir Figure 6.19(b)) par rapport au cas initial (voir Figure 6.16(a)). Il est à noter que l'écart entre les réponses structurales extrêmes n'est réduit que de moitié alors que l'on supprime environ 90% de la variance qui était liée au paramètre du modèle associés au comportement dans le sens chaîne. Cette différence est normale étant donné le lien quadratique entre la notion de variance et celle de quantile (ou de borne lorsque la méconnaissance est à support fini).

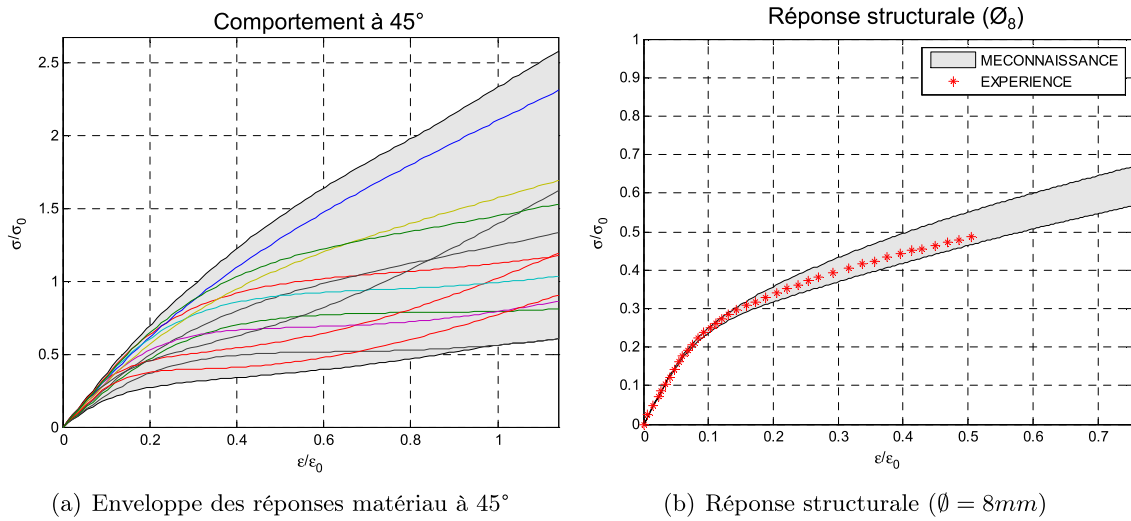


FIGURE 6.19 – (à droite) variété des réponses structurales simulées ($\varnothing = 8\text{ mm}$) pour 1000 comportements matériau représentant une méconnaissance portant uniquement sur le comportement à 45° (à gauche).

l'analyse de sensibilité globale (décomposition de variances) a été réitérée afin de mettre en évidence la variance de la réponse structurale dans le cas présent où le comportement dans le sens chaîne est supposé fixé. En particulier, un nouveau modèle linéaire doit être identifié pour chaque déformation ε_k . Les résultats de l'analyse sont présentés à la Figure 6.20. Dans la plupart des cas, le modèle est insuffisant (variance expliquée descendant jusqu'à seulement 70%). Cela met en évidence la présence de non-linéarités et de couplages qui ne peuvent être pris en compte que par une démarche non-linéaire approfondie. La construction de ce modèle nécessiterait donc passer par une Analyse en Composantes Principales qui permet de construire un métamodèle "global" de la réponse structurale [Hotelling 33, Jolliffe 86]. En effet, il est plus difficile de construire un métamodèle non linéaire pour chaque point de sortie. De plus malgré les erreurs d'approximation commises, il convient de respecter la régularité de la réponse en prenant en compte la corrélation entre chaque point de sortie. Cet aspect du problème est en cours d'étude.

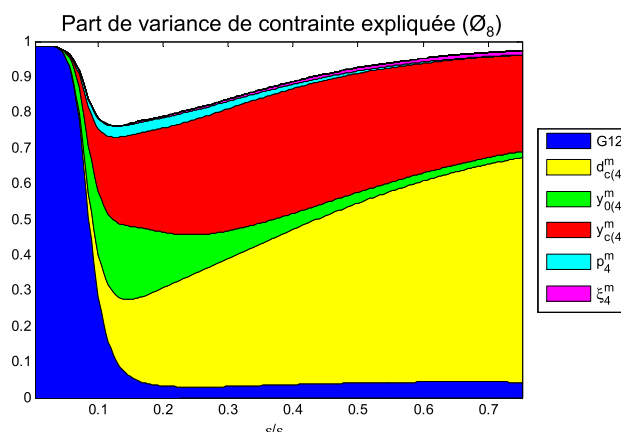


FIGURE 6.20 – Analyse de variance de la réponse structurale ($\emptyset = 8\text{mm}$) lorsque la méconnaissance matériau porte uniquement sur le comportement à 45° .

6.4.3 Bilan de l'analyse du problème direct : discussion sur la faisabilité de l'approche inverse

Notre souhait est de capitaliser sur les essais sur structures afin de mieux identifier la loi de comportement. Une première approche consiste à considérer le comportement dans le sens chaîne comme déterministe et à rechercher le comportement à 45° qui permet de minimiser l'erreur quadratique moyenne entre la réponse simulée et le résultat expérimental de l'essai sur structure (voir Figure 6.21).

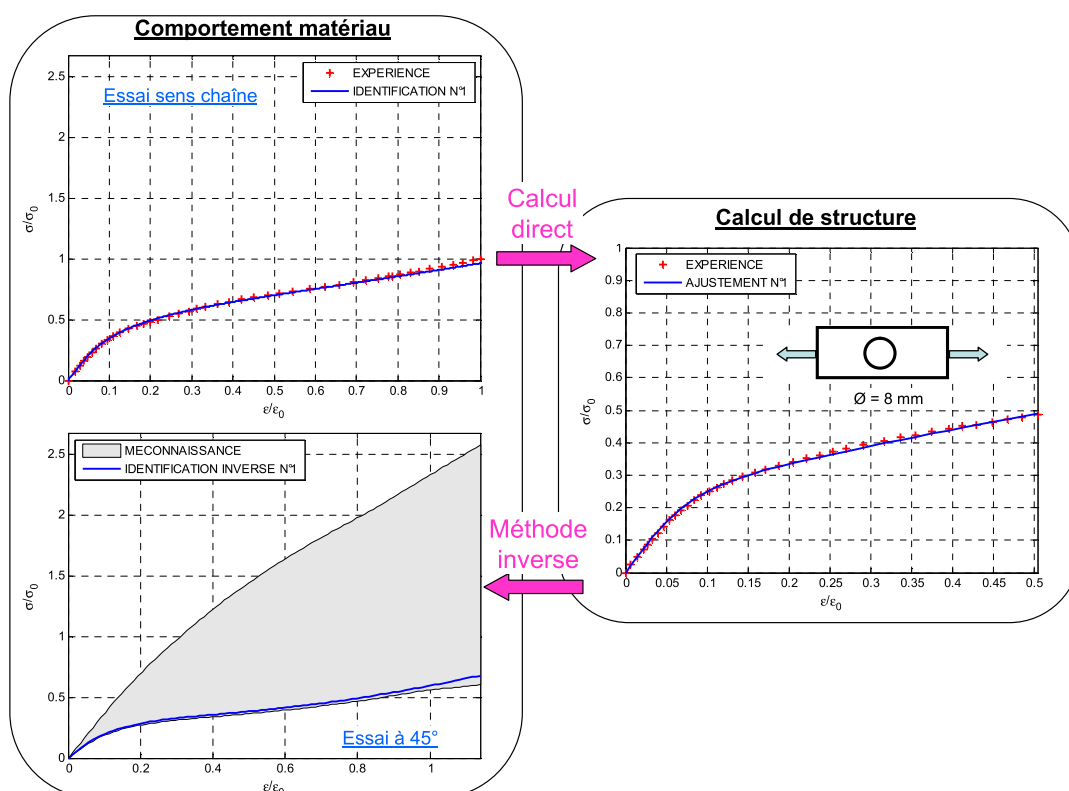


FIGURE 6.21 – Identification inverse du comportement à 45° par minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre la réponse simulée et le résultat expérimental de l'essai sur structure.

L'inconvénient de ce type d'approche, c'est que les résultats dont nous disposons ne sont pas déterministes. Le matériau testé pour caractériser le comportement dans le sens chaîne, du fait de la dispersion, ne correspond pas à celui testé sur structure. En supposant un comportement dans le sens chaîne légèrement différent (*i.e* dans la dispersion), il est tout à fait possible de déterminer un comportement à 45° très différent tout en corrélant aussi bien à la réponse structurale comme illustré à la Figure 6.22.

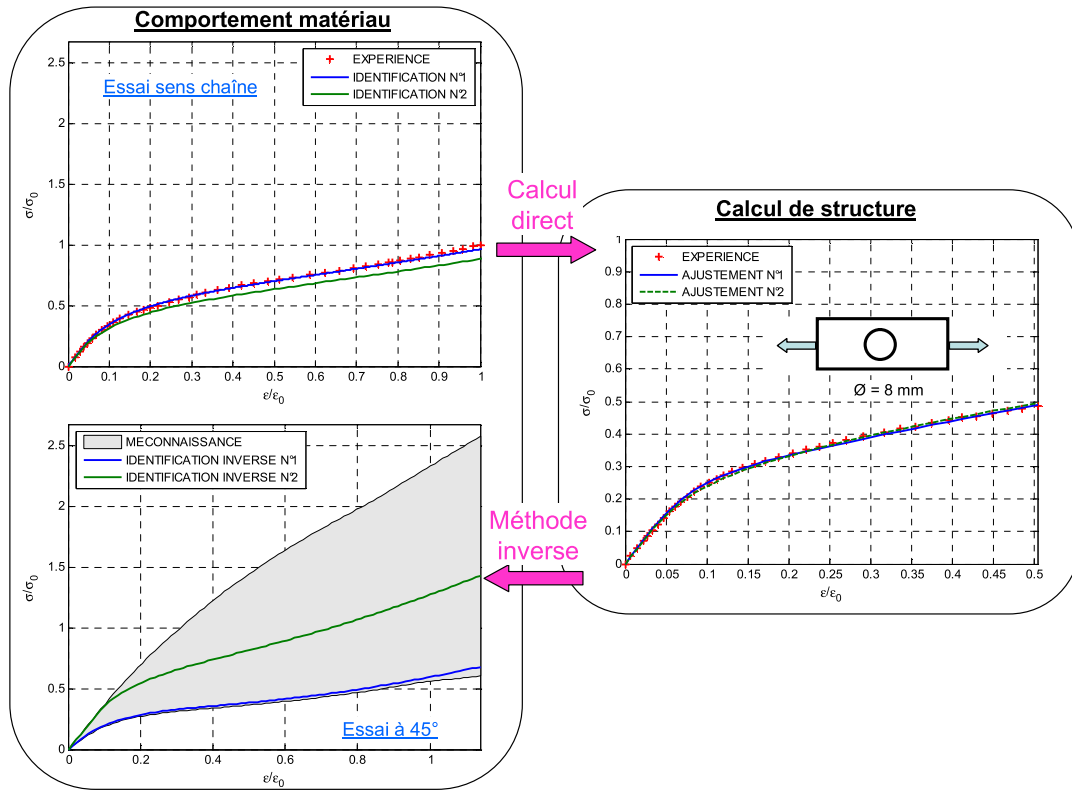


FIGURE 6.22 – Deuxième identification inverse du comportement à 45° par minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre la réponse simulée et le résultat expérimental de l'essai sur structure.

Se placer dans un cadre incertain peut donc avoir des répercussions importantes sur la faisabilité de la capitalisation. C'est ce que nous avons cherché à démontrer. Pour cela, nous avons donc entrepris une étude en supposant une méconnaissance a priori traduite par la définition d'un intervalle d'incertitude sur le comportement matériau dans le sens chaîne et à 45°. Néanmoins dans le cadre non déterministe, il convient de préciser la signification de ces méconnaissances. En effet, un intervalle peut définir des bornes sur les valeurs extrêmes du comportement (dispersion) ou bien encore sur la valeur moyenne par exemple.

Pour développer notre réflexion, des intervalles encadrant le comportement moyen sens chaîne et à 45° ont été définis. Toutefois, les intervalles définis ne traduisent pas les mêmes incertitudes.

La méconnaissance dans le sens chaîne traduit le fait qu'un seul essai est disponible et que cela ne permet pas statistiquement d'établir une moyenne. Plus précisément, en postulant la dispersion intrinsèque à ce type de matériau, il est possible de définir un intervalle à partir de l'essai d'identification dans lequel on peut postuler que le comportement moyen doit se trouver.

La méconnaissance à 45° traduit une notion différente : aucune donnée n'est directement disponible sur le matériau traité. Cette dernière méconnaissance est naturellement beaucoup plus importante. C'est notre connaissance métier qui nous a guidé pour définir l'intervalle de variation. Celui-ci peut être considéré comme l'intervalle de comportement moyen de plusieurs matériaux CMC.

De la même façon que pour le comportement dans le sens chaîne, la possession d'une réponse expérimentale pour l'essai sur structure permet de définir des bornes modérément larges dans lesquelles devrait se situer la réponse structurale moyenne. Le transport des méconnaissances matériau permet de définir des bornes encadrant les réponses structurales compatibles avec l'expérience. C'est à partir du recoupement de ces enveloppes que l'on peut espérer capitaliser (voir Figure 6.23).

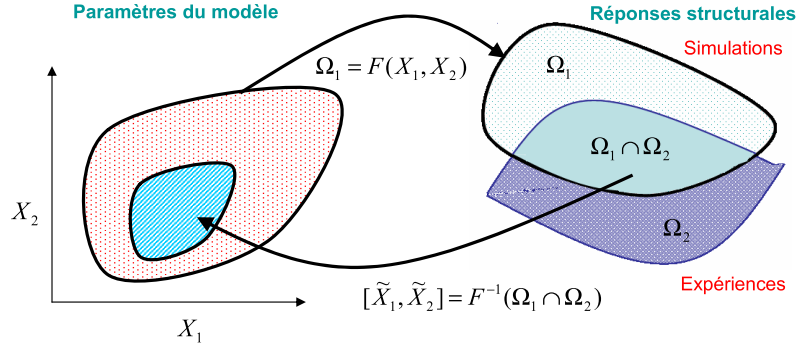


FIGURE 6.23 – Croisement des enveloppes expérimentale et simulée afin d'améliorer l'identification des paramètres du modèle en données incertaines.

L'analyse du problème direct a montré que le comportement du matériau à 45° ne participe que modérément à la méconnaissance de la réponse structurale. Cela implique que le recoupement des informations expérimentales peut surtout permettre de (i) réduire l'intervalle de méconnaissance sur la moyenne du comportement dans le sens chaîne et (ii) dans une moindre mesure de préciser l'intervalle de méconnaissance pour le comportement à 45°.

Pour espérer capitaliser sur le comportement à 45° et donc sur une meilleure identification des paramètres du modèle associés à cette direction, le comportement moyen sens chaîne doit être mieux quantifié. Une répétition du nombre d'essais permettrait de diminuer l'incertitude statistique sur la valeur moyenne. Dans le cas où on n'est pas sûr de la réponse matériau dans le sens chaîne, il ne peut pas être envisageable de réduire la méconnaissance à 45° par méthode inverse.

6.5 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons souhaité, dans un premier temps, estimer la confiance à accorder à la simulation. Pour cela, la façon dont se répercutent les incertitudes sur les données d'entrée du problème sur la réponse a été étudiée. La démarche mise en oeuvre pour le transport d'incertitudes repose sur l'utilisation d'un métamodèle local dont le principe est d'approcher le modèle numérique par une fonction analytique. Ainsi nous avons pu déterminer la variabilité de la réponse en fonction des paramètres d'entrée incertains. Les analyses de sensibilité (locale ou globale) entreprises ont permis de hiérarchiser les paramètres d'entrée incertains. Les paramètres d'entrée prépondérants sur la prévision de la tenue d'une structure présentant un gradient de contrainte sont ceux permettant de décrire le comportement non linéaire du matériau (élasticité, dommage matriciel) et ceux liés à la géométrie de la pièce. Une fluctuation modérée sur les paramètres de l'approche de régularisation couplée et de la cinétique d'évolution du dommage fibre a, par contre, peu d'influence sur le résultat du calcul. La variance de la réponse est donc essentiellement due à des paramètres dont on peut préciser la variabilité par l'expérience.

Dans un second temps, une étude de faisabilité a été entreprise pour évaluer la possibilité d'entreprendre une démarche de capitalisation d'expérience. Pour cela, des analyses de sensibilité globale (décomposition en part de variance) ont été réalisées afin d'étudier la méconnaissance

structurale résultante et la relier quantitativement aux méconnaissances matériaux. Cette étude de faisabilité conduit à la conclusion suivante. La réduction de méconnaissance sur le comportement à 45° , et donc sur une meilleure identification des paramètres du modèle associés à cette direction, suppose une connaissance du comportement moyen dans le sens chaîne. Dans le cas contraire, le comportement du matériau à 45° n'influe que modérément sur la réponse structurale et donc il est alors plus difficile de capitaliser sur les essais sur plaque trouée.

