Numéro d'ordre : 3731

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX 1

École Doctorale des Sciences Physiques et de l'Ingénieur

par

Guillaume COUÉGNAT

Ingénieur de l'École des Mines d'Albi-Carmaux

pour obtenir le grade de

DOCTEUR

Spécialité : Mécanique et ingénierie

Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé

Soutenue le 11 décembre 2008

Après avis de :

MM.	C. HOCHARD	Professeur à l'Université de Provence	**Rapporteur**
	D. KONDO	Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille	**Rapporteur**

Devant la commission d'examen formée de :

MM.	P. LADEVÈZE	Professeur à l'ENS Cachan	**Président**
	C. HOCHARD	Professeur à l'Université de Provence	**Rapporteur**
	D. KONDO	Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille	**Rapporteur**
	L. BAROUMES	Ingénieur à Snecma Propulsion Solide, Le Haillan	**Examinateur**
	N. CARRÈRE	Ingénieur de Recherche à l'ONERA Châtillon	**Examinateur**
	I. IORDANOFF	Professeur à l'ENSAM Bordeaux	**Examinateur**
	J. LAMON	Directeur de Recherche au LCTS Pessac	**Directeur de thèse**
	E. MARTIN	Professeur à l'Université de Bordeaux	**Directeur de thèse**

– 2008 –

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé au sein du Laboratoire des Composites Thermostructuraux (Unité Mixte de Recherche CNRS - Université de Bordeaux - Safran - CEA). Je tiens à remercier ses directeurs successifs, Messieurs Alain Guette et Francis Teyssandier, de m'avoir accueilli dans leur laboratoire et de m'avoir permis de réaliser mes travaux de recherche dans les meilleures conditions possibles.

Je tiens à adresser tout d'abord mes plus sincères remerciements à mes deux directeurs de thèse, Messieurs Eric Martin, Professeur à l'Université de Bordeaux, et Jacques Lamon, Directeur de recherche au CNRS. Je leur suis très reconnaissant de m'avoir proposé ce sujet de recherche, particulièrement riche et complet. Ils m'ont toujours accordé leur confiance respective et m'ont laissé une grande liberté quant au déroulement et à l'organisation de mes recherches. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

J'ai été particulièrement sensible à l'intérêt que Messieurs Christian Hochard, Professeur à l'Université de Provence, et Djimédo Kondo, Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille ont porté à mon travail en me faisant l'honneur de le juger en tant que rapporteurs. Je suis également très reconnaissant envers Monsieur Pierre Ladevèze, Professeur à l'ENS Cachan, d'avoir accepté de présider mon jury de thèse, et envers Messieurs Laurent Baroumes, Ingénieur à Snecma Propulsion Solide, Nicolas Carrère, Ingénieur de Recherche à l'ONERA Châtillon, et Ivan Iordanoff, Professeur à l'ENSAM Bordeaux d'avoir accepté d'examiner mon travail.

Ce travail a été réalisé dans le cadre du programme AMERICO, financé par la DGA et coordonné par l'ONERA Châtillon, grâce à une bourse DGA-CNRS. Que les différents partenaires impliqués dans ce projet, et notamment Snecma Propulsion Solide, soient ici remerciés.

Je tiens également à remercier Messieurs Jean-François Maire et Nicolas Carrère de m'avoir accueilli chaleureusement à plusieurs reprises au sein de leur équipe à l'ONERA Châtillon, et pour les nombreux échanges scientifiques qui s'en sont suivis.

Je tiens particulièrement à remercier Monsieur Bruno Humez, Assistant Ingénieur au CNRS, pour son investissement et son expertise dans la partie expérimentale de ce travail. Je remercie également Fabien Larribau-Lavigne pour son aide dans la réalisation des essais mécaniques.

Je voudrais également saluer l'ensemble des membres du LCTS, permanents, thésards et stagiaires qui se sont succédés durant ces quatre années. Je n'essaierai pas d'en dresser une liste plus ou moins exhaustive, mais je remercie amicalement tous ceux qui m'ont accompagné durant cette aventure.

Enfin, j'aimerais adresser une pensée à mes parents et à ma famille, et les remercier de m'avoir soutenu – aussi bien humainement que financièrement la dernière année – et de m'avoir permis d'arriver là où j'en suis aujourd'hui. Merci.

Table des matières

Introduction 9

PREMIÈRE PARTIE. COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES MATÉRIAUX COMPOSITES TISSÉS : CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE ET MODÉLISATION . . . 13

Chapitre 1. Caractérisation expérimentale du comportement mécanique des matériaux composites tissés 15

1.1. Elaboration et microstructure des matériaux étudiés 15
1.1.1. Composite à matrice céramique : 2.5D-C/SiC 15
1.1.2. Composite à matrice organique : 2.5D-C/époxy 16
1.2. Comportement sous sollicitations mécaniques 17
1.2.1. Dispositif expérimental 17
1.2.2. Comportement du 2.5D-C/SiC 18
1.2.2.1. Comportement dans les axes du renfort 18
1.2.2.2. Comportement hors axes 22
1.2.3. Comportement du 2.5D-C/époxy 22
1.2.3.1. Comportement dans les axes du renfort 22
1.2.3.2. Comportement hors axes 22
1.3. Caractérisation microstructurale de l'endommagement 25
1.3.1. Dispositif expérimental 25
1.3.2. Endommagement du 2.5D-C/SiC 27
1.3.3. Endommagement du 2.5D-C/époxy 30
1.4. Evaluation de l'endommagement à l'aide de mesures ultrasonores 30
1.5. Conclusions expérimentales 34

Chapitre 2. Modélisation du comportement mécanique des matériaux composites à renfort tissé 35

2.1. Approches macroscopiques basées sur la mécanique des milieux continus . . 35
2.2. Prise en compte de l'aspect tissé 37
2.2.1. Approches analytiques 37
2.2.2. Approches énergétiques 38
2.2.3. Approches numériques 39
2.3. Approche multiéchelle « Discrete Micro Damage » (DMD) 40

2.3.1. Vers une approche multiéchelle basée sur une modélisation discrète de l'endommagement . . . 40
2.3.2. Construction du modèle d'endommagement . . . 42
2.3.2.1. Rappel : cadre thermodynamique de la mécanique des milieux continus . . . 42
2.3.2.2. Variables internes et forces thermodynamiques . . . 43
2.3.2.3. Prise en compte du caractère unilatéral de l'endommagement . . . 45
2.3.2.4. Lois d'évolution . . . 46
2.3.3. Stratégie numérique d'identification du modèle . . . 47

DEUXIÈME PARTIE. OUTILS NUMÉRIQUES POUR LA MODÉLISATION MULTIÉCHELLE DES MATÉRIAUX COMPOSITES TISSÉS . . . 49

Chapitre 3. Modélisation et maillage de cellules élémentaires à l'échelle microscopique . . . 51

3.1. Caractérisation morphologique d'un fil . . . 51
3.2. Construction de cellules élémentaires périodiques par optimisation de la covariance . . . 55
3.2.1. Optimisation de la position des fibres . . . 55
3.2.2. Reconstruction et maillage de la microstructure complète . . . 58
3.3. Représentativité mécanique des cellules élémentaires . . . 59
3.3.1. Estimation des propriétés élastiques de la microstructure de référence . . . 60
3.3.2. Comparaison avec les cellules élémentaires . . . 61
3.4. Conclusion . . . 63

Chapitre 4. Modélisation et maillage de cellules élémentaires à l'échelle mésoscopique . . . 65

4.1. Modélisation géométrique du renfort tissé . . . 65
4.1.1. Description du renfort . . . 65
4.1.2. Calcul de la géométrie . . . 66
4.2. Maillage des cellules tissées . . . 68
4.2.1. Maillage des fils . . . 69
4.2.1.1. Description géométrique . . . 69
4.2.1.2. Maillage . . . 70
4.2.2. Maillage de la matrice type CMO . . . 76
4.2.3. Maillage de la matrice type CMC . . . 78
4.2.4. Maillage de la cellule complète . . . 82
4.3. Conclusion . . . 82

Chapitre 5. Introduction de l'endommagement sous forme discrète . . . 85

5.1. Position du problème . . . 85
5.2. Méthodologie . . . 86
5.2.1. Création d'une décohésion interfaciale . . . 86
5.2.2. Création d'une fissure . . . 87
5.3. Exemples d'application . . . 89
5.3.1. Exemple 1 : fissure annulaire d'une cellule fibre/matrice . . . 89

5.3.2. Exemple 2 : multifissuration transverse d'un stratifié 89
5.3.3. Exemple 3 : fissuration multiple d'une cellule tissée 89
5.4. Conclusion 93

Chapitre 6. Calcul des propriétés élastiques effectives par homogénéisation périodique 95

6.1. Propriétés élastiques effectives d'une microstructure périodique 95
6.2. Résolution du problème d'homogénéisation par la méthode des éléments finis 96
6.3. Développement d'un module d'homogénéisation 97
6.3.1. Position du problème 97
6.3.2. Développements numériques 98
6.3.2.1. Pilotage en déformation 98
6.3.2.2. Exploitation de la structure de la matrice [**K**] 98
6.3.2.3. Prise en compte des conditions de périodicité 99
6.3.2.4. Utilisation d'un solveur parallèle 99
6.3.3. Implémentation numérique 99
6.4. Validation du module d'homogénéisation développé 100
6.4.1. Cas test de validation 100
6.4.2. Estimation des gains de performance 101
6.4.2.1. Résultats en séquentiel 101
6.4.2.2. Résultats en parallèle 101
6.5. Conclusion 102

TROISIÈME PARTIE. MISE EN OEUVRE DE L'APPROCHE DMD POUR LE 2.5D-C/SIC - APPLICATION AU CALCUL DE STRUCTURE 103

Chapitre 7. Identification et validation du modèle DMD pour le matériau 2.5D-C/SiC 105

7.1. Rappels : formulation du modèle DMD et stratégie d'identification 105
7.2. Définition des variables d'endommagement pour le matériau 2.5D-C/SiC . . 106
7.2.1. Variables d'endommagement à l'échelle microscopique 106
7.2.2. Variables d'endommagement à l'échelle mésoscopique 107
7.3. Identification numérique des effets de l'endommagement à l'échelle microscopique 109
7.3.1. Préparation des calculs 109
7.3.1.1. Définition de la cellule élémentaire 109
7.3.1.2. Propriétés des constituants élémentaires 109
7.3.1.3. Propriétés élastiques initiales du fil 110
7.3.1.4. Introduction de l'endommagement 110
7.3.2. Effets de l'endommagement à l'échelle microscopique 111
7.4. Identification numérique des effets de l'endommagement à l'échelle mésoscopique 112
7.4.1. Préparation des calculs 112
7.4.1.1. Définition de la cellule élémentaire 112
7.4.1.2. Propriétés élastiques initiales 114
7.4.1.3. Introduction de l'endommagement 115

7.4.2. Effets de l'endommagement à l'échelle mésoscopique 115
7.5. Identification des cinétiques d'endommagement 118
7.6. Validation du modèle DMD 123
7.6.1. Essai de traction/compression à 0° 123
7.6.2. Essai de traction hors-axes à 45° 123
7.6.3. Essai de traction hors-axes à 22.5° 127
7.6.4. Prévision de la contrainte à rupture 127
7.7. Conclusion 131

Chapitre 8. Application du modèle DMD au calcul de structure 133

8.1. Implantation du modèle DMD dans un code de calcul 133
8.1.1. Méthode de résolution 133
8.1.2. Vérification de l'implantation 134
8.2. Modèle de référence : Onera Damage Model (ODM) 134
8.3. Essais sur éprouvette à deux entaille décalées 136
8.3.1. Essai à 0° 136
8.3.2. Essai à 45° 137
8.4. Essais sur pièces génériques 139
8.4.1. Pièce générique « torsion » 140
8.4.2. Pièce générique « cornière » 144
8.5. Conclusion 146

Conclusion générale 149

Bibliographie 153

Introduction

Les matériaux composites présentent un ensemble de propriétés mécaniques remarquables qui permettent d'envisager leur emploi en tant qu'éléments structuraux pour des applications aéronautiques et spatiales. De par la diversité de leurs composants élémentaires (fibres, matrice) et la possibilité de concevoir des matériaux « sur-mesure », les matériaux composites apparaissent comme une alternative crédible aux solutions structurales métalliques. Toutefois, l'utilisation de ces matériaux reste encore limitée par la relative complexité de leur comportement. Les méthodes de dimensionnement actuelles demeurent en effet fondées sur des approches purement phénoménologiques n'intégrant ni les spécificités des composites (hétérogénéité de la microstructure, influence du procédé d'élaboration,...), ni une description suffisamment fine des mécanismes régissant le comportement, l'endommagement et la rupture de ces matériaux. Le manque de confiance dans les modèles actuels conduit à de forts surdimensionnements et à d'importants surcoûts expérimentaux de validation. L'amélioration des méthodes de dimensionnement des structures composites nécessite alors le développement de techniques de calculs et de lois de comportement plus adaptées.

Depuis quelques années, des approches fondées sur des considérations micromécaniques sont développées. Ce type de modélisations semble être particulièrement adaptées aux matériaux composites qui sont caractérisés par leur nature multiéchelle qui permet de distinguer successivement l'échelle de la structure, l'échelle du renfort, l'échelle du fil, et l'échelle des constituants (Figure 1). Un important effort de recherche a été récemment mené à travers le projet d'étude amont AMERICO (Analyse Multi Echelles Recherche Innovante pour les COmposites) financé par la DGA (2002-2007). Ce programme, piloté par l'ONERA et regroupant laboratoires universitaires (LMT Cachan, LMARC Besançon, LGMT Toulouse, LCTS Bordeaux) et industriels (CNES, EADS, Snecma, Dassault Aviation, Thalès, Giat Industries), avait pour objectif (i) de contribuer à l'amélioration des méthodes de dimensionnement des structures composites, tant sur le plan des performances que sur le coût, et (ii) de mettre en évidence les gains obtenus à l'aide d'outils originaux basés sur des concepts d'analyse multiéchelle. Les améliorations proposées ont principalement été de deux types : (i) améliorer le caractère prédictif des calculs par l'utilisation de méthodes de changement d'échelle, et (ii) améliorer la précision des modèles en développant des lois de comportement plus « physiques ». Du point de vue de la compréhension des phénomènes, les démarches multiéchelles permettent de faire le lien entre le comportement des constituants élémentaires et le comportement du matériau composite. Ce dialogue entre les différentes échelles permet (i) d'affiner les relations entre les mécanismes élémentaires de déformation

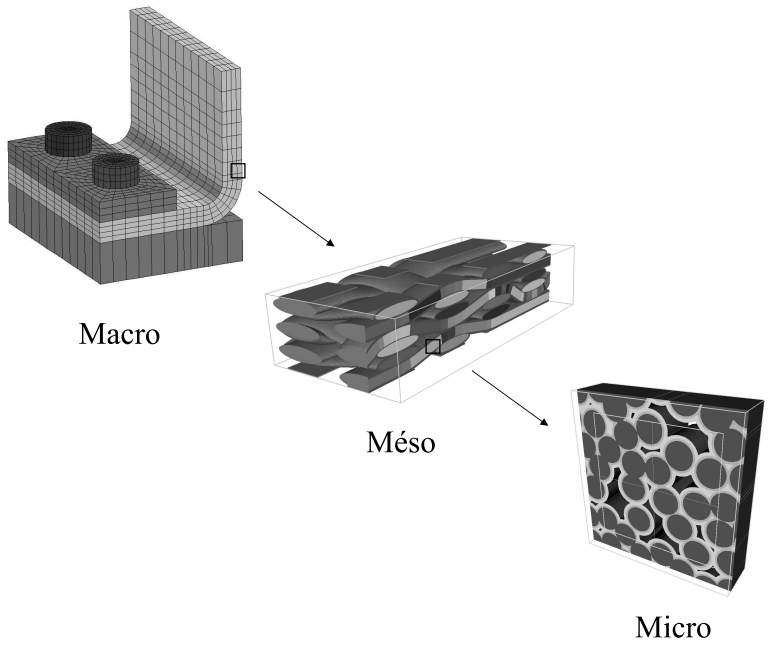


FIGURE 1 – Schématisation des différentes échelles d'une structure composite.

et d'endommagement et (ii) de prévoir l'influence d'une modification de paramètres matériaux (nature de la fibre, nature de la matrice, etc.) sur le comportement effectif du matériau. Afin de pourvoir mettre en oeuvre ces approches, il est également nécessaire de développer des lois de comportement et d'endommagement adaptées aux différentes échelles de modélisation du matériau, et qui décrivent au mieux les observations expérimentales et les mécanismes physiques mis en jeu.

Les développements effectués dans le cadre du programme AMERICO se sont principalement intéressés aux matériaux composites à matrice organique (CMO) stratifiés, utilisés dans la majorité des solutions structurales composites. Cependant, pour les applications structurales à haute température ($> 500^{\circ}$C) – par exemple, col de tuyère, arrière-corps de moteur dans le domaine aéronautique, mais également dans des applications nucléaires – il est nécessaire de faire appel aux composite à matrice céramique (CMC). Il faut également remarquer que de plus en plus de matériaux, aussi bien dans la famille des CMO que celle des CMC, sont élaborées à partir de préformes fibreuses de géométrie complexe, et en particulier, à partir de préformes tissées multicouches. Les outils de modélisation développés initialement pour les stratifiés ne sont alors plus adaptés aux particularités des matériaux CMC ou CMO tissés. En particulier, l'aspect tissé requiert des modèles de changement d'échelle spécifiques capables de prendre en compte le caractère tridimensionnel du renfort ainsi que les concentrations de contrainte dues à l'ondulation des fils dans le tissu.

L'objectif de ce travail de thèse est donc de proposer une approche multiéchelle du comportement thermomécanique des matériaux composites à renfort tissé, applicable aussi bien aux CMO qu'aux CMC. L'objectif final de la thèse est la mise au point et l'intégration dans

un code de calcul d'un modèle de comportement adapté aux structures composites tissées. Le modèle développé devra en outre prendre en compte les mécanismes d'endommagement prépondérants aux diverses échelles d'analyse du matériau, en particulier à travers l'introduction de variables d'endommagement ayant une signification physique.

Dans une première partie, le comportement mécanique et les mécanismes d'endommagement élémentaires de deux matériaux composites tissés CMC et CMO sont étudiés. Dans le **Chapitre 1**, des essais mécaniques sur éprouvettes sont réalisés afin de déterminer le comportement macroscopique des matériaux étudiés. Des observations locales en cours d'essai permettent d'évaluer le développement de l'endommagement aux échelles microscopiques et mésoscopiques. Dans le **Chapitre 2**, différentes approches de modélisation du comportement et de l'endommagement des matériaux composites sont analysées au regard des objectifs fixés. En particulier, la prise en compte de l'aspect tissé au sein d'un modèle d'endommagement est discutée. Finalement, une approche multiéchelle originale, basée sur une description physique de l'endommagement, est proposée. Cette approche, nommée DMD (Discrete Micro Damage), introduit des variables d'endommagement ayant une signification physique aux différentes échelles de description du matériau. La loi de comportement correspondante est formulée dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles. L'originalité de la méthode repose sur la détermination des effets de l'endommagement par des essais numériques d'homogénéisation périodique.

Les outils numériques de changement d'échelle, nécessaires à la mise en oeuvre de l'approche proposée, sont présentés dans la deuxième partie. En particulier, aux **Chapitres 3 et 4**, des outils de modélisation géométrique et de maillage sont développés pour les échelles microscopique et mésoscopique. Ces outils permettent de générer des cellules élémentaires périodiques représentatives de la microstructure du matériau, adaptées aux calculs des propriétés effectives par homogénéisation périodique. L'introduction de l'endommagement sous forme discrète au sein des cellules élémentaires est traitée au **Chapitre 5**. Des procédures numériques y sont développées afin de pouvoir générer des fissures et des décohésions interfaciales dans un maillage éléments finis (EF). Enfin, un module d'homogénéisation périodique, fondé sur une formulation EF du problème et couplé à un solveur parallèle, est présenté au **Chapitre 6**.

Dans la troisième partie, l'approche DMD est finalement mise en oeuvre pour le matériau CMC tissé. Au **Chapitre 7**, les effets des endommagements microscopique et mésoscopique sur les propriétés effectives du matériau sont tout d'abord identifiés numériquement grâce à des calculs d'homogénéisation périodique sur des cellules représentatives endommagées. Dans un second temps, les cinétiques d'endommagements associées sont estimées par identification inverse à partir d'un essai sur éprouvette. Des essais de traction hors-axes sont ensuite simulés afin de valider le modèle et d'explorer son caractère prédictif. Enfin, au **Chapitre 8**, le modèle DMD est implanté dans le code de calcul ZéBuLoN et appliqué à trois cas-tests de calcul de structure. Les résultats obtenus sont comparés à ceux issus d'un modèle macroscopique de référence et les apports du modèle DMD sont discutés.

PREMIÈRE PARTIE

Comportement mécanique des matériaux composites tissés : caractérisation expérimentale et modélisation

Chapitre 1

Caractérisation expérimentale du comportement mécanique des matériaux composites tissés

Dans ce premier chapitre, le comportement de deux matériaux composites à renfort tissé est étudié. Le comportement mécanique et l'endommagement sont d'abord déterminés à l'échelle macroscopique. Les modes et les scénarios d'endommagement sont ensuite précisés en terme d'évolution microstructurale.

1.1. Elaboration et microstructure des matériaux étudiés

1.1.1. *Composite à matrice céramique : 2.5D-C/SiC*

Le matériau 2.5D-C/SiC étudié est un composite tissé à fibres de carbone ex-PAN (polyacrylonitrile) et à matrice de carbure de silicium (SiC) élaboré par Snecma Propulsion Solide (groupe SAFRAN). Les fibres de carbone haute résistance utilisées ont un diamètre moyen de l'ordre de 7 μm et sont rassemblées en fils comportant environ un millier de fibres. La section transverse des fils possède une géométrie elliptique de dimensions moyennes 1000 μm suivant le grand axe et 200 μm suivant le petit axe. Ces fils sont tissés pour obtenir une préforme tridimensionnelle complexe d'une épaisseur d'environ 4 mm (Figure 1.1).

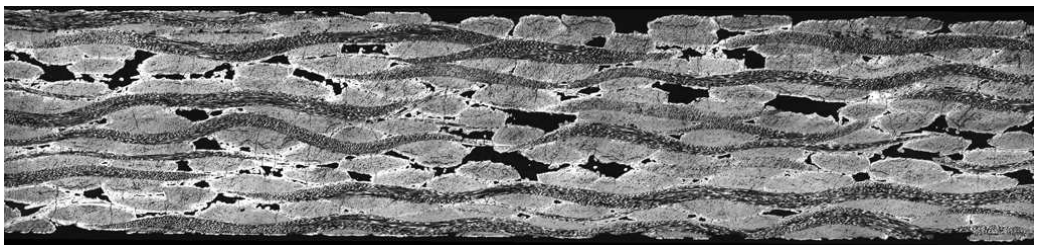


FIGURE 1.1 – Microstructure du composite 2.5D-C/SiC (épaisseur 4 mm).

Cette préforme tissée est densifiée par une matrice SiC déposée par infiltration chimique en phase vapeur (CVI) [CHR 79]. Environ 30 à 50μm de SiC sont déposées lors des différents cycles d'infiltration. Une interphase de pyrocarbone d'environ 1 μm est préalablement déposée sur la préforme, également par CVI.

Après élaboration, le matériau présente une porosité résiduelle de l'ordre de 10 à 15%. Cette porosité, inhérente à l'élaboration par CVI, se traduit à deux échelles différentes par la présence (i) de macropores correspondant aux vides laissés entre les fils et les couches des tissus (Figure 1.1) et (ii) de micropores résultant d'une infiltration incomplète au sein d'un même fil (Figure 1.2).

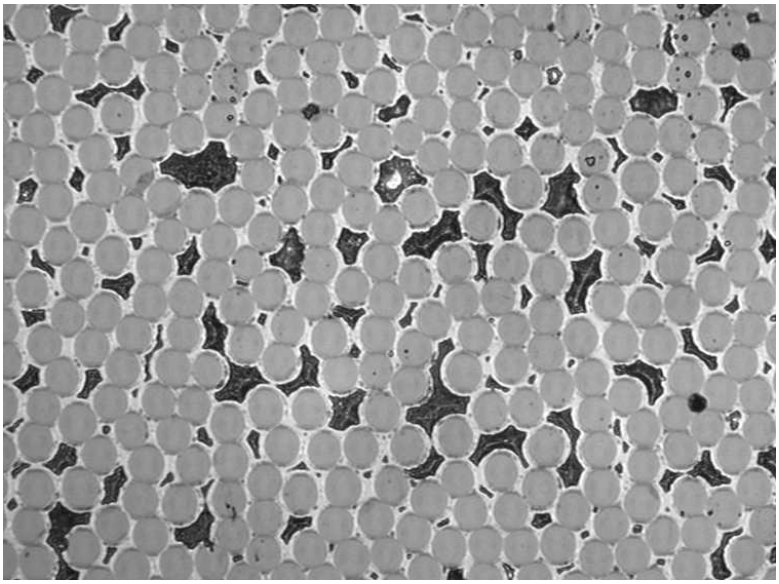


FIGURE 1.2 – Coupe transverse d'un fil de 2.5D-C/SiC (diamètre d'une fibre 7 μm).

Il faut également noter que l'écart entre les coefficients de dilatation thermique de la fibre et de la matrice entraîne l'apparition de contraintes résiduelles au sein de la matrice lors de l'élaboration du matériau [SIR 96; DAL 97]. Ces contraintes d'origine thermique sont partiellement relaxées lors du refroidissement du matériau et donnent naissance à des fissures orientées par la symétrie matérielle du composite. On distingue deux types de fissures préexistantes (Figure 1.3) : (i) des fissures matricielles générées perpendiculairement au renfort tissé et (ii) des fissures transverses à l'intérieur des fils, parallèlement à leur petit axe.

1.1.2. *Composite à matrice organique : 2.5D-C/époxy*

Le matériau 2.5D-C/époxy étudié est un composite tissé à fibres de carbone ex-PAN (polyacrylonitrile) et à matrice époxy élaboré par Snecma Propulsion Solide (groupe SAFRAN). Le renfort tissé est identique à celui du 2.5D-C/SiC. La résine utilisée est une résine époxy HT grade 130 infiltrée par RTM (Resin Transfer Molding). Afin d'obtenir un taux

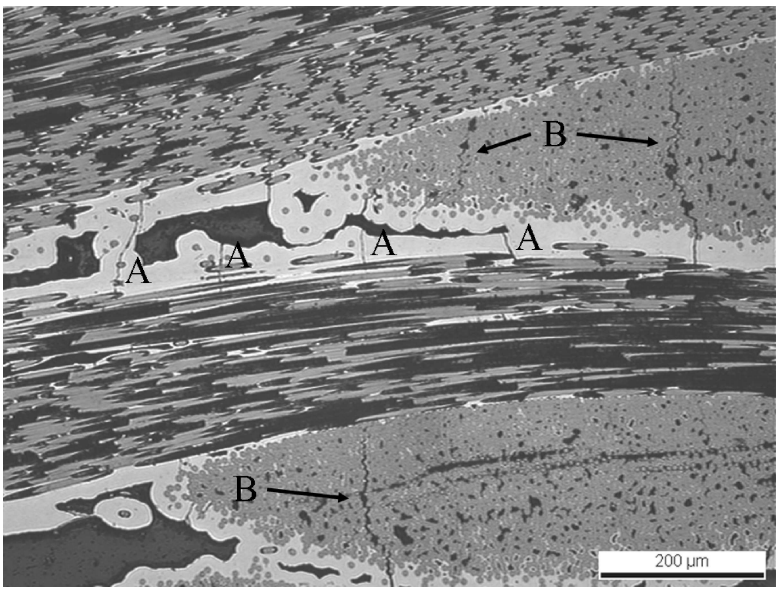


FIGURE 1.3 – Endommagement initial du 2.5D-C/SiC : (A) fissures matricielles et (B) fissures transverses.

de fibres suffisant (de l'ordre de 60 %) pour assurer des propriétés mécaniques correctes, la préforme est compactée lors de l'infiltration de la matrice. Ainsi l'épaisseur du matériau obtenu est plus faible que dans le cas du CMC (environ 2.5 mm) (Figure 1.4).

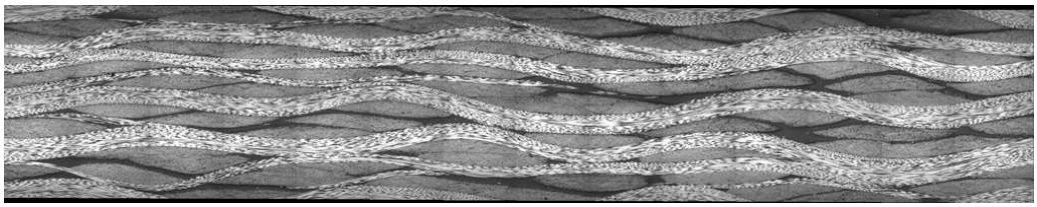


FIGURE 1.4 – Microstructure du 2.5D-C/époxy (épaisseur 2.5 mm).

1.2. Comportement sous sollicitations mécaniques

1.2.1. *Dispositif expérimental*

Les essais ont été réalisés à température ambiante sur une machine INSTRON 4505 dans des conditions de sollicitation quasi-statique, avec une vitesse de déplacement de la traverse de la machine de 0.1 mm/min. Les éprouvettes utilisées étaient de dimension $150 * 20$ mm pour les essais de traction et de $100 * 20$ mm pour les essais de compression. Elles étaient équipées de rosette extensométrique 0°/+45°/-45°sur chaque face ainsi que d'un extensomètre sur les tranches. Les essais ont également été suivis par émission acoustique afin de

détecter l'apparition et le développement d'endommagement. Les matériaux ont été sollicités aussi bien dans les axes des renforts que hors-axes, en traction et en compression, monotone et cyclée.

REMARQUE.– Dans la suite, les angles de sollicitations sont donnés par rapport à la direction des fils de chaîne. La direction 1 correspond au sens chaîne du renfort, et la direction 2 au sens trame.

1.2.2. *Comportement du 2.5D-C/SiC*

1.2.2.1. *Comportement dans les axes du renfort*

En traction dans les axes du renfort, les courbes de comportement du 2.5D-C/SiC (Figure 1.5) présentent un très faible domaine linéaire élastique inférieur à 15 MPa avant de devenir non linéaires et non élastiques jusqu'à la rupture. Ces courbes de comportement sont caractéristiques d'un matériau élastique endommageable et typiques du comportement des CMC [CAM 96; HAH 97; JEK 01]. Le module de Young initial est estimé à 93 ± 5 MPa dans le sens chaîne et à 101 ± 4 MPa dans le sens trame.

Les cycles de charge/décharge mettent en évidence une diminution progressive du module élastique apparent (Figure 1.6) et l'apparition de déformations résiduelles lors des décharges.

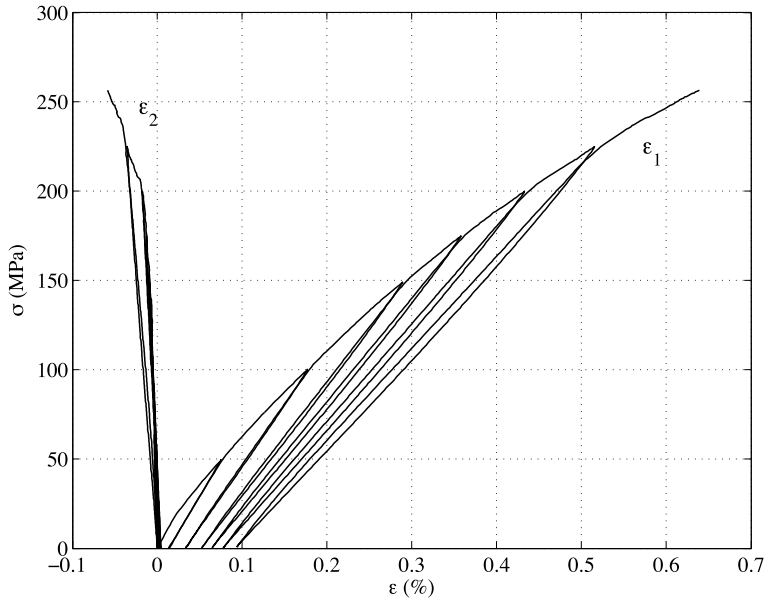
L'émission acoustique (Figure 1.7) permet de distinguer trois zones dans la séquence d'endommagement du matériau, comme précédemment observé par d'autres auteurs [CAM 96; HAH 97; JEK 01] sur des familles de matériaux similaires :

- une première zone pour des charges inférieures à 15-20 MPa où le signal reste nul, ce qui laisse à penser que les mécanismes mis en jeu en début de chargement concernent essentiellement l'ouverture des fissures d'origine thermique.
- une deuxième zone pour des charges comprises entre 20 MPa et 175 MPa où l'évolution du nombre d'événements acoustiques enregistrés croît de façon quasi-linéaire. Cette évolution est à mettre en relation avec la multiplication des fissures matricielles.
- une troisième zone pour des charges supérieures à 200 MPa où le signal augmente de façon importante qui correspond à la reprise de la charge par les fils et aux ruptures de fibres.

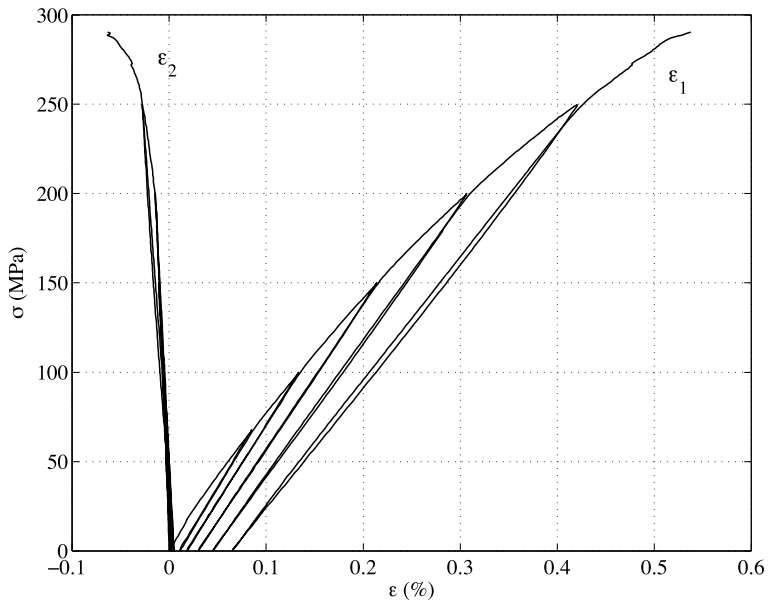
La rupture finale de l'éprouvette intervient pour une contrainte d'environ 260 MPa et une déformation de 0.65% dans le sens chaîne, et de 290 MPa et 0.55% dans le sens trame.

En compression, le matériau présente un comportement élastique linéaire (Figure 1.8). La non-linéarité observée en fin de courbe, pour une contrainte de compression supérieure à 200 MPa, est causée par un flambage local de l'éprouvette.