Ayant maintenant à disposition des outils fiables de simulation permettant d'évaluer la tenue de structures à fort gradient, nous pouvons passer à la phase de mise en place d'une démarche d'analyse de la tolérance aux défauts (voir Chapitre 7).

Chapitre 7

Vers l'analyse de la nocivité des défauts

L'objet de ce chapitre est de mettre en évidence les difficultés liées à l'analyse de la nocivité des défauts mais également les limites de la modélisation macroscopique pour l'analyse de cette nocivité. Des questions qui nous paraissent importantes de ne pas éluder et auxquelles nous tâchons d'apporter les premiers éléments de réponse.

Sommaire

7.1	Introduction	156
7.2	Vers la prévision de la nocivité des défauts	157
7.2.1	Problématique liée à l'analyse de la nocivité des défauts	157
7.2.2	Plaque doublement entaillée en "V" sollicitée en traction uniaxiale	158
7.2.3	Proposition d'un protocole d'identification	160
7.3	Limites de l'approche macroscopique pour l'analyse de la nocivité des défauts	161
7.3.1	Interférences d'échelle entre la taille des hétérogénéités matériaux et la taille du défaut	161
7.3.2	Simulation de l'essai de traction sur plaque doublement entaillée	162
7.4	Bilan	165

7.1 Introduction

Toute structure comporte d'inévitables défauts liés soit au procédé de fabrication (défauts initiaux), soit à des accidents survenus lors de la mise en service (défauts induits). Dans une démarche de dimensionnement de structure aéronautique, l'évaluation de la tolérance aux défauts vise à démontrer que la présence d'un défaut n'entraînera pas la ruine de la structure avant que celui-ci ne soit détecté ou bien pendant la durée de mise en service de la pièce [Sierakowski 95].

Cette procédure d'analyse de tolérance aux défauts comporte plusieurs aspects (voir Figure 7.1).

Elle nécessite la définition d'une liste des **sources et types de défauts** potentiels qui s'appuie sur le retour d'expérience obtenu sur les contrôles santé effectués sur tout ou une partie des pièces après élaboration mais également sur les pièces en service. Ceci permet de répertorier les défauts importants mais aussi d'établir la probabilité de présence d'un défaut (son occurrence). L'impact d'un corps étranger, suivant l'énergie associée, peut être considéré comme un événement majeur. Cet impact peut, par exemple, induire un délaminage même si celui-ci est moins important dans les composites tissés que dans les stratifiés. Il peut aussi être à l'origine de la perforation ou de la déchirure partielle de la structure.

Cette démarche s'accompagne aussi de la définition de **périodes d'inspection** qui ont pour but de détecter la présence de défauts. Différents niveaux d'inspection sont définis auxquelles on associe un intervalle entre deux inspections. Ces inspections peuvent intervenir soit lors de période de maintenance soit entre deux vols. Elles permettent, par exemple, de détecter des défauts visibles à l'oeil nu. Dans le cas d'inspections plus spécifiques, elles requièrent en général la mise en oeuvre de méthodes de Contrôle Non Destructif, c'est-à-dire de méthodes permettant de caractériser l'état d'intégrité d'une structure sans la dégrader.

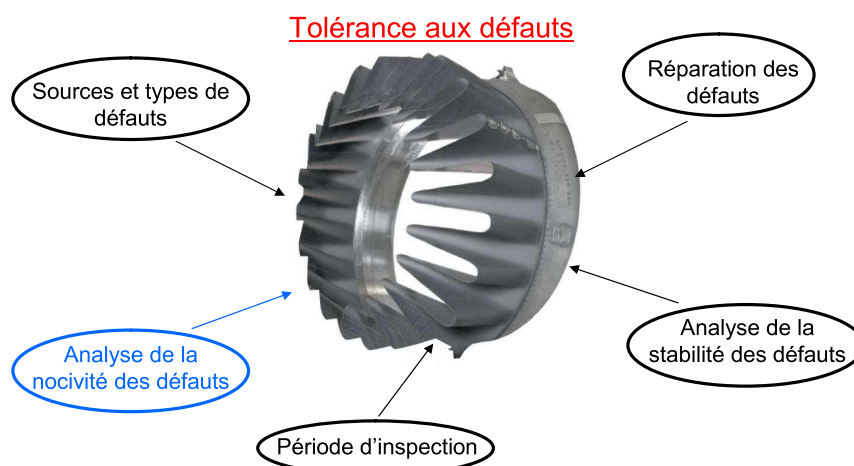


FIGURE 7.1 – Démarche d'analyse de la tolérance aux défauts.

Une fois le défaut détecté se pose la question de la **réparation**. La méthode de réparation la plus couramment utilisée est la technique de réparation par patch. Elle consiste à retirer la zone endommagée afin de la remplacer par un composite équivalent. Notons que cette technique n'est pas mise en oeuvre pour les structures primaires car le contrôle du collage et la tenue au vieillissement ne sont pas certifiés. De plus, la technique mise en oeuvre nécessite de retirer une bonne partie du composite par rapport au défaut que l'on souhaite réparer. Des techniques basées sur l'infiltration sont actuellement en développement pour pallier ces inconvénients [Hautier 09].

Un autre aspect à prendre en compte concerne l'**analyse de la stabilité des défauts**. Dans ce cas, il s'agit de déterminer la propagation ou non d'un défaut en service, par exemple sous chargement en fatigue.

L'**analyse de la nocivité des défauts** a pour but de déterminer l'effet d'un défaut majeur sur le comportement mécanique (perte de rigidité, moins bonne résistance à rupture). L'influence d'un défaut dépend à la fois de sa forme, de sa taille, mais aussi de son positionnement dans la structure.

L'analyse de la tolérance aux défauts couvre donc un vaste domaine d'étude et de recherche. Dans ce qui suit, nous nous intéressons plus particulièrement à l'analyse de la nocivité des défauts. A partir du travail fourni dans cette thèse, nous disposons de modèles permettant de décrire le comportement jusqu'à rupture des matériaux composites tissés mais aussi d'outils numériques permettant la réalisation de calculs de structure avec prise en compte de la transition endommagement/rupture. Ce chapitre constitue une ouverture sur la mise en place d'une démarche d'analyse de la nocivité des défauts qui reposerait en grande partie sur la simulation numérique.

L'objet de ce chapitre est de mettre en évidence le chemin qu'il reste à parcourir pour obtenir une telle démarche. En effet, le premier point dur concerne l'identification des paramètres permettant de rendre compte de la dégradation progressive d'une structure (cinétique de rupture progressive, paramètres de régularisation).

Par ailleurs, étant donnée la taille des défauts et des hétérogénéités matériaux, il convient de définir le domaine de validité de l'approche macroscopique.

7.2 Vers la prévision de la nocivité des défauts

7.2.1 Problématique liée à l'analyse de la nocivité des défauts

Compte tenu du nombre de configurations possibles (positions, types de défauts), il semble difficile de procéder exclusivement par l'expérience pour mener à bien une analyse de la nocivité des défauts. Les développements réalisés dans la thèse (loi de comportement adoucissante et méthode de régularisation) permettent de prévoir par la simulation la tenue de structures présentant une concentration de contrainte. On peut donc espérer passer à l'étape suivante relative à l'étude de l'influence d'un défaut sur les performances d'une structure. En cela, la simulation peut aider à définir l'essai le plus critique pour une structure en présence d'un défaut. Elle peut aider aussi à définir un catalogue des défauts admissibles c'est-à-dire une classification des défauts en fonction de leur influence sur la performance mécanique de la pièce.

Mais pour mettre en place cette méthodologie, il est nécessaire d'avoir confiance dans le caractère prédictif de la modélisation. Cela passe *(i)* par une identification à la fois de la cinétique progressive décrivant la transition endommagement/rupture et des paramètres de régularisation associés et *(ii)* par une validation de cette modélisation.

En effet, nous souhaitons d'un côté rendre les résultats indépendants de la finesse du maillage et ceux pour différentes singularités (forme, taille). Pour cela, il convient de mettre en oeuvre nos outils sur d'autres configurations (voir Section 7.2.2). D'un autre côté, nous souhaitons avoir des simulations prédictives. Pour cela, il est nécessaire d'avoir une méthodologie permettant une identification des paramètres valables pour une large gamme de singularités données (voir Section 7.2.3).

7.2.2 Plaque doublement entaillée en "V" sollicitée en traction uniaxiale

Régularisation du problème

Dans le but de démontrer la pertinence de la méthode de régularisation développée, un nouveau cas test a été considéré. Il s'agit d'un essai de traction dans le sens du renfort sur une plaque doublement entaillée. La longueur de la plaque considérée est 50 mm, la largeur de 20 mm et l'épaisseur de 1 mm. Les entailles en forme de "V" sont situées à mi-longueur et ont une profondeur et une hauteur de 4 mm. L'éprouvette a une épaisseur de 0,4 mm.

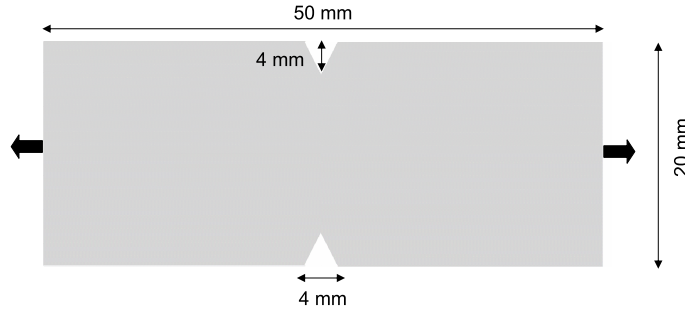


FIGURE 7.2 – Géométrie de la plaque doublement entaillée sollicitée en traction uniaxiale. L'éprouvette a une épaisseur de 1 mm.

En adoptant la démarche de validation proposée au Chapitre 5, nous avons considéré un huitième de la plaque. Trois finesses de maillage ont été retenues de sorte qu'au niveau de l'entaille, l'arrête d'une maille varie entre 0,4 (maillage 1) et 0,1 mm (maillage 3). Ainsi le maillage 1 est composé de 2356 éléments, le maillage 2 de 7860 éléments et le maillage 3 de 11958 éléments. Les maillages sont composés d'éléments quadratiques prismatiques. Un seul élément est utilisé dans l'épaisseur de la plaque.

Les paramètres retenus afin de régulariser le problème sont les suivants : $c_{1t} = 2 \text{ mm}^2$ et $\tau_{1t} = 0,01 \text{ s}$. Les réponses globales ainsi que les zones endommagées sont identiques pour les trois maillages considérés (voir Figure 7.3).

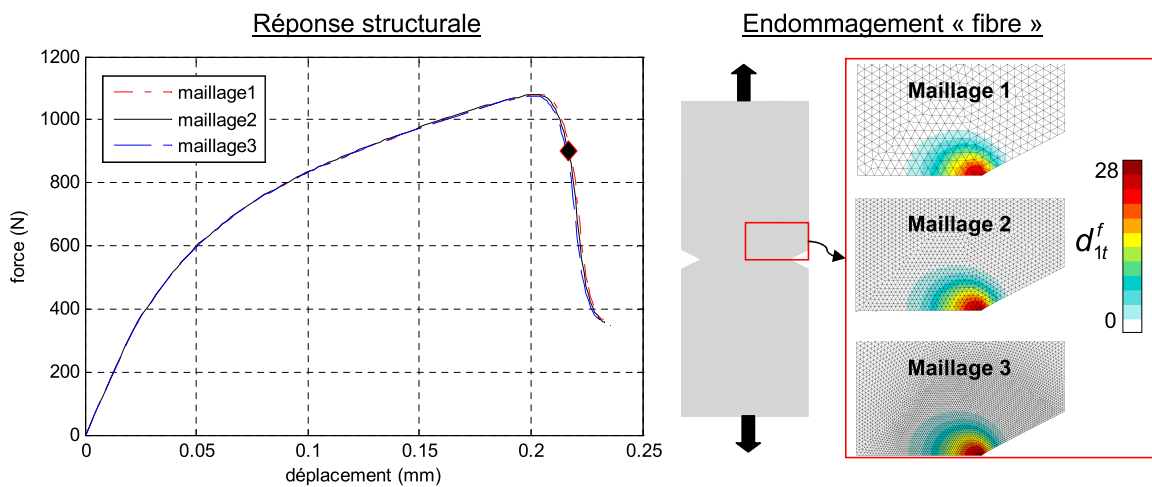


FIGURE 7.3 – Simulation d'un essai de traction uniaxiale dans le sens du renfort sur une plaque doublement entaillée. À gauche : réponses force/déplacement. À droite : répartition de l'endommagement "fibre" d_{1t}^f . Paramètres de régularisation : $c_{1t} = 2 \text{ mm}^2$ et $\tau_{1t} = 0,01 \text{ s}$.

Étude d'influence de la profondeur de l'entaille

Dans le but d'étudier l'effet de la profondeur de l'entaille, cinq éprouvettes comportant une entaille de $[1; 2,5; 3,3; 4; 5; \text{mm}]$ ont été considérées. La longueur, la largeur et l'épaisseur de la plaque sont fixées respectivement à 50 mm, 20 mm et 1 mm. La même finesse de maillage a été retenue pour mailler le huitième de chaque éprouvette. L'arrête d'une maille est de 0,2 mm. En considérant les paramètres de régularisation $c_{1t} = 2 \text{ mm}^2$ et $\tau_{1t} = 2 \text{ s}$, nous avons simulé les essais de traction jusqu'à rupture dans le sens du renfort.

La Figure 7.4(a) présente l'évolution de la force en fonction du déplacement imposé pour chaque éprouvette. Il est possible de rendre compte de l'influence de la profondeur de l'entaille sur la réponse globale de la structure. On observe une perte de raideur plus l'entaille est grande (voir Figure 7.4(b)). Ce constat reste valable pour la tenue à rupture des éprouvettes. La perte de tenue est toutefois plus importante.

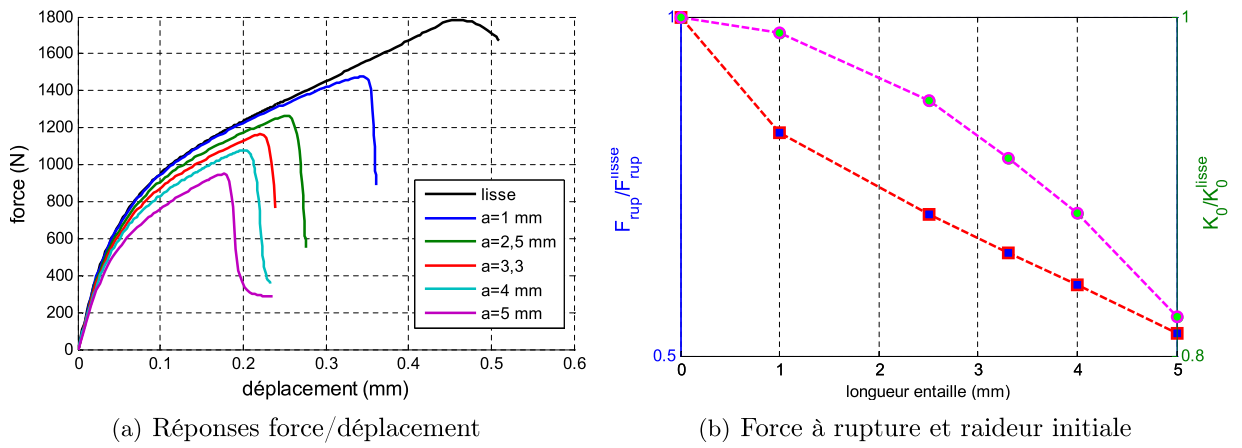


FIGURE 7.4 – (a) Influence de la profondeur de l'entaille sur la réponse globale et (b) Évolution de la force à rupture F_{rup} et de la raideur initiale K en fonction de la profondeur de l'entaille.

La répartition de l'endommagement est présentée à la Figure 7.5 pour chaque plaque. Ces isovalues sont extraites pour la force maximale. Le dommage fibre, du même ordre de grandeur pour chaque plaque entaillée, est situé au niveau de la singularité.

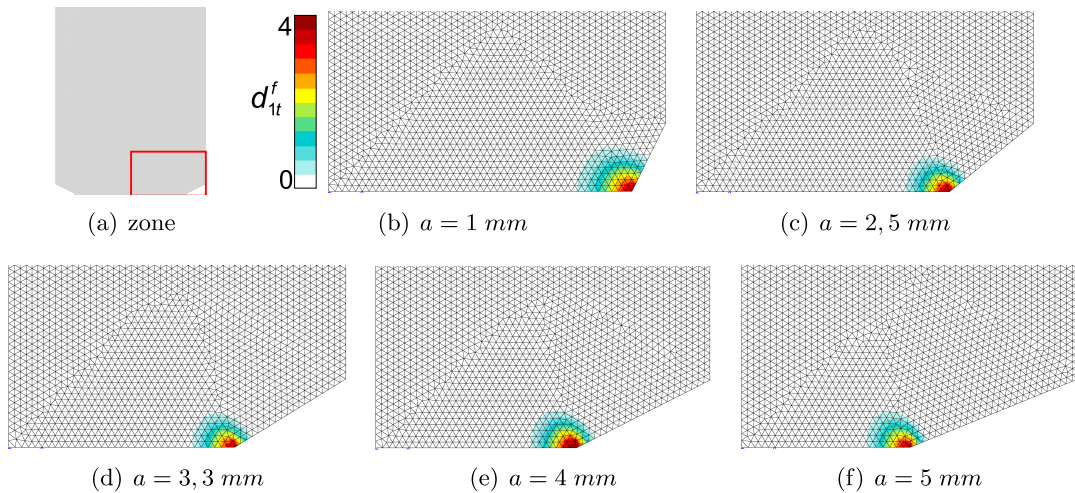


FIGURE 7.5 – Visualisations partielles des maillages des éprouvettes doublement entaillée en V. a correspond à la profondeur de l'entaille d'une hauteur de 4 mm.

7.2.3 Proposition d'un protocole d'identification

Nous souhaitons avoir des simulations prédictives, il est donc nécessaire d'avoir une méthodologie permettant de déterminer une transition endommagement/rupture ainsi que des paramètres régularisation valables pour une gamme de singularités données, que ce soit en matière de taille et de forme.

Pour cela, le protocole suivant peut être retenu (voir Figure 7.6) :

1. L'étape préliminaire consiste à identifier le comportement non linéaire du matériau. Pour cela, les essais de caractérisation réalisés sur des éprouvettes homogènes sont utilisés.
2. Ensuite, il convient de définir un ensemble de cinétiques de rupture progressive de torons de fibres.
3. La troisième étape consiste à réaliser les simulations d'essai pour différentes configurations géométriques. Pour cela, la taille et la forme de la singularité sont considérées.
4. Puis certaines configurations sont sélectionnées et les essais correspondant sont réalisés.
5. La dernière étape consiste à sélectionner la cinétique et le couple de (c_{1t}, τ_{1t}) qui permettent de corréler le plus efficacement aux résultats expérimentaux.

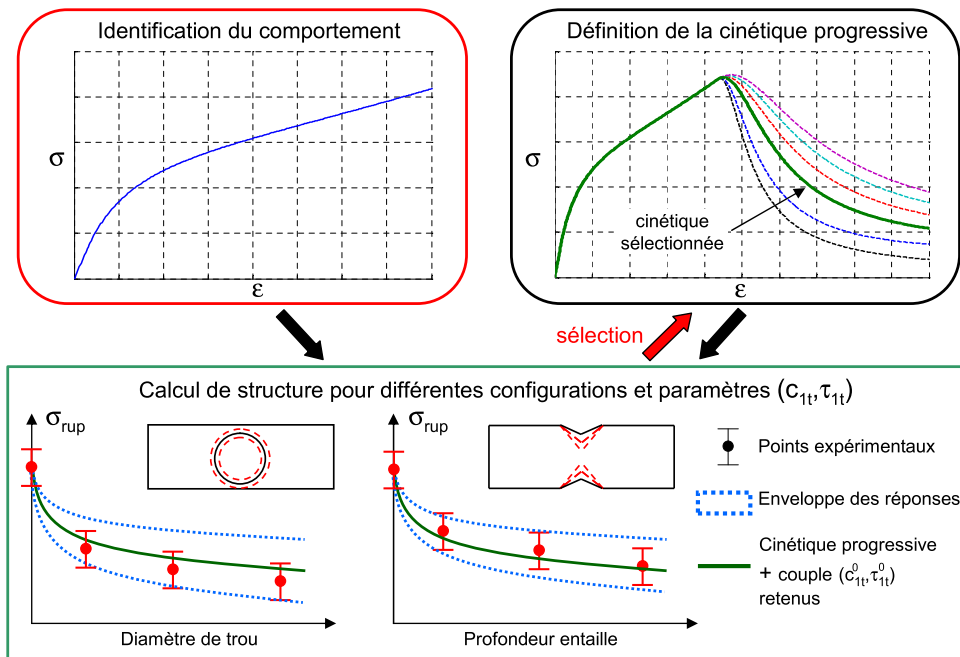


FIGURE 7.6 – Démarche d'identification de la transition endommagement/rupture (lois adoucissante, paramètre numérique de régularisation).

Ainsi défini ce protocole d'identification requiert d'effectuer un grand nombre de simulations. C'est la raison pour laquelle, dans l'optique de la réduction des coûts de calcul, on peut s'appuyer sur l'emploi de métamodèles qui peuvent être utilisés dans le but de sélectionner les meilleures paramètres au travers d'une démarche d'optimisation.

7.3 Limites de l'approche macroscopique pour l'analyse de la nocivité des défauts

7.3.1 Interférences d'échelle entre la taille des hétérogénéités matériaux et la taille du défaut

Les composites tissés résultent de l'association de torons de fibres et d'une matrice. Chaque toron de fibres est lui-même constitué de milliers de fibres. La taille des hétérogénéités qui composent le composite peut être assez grossière suivant le matériau considéré. Dans le cas des composites tissés à matrice organique de notre étude, les poches de résines entre deux plans de trames sont de l'ordre du millimètre (voir Figure 7.7). Les dimensions de l'ellipse d'un toron sont du même ordre de grandeur¹.

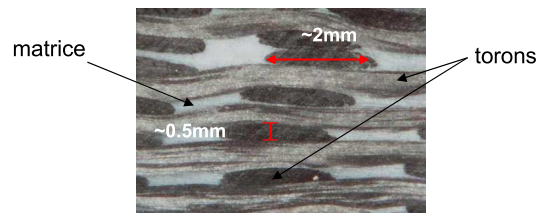


FIGURE 7.7 – Taille des hétérogénéités (torons de fibres, résine) d'un composite tissé à matrice organique.

Des fortes concentrations de contrainte locale s'observent dans les zones de contact telles que celles qui se trouvent entre le pied d'une aube et le moteur. Dans ce cas, la taille du gradient de contrainte peut être du même ordre de grandeur que celle des hétérogénéités du matériau. L'exemple du poinçonnement (*i.e* indentation) du matériau composite permet d'illustrer la problématique qui en découle (voir figure 7.8). En effet, suivant que le poinçon se retrouve en contact avec un toron de fibres ou bien avec une poche de résine, la réponse matériau peut différer. Or, dans le cas d'une modélisation macroscopique, on considère un matériau homogène équivalent. Ce constat est-il problématique ?

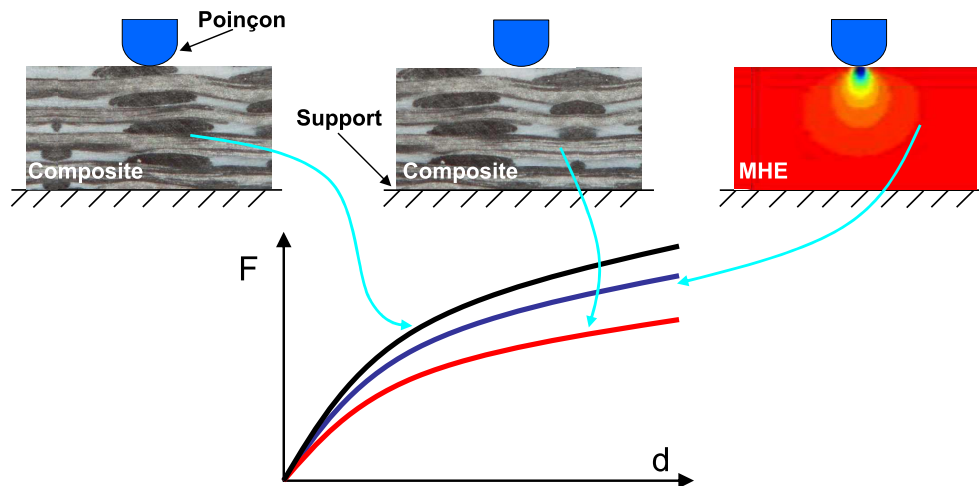


FIGURE 7.8 – Illustration de l'interférence d'échelle entre la taille du gradient et la taille des hétérogénéités.

De même, il peut arriver que la taille des hétérogénéités soit du même ordre de grandeur que la singularité lorsque celle-ci est petite. C'est par exemple le cas d'une entaille induite par un coup de scie (voir Figure 7.9). Or, la pointe de l'entaille peut se trouver soit dans la résine, soit autour

1. Pour des raisons de confidentialité, nous ne pouvons pas plus préciser les dimensions d'un toron.

des torons de fibres. Le gradient de contrainte est alors différent localement. Encore une fois, dans le cas d'une modélisation macroscopique, on ne prend pas en compte l'hétérogénéité du matériau. Cela a-t-il une conséquence sur la réponse du matériau.

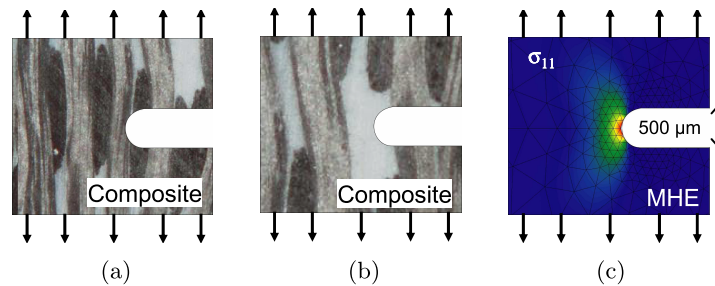


FIGURE 7.9 – (a) Pointe d'entaille située au niveau de la résine, (b) pointe d'entaille située au niveau des torons de fibres et (c) gradient de contrainte obtenu par la simulation Éléments Finis.

Il convient donc de déterminer les limites de validité de l'approche macroscopique lorsque l'on est dans une situation d'interférence d'échelle entre la taille des hétérogénéités matériaux et la taille du gradient de contrainte. Cette étude nécessite de mettre en place une riche campagne expérimentale permettant d'étudier l'effet des interférences d'échelle. La première étape est de savoir si les modèles et outils proposés permettent de traiter le cas de singularités de petites tailles.

7.3.2 Simulation de l'essai de traction sur plaque doublement entaillée

Régularisation du problème

Nous avons simulé un essai de traction jusqu'à rupture sur une éprouvette doublement entaillée dont la géométrie est présentée à la Figure 7.10. La plaque a une largeur de 20 mm et une longueur de 50 mm. Les entailles situées à mi-longueur ont une largeur de 4 mm et une hauteur de 0,5 mm. L'épaisseur de la plaque est de 0,4 mm.

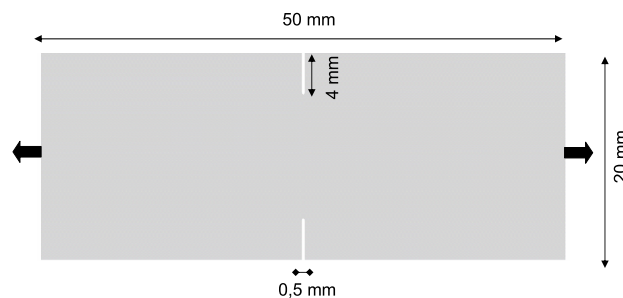


FIGURE 7.10 – Géométrie de l'éprouvette doublement entaillée sollicitée en traction uniaxiale.

En considérant la symétrie du problème, un huitième de la plaque a été modélisé avec des éléments quadratiques prismatiques. Afin de s'assurer de la bonne régularisation du problème, nous avons comparé les résultats obtenus pour deux finesses de maillage différentes : au droit de l'entaille, le maillage n°2 est deux fois plus fin que le maillage n°1. Ainsi le maillage n°1 est composé de 3839 éléments tandis que le maillage n°2 est composé de 10764 éléments. Les paramètres de régularisation c_{1t} et τ_{1t} sont respectivement fixés à 2 mm^2 et $0,01 \text{ s}$.

La répartition de l'endommagement fibre à la fin de la simulation est présentée à la Figure 7.11. Les zones endommagées sont identiques pour les deux maillages. L'approche de régularisation couplée permet bien d'éviter la localisation du dommage dans le cas d'une petite singularité. Les

réponses globales obtenues pour les deux maillages sont comparées à la Figure 7.12. Les courbes d'évolution de la force en fonction du déplacement sont similaires.

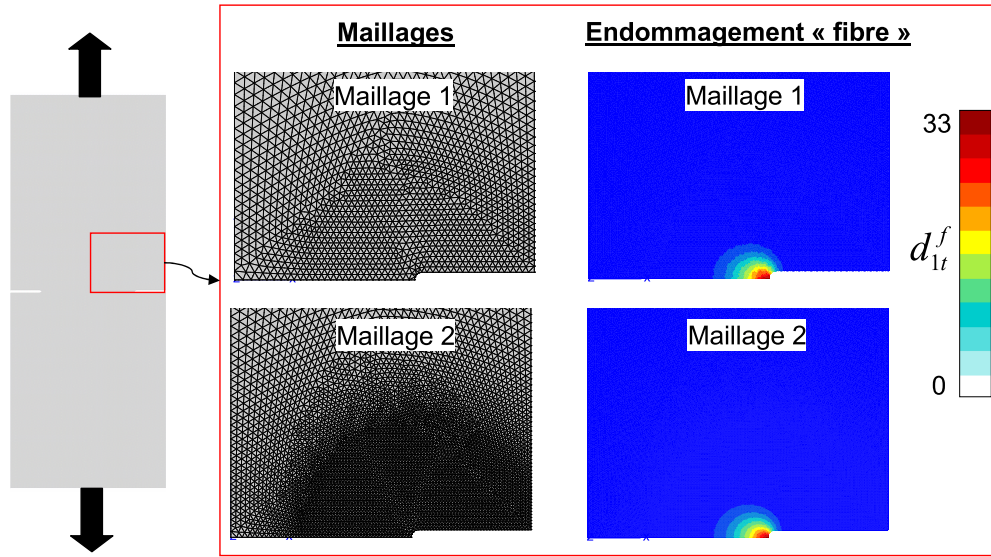


FIGURE 7.11 – Répartition de l'endommagement d_{1t}^f des torons fibres en bord d'entaille obtenue pour la simulation d'un essai de traction sur éprouvette doublement entaillée pour deux maillages de finesse différente. Paramètres de régularisation : $c_{1t} = 2 \text{ mm}^2$, $\tau_{1t} = 0.01$. L'endommagement est visualisé aux points de sorties représentés par des losanges à la Figure 7.12.

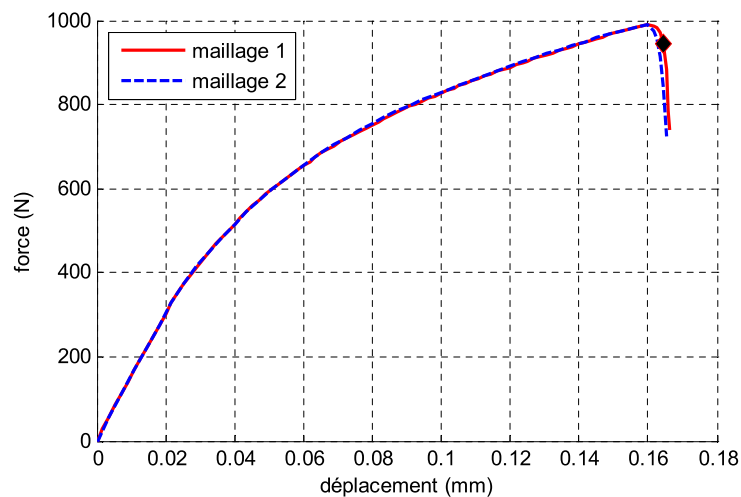


FIGURE 7.12 – Réponse force/déplacement obtenue pour la simulation d'un essai de traction sur éprouvette doublement entaillée pour deux maillages de finesse différente. Paramètres de régularisation : $c_{1t} = 2 \text{ mm}^2$, $\tau_{1t} = 0.01$.

Étude d'influence de la largeur de la plaque doublement entaillée

Les paramètres géométriques de la plaque ne sont pas modifiés sauf la largeur de la plaque qui varie entre [8 ; 10 ; 12 ; 16 mm] (voir Figure 7.13).