Contrairement aux résultats obtenus sur 2D-C/SiC [CAM 96], le module apparent observé en compression est similaire à celui obtenu en traction. Cette constatation, déjà réalisée par [DAL 97] sur un tissé CMC 2.5D similaire à ce matériau, suggère que les niveaux de contraintes appliqués ne sont pas suffisants pour refermer complètement les fissures préexistantes et observer une augmentation significative du module de Young en compression.



(a) Sens chaîne (0°)



(b) Sens trame (90°)

FIGURE 1.5 – Courbes de comportement du composite 2.5D-C/SiC en traction cyclée dans les axes du renfort.

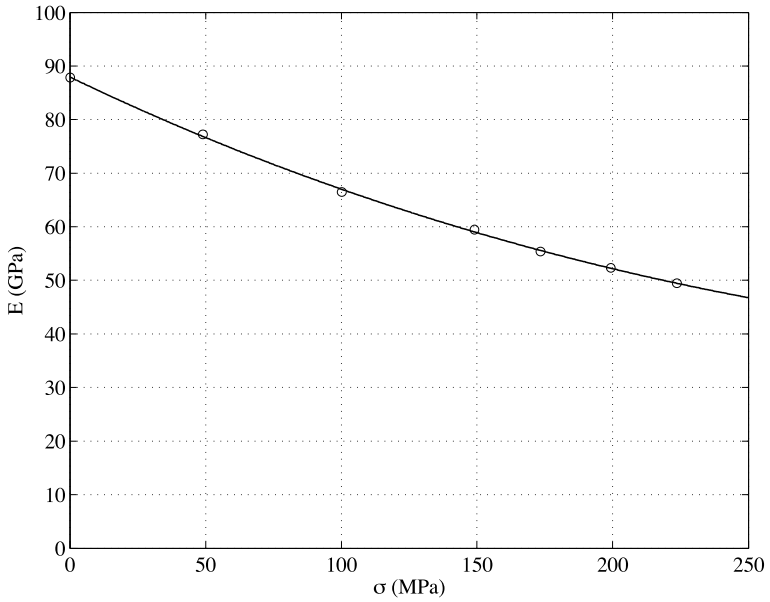


FIGURE 1.6 – Evolution du module apparent du 2.5D-C/SiC lors d'un essai de traction sens chaîne.

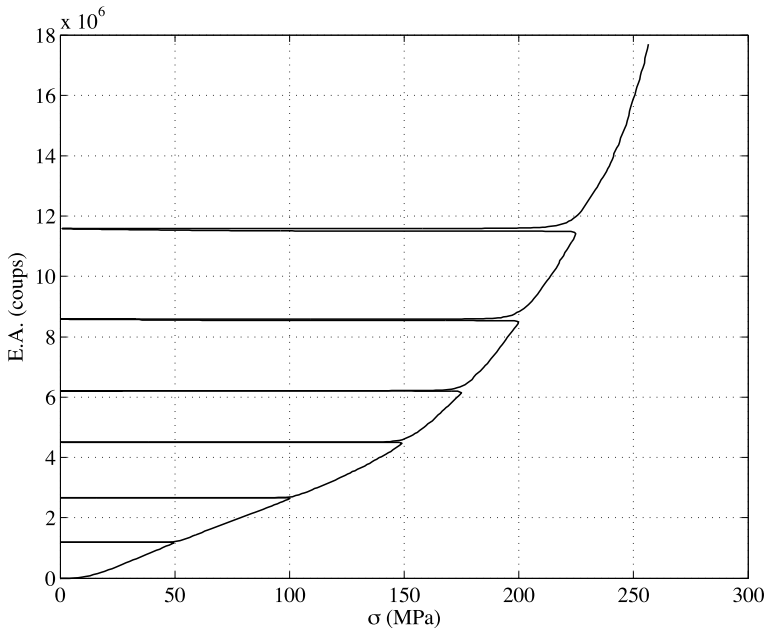


FIGURE 1.7 – Emission acoustique pour un essai de traction cyclée à 0°(2.5D-C/SiC).

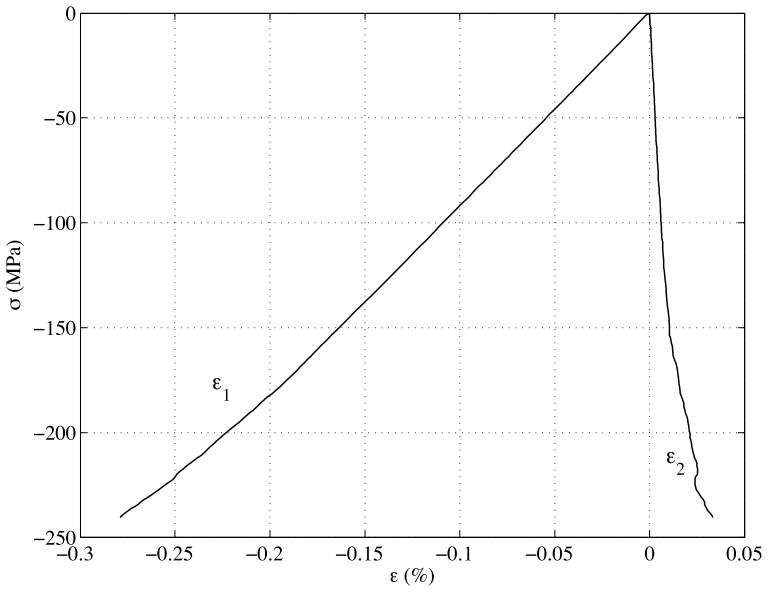


FIGURE 1.8 – Courbes de comportement en compression monotone à 0° (2.5D-C/SiC).

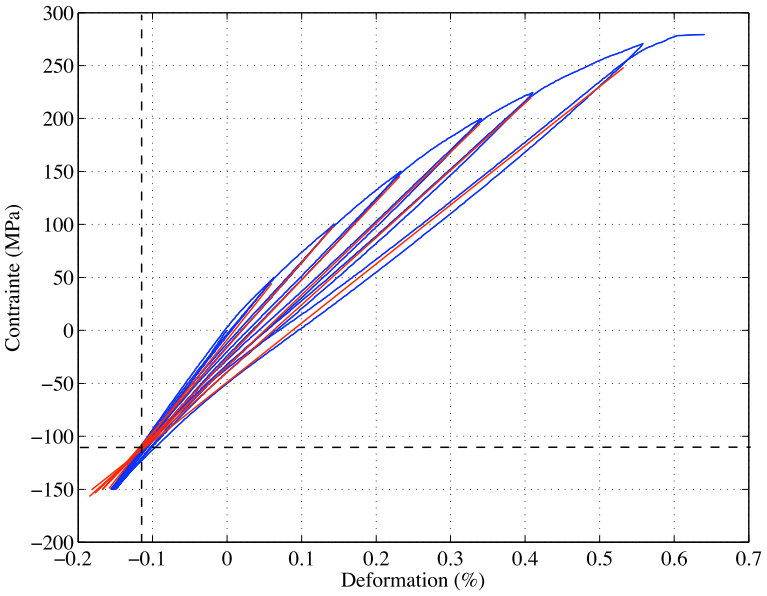


FIGURE 1.9 – Mise en évidence du point de concours en traction/compression cyclée à 0° (2.5D-C/SiC).

Cependant, en traction/compression cyclée (Figure 1.9), on observe classiquement l'existence d'un point de concours situé en compression où les cycles de décharge se rejoignent et où le module apparent initial est restauré [CAM 96; DAL 97]. Les passages en compression au cours des cycles confirment bien le comportement élastique endommageable du matériau. Les cycles de décharge se rejoignent en une partie linéaire. Ce point de concours, situé ici aux alentours de -110 MPa (soit -0.12% de déformation), correspond à une origine fictive pour laquelle les contraintes résiduelles thermiques sont annulées et les fissures refermées.

1.2.2.2. *Comportement hors axes*

Des essais de traction et de traction/compression ont également été réalisés hors axes. Différents essais réalisés à 22.5°, 45°et 67.5° permettent de mettre en évidence l'anisotropie du matériau (Figure 1.10a).

Les conclusions, quant au comportement hors axes du matériau, sont identiques à celles formulées pour le comportement en traction dans les axes, à savoir un comportement élastique endommageable avec présence de déformations résiduelles lors des décharges, comme l'illustre la Figure 1.10b.

1.2.3. *Comportement du 2.5D-C/époxy*

1.2.3.1. *Comportement dans les axes du renfort*

La courbe de comportement (Figure 1.11) pour un essai de traction à 0° révèle un comportement quasi-linéaire, élastique, légèrement endommageable. Le module initial est de 70 ± 2 GPa dans le sens chaîne. La courbe présente une forte linéarité quasiment jusqu'à la rupture. Les cycles de charge-décharge présentent de très faibles boucles d'hystérésis et les déformations résiduelles sont quasi nulles. La perte de linéarité n'apparaît visiblement qu'après 600 MPa.

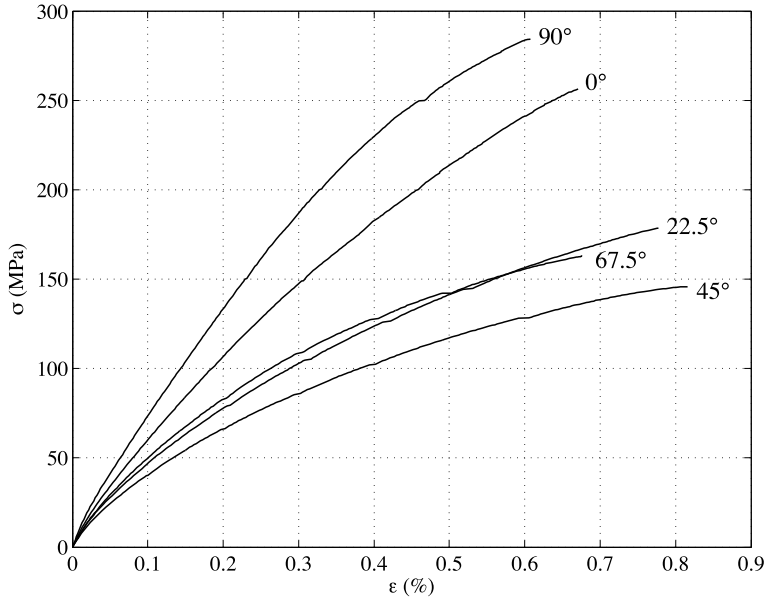
L'émission acoustique (Figure 1.12) indique cependant la présence d'endommagement dès 300 MPa, mais sans incidence apparente sur le module élastique. L'effet de l'endommagement sur le module ne devient significatif qu'en fin d'essai.

1.2.3.2. *Comportement hors axes*

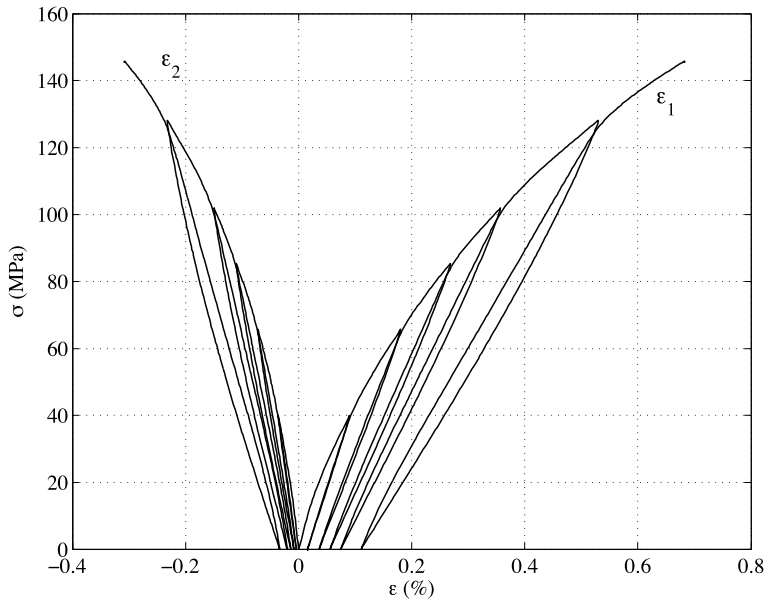
Le comportement du 2.5D-C/époxy sous sollicitation hors axes est illustré à la Figure 1.13 pour un essai à 45°.

La courbe de comportement est fortement non-linéaire dès le début de la sollicitation. Elle présente également d'importantes boucles d'hystérésis lors des cycles de charge/décharge, ainsi que des déformations résiduelles.

Un examen du signal de l'émission acoustique montre qu'il y a très peu d'événements acoustiques enregistrés (de l'ordre de 10^4 contre 10^6 pour un essai dans les axes). La non linéarité du comportement ne résulte donc pas uniquement du développement de l'endommagement. L'origine de cette forte non-linéarité est plutôt due, comme dans le cas des composites stratifiés CMO, au caractère visco-élastique de la matrice [SHI 03; HUC 05]. Ce caractère visco-élastique est mis en évidence par la relaxation des déformations résiduelles



(a) Tractions monotones pour différentes directions de chargement



(b) Traction cyclée à 45°

FIGURE 1.10 – Courbes de comportement en traction hors-axes (2.5D-C/SiC).

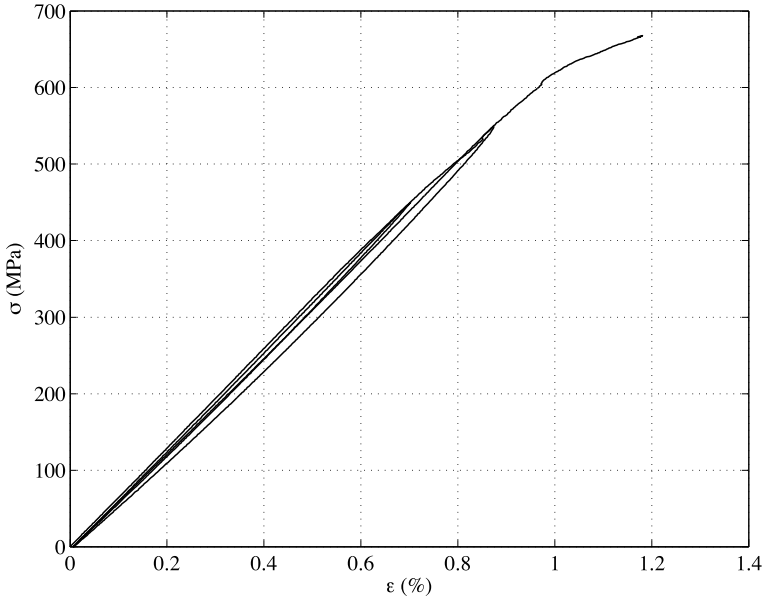


FIGURE 1.11 – Courbe de comportement pour un essai de traction cyclée à 0° (2.5D-C/époxy).

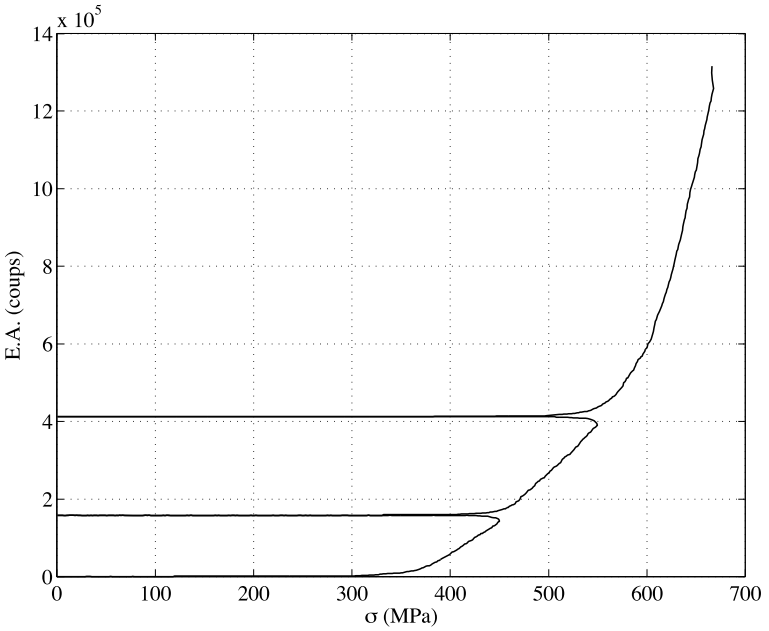


FIGURE 1.12 – Emission acoustique pour un essai de traction cyclée à 0° (2.5D-C/époxy).

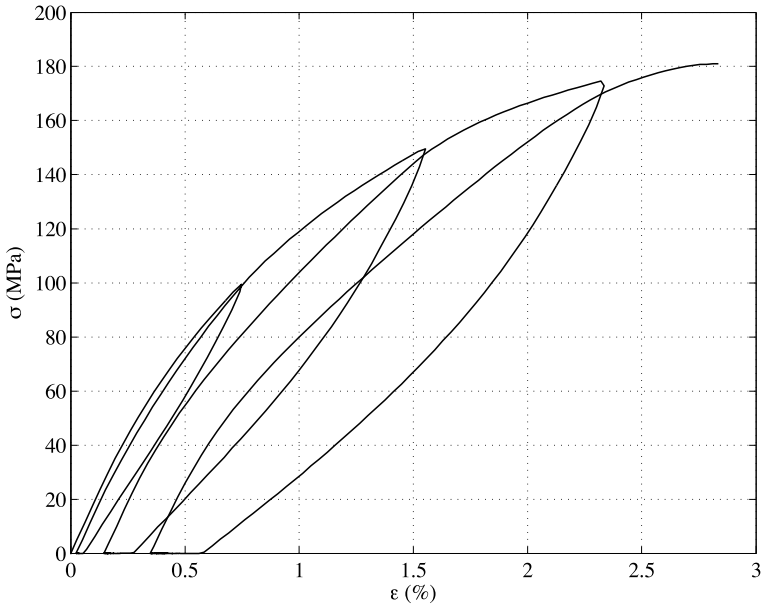


FIGURE 1.13 – Courbe de comportement pour un essai de traction cyclée à 45° (2.5D-C/époxy).

à contrainte nulle en fin de cycle de décharge. Elles diminuent rapidement vers une valeur asymptotique non nulle (Figure 1.14).

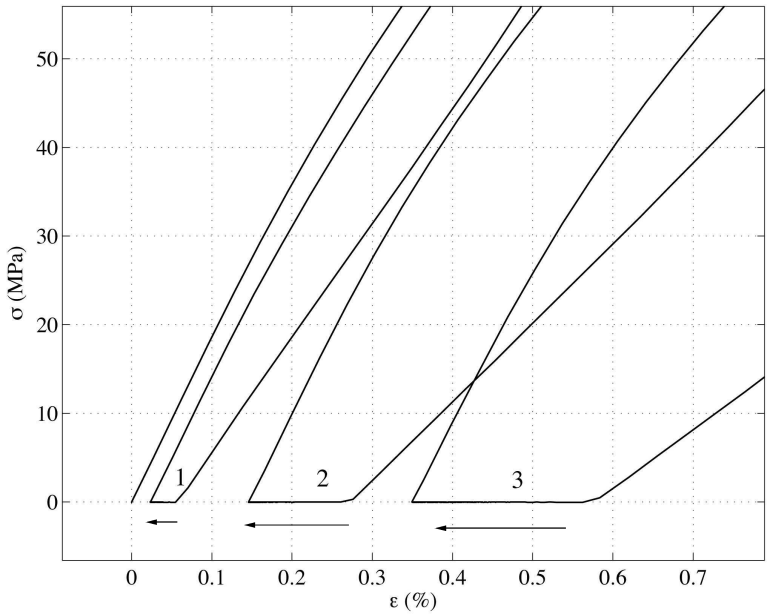
La modélisation du comportement visco-élastique reste pour l'instant hors de portée du modèle développé dans la suite de ce travail qui se concentre essentiellement sur la modélisation du comportement élastique endommageable. Le modèle développé ne pourra donc s'appliquer qu'à des chargements axiaux dans le cas du 2.5D-C/époxy.

1.3. Caractérisation microstructurale de l'endommagement

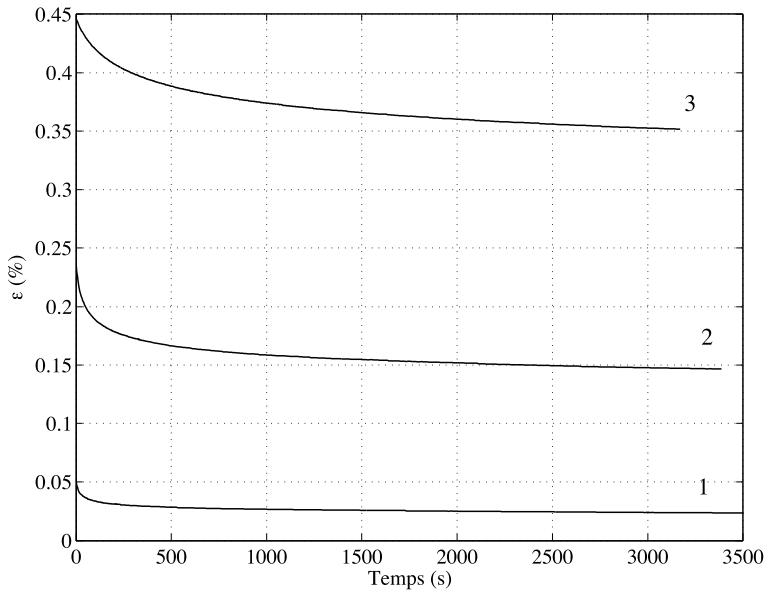
La partie précédente nous a permis de caractériser le comportement mécanique macroscopique des deux matériaux étudiés. Les comportements du 2.5D-C/SiC et, si l'on se restreint à des chargements dans les axes du renfort, du 2.5D-C/époxy sont gouvernés par des mécanismes d'endommagement. Nous nous intéressons donc maintenant à la caractérisation de ces endommagements en terme d'évolution microstructurale.

1.3.1. *Dispositif expérimental*

Des observations micrographiques ont été réalisées sur des échantillons polis de matériau sain et de matériau testé à rupture afin de caractériser les modifications microstructurales, c'est-à-dire l'apparition et/ou la multiplication de fissures au sein du matériau.



(a) Déformations résiduelles



(b) Relaxation des déformations résiduelles visco-élastiques

FIGURE 1.14 – Mise en évidence du caractère visco-élastique du comportement du 2.5D-C/époxy. Détail de la courbe de comportement de la Figure 1.13.

Pour compléter ces observations *post mortem*, un dispositif d'observation *in situ* de l'endommagement a été utilisé. Il est constitué d'une table de déplacement motorisée sur laquelle repose un système d'observation optique, lui-même constitué d'une caméra numérique associée à une tête de microscope. Ce montage est fixé au bâti de la machine d'essai mécanique pour suivre, au cours d'un chargement donné, les différentes surfaces de l'éprouvette. A partir d'images successives d'une face polie, un programme développé sous MATLAB, et basé sur la corrélation d'image, permet d'assembler automatiquement les différents clichés (Figure 1.15).

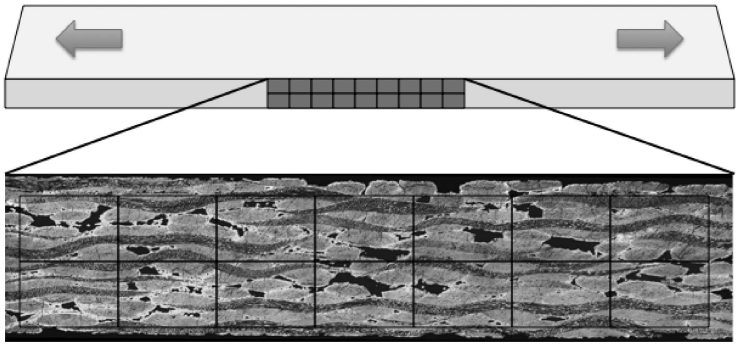


FIGURE 1.15 – Suivi *in-situ* de l'endommagement par microscopie optique

1.3.2. *Endommagement du 2.5D-C/SiC*

L'endommagement du 2.5D-C/SiC suit une séquence caractéristique de l'endommagement des composites C/SiC [LAM 01].

Comme rappelé précédemment, lors de l'élaboration du matériau, des fissures matricielles sont amorcées aux abords des macropores. Des fissures transverses se créent également à l'intérieur des fils. Ces deux premières familles de fissures sont déviées aux interfaces fils/matrice et fils/fils (Figure 1.16).

Ces réseaux de fissuration initiaux évoluent ensuite avec le chargement. De la mise en charge jusqu'à une contrainte d'environ 150 MPa, de nouvelles fissures apparaissent à l'intérieur des fils transversaux (Figure 1.17). Le nombre moyen de fissures intra-fils passe ainsi de 2.5 ± 0.7 fissures/fils à 3.5 ± 0.5 fissures/fils à une contrainte de 150 MPa, et n'évolue plus pour des niveaux de sollicitation supérieurs.

On constate également une multiplication des fissures matricielles dans la matrice inter-fil, perpendiculairement à la direction de sollicitation (Figure 1.18). Le pas de fissuration, initialement de $325 \pm 75 \mu$m , diminue jusqu'à saturation aux alentours de $140 \pm 60 \mu$m pour un chargement de l'ordre de 175 MPa. L'évolution du pas de fissuration en fonction du chargement est représentée à la Figure 1.19.

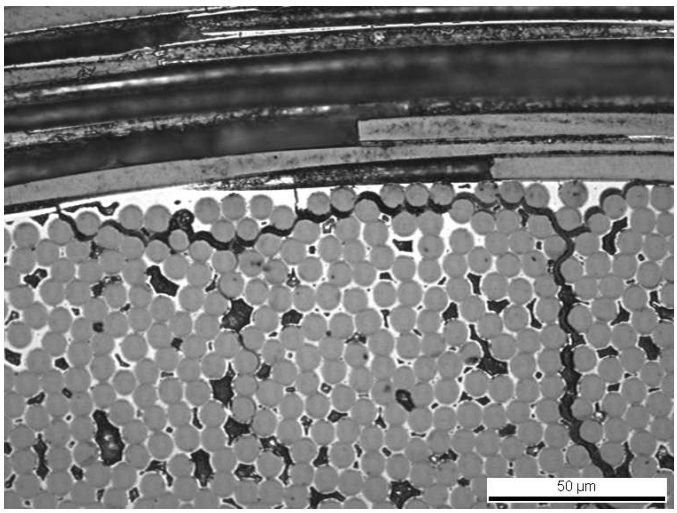
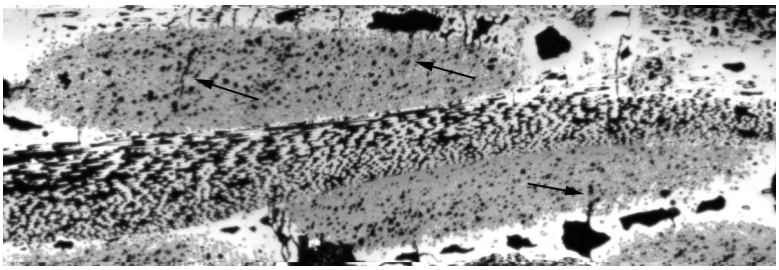
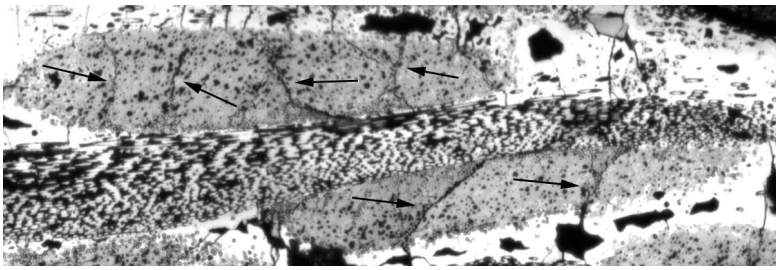


FIGURE 1.16 – Déviation d'une fissure transverse à l'interface fil/fil (2.5D-C/SiC).



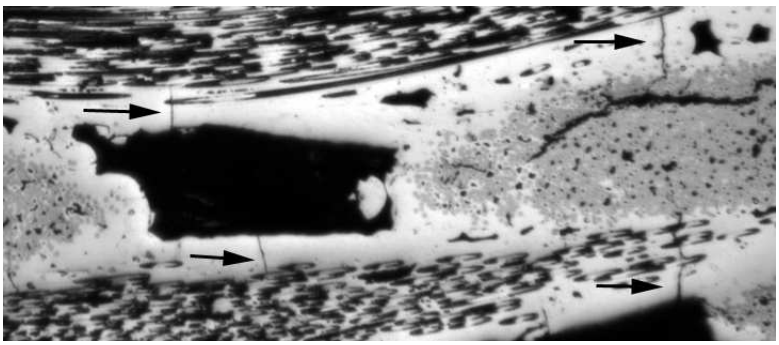
(a) $\sigma = 0$ MPa



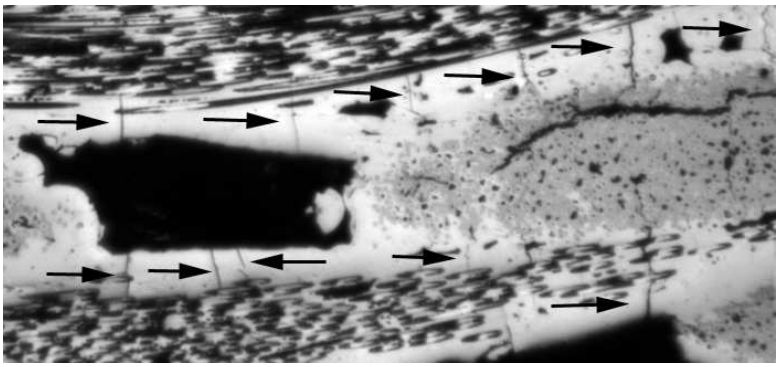
(b) $\sigma = 150$ MPa

FIGURE 1.17 – Multiplication des fissures intra-fils dans les fils transversaux (2.5D-C/SiC).

Les fissures matricielles inter-fils ainsi générées sont déviées aux interfaces fils/matrices, provoquant des décohésions fils/matrice et fils/fils (Figure 1.20). Le chargement est ainsi progressivement transmis aux fils longitudinaux. A saturation, la matrice intra-fil subit à son tour un processus de multifissuration. Les fissures matricielles intra-fils sont alors déviées aux interfaces fibres/matrice à l'intérieur des fils [BAS 01].



(a) $\sigma = 0$ MPa



(b) $\sigma = 150$ MPa

FIGURE 1.18 – Mise en évidence de la multiplication de la fissuration matricielle inter-fil (2.5D-C/SiC).

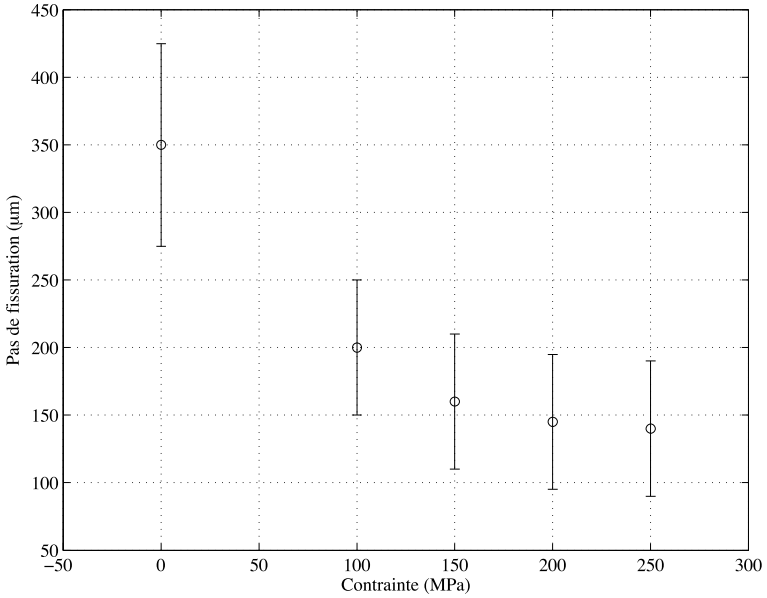


FIGURE 1.19 – Evolution du pas de fissuration matricielle inter-fil (2.5D-C/SiC).

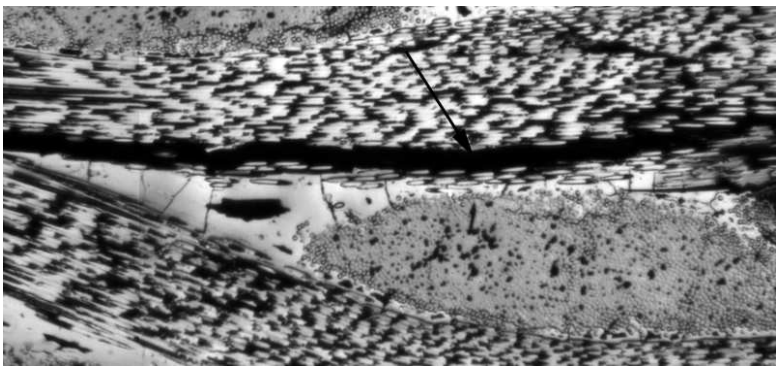


FIGURE 1.20 – Endommagement du 2.5D-C/SiC : fissuration matricielle inter-fil et décohésion interfaciale associée.

La rupture intervient après saturation de l'endommagement de la matrice, une fois que les fils longitudinaux supportent la totalité des efforts. Elle se produit après la rupture d'une fraction critique de fibres, entraînant la rupture des fils longitudinaux, puis celle de l'éprouvette [LAM 05].

Enfin, il faut noter que, contrairement aux observations effectuées sur un 2D-C/SiC [COU 04], la fissuration matricielle générée par un chargement hors-axes reste principalement orientée par le renfort comme le montre la Figure 1.21.

1.3.3. *Endommagement du 2.5D-C/époxy*

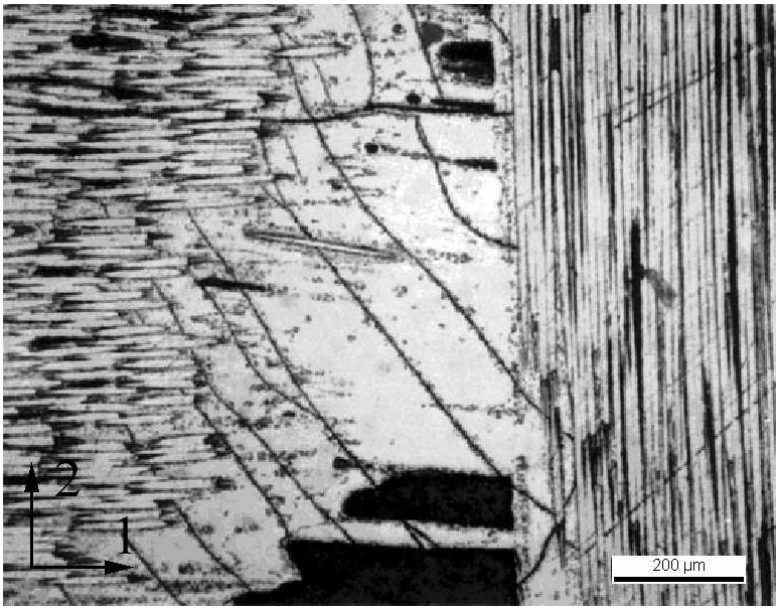
Contrairement au 2.5D-C/SiC dont la matrice céramique est plus rigide que son renfort, la matrice du 2.5D-C/époxy a un module de Young très faible devant celui des fibres et supporte donc peu d'effort. Il n'y a pas de processus de fissuration matricielle analogue à celui observé dans un CMC. Le développement de l'endommagement (Figure 1.22) est conforme à celui décrit dans la littérature [GAO 99; HOC 01] et consiste en (i) une fissuration des fils transverses associées à d'importantes décohésions interfaciales (Figure 1.23a) et (ii) des ruptures de fibres dans les fils longitudinaux (Figure 1.23b).