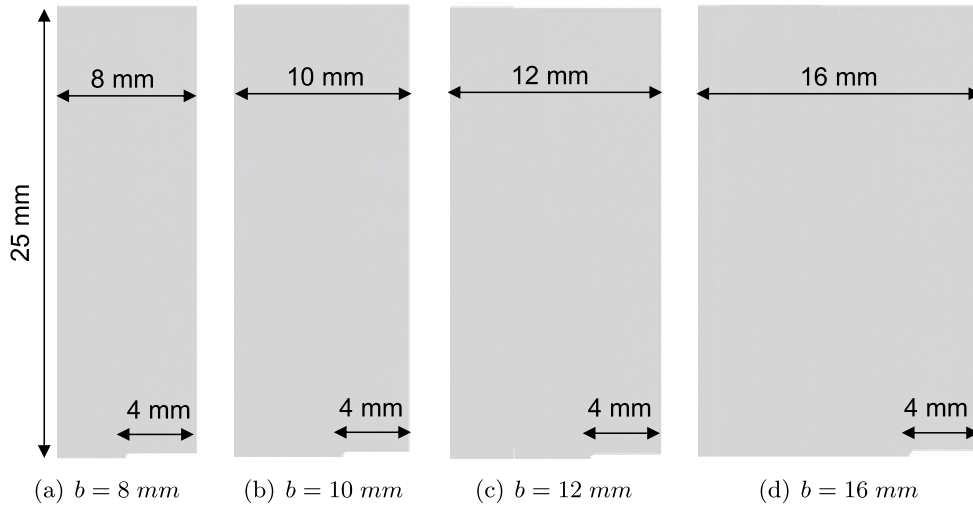


FIGURE 7.13 – Géométrie des éprouvettes doublement entaillées (quart d'éprouvette). b correspond à la demi-largeur de la plaque.

Dans le cas de la plaque de 20 mm de largeur, le problème était régularisé pour un maillage comportant des éléments en bord d'entaille de 0,2 mm. C'est cette taille qui est retenue pour mailler les autres plaques.

L'évolution du rapport σ_{rup}/σ_0 en fonction de la demi-largeur de la plaque comportant une entaille de 4 mm de large et 0,5 mm de haut est présentée à la Figure 7.14. La contrainte à rupture évolue de façon non linéaire en fonction de la demi-largeur de la plaque. Plus la plaque est large et moins l'entaille influe sur la contrainte à rupture. Cette tendance est similaire lorsque le paramètre c_{1t} augmente ($c_{1t} = 4$ mm², $c_{1t} = 8$ mm²).

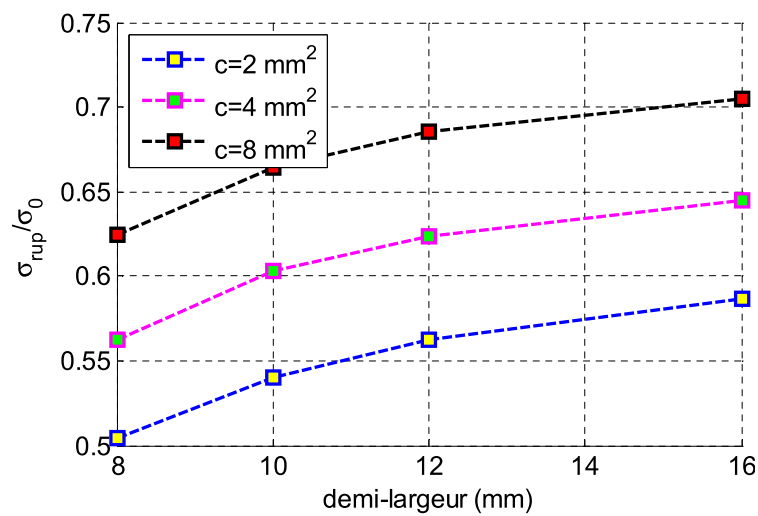


FIGURE 7.14 – Évolution du rapport σ_{rup}/σ_0 en fonction de la demi-largeur d'une plaque comportant une entaille de 4 mm de large et de 0,5 mm de haut.

Effet d'échelle

D'une manière général, on entend par étude des effets d'échelle une modification homothétique des dimensions d'une structure. La variation de la largeur de la plaque traduit d'une certaine manière un autre effet d'échelle. Dans ce cas, on considère l'effet d'une même singularité dans une structure de plus en plus grande. Remarquons que les effets d'échelle peuvent être étudiés une fois les paramètres de la modélisation complètement identifiés, par le protocole défini précédemment par exemple (voir Section 7.2.3). Dans une certaine mesure, l'approche proposée doit permettre de corréler à l'expérience. Plus précisément en modifiant les dimensions d'une structure de manière proportionnelle (voir Figure 7.15), la modélisation doit garder son caractère prédictif jusqu'à un certain point. Le domaine de validité est défini lorsque l'on arrive à une interférence d'échelle.

L'étude des effets d'échelle et des interférences d'échelle reste une question ouverte. Un des moyens pour y parvenir est de réaliser une campagne d'étude expérimentale. Malheureusement nous n'avons pu ni l'entreprendre, ni en bénéficier dans le temps impartis.

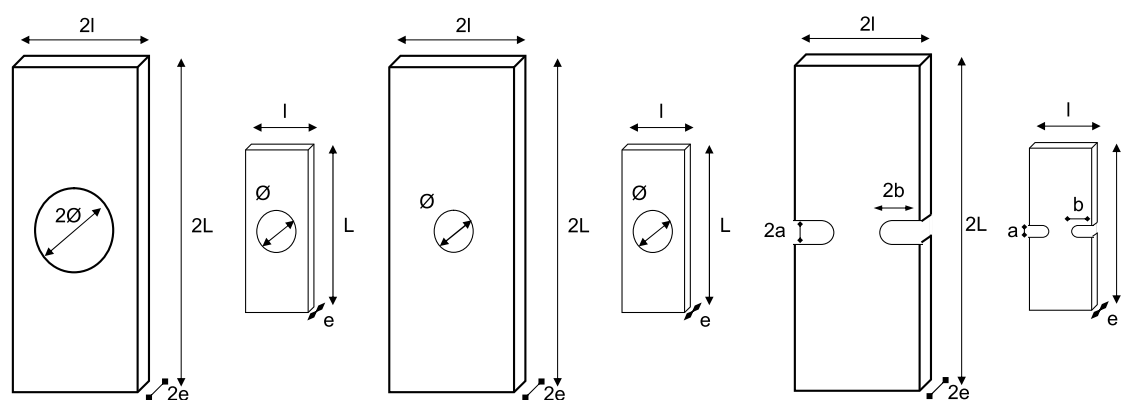


FIGURE 7.15 – Exemple de géométries d'éprouvettes pour l'étude des effets d'échelle

7.4 Bilan

Ce chapitre constitue une ouverture vers l'analyse de la nocivité des défauts.

Tout d'abord, la possibilité de notre méthode à régulariser des problèmes avec d'autres types de singularités (forme, taille) a été démontré. Puis, nous avons défini un protocole d'identification des paramètres optimaux pour un ensemble de singularités. Toutefois, celui-ci doit encore être validée expérimentalement.

Par ailleurs, nous avons mis en exergue la problématique liée à la limite de validité de l'approche macroscopique dans le cadre de l'analyse de la nocivité des défauts. En effet, bien qu'il soit possible de s'intéresser aux singularités de petites tailles, qu'en est-il des effets échelles et des interférence d'échelle entre la taille des hétérogénéité matériau et la taille du défaut. Pour cerner proprement les limites de validité de l'approche macroscopique, cette étude complexe requiert entre autre une riche base de données expérimentales.

Conclusion générale et perspectives

Ce travail de thèse s'inscrit dans la problématique de l'amélioration des méthodes de dimensionnement des structures composites dans un souci de réduction des coûts de certification des pièces aéronautiques. En effet, le manque de confiance dans les outils actuels de dimensionnement se traduit par l'utilisation de facteurs de sécurité importants et de lourdes campagnes expérimentales.

Bilan de la première partie

Le premier objectif de cette thèse a été de développer un modèle d'endommagement macroscopique dédié au calcul de structures et permettant de décrire le comportement non-linéaire des matériaux composites tissés à matrice organique (CMO) ou céramique (CMC).

Pour cela, nous avons enrichi les modèles d'endommagement Onera. Ces modèles s'inscrivent dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles et utilisent les concepts de la Mécanique Continue de l'Endommagement. Par une analyse fine de ces modèles, nous avons mis en évidence les limites de ces formulations pour rendre compte de certains aspects du comportement des matériaux composites à renforts tissés. Ces limites sont liées à la non-linéarité de comportement des CMO et au développement du dommage hors-plan lors de sollicitations planes. Pour remédier à ces insuffisances de modélisation, nous avons tout d'abord retranscrit le comportement visqueux des CMO par l'intermédiaire d'une loi viscoélastique spectrale non linéaire. Par la suite, les forces motrices de l'endommagement hors-plan ont été modifiées en conséquence afin de décrire les effets des mécanismes de dégradations liés au couplage plan/hors-plan.

Une des originalités de ce travail est d'avoir proposé une famille de lois de comportement permettant de décrire le comportement (visco)élastique endommageable des composites tissés. Ainsi, le modèle ODM_LD décrit l'endommagement matriciel des composites tissés présentant un faible contraste fibre/matrice. Il est donc adapté lorsque le dommage est préférentiellement orienté par le chargement. Le modèle ODM_MS décrit l'endommagement matriciel composites tissés ayant un fort contraste fibre/matrice. Dans ce cas, le dommage est préférentiellement orienté par la micro-structure. Ce dernier est couplé à la viscosité dans le cas des CMO. Après avoir défini un protocole d'identification, ces lois de comportement ont été identifiées pour divers matériaux composites tissés à matrice organique ou céramique à partir d'un nombre limité d'essais de caractérisation.

Par la suite, l'ensemble des modèles d'endommagement a été implanté dans le code Éléments Finis ZéBuLoN. Une démarche progressive basée sur un ensemble de cas test élémentaires définis sur un élément de volume ou au niveau d'une structure a été élaborée. Ce protocole a notamment facilité l'industrialisation des modèles dans les bureaux d'études de nos partenaires industriels (Snecma et Snecma Propulsion Solide).

Dans le but d'évaluer le caractère prédictif des modèles, des essais sur pièces génériques représentatives de problèmes structuraux clés ont été simulés et confrontés à l'expérience. Des essais sur plaques trouées sollicitées en torsion et en flexion/torsion, ainsi qu'un essai sur cornière sollicitée en mode de dépliage ont été simulés dans le cas des CMC. Pour les CMO, les essais suivants ont

été étudiés : plaque sollicitée en torsion et essai de flexion 4-points. Ces comparaisons en partie validantes nous ont permis de mettre en évidence deux limites de la démarche classique de dimensionnement consistant à appliquer un critère de rupture fragile en post-traitement d'un calcul non linéaire. La première est liée à une sous-estimation de la tenue et même parfois à la mauvaise prévision des réponses globales de structures présentant un gradient de contrainte. Ce déficit de modélisation est dû au caractère non adoucissant des lois de comportement. La seconde est relative au doute concernant les résultats des simulations étant données les nombreuses sources d'incertitudes liées au calcul de structures.

Bilan de la deuxième partie

Le second objectif de la thèse a consisté à mettre en place une démarche d'analyse robuste pour l'analyse de la tenue structurale.

Dans un premier temps, afin d'améliorer les prévisions des simulations dans le cas de structures présentant un gradient de contrainte, les effets de la rupture progressive sur le comportement ont été introduits par l'intermédiaire de nouvelles variables scalaires d'endommagement d_j^f .

Ce type de formulation conduit à des modèles de type adoucissant. Afin de s'affranchir des problèmes numériques tels que la localisation artificielle de l'endommagement et la dépendance au maillage des résultats, une approche couplant modèle à taux d'endommagement limité et modèle non local d'endommagement a été développée. Nous avons mis en évidence que ce couplage des méthodes de régularisation cumule les avantages de ces approches et en supprime les principaux inconvénients, que ce soit d'un point de vue mise en oeuvre, interprétation physique ou objectivité des résultats.

La capacité de prévision de l'approche développée a été évaluée en simulant des essais sur structures à fort gradient de contrainte. Les prévisions de la rupture finale sont en bon accord avec l'expérience.

Nous avons par ailleurs démontré l'intérêt du calcul de structure dans un cadre non déterministe. Pour cela, l'influence d'une fluctuation modérée sur les données d'entrée a été quantifiée dans une volonté de fournir des enveloppes de réponses. Cette étude a permis d'obtenir une estimation de la confiance dans les prévisions. Dans un souci de réduction des coûts de calcul, nous nous sommes appuyés sur une démarche de transport d'incertitudes basée sur l'utilisation de métamodèles de complexité croissante. Dans les cas étudiés, une approximation linéaire entre les paramètres d'entrée et la quantité d'intérêt retenue s'est avérée suffisante. L'exploitation des métamodèles a mis en évidence que les paramètres prépondérants sont ceux mesurables expérimentalement, pour lesquels l'incertitude peut être réduite par une meilleure maîtrise des conditions d'élaboration des pièces.

Au delà de l'étude de l'influence des incertitudes, nous avons cherché à réduire la méconnaissance sur le comportement matériau par l'intermédiaire d'une démarche de capitalisation d'expérience. Cette étude a reposé sur l'analyse de l'incertitude de la réponse structurale obtenue par la simulation afin de la relier quantitativement aux méconnaissances matériaux. Cette analyse nous a permis de mettre en évidence que la capitalisation d'expérience est fortement dépendante de l'essai choisi, de la richesse de l'information expérimentale (répétition des essais) et de l'instrumentation de mesure associée.

Enfin, à partir des outils développés dans cette thèse, le dernier chapitre constitue une ouverture vers l'analyse de la nocivité des défauts. La criticité d'un défaut dépend de sa nature (taille, forme) mais aussi de sa position dans la pièce. La méthode de régularisation couplée a été mise en oeuvre sur divers cas-tests dans le but de montrer qu'il était possible de traiter une variété de singularités en matière de forme et de taille. La question de l'identification des paramètres de la modélisation liés à la transition endommagement/rupture reste un des points durs. Nous avons apporté un

premier élément de réponse en proposant un protocole d'identification des paramètres permettant d'avoir un ensemble de valeurs optimales valables pour une gamme donnée de défaut. Bien sûr, tout cela reste à valider expérimentalement.

Un autre aspect important que nous avons souhaité souligner et auquel peu d'auteurs s'intéressent en général est le domaine de validité de l'approche macroscopique pour l'analyse de la nocivité des défauts. En effet, il est possible de s'intéresser à des défauts de petite taille mais on peut s'interroger sur la représentativité du résultat obtenu. De manière générale, ceci rejoint la problématique des effets d'échelle et des interférences d'échelle entre la taille des hétérogénéités matériau et la taille du défaut. Faute d'une base de données expérimentale conséquente, cet aspect n'a pu être mené à son terme dans les délais impartis.

Perspectives de l'étude

A ce stade d'avancement des travaux, les pistes suivantes d'étude peuvent être dégagées.

Le premier point que nous avons abordé et qui mérite d'être poursuivi est la détermination du domaine de validité des outils développés pour la prévision de la tenue de pièce en présence de singularités. Ceci permettra dans un second temps de s'attaquer à l'analyse de la nocivité des défauts sur la tenue structurale proprement dite. C'est dans cet aspect que l'apport de la modélisation numérique trouve tout son intérêt car il n'est bien sûr pas envisageable de tester expérimentalement toutes les configurations possibles de défauts au sein d'une pièce.

Un autre axe de travail à souligner et qui répond à une problématique immédiate des industriels partenaires de la thèse est en rapport avec l'extension des modèles d'endommagement à la fatigue des matériaux composites tissés, en particulier CMO. Cette problématique revêt des aspects expérimentaux afin de caractériser le comportement et les mécanismes d'endommagement en fatigue du matériau¹. C'est à partir de ces observations expérimentales qu'il sera possible d'enrichir la modélisation². Pour cela, le modèle ODM_MS peut servir de base au développement d'un modèle de fatigue, soit incrémentale, soit à grand nombre de cycle.

Notons également qu'une autre extension est en cours chez Snecma pour l'utilisation de nos modèles en dynamique afin de simuler des essais tels que l'ingestion d'oiseaux sur une aube en composite tissé.

Pour finir, utiliser une modélisation Éléments Finis à l'échelle mésoscopique constitue un recours pour l'identification des paramètres de la formulation macroscopique difficilement identifiables expérimentalement (paramètres du comportement hors-plan en particulier). Pour cela, on peut s'appuyer sur des outils de modélisation multiéchelle. Un travail reste à accomplir pour établir un lien entre la variable d'endommagement macroscopique et les mécanismes d'endommagements discrets. Au-delà, couplés aux approches multiéchelles, les modèles et outils numériques développés peuvent s'inscrire dans une démarche d'optimisation des performances d'une structure en adaptant localement les propriétés du matériau. A ce propos, on peut mentionner le travail de thèse de G Grail³ démarré en 2009 et dont le but est d'une part d'établir une relation directe entre les paramètres de fabrication et les propriétés mécaniques à différentes échelles (microscopique, mésoscopique, macroscopique), et d'autre part d'optimiser la structure localement via une boucle d'optimisation inverse partant de la structure et revenant aux procédés d'élaboration et aux propriétés fibre/matrice.