Conformément au signal de l'émission acoustique (Figure 1.12), aucun endommagement n'est détectable pour un chargement inférieur à 300 MPa. Les premières ruptures de fibres apparaissent dès de 300 MPa et Les fissures transverses à partir de 475 MPa.

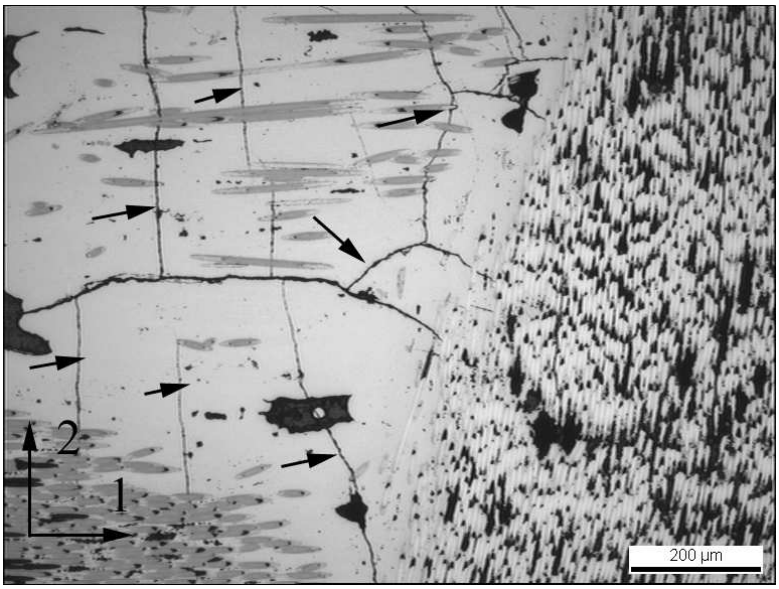
1.4. Evaluation de l'endommagement à l'aide de mesures ultrasonores

En complément des essais mécaniques et des observations microstructurales réalisés, des mesures ultrasonores de caractérisation ont également été menées en collaboration avec le LMP Bordeaux [1]. Cette méthode permet de relier les vitesses de propagation d'ondes ultrasonores au sein du matériau à ses propriétés élastiques [BOU 94; MOR 97]. Pratiquement,

1. Laboratoire de Mécanique Physique, UMR 5469, Université Bordeaux 1

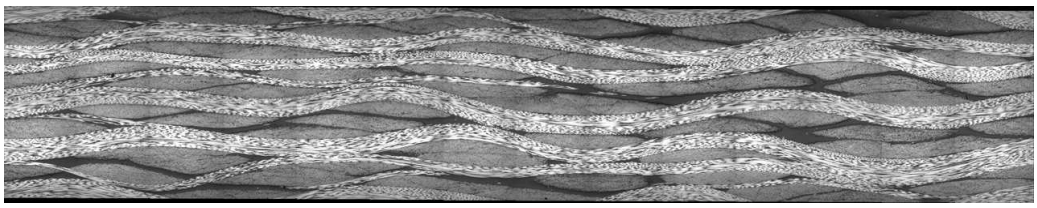


(a) Cas d'un 2D-C/SiC. D'après [COU 04]

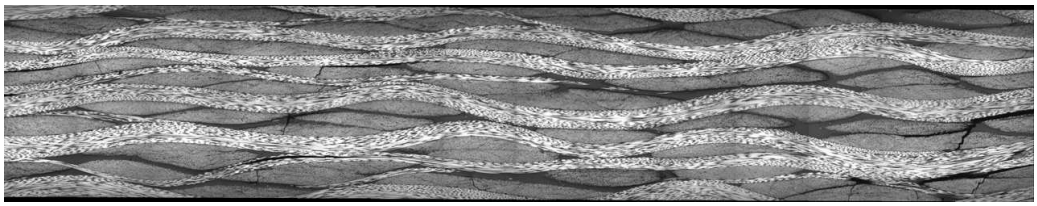


(b) Cas d'un 2.5D-C/SiC

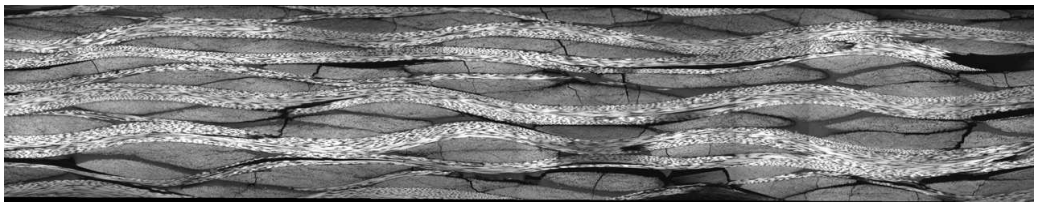
FIGURE 1.21 – Orientation de la fissuration matricielle pour une sollicitation hors-axe à 45°.



(a) Microstructure initiale

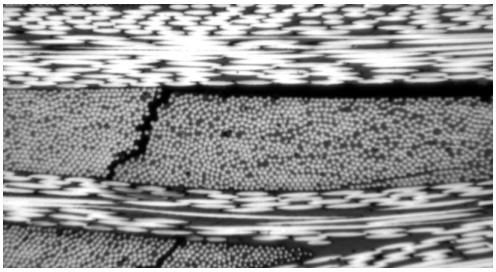


(b) Microstructure à σ =525 MPa

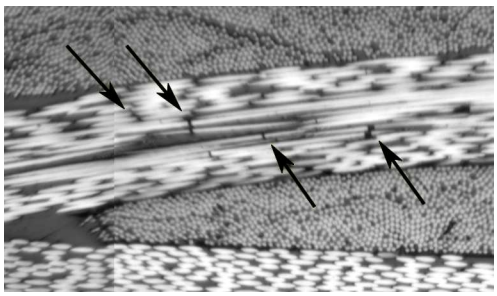


(c) Microstructure à σ =650 MPa

FIGURE 1.22 – Développement de l'endommagement du composite 2.5D-C/époxy lors d'un essai de traction à 0°.



(a) Fissure transverse et décohésion associée.



(b) Ruptures de fibres dans un fil longitudinal.

FIGURE 1.23 – Mécanismes d'endommagement du 2.5D-C/époxy

il est possible de déterminer le tenseur d'élasticité complet du matériau, et ce, même sous charge.

La Figure 1.24 présente des résultats de caractérisation ultrasonores pour un essai de traction monotone à 0°dans le cas du 2.5D-C/SiC. Les indices du tenseur d'élasticitié C_{ij} sont contractés avec la convention de Voigt, et avec la direction 1 sens chaîne, la direction 2 sens trame, et la direction 3 dans l'épaisseur du matériau.

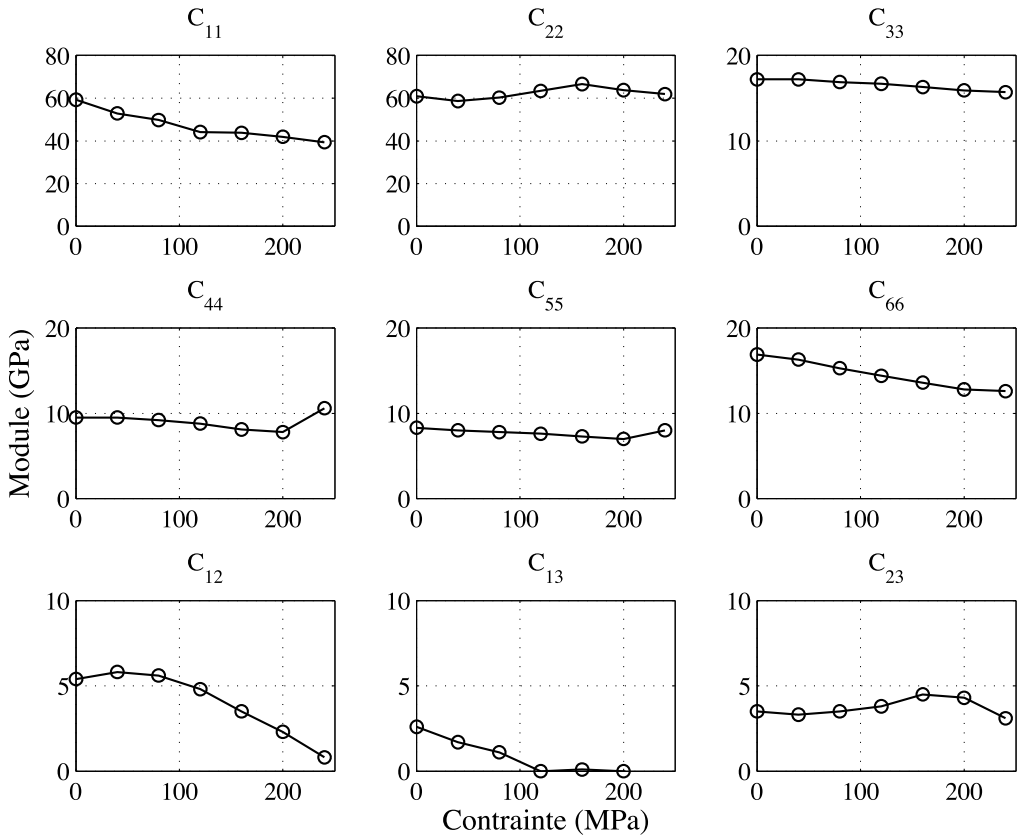


FIGURE 1.24 – Evolution des composantes du tenseur d'élasticité du 2.5D-C/SiC lors d'un essai de traction monotone à 0°.

Même si les modules mesurés sont plus faibles que les modules apparents obtenus à partir des courbes de traction/compression, ces résultats donnent un certain nombre d'informations intéressantes. Ces différences peuvent être expliquées soit par une dispersion matériau, les éprouvettes utilisées pour les mesures ultrasonores venant d'une autre plaque, soit par la création d'un endommagement initial supplémentaire lors de la mise en place de l'essai.

Tout d'abord, ces mesures permettent d'avoir une estimation des modules initiaux du matériau dans toutes les directions de l'espace. On constate en particulier que le 2.5D-C/SiC a un module de rigidité hors-plan initiale C_{33} aux alentours de 17.5 GPa, et une rigidité en cisaillement C_{66} de 16 GPa. On observe également une diminution relative du module longitudinal C_{11} en accord avec les données obtenues en mesurant les pentes des cycles de décharge. Le module transverse C_{22} reste quasiment constant pendant l'essai, ce qui montre qu'il ne se crée pas d'endommagement dans la direction transverse.

On note aussi que les modules hors-plan et de cisaillement diminuent au cours de l'essai, mettant ainsi en évidence des couplages entre l'endommagement créé en traction, fissures matricielles et décohésions, et ces propriétés. Autrement dit, l'endommagement généré en

traction induit une chute sensible du module de cisaillement et de la rigidité hors-plan. On vérifié enfin, que sous sollicitation hors-axes, le matériau conserve sa symétrie orthotrope initiale, les termes C_{16} et C_{26} du tenseur d'élasticité restant quasiment nuls (Figure 1.25). Cette propriété illustre le fait que même sous chargement hors-axes, la fissuration matricielle reste préférentiellement orientée par le renfort.

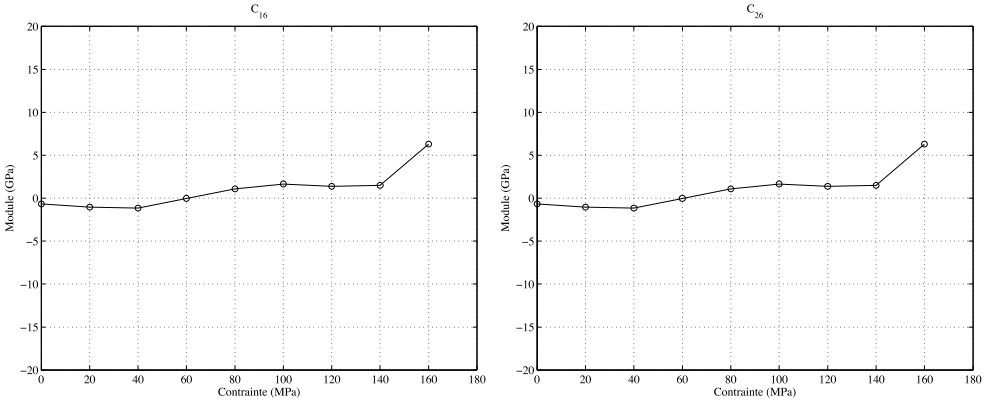


FIGURE 1.25 – Evolution des termes C_{16} et C_{26} du tenseur d'élasticité lors d'un essai de traction hors-axes à 45°.

1.5. Conclusions expérimentales

Les essais mécaniques et les observations microstructurales associées ont permis de décrire le comportement et les mécanismes d'endommagement des matériaux étudiés.

Le matériau 2.5D-C/SiC présente un comportement élastique endommageable avec présence de déformations résiduelles dues à un endommagement initial d'origine thermique. En compression, l'endommagement généré en traction est désactivé et le module initial est restauré. L'endommagement est largement gouverné par la multifissuration de la matrice, aussi bien à l'échelle du renfort (matrice inter-fil) qu'à l'échelle des fils (matrice intra-fil). Ce processus de fissuration matricielle s'accompagne d'importantes décohésions fils/matrice, fils/fils et fibres/matrice. L'endommagement matriciel reste préférentiellement orienté par le renfort tissé, et ce même pour des chargements hors-axes.

Le 2.5D-C/époxy a un comportement élastique quasi-linéaire dans les axes, et viscoélastique hors-axes. Pour des sollicitations dans les axes du renfort, il existe cependant des phénomènes d'endommagement (fissuration transverse et décohésions) mais qui ont très peu d'effet sur le module élastique apparent.

Chapitre 2

Modélisation du comportement mécanique des matériaux composites à renfort tissé

Les études menées au chapitre précédent ont permis de décrire le comportement mécanique et les phénomènes d'endommagement associés pour deux matériaux composites à renfort tissés. Nous nous intéressons maintenant aux différentes approches existant dans la littérature et permettant de modéliser le comportement endommageable de ces matériaux. Les modèles d'endommagement fondés sur la mécanique des milieux continus sont tout d'abord présentés. La prise en compte de l'aspect tissé du renfort est ensuite discutée. Enfin, une approche multiéchelle adaptée aux composites tissés est proposée.

2.1. Approches macroscopiques basées sur la mécanique des milieux continus

Les approches développées dans le cadre de la mécanique des milieux continus considèrent le matériau étudié comme un matériau homogène équivalent (Figure 2.1) et font abstraction, du moins dans leur formulation, des hétérogénéités de la microstructure. Ainsi, bien que le matériau réel fasse apparaître des discontinuités physiques aux différentes échelles de sa microstructure, celles-ci ne sont pas traduites explicitement, mais décrites seulement de façon globale, au niveau homogénéisé d'un élément de volume du matériau. Ces approches se définissent par une modélisation continue des mécanismes de dégradation en vue du calcul de structure par éléments finis. Elles fournissent des outils de simulation du comportement de structures sous chargement complexe.

Ces modèles, qui s'inscrivent le plus généralement dans un cadre thermodynamique, introduisent une ou plusieurs variables internes phénoménologiques définissant un potentiel thermodynamique et fournissant les lois d'état (dont la loi de comportement) et un potentiel de dissipation, fournissant les lois complémentaires (i.e. les lois d'évolutions des variables internes).

Dans le cas d'un comportement endommageable, les variables internes phénoménologiques sont désignées sous le vocable de variables d'endommagement. Ces variables d'endommagement sont définies de diverses façons selon les auteurs : (i) soit à partir des variations relatives des modules élastiques [AUB 92; GAS 94; SIR 96; LAD 01; HOC 01], (ii)

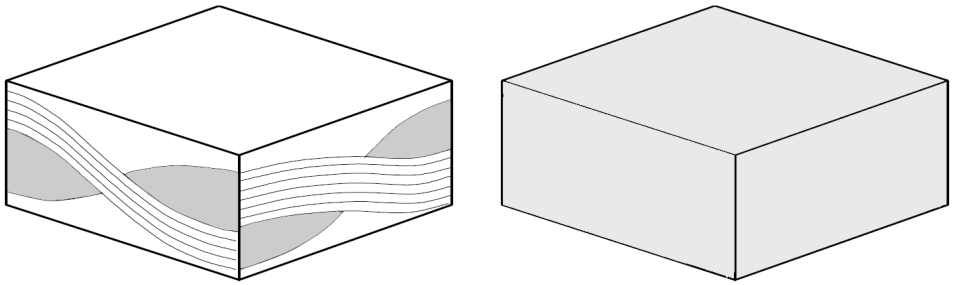


FIGURE 2.1 – Concept de matériau homogène équivalent

soit à partir des variations relatives du tenseur des souplesses [CAM 00], (iii) soit enfin en proposant une formulation mixte rigidité/souplesse [MAI 97b; MAI 97a].

Les variables d'endommagement ne traduisent donc pas directement l'état physique de l'endommagement du matériau réel, mais reflètent seulement son effet sur les composantes des tenseurs des rigidités ou des souplesses du matériau équivalent. Ce type de description de l'endommagement englobe les multiples effets des mécanismes sans permettre une description de l'état de dégradation à l'échelle microscopique et donc une compréhension physique satisfaisante.

Les évolutions des variables d'endommagement sont identifiées à l'échelle macroscopique à partir des courbes de comportement. On parle alors d'approches inductives. Un changement de matériau, ou une légère modification dans sa composition ou dans son mode d'élaboration, impose de nouveaux essais et une nouvelle identification du modèle. De plus, de part leur caractère phénoménologique, ces modèles ne permettent pas d'établir de liens entre les dégradations des propriétés mécaniques et les phénomènes à la source de ces modifications.

Cependant, bien que ce type d'approche fasse l'hypothèse d'un matériau homogène équivalent, la connaissance préalable des modes d'endommagement permet de guider le choix des variables d'endommagement. Par exemple, une représentation scalaire de l'endommagement est suffisante lorsque le réseau de fissure est orienté par le renfort [CHA 02]. Des couplages avec des modèles micromécaniques simples peuvent être également utilisés pour préciser les liens entre les mécanismes d'endommagement et leurs effets. On peut, par exemple, citer les travaux de [HIL 96] qui utilisent un modèle phénoménologique dont les lois d'évolution sont fournies par l'analyse micromécanique d'une cellule comprenant une fissure matricielle et une zone de décohésion interfaciale. D'autres auteurs ont incorporé certains paramètres microstructuraux dans leurs modèles d'endommagement [ROS 00; WEI 01]. Même si ces modèles se veulent plus « déductifs », ils ne sont pas encore à proprement parler multiéchelles et restent cantonnés dans la catégorie des modèles inductifs. Ils utilisent certes des variables internes, non plus phénoménologiques, mais microstructurales. Il subsiste cependant des paramètres phénoménologiques faisant le lien entre les deux échelles (micro-macro). Il s'agit en fait de modèles macro d'inspiration micro, comparable en cela aux approches macroscopiques les plus récentes [CHA 02; HAL 02].

Le caractère multiéchelle est plus affirmé pour les travaux qui utilisent des techniques d'homogénéisation pour obtenir les coefficients du tenseur d'élasticité à partir de la géométrie des réseaux de fissures matricielles. Par exemple, [LEB 93] utilise la méthode des modules effectifs pour évaluer la matrice d'élasticité d'un composite 2D-SiC/SiC, en prenant éventuellement en compte la présence d'un endommagement. D'autres auteurs [DAL 97; MOR 97; BAR 99; GRU 04] utilisent également des méthodes d'homogénéisation analytiques pour obtenir les propriétés du milieu homogène endommagé. Dans ces modèles, les fissures, orientés dans n directions de l'espace, sont supposées de forme ellipsoïdale et sont traitées comme des inclusions équivalentes.

Même si les modèles décrits ici ont été identifiés pour des composites à renfort tissé, leur nature macroscopique ne leur permet pas de prendre complètement en compte les particularités de ces matériaux. Par exemple, la géométrie du renfort tissé n'est pas explicitement modélisée. Et il apparaît évident qu'une modélisation plus fine des couplages entre microstructure, endommagement et comportement requiert une meilleure description de la microstructure du matériau, en particulier au niveau de la géométrie et de l'aspect tissé du renfort.

2.2. Prise en compte de l'aspect tissé

De nombreuses recherches ont également été menées sur la modélisation des composites à renfort textiles. Cependant, ces travaux se sont le plus souvent focalisés sur l'estimation des propriétés élastiques initiales ou à rupture (voir par exemple, les références dans [TAN 97; BYS 00]), et non sur une modélisation complète du comportement de ces matériaux.

2.2.1. *Approches analytiques*

Le principe des approches analytiques consiste à substituer au composite tissé un stratifié équivalent (Figure 2.2). Les deux directions du renfort sont remplacées par des couches unidirectionnelles équivalentes. La matrice est représentée quant à elle par les deux couches supérieure et inférieure.

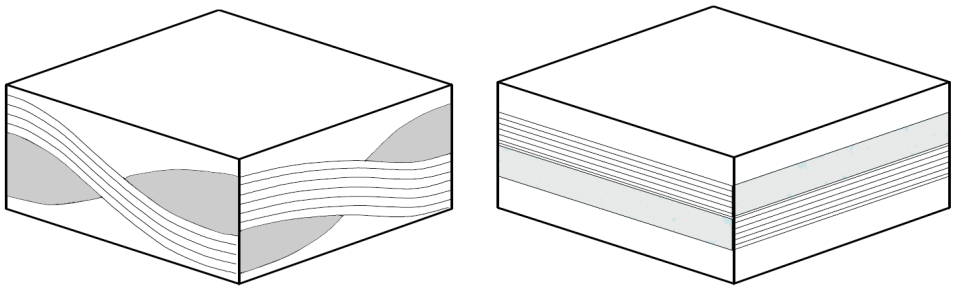


FIGURE 2.2 – Approximation du renfort tissé par un stratifié équivalent

Les propriétés des couches équivalentes sont obtenues par différentes techniques d'homogénéisation, et celles du stratifié par la théorie classique des stratifiés. De nombreux modèles sont présents dans la littérature parmi lesquels on peut citer [ISH 82; CHO 89; NAI 92; NAI 95; ITO 97; BYS 00; SHE 01]. Ils se distinguent essentiellement par leur manière de définir les propriétés des couches, et plus particulièrement par leur prise en compte de l'ondulation du renfort. Dans les premiers travaux de [ISH 82], l'ondulation du renfort est ignorée, les couches équivalentes sont définies simplement en terme de fraction volumique correspondante. Dans les développements suivants, un modèle géométrique simple de l'ondulation du tissu, le plus souvent de type sinusoïdale, est considéré afin de prendre en compte la perte de rigidité due à l'ondulation des fils.

Ces modèles ne permettent d'accéder qu'aux propriétés planes du composite, et sont donc réservés à des tissages simples et peu épais, de type taffetas ou satin.

2.2.2. *Approches énergétiques*

Des modèles basés sur des approches énergétiques et micromécaniques ont été également été développés par plusieurs auteurs [VAN 96; BIG 97; COX 97; SAN 97; JIA 00; TAB 02].

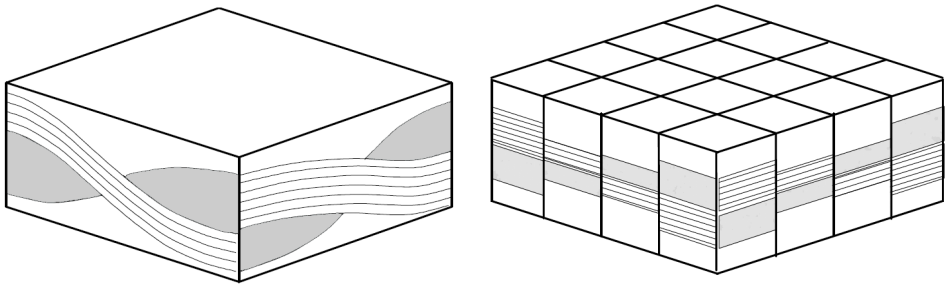


FIGURE 2.3 – Décomposition d'une cellule élémentaire en sous-éléments

Ces modèles reposent sur la décomposition du matériau en sous-éléments composés de couches équivalentes et fils et/ou de matrice (Figure 2.3). Les états de contraintes et de déformations sont alors calculés dans chaque sous-cellules en faisant des hypothèses d'iso-contrainte ou d'iso-déformation aux contours. Les propriétés du composite sont ensuite obtenues en assemblant en série ou en parallèle les sous-éléments.

Bien que ces méthodes permettent d'obtenir des prévisions pour les propriétés hors-plan, elles reposent, comme pour les approches « stratifié », sur une description géométrique relativement simple et incomplète du renfort tissé. De plus, des hypothèses fortes sont faites sur la forme des champs de contrainte et de déformation au sein du matériau.

2.2.3. *Approches numériques*

Les méthodes numériques reposent sur l'analyse par éléments finis d'une cellule élémentaire du composite tissé (Figure 2.4). Il est ainsi possible d'utiliser une représentation de la microstructure aussi complète que possible. En général, ces méthodes nécessitent le développement d'un modèle EF détaillé de l'architecture du renfort.

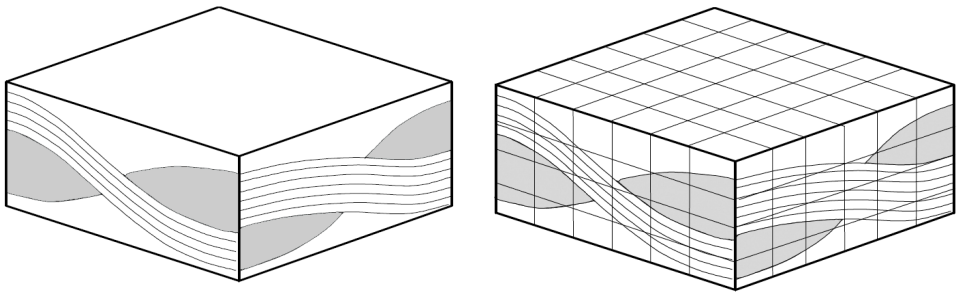


FIGURE 2.4 – Modélisation EF d'une cellule élémentaire de composite tissé

Les premières tentatives de modélisation par éléments finis d'un composite tissé ont été menées par [PAU 90; DAS 96; GLA 96]. L'objectif de ces études étaient de calculer les propriétés élastiques du composite et d'étudier les champs de contraintes dans les différents constituants du matériau à l'échelle mésoscopique.

La prise en compte d'un endommagement a initialement été introduit par [WHI 95a; WHI 95b]. Les calculs étaient menés sur une cellule élémentaire tridimensionnelle de géométrie simple au sein de laquelle la fissuration était simulée par une diminution de la rigidité des éléments du maillage. Suivant le même type d'approche, on peut aussi citer les travaux de [KUH 99; KUH 00] qui sont l'un des rares à s'être également intéressé aux CMC (Figure 2.5).

Ces modèles ont ensuite été perfectionnés par d'autres auteurs. Les auteurs [ZAK 03; KUR 06] effectuent des calculs sur une cellule élémentaire dont les fils peuvent s'endommager de manière anisotrope suivant trois modes, et la matrice de manière isotrope. Un critère en contrainte est utilisé pour déterminer la rupture des éléments. Leur rigidité est ensuite réduite dans la direction normale à la rupture. Une approche similaire a également été proposée par [ISM 00].

D'autres auteurs [CAR 01; TAN 06] ont poussé encore un peu plus loin la description de la microstructure en proposant une stratégie d'homogénéisation à plusieurs échelles. Un premier calcul est réalisé à l'échelle de fibres pour déterminer les propriétés homogénéisées des fils. Un second calcul réalisé à l'échelle des fils sert à déterminer les propriétés du composite. L'endommagement est pris en compte à l'échelle mésoscopique en réduisant la rigidité des éléments rompus.

Une approche différente est proposée par [GUI 96; LAM 98]. Ces auteurs simulent le comportement d'une cellule bi-dimensionnelle en traction ou en flexion. La fissuration de

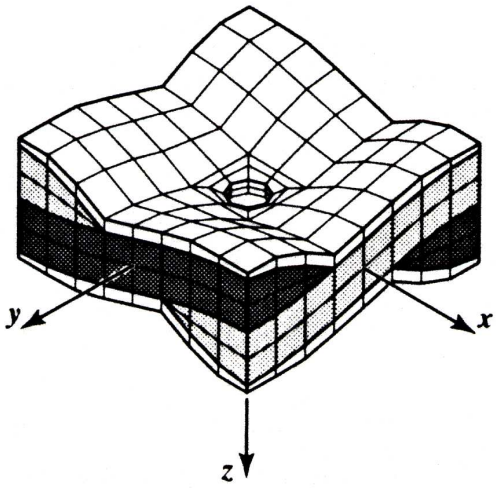


FIGURE 2.5 – Modélisation EF d'une cellule élémentaire de CMC. D'après [KUH 00].

la matrice inter-fil ainsi que les décohésions interfaciales sont introduites dans le maillage en dédoublement des noeuds. Leur apparition est pilotée par une loi statistique multiaxiale de type valeurs extrêmes. L'effet de la fissuration intra-fil est décrite par une diminution des propriétés locales autour de la fissure.

Compte tenu de la difficulté à générer un modèle EF d'un renfort complexe, les différents modèles numériques évoqués n'ont été utilisés que pour des renforts simples, de type taffetas et satin, soumis à des chargements de traction monotone dans les axes du renfort. Les maillages générés restant relativement grossiers, l'introduction de l'endommagement sous forme de réduction de la rigidité des éléments du maillage peut également se révéler problématique. La localisation de l'endommagement est alors fortement dépendante du maillage utilisé. Certes, les modes d'endommagement obtenus semblent qualitativement en accord avec les observations expérimentales [ZAK 03], mais aucune confrontation avec une courbe de comportement n'est présentée. Enfin, mis à part dans [LAM 98], aucune approche ne prend explicitement en compte les décohésions interfaciales qui jouent pourtant un rôle prépondérant dans le processus d'endommagement.

2.3. Approche multiéchelle « Discrete Micro Damage » (DMD)

2.3.1. *Vers une approche multiéchelle basée sur une modélisation discrète de l'endommagement*

Si l'on dresse un rapide bilan des différentes méthodologies de modélisation évoquées par rapport aux attentes énoncées en introduction, on constate qu'aucune approche, macroscopique ou spécifique au renfort textile, ne permet d'atteindre complètement les objectifs souhaités. Le cadre de la mécanique des milieux continus permet d'obtenir une modélisation de bonne qualité, robuste numériquement et facile à implanter dans un code de calcul. Les modèles développés dans ce cadre souffrent néanmoins des problèmes inhérents à ce

type de modélisation : manque de signification physique des variables d'endommagement, difficultés d'identification, etc.

Les méthodes développées spécifiquement pour les tissés, plus orientées « matériaux » que « mécanique » ne permettent pas quant à elles d'obtenir véritablement de loi de comportement utilisable en calcul de structure. Les approches analytiques et micromécaniques se bornent généralement à une estimation des propriétés élastiques initiales. Les approches numériques permettent de simuler la réponse globale du matériau à une sollicitation simple, mais pas encore d'établir le comportement du matériau dans le cas d'un chargement complexe.

Enfin, hormis pour les approches numériques les plus récentes, le niveau de description de la microstructure reste très insuffisant pour permettre d'établir un lien entre le comportement des constituants élémentaires et le réponse macroscopique du matériau.

Les différentes observations et données expérimentales montrent clairement que les relations endommagement/comportement sont des problèmes de nature multiéchelle. Les mécanismes élémentaires d'endommagement (fissuration matricielle et décohésion interfaciale) se produisent aussi bien à l'échelle micro, celle des constituants élémentaires (fibre/matrice), qu'à l'échelle du renfort tissé. Le processus d'endommagement qui se produit aux échelles micro et méso se traduit au niveau du comportement par une modification des caractéristiques mécaniques à l'échelle macro.

Une stratégie de modélisation idéale consisterait à pouvoir combiner la robustesse et l'efficience numérique des modèles macroscopiques avec les possibilités de description et de modélisation géométrique des méthodes numériques. Autrement dit, mettre en place une modélisation dans un cadre macroscopique mais dont les ingrédients (en particulier les variables d'endommagement) seraient issus d'une description microscopique des constituants élémentaires et des mécanismes d'endommagement. Des stratégies de modélisation multiéchelles, utilisant une description fine et discrète des mécanismes d'endommagement, ont récemment été développées pour les composites stratifiés [LAD 01; LAD 02; LAD 03; HUC 05; MAR 05]. Ces approches reposent en particulier sur le calcul par éléments finis de l'effet de l'endommagement sur les propriétés du matériau (Figure 2.6). Elles établissent ainsi un pont « micro-méso » entre des variables micro discrètes décrivant les mécanismes d'endommagement et des variables d'endommagement méso (ou macro) plus classiquement définies. Ces stratégies de modélisation peuvent être vues, d'une certaine façon, comme des extensions numériques des modèles d'inspiration micromécanique développés dans le cadre de la mécanique des milieux continus. La difficulté de ces approches réside alors dans le développement de procédures d'homogénéisation spécifiques permettant de faire remonter les informations de l'échelle micro à l'échelle méso afin de les rendre exploitables en calcul de structure.

La stratégie proposée dans ce travail consiste, comme pour les approches récemment développées pour les stratifiés [HUC 05; MAR 05], à effectuer une étape d'homogénéisation sur des cellules élémentaires endommagées à l'échelle micro afin d'en déduire leurs propriétés équivalentes à l'échelle macro. Le modèle proposé reprend le formalisme des modèles macro développés dans le cadre de la mécanique des milieux continus, mais en

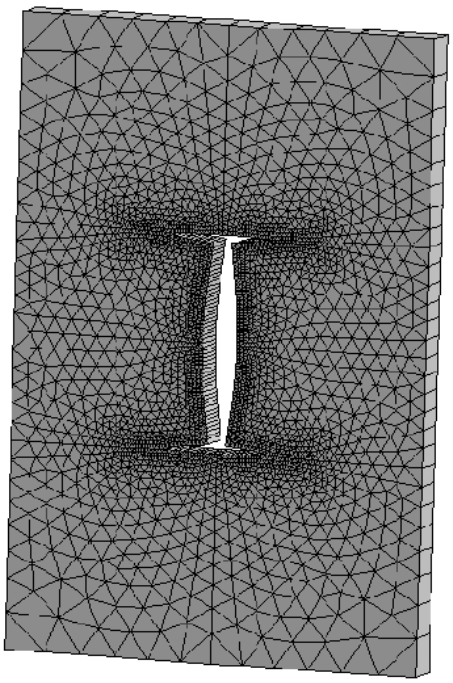


FIGURE 2.6 – Maillage éléments finis utilisé pour estimer l'effet de la fissuration transverse et du délaminage sur le comportement du pli d'un stratifié. D'après [HUC 05].

utilisant des variables d'endommagement définissant l'état physique de l'endommagement à l'échelle micro.

Ce travail s'inscrit dans la suite des travaux de Caiazzo et Costanzo [COS 96]. Ces auteurs ont développé, dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles, une stratégie d'homogénéisation générique pour la prise en compte de l'endommagement sous forme discrète [CAI 00; CAI 01]. L'approche **Discrete Micro Damage** (DMD) développée ici reprend la philosophie de la démarche proposée dans [CAI 00] en l'adaptant au cas tridimensionnel complexe des composites tissés.

2.3.2. *Construction du modèle d'endommagement*

2.3.2.1. *Rappel : cadre thermodynamique de la mécanique des milieux continus*

La stratégie développée s'inscrit dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles à variables internes qui constitue un cadre théorique permettant de décrire les comportements élastique, plastique, viscoplastique et endommagé des matériaux solides [HAL 75; GER 80; LEM 85].

L'hypothèse de base de la thermodynamique des processus irréversibles est celle de l'état local, qui suppose que l'état thermodynamique d'un point matériel ne dépend que de la valeur des variables d'état en ce point. Les dérivées temporelles de ces variables n'intervenant pas pour définir l'état, cette hypothèse implique en outre que toute évolution peut être

considérée comme une succession d'état d'équilibre. Autrement dit, les temps permettant au système de se retrouver à un état d'équilibre sont négligeables par rapport aux durées caractéristiques des phénomènes mis en jeu dans l'évolution de l'état du matériau.

C'est par le choix de la nature et du nombre de variables d'état que les phénomènes physiques impliqués seront plus ou moins bien décrits. On distingue également, les variables observables, auxquelles on peut accéder expérimentalement (la température T, la déformation totale ε), et les variables internes V_k, non mesurables directement.

La thermodynamique des processus irréversibles postule l'existence d'un potentiel thermodynamique Ψ, fonction des variables observables et des variables internes, duquel dérive les lois d'état :

$$\Psi = \Psi(\varepsilon, T, V_k). \tag{2.1}$$

Le respect du second principe de la thermodynamique s'exprime à travers l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$\Omega = \Phi_i + \Phi_{th} \geq 0 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \Phi_i = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\varepsilon} - \rho(\dot{\Psi} - sT) \\ \Phi_{th} = \vec{q}\dfrac{\vec{\nabla} T}{T} \end{cases} \tag{2.2}$$

qui fait le bilan local de la dissipation intrinsèque volumique Φ_i et de la dissipation thermique Φ_{th}. Les lois d'état s'obtiennent alors par dérivation du potentiel thermodynamique par rapport aux variables internes :

$$\boldsymbol{\sigma} = \rho\frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} \quad ; \quad s = \frac{\partial \Psi}{\partial T} \quad ; \quad A_k = -\rho\frac{\partial \Psi}{\partial V_k}, \tag{2.3}$$

ce qui permet de définir les forces thermodynamiques A_k associées aux variables internes V_k. On retrouve également la définition de la contrainte $\boldsymbol{\sigma}$ comme la variable duale de la déformation ε.

Pour établir les lois d'évolution des variables internes, la TPI postule également l'existence d'un pseudo-potentiel, ou potentiel complémentaire, de dissipation Φ^*, fonction des forces thermodynamiques associées. Les lois d'évolution se définissent alors par :

$$\dot{V}_k = -\rho\frac{\partial \Phi^*}{\partial A_k} \quad ; \quad \frac{\dot{\vec{q}}}{T} = -\frac{\partial \Phi^*}{\partial \vec{\nabla} T}. \tag{2.4}$$

La description complète d'un loi de comportement écrite dans le cadre de la TPI se résume à la détermination des deux potentiels Ψ et Φ^*.

2.3.2.2. *Variables internes et forces thermodynamiques*

L'idée de base de la stratégie développée ici est de relier quantitativement la description microstructurale de l'endommagement aux modifications des propriétés mécaniques du matériau. En d'autres termes, on souhaite obtenir une relation du type :

$$\mathbf{C} = f(d_1, \ldots, d_n) \tag{2.5}$$

où $\mathbf{C}$ est le tenseur des rigidités du matériau, et $(d_1,\ldots,d_n)$ un ensemble de variables microstructurales décrivant l'état d'endommagement (i.e densité de fissures, surface décohérée, etc.). L'approche la plus naturelle est alors de choisir directement comme variables internes les variables de description physique de l'endommagement $(d_1,\ldots,d_n)$.

Pour une écriture en déformation (i.e où ε est la variable observable), le potentiel thermodynamique s'exprime alors sous la forme de l'énergie libre d'Helmholtz :

$$\begin{aligned} 2\rho\Psi &= \varepsilon^e : \tilde{\mathbf{C}}(d) : \varepsilon^e \\ &= \left(\varepsilon - \varepsilon^{th}\right) : \left(\mathbf{C}^0 - \mathbf{D}(\mathbf{d})\right) : \left(\varepsilon - \varepsilon^{th}\right) \end{aligned} \tag{2.6}$$

avec $\mathbf{C}^0$ le tenseur des rigidités initiale, $\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{C}^0 - \mathbf{D}(\mathbf{d})$ le tenseur élastique effectif, $\mathbf{D}(\mathbf{d})$ le tenseur d'effet de l'endommagement, fonction des variables d'endommagement micro $\mathbf{d} = (d_1,\ldots,d_n)$, ε le tenseur des déformations totales et ε^{th} le tenseur des déformations d'origine thermique.

Le tenseur $\mathbf{D}(\mathbf{d})$ rend compte de la perte de rigidité provoquée par un état d'endommagement micro décrit par l'ensemble des variables $\mathbf{d} = (d_1,\ldots,d_n)$. C'est donc à travers le calcul de ce tenseur que le passage micro-macro déjà évoqué est obtenu.

REMARQUE.– Le formalisme employé pour l'écriture du modèle d'endommagement reprend en grande partie les notations proposées dans le modèle ODM [CAR 03] développé à l'ONERA.

On choisit d'écrire les composantes de $\mathbf{D}$ sous la forme

$$D_{ij} = h_{ij}(\mathbf{d}) C^0_{ij} \tag{2.7}$$

où $h_{ij}(\mathbf{d})$ représente la perte de rigidité relative de la composante (i,j) pour l'état d'endommagement décrit par $\mathbf{d}$.

Les lois d'états définissant le tenseur des contraintes σ et les forces thermodynamiques y_i prennent alors la forme suivante :

$$\sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} = \left(\mathbf{C}^0 - \mathbf{D}(\mathbf{d})\right) : \left(\varepsilon - \varepsilon^{th}\right) \tag{2.8}$$

$$y_i = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial d_i} = \frac{1}{2}\left(\varepsilon - \varepsilon^{th}\right) : \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{d})}{\partial d_i} : \left(\varepsilon - \varepsilon^{th}\right) \tag{2.9}$$

Afin de ne permettre le développement de l'endommagement qu'en traction, les forces thermodynamiques sont réécrites sous la forme :

$$y_i = \frac{1}{2}\left\langle \varepsilon - \varepsilon^{th} \right\rangle^+ : \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{d})}{\partial d_i} : \left\langle \varepsilon - \varepsilon^{th} \right\rangle^+ \tag{2.10}$$

en introduisant $\langle \mathbf{X} \rangle^+$ la partie positive de la décomposition spectrale du tenseur $\mathbf{X}$ [1].

1. Si $\mathbf{X} = V\Lambda V^{-1}$ avec Λ la matrice des valeurs propres $\lambda_i, i = 1,\ldots,n$ de $\mathbf{X}$, alors $\langle \mathbf{X} \rangle^+ = V \langle \Lambda \rangle V^{-1}$ où $\langle \Lambda \rangle = diag[\langle \lambda_1 \rangle, \ldots, \langle \lambda_n \rangle]$ et $\langle x \rangle = x$ si $x > 0$ et $x = 0$ sinon.

2.3.2.3. *Prise en compte du caractère unilatéral de l'endommagement*

Les observations expérimentales nous ont montré précédemment que l'endommagement pouvait être désactivé en compression et le module élastique initial restitué. Si l'effet de l'endommagement sur les propriétés du matériaux est masqué, l'intégrité du matériau n'est pas pour autant restaurée : les fissures sont partiellement refermées, mais le taux de fissuration ne diminue pas. Il s'agit du caractère unilatéral du dommage (Figure 2.7).

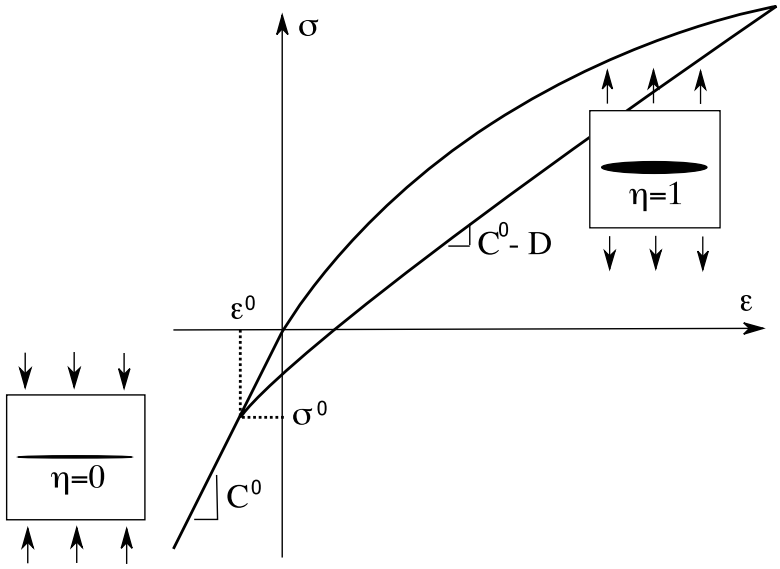


FIGURE 2.7 – Illustration du caractère unilatéral du dommage

Pour pouvoir prendre en compte cet effet, on introduit une nouvelle variable η_i qui décrit l'état actif ou passif du dommage d_i. Si la sollicitation imposée ouvre les fissures, le dommage d_i est actif et $\eta_i = 1$. Inversement, lorsque la sollicitation referme les fissures, le dommage est passif et $\eta_i = 0$.

Cet index de refermeture peut se mettre sous la forme :

$$\eta_i = H(\vec{n}_i.(\varepsilon - \varepsilon_0).\vec{n}_i) \tag{2.11}$$

en introduisant $H(.)$ la fonction d'Heavyside, $\vec{n}_i$ la direction normale à la fissure i, et ε_0 la déformation au moment de la refermeture. Dans le cas du matériau CMC considéré ici, cette déformation ε_0 correspond à la déformation du point de concours en compression.

L'état d'endommagement du matériau est toujours décrit par le vecteur de variables micro $\mathbf{d} = (d_1, \ldots, d_n)$, mais le calcul de l'effet de l'endommagement utilise maintenant l'endommagement effectif $\tilde{\mathbf{d}} = (\eta_1 d_1, \ldots, \eta_n d_n)$ avec :

$$D_{ij} = D_{ij}(\tilde{\mathbf{d}}) = h_{ij}(\eta_1 d_1, \ldots, \eta_n d_n) C^0_{ij} \quad . \tag{2.12}$$

L'introduction complète du caractère unilatéral du dommage reste encore aujourd'hui un problème ouvert, en particulier concernant son admissibilité thermodynamique [CHA 06]. La prise en compte correcte de la refermeture des fissures en cisaillement nécessite soit l'introduction de déformations « stockées » [CHA 02], soit la modélisation complète du frottement des lèvres de fissures [HAL 98; PEN 01]. Afin de conserver une formulation simple du modèle de comportement, on fait le choix de ne pas refermer les termes de cisaillement, quitte à ne décrire que partiellement la refermeture des fissures en présence de cisaillement (cf. Section 7.6.2 par exemple). Par la suite, seuls les termes $\mathbf{D}_{ij}$ pour $(i,j) = 1\ldots3$ seront calculés avec l'endommagement effectif.

Il est alors nécessaire de redéfinir le potentiel thermodynamique qui se met maintenant sous la forme :

$$\begin{aligned} 2\rho\Psi = &\left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^0 - \boldsymbol{\varepsilon}^{th}\right) : \tilde{\mathbf{C}} : \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^0 - \boldsymbol{\varepsilon}^{th}\right) \\ &+ \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^0 - \boldsymbol{\varepsilon}^{th}\right) : \tilde{\mathbf{C}}^0 : \boldsymbol{\varepsilon}^0 + \boldsymbol{\varepsilon}^0 : \tilde{\mathbf{C}}^0 : \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^0 - \boldsymbol{\varepsilon}^{th}\right), \end{aligned} \tag{2.13}$$

en introduisant

$$\tilde{\mathbf{C}}^0 = \left(\mathbf{C}^0 - \mathbf{D}(\tilde{\mathbf{d}}^{\mathbf{0}})\right) \quad , \tag{2.14}$$

et

$$\tilde{\mathbf{C}} = \left(\mathbf{C}^0 - \mathbf{D}(\tilde{\mathbf{d}})\right) \quad , \tag{2.15}$$

en notant $\tilde{\mathbf{d}}^{\mathbf{0}}$ l'endommagement effectif initial. La contrainte se réécrit sous la forme :

$$\boldsymbol{\sigma} = \tilde{\mathbf{C}} : \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th}\right) + \left(\tilde{\mathbf{C}}^0 - \tilde{\mathbf{C}}\right) : \boldsymbol{\varepsilon}^0 \quad . \tag{2.16}$$

2.3.2.4. *Lois d'évolution*

L'écriture exacte du potentiel complémentaire de dissipation Φ^* est le plus souvent impossible. On introduit à la place une fonctionnelle F indicatrice du pseudo-potentiel de dissipation définie par :

$$d_i = \sup_{\tau<t}[F_i(d_i, y_i(d_i))] \tag{2.17}$$

Pour des chargements quasi-statiques, on considère que les variables d'endommagement ne dépendent que des maxima des forces thermodynamiques.

$$d_i = f_i(\bar{y}_i) \quad \text{avec} \quad \bar{y}_i|_t = \sup_{\tau<t}(y_i|_\tau, \tau \leq t) \quad . \tag{2.18}$$

Les lois d'évolution sont alors choisies sous la forme :

$$d_i = f(y_i) = d_i^0 + \left(d_i^c - d_i^0\right)\left(1 - \exp\left(-\left(\frac{\sqrt{\bar{y}_i} - \sqrt{y_i^0}}{\sqrt{y_i^c}}\right)^{p^i}\right)\right) \tag{2.19}$$

où y_i^0 et y_i^c sont respectivement les seuils d'endommagement initial et critique.

On obtient ainsi un modèle macro dont les variables internes reflètent de manière directe et quantitative l'état d'endommagement micro du matériau. L'effet de l'endommagement sur les propriétés mécaniques est donné à travers le tenseur $\mathbf{D}(\mathbf{d})$ qui relie effectivement un état d'endommagement micro décrit par $\mathbf{d} = (d_1, \ldots, d_n)$ au tenseur effectif des rigidités $\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{C}^0 - \mathbf{D}(\mathbf{d})$.

2.3.3. *Stratégie numérique d'identification du modèle*

Comme évoqué précédemment, l'identification du modèle nécessite la détermination du potentiel thermodynamique et du pseudo-potentiel de dissipation. Le potentiel thermodynamique (cf. Eq. 2.6) dépend du chargement ε imposé par l'essai et du tenseur d'effet du dommage $\mathbf{D}(\mathbf{d})$. Les fonctions d'endommagement F_i, qui peuvent se mettre également sous la forme $d_i = f_i(y_i)$, sont des fonctions de forces thermodynamiques y_i, elles-mêmes dépendant de la dérivée du tenseur $\mathbf{D}(\mathbf{d})$. Il apparaît clairement que la détermination des potentiels reposent en très grande partie sur l'évaluation du tenseur d'effet du dommage $\mathbf{D}(\mathbf{d})$.

La stratégie proposée par [CAI 00], et reprise ici, est d'estimer le tenseur $\mathbf{D}(\mathbf{d})$ à partir de calculs par éléments finis sur une cellule élémentaire représentative du matériau dans laquelle l'endommagement est introduit de manière discrète (Figure 2.8).

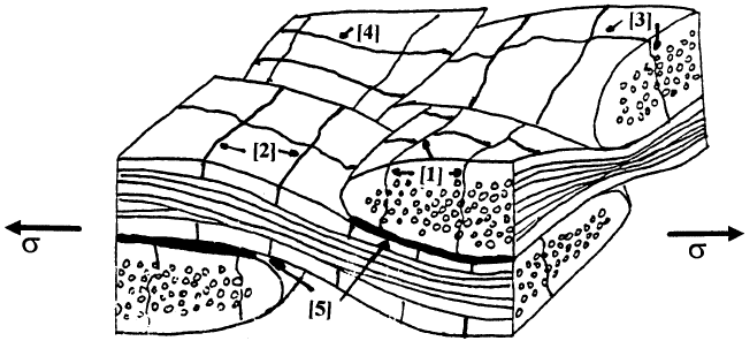


FIGURE 2.8 – Représentation schématique d'une cellule élémentaire d'un tissé CMC et ses modes d'endommagement. D'après [BOI 01].

En pratique, on se donne un nombre fini de configurations d'endommagement, physiquement réalistes, chacune définie par un n-uplet $(d_1, \ldots, d_n)$. Pour chacune de ces configurations, on introduit l'endommagement micro de manière discrète dans la cellule en génèrant des fissures au sein du maillage éléments finis. Les propriétés effectives de la cellule endommagée sont alors évaluées numériquement par homogénéisation périodique. Les cinétiques d'endommagement sont quant à elles identifiées par méthode inverse à partir d'un essai de traction. A terme, il serait préférable, dans le cadre d'une modélisation multiéchelle, de pouvoir les identifier également de manière numérique. Cependant, compte tenu de la complexité de la microstructure du matériau et du nombre de mécanismes d'endommagement, il nous a paru plus raisonnable dans une première étape de se concentrer uniquement sur l'évaluation numérique de l'effet de l'endommagement.

Dans les travaux précédents sur les stratifiés [HUC 05; MAR 05], les microstructures représentatives restaient géométriquement simples (par exemple, Figure 2.6), et le nombre de modes d'endommagement limité. La mise en oeuvre numérique de l'étape d'homogénéisation était alors relativement immédiate. L'adaptation de cette démarche au cas plus complexe des composites à renfort tissés ne vas pas, par contre, sans poser un certain nombre de difficultés numériques et de modélisation. La première difficulté est posée par la complexité géométrique de la microstructure des tissés, en particulier dans le cas de renforts épais, comme ceux de nos matériaux.

Il faut en premier lieu être capable d'en définir une cellule élémentaire représentative, géométriquement puis numériquement. Autrement dit, il est nécessaire d'établir un modèle géométrique capable de rendre compte de la microstructure du composite, et par la suite, de générer à partir de ce modèle, un maillage éléments finis adapté au calcul. Il est également nécessaire d'être en mesure de générer de façon automatique les fissures au sein du maillage pour les différents modes d'endommagement envisagés, en introduisant en particulier les décohésions interfaciales. Enfin, une fois le maillage de la cellule endommagée obtenu, il faut pouvoir effectuer efficacement le calcul des propriétés effectives par homogénéisation périodique, et ce avec un temps de calcul raisonnable. Une stratégie numérique de résolution adaptée est donc également nécessaire. Chacun de ces points nécessite le développement d'outils numériques spécifiques qui sont présentés dans la deuxième partie de ce manuscrit.

DEUXIÈME PARTIE

Outils numériques pour la modélisation multiéchelle des matériaux composites tissés

Chapitre 3

Modélisation et maillage de cellules élémentaires à l'échelle microscopique

Ce chapitre présente une méthodologie de caractérisation et de modélisation de la microstructure d'un fil de matériau composite. L'arrangement des fibres dans la matrice est tout d'abord caractérisé par analyse d'image. A partir de ces informations, des cellules élémentaires possédant un nombre réduit de fibres sont reconstruites par une méthode d'optimisation. La représentativité géométrique et mécanique de ces cellules est ensuite étudiée.

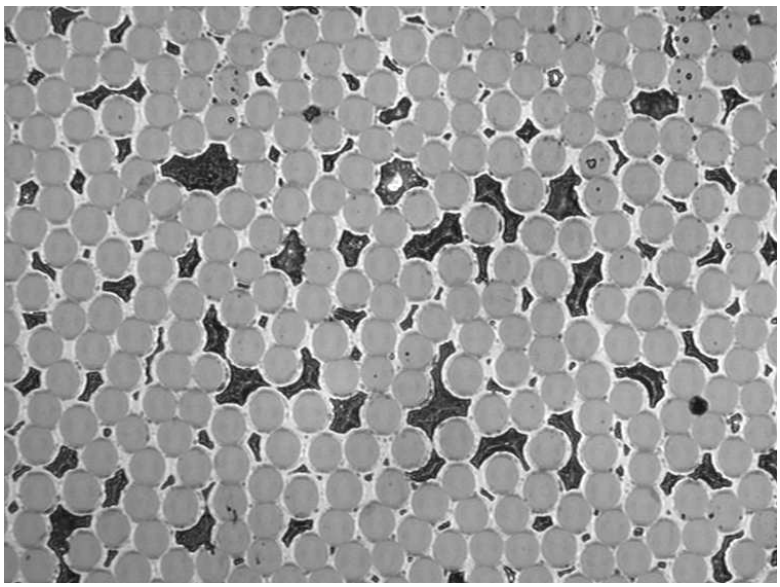
3.1. Caractérisation morphologique d'un fil

Comme le montre la Figure 3.1, l'arrangement des fibres au sein d'un fil est très désordonné pour un CMO ou un CMC. Comme il est probable que les propriétés locales sont largement influencées par les distances locales interfibres, les modélisations basées sur un arrangement parfait des fibres (arrangement carré ou hexagonal) ne sont pas capables de prendre en compte cette variabilité et restent donc très insuffisantes. Il est alors nécessaire de caractériser le « désordre » dans l'arrangement des fibres pour déterminer la taille minimale d'un volume élémentaire représentatif (VER).

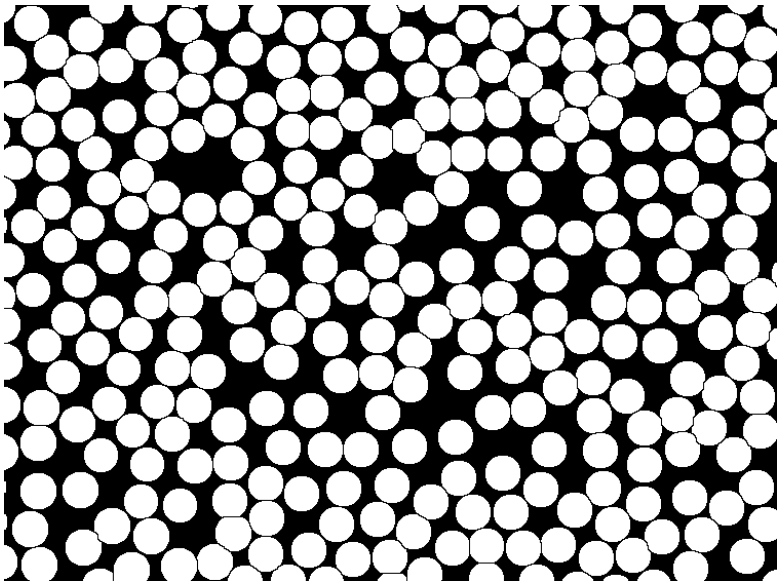
L'agencement spatial d'une microstructure hétérogène, ses échelles et leur superposition éventuelles, peuvent être caractérisés par analyse d'image, et en particulier en introduisant la notion de covariance [JEU 01]. La covariance $Cov(x,x+h)$ se définit par la probabilité que deux points matériels x et $x+h$ séparés par une distance h appartiennent à un même phase r :

$$Cov(x,x+h) = P\{x \in r, \quad x+h \in r\} \tag{3.1}$$

Lorsqu'on dispose d'une image binarisée de la microstructure, obtenue par seuillage de la phase considérée (ici, nous nous intéressons à l'arrangement des fibres, voir Figure 3.1b), la covariance peut être estimée à partir de la transformée de Fourier de l'image [TOR 02].



(a) Micrographie représentative d'un fil de CMC.



(b) Image binarisée obtenue par seuillage des fibres.

FIGURE 3.1 – Arrangement des fibres dans un fil de CMC.

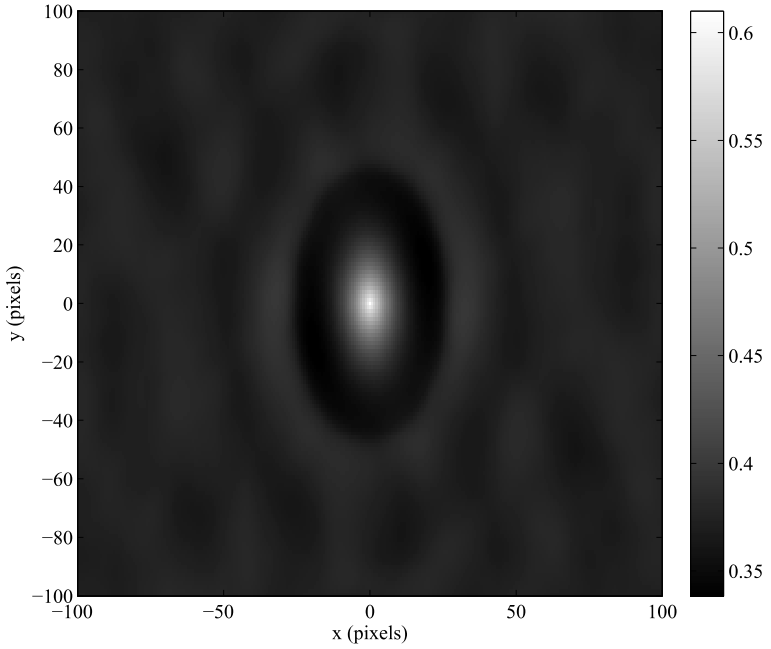


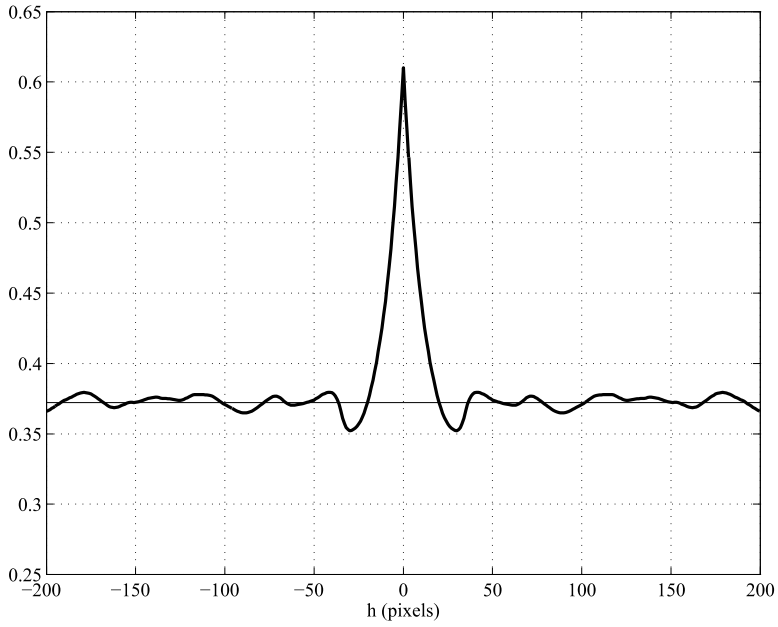
FIGURE 3.2 – Norme de la transformée de Fourier de la micrographie binarisée d'un fil CMC.

En pratique, elle se calcule comme la norme de la transformée de Fourier (ou spectre de puissance) de l'image considérée (Figure 3.2).

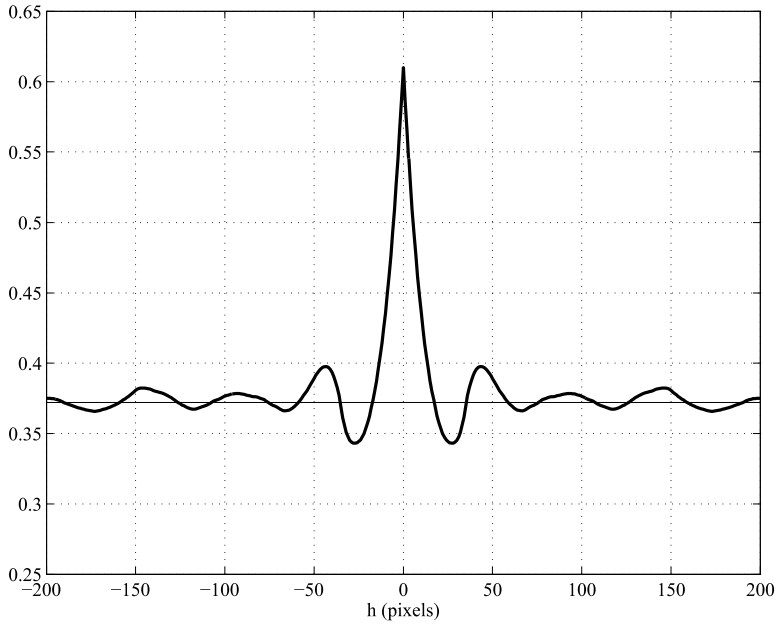
Les principales propriétés de la covariance sont [JEU 01] : (i) par définition, la covariance pour $h = 0$ est égale à la fraction volumique de la phase r : $C(0) = v_r$, (ii) la covariance d'un ensemble stationnaire atteint un palier égal au carré de la fraction volumique de la phase r : $C(\infty) = {v_r}^2$, (iii) la présence de plusieurs échelles (amas, accumulation d'amas, etc.) se manifeste par des inflexions de la covariance, (iv) la périodicité de la microstructure se manifeste par une périodicité de la covariance.

De plus, si la covariance $C(h)$ atteint son palier asymptotique pour une distance finie a, alors a est une longueur caractéristique de la structure qui mesure la taille statistiquement représentative d'un VER [JEU 01]. Dans le cas du CMC (Figure 3.3), le palier est atteint pour $h \approx 75$ pixels, soit environ 12 rayons de fibres. Compte tenu de la fraction volumique de fibres $v_f = 0.6$, le VER géométrique est composé d'approximativement 30 fibres.

L'étude de la covariance d'une microstructure permet donc de caractériser simultanément la fraction volumique moyenne de la phase considérée, son arrangement morphologique, les distances caractéristiques de la microstructure (distance moyenne entre les fibres, distance entre amas locaux de fibres). Elle permet également de définir une taille de VER géométrique à considérer pour être statistiquement représentatif.



(a) Covariance dans la direction x



(b) Covariance dans la direction y

FIGURE 3.3 – Covariance de la micrographie d'un fil CMC dans les directions x et y.

3.2. Construction de cellules élémentaires périodiques par optimisation de la covariance

L'étude de la covariance permet donc de déterminer la taille minimale d'un VER géométrique. Dans la pratique, cette taille peut se révéler encore trop importante pour pouvoir réaliser des études par éléments finis sur le VER complet. Une solution classique consiste alors à considérer des cellules de taille inférieure à celle du VER géométrique, soit extraites de micrographies de la microstructure réelle [TRI 06b], soit des cellules générées aléatoirement en se recalant sur la fraction volumique moyenne de fibres. Ces méthodes nécessitent cependant de réaliser un grand nombre de calculs pour converger vers une valeur moyenne représentative [KAN 06].

L'idée de l'approche proposée ici, adaptée des travaux de [ZEM 01], est de générer des cellules représentatives en utilisant toute l'information de la covariance, et non pas seulement la fraction volumique moyenne. Le but est alors de construire des cellules élémentaires, de taille inférieure à la taille du VER géométrique, mais dont la covariance reste la plus proche possible de la covariance de la microstructure de référence. On fait l'hypothèse que la topologie de la microstructure complète est dictée par la position des fibres : (i) dans le cas de CMO, la matrice est le complémentaire des fibres, (ii) dans le cas des CMC, l'interphase et la matrice peuvent être considérées comme des dépôts concentriques à partir des fibres, à l'image du mode de fabrication par CVI, la porosité étant la phase laissée vide après le dépôt de la matrice.

3.2.1. *Optimisation de la position des fibres*

Le problème se formule alors comme un problème d'optimisation consistant à trouver la position optimale de N fibres minimisant l'erreur F entre la covariance de la cellule élémentaire et celle de la microstructure de référence :

$$F(\mathbf{x}, H_1, H_2) = \sum_{i=0}^{H_1} \sum_{j=0}^{H_2} (Cov^{ref}(i,j) - Cov(i,j))^2 \tag{3.2}$$

où $\mathbf{x} = \{x^1, y^1, \ldots, x^N, y^N\}$ est un vecteur contenant la position des centres (x^i, y^i) des N fibres, H_1 et H_2 sont les dimensions de la cellule élémentaire.

La position initiale des N fibres est choisie de manière aléatoire dans une cellule de dimension $H_1 = H_2$, telle que la fraction volumique moyenne soit respectée. La covariance de la cellule est évaluée et la fonctionnelle d'erreur est calculée. La position optimale des fibres est ensuite déterminée itérativement (Figure 3.4) grâce à une méthode d'optimisation évolutionnaire précédemment développée au LCTS [1].

Les dimensions H_1 et H_2 sont ensuite optimisées en conservant la position relative des fibres afin d'améliorer éventuellement la qualité de la cellule. Quelques cellules obtenues à partir de la covariance de la Figure 3.1b sont présentées à la Figure 3.5.

1. Il s'agit en fait d'un algorithme génétique hybride développé pour l'identification de lois de comportement non-linéaires [COU 04].

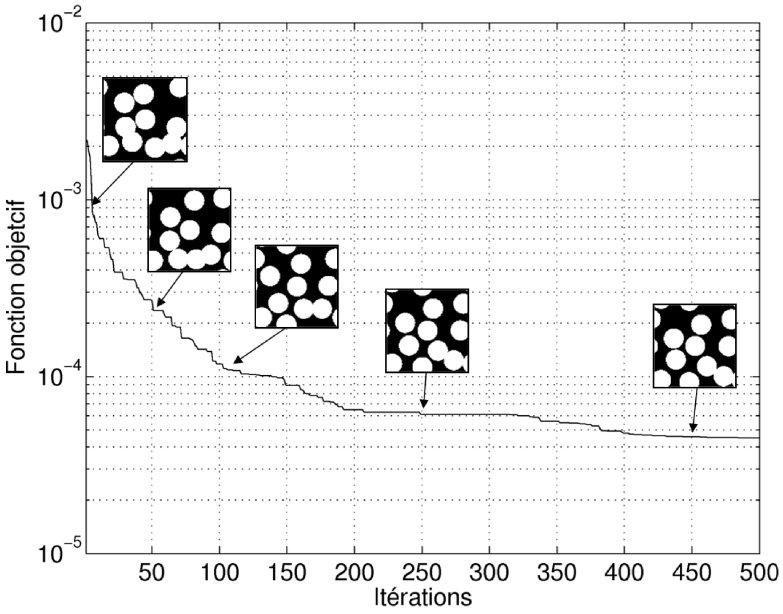
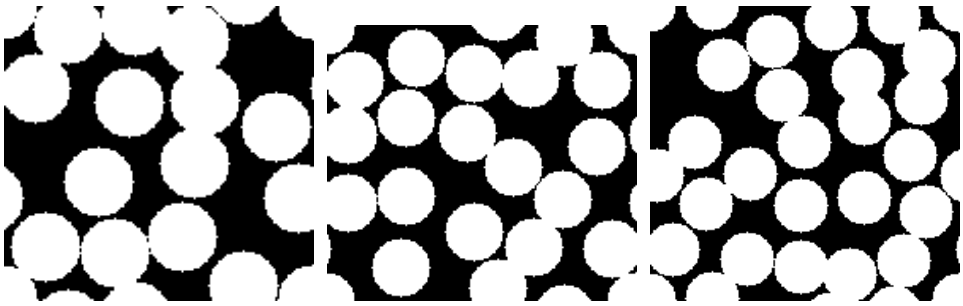


FIGURE 3.4 – Convergence de l'algorithme d'optimisation pour une cellule élémentaire d'un fil CMC.