1. J. Henry, *Mécanismes d'endommagement en fatigue dans les tissus multicouches interlocks*, thèse CIFRE, Université de Technologie Compiègne, débutée en 2008.

2. C. Rakotoarisoa, *Modélisation de la durée de vie en fatigue des composites à matrice organique tissés interlocks*, thèse Onera, Université de Technologie Compiègne, débutée en 2009.

3. G. Grail, *Approches multimodèles pour la conception de structures composites à renfort fibreux*, thèse Onera, Université d'Orléans, débutée en 2009.

Bibliographie

- [Abdi 00] F. Abdi, L. Minnetyan & C.C. Chamis. Fracture mechanics of metals, composites, welds, and bolted joints, chapitre 8. Kluwer Academic Publisher, 2000.
- [Ahci 06] E. Ahci & R. Talreja. *Characterization of viscoelasticity and damage in high temperature polymer matrix composites*. Composites Science and Technology, vol. 66, pages 2506–25129, 2006.
- [Aiello 01] G. Aiello. *Utilisation des composites à matrice céramique SiCf/SiC comme matériau de structure de composants internes du tore d'un réacteur à fusion*. Thèse de doctorat, Université d'Evry Val d'Essonne, 2001.
- [Allix 03] O. Allix, P. Feissel & P. Thévenet. *A delay damage mesomodel of laminates under dynamic loading : basic aspects and identification issues*. Computers & Structures, vol. 81, pages 1177–1191, 2003.
- [Aubard 92] X Aubard. *Modélisation et identification du comportement mécanique des matériaux composites 2D SiC/SiC*. Thèse de doctorat, Paris VI, 1992.
- [Baucom 05a] M.A Baucom J.N.and Zikry. *Low-velocity impact damage accumulation in woven S2-glass composite systems*. Composites Part A, vol. 36, pages 658–664, 2005.
- [Baucom 05b] M.A Baucom J.N.and Zikry. *Low-velocity impact damage progression in woven E-glass composite systems*. Composites Part A, vol. 36, pages 658–664, 2005.
- [Berthelot 92] J.M. Berthelot. Matériaux composites, comportement mécanique et analyse des structures. Masson, Paris, 1992.
- [Besson 01] J. Besson, G. Cailletaud, J.L. Chaboche & S. Forest. Mécanique non linéaire des matériaux. Hermes, Paris, 2001.
- [Blatman 08] Géraud Blatman & Bruno Sudret. *Sparse polynomial chaos expansions and adaptive stochastic finite elements using a regression approach*. Comptes Rendus Mécanique, vol. 336, no. 6, pages 518 – 523, 2008.
- [Bordreuil 04] C. Bordreuil & C. Hochard. *Woven ply laminate with an open hole : simulation and experiments*. Rhodes,Greece, 2004. ESCM.
- [Brandt 96] J. Brandt, K. Dreschler & F.J. Arendts. *Mechanical performance of composites based on various three-dimensional woven fibre performs*. Composites Science and Technology, vol. 56, pages 381–386, 1996.
- [Brent Strong 97] A. Brent Strong & S.W. Beckwith. *Joining Composite Materials*. Composites Fabrication, pages 9–15, 1997.
- [Callus 99] P.J. Callus, A.P. Mouritz, M.K. Bannister & K.H. Leong. *Tensile properties and failure mechanisms of 3D woven GRP composites*. Composites Part A, vol. 30, pages 1277–1287, 1999.

- [Camus 96] G. Camus, L. Guillaumat & S. Baste. *Development of damage in a 2D woven C/SiC composite under mechanical loading : I. Mechanical characterization*. Composites Science and Technology, vol. 56, pages 1363–1372, 1996.
- [Camus 00] G. Camus. *Modelling of the mechanical behavior and damage processes of fibrous ceramic matrix composites : application to a 2-D SiC/SiC*. International Journal of Solids and Structures, vol. 37, pages 919–942, 2000.
- [Cao 08] J. Cao, R. Akkerman, P. Boisse, J. Chen, H.S. Cheng, E.F. de Graaf, J.L. Gorczyca, P. Harrison, G. Hivet, J. Launay, W. Lee, L. Liu, S.V. Lomov, A. Long, E. de Luycker, F. Morestin, J. Padvoiskis, X.Q. Peng, J. Sherwood, Tz. Stoilova, X.M. Tao, I. Verpoest, A. Willems, J. Wiggers, T.X. Yu & B. Zhu. *Characterization of mechanical behavior of woven fabrics : Experimental methods and benchmarks results*. Composites Part A, vol. 39, pages 1037–1053, 2008.
- [Chaboche 79] J.L. Chaboche. *Le concept de contrainte effective appliquée à l'élasticité et à la viscoplasticité en présence d'un endommagement anisotrope*. Dans Editions du CNRS, éditeur, Colloque EUROMECH 115, pages 737–760, Grenoble, 1979. In J-P Boehler.
- [Chaboche 84] J.L. Chaboche. *Anisotropic creep damage in the framework of continuum damage mechanics*. Nuclear Engineering and Design, vol. 79, pages 309–319, 1984.
- [Chaboche 92] J.L. Chaboche. *Damage induced anisotropy : on the difficulties associated with the active/passive unilateral condition*. International Journal of Damage Mechanics, vol. 1, pages 148–171, 1992.
- [Chaboche 01] J.L. Chaboche, S. Kruch, J.F. Maire & T. Pottier. *Towards a micromechanics based inelastic and damage modeling of composites*. International Journal of Plasticity, vol. 17, no. 4, pages 411–439, 2001.
- [Chaboche 02] J.L. Chaboche & J.L. Maire. *A new micromechanics based CDM model and its application*. Aerospace Science and Technology, vol. 6, pages 131–145, 2002.
- [Chambart 09] M; Chambart, R. Desmorat, F. Gatuingt & D. Guilbaud. *Dissipation due à l'endommagement anisotrope : application au calcul de structures en béton armé sous impact*. Dans Neuvièmes colloque national en Calcul des structures, pages 175–181, 2009.
- [Chen 09] S. Chen, X. Hong, B.L. Luk & C.J. Harris. *Orthogonal-least-squares regression : A unified approach for data modelling*. Neurocomputing, vol. 72, no. 10-12, pages 2670 – 2681, 2009. Lattice Computing and Natural Computing (JCIS 2007) / Neural Networks in Intelligent Systems Designn (ISDA 2007).
- [Chilès 99] J.P. Chilès & P. Delfiner. *Geostatistics : Modeling spatial uncertainty*. Wiley, 1999.
- [Chou 92] S. Chou, H.C. Chen & C.C. Wu. *BMI Resin composites reinforced with 3D carbon-fibre fabrics*. Composites Science and Technology, vol. 43, pages 117–128, 1992.
- [Chung 07] K. Chung & H. Ryou. *Development of viscoelastic/rate-sensitive-plastic constitutive law for fiber-reinforced composites and its applications. Part I : Theory and material characterization*. Composites Science and Technology, 2007. In press.

- [Cordebois 79] J.P. Cordebois & F. Sidoroff. *Anisotropie élastique induite par endommagement*. Dans Editions du CNRS, éditeur, Colloque EUROMECH 115, Grenoble, 1979. In J-P Boehler.
- [Couegnat 08] G. Couegnat. *Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 2008.
- [Cox 96] B.N Cox, M.S. Dadkhah & W.L. Morris. *On the tensile failure of 3D woven composites*. Composites Part A, vol. 27, pages 447–458, 1996.
- [Cox 97] B.N. Cox. *Handbook of analytical methods for textile composites*. Rapport technique, NASA, 1997.
- [Dalmaz 00] A. Dalmaz, D. Ducret, R. El Guerjouma, P. Reynaud, P. Franciosi, D. Rouby, G. Fantozzi & J.C. Baboux. *Elastic moduli of a 2.5D C_f/SiC composite : experimental and theoretical estimates*. Composites Science and Technology, vol. 60, pages 913–925, 2000.
- [Daniel 08] I.M. Daniel, J.J Luo & P.M Schubel. *Three-dimensional characterization of textile composites*. Composites Part B, vol. 39, pages 13–19, 2008.
- [Dody 85] M. Dody. *Modélisation des caractéristiques mécaniques et études expérimentales de l'endommagement d'un composites*. Thèse de doctorat, Thèse de l'Université de Franche-Comté, 1985.
- [Dragon 00] A. Dragon, D. Halm & T. Désoyer. *Anisotropic damage in quasi-brittle solids : modelling, computational issues and applications*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 183, pages 331–352, 2000.
- [Dumont 87] J.P. Dumont, P. Ladevèze, M. Poss & Y. Remond. *Damage mechanics for 3D composites*. Composites Structures, vol. 8, pages 119–141, 1987.
- [El Hage 06] C. El Hage. *Modélisation du comportement élastique endommageable de matériaux composites à renfort tridimensionnel*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2006.
- [Evans 97] A. G. Evans. *Overview No. 125 Design and life prediction issues for high-temperature engineering ceramics and their composites*. Acta Materialia, vol. 45, no. 1, pages 23 – 40, 1997.
- [Fedro 91] M.J. Fedro & K. Wilden. *Characterization and manufacture of braided composites for large commercial aircraft structures*. NASA CP 3154, Second NASA Advanced Composites Technology Conference, November 1991.
- [Feyel 00] F. Feyel & J.L. Chaboche. *FE² multiscale approach for modelling the elastoviscoplastic behaviour of long fibre SiC/Ti composite materials*. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., vol. 183, pages 309–330, 2000.
- [Findley 67] W.N. Findley & J.S.Y Lay. *A modified superposition principle applied to creep of nonlinear viscoelastic material under abrupt changes in state of combined stress*. Transactions of society of Rheology, vol. 11, pages 361–380, 1967.
- [Forio 00] P. Forio. *Comportement thermomécanique et durée de vie d'un composite SiC/SiC à matrice séquencée et autocicatrisante*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 2000.
- [Gao 99] F. Gao, L. Boniface, S.L. Ogini, P.A. Smith & R.P. Greaves. *Damage accumulation in woven-fabric CFRP laminates under tensile loading : Part1. Observations of damage accumulation*. Composite Science and Technology, vol. 59, pages 123–136, 1999.

- [Gasser 96] A. Gasser, P. Ladevèze & M. Poss. *Damage mechanisms of woven SiC/SiC composite : modeling and identification*. Composite Science and Technology, vol. 56, pages 779–784, 1996.
- [Gasser 98] A. Gasser, P. Ladevèze & P. Peres. *Damage modelling for a laminated ceramic composite*. Materials Science and Engineering, vol. 250, pages 249–255, 1998.
- [Gatuingt 08] F. Gatuingt, R. Desmorat, M. Chambart, D. Combescure & D. Guilbaud. *Anisotropic 3D delay-damage model to stimulate concrete structures*. European Journal of Computational Mechanics, vol. 17, pages 740–760, 2008.
- [Germain 06] N. Germain. *Modélisation non locale de l'endommagement dans les structures composites*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2006.
- [Germain 07] Norbert Germain, Jacques Besson & Frédéric Feyel. *Composite layered materials : Anisotropic nonlocal damage models*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 196, no. 41-44, pages 4272 – 4282, 2007.
- [Ghanem 91] R.G. Ghanem & P.D. Spanos. *Stochastic finite elements : a spectral approach*. Springer-Verlag, 1991.
- [Greenhalgh 02] E. Greenhalgh & M. Hiley. *The assessment of novel materials and processes for the impact tolerant design of stiffened composite aerospace structures*. Composites Part A, pages 151–161, 2002.
- [Gu 02] H. Gu & Z. Zhili. *Tensile behavior of 3D woven composites by using different fabric structures*. Material and Design, vol. 23, pages 671–674, 2002.
- [Guillaumat 94] L. Guillaumat. *Microfissuration des CMC : relation avec la microstructure et le comportement mécanique*. Thèse de doctorat, Thèse de l'Université Bordeaux 1, 1994.
- [Halm 98] D. Halm & A. Dragon. *An anisotropic model of damage and frictional sliding for brittle materials*. European Journal of Mechanics - A/Solids, vol. 17, no. 3, pages 439 – 460, 1998.
- [Harescheugh 89] R.I. Harescheugh. *Aircraft and aerospace applications of composites*. In Kelly A, editor Concise encyclopedia of composite materials, 1989.
- [Hautier 09] M. Hautier, D Lévêque, C. Huchette & Olivier P. *Investigation of a composite repair method by liquid resin infusion*. Dans ICCM 17, 2009.
- [Hellweg 98] H.B. Hellweg & Crisfield M.A. *A new arc-length method for handling sharp snap-backs*. Computers & Structures, vol. 66, pages 705–709, 1998.
- [Hochard 06] Ch. Hochard, J. Payan & C. Bordreuil. *A progressive first ply failure model for woven ply CFRP laminates under static and fatigue loads*. International Journal of Fatigue, vol. 28, no. 10, pages 1270 – 1276, 2006. The Third International Conference on Fatigue of Composites.
- [Hochard 07] C. Hochard, N. Lahellec & C. Bordreuil. *A ply scale non-local fibre rupture criterion for CFRP woven ply laminated structures*. Composite Structures, vol. 80, pages 321–326, 2007.
- [Hochard 08] Ch. Hochard, S. Miot, N. Lahellec, F. Mazerolle, M. Herman & J.P. Charles. *Behaviour up to rupture of woven ply laminate structures under static loading conditions*. Composites Part A : Applied Science and Manufacturing, vol. In Press, Corrected Proof, pages –, 2008.
- [Hotelling 33] H Hotelling. *Analysis of a complex of statistical variables into principal components*. J. Educational Psych., vol. 24, pages 417–441, 1933.

- [Huchette 05] C. Huchette. *Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés*. Thèse de doctorat, Paris 6, 2005.
- [Jirasek 01] Milan Jirasek & Zdenek P. Bazant, éditeurs. *Inelastic analysis of structures*, chapitre 26. Wiley Publisher, 2001.
- [John 01] S. John, I. Herszberg & F. Coman. *Longitudinal and transverse damage taxonomy in woven composite components*. Composites Part B, vol. 32, pages 659–668, 2001.
- [Jolliffe 86] I Jolliffe. *Principal component analysis*. Springer, 1986.
- [Ju 89] J.W. Ju. *On energy-based coupled elastoplastic damage theories : constitutive modeling and computational aspects*. International Journal of Solids and Structures, pages 803–833, 1989.
- [Kachanov 58] L.M. Kachanov. *Time of the rupture process under creep conditions*. Akad. Nauk. SSR. Otd. Tekh. Nauk., vol. 8, pages 26–31, 1958.
- [Khondker 05] O.A Khondker, K.-H. Leong, I. Herszberg & H. Hamada. *Impact and compression-after performance of weft-knitted glass textile composites*. Composites Part A, vol. 36, pages 638–648, 2005.
- [Krajcinovic 89] D. Krajcinovic. *Damage mechanics*. Mechanics of Materials, 1989.
- [Kuo 05] Y Kuo & IH Sloan. *Lifting the Curse of Dimensionality*. Notices of the American Mathematical Society, vol. 20, pages 1320–1328, 2005.
- [Ladevèze 92] P. Ladevèze & E. LeDantec. *Damage modelling of the elementary ply for laminated composites*. Composites Science and Technology, vol. 43, pages 257–267, 1992.
- [Ladevèze 92] P. Ladevèze. *A damage computational method for composite structures*. Computers and Structures, vol. 44, no. 1-2, pages 79 – 87, 1992. Special Issue : WCCM II.
- [Ladevèze 95] P. Ladevèze. *A damage computational approach for composites : Basic aspects and micromechanical relations*. Computational Mechanics, vol. 17, no. 1-2, pages 142 – 150, 1995.
- [Ladevèze 00] P. Ladevèze, O. Allix, J.-F. Deü & D. Lévêque. *A mesomodel for localisation and damage computation in laminates*. Computer methods in applied mechanics and engineering, vol. 183, pages 105–122, 2000.
- [Ladevèze 06a] P. Ladevèze, G. Puel & T. Romeuf. *Lack of knowledge in structural model validation*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 195, no. 37-40, pages 4697 – 4710, 2006. John H. Argyris Memorial Issue. Part I.
- [Ladevèze 06b] P. Ladevèze, G. Puel & T. Romeuf. *On a strategy for the reduction of the lack of knowledge (LOK) in model validation*. Reliability Engineering & System Safety, vol. 91, no. 10-11, pages 1452 – 1460, 2006. The Fourth International Conference on Sensitivity Analysis of Model Output (SAMO 2004) - SAMO 2004.
- [Lahellec 05] Noël Lahellec, Cyril Bordreuil & Christian Hochard. *Étude de la rupture fragile d'un stratifié quasi-isotrope à plis tissés : mise en évidence d'une longueur interne*. Comptes Rendus Mécanique, vol. 333, no. 3, pages 293 – 298, 2005.
- [Lamon 01] J. Lamon. *A micromechanics-based approach to the mechanical behavior of brittle-matrix composites*. Composites Science and Technology, vol. 61, pages 2259–2272, 2001.