(a) $N = 2$ fibres (b) $N = 5$ fibres (c) $N = 10$ fibres

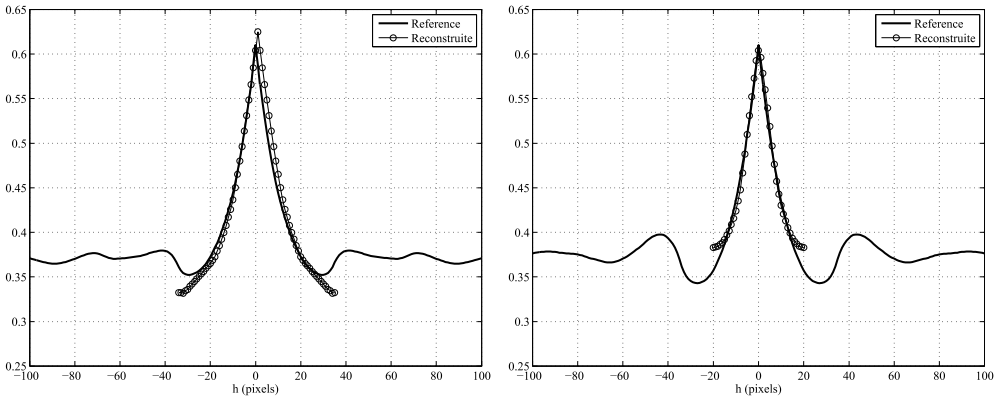


(d) $N = 15$ fibres (e) $N = 20$ fibres (f) $N = 25$ fibres

FIGURE 3.5 – Exemples de cellules élémentaires pour un fil CMC obtenues par optimisation de la covariance.

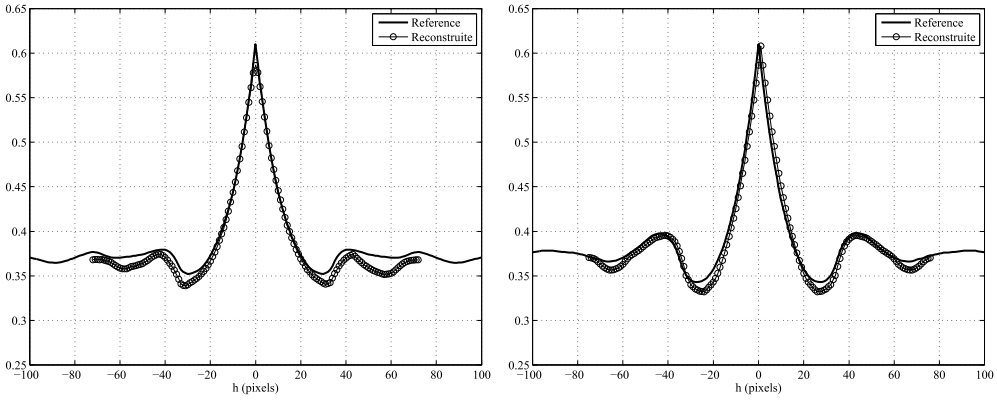
REMARQUE.– Il est intéressant de noter que, par construction, les cellules générées sont périodiques. Ceci permettra par la suite d'appliquer simplement les conditions aux limites périodiques pour l'estimation des propriétés effectives.

Les Figures 3.6 à 3.8 présentent, dans le cas du CMC, une comparaison entre la covariance de la microstructure de référence (Figure 3.1) et celle de cellules élémentaires pour un nombre croissant de fibres.



(a) Covariance suivant la direction x (b) Covariance suivant la direction y

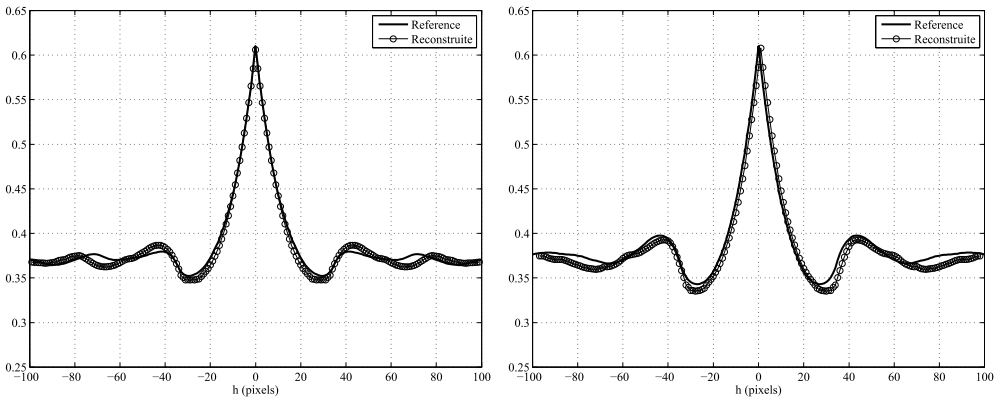
FIGURE 3.6 – Comparaison entre la covariance de la microstructure de référence (matériau CMC) et celle de la cellule élémentaire contenant $N = 2$ fibres.



(a) Covariance suivant la direction x (b) Covariance suivant la direction y

FIGURE 3.7 – Comparaison entre la covariance de la microstructure de référence (matériau CMC) et celle de la cellule élémentaire contenant $N = 15$ fibres.

On remarque tout d'abord que, dans la limite de leur taille, les cellules rendent assez bien compte de la covariance de référence. En particulier, la fraction volumique moyenne, donnée par la valeur de la covariance pour $h = 0$, est identique à la valeur recherchée $v_f = 0.62$. Plus la taille de la cellule est grande, plus elle est capable de rendre compte d'informations



(a) Covariance suivant la direction x (b) Covariance suivant la direction y

FIGURE 3.8 – Comparaison entre la covariance de la microstructure de référence (matériau CMC) et celle de la cellule élémentaire contenant $N = 25$ fibres.

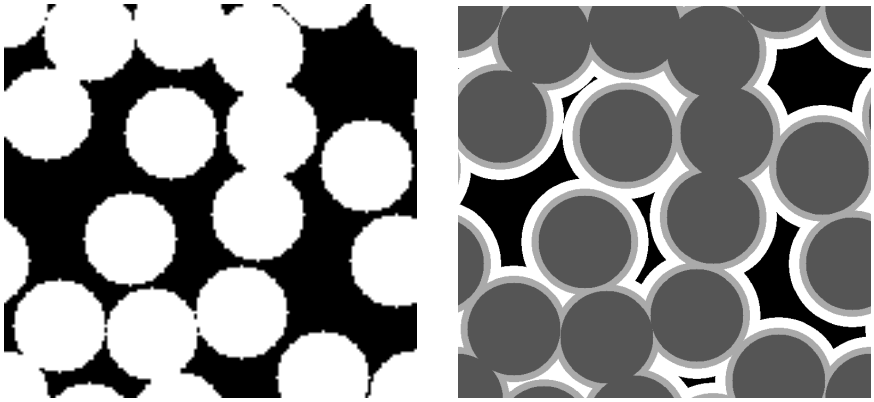
d'ordre élevé, i.e. les différentes fluctuations de la covariance qui correspondent à autant de distances caractéristiques de la microstructure. En augmentant le nombre de fibres, il devient alors possible de prendre en compte, non seulement les distances entre les fibres, mais aussi les distances entre les amas de fibres.

3.2.2. *Reconstruction et maillage de la microstructure complète*

Dans un premier temps, une procédure MATLAB a été développée permettant de générer, à partir de la position optimale des fibres, une image représentative de la microstructure complète (Figure 3.9). Dans le cas des CMC, l'interphase de PyC et la matrice SiC sont modélisés comme des dépôts concentriques à partir de la surface des fibres. Les épaisseurs des dépôts sont choisies à partir de mesures expérimentales, environ 1 μm pour l'interphase et 2.5 μm pour la matrice.

A partir de l'image obtenue, les limites des différentes phases (fibres, interphase, matrice, porosité) sont extraites par analyse d'image. On obtient ainsi une description géométrique des frontières des différentes entités de la microstructure. Un maillage éléments finis est ensuite généré à partir de ce modèle géométrique à l'aide du mailleur bidimensionnel BL2D-V1 [BOR 95] (Figure 3.10).

Des précautions particulières sont prises afin d'assurer la périodicité du maillage. Un premier maillage est généré, puis le maillage est modifié localement afin d'obtenir le même nombre et les mêmes positions de noeuds sur les arrêtes en correspondance. Ceci permet de pouvoir appliquer des conditions limites de type « périodique » pour le calcul des propriétés homogénéisées.



(a) Position des fibres (b) Microstructure reconstruite

FIGURE 3.9 – Reconstruction des différentes phases à partir de la position des fibres au sein d'un fil CMC : interphase (gris clair), matrice (blanc) et porosité (noir).

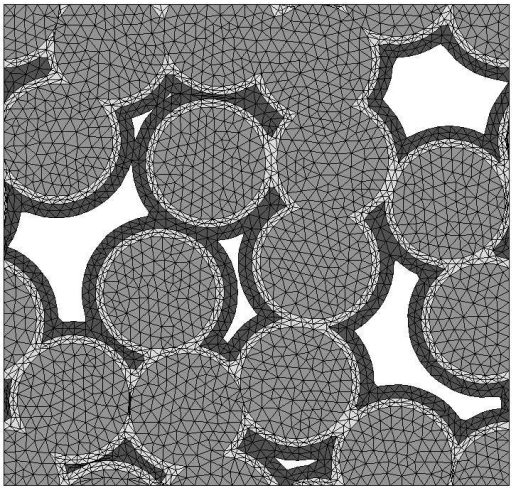


FIGURE 3.10 – Maillage d'une cellule élémentaire périodique d'un fil CMC.

3.3. Représentativité mécanique des cellules élémentaires

L'approche par optimisation de la covariance permet donc de construire des cellules élémentaires périodiques, représentatives de la microstructure de référence, en contrôlant le niveau d'information dont on souhaite rendre compte. Ces cellules sont, par construction, périodiques et géométriquement représentatives de la microstructure de référence. Toutefois, suivant les phénomènes physiques étudiés, la taille minimale d'une cellule représentative mécaniquement peut être différente de celle du VER géométrique. Les travaux de [TRI 06b] ont par exemple montré que dans le cas d'un CMO, la taille caractéristique du VER mécanique pour le calcul des propriétés élastiques était de l'ordre de $\delta = 15r_f$ (avec r_f le rayon d'une fibre), alors que l'estimation des propriétés à rupture nécessitait un VER

de taille $\delta = 100r_f$. Si l'étude de la covariance permet d'estimer une taille de VER géométrique, il est nécessaire de vérifier *a posteriori* que cette taille est suffisante pour que le VER géométrique identifié soit également un VER mécanique. On se propose donc d'estimer dans un premier temps les propriétés élastiques de la microstructure de référence, puis de les comparer à celles obtenues dans le cas de cellules élémentaires.

3.3.1. *Estimation des propriétés élastiques de la microstructure de référence*

La microstructure de référence n'est pas de nature périodique. Il n'est donc pas possible de calculer directement ses propriétés effectives par homogénéisation périodique.

REMARQUE.– Le traitement numérique du problème d'homogénéisation périodique par la méthode des éléments finis sera présenté au Chapitre 6.

Afin de pouvoir estimer malgré tout ses propriétés, nous avons recours à la méthode ECA (Embbeded Cell Approach) utilisée dans [TRI 06a]. Le maillage non-périodique de la microstructure dont on veut obtenir les propriétés est plongé dans un maillage périodique d'un matériau homogène (Figure 3.11).

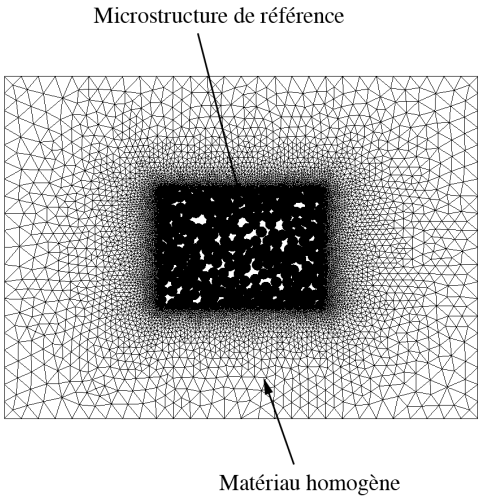


FIGURE 3.11 – Illustration de la méthode ECA

Les propriétés initiales du matériau homogène sont choisies aléatoirement et un calcul d'homogénéisation périodique est réalisé sur le maillage complet. En effectuant les moyennes des contraintes dans la zone centrale pour chacun des chargements élémentaires, on obtient une première estimation des propriétés de la microstructure. Ces propriétés sont ensuite affectées au matériau homogène et la procédure est itérée jusqu'à convergence, i.e. lorsque les propriétés de la zone centrale n'évoluent plus (Figure 3.12). Le matériau homogène a alors les mêmes propriétés effectives que celles de la microstructure de référence. Cette méthode permet ainsi d'estimer indirectement les propriétés élastiques effectives d'une microstructure non-périodique, sans avoir à se préoccuper des effets de bords

	E_l (GPa)	E_t (GPa)	ν_{lt}	ν_{tt}	G_{lt}
Fibre de carbone	220	22	0.12	0.42	4.8
Interphase de PyC	30	12	0.12	0.4	2
Matrice SiC	350	-	0.2	-	-

TABLE 3.1 – Propriétés des constituants élémentaires du matériau 2.5D-C/SiC. D'après [BOB 95].

introduits par des conditions plus classiques de déformations ou de contraintes homogènes au contour.

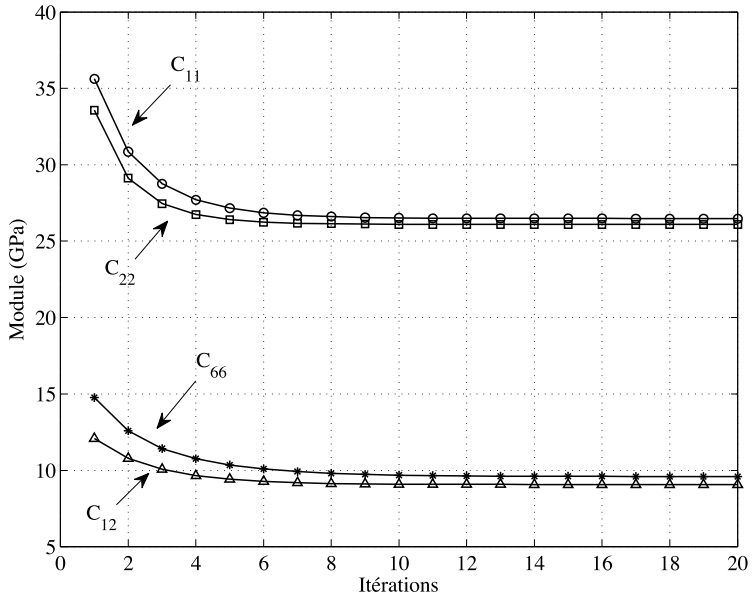


FIGURE 3.12 – Convergence de l'approche ECA

La méthode ECA est mise en oeuvre avec le code de calcul ZéBuLoN. Les propriétés des constituants élémentaires considérées dans ce calcul sont données dans le Tableau 3.1.

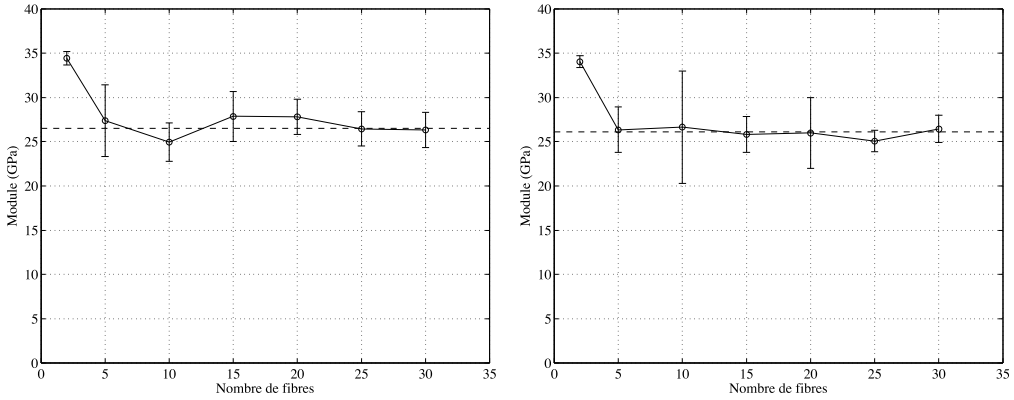
Les propriétés élastiques planes effectives de la microstructure de référence obtenues par la méthode ECA sont les suivantes :

$$C_{11} = 26.5 \text{ GPa} \quad ; \quad C_{22} = 26.1 \text{ GPa} \quad ; \quad C_{12} = 9.1 \text{ GPa} \quad ; \quad C_{66} = 9.4 \text{ GPa}. \qquad (3.3)$$

3.3.2. *Comparaison avec les cellules élémentaires*

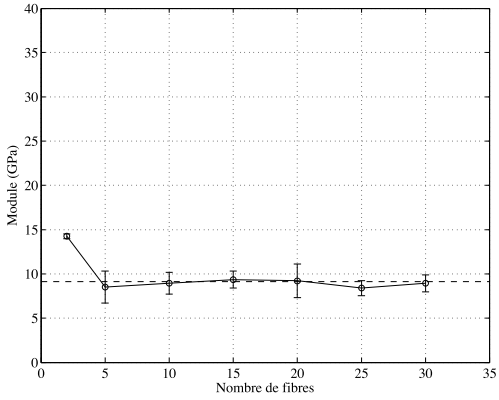
Les propriétés des cellules élémentaires sont maintenant calculées par homogénéisation périodique pour un nombre de fibres croissant. Etant donné que le processus d'optimisation utilisé pour générer les cellules n'est pas déterministe (pour un même nombre de fibres, la configuration finale de la cellule sera légèrement différente à chaque tirage), les propriétés

effectives des cellules sont estimées sur 30 cellules pour un nombre de fibres donné. Les évolutions des modules élastiques effectifs des cellules, en fonction du nombre de fibres, sont présentés à la Figure 3.13 (les propriétés de la microstructure de référence y sont rappelées en pointillés).

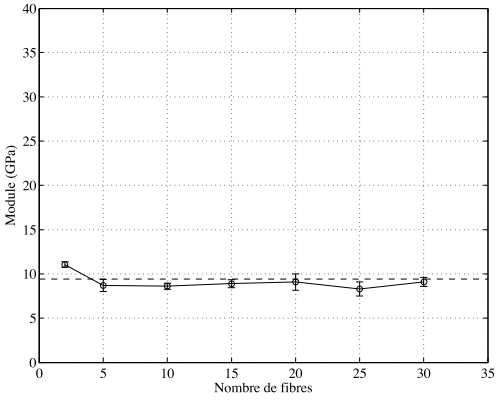


(a) C_{11}

(b) C_{22}



(c) C_{12}



(d) C_{66}

FIGURE 3.13 – Evolution des propriétés élastiques des cellules élémentaires en fonction du nombre de fibres pour un fil CMC.

On constate que les modules calculées à partir des cellules élémentaires convergent rapidement vers les valeurs de référence. Les résultats montrent que l'erreur sur l'estimation des modules devient inférieure à 5% pour un nombre de fibres supérieur à 10. La taille du VER mécanique pour l'estimation des propriétés élastiques est finalement inférieure à la taille du VER géométrique (de l'ordre de 30 fibres). Des cellules élémentaires construites par optimisation de la covariance et contenant de 10 à 30 fibres sont donc suffisantes pour obtenir une estimation correcte des modules de la microstructure réelle.

3.4. Conclusion

Les outils numériques développés dans ce chapitre ont été implantés dans MATLAB. Le programme, nommé GENCELL, permet ainsi (i) de caractériser la morphologie d'une microstructure par analyse de sa covariance, (ii) de déterminer la taille minimale d'un VER géométrique, (iii) de générer des cellules élémentaires périodiques contenant un nombre de fibres donné à partir des informations morphologiques, (iv) de reconstruire une microstructure complète en prenant en compte les différentes phases à partir de la position des fibres et (v) de réaliser automatiquement des maillages éléments finis périodiques des cellules élémentaires.

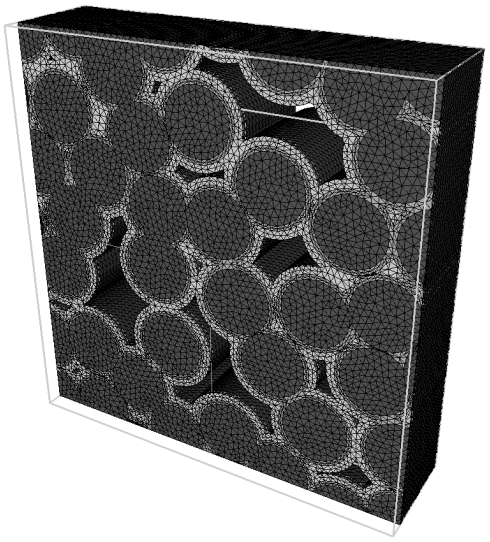


FIGURE 3.14 – Maillage EF d'une cellule élémentaire périodique tridimensionnelle représentative d'un fil CMC.

L'intérêt de disposer de cellules élémentaires périodiques de taille réduite, par rapport à des approches impliquant le maillage complet de la microstructure, est de pouvoir réaliser à moindre coût des calculs éléments finis sur des cellules 3D (Figure 3.14). Ce type de cellules sera en particulier utilisé au Chapitre 7 pour l'estimation des propriétés effectives des fils CMC et le calcul des effets de l'endommagement à l'échelle microscopique (Section 7.3).

Chapitre 4

Modélisation et maillage de cellules élémentaires à l'échelle mésoscopique

Les outils développés et présentés au chapitre précédent permettent de modéliser la microstructure d'un matériau composite tissé à l'échelle micro. Nous nous intéressons maintenant à l'échelle supérieure, celle du renfort tissé. L'objectif de ce chapitre est de proposer une modélisation géométrique capable de décrire des renforts tissés complexes et de développer les outils de maillages spécifiques à ce type de structure.

4.1. Modélisation géométrique du renfort tissé

La modélisation géométrique des renforts tissés est un domaine exploré depuis de nombreuses années puisque les premiers travaux remonte à [PIE 37]. Des améliorations ont depuis été régulièrement proposées (voir par exemple [HIV 05] pour les développements les plus récents). Cependant, la plupart de ces modèles ne sont utilisables que pour des renforts 2D simples de type taffetas ou satin. Les travaux les plus complets sont à mettre à l'actif de Lomov et Verpoest [LOM 00; LOM 01; LOM 07; LOM 02; LOM 06; VER 05] qui ont développé une procédure de modélisation géométrique applicable à une très large gamme de renforts tissés, aussi bien 2D (à base satin) que 3D (multicouche). La modélisation réalisée ici en reprend les principales idées en les appliquant aux spécificités des textures des matériaux étudiés dans ce travail.

4.1.1. *Description du renfort*

La première étape consiste à décrire la topologie du renfort, i.e. la séquence de tissage. Le renfort est décomposé en zones de chaîne (*WaZ*, warp zone), zones de trame (*WeZ* weft zone) et en couches (*L* layer). Chaque zone de trame contient L fils de trame ; les zones de chaîne contiennent *nWaZ* fils de chaine. Les fils de trame sont repérés par un couple (i,k) correspondant au fil de trame de la k-ème couche de la i-ème zone de trame. Similairement, le fil de chaîne (j,l) correspond au l-ème fil de chaine de la j-ème zone de chaine (Figure 4.1).

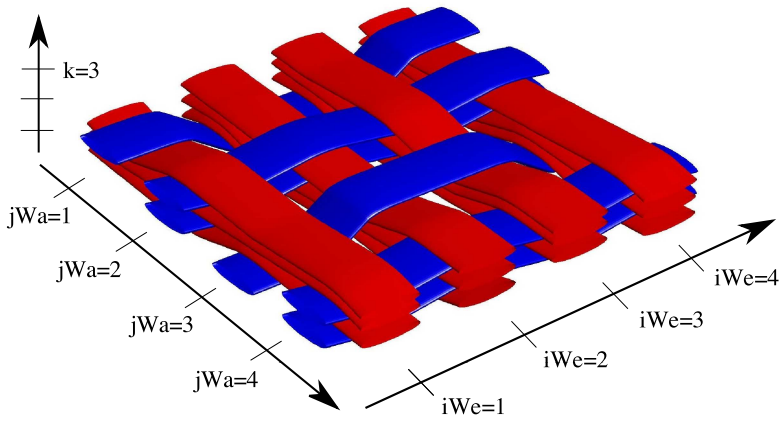


FIGURE 4.1 – Description de la séquence de tissage

La topologie du tissage peut alors être codée sous forme d'une matrice dont l'élément (i, j) donne la couche de l'intersection du i-ème fil de chaîne avec le j-ème fil de trame. Par exemple, les deux fils de la zone de chaine jWa $= 4$ peuvent être représentés par :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Cette convention fournit une description robuste de la majorité des tissages 2D et 3D. La topologie du renfort est complètement définie par le nombre de zones de trame, le nombre de couches, le nombre de zones de chaîne, le nombre de fils de chaîne dans chaque zone de chaîne, et la matrice définissant la séquence de tissage.

4.1.2. *Calcul de la géométrie*

Chaque fil est décomposé en n intervalles élémentaires de longueur p (égale à l'espacement des fils). On suppose que les fils sont de section elliptique, de demi-axe a_1 et a_2. La ligne moyenne du fil est donnée par une fonction $z(x)$. On distingue deux parties pour $z(x)$: les parties où le fil est en contact avec un autre fil, $0 \leq x \leq c_1$ et $c_2 \leq x \leq p$, et une partie libre $c_1 \leq x \leq c_2$ (Figure 4.2). Les parties en contact sont modélisées par un arc d'ellipse, celle libre par un polynôme de degré 3 [1]. Un intervalle élémentaire est caractérisé par sa longueur p, sa hauteur h, et les abscisses des points de contact c_1 et c_2.

Les abscisses des points de contact, ainsi que les coefficients du polynôme sont déterminés en minimisant l'énergie de flexion du fil w sur l'intervalle $[0, p]$:

$$w = \frac{1}{2}\int_{x=0}^{p} B(x)\frac{(z(x))^2}{(1+(z(x)^2)^{\frac{5}{2}}}dx \tag{4.1}$$

1. On souhaite assurer une continuité de la courbure du fil aux points de jonctions, ce qui revient à imposer une continuité $\mathscr{C}^2$

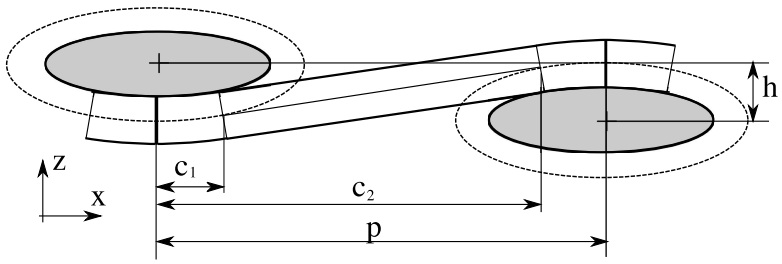
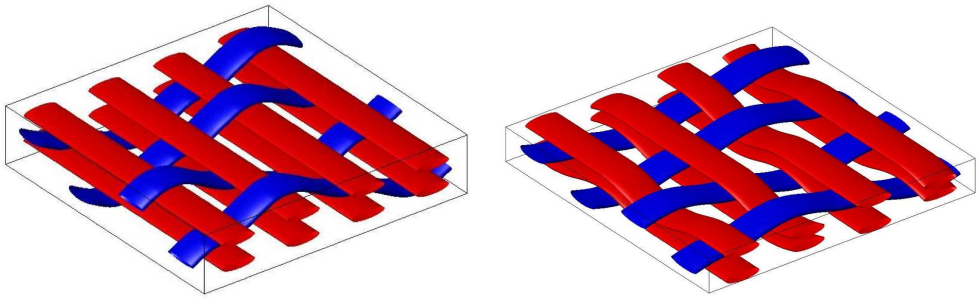


FIGURE 4.2 – Paramétrisation d'un intervalle élémentaire

où $B(x)$ est la rigidité en flexion du fil. Dans le cas où les fils de chaîne et de trame sont identiques, $B(x)$ peut être choisi arbitrairement. En pratique, on choisit $B(x) = 1$.

On suppose initialement que les fils de trame sont rectilignes (Figure 4.3a). A partir de la position des fils de trame et de la séquence de tissage, on en déduit la position des extrémités des n intervalles élémentaires de chaque fil de chaîne. La minimisation de (Eq. 4.1) permet alors d'obtenir la description $z(x)$ de la ligne moyenne des fils de chaîne dans chacun des n intervalles élémentaires.



(a) Configuration initiale (b) Configuration finale

FIGURE 4.3 – Géométrie initiale et finale d'une cellule tissée.

La géométrie finale du renfort s'obtient en minimisant l'énergie totale du renfort

$$W = \sum_{i=1}^{nWa} \sum_{k=1}^{n^i} w_{ik}^{Wa} + \sum_{j=1}^{nWe} \sum_{l=1}^{n^j} w_{jl}^{We} \tag{4.2}$$

où nWa et nWe représentent respectivement le nombres de fils de chaîne et de trame, n^i le nombre d'intervalles élémentaires composant le i-ème fil et w_{ij} l'énergie de flexion du j-ème intervalle élémentaire du i-ème fil.

La minimisation de (Eq. 4.2) équivaut à la résolution du système non-linéaire suivant :

$$\sum_{i=1}^{nWa} \sum_{k=1}^{n^i} \frac{\partial w_{ik}^{Wa}}{\partial h_{Wa}} + \sum_{j=1}^{nWe} \sum_{l=1}^{n^j} \frac{\partial w_{jl}^{We}}{\partial h_{We}} = 0 \tag{4.3}$$

où h_{Wa} et h_{We} sont les hauteurs des intervalles élémentaires.

La hauteur des intervalles des fils de chaîne h_{Wa} étant reliée à la hauteur des fils de trame h_{We} par la topologie du tissage, on obtient un système de N équations à N inconnues (N étant le nombre total d'intervalles élémentaires de fils de trame) dépendant uniquement de la position des extrémités des intervalles élémentaires des fils de trame. Le système (Eq. 4.3) est résolu de manière itérative par une méthode de Newton-Raphson pour obtenir la configuration d'énergie minimale (Figure 4.3b).

Le modèle géométrique et les différentes routines d'optimisation ont été implantés dans MATLAB dans un programme nommé GENTEX. Ce programme permet d'obtenir à partir d'une séquence de tissage et des propriétés géométriques des fils, une description paramétrique des lignes moyennes des fils de chaîne et de trame. Quelques exemples de cellules tissées générées avec GENTEX sont présentées à la Figure 4.4.

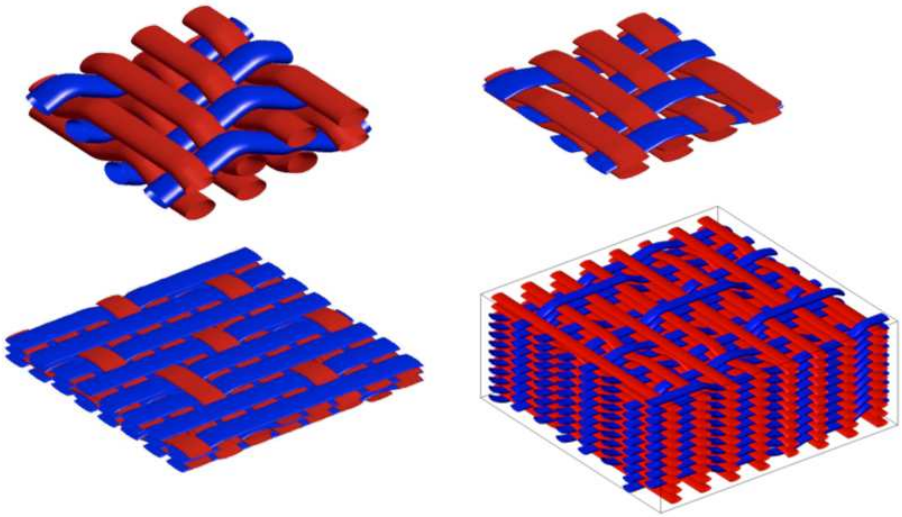


FIGURE 4.4 – Exemples de cellules tissées générées par GENTEX

4.2. Maillage des cellules tissées

L'outil GENTEX permet d'obtenir une description géométrique du renfort tissé. L'étape suivante est la réalisation d'un maillage éléments finis d'une cellule complète, c'est-à-dire du renfort, mais également de la matrice.

Comme évoqué au Chapitre 2, un certain nombre de travaux a utilisé une modélisation par éléments finis d'une cellule élémentaire tissée. Cependant, très peu de ces études détaillent la manière dont est obtenu le maillage éléments finis de la cellule, et se cantonnent le plus souvent à un seul type de cellule de géométrie simple (satin, taffetas). On trouve néanmoins des propositions de méthodologie générale dans [GLA 96; ROB 03] même si ces approches ne sont par la suite appliquées qu'à des exemples simples de renfort 2D. Une description complète des étapes nécessaires au passage du modèle géométrique d'un renfort à un modèle éléments finis adapté au calcul a également été présentée dans

[VER 05; LOM 07]. Dans ces différentes approches, le principe de modélisation est le suivant :

1) à partir des données géométriques du renfort, créer des entités volumiques des fils,
2) mailler les fils,
3) créer une entité volumique de la matrice,
4) mailler la matrice,
5) fusionner les maillages.

Si le principe reste simple, la mise en oeuvre de ces étapes élémentaires dans des cas de renforts complexes est un véritable défi. Les difficultés sont nombreuses, en particulier la gestion des interpénétrations des maillages des fils ou la définition du maillage de la matrice [VER 05].

Les paragraphes suivants proposent une méthode qui se veut suffisamment générale et robuste pour traiter des cas de renfort 3D complexes en considérant des matrices aussi bien de type CMO que CMC.

4.2.1. *Maillage des fils*

4.2.1.1. *Description géométrique*

La première étape consiste à créer un modèle volumique à partir des données géométriques du renfort, à la manière d'un modeleur CAO.

Afin d'avoir une description consistante des différentes entités géométriques (courbes, surfaces), nous utiliserons une description paramétrique des courbes et surfaces de type NURBS [2] [PIE 97] .

Une courbe NURBS $\mathbf{C}(u)$ est définie par :

$$\mathbf{C}(u) = \frac{\sum_{i=0}^{n-p-1} \omega_i B_i^p(u) \mathbf{P}_i}{\sum_{k=0}^{n-p-1} \omega_k B_k^p(u)} \qquad t_{p-1} \leqslant u \leqslant t_{n+1} \tag{4.4}$$

où les $\mathbf{P}_i$ sont les points de contrôle de la courbe, ω_i le poids affecté au point $\mathbf{P}_i$ et $B_i^k(u)$ les fonctions de Cox-de Boor définies par

$$\begin{aligned} B_i^0(u) &= \begin{cases} 1 & \text{si} \quad t_k \leqslant u \leqslant t_{k+1} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \\ B_i^k(u) &= \frac{u - t_i}{t_{i+k} - t_i} B_i^{k-1}(u) + \frac{t_{i+k} - u}{t_{i+k} - t_{i+1}} B_{i+1}^{k-1}(u) \end{aligned} \tag{4.5}$$

2. Non Uniform Rational Basis Spline

L'avantage principal de ce type de représentation, par rapport aux autres formulations classiques (courbes de Bézier, B-Spline, etc.), est qu'elle permet de représenter exactement les quadriques, comme les ellipses. Un exemple de modélisation d'une ellipse par une courbe NURBS est donnée à la Figure 4.5.

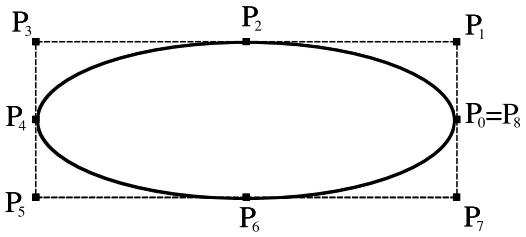


FIGURE 4.5 – Modélisation d'une ellipse par une courbe NURBS

Avec ce même formalisme, on peut également représenter des surfaces paramétrées $\mathbf{S}(u,v)$:

$$\mathbf{S}(u,v) = \frac{\sum_{i=0}^{n-p-1} \sum_{j=0}^{m-q-1} \omega_{ij} B_i^p(u) B_j^q(v) \mathbf{P}_{ij}}{\sum_{k=0}^{n-p-1} \sum_{l=0}^{m-q-1} \omega_{kl} B_k^p(u) B_l^q(v)} \tag{4.6}$$

Les données géométriques discrètes issues du programme GENTEX, ellipses de base de fils et lignes moyennes, sont donc paramétrées en utilisant le formalisme des NURBS. En particulier, les points de contrôle de la courbe interpolant la ligne moyenne des fils sont calculés en utilisant la procédure introduite par [LEE 99].

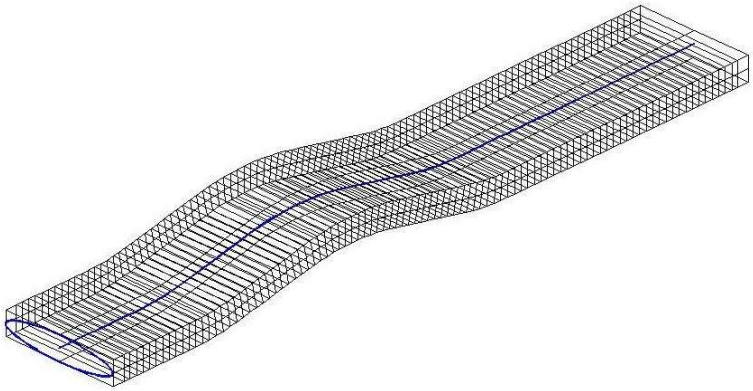
On peut alors créer une surface NURBS, représentant la surface du fil, en extrudant l'ellipse de base le long de la ligne moyenne. En pratique, on définit les points de contrôle $\mathbf{P}_{ij}$ de la surface NURBS en extrudant les points de contrôles $\mathbf{P}_i$ de l'ellipse de base : on obtient ainsi une grille de contrôle qui définit la surface du fil (Figure 4.6). La géométrie du fil est donc maintenant disponible sous la forme d'une surface paramétrée.

4.2.1.2. *Maillage*

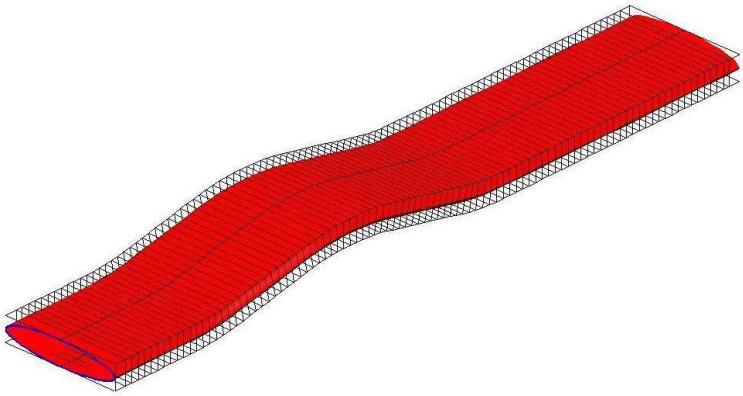
Le maillage d'un fil est réalisé en deux temps : (i) maillage de la surface et (ii) maillage du volume à partir du maillage surfacique.

Maillage d'une surface paramétrée. Il existe essentiellement deux approches pour mailler une surface paramétrée : directe et indirecte. Dans les approches directes, le maillage est généré directement dans l'espace physique. Elles demandent donc des mailleurs surfaciques pouvant mailler directement dans un espace 3D. L'approche indirecte, utilisable avec un mailleur 2D, consiste à mailler la surface dans le domaine paramétrique et à projeter le maillage résultant dans l'espace physique 3D. Cependant, pour que le maillage de la surface soit isotrope [3], il faut en général que celui du domaine paramétrique soit anisotrope

3. Ce que l'on cherche à obtenir pour un maillage adapté au calcul par éléments finis



(a) Grille de contrôle de la surface NURBS



(b) Surface NURBS obtenue

FIGURE 4.6 – Modélisation d'un fil par une surface NURBS

à cause de la distorsion subie par la surface lors du passage du domaine paramétrique au domaine physique (Figure 4.7).

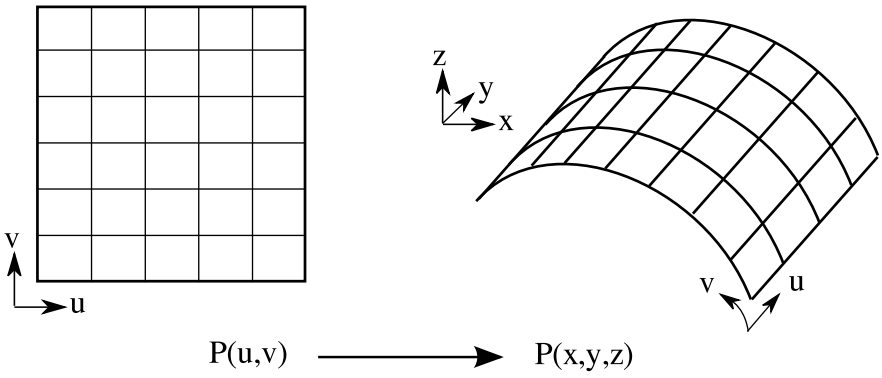


FIGURE 4.7 – Passage du domaine paramétrique au domaine physique

En effet, si l'on réalise un maillage isotrope dans le domaine paramétrique (Figure 4.8a), le maillage obtenu dans le domaine physique est déformé, comme le montrent les Figures 4.8b et 4.8c.

Afin d'obtenir un maillage isotrope dans le domaine physique, il faut mailler le domaine paramétrique en prenant en compte les distorsions induite par la projection. La spécification de taille isotrope h que l'on souhaite obtenir au final peut être définie par une métrique $\mathscr{M}_h$ [FRE 99] avec :

$$\mathscr{M}_h = \frac{1}{h^2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4.7}$$

La métrique anisotrope à utiliser dans le domaine des paramètres est alors donnée par :

$$\tilde{\mathscr{M}}(P) = \frac{1}{h^2}.\mathscr{M}_s(P) \tag{4.8}$$

où $\mathscr{M}_s(P)$ est la métrique induite dans le domaine des paramètres :

$$\mathscr{M}_s(P) = \begin{pmatrix} \langle s_u, s_v \rangle & \langle s_u, s_v \rangle \\ \langle s_v, s_u \rangle & \langle s_v, s_v \rangle \end{pmatrix}_P \tag{4.9}$$

avec $\langle ., . \rangle$ produit scalaire et s_u, s_v les dérivées de la surface $s(u,v)$ par rapport aux paramètres u et v. Le domaine paramétrique est alors maillé en respectant les spécifications de taille anisotropes[4] données par la métrique $\tilde{\mathscr{M}}$ (Figure 4.9a). Le maillage surfacique résultant est bien uniforme comme le montre la Figure 4.9c.

Périodicité du maillage. Afin de pouvoir effectuer des calculs d'homogénéisation périodique, les maillages générés se doivent d'être périodiques. Des précautions sont donc prises pour que les maillages des différentes entités soient tous périodiques. Dans le cas du maillage des fils, on impose au maillage du domaine paramétrique d'avoir le même nombre de noeuds sur les arrêtes en correspondance. Cette condition est automatiquement vérifiée si l'on impose des spécifications de taille identiques sur chacun des côtés correspondants.

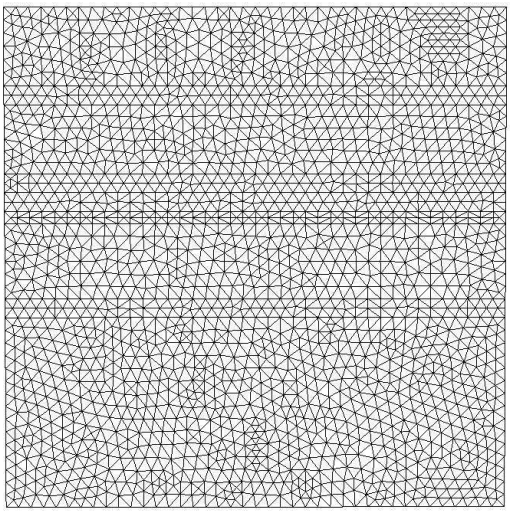
La définition d'une entité volumique du fil nécessite de mailler également les extrémités du fil, c'est-à-dire les ellipses de base (Figure 4.10). Le maillage est réalisé dans le plan de l'ellipse en imposant une taille de maillage identique à celle de l'extrémité du maillage surfacique. Ainsi, les maillages correspondent exactement et peuvent être fusionnés sans difficulté. Toujours pour assurer la périodicité du maillage, l'ellipse de base n'est maillée qu'une seule fois. Le maillage de l'autre extrémité est obtenu par translation.

Maillage volumique à partir du maillage surfacique. Une fois le volume du fil délimité par les différents maillages surfaciques (surface du fil et extrémités), le maillage volumique du fil est obtenu à l'aide d'un mailleur tétraédrique de type Delaunay [FRE 99]. Le mailleur utilisé ici est le mailleur GHS3D[5] développé par l'INRIA.

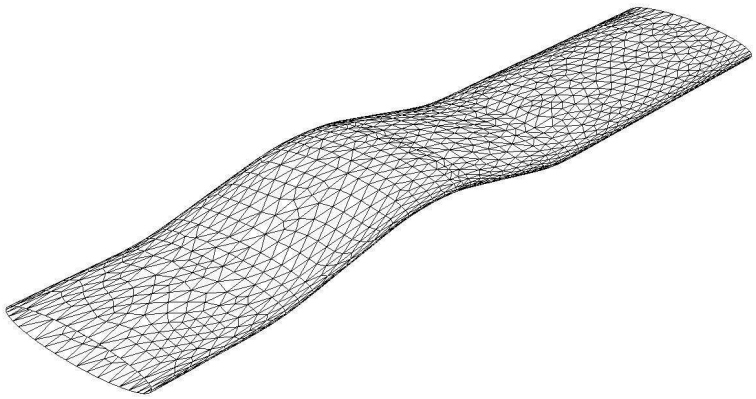
On obtient finalement un maillage volumique du fil qui respecte le maillage surfacique prescrit (Figure 4.11).

4. Ce que permet le mailleur BL2D.

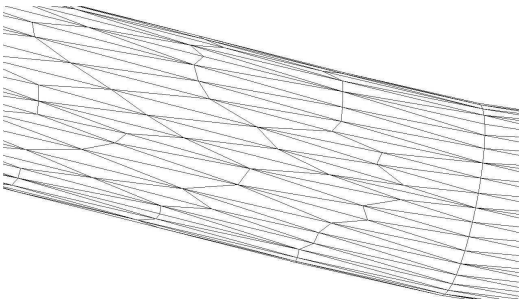
5. `http ://www-c.inria.fr/gamma/ghs3d/ghs.php`



(a) Maillage uniforme du domaine paramétrique

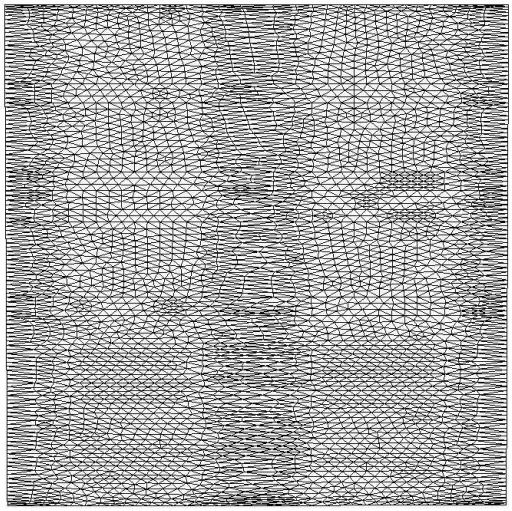


(b) Maillage résultant dans le domaine physique

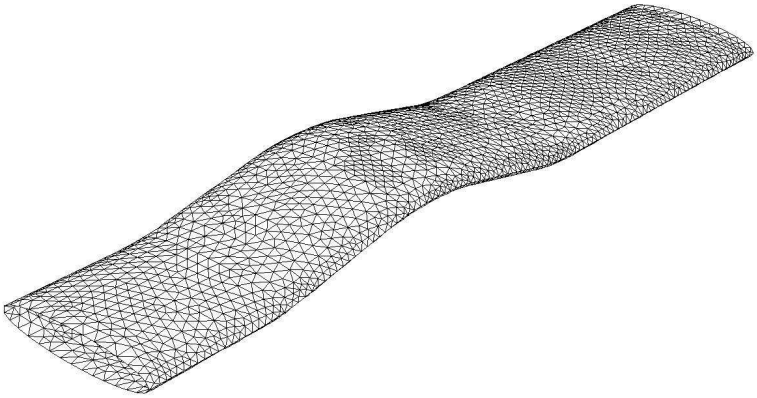


(c) Détail du maillage

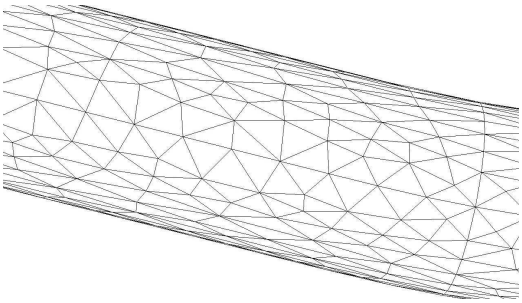
FIGURE 4.8 – Maillage surfacique obtenu avec un maillage uniforme du domaine paramétrique



(a) Maillage anisotrope du domaine paramétrique



(b) Maillage résultant dans le domaine physique



(c) Détail du maillage

FIGURE 4.9 – Maillage surfacique obtenu avec un maillage anisotrope du domaine paramétrique

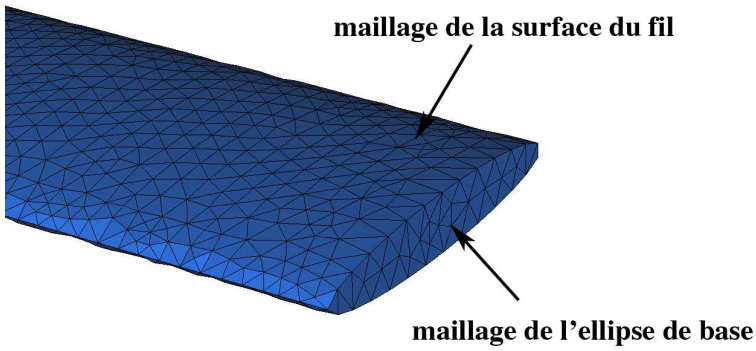


FIGURE 4.10 – Les différentes entités du maillage surfacique d'un fil

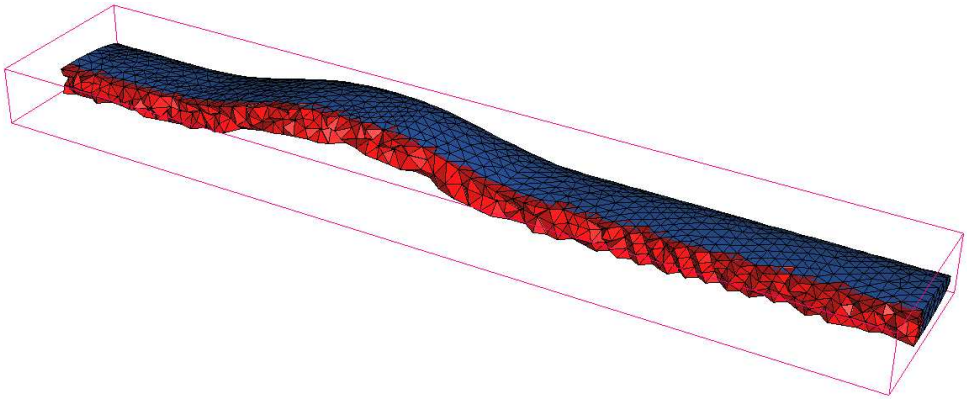


FIGURE 4.11 – Maillage volumique d'un fil

Orientation du matériau. Les propriétés du fil, à l'échelle méso, peuvent être considérées comme isotrope transverse. Il est donc nécessaire de définir en tout point du fil, un repère local afin de pouvoir correctement orienter les propriétés des matériaux. Pour chaque élément du maillage, on définit donc la rotation du repère local lié à l'élément par rapport au repère global de la cellule complète, en fonction de sa position au sein du fil. Les éléments sont ensuite regroupés en fonction de leur orientation avec une tolérance de 5° (Figure 4.12). Chaque groupe est caractérisé par une matrice de rotation qui servira par la suite à orienter les propriétés locales du matériau.

Prévention de l'interpénétration des maillages des fils. La modélisation géométrique du renfort fait l'hypothèse que les fils sont parfaitement en contact. Cependant, à cause des approximations numériques (interpolation des courbes paramétrées, taille minimale du maillage, etc.), il arrive que lorsqu'on assemble les maillages des fils, certains de ces maillages s'interpénètrent [VER 05]. Afin de palier l'apparition éventuelle de tels phénomènes, une distance de sécurité δ est rajoutée autour des fils (Figure 4.13). En pratique, la

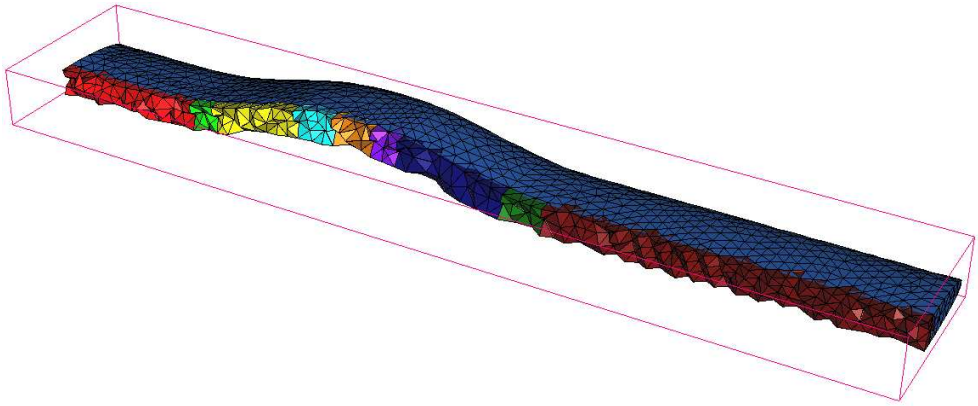


FIGURE 4.12 – Orientation du matériau au sein d'un fil

modélisation géométrique du renfort suppose que le diamètre des fils est $d + \delta$ tandis que le maillage utilise le diamètre réel d. Cet artefact numérique permet d'une part de prévenir l'interpénétration des maillages des fils, mais également de faciliter le maillage de la matrice en évitant la présence de zones trop aiguës à proximité des zones de contact. La valeur de la distance de sécurité δ est choisie suffisamment faible pour ne pas trop modifier la fraction volumique de fils, mais suffisante pour assurer la stabilité de l'étape de maillage. Typiquement, on prend δ égale à 2% du grand axe d'un fil.

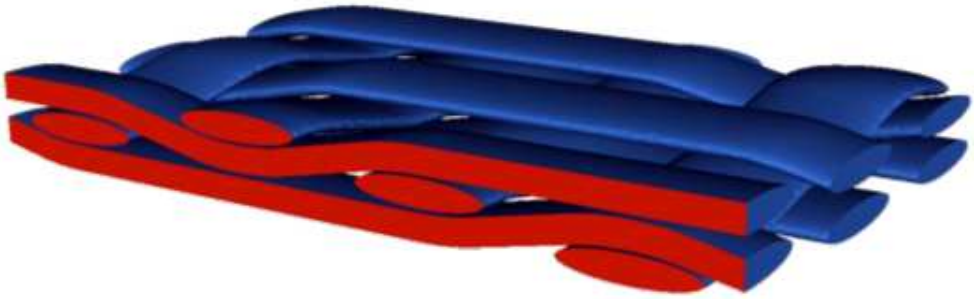


FIGURE 4.13 – Modèle volumique d'un renfort tissé

Assemblage des maillages. Etant donné la précaution précédente, les maillages individuels des fils peuvent être ajoutés sans risque d'interpénétration. On obtient finalement le maillage EF volumique du renfort tissé (Figure 4.14).

4.2.2. *Maillage de la matrice type CMO*

L'entité *matrice*, pour un composite CMO, peut être définie en terme d'opérations booléennes comme le résultat de la soustraction de l'entité *renfort* de la boîte englobante de la

FIGURE 4.14 – Maillage EF volumique d'un renfort tissé

cellule élémentaire [ROB 03]. Considéré de manière plus géométrique, le volume de matrice est délimité par les surfaces limites de la cellule élémentaire auxquelles on a retiré les volumes des fils (Figure 4.15).

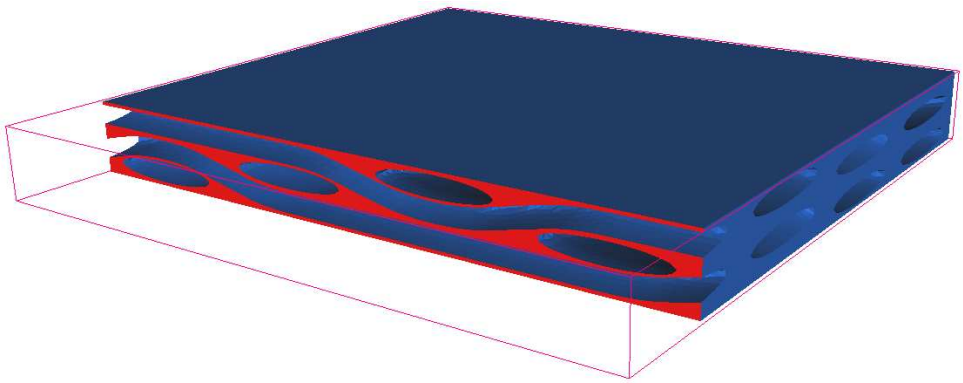


FIGURE 4.15 – Modèle volumique d'une matrice type CMO

La réalisation d'un maillage EF est, dans ce cas, relativement aisée. Les surfaces latérales sont obtenues en retirant les ellipses de base des fils des plans limites de la cellule. En leur ajoutant les maillages surfaciques des fils, on forme une entité volumique connexe qui peut être maillée avec GHS3D. On obtient alors un maillage EF volumique de l'entité *matrice* (Figure 4.16).

Il est important de noter qu'encore une fois, le maillage est construit de façon à respecter la périodicité de la cellule. En pratique, les surfaces limites ne sont maillées qu'une seule

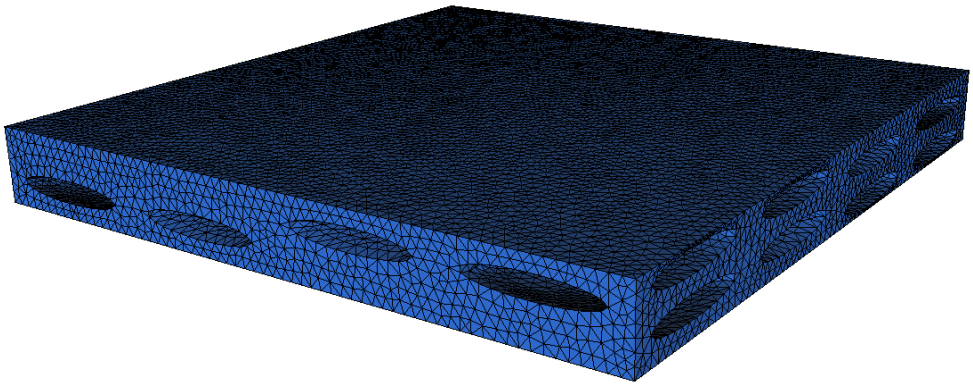


FIGURE 4.16 – Maillage EF volumique d'une matrice type CMO

fois. Les surfaces opposées correspondantes sont obtenues par translation. Enfin, en utilisant directement les maillages surfaciques des fils comme surfaces internes, on assure une parfaite coïncidence entre le maillage de la matrice et le maillage du renfort.

4.2.3. *Maillage de la matrice type CMC*

Dans le cas d'un composite CMC, la géométrie de l'entité *matrice* est beaucoup plus complexe que dans le cas CMO. En effet, il n'y pas un « bloc » de matrice, mais seulement une gaine de matrice de faible épaisseur déposée autour renfort. La surface externe de la matrice n'est plus un parallélépipède, mais une entité similaire au renfort dilaté de l'épaisseur de la matrice déposée (Figure 4.17).

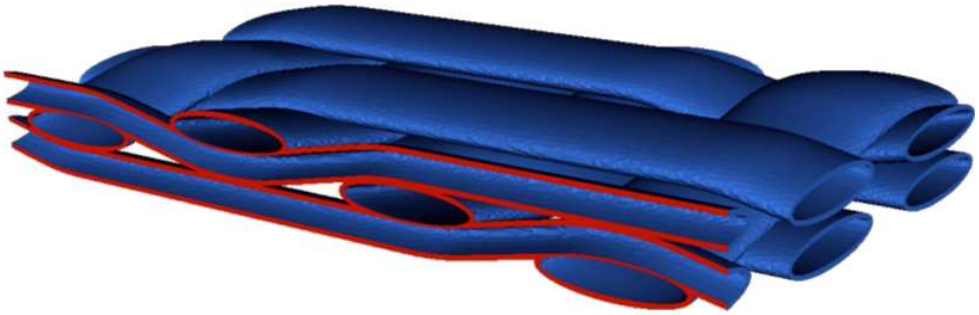


FIGURE 4.17 – Modèle volumique d'une matrice type CMC

En terme d'opérations booléennes, l'entité *matrice* s'obtient par la soustraction de l'entité *renfort* de la fusion des gaines de matrice de chaque fil.

On commence donc par modéliser les gaines de matrice de chaque fil. On procède de manière identique au maillage des fils en considérant simplement une ellipse de base dont

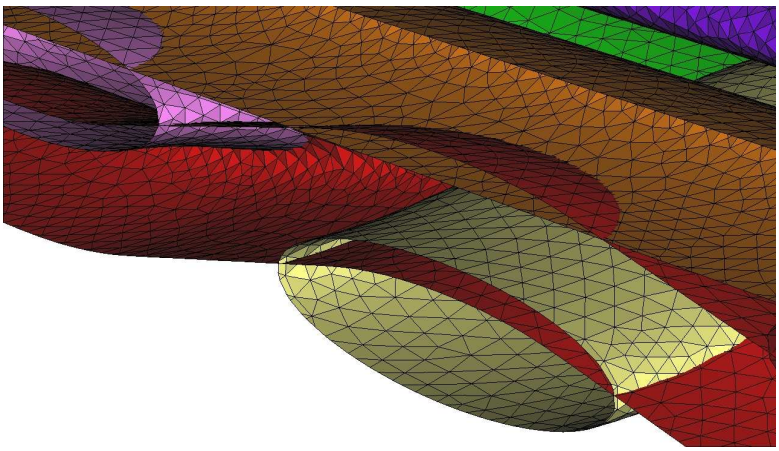


FIGURE 4.18 – Interpénétration des maillages surfaciques des gaines de matrice

les dimensions sont augmentées de l'épaisseur du dépôt de matrice. On obtient ainsi une ensemble de maillages surfaciques qui s'interpénètrent (Figure 4.18).

La difficulté est alors de réaliser la fusion, au sens d'opération booléenne, de ces différents maillages. A cause de la complexité géométrique des surfaces mises en jeu, il est relativement difficile de calculer les intersections entre surface directement à partir de leur description paramétrique (description implicite des intersections). On préfère donc calculer ces intersections directement sur les maillages de ces surfaces (description explicite).

Un certain nombre d'auteurs, par exemple [SHO 99; COE 00; LIR 02; PAR 04; LO 05], ont proposé des solutions relativement similaires pour la mise en oeuvre d'opérations booléennes sur des géométries discrètes, c'est-à-dire des maillages. Dans le cas de la fusion, ces procédures reposent sur un même principe, à savoir :

- déterminer les intersections entre les maillages
- supprimer les éléments qui se trouvent à l'intérieur de l'enveloppe externe
- remailler les zones d'intersections entre les maillages.

Intersections entre les maillages. La première étape consiste donc à rechercher les intersections éventuelles entre les maillages. Une première solution consisterait à rechercher les intersections entre tous les triangles de tous les maillages. Afin d'optimiser le temps de calcul, on ne recherche tout d'abord que les intersections éventuelles entre les boites englobantes des gaines de matrice, deux à deux. Si les boites englobantes de deux maillages ne s'intersectent pas, il n'est pas nécessaire de rechercher d'éventuelles intersections entre les maillages. Dans le cas contraire, on recherche une intersection entre un triangle du premier maillage et un triangle du second. Le test d'intersection triangle-triangle utilisé est celui décrit dans [MOL 97]. Comme initialement proposé par [LO 04], lorsqu'une première intersection est détectée, on utilise les relations de voisinages des éléments pour déterminer les intersections suivantes, en progressant de proche en proche (Figure 4.19).

On définit ainsi progressivement des boucles d'intersections, ouvertes ou fermées, entre chaque maillage des gaines de matrice. Au final, on obtient pour chaque gaine de matrice, n boucles d'intersections (Figure 4.20).

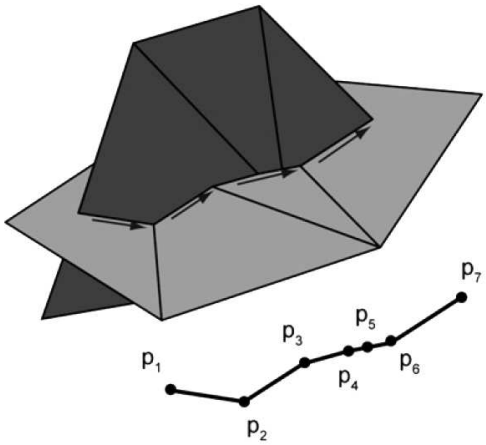


FIGURE 4.19 – Recherche des points d'intersection entre deux maillages. D'après [LO 04].

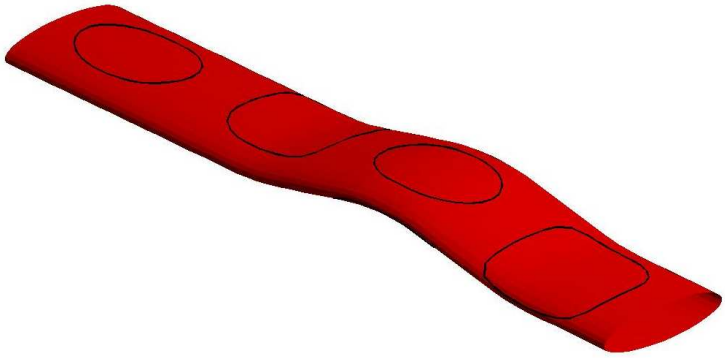


FIGURE 4.20 – Boucles d'intersections d'une gaine de matrice

Remaillage des surfaces. L'étape suivante consiste à remailler les gaines de matrice en prenant en compte les boucles d'intersection. Afin de conserver un maillage de bonne qualité, il est nécessaire de réaliser cette opération dans l'espace paramétrique. Il faut donc tout d'abord projeter les boucles d'intersection de l'espace physique dans l'espace paramétrique, c'est-à-dire pour chaque point d'intersection Q_i, il faut déterminer le couple de paramètres (u, v) qui dans l'espace paramétrique de la surface considérée donne le point P_i le proche possible de Q_i. Les paramètres optimaux (u^*, v^*) sont déterminés de façon itérative en utilisant un algorithme d'optimisation non-linéaire de type Newton-Raphson.

On procède ensuite au remaillage de la surface dans l'espace paramétrique en prenant en compte les boucles d'intersection : les éléments à l'intérieur des boucles sont supprimés (Figure 4.21). Le maillage surfacique résultant (Figure 4.22) correspond ainsi à la contribution de la gaine de matrice du fil considéré à l'entité *matrice*.

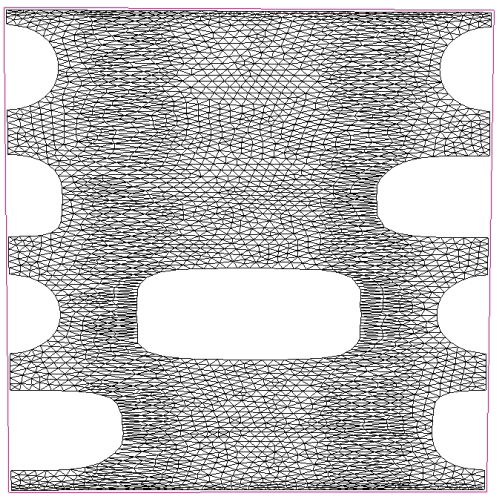


FIGURE 4.21 – Remaillage du domaine paramétrique avec les boucles d'intersection.

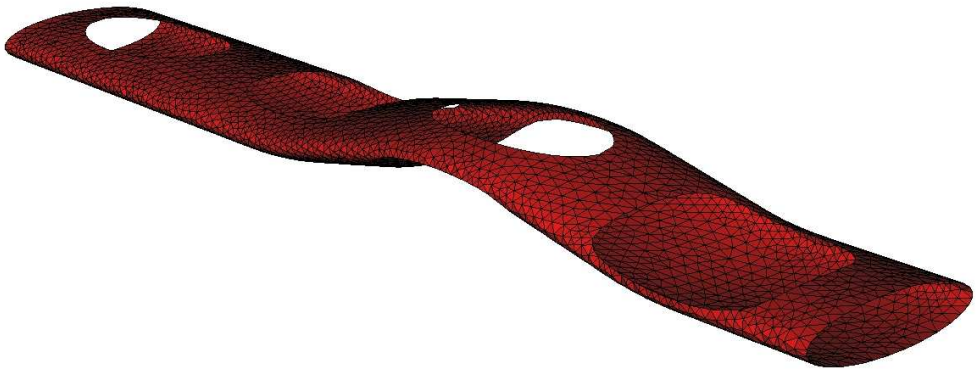


FIGURE 4.22 – Maillage surfacique corrigé d'une gaine de matrice.