- [Lamouroux 05] F. Lamouroux, S. Bertrand, R. Pailler, Naslain R. & M. Cataldi. *Oxidation-resistant carbon-fiber-reinforced ceramic-matrix composites*. Composites Part A, vol. 36, pages 1073–1085, 2005.
- [Laurin 05] F. Laurin. *Approche multiéchelle des mécanismes de ruine progressive des matériaux stratifiés et analyse de la tenue de structures composites*. Thèse de doctorat, Franche-Comté, 2005.
- [L'Ecuyer 02] P. L'Ecuyer & C. Lemieux. Recent advances in randomized quasi-monte carlo methods, pages 419–474. Kluwer Academic, 2002.
- [Lee 09] S. H. Lee & W. Chen. *A comparative study of uncertainty propagation methods for black boxes*. Structural and Multidisciplinary Optimization, vol. 37, pages 239–253, 2009.
- [Lekhnitskii 63] G. Lekhnitskii. Theory of elasticity of an anisotropic elastic body. 1963.
- [LeMauff 09] Camille LeMauff, Pierre Ladevèze & Gilles Lubineau. *Utilisation d'un modèle d'endommagement avec une loi à taux limité en quasi-statique*. Dans Comptes Rendus des CFM 2009, 2009.
- [Lemaître 85] J. Lemaître & J.L. Chaboche. Mécanique des matériaux solides. Dunod, Paris, 1985.
- [Lomov 00] S. V. Lomov, A. V. Gusakov, G. Huysmans, A. Prodromou & I. Verpoest. *Textile geometry preprocessor for meso-mechanical models of woven composites*. Composites Science and Technology, vol. 60, no. 11, pages 2083 – 2095, 2000.
- [Lomov 01] S.V. Lomov, G. Huysmans, Y. Luo, R.S. Parnas, A. Prodromou, I. Verpoest & F.R. Phelan. *Textile composites : modelling strategies*. Composites Part A, vol. 32, pages 1379–1394, 2001.
- [Lorentz 04] E. Lorentz & P. Badel. *A new path-following constraint for strain-softening finite element simulations*. Int. J. Numr. Methods Engrg., vol. 60, pages 499–526, 2004.
- [Lou 71] Y.C. Lou & R.A. Schaperry. *Viscoelastic characterization of a nonlinear fiber reinforced plastic*. Journal of Composites materials, vol. 5, pages 208–234, 1971.
- [Lubineau 09] Gilles Lubineau, Pierre Ladevèze & Camille Le Mauff. *Analyse, illustration d'une approche "virtual testing"*. Dans Comptes Rendus des JNC 16, 2009.
- [Maire 92] J. F. Maire. *Etude théorique et expérimentale du comportement de matériaux composites en contraintes planes*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 1992.
- [Maire 94] J.F. Maire, P.M. Lesne & Chaboche J.L. *Modélisation micro-macro du comportement mécanique des tissus SiC-SiC*. Rapport technique 12/6138 RY 033 R, Onera, 1994.
- [Maire 96] J.-F. Maire & Pacou D. *Essais de traction-compression-torsion sur tubes composites céramique-céramique*. Dans Journées Nationales des Composites, ENSAM PARIS, 1996.
- [Maire 97a] J.F. Maire & Chaboche J.L. *A new formulation of Continuum Damage Mechanics (CDM) for Composite Materials*. Aerospace Science and Technology, vol. 4, pages 247–257, 1997.
- [Maire 97b] J.F. Maire & P.M. Lesne. *A damage model for ceramic matrix composites*. Aerospace Science and Technology, vol. 1, no. 4, pages 259–266, 1997.

- [Maire 98] J.F. Maire & P.M. Lesne. *An explicit damage model for the design of composites structures*. Composites Science and Technology, vol. 58, pages 773–778, 1998.
- [Matheron 63] G. Matheron. *Principles of geostatistics*. Economic Geology, vol. 58, pages 1246–1266, 1963.
- [McGlockton 03] M.A. McGlockton, B.N. Cox & R.M. McMeeking. *A Binary Model of textile composites : III high failure strain and work of fracture in 3D weaves*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 51, pages 1573–1600, 2003.
- [McKay 79] MD McKay, RJ Beckman & WJ Conover. *A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code*. Technometrics, vol. 21, pages 239–245, 1979.
- [Mei 08] Hui Mei. *Measurement and calculation of thermal residual stress in fiber reinforced ceramic matrix composites*. Composites Science and Technology, vol. 68, no. 15-16, pages 3285 – 3292, 2008.
- [Mei 09] Hui Mei & Laifei Cheng. *Comparison of the mechanical hysteresis of carbon/ceramic-matrix composites with different fiber preforms*. Carbon, vol. 47, no. 4, pages 1034 – 1042, 2009.
- [Morscher 07] Gregory N. Morscher, Mrityunjay Singh, J. Douglas Kiser, Marc Freedman & Ram Bhatt. *Modeling stress-dependent matrix cracking and stress-strain behavior in 2D woven SiC fiber reinforced CVI SiC composites*. Composites Science and Technology, vol. 67, no. 6, pages 1009 – 1017, 2007.
- [Morscher 08] G.N. Morscher. *Architecture effects on matrix cracking for low-porosity 2D and 3D SiC/SiC composites*. Dans Recent advances in textile composites, pages 306–314, Newark Delaware, October 2008.
- [Mouritz 99] A.P. Mouritz, M.K. Bannister, P.J. Falzon & K.H Leong. *Review of applications for advanced three-dimensional fibre textile composites*. Composites Part A, vol. 30, pages 1445–1461, 1999.
- [Naslain 01] R.R. Naslain, R. Pailler, X. Bourrat, S. Bertrand, F. Heuvenet, P. Dupel & F. Lamouroux. *Synthesis of highly tailored ceramic matrix composites by pressure-pulsed CVI*. Solid State Ionics, vol. 141-142, pages 541–548, 2001.
- [Naslain 04] R.R. Naslain. *Design, preparation and properties of non-oxide CMCs for application in engines and nuclear reactors : an overview*. Composites Science and Technology, vol. 64, pages 155–170, 2004.
- [Nguyen 07] T.H. Nguyen & D. Gamby. *Effects of nonlinear viscoelastic behaviour and loading rate on transverse cracking in CFRP laminates*. Composites Science and Technology, vol. 67, pages 438–452, 2007.
- [Niederreiter 92] H Niederreiter. Random number generation and quasi-monte carlo methods. SIAM, Philadelphia, 1992.
- [Nowick 72] A.S. Nowick & B.S. Berry. Anelastic relaxation in crystalline solids. Academic Press, 1972.
- [Nuismer 75] R.J. Nuismer & J.M. Whitney. *Uniaxial failure of composite failure laminates containing stress concentrations*. Fract. Mech. of Comp., ASTM STP 593, pages pp. 117–142, 1975.
- [Pailhes 02] J. Pailhes, G. Camus & J. Lamon. *A constitutive model for the mechanical behavior of a 3D C/C composite*. Mechanics of Materials, vol. 34, pages 161–177, 2002.

- [Peerlings 96] R.H.J. Peerlings, R. De Borst, W.A.M. Brekelmans & J.H.P. De Vree. *Gradient Enhanced Damage for Quasi-Brittle Materials*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 39, pages 3391–3403, 1996.
- [Peerlings 99] R.H.J. Peerlings. *Enhanced damage modelling for fracture and fatigue*. Thèse de doctorat, Library technische universiteit Eindhoven, 1999.
- [Penas 02] Penas. *Etude de composite Sic/SiBC à matrice multiséquentée en fatigue cyclique à hautes températures sous air*. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2002.
- [Petipas 00] C. Petipas. *Analyse e prévision du comportement long terme des composites fibres de carbone/matrice organique*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 2000.
- [Pijaudier-Cabot 87] G. Pijaudier-Cabot & Z.P. Bazant. *Nonlocal damage theory*. J. Engrg. Mech., vol. 113, pages 1512–1533, 1987.
- [Puel 04] G. Puel. *Sur une théorie des méconnaissances en dynamique des structures*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2004.
- [Rabotnov 69] Y.N. Rabotnov. *Creep problems in structural members*. North-Holland, 1969.
- [Raghavan 96] J. Raghavan & M. Meshii. *Time-dependent damage in carbon fibre-reinforced polymer composites*. Composites Part A : Applied Science and Manufacturing, vol. 27, no. 12, pages 1223 – 1227, 1996.
- [Ramtami 90] S. Ramtami. *Contribution à la modélisation du comportement multiaxial du béton endommagé avec description du caractère unilatéral*. Thèse de doctorat, Paris 6, 1990.
- [Riks 76] E. Riks. *An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems in elastic stability*. Dans 14th International Congress of theoretical and Applied Mechanics, 1976.
- [Ritto-Corrêa 08] Manuel Ritto-Corrêa & Dinar Camotim. *On the arc-length and other quadratic control methods : Established, less known and new implementation procedures*. Computers and Structures, vol. 86, no. 11-12, pages 1353 – 1368, 2008.
- [Rollet 07] Y. Rollet. *Vers une maîtrise des incertitudes en calculs des structures composites*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, 2007.
- [Saltelli 02] A Saltelli. *Making best use of model evaluations to compute sensitivity indices*. Computer Physics Communication, pages 280–297, 2002.
- [Saltelli 06] A Saltelli, M Ratto, S Tarantola & F Campolongo. *Sensitivity Analysis Practices : strategies for Model-based Inference*. Reliability engineering and systems safety, pages 1109–1125, 2006.
- [Schapery 66] R.A. Schapery. *A theory of non-linear thermoelasticity based on irreversible thermodynamics*. Dans ASME Proceeding 5th US National Congress Applied Mechanics, pages 511–530, 1966.
- [Schapery 69] R.A. Schapery. *On the characterization of non linear viscoelastic materials*. Journal of Polymer Engineering Sciences, vol. 9, pages 295–310, 1969.
- [Schieffer 03] A. Schieffer. *Modélisation multiéchelle du comportement mécanique des composite à matrice organique et effets du vieillissement thermique*. Thèse de doctorat, Université Technologique de Troyes, 2003.
- [Schneider 08] L. Schneider, L. Marcin, Z. Aboura & D. Marsal. *Experimental investigation and behavior modeling of a 3D interlock woven fabric composite : Part*

1. Dans Recent advances in textile composites, pages 380–388, Newark Delaware, October 2008.
- [Schneider 10] J. Schneider. *Maîtrise des endommagements dans les composites tissés multicouches interlock*. Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2010.
- [Shrotriya 05] P. Shrotriya & N.R. Sottos. *Viscoelastic response of woven composite substrates*. Composites Science and Technology, vol. 65, pages 621–6, 2005.
- [Sierakowski 95] RL Sierakowski & GM Newaz. Damage tolerance in advanced composites. Technomic Publishing Company, 1995.
- [Siron 98] O. Siron & J. Lamon. *Damage and failure mechanisms of a 2.5D carbon/carbon composite under uniaxial tensile and shear loads*. Acta Metall Mater, vol. 46, pages 6631–6643, 1998.
- [Siron 99] O. Siron, J. Pailhes & J. Lamon. *Modelling of the stress/strain behavior of a carbon/carbon composite with a 2.5 dimensional fibre architecture under tensile and shear loads at room temperature*. Composites Science and Technology, vol. 59, pages 1–12, 1999.
- [Skrzypeck 98] J. Skrzypeck & A. Ganczarski. Modelling of material damage and failure of structures. Springer Verlag, 1998.
- [Sobol' 93] IM Sobol'. *Sensitivity analysis for nonlinear mathematical models*. Math. Modelling Comput. Exp., vol. 1, pages 407–414, 1993.
- [Stein 04] Erwin Stein, René De Borst & Thomas J.R. Hugues, éditeurs. Encyclopedia of computational mechanics, chapitre 10. Wiley Publisher, 2004.
- [Stoppiglia 03] H. Stoppiglia, G. Dreyfus, R. Dubois & Y. Oussar. *Ranking a Random Feature for Variable and Feature Selection*. Journal of Machine Learning Research, vol. 3, pages 1399–1414, 2003.
- [Sudret 03] B. Sudret, M. Berveiller & M. Lemaire. *Éléments finis stochastiques spectraux : nouvelles perspectives*. Dans Comptes Rendus des CFM 2003, 2003.
- [Suffis 03] Arnaud Suffis, Ton A. A. Lubrecht & Alain Combescure. *Damage model with delay effect : Analytical and numerical studies of the evolution of the characteristic damage length*. International Journal of Solids and Structures, vol. 40, no. 13-14, pages 3463 – 3476, 2003.
- [Tam 05] H. Tam C.K.W an Ju, M.G. Jones, W.R. Watson & T.L. Parrott. *A computational and experimental study of slit resonators*. Journal of Sound and Vibration, vol. 284, pages 947–984, 2005.
- [Tan 00] P. Tan, L. Tong, G.P. Steven & T. Ishikawa. *Behavior of 3D orthogonal woven CFRP composites. Part I. Experimental investigation*. Composites Part A, vol. 31, pages 259–271, 2000.
- [Thionnet 99] A. Thionnet & J. Renard. *Modelling unilateral damage effect in strongly anisotropic materials by the introduction of the loading mode in damage mechanics*. International Journal of Solids and Structures, vol. 36, no. 28, pages 4269 – 4287, 1999.
- [Thionnet 10] A. Thionnet. *From Fracture to Damage Mechanics : A behavior law for microcracked composites using the concept of Crack Opening Mode*. Composite Structures, vol. 92, no. 3, pages 780 – 794, 2010.
- [Tong 98] L. Tong & L.K. Jain. *Analysis of adhesive bonded composite lap joints with transverse stitchin*. Composite Science and technology, vol. 58, pages 221–227, 1998.

- [Tsai 71] S.W. Tsai & E.M. Wu. *A general theory of strenght for anisotropic material*. Journal of Composite Materials, vol. 5, pages 58–80, 1971.
- [Verpoest 05] I. Verpoest & S.V. Lomov. *Virtual textile composites software WiseTex : Integration with micro-mechanical, permeability and structural analysis*. Composites Science and Technology, vol. 65, pages 2563–2574, 2005.
- [Whitney 74] R.J. Whitney & J.M. Nuismer. *Stress fracture criteria for laminated composite laminates containing stress concentrations*. Journal of Composite Materials, vol. 8, pages 253–265, 1974.
- [Yeh 94] H.Y. Yeh & C.H. Kim. *The Yeh-Stratton criterion for composite materials*. Journal of composite materials, vol. 28, pages 926–939, 1994.

Table des figures

1	Éléments de structure en composites tissés pour des applications turbomachines : aube de soufflante CMO élaborée par Snecma à gauche et mélangeur CMC élaboré par Snecma Propulsion Solide à droite.	2
2	Description du comportement mécanique des composites tissés jusqu'à rupture en présence de gradients de contrainte avec prise en compte des incertitudes.	3
1.1	Exemple de préforme tissé : a) tissu 2D (taffetas), b) tissu 3D (Orthogonal interlock).	7
1.2	Zone endommagée par des impacts successifs sur plaque composite - (a) Tissu 2D (type taffetas) après 5 impacts;(b) Tissu interlock 3D orthogonal après 10 impacts [Baucom 05b].	8
1.3	Distorsion des mèches du à l'entrelacement des torons : a) tissé 2D [Camus 96] ; b) tissé 3D [McGlockton 03].	8
1.4	Courbes contrainte/déformation pour un essai de traction compression sur un composite tissé 2D SiC _f /SiC : (a) dans le sens du renfort ; (b) hors-axes à 45° [Gasser 96].	10
1.5	Essais de charge/décharge sur un tissé 3D C _f /C dans le sens du renfort [Siron 98].	10
1.6	Comportement mécanique d'un CMO tissé 2D : a) traction dans le sens du renfort ; b) en cisaillement plan [Bordreuil 04].	11
1.7	Comportement mécanique d'un CMO tissé 3D lors d'un essai hors-axes à 45 : (a) réponse contrainte/déformation ; (b) Emission Acoustique [Schneider 08].	12
1.8	Essai de caractérisation du comportement hors plan d'un tissé 3D CMO : a) éprouvette queue d'aronde ; b) réponse contrainte/déformation [Schneider 08].	13
1.9	Défauts initiaux dus aux procédés d'élaboration d'un composite tissé 3D C _f /SiC [Dalmaz 00].	13
1.10	Scénario d'endommagement d'un matériau composite CMC tissé 2D [Lamon 01].	14
1.11	Visualisation d'un composite CMO 3D à l'état initial [Couegnat 08].	14
1.12	Mécanismes de dégradation observées sur un tissé 3D CMO [El Hage 06].	15
2.1	Modélisation multiéchelle du comportement mécanique des composites à renforts tissés [Couegnat 08].	20
2.2	Approches multiéchelles et approches macroscopiques dans le cadre du calcul de structures composites tissées.	22
2.3	Essai incrémental de traction/compression sur un composite SiC _f /SiC stratifié [0-90] _{2s} [Gasser 98].	23
2.4	Visualisation dans les plan (σ_1, σ_2) à gauche et (σ_1, σ_6) à droite des critères de la contrainte maximale, de Tsai-Wu et de l'Onera sous les hypothèses de contraintes planes.	27
2.5	Modèles d'endommagement Onera développés ces dernières années au cours de programmes de recherche européens et français.	28
2.6	Schéma de principe des modes d'endommagement activés par le chargement pour les modèles ODM_MS et ODM_LD.	30

2.7	Illustration du rôle de la déformation stockée pour assurer la continuité de la réponse (σ, ε). Chargement imposé en déformation à gauche : échelon ε_6 superposé à un cycle de traction/compression ε_1 . Résultats de la simulation avec ou sans prise en compte de la déformation stockée à droite : évolution de σ_1 et σ_6 en fonction du temps. . .	34
2.8	Évolution de la contrainte σ_1 en fonction de la déformation ε_1 pour un matériau présentant un comportement élastique endommageable avec présence de déformations résiduelles obtenues avec le modèle ODM_MS lors d'un essai de traction/compression incrémentale.	34
2.9	Evolution de l'index de désactivation du dommage en présence d'endommagement.	35
2.10	Influence des paramètres, d_c^m, p^m, y_c^m, y_0^m sur l'évolution de la cinétique d'endommagement obtenue par la simulation d'un essai de traction monotone : (a) $p^m > 1$, (b) $p^m < 1$	36
2.11	Illustration des différentes possibilités de fermeture offertes par les modèles ODM_MS et ODM_LD	37
2.12	Chargement de compression uniaxiale engendrant un endommagement transverse par effet Poisson.	38
2.13	Influence de la superposition d'une contrainte de traction ou de compression à une contrainte de cisaillement sur la non-linéarité d'un 2D SiC _f /SiC.	38
2.14	Simulation d'un essai de charge/décharge incrémentale sur un composite tissé à matrice céramique	39
2.15	Simulation d'un essai de fluage multipalier à 45° sur un composite tissé multicouche interlock déséquilibré avec le modèle ODM_MS.	40
2.16	Effet de l'endommagement sur la déformation de fluage. Comparaison d'un essai de fluage sur un matériau sain et sur un matériau endommagé.	43
2.17	Illustration de l'effet de la viscosité sur l'évolution de l'endommagement lors d'essai de traction monotone dans le sens longitudinal : (a) résultats expérimentaux [Nguyen 07] et (b) résultats obtenus par la simulation.	44
3.1	Identification de la cinétique d'endommagement pour deux essais de traction/compression incrémentales (Cerasep®347, tissé 2D SiC _f /SiC) : (a) sens chaîne, (b) 45° hors-axes.	48
3.2	Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale dans le sens chaîne (Cerasep®347, tissé 2D SiC _f /SiC) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.	49
3.3	Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 45° hors-axes (Cerasep®347, tissé 2D SiC _f /SiC) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.	49
3.4	Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression dans le sens chaîne (3D multicouche interlock CMO 60/40) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.	51
3.5	Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression dans le sens trame (3D multicouche interlock CMO 60/40) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec modèle ODM_MS couplé à la viscosité.	51
3.6	Evolution de la déformation en fonction du temps pour un essai de fluage multipalier à 45° par rapport aux axes du renfort (3D multicouche interlock CMO 60/40) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.	52
3.7	Evolution de la déformation en fonction du temps pour un essai de fluage multipalier à 45° par rapport aux axes du renfort (3D multicouche interlock CMO 60/40) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.	52

3.8	Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression à 45° par rapport aux axes du renfort (3D multicouche interlock CMO 60/40) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.	53
3.9	Visualisation 2D du critère de la contrainte maximale pour le Cerasep347® : (a) dans le plan (σ_1, σ_2) et (b) dans le plan (σ_1, σ_6)	54
3.10	Visualisation 2D du critère de la contrainte maximale pour le Cerasep347® : (a) dans le plan (σ_1, σ_2) et (b) dans le plan (σ_1, σ_6)	54
3.11	Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale dans le sens chaîne pour l'A500 (3D C _f /MAC) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.	55
3.12	Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 45° hors-axes pour l'A500 (3D C _f /MAC) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.	56
3.13	Identification des enveloppes des critères de rupture de la contrainte maximale et Onera pour l'A500 (3D C _f /MAC) : (a) dans le plan (σ_1, σ_2) et (b) dans le plan (σ_1, σ_6).	56
3.14	Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale dans le sens chaîne pour le 3D C _f /SiC monolithique : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.	57
3.15	Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 45° hors-axes pour le 3D C _f /SiC monolithique (repère laboratoire) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.	57
3.16	Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 45° hors axes pour le 3D C _f /SiC monolithique (repère matériau) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.	58
3.17	Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 67,5° hors-axes pour le 3D C _f /SiC monolithique (repère laboratoire) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.	58
3.18	Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 67,5° hors-axes pour le 3D C _f /SiC monolithique (repère matériau) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.	59
3.19	Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 22,5° hors-axes pour le 3D C _f /SiC monolithique (repère laboratoire) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.	59
3.20	Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction/compression incrémentale à 22,5° hors axes pour le 3D C _f /SiC monolithique (repère matériau) : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_LD.	60
3.21	Réponses contrainte/déformation pour un essai de charge/décharge incrémentale dans le sens chaîne pour le 3D cmo multicouche interlock 70/30 : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.	61
3.22	Réponses contrainte/déformation pour un essai de charge/décharge incrémentale dans le sens trame pour le 3D cmo multicouche interlock 70/30 : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.	62
3.23	Evolution de la déformation en fonction du temps pour un essai de fluage multipalier à 45° par rapport aux axes du renfort pour le 3D multicouche interlock CMO 70/30 : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.	62

3.24 Réponses contrainte/déformation pour un essai de fluage multipalier à 45° par rapport aux axes du renfort pour le 3D multicouche interlock CMO 70/30 : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.	63
3.25 Réponses contrainte/déformation pour un essai de charge/décharge incrémentale à 45° hors axes pour un 3D CMO multicouche interlock 70/30 : (a) résultat expérimental et (b) résultat de la simulation avec le modèle ODM_MS couplé à la viscosité.	63
3.26 Identification des enveloppes du critère de rupture de la contrainte maximale dans les plans (σ_1, σ_2) et (σ_1, σ_6) pour le CMO 3D multicouche interlock 70/30 : (a) dans le plan (σ_1, σ_2) et (b) dans le plan (σ_1, σ_6)	64
3.27 (a) Chargement en déformation de traction/cisaillement ; (b) Résultats de la simulation.	69
3.28 Architecture du programme Matlab® développé pour la vérification de l'implantation des modèles ODM_MS et ODM_LD.	69
3.29 Simulation d'un essai de fluage	70
3.30 Géométrie de l'éprouvette haltère type H2 (à gauche) ; Maillage et conditions aux limites de l'éprouvette haltère type H2 sollicitée en traction uniaxiale (à droite).	71
3.31 Visualisation de la contrainte à la charge maximale et de l'endommagement à l'issue du chargement obtenu par la simulation d'un cycle de traction/compression sur éprouvette haltère.	71
3.32 Comparaison de la réponse du modèle entre un calcul sur un VER et un calcul sur l'éprouvette haltère avec ZéBuLoN : (a) réponse contrainte/déformation à gauche et (b) évolution de l'endommagement en fonction de la déformation.	72
4.1 (a) Arrière corps du moteur M88 et (b) volets post-combustion en CMC (Source Snecma Propulsion Solide).	74
4.2 Essai de torsion alternée sur plaque trouée en A500 : (a) dispositif expérimental et (b) emplacements des jauges de déformation positionnées à 45°.	75
4.3 Essai de torsion alternée sur plaque trouée en A500 : (a) maillage et conditions aux limites et (b) réponses force/déplacement expérimentales et simulées avec le modèle ODM_LD.	75
4.4 Comparaison des courbes force/déformation expérimentales et simulées avec le modèle ODM_LD pour l'essai de torsion sur plaque trouée en A500.	76
4.5 Visualisation des endommagements d_4^m et d_5^m induits par l'essai de torsion alternée sur plaque trouée en A500.	77
4.6 Évaluation de la tenue de la structure pour l'essai de torsion alternée sur plaque trouée en A500 : à gauche critère de la contrainte maximale ; à droite critère Onera.	77
4.7 Essai de flexion/torsion alternée sur plaque trouée en A500 : (a) configuration et (b) plan d'instrumentation.	78
4.8 Maillage et conditions aux limites de l'essai sur plaque trouée en A500 sollicitée en flexion/torsion.	78
4.9 Comparaison des courbes force/déplacement expérimentales et simulées pour l'essai sur plaque trouée en A500 sollicitée en flexion/torsion.	79
4.10 Comparaison des courbes force/déformation expérimentales et simulées pour l'essai sur plaque trouée en A500 sollicitée en flexion/torsion (jauges longitudinales et rosette).	79
4.11 Comparaison des courbes forces/déformation expérimentales et simulées pour l'essai sur plaque trouée en A500 sollicitée en flexion/torsion (jauges transversales).	80
4.12 Visualisation des endommagements d_2^m , d_4^m et d_5^m induits par l'essai de flexion/torsion sur plaque trouée en A500	80

4.13	Essai de torsion sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30 : (a) dispositif expérimental ; (b) emplacement des jauges de déformation positionnées à 45°	81
4.14	Maillage et conditions aux limites associés à l'essai de torsion sur barreau à section rectangulaire.	82
4.15	Illustration du gauchissement lors de la torsion d'un cube : (a) déformée (b) vue du dessus.	82
4.16	Confrontation simulation/expérience pour l'essai de torsion sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30 - cas linéaire élastique	83
4.17	Réponses couple/angle : lien entre symétrie matérielle et géométrie de l'éprouvette sollicitée en torsion.	84
4.18	Confrontation simulation/expérience pour l'essai de torsion sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30 - cas élastique endommageable.	84
4.19	Confrontation simulation/expérience pour l'essai de torsion sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30 - cas viscoélastique endommageable.	85
4.20	Comparaison des courbes couple/déformations expérimentales et simulées pour l'essai de torsion sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30 - cas viscoélastique endommageable.	85
4.21	Comparaison des courbes couple/déformations expérimentales et simulées pour l'essai de torsion sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30 - cas viscoélastique endommageable.	86
4.22	Comparaison des courbes couple/déformations expérimentales et simulées pour l'essai de torsion sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30 - cas viscoélastique endommageable.	86
4.23	Visualisation de l'endommagement induit par la torsion cyclique sur éprouvette 3D CMO multicouche interlock 70/30.	86
4.24	Essai de flexion 4-points dans le sens trame (CMO tissé 3D ratio 70/30) : (a) dispositif expérimental et (b) courbes force/déplacement expérimentales.	88
4.25	Essai de flexion 4-points sens trame (CMO tissé 3D ratio 70/30) : (a) maillage et conditions aux limites associés à l'essai de flexion 4 points et (b) influence du coefficient de frottement μ sur la réponse force/déplacement obtenue par simulation avec le modèle ODM_MS.	88
4.26	(a) Comparaison calculs/expérience pour l'évolution de la force en fonction de la flèche et (b) Visualisation du dommage matriciel d_2^m induit par l'essai de flexion 4-points dans le sens trame (CMO tissé 3D ratio 70/30).	89
4.27	Comparaison calcul/expérience de l'évolution de la force en fonction des jauges de déformation pour l'essai de flexion 4 points dans le sens trame (CMO tissé 3D ratio 70/30) : (a) jauge placée sur la peau inférieure (face en traction) ; (b) jauge placée sur la peau supérieure (face en compression).	89
4.28	Visualisation de l'évolution des zones rompues (critère de la contrainte maximale) en fonction de la flèche pour l'essai de flexion 4 points dans le sens trame (CMO tissé 3D ratio 70/30).	90
4.29	Maillage et conditions aux limites de l'essai de dépliage de cornière en A500.	91
4.30	Simulation de l'essai de dépliage de la cornière en A500 avec le modèle ODM_LD : (a) visualisation de la contrainte σ_1 et (b) visualisation de l'endommagement d_1^m	91
4.31	Confrontation calcul/expérience pour l'évolution de la force en fonction du déplacement pour l'essai de dépliage sur cornière en A500.	92
4.32	Confrontation calculs/expérience pour l'évolution de la force en fonction du déplacement pour l'essai de dépliage sur cornière en A500 : (a) influence des incertitudes géométriques et (b) de la dispersion matériau.	93

4.33	Visualisation de la distribution de la contrainte σ_3 induite par le dépliage de la cornière.	93
4.34	Confrontation calculs/expérience pour l'évolution de la force en fonction du déplacement pour l'essai de dépliage sur cornière en A500 : (a) comportement hors-plan et (b) dommage hors-plan.	94
4.35	Configuration de l'essai de flexion 3 points sur éprouvette chapeau en CMC.	94
5.1	Influence de la loi de comportement sur la forme du gradient de contrainte en bord de trou : 1) loi linéaire élastique, 2) loi élastique endommageable, 3) loi adoucissante.	98
5.2	Méthode à "distance critique" pour la prise en compte du gradient de contrainte : (a) Average stress et (b) Point stress.	98
5.3	Principe de la méthode du Volume Caractéristique de Rupture.	99
5.4	Méthode de prévision de la défaillance de structures tissées sans gradient de contrainte par l'association d'un critère de rupture et d'une loi de comportement.	100
5.5	Méthode de prévision de la défaillance de structures tissées en présence d'un gradient de contrainte par une approche progressive de la rupture.	101
5.6	Mécanismes de dégradation conduisant à un comportement adoucissant : (a) rupture de torons de fibre et (b) macrodécohésion à l'interface entre deux strates.	101
5.7	Schéma de principe de la modélisation du comportement matériau des composites tissés jusqu'à rupture.	102
5.8	Mise en évidence du rôle du tenseur d'ordre 4 $\tilde{\mathbf{C}}^f$: pas de passage en compression négative lorsque le matériau est cassé.	103
5.9	Exemple de cas test permettant de vérifier la bonne implantation du comportement adoucissant. Essai de traction monotone piloté en déformation dans le sens chaîne (à gauche). Essai de compression monotone piloté en déformation dans le sens hors-plan (à droite).	104
5.10	Géométrie de la plaque trois trous sollicitée en traction uniaxiale. L'éprouvette a une épaisseur de 1 mm.	104
5.11	Maillages et conditions aux limites pour l'essai de traction uniaxiale sur plaque trois trous. Maillage 1 (4894 éléments), maillage 2 (21116 éléments).	105
5.12	Mise en évidence de la localisation de l'endommagement "fibre" par le biais d'un essai de traction uniaxiale sur la plaque trois trous : répartition du dommage d_{1t}^f . L'endommagement est visualisé aux points de sorties représentés par des losanges à la Figure 5.13.	105
5.13	Mise en évidence de la localisation de l'endommagement "fibre" par le biais d'un essai de traction uniaxiale sur la plaque trois trous : réponse force/déplacement.	106
5.14	(a) Conditions aux limites sur le domaine Ω ; (b) Schéma de principe de l'élément fini non local	107
5.15	Modèle à taux d'endommagement limité : essai de traction monotone dans le sens chaîne pour la mise en évidence de l'influence du paramètre τ sur la réponse (σ, ε) (à gauche) et sur l'évolution de la cinétique d'endommagement (à droite). $\dot{\varepsilon} = 0.0003 \text{ s}^{-1}$	108
5.16	Modèle à taux d'endommagement limité : essai de traction monotone dans le sens chaîne pour la mise en évidence de l'influence de la vitesse de chargement sur la réponse (σ, ε) (à gauche) et sur l'évolution de la cinétique d'endommagement (à droite). $\tau = 1 \text{ s}$	109
5.17	Influence combinée de la vitesse de chargement $\dot{\varepsilon}$ et du paramètre τ sur la contrainte à rupture σ_{rup} . (a) $\dot{\varepsilon} \in [1e^{-5}, 1e^{-4} \text{ s}^{-1}]$ et (b) $\dot{\varepsilon} \in [1e^{-4}, 1e^{-3} \text{ s}^{-1}]$	110
5.18	Géométrie de la plaque trouée sollicitée en traction uniaxiale. L'éprouvette a une épaisseur de 0,4 mm.	110