On peut alors ajouter tous les maillages surfaciques ainsi corrigés pour obtenir le résultat de la fusion des gaines de matrice (Figure 4.23).

Maillage volumique. La dernière étape est similaire au maillage de la matrice CMO. Les maillages surfaciques des fils sont ajoutés à la fusion des gaines de matrice. On obtient alors une entité volumique connexe que l'on maille avec le mailleur GHS3D.

Périodicité du maillage dans la direction hors-plan. Les maillages ainsi obtenus sont périodiques dans le plan du renfort, mais la périodicité dans la direction hors-plan n'est pas assurée. Afin d'imposer une périodicité du maillage dans la direction hors-plan, il est nécessaire de rajouter une petite surépaisseur de matrice, comme illustré à la Figure 4.24. Cette surépaisseur est traitée comme une gaine de matrice supplémentaire pour le calcul des intersections avec les autres maillages.

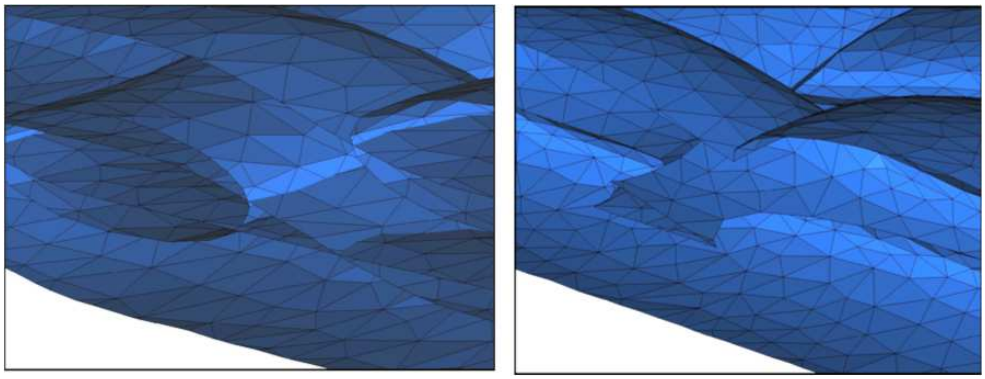


FIGURE 4.23 – Résultat de l'opération de fusion des maillages des gaines de matrice.

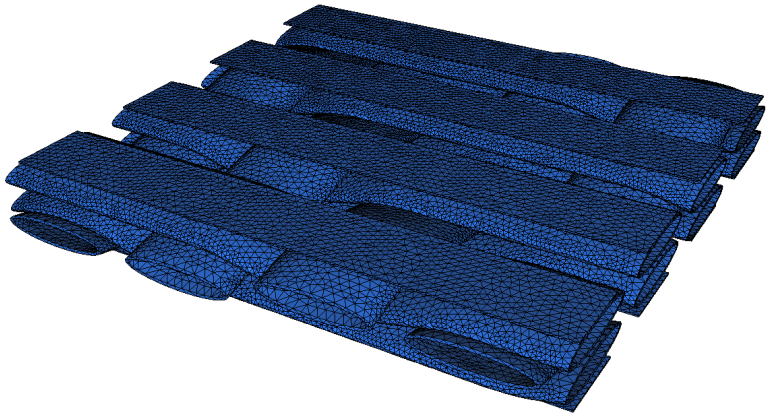


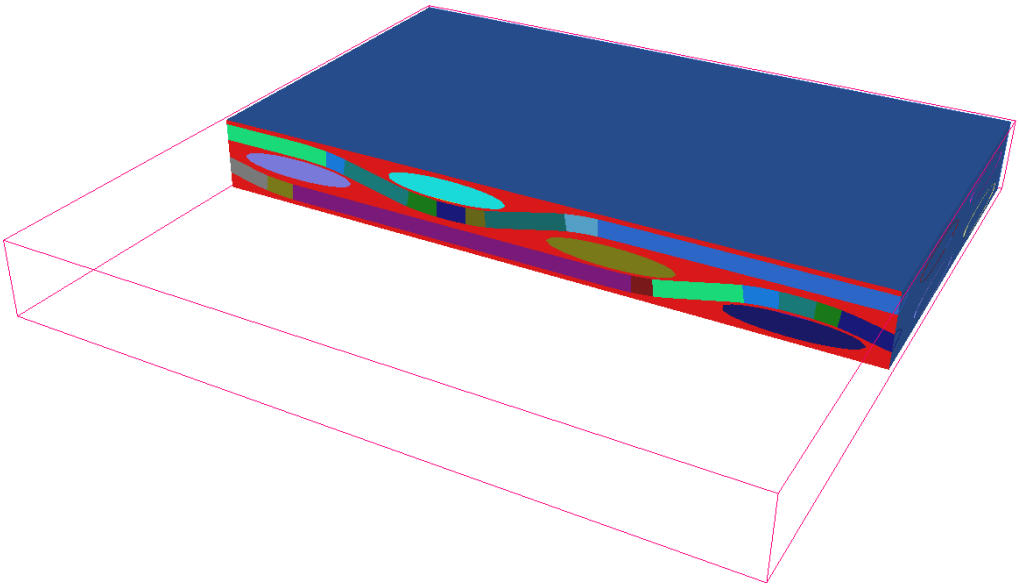
FIGURE 4.24 – Maillage EF périodique d'une matrice type CMC.

4.2.4. *Maillage de la cellule complète*

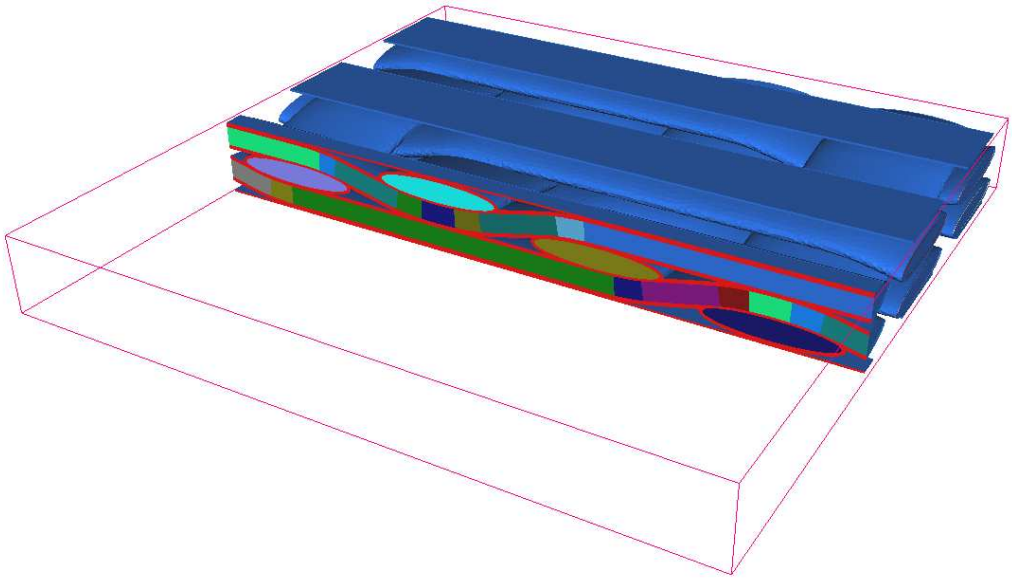
Une fois que le renfort et la matrice ont été maillés séparément, l'obtention du maillage de la cellule complète se fait simplement en ajoutant les deux maillages volumiques et en fusionnant les noeuds identiques (Figure 4.25)

4.3. Conclusion

Les développements présentés dans ce chapitre, à savoir (i) modélisation NURBS, (ii) calcul de métrique, (iii) interfaces avec les mailleurs surfaciques et volumiques, (iv) intersection et fusion de maillages, ont été implantés sous MATLAB dans un programme nommé GENMESH. L'ensemble GENTEX/GENMESH offre alors une plateforme relativement complète de modélisation géométrique et de maillage des composites tissés à l'échelle mésoscopique. Ces outils permettent en particulier (i) de générer, à partir d'une séquence de tissage et de quelques informations géométriques, un modèle géométrique du renfort tissé



(a) Matrice type CMO



(b) Matrice type CMC

FIGURE 4.25 – Modèle volumique complet d'une cellules tissée

et (ii) de créer un maillage EF de la cellule élémentaire complète, aussi bien dans le cas de composites CMO que CMC.

L'application de ces outils dans la mise en oeuvre du modèle DMD sera développée au Chapitre 7 (Section 7.4.1). Ils permettront de générer une cellule élémentaire du matériau 2.5D-C/SiC à l'échelle méso pour le calcul de ses propriétés effectives (Figure 4.26) et des effets de l'endommagement à cette échelle.

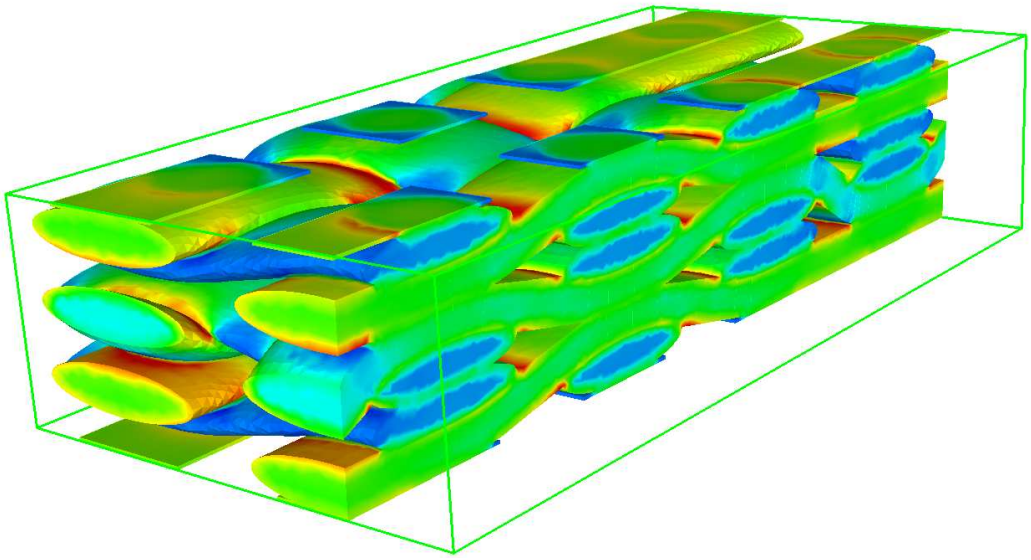


FIGURE 4.26 – Résultat d'un calcul EF sur une cellule élémentaire d'un matériau composite tissé générée avec GENTEX/GENMESH : contrainte σ_{11} pour un chargement périodique $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{11}$.

Chapitre 5

Introduction de l'endommagement sous forme discrète

Les outils numériques développés dans les deux chapitres précédents (GENCELL, GENTEX et GENMESH) permettent maintenant de générer des cellules élémentaires représentatives de matériaux composites tissés, aussi bien à l'échelle d'un fil qu'à celle du renfort. L'étape suivante dans la stratégie numérique envisagée est l'introduction de l'endommagement sous forme discrète au sein de ces cellules. Ce chapitre présente donc les développements réalisés afin de permettre la génération de fissures dans un maillage éléments finis.

5.1. Position du problème

L'introduction de fissures au sein d'un maillage EF peut être abordée de deux manières différentes : (i) soit l'introduction des fissures est accomplie au cours de l'étape maillage de la structure considérée, (ii) soit les fissures sont générées *a posteriori* à partir d'un maillage intact. La première solution ne peut être facilement considérée que pour des géométries simples : il faut en effet prévoir tous les chemins de fissuration possible au sein même du modèle géométrique utilisé pour générer le maillage. Les chapitres précédents ont montré que les étapes de modélisation et de maillage des microstructures étudiées étaient des étapes relativement complexes, en particulier à l'échelle du tissé. Il est apparu plus raisonnable de se tourner vers la seconde stratégie, i.e. traiter l'introduction des fissures comme une étape de post-traitement d'un maillage sain.

La problématique de l'introduction de fissures en post-traitement dans des maillages EF a été abordée dans des domaines relativement différents, pour l'automatisation de calcul de propagation de fissures en fatigue [DHO 98; BRE 08], ou pour la simulation d'opérations chirurgicales [NIE 01; BIE 04]. Dans ces approches, l'introduction d'une fissure dans une maillage EF se ramène à un problème de décomposition des éléments se trouvant sur le chemin de fissuration, et fait appel aux mêmes stratégies numériques que celles utilisées pour l'adaptation de maillage par subdivision d'éléments [RUP 94].

5.2. Méthodologie

Les paragraphes suivants présentent la stratégie numérique développée dans ce travail pour la création de fissures et de décohésions interfaciales au sein d'un maillage EF.

5.2.1. *Création d'une décohésion interfaciale*

L'objectif ici est de générer, sur une certaine longueur, une décohésion à l'interface entre deux matériaux.

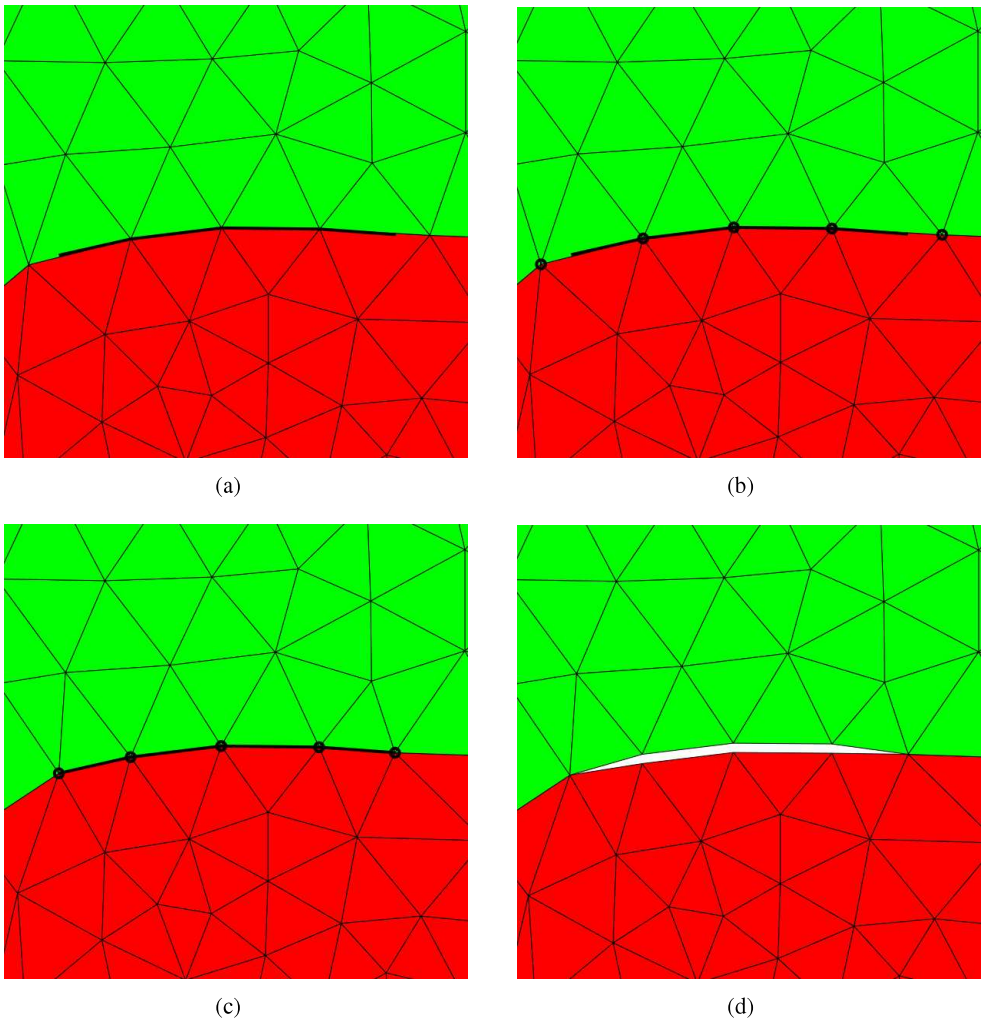


FIGURE 5.1 – Création d'une décohésion interfaciale

La différentes étapes de la création d'une décohésion sont illustrées à la Figure 5.1 et peuvent se résumer ainsi :

1) On commence tout d'abord par rechercher dans le maillage les éléments se trouvant à l'interface entre les deux matériaux considérés. Cette recherche s'effectue en vérifiant pour

chaque élément du maillage appartenant au matériau i à quel matériau appartiennent ses voisins. Si le voisin de l'élément courant par rapport à son arête k appartient à un matériau différent, alors l'arête k se trouve à une interface.

2) Parmi les arêtes se trouvant à l'interface, on sélectionne celles qui se trouvent totalement ou partiellement dans la longueur de décohésion souhaitée (Figure 5.1b).

3) Les positions des noeuds proches des extrémités de la décohésion sont modi ées a n d'obtenir la longueur de décohésion désirée (Figure 5.1c).

4) Les noeuds autres que ceux se trouvant aux extrémités sont dédoublés.

5) La décohésion est éventuellement ouverte d'une certaine « épaisseur » en modi ant la position des noeuds doubles orthogonalement à la ligne moyenne de la décohésion (Figure 5.1d). Cette étape requiert le calcul de la normale à l'interface en chaque noeud de la décohésion. La normale en un noeud est classiquement calculée comme la moyenne pondérée des normales des arêtes adjacentes à ce noeud.

La stratégie est ici illustrée pour un maillage bidimensionnel. L'extension au cas tridimensionnel est immédiate en raisonnant sur les faces au lieu des arêtes.

5.2.2. Création d'une ssure

La création d'une ssure, illustrée à la Figure 5.2 repose sur les opérations suivantes :

(a) (b)

(c) (d)

FIGURE 5.2 – Création d'une ssure

5.3. Exemples d'application

Les stratégies numériques pour la création de fissures et de décohésions ont été implantées dans un programme MATLAB nommé GENCRACK. Trois exemples générés avec GENCRACK sont maintenant présentés afin d'illustrer la robustesse des algorithmes développés.

5.3.1. *Exemple 1 : fissure annulaire d'une cellule fibre/matrice*

Le premier exemple concerne une cellule fibre/matrice dont le maillage est présenté en Figure 5.4.

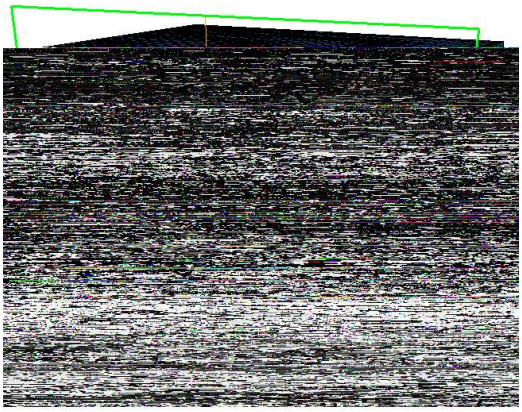


FIGURE 5.4 – Maillage de la cellule fibre/matrice

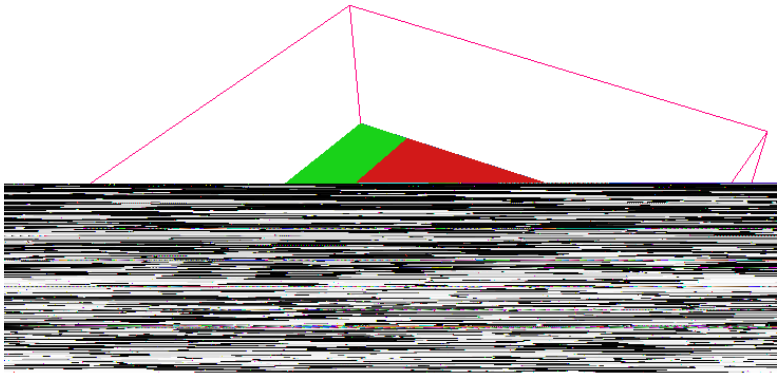
Une fissure matricielle annulaire est insérée à mi-longueur de la cellule. Une décohésion à l'interface fibre/matrice est également générée. La décohésion est centrée sur la fissure annulaire et s'étend sur une longueur égale la moitié de celle de la cellule. Le résultat est illustré à la Figure 5.5.

5.3.2. *Exemple 2 : multifissuration transverse d'un stratifié*

Le deuxième exemple est appliqué à une cellule de type « stratifié » (Figure 5.6a). Dix fissures régulièrement espacées sont générées au sein du pli central, accompagnées d'une décohésion aux interfaces entre les plis (Figure 5.6b et c).

5.3.3. *Exemple 3 : fissuration multiple d'une cellule tissée*

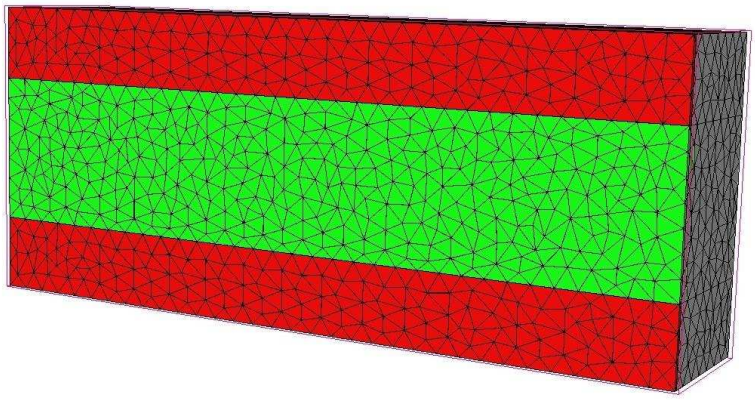
Le dernier exemple est appliqué au maillage d'une cellule tissée générée avec GENTEX et GENMESH (Figure 5.7a). Deux types de fissuration sont générés : fissuration matricielle



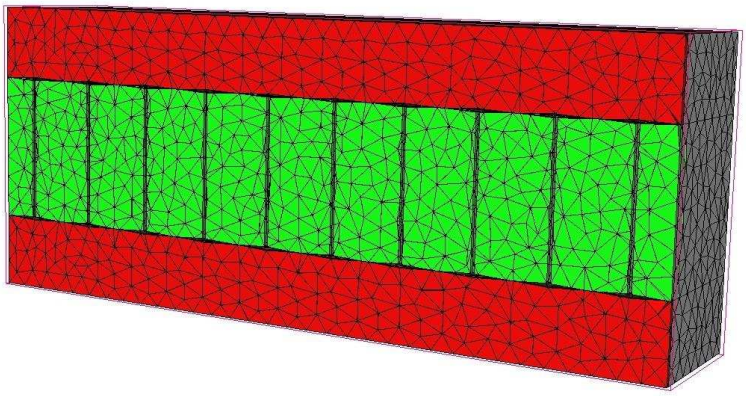
(a) Vue générale

(b) Détail

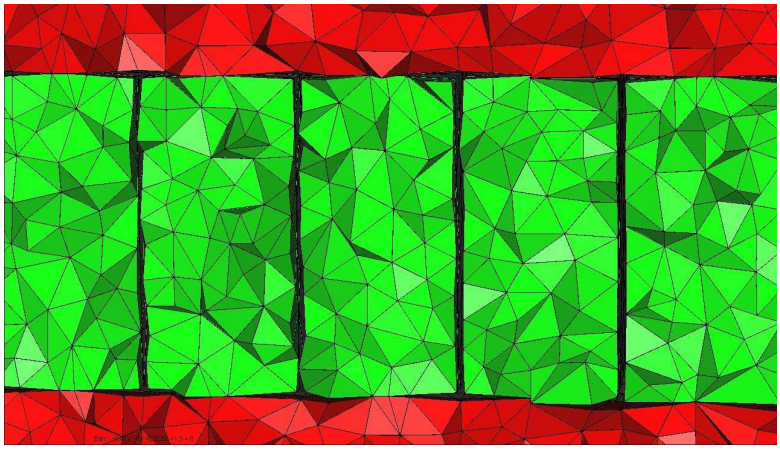
FIGURE 5.5 – Résultat de l'insertion d'une fissure matricielle et d'une décohésion fibre/matrice.



(a) Maillage initial



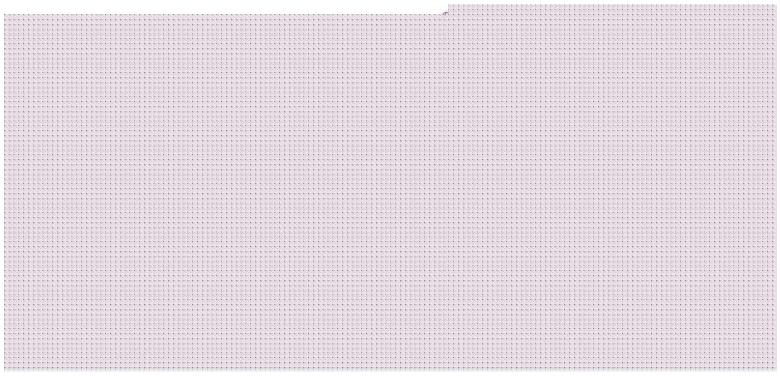
(b) Maillage fissuré



(c) Maillage fissuré - Détail

FIGURE 5.6 – Fissuration transverse d'un stratifié.

et fissuration transverse des fils (Figure 5.7b). Chaque famille de fissure est également accompagnée de décohésion aux interfaces fil/matrice.



(a) Maillage initial

(b) Maillage fissuré

FIGURE 5.7 – Fissuration multiple d'une cellule tissée.

5.4. Conclusion

Les quelques exemples précédents tendent à valider la robustesse de l'approche mise en oeuvre pour l'introduction de fissures dans des maillages éléments finis, et ce, même pour des maillages relativement volumineux comportant de nombreuses fissures.

Le programme développé permet d'insérer de manière automatique des réseaux de fissures complexes ainsi que les décohésions associées. La forme et la position des fronts de fissure, les longueurs de décohésion, et l' ouvertures des fissures peuvent être complètement paramétrées.

Chapitre 6

Calcul des propriétés élastiques effectives par homogénéisation périodique

La dernière étape dans la stratégie numérique envisagée est le calcul des propriétés effectives des cellules élémentaires endommagées par homogénéisation périodique. L'identification des effets de l'endommagement nécessite la réalisation d'un nombre important de calculs. Il est alors nécessaire de disposer d'un outil d'homogénéisation robuste et rapide. Un module numérique d'homogénéisation a donc été développé en portant une attention particulière sur la rapidité des calculs et l'utilisation optimale de la mémoire. L'utilisation de ce module spécifique permet d'obtenir des gains de temps importants par rapport aux calculs réalisés avec un code EF généraliste.

6.1. Propriétés élastiques effectives d'une microstructure périodique

Ce paragraphe rappelle brièvement les principaux résultats concernant les propriétés élastiques d'une microstructure périodique. Des démonstrations plus complètes peuvent être trouvées dans [MIC 01] dont les notations sont reprises ici.

Lorsqu'on impose un déplacement affine $u = \bar{\varepsilon} \cdot x$ à un élément de volume périodique, les champs de déformation et de contrainte du matériau homogénéisé sont uniformes $\varepsilon = \bar{\varepsilon}$ et $\sigma = \bar{\sigma}$. Dans le milieu hétérogène réel, les champs locaux ne sont pas homogènes et fluctuent autour de valeurs moyennes $\bar{\varepsilon}$ et $\bar{\sigma}$. Le champ local de déformations $\varepsilon(u(x))$ peut être décomposé en une partie moyenne $\bar{\varepsilon}$ et une partie fluctuante, périodique et de moyenne nulle $\varepsilon' = \varepsilon(u'(x))$:

$$u(x) = \bar{\varepsilon} \cdot x + u'(x), \quad \varepsilon(u(x)) = \bar{\varepsilon} + \varepsilon(u'(x)), \quad u' \quad \text{périodique.} \tag{6.1}$$

La périodicité de u' implique $\langle \varepsilon' \rangle = 0$ et $\langle \varepsilon \rangle = \bar{\varepsilon}$, où $\langle \cdot \rangle$ est la moyenne sur l'élément de volume.

Si les constituants du matériau hétérogène sont élastiques linéaires de rigidité $\mathbf{C}(x)$, le problème local se met sous la forme :

$$\begin{cases} \sigma(x) = \mathbf{C}(x) : (\varepsilon(u'(x)) + \bar{\varepsilon}), \\ \operatorname{div}(\sigma(x)) = 0, \\ u' \quad \text{périodique.} \end{cases} \tag{6.2}$$

Le problème (6.2) admet une unique solution u' pour une déformation moyenne $\bar{\varepsilon}$ donnée. Les propriétés élastiques effectives $\tilde{\mathbf{C}}$ du matériau homogénéisé sont alors déterminées par la relation :

$$\tilde{\mathbf{C}} : \bar{\varepsilon} = \left\langle \mathbf{C} : (\varepsilon(u') + \bar{\varepsilon}) \right\rangle = \bar{\sigma}. \tag{6.3}$$

La déformation macroscopique $\bar{\varepsilon}$ peut se décomposer en états élémentaires $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_{ij}\mathbf{e}^{ij}$. Le champ de déplacement solution $\mathbf{u}$ se décompose également sur une base correspondant à ces sollicitations élémentaires $\mathbf{u} = \bar{\varepsilon}_{ij}\mathbf{u}^{ij}$. Les composantes du tenseur d'élasticité effectif s'écrivent alors sous la forme :

$$\tilde{C}_{ijkl} = \left\langle C_{ijpq}\varepsilon_{pq}(\mathbf{u}^{kh}) \right\rangle \tag{6.4}$$

Autrement dit, les composantes $\tilde{C}_{ij**}$ du tenseur d'élasticité effectif s'obtiennent en résolvant le système (6.2) pour un chargement macroscropique élémentaire $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_{kh}\mathbf{e}^{kh}$. La détermination complète du tenseur d'élasticité $\tilde{\mathbf{C}}$ nécessite donc la résolution de six problèmes élémentaires de chargement $\bar{\varepsilon}_{ij}\mathbf{e}^{ij}$ avec $(i,j) = \{(1,1)(2,2)(3,3)(3,2)(3,1)(1,2)\}$.

6.2. Résolution du problème d'homogénéisation par la méthode des éléments finis

La forme discrétisée du problème (6.2) s'écrit :

$$[\mathbf{K}]\left\{\mathbf{u}'\right\} = \{\mathbf{f}\}, \quad u' \quad \text{périodique.} \tag{6.5}$$

avec $[\mathbf{K}]$ la matrice de raideur globale,

$$[\mathbf{K}] = \sum_e [\mathbf{k}^\mathbf{e}], \quad [\mathbf{k}^\mathbf{e}] = \frac{1}{V}\int_e {}^\mathsf{T}[\mathbf{B}]\,[\mathbf{C}]\,[\mathbf{B}]\,dV, \tag{6.6}$$

$[\mathbf{B}]$ reliant les déplacements aux déformations $\{\varepsilon'\} = [\mathbf{B}]\{\mathbf{u}'\}$.

La périodicité de u' est prise en compte par une méthode d'élimination. Si $\{\mathbf{u}'\} = (u'_1, u'_2, u'_3)$ où u'_1 représentent les composantes libres de $\{\mathbf{u}'\}$ et u'_2, u'_3 les composantes de $\{\mathbf{u}'\}$ liées par les conditions de périodicité, alors (6.5) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} & \mathbf{K}_{31} \\ {}^\mathsf{T}\mathbf{K}_{12} & \mathbf{K}_{22} & \mathbf{K}_{23} \\ {}^\mathsf{T}\mathbf{K}_{31} & {}^\mathsf{T}\mathbf{K}_{23} & \mathbf{K}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}'_1 \\ \mathbf{u}'_2 \\ \mathbf{u}'_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}'_1 \\ \mathbf{f}'_2 \\ \mathbf{f}'_3 \end{Bmatrix}. \tag{6.7}$$

L'égalité $u'_2 = u'_3$ permet alors d'écrire (6.5) sous la forme

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{11}+\mathbf{K}_{31} \\ {}^{\mathsf{T}}\mathbf{K}_{12}+{}^{\mathsf{T}}\mathbf{K}_{31} & \mathbf{K}_{22}+\mathbf{K}_{23}+{}^{\mathsf{T}}\mathbf{K}_{23}+\mathbf{K}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}'_1 \\ \mathbf{u}'_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}'_1 \\ \mathbf{f}'_2+\mathbf{f}'_3 \end{Bmatrix}. \tag{6.8}$$

Dans un cas général, la difficulté est que le chargement mécanique n'est imposé qu'à travers une valeur moyenne, et que $\{\mathbf{f}\}$ n'est pas connu. Cependant, en remarquant que le problème (6.8) peut également se mettre sous la forme [MIC 01] :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \bar{\mathbf{K}} \\ {}^{\mathsf{T}}\bar{\mathbf{K}} & \langle \mathbf{C} \rangle \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}' \\ \bar{\varepsilon} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \bar{\sigma} \end{Bmatrix}, \tag{6.9}$$

et si l'on note le vecteur des degrés de liberté élémentaires :

$$\{\mathbf{u}\}_e = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}'_e \\ \bar{\varepsilon} \end{Bmatrix}, \tag{6.10}$$

et que l'on remplace la matrice $[\mathbf{B}]$ classique par la matrice $\left[\hat{\mathbf{B}}\right] = [\mathbf{B}, \mathbf{I}]$, alors on retrouve une formulation d'allure classique :

$$\left[\hat{\mathbf{K}}\right] \{\mathbf{u}\}_e = \left\{\hat{\mathbf{f}}\right\}, \tag{6.11}$$

avec

$$\left[\hat{\mathbf{K}}\right] = \sum_e \left[\hat{\mathbf{k}}^{\mathbf{e}}\right], \quad \left[\hat{\mathbf{k}}^{\mathbf{e}}\right] = \frac{1}{V} \int_e {}^{\mathsf{T}} \left[\hat{\mathbf{B}}\right] [\mathbf{C}] \left[\hat{\mathbf{B}}\right] dV, \tag{6.12}$$

et

$$\left\{\hat{\mathbf{f}}\right\} = \sum_e \left\{\hat{\mathbf{f}}^{\mathbf{e}}\right\}, \quad \left\{\hat{\mathbf{f}}^{\mathbf{e}}\right\} = \frac{1}{V} \int_e {}^{\mathsf{T}} \left[\hat{\mathbf{B}}\right] \{\bar{\sigma}\} dV. \tag{6.13}$$

REMARQUE.– L'écriture des degrés de liberté élémentaires sous la forme (6.10) revient à ajouter aux degrés de liberté élémentaires classiques, de nouveaux degrés de libertés, dits « macroscopiques », qui permettent d'imposer un chargement en moyenne sur l'élément.