5.19	Maillages et conditions aux limites pour l'essai de traction uniaxiale sur plaque trouée. Maillage 1 (1213 éléments), Maillage 2 (4619 éléments) et Maillage 3 (13882 éléments).	111
5.20	Répartition de l'endommagement des torons de fibres en bord de trou induit par une sollicitation de traction uniaxiale sur plaque trouée ($\emptyset_4$) : (a) modèle local, (b) modèle non local ($c_{1t} = 8 \text{ mm}^2$). L'endommagement est visualisé aux points de sorties représentés par des losanges à la Figure 5.21	112
5.21	Réponses force/déplacement simulées pour l'essai de traction uniaxiale sur plaque trouée ($\emptyset_4$) : (a) modèle local, (b) modèle non local.	112
5.22	Répartition de l'endommagement des torons de fibres en bord de trou induit par une sollicitation de traction uniaxiale sur plaque trouée ($\emptyset_4$) obtenue avec le modèle à taux d'endommagement limité : (a) $\tau_{1t} = 0,1 \text{ s}$, (b) $\tau_{1t} = 2 \text{ s}$. L'endommagement est visualisé aux points de sorties représentés par des losanges à la Figure 5.22.	113
5.23	Réponse force/déplacement obtenue pour l'essai de traction uniaxiale sur plaque trouée ($\emptyset_4$) avec le modèle à taux d'endommagement limité : (a) $\tau_{1t} = 0,1 \text{ s}$, (b) $\tau_{1t} = 2 \text{ s}$	114
5.24	Répartition de l'endommagement d_{1t}^f des torons fibres en bord de trou obtenue avec le modèle hybride d'endommagement pour un essai de traction sur plaque trouée ($\emptyset_4$) pour trois maillages de finesse différente. $c_{1t} = 7 \text{ mm}^2$, $\tau_{1t} = 0.01 \text{ s}$. L'endommagement est visualisé aux points de sorties représentés par des losanges à la Figure 5.25(a).	115
5.25	Réponses force/déplacement obtenues pour l'essai de traction uniaxiale sur plaque trouée ($\emptyset_4$) avec la régularisation couplée : (a) influence de la taille de maille et (b) influence du couple (c_{1t}, τ_{1t}).	116
5.26	Influence de la vitesse de chargement sur la réponse force/déplacement : (a) approche couplée, (b) approche à taux d'endommagement limité.	116
5.27	Identification des modèles ODM_LD et ODM_LD avec prise en compte de la rupture progressive sur un essai de traction monotone dans le sens chaîne pour l'A40C.	117
5.28	Maillage des plaques pour différents diamètres de trous : (a) $\emptyset = 2 \text{ mm}$, (b) $\emptyset = 4 \text{ mm}$, (c) $\emptyset = 6 \text{ mm}$, (d) $\emptyset = 8 \text{ mm}$, (e) $\emptyset = 10 \text{ mm}$	118
5.29	Influence du diamètre du trou sur la réponse globale : (c) régularisation couplée, (a) modèle à taux d'endommagement limité et (b) modèle d'endommagement non local.	119
5.30	Comparaison des forces à rupture obtenues avec les différentes approches de régularisation.	120
5.31	Évolution du rapport σ_{rup}/σ_0 en fonction du diamètre du trou pour une plaque de 16 mm de large : (a) section totale et (b) en section utile.	120
5.32	(a) Évolution du dommage d_{1t}^f en fonction de $\varepsilon/\varepsilon_0$ et (b) réponse (σ, ε) associée pour un essai de traction monotone dans le sens chaîne sur un VER.	121
5.33	Réponse globale pour la simulation avec la régularisation couplée de l'essai de traction uniaxiale sur la plaque avec un trou de 4 mm de diamètre. Les contraintes maximales expérimentales et simulées sont affichées sur le graphe.	122
5.34	Répartition de l'endommagement d_{1t}^f des torons fibres au niveau de la charge maximale pour la simulation avec la régularisation couplée de l'essai de traction uniaxiale sur la plaque avec un trou de 4 mm de diamètre : (a) cinétique 1, $c_{1t} = 7 \text{ mm}^2$, (a) cinétique 3, $c_{1t} = 3 \text{ mm}^2$, (a) cinétique 2, $c_{1t} = 1,5 \text{ mm}^2$. Le paramètre τ_{1t} est égal à 0,01 s.	122
5.35	Réponse globale pour la simulation avec la régularisation couplée de l'essai de traction uniaxiale sur la plaque avec un trou 8 mm de diamètre.	123

6.1	Illustration de la dispersion matériau pour un essai de traction monotone sur CMC.	128
6.2	Schéma de principe du transport des incertitudes par l'intermédiaire d'un métamodèle.	131
6.3	Approximation locale d'un modèle numérique : en rouge la relation entrée/sortie est linéaire sur l'intervalle d'incertitude et en bleu la relation entrée/sortie est non linéaire sur l'intervalle d'incertitude.	131
6.4	Paramètres incertains de la modélisation susceptible d'influer sur la prévision des simulation : en bleu paramètres "matériaux" et en rose paramètres "structuraux". .	134
6.5	Réponses contrainte/déformation pour un essai de traction uniaxiale obtenue après réalisation du plan d'expériences.	135
6.6	Réponses contrainte/déformation obtenues par simulations des essais de traction sur plaque trouée : (a) $\emptyset = 4\text{ mm}$ et (b) $\emptyset = 8\text{ mm}$. Les carrés représentent la réponse contrainte/déformation expérimentale.	136
6.7	Graphes de dispersion permettant de vérifier la qualité du métamodèle au moyen d'une validation croisée (leave-2-out) : (a) σ_{rup}/σ_0 pour $\emptyset = 4\text{ mm}$, (b) $\varepsilon_{rup}/\varepsilon_0$ pour $\emptyset = 8\text{ mm}$	137
6.8	Influence des paramètres d'entrée du modèle sur la valeur de la réponse.	138
6.9	Influence de la variabilité des paramètres d'entrée sur la réponse.	139
6.10	Détermination des distributions de probabilité de la contrainte et de la déformation à rupture pour un essai de traction sur plaque trouée : (a) σ_{rup}/σ_0 pour $\emptyset = 4\text{ mm}$, (b) σ_{rup}/σ_0 pour $\emptyset = 8\text{ mm}$, (c) pour $\varepsilon_{rup}/\varepsilon_0$ pour $\emptyset = 4\text{ mm}$, (d) $\varepsilon_{rup}/\varepsilon_0$ pour $\emptyset = 8\text{ mm}$	140
6.11	Champ de contrainte de cisaillement en bord d'un trou induit par une traction uniaxiale.	142
6.12	Démarche de réduction des méconnaissances "matériau" par capitalisation d'expérience.	143
6.13	Justification de l'exploitation de la courbe expérimentale. Les carrés correspondent à l'instant d'atteinte du critère de rupture de la contrainte maximale en un point de Gauss.	143
6.14	Plans d'expériences réalisés pour 12 paramètres et projetés dans le plan de deux de ces paramètres (représentation normée) : (a) plan factoriel, (b) tirage aléatoire de 1000 expériences et (c) séquence à faible discrédance de Sobol'.	145
6.15	Variété des comportements dans le sens chaîne et à 45° considérés dans le plan d'expériences et représentant la méconnaissance matériau.	145
6.16	Résultats des simulations Éléments Finis : (a) variété des réponses structurales simulées ($\emptyset = 8\text{ mm}$) pour les mille comportements matériau représentant la méconnaissance initiale supposée et (b) visualisation des endommagements matriciels d_1^m , d_4^m et d_5^m obtenue pour le premier jeu de paramètres du modèle ($\varepsilon/\varepsilon_0 = 0,5$).	146
6.17	Analyse de variance de la réponse structurale ($\emptyset = 8\text{ mm}$).	148
6.18	Analyse de variance de la réponse structurale ($\emptyset = 4\text{ mm}$).	148
6.19	(à droite) variété des réponses structurales simulées ($\emptyset = 8\text{ mm}$) pour 1000 comportements matériau représentant une méconnaissance portant uniquement sur le comportement à 45° (à gauche).	149
6.20	Analyse de variance de la réponse structurale ($\emptyset = 8\text{ mm}$) lorsque la méconnaissance matériau porte uniquement sur le comportement à 45°	150
6.21	Identification inverse du comportement à 45° par minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre la réponse simulée et le résultat expérimental de l'essai sur structure.	150
6.22	Deuxième identification inverse du comportement à 45° par minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre la réponse simulée et le résultat expérimental de l'essai sur structure.	151

6.23	Croisement des enveloppes expérimentale et simulée afin d'améliorer l'identification des paramètres du modèle en données incertaines.	152
7.1	Démarche d'analyse de la tolérance aux défauts.	156
7.2	Géométrie de la plaque doublement entaillée sollicitée en traction uniaxiale. L'éprouvette a une épaisseur de 1 mm.	158
7.3	Simulation d'un essai de traction uniaxiale dans le sens du renfort sur une plaque doublement entaillée. A gauche : réponses force/déplacement. A droite : répartition de l'endommagement "fibre" d_{1t}^f . Paramètres de régularisation : $c_{1t} = 2 \text{ mm}^2$ et $\tau_{1t} = 0,01 \text{ s}$	158
7.4	(a) Influence de la profondeur de l'entaille sur la réponse globale et (b) Évolution de la force à rupture F_{rup} et de la raideur initiale K en fonction de la profondeur de l'entaille.	159
7.5	Visualisations partielles des maillages des éprouvettes doublement entaillée en V. a correspond à la profondeur de l'entaille d'une hauteur de 4 mm.	159
7.6	Démarche d'identification de la transition endommagement/rupture (lois adoucissante, paramètre numérique de régularisation).	160
7.7	Taille des hétérogénéités (torons de fibres, résine) d'un composite tissé à matrice organique.	161
7.8	Illustration de l'interférence d'échelle entre la taille du gradient et la taille des hétérogénéités.	161
7.9	(a) Pointe d'entaille située au niveau de la résine, (b) pointe d'entaille située au niveau des torons de fibres et (c) gradient de contrainte obtenu par la simulation Éléments Finis.	162
7.10	Géométrie de l'éprouvette doublement entaillée sollicitée en traction uniaxiale.	162
7.11	Répartition de l'endommagement d_{1t}^f des torons fibres en bord d'entaille obtenue pour la simulation d'un essai de traction sur éprouvette doublement entaillée pour deux maillages de finesse différente. Paramètres de régularisation : $c_{1t} = 2 \text{ mm}^2, \tau_{1t} = 0.01$. L'endommagement est visualisé aux points de sorties représentés par des losanges à la Figure 7.12.	163
7.12	Réponse force/déplacement obtenue pour la simulation d'un essai de traction sur éprouvette doublement entaillée pour deux maillages de finesse différente. Paramètres de régularisation : $c_{1t} = 2 \text{ mm}^2, \tau_{1t} = 0.01$	163
7.13	Géométrie des éprouvettes doublement entaillées (quart d'éprouvette). b correspond à la demi-largeur de la plaque.	164
7.14	Évolution du rapport σ_{rup}/σ_0 en fonction de la demi-largeur d'une plaque comportant une entaille de 4 mm de large et de 0,5 mm de haut.	164
7.15	Exemple de géométries d'éprouvettes pour l'étude des effets d'échelle	165

Liste des tableaux

3.1	Valeurs des paramètres du modèle ODM_LD pour le Cerasep347®.	50
3.2	Définition des essais requis pour l'identification des paramètres du critère Onera. . .	54
3.3	Valeurs des paramètres du modèle ODM_LD pour le C _f /SiC.	60
3.4	Liste des 19 tests pour la vérification de l'implantation des modèles ODM_MS et ODM_LD	68
4.1	Essai de torsion alternée sur plaque trouée en A500 : erreur relative sur la force entre la simulation et l'essai à la fin de la première phase de chargement.	75
4.2	Dimensions des éprouvettes de flexion 4-points sollicitées dans le sens trame (CMO tissé 3D ratio 70/30).	87
5.1	Paramètres de régularisation retenus pour la prévision de la tenue de plaques trouées en A40C sollicitées en traction uniaxiale dans le sens chaîne.	118
5.2	Paramètres de la cinétique d'évolution du dommage fibre d_{1t}^f . Pour des raisons de confidentialité, la valeur du seuil d'activation $y_{0(1t)}^f$ du dommage fibre d_{1t}^f n'est pas mentionnée.	121
5.3	Comparaison des approches de régularisation.	124
6.1	Valeur des coefficients (loi normale) k_A et k_B en fonction du nombre d'essais réalisés.	129
6.2	Estimation de la confiance de la prévision.	135
6.3	Prévision de la tenue de plaques trouées CMC avec prise en compte des incertitudes : déformation à rupture macroscopique $\varepsilon/\varepsilon_0$	141
6.4	Prévision de la tenue de plaques trouées CMC avec prise en compte des incertitudes : contrainte à rupture macroscopique σ/σ_0	141
6.5	Plaque trouée sollicitée en traction : intervalle de variations des paramètres incertains. Méconnaissance modérée pour les paramètres du modèle liés au comportement sens chaîne : E_1^0 , $d_{c(1)}^m$, $y_{0(1)}^m$, $y_{c(1)}^m$, $p_{(1)}^m$ et ζ_1^m	144
6.6	Plaque trouée sollicitée en traction : intervalle de variations des paramètres incertains. Forte méconnaissance pour les paramètres du modèle liés au comportement à 45° : G_{12} , $d_{c(4)}^m$, $y_{0(4)}^m$, $y_{c(4)}^m$, $p_{(4)}^m$ et ζ_4^m	144

Modélisation du comportement, de l'endommagement et de la rupture de matériaux composites à renforts tissés pour le dimensionnement robuste de structures

De par leur bonne tenue à l'impact, les matériaux composites tissés sont de bons candidats pour la conception de pièces aéronautiques. Toutefois, le manque de confiance dans les modèles se traduit par de lourdes campagnes expérimentales. L'augmentation de la part de simulation numérique et donc la réduction des coûts de certification passent par le développement d'outils permettant de dimensionner au plus juste les structures composites tissées à matrice organique (CMO) ou céramique (CMC). C'est dans ce cadre que s'inscrit cette thèse. Les formulations proposées par l'Onera afin de décrire l'effet de l'endommagement matriciel ont été adaptées et étendues pour prendre en compte les spécificités des matériaux de notre étude, en particulier la viscosité pour les CMO. Des essais sur pièces génériques ont été simulés et confrontés à l'expérience dans le but d'évaluer la pertinence des modèles développés. Ces comparaisons en partie validantes ont mis en évidence les limites des modèles dans le cadre de l'analyse de la tenue d'une structure présentant un gradient de contrainte. Afin d'améliorer les prévisions des simulations, les effets de la rupture progressive ont été pris en compte dans les formulations. Pour s'affranchir de la localisation numérique de l'endommagement, une approche originale de régularisation couplant modélisation non locale de l'endommagement et taux d'endommagement limité a été développée. Les confrontations essai/calcul ont mis en évidence l'apport d'une modélisation plus fine des mécanismes d'endommagement et de rupture sur l'étude de la tenue de la structure. Compte tenu des nombreuses sources d'incertitudes, quelle confiance accorder à la simulation ? Pour répondre à cette question, l'effet des incertitudes sur des quantités d'intérêts (contrainte à rupture) a été évalué. Par ailleurs, une analyse de sensibilité (décomposition de variance) a été entreprise pour l'étude de faisabilité d'une démarche de capitalisation. Dans l'optique d'une démarche d'analyse de la tolérance aux défauts, l'efficacité de notre approche à traiter diverses singularités (taille, forme) est démontrée. Enfin, les limites de la modélisation macroscopique sont discutées.

Mots-clés : Composites tissés, Comportement non linéaire, Méthodes de régularisation, Incertitude

Behaviour modelling up to rupture of woven fabric composite for a reliable design of structures

Due to their high specific properties, the use of woven composite materials has become an important commercial issue in the aeronautical applications. However, the lack of confidence in classic simulation tools used for design and conception of new structures leads to huge experimental campaigns. The increase of simulations and so the decrease of certification costs requires tools development allowing a more accurate design of woven composite structures with polymer (PMC) or ceramic matrix (CMC). This present thesis is focused on that point. The current formulations are extensions of the damage approach developed at Onera to describe matrix damage. Particularly, the nonlinearity due to viscosity for PMC is taken into account. Various structural tests on generic parts has been simulated and compared to experimental results in order to evaluate the efficiency of the models. The simulations are in good agreement with the experiments except for structure with high stress gradient. In order to improve the simulations accuracy, the effect of progressive failures are introduced. To avoid the numerical problems such as damage localization or mesh sensitivity associated with the softening behavior, an original method coupling delay effect and non local approach is proposed. A good agreement between experimental and finite element calculation results was shown. Given many uncertainties, how much can the simulation be trusted ? In order to answer this question, the influence of uncertainties on given quantities of interest (stress failure for example) has been evaluated. Moreover, a sensivity analysis has been performed for the study of an experiment capitalisation approach. In the prospect of a reliable damage tolerance analysis, the efficiency of our approach to deal with various singularities (size, form) is shown. The limits of a macroscopic modelling are finally discussed.

Keywords : Woven composites, Non linear behaviour, Regularisation methods, Uncertainty