6.3. Développement d'un module d'homogénéisation

6.3.1. *Position du problème*

Le code de calcul ZéBuLoN, utilisé jusqu'à présent, contient des éléments finis périodiques avec des degrés de libertés macroscopiques. Il est donc possible de réaliser des calculs d'homogénéisation périodique, comme cela a été fait dans les chapitres précédents. Cependant, à l'heure actuelle, les éléments périodiques ne sont utilisables qu'avec le solveur séquentiel. Or, étant donné la taille des maillages nécessaires à la modélisation fidèle d'une structure tissée complexe (de l'ordre de 1 million d'éléments), la mémoire requise pour la résolution des problèmes en séquentiel est bien au delà des capacités de calculs disponibles au LCTS. Il a donc été nécessaire d'entreprendre le développement d'un module de calcul spécifique à l'homogénéisation périodique.

6.3.2. *Développements numériques*

Le module de calcul a été développé en essayant de minimiser (i) le temps de calcul et (ii) la mémoire nécessaire. Ce paragraphe présente les principales optimisations réalisées en ce sens.

6.3.2.1. *Pilotage en déformation*

Dans le cas où seule la déformation macroscopique $\bar{\varepsilon}$ est prescrite, le second membre $\{\mathbf{f}\}$ de l'équation (6.8) peut se calculer de manière explicite et se met sous la forme [MIC 01] :

$$\{\mathbf{f}\} = -\left[\bar{\mathbf{K}}\right]\{\bar{\varepsilon}\}, \tag{6.14}$$

où

$$\left[\bar{\mathbf{K}}\right] = \sum_e \left[\bar{\mathbf{k}}^{\mathbf{e}}\right], \quad \left[\bar{\mathbf{k}}^{\mathbf{e}}\right] = \frac{1}{V}\int_e {}^{\mathsf{T}}[\mathbf{B}][\mathbf{C}]\,dV. \tag{6.15}$$

En se limitant à ce cas de chargement, il n'est plus nécessaire d'ajouter explicitement des degrés de liberté macroscopiques aux éléments. L'équation (6.8) est alors résolue en $\{\mathbf{u}'\}$ et la déformation totale de chaque élément est ensuite calculée par :

$$\{\varepsilon\}_e = [\mathbf{B}]\left\{\mathbf{u}'\right\}_e + \{\bar{\varepsilon}\}. \tag{6.16}$$

6.3.2.2. *Exploitation de la structure de la matrice* $[\mathbf{K}]$

Les matrices de rigidité issues de discrétisation par éléments finis ont une structure creuse [ZIE 00]. Il est possible d'exploiter cette structure afin de réduire la mémoire nécessaire au stockage de la matrice $[\mathbf{K}]$. Une façon naïve de stocker une matrice de taille $n*n$ est de lui allouer un tableau de taille $n*n$. Dans le cas de matrices creuses, le nombre de termes non-nuls *nnz* est très petit devant la taille de la matrice. Une majorité des n^2 valeurs stockées seront des zéros. Il apparaît alors plus judicieux de ne stocker que les *nnz* termes non-nuls. Il existe différents formats de stockage adaptés aux matrices creuses [SAA 03]. Le type de stockage retenu ici est le format dit *Compressed Sparse Row* (CSR). La matrice est stockée dans trois vecteurs : (i) un vecteur a de taille *nnz* qui contient les valeurs non-nulles de la matrice, (ii) un vecteur j de taille *nnz* qui contient les numéros de colonnes des valeurs non-nulles, et (iii) un vecteur i de taille $n+1$ qui donne les indices dans les vecteurs a et j des premiers termes non-nulles de chaque ligne. Ainsi la mémoire nécessaire au stockage d'une matrice de taille $n*n$ contenant *nnz* zéros passe de n^2 à $2nnz+n+1$.

La structure de la matrice et le nombre de termes non-nuls peuvent être déterminés à partir de l'analyse du graphe du maillage [SAA 03]. En effet, chaque arête du maillage va générer m^2 termes non-nuls, où m est le nombre de degrés de liberté associé à chaque noeuds. Les vecteurs i et j peuvent donc être déterminés avant le calcul, et la mémoire allouée en conséquence.

Enfin, les matrices de rigidité sont symétriques par construction [ZIE 00]. Il est alors possible de ne stocker que la partie triangulaire supérieure ou inférieure de la matrice, la mémoire nécessaire au stockage étant alors divisée par deux.

6.3.2.3. *Prise en compte des conditions de périodicité*

Comme rappelé dans le paragraphe précédent (Equations 6.7 et 6.8), les conditions de périodicité sont prises en compte par une méthode d'élimination. L'implantation classique de la méthode d'élimination consiste à assembler complètement le système :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} & \mathbf{K}_{31} \\ {}^{\mathsf{T}}\mathbf{K}_{12} & \mathbf{K}_{22} & \mathbf{K}_{23} \\ {}^{\mathsf{T}}\mathbf{K}_{31} & {}^{\mathsf{T}}\mathbf{K}_{23} & \mathbf{K}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}'_1 \\ \mathbf{u}'_2 \\ \mathbf{u}'_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}'_1 \\ \mathbf{f}'_2 \\ \mathbf{f}'_3 \end{Bmatrix}, \tag{6.17}$$

puis dans un second temps, à réduire le système sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{11}+\mathbf{K}_{31} \\ {}^{\mathsf{T}}\mathbf{K}_{12}+{}^{\mathsf{T}}\mathbf{K}_{31} & \mathbf{K}_{22}+\mathbf{K}_{23}+{}^{\mathsf{T}}\mathbf{K}_{23}+\mathbf{K}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}'_1 \\ \mathbf{u}'_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}'_1 \\ \mathbf{f}'_2+\mathbf{f}'_3 \end{Bmatrix}. \tag{6.18}$$

Cette méthode nécessite le stockage d'un système initial plus grand que le système final, et introduit des opérations matricielles potentiellement coûteuses. Il est alors plus judicieux d'assembler le système directement sous sa forme réduite. Pour ce faire, lors du chargement du maillage, les noeuds liés par des conditions de périodicité sont détectés et un même numéro de degré de liberté leur est attribué. Ainsi, la réduction du système se fait automatiquement lors de la phase d'assemblage $[\mathbf{K}] = \sum_e [\mathbf{k}^\mathbf{e}]$, les contributions des noeuds périodiquement liées étant sommées sur un même degré de liberté.

6.3.2.4. *Utilisation d'un solveur parallèle*

Une fois la matrice de rigidité $[\mathbf{K}]$ et le second membre $\{\mathbf{f}\}$ assemblés, le système (6.8) doit être inversé. Afin de réduire au minimum le temps de calcul, il est intéressant d'utiliser un solveur parallèle, exploitant ainsi au maximum la puissance de calcul disponible, tout en réduisant la mémoire nécessaire par processeur. Le choix s'est porté sur le code libre MUMPS [1] basé sur une factorisation directe multifrontale [AME 00]. Parmi les solveurs directs parallèles disponibles librement, MUMPS apparaît comme l'un des plus performants et des moins « gourmands » en mémoire [GOU 05]. De plus, il est possible de lui fournir le système à résoudre directement au format CSR symétrique.

6.3.3. *Implémentation numérique*

Le module d'homogénéisation développé, GENPROP, repose donc sur une formulation éléments finis classique [ZIE 00] avec comme seules conditions aux limites possible, des conditions de périodicité imposées en déformation. L'implémentation est également limitée aux éléments tétraédriques linéaires. Le module d'homogénéisation et l'interface avec le solveur MUMPS ont été implantés en FORTRAN90.

En résumé, les différentes étapes du calcul des propriétés effectives sont les suivantes :

1) Pré-traitement
– Lecture du maillage.
– Lecture des propriétés matériaux des différentes phases.

1. `http ://mumps.enseeiht.fr/`

– Recherche des noeuds du maillage liés par des conditions de périodicité.
– Construction de la structure de la matrice de rigidité $[\mathbf{K}]$.

2) Résolution des six problèmes élémentaires $i = 1 \ldots 6$
– Assemblage de la matrice $[\mathbf{K}]^i$ et du second membre $\{\mathbf{f}\}^i$.
– Inversion du système $[\mathbf{K}]^i \{\mathbf{u}'\}^i = \{\mathbf{f}\}^i$.
– Calcul des déformations totales $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}^i = [\mathbf{B}]\{\mathbf{u}'\}^i + \{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}\}^i$.

3) Post-traitement
– Calcul des termes du tenseur d'élasticité effectif $\tilde{C}_{ijkl}$.

6.4. Validation du module d'homogénéisation développé

On se propose maintenant de valider le module GENPROP sur un cas test et d'estimer les gains de performances obtenus par rapport au calcul d'homogénéisation réalisé avec ZéBuLoN.

6.4.1. *Cas test de validation*

Le cas test consiste en une cellule (périodique) fibre/matrice. Deux maillages ont été utilisés : un maillage grossier, noté A, représenté à la Figure 6.1 et un maillage plus fin, noté B, identique à celui de la Figure 5.4.

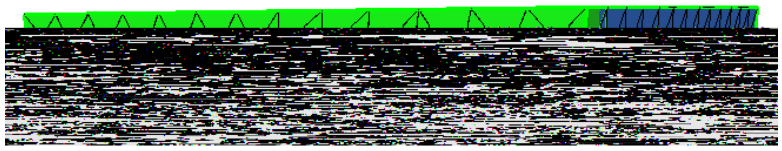


FIGURE 6.1 – Maillage de la cellule fibre/matrice.

Les constituants sont supposés élastiques isotropes. Les propriétés de la fibre et de la matrice sont respectivement $E_f = 100$ GPa, $\nu_f = 0.2$ et $E_m = 10$ GPa, $\nu_m = 0.2$. Les résultats des calculs d'homogénéisation réalisés avec le maillage 1 obtenus respectivement pour ZéBuLoN et GENPROP sont :

$$\left[\tilde{\mathbf{C}}_{\text{ZéBuLoN}}\right] = \begin{bmatrix} 57.3635 & 6.1241 & 6.1308 & 0 & 0 & 0 \\ 6.1241 & 25.5933 & 5.0272 & 0 & 0 & 0 \\ 6.1308 & 5.0272 & 25.6269 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8.0502 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10.1075 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10.0923 \end{bmatrix}$$

et,

$$\left[\tilde{\mathbf{C}}_{\text{GENPROP}}\right] = \begin{bmatrix} 57.3630 & 6.1241 & 6.1308 & 0 & 0 & 0 \\ 6.1241 & 25.5930 & 5.0272 & 0 & 0 & 0 \\ 6.1308 & 5.0272 & 25.6270 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8.0502 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10.1080 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10.0920 \end{bmatrix}$$

Les résultats obtenus sont identiques (aux erreurs d'arrondis numériques près), ce qui valide l'implantation du module développé.

6.4.2. *Estimation des gains de performance*

6.4.2.1. *Résultats en séquentiel*

Les temps de calculs et l'occupation mémoire obtenus pour les deux maillages sont résumés dans le Tableau 6.1. Les temps de calculs indiqués pour GENPROP sont obtenus en n'utilisant qu'un processeur.

On note une diminution assez significative du temps de calcul avec GENPROP, même utilisé en monoprocesseur, par rapport à ZéBuLoN. Pour le maillage A, l'accélération est de l'ordre de 10, et pour le maillage 2, de l'ordre de 4. L'utilisation mémoire est également réduite d'un facteur 2 entre les calculs réalisés avec ZéBuLoN et ceux réalisés avec GENPROP.

6.4.2.2. *Résultats en parallèle*

Les temps de calculs peuvent encore être minimisés en exploitant effectivement l'implémentation parallèle du solveur. Le calcul effectué sur le maillage B en utilisant 4 processeurs montre une accélération d'un facteur 4 par rapport au calcul monoprocesseur, soit un facteur 16 par rapport au calcul ZéBuLoN, et une diminution de la mémoire par processeur de l'ordre de 40 % (Tableau 6.2).

	Maillage A	**Maillage B**
Nombre des noeuds	3290	21060
Nombre d'éléments	16224	113850
Nombre de d.d.l.	9870	63180
Temps de calcul (s)		
- ZéBuLoN	32.1	504
- GENPROP	3.3	130
Mémoire utilisée (Mo)		
- ZéBuLoN	124	1760
- GENPROP	67	1020

TABLE 6.1 – Comparaison des temps de calculs entre GENPROP et ZéBuLoN.

	1 proc.	**4 proc.**
Temps de calcul	130 s	29 s
Mémoire/proc.	1020 Mo	625 Mo

TABLE 6.2 – Temps de calculs et occupation mémoire obtenus avec GENPROP pour le maillage B en fonction du nombre de processeurs utilisés par le solveur parallèle.

6.5. Conclusion

Le développement d'un module spécifique, couplé à un solveur parallèle, a permis de diminuer significativement l'effort numérique à fournir pour réaliser les calculs d'homogénéisation périodique. Nous disposons donc maintenant d'une plate-forme numérique complète permettant la mise en oeuvre de l'approche DMD, de la modélisation de la microstructure au calcul des propriétés effectives.

TROISIÈME PARTIE

Mise en oeuvre de l'approche DMD pour le 2.5D-C/SiC - Application au calcul de structure

Chapitre 7

Identification et validation du modèle DMD pour le matériau 2.5D-C/SiC

L'identification du modèle DMD repose en grande partie sur l'évaluation numérique des propriétés effectives du matériau endommagé par homogénéisation périodique. La stratégie d'identification proposée a nécessité le développement d'outils numériques de changement d'échelle adaptés aux cas complexes des composites tissés. Après avoir rappelé les équations du modèle et défini les variables d'endommagement, l'effet de l'endommagement aux différentes échelles du matériau CMC est identifié numériquement en utilisant les outils développés précédemment. Les cinétiques d'endommagement sont quant à elles identifiées à partir d'un essai de traction. L'identification du modèle est validée par des mesures microstructurales. Des essais de traction hors-axes sont ensuite modélisés afin d'explorer le caractère prédictif du modèle DMD.

7.1. Rappels : formulation du modèle DMD et stratégie d'identification

Les équations principales du modèle DMD, tel que proposé au Chapitre 3, sont tout d'abord rappelées.

Le potentiel thermodynamique $\Psi(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{d})$ s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} 2\rho\Psi = &\left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^0 - \boldsymbol{\varepsilon}^{th}\right) : \tilde{\mathbf{C}} : \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^0 - \boldsymbol{\varepsilon}^{th}\right) \\ &+ \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^0 - \boldsymbol{\varepsilon}^{th}\right) : \tilde{\mathbf{C}}^0 : \boldsymbol{\varepsilon}^0 + \boldsymbol{\varepsilon}^0 : \tilde{\mathbf{C}}^0 : \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^0 - \boldsymbol{\varepsilon}^{th}\right), \end{aligned} \tag{7.1}$$

avec :

$$\tilde{\mathbf{C}}^0 = \left(\mathbf{C}^0 - \mathbf{D}(\tilde{\mathbf{d}}^{\mathbf{0}})\right) \tag{7.2}$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \left(\mathbf{C}^0 - \mathbf{D}(\tilde{\mathbf{d}})\right) \tag{7.3}$$

et :

$$D_{ij} = D_{ij}(\tilde{\mathbf{d}}) = H_{ij}(\eta_1 d_1, \ldots, \eta_n d_n) C^0_{ij}. \tag{7.4}$$

où $\tilde{\mathbf{d}} = (\eta_1 d_1, \ldots, \eta_n d_n)$ est l'endommagement effectif.

La relation contrainte/déformation, obtenue par dérivation du potentiel, s'écrit :

$$\boldsymbol{\sigma} = \tilde{\mathbf{C}} : \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th}\right) + \left(\tilde{\mathbf{C}}^0 - \tilde{\mathbf{C}}\right) : \boldsymbol{\varepsilon}^0. \tag{7.5}$$

Enfin, les forces thermodynamique associées aux variables d'endommagement d_i sont définies par :

$$y_i = \frac{1}{2}\left\langle \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th} \right\rangle^+ : \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{d})}{\partial d_i} : \left\langle \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th} \right\rangle^+ \quad , \tag{7.6}$$

et l'évolution des variables d'endommagement est donnée par :

$$d_i = f(y_i) = d_i^0 + \left(d_i^c - d_i^0\right)\left(1 - \exp\left(-\left(\frac{\sqrt{y_i} - \sqrt{y_i^0}}{\sqrt{y_i^c}}\right)^{p^i}\right)\right) \quad . \tag{7.7}$$

L'identification du modèle DMD repose sur principalement sur l'évaluation du tenseur des effets de l'endommagement $\mathbf{D}(\mathbf{d})$. La stratégie proposée consiste à déterminer numériquement l'effet de l'endommagement à partir de calculs d'homogénéisation périodique sur des cellules élémentaires, représentatives de la microstructure et de l'état physique d'endommagement. A chaque échelle de description du matériau, une cellule élémentaire représentative de la microstructure est générée en utilisant les outils GENCELL, GENTEX et GENMESH présentés dans les chapitres précédents. Les endommagements élémentaires, définis dans les paragraphes suivants sont introduits au sein de ces cellules (GENCRACK). Enfin, les propriétés effectives du matériau endommagé sont calculées par homogénéisation périodique (GENPROP). Dans un second temps, les cinétiques d'endommagement sont identifiées à partir d'un essai de traction.

7.2. Définition des variables d'endommagement pour le matériau 2.5D-C/SiC

A partir des observations expérimentales réalisées au Chapitre 1, on définit les variables d'endommagement d_i correspondantes aux mécanismes d'endommagement élémentaires aux différentes échelles du matériau CMC.

7.2.1. *Variables d'endommagement à l'échelle microscopique*

A l'échelle microscopique, les principaux mécanismes d'endommagements sont (i) la fissuration matricielle intrafil, (ii) les décohésions fibre/matrice associées, et (iii) la rupture des fibres. On définit dans un premier temps deux variables d'endommagement d_{mat}^{micro} et d_{rupt}^{micro} qui correspondent à la densité de fissuration matricielle et au taux de rupture de fibres. La variable d_{mat}^{micro} est normalisée par la densité de fissuration matricielle à saturation $(d_{mat}^{micro})_{sat}$, de sorte que d_{mat}^{micro} varient entre 0 et 1.

On suppose également que les longueurs de décohésion fibre/matrice sont proportionnelles à la densité de fissuration matricielle. On fait l'hypothèse que toute fissure matricielle s'accompagne d'une décohésion interfaciale de longueur L_{dec}^{micro} telle que :

$$L_{dec}^{micro} = \lambda^{micro} d_{mat}^{micro} \quad . \tag{7.8}$$

La valeur de λ^{micro} est choisie de sorte que la longueur de décohésion L_{dec}^{micro} pour $d_{mat}^{micro} = 1$ soit égale au pas de fissuration à saturation.

On fait ici le choix de pas prendre en compte les microdécohésions conduisant à la création de fissures transverses dans les fils à l'échelle microscopique. Ce mécanisme d'endommagement sera traité à l'échelle mésoscopique en supposant une évolution continue de la variable d'endommagement associée à la fissuration transverse (discrète) des fils.

Les observations expérimentales réalisées à l'échelle microscopique [BAS 01; LAM 01] montrent que les mécanismes d'endommagement interviennent de manière (quasi) séquentielle : les premières ruptures de fibres apparaissent seulement après saturation de la fissuration matricielle. Il est donc possible de regrouper au sein d'une même variable d'endommagement d^{micro} les variables d_{mat}^{micro} et d_{rupt}^{micro} en définissant par exemple d^{micro} sous la forme :

$$d^{micro} = \begin{cases} 0.5 d_{mat}^{micro} \quad \text{et} \quad d_{rupt}^{micro} = 0 & \text{si } d_{mat}^{micro} \leq 1 \\ 0.5 + 0.5 d_{rupt}^{micro} & \text{si } d_{mat}^{micro} = 1 \end{cases} \tag{7.9}$$

si les variables d'endommagement varient entre 0 et 1.

Ainsi, d^{micro} représente l'évolution de la fissuration matricielle intrafil pour $d^{micro} \leq 0.5$ et celle du taux de rupture de fibres – la fissuration matricielle étant à saturation – pour $d^{micro} > 0.5$. Les trois mécanismes élémentaires d'endommagement à l'échelle microscopique peuvent donc être décrits par une seule variable d'endommagement micro d^{micro}. Pour $d^{micro} \leq 0.5$, les mécanismes actifs sont la fissuration matricielle et les décohésions interfaciales fibre/matrice associées. Une fois la fissuration matricielle à saturation, pour $d_{micro} > 0.5$, les ruptures de fibres peuvent intervenir.

7.2.2. *Variables d'endommagement à l'échelle mésoscopique*

A l'échelle mésoscopique, celle de la cellule élémentaire tissée, les mécanismes d'endommagement sont (i) la fissuration matricielle interfil, (ii) les décohésions fil/matrice associées, (iii) la fissuration transverse dans les fils et (iv) les décohésions fil/fil associées. Il est donc nécessaire d'introduire les variables d_{mat}^{meso} et d_{trans}^{meso} qui correspondent à la densité de fissuration matricielle interfil et à la densité de fissuration transverse dans les fils. Comme à l'échelle micro, on suppose que les longueurs de décohésion fil/matrice $L_{dec}^{f/m}$ et fil/fil $L_{dec}^{f/f}$ sont respectivement reliées à la densité de fissuration matricielle interfil et à la densité de fissuration transverse dans les fils :

$$L_{dec}^{f/m} = \lambda^{f/m} d_{mat}^{meso} \tag{7.10}$$

$$L_{dec}^{f/f} = \lambda^{f/f} d_{trans}^{meso} \tag{7.11}$$

Les mécanismes d'endommagement suivent également une certaine séquence [LAM 01] : l'endommagement micro des fils, c'est-à-dire la fissuration matricielle intrafil et les rupture de fibres, ne sont amorcés qu'après saturation de la fissuration matricielle interfil. En utilisant le même raisonnement que précédemment, la variable d'endommagement décrivant

la fissuration matricielle interfil d_{mat}^{meso} et la variable d'endommagement micro des fils d^{micro} peuvent être regroupées dans une seule variable d_i^n définie par :

$$d_i^n = \begin{cases} 0.5 d_{mat}^{meso} \quad \text{et} \quad d^{micro} = 0 & \text{si} \quad d_{mat}^{meso} \leq 1 \\ 0.5 + 0.5 d^{micro} & \text{si} \quad d_{mat}^{meso} = 1 \end{cases} \tag{7.12}$$

On aboutit donc, pour chaque direction i du renfort, à deux variables d'endommagement d_i^n et d_i^t.

La variable d'endommagement d_i^n décrit l'endommagement normal à la direction i, et regroupant (i) la fissuration matricielle interfil, (ii) les décohésions fil/matrice et (iii) l'endommagement micro des fils, ce dernier modélisant lui-même plusieurs mécanismes d'endommagement élémentaires, i.e. la fissuration matricielle intrafil, les décohésions fibre/matrice et les ruptures de fibres. En résumé, on a :

- pour $0 < d_i^n \leq 0.5$, l'endommagement activé est la fissuration matricielle interfil,
- pour $0.5 < d_i^n \leq 0.75$, la fissuration matricielle interfil est saturée, et on active la fissuration matricielle intrafil,
- pour $0.75 < d_i^n \leq 1$, la fissuration matricielle intrafil est saturée, et on active les ruptures de fibres.

La variable d'endommagement notée $d_i^t = d_{trans}^{meso}$ décrit l'endommagement transverse des fils, c'est-à-dire la densité de fissures transverses dans les fils.

L'état d'endommagement du composite peut donc être complètement décrit par seulement quatre variables d'endommagement d_1^n, d_2^n, d_1^t et d_2^t.

Il aurait tout à fait été possible de décrire les mécanismes élémentaires par des variables d'endommagement indépendantes. L'aspect séquentiel de l'endommagement aurait alors été pris en compte à travers une interdépendance des cinétiques d'endommagement. Par exemple, la force thermodynamique d'amorçage y_i^0 de la fissuration matricielle intrafil aurait due être égale à la force thermodynamique associée à la fissuration matricielle interfil à saturation. Le résultat, en terme de couplages entre les différents mécanismes d'endommagement, aurait été identique. Cependant, la modèle aurait été plus lourd à écrire : au lieu de 4 variables d'endommagement, il en aurait nécessité 12 (6 mécanismes élémentaires dans chaque direction du renfort) et autant de cinétiques à identifier.

Il est également important de noter que, bien que certains mécanismes d'endommagement soient décrits à l'échelle mésoscopique par une même variable d'endommagement, la description microstructurale des mécanismes d'endommagement élémentaires est identique au cas où chaque mécanisme est décrit par des variables indépendantes. En effet, la relation entre un état d'endommagement mésoscopique (d_1^n, d_2^n, d_1^t, d_2^t) et les valeurs des endommagements élémentaires est explicite et unique. Le calcul des valeurs des endommagements élémentaires à partir de l'endommagement mésoscopique est immédiat. Il s'agit simplement d'une facilité d'écriture, et non pas d'une étape d'homogénéisation.

7.3. Identification numérique des effets de l'endommagement à l'échelle microscopique

7.3.1. *Préparation des calculs*

7.3.1.1. *Définition de la cellule élémentaire*

Une cellule représentative de la microstructure du matériau à l'échelle microscopique est générée en utilisant le programme GENCELL. Le maillage de la cellule retenue pour les calculs est représentée à la Figure 7.1. La cellule contient 27 fibres dont le diamètre est de 7μm. Les épaisseurs de l'interphase de pyrocarbone et de la matrice SiC sont respectivement de 1μm et 2.5μm, comme mesurées expérimentalement.

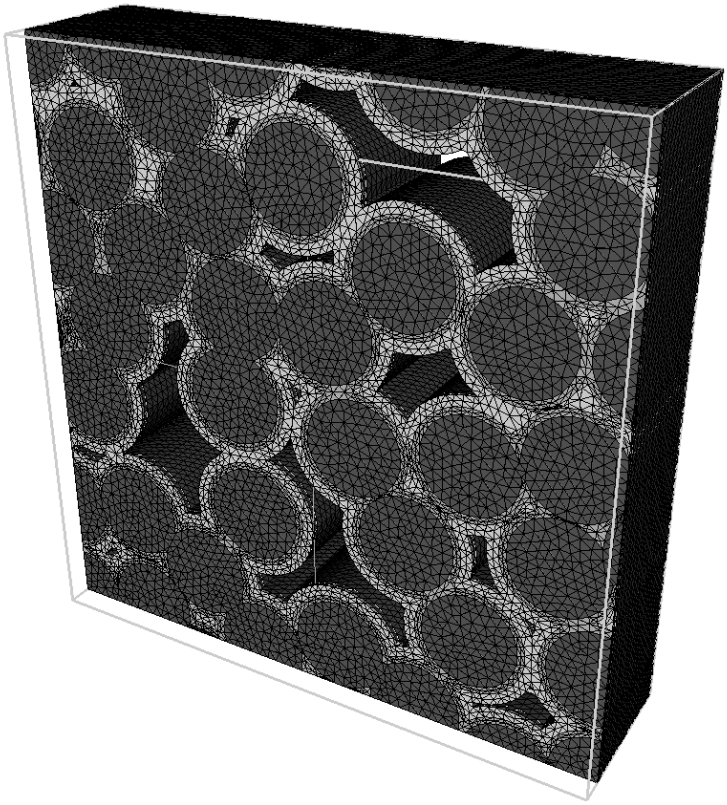


FIGURE 7.1 – Maillage de la cellule représentative d'un fil du matériau 2.5D-C/SiC.

7.3.1.2. *Propriétés des constituants élémentaires*

Les fibres de carbone et l'interphase de pyrocarbone sont supposées être isotrope transverse, la matrice SiC étant quant à elle isotrope. Les propriétés retenues pour les calculs sont présentées dans le Tableau 7.1 et sont les valeurs moyennes classiques issues de la littérature [BOB 95; CAM 96; DAL 00].

	E_l (GPa)	E_t (GPa)	ν_{lt}	ν_{tt}	G_{lt}
Fibre de carbone	230	22	0.12	0.42	4.8
Interphase de PyC	30	12	0.12	0.4	2
Matrice SiC	400	-	0.2	-	-

TABLE 7.1 – Propriétés des constituants élémentaires du matériau 2.5D-C/SiC. D'après [BOB 95; CAM 96; DAL 00].

7.3.1.3. *Propriétés élastiques initiales du fil*

Les propriétés élastiques initiales de la cellule élémentaires sont calculées à l'aide du programme GENPROP pour les propriétés des constituants élémentaires du Tableau 7.1. Les fibres sont orientées dans la direction 1. La matrice de rigidité obtenue est la suivante :

$$[\mathbf{C}_{\text{fil}}] = \begin{bmatrix} 251.01 & 6.50 & 6.04 & 0 & 0 & 0 \\ 6.50 & 31.34 & 11.53 & 0 & 0 & 0 \\ 6.04 & 11.53 & 28.90 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 17.76 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 14.24 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14.97 \end{bmatrix} \text{(GPa)} \quad .$$

Le fil est quasiment isotrope transverse. Le rapport de rigidité entre la direction des fibres et les direction transverse sont de l'ordre de 10.

L'allure de la distribution de la contrainte transverse σ_{22} pour un chargement transverse est illustrée à la Figure 7.2. On note d'importantes concentrations de contrainte dans la couche de matrice SiC. On remarque également que la contrainte dans les fibres n'est pas uniforme sur toute la cellule et qu'elle dépend de l'arrangement local des fibres.

7.3.1.4. *Introduction de l'endommagement*

Les endommagements élémentaires décrits par la variable d'endommagement d^{micro} sont la fissuration matricielle intrafil, les décohésions fibre/matrice et les ruptures de fibres.

La densité maximale de fissuration matricielle intrafil est déterminée expérimentalement à $\rho_{max} = 7\text{mm}^{-1}$. Le taux de fissuration matricielle est défini par $\bar{\rho} = \rho/\rho_{max}$. La longueur de décohésion aux interfaces fibre/matrice varient donc de 0 pour $\bar{\rho} = 0$ à $\lambda = 140\mu\text{m}$ pour $\bar{\rho} = 1$.

Pour un taux de fissuration $\bar{\rho}$ donné, la cellule élémentaire est extrudée sur une distance $h = 1/\bar{\rho}\rho_{max}$ et une fissure est introduite à mi-hauteur de la cellule en utilisant le programme GENCRACK. La fissure est générée dans la matrice et l'interphase. On fait l'hypothèse que la décohésion intervient à l'interface fibre/PyC. La longueur de décohésion associée à cette fissure est calculée par $L_{dec} = \lambda\bar{\rho}$ (Figure 7.3).

Les ruptures de fibres sont introduites dans une cellule élémentaire de longueur $h = 1/\rho_{max}$, correspondant à un état de saturation de la fissuration matricielle intrafil. Les fibres rompues sont choisies aléatoirement dans la cellule. La position de la rupture est également déterminée aléatoirement dans l'intervalle $[-\lambda/2, \lambda/2]$. Il n'est pas nécessaire d'introduire de décohésion supplémentaire, l'interface fibre/PyC étant déjà décohérée. Pour un

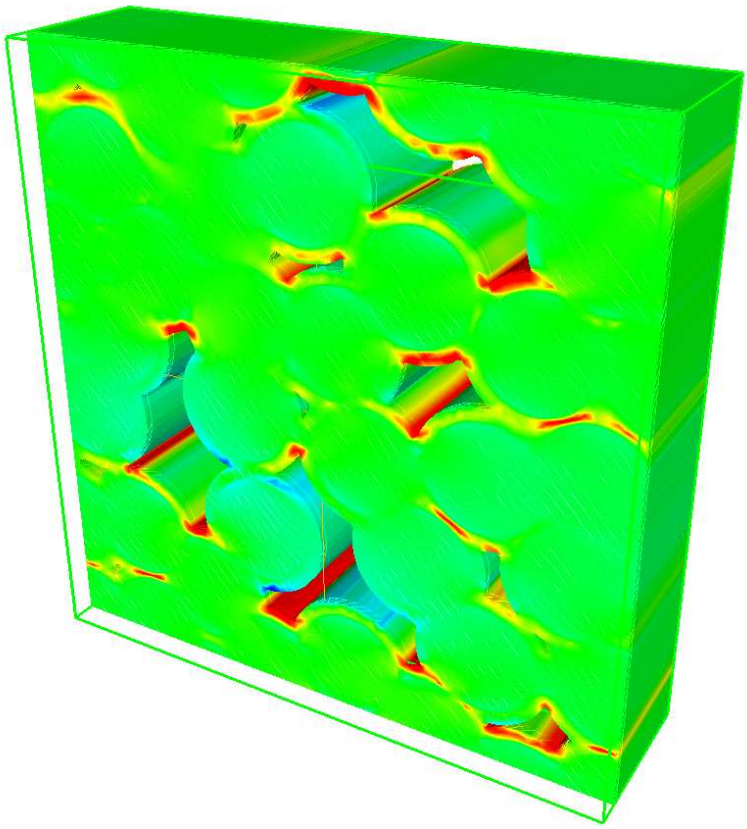


FIGURE 7.2 – Distribution de la contrainte σ_{22} au sein d'un fil CMC pour un chargement élémentaire périodique $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{22}$.

taux de fibres rompues donné, le processus est répété plusieurs fois afin d'obtenir une valeur moyenne.

Les propriétés effectives de la cellule endommagée sont calculées pour différentes valeurs de la variable d'endommagement d^{micro} correspondant à différents états de fissuration matricielle, de longueur de décohésion et de taux de fibres rompues. Les résultats de ces calculs sont présentés au paragraphe suivant.

7.3.2. *Effets de l'endommagement à l'échelle microscopique*

L'effet de l'endommagement sur les propriétés élastiques du matériau est défini à travers le tenseur **D** d'ordre 4 dont les termes se mettent sous la forme (Eq. 2.7) :

$$D_{ij} = h_{ij}(d)C^0_{ij} \tag{7.13}$$

L'effet de l'endommagement micro d^{micro} sur les propriétés effectives du fil est est présenté à la Figure 7.4.

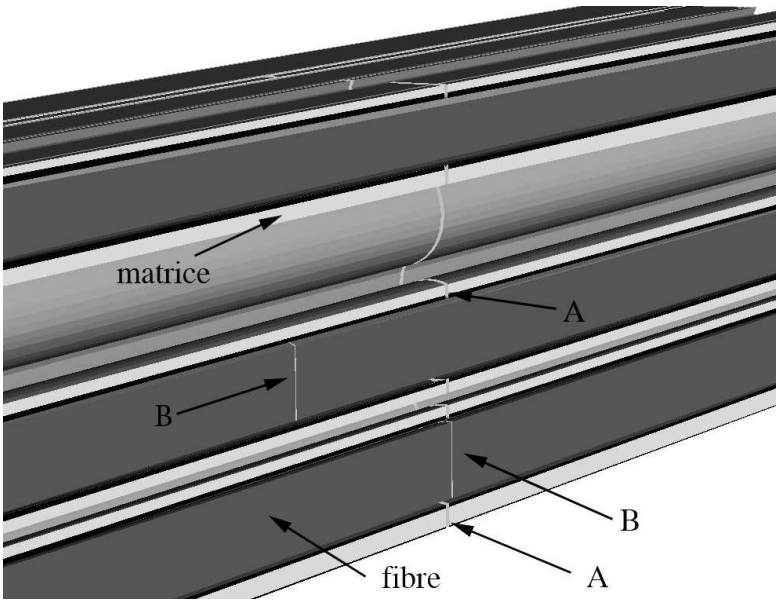


FIGURE 7.3 – Introduction de l'endommagement à saturation dans une cellule élémentaire à l'échelle microscopique : fissure matricielle (A) et ruptures de fibres (B).

On remarque tout d'abord, pour la majorité des termes, une nette inflexion des valeurs de h_{ij} autour de $d_{micro} = 0.5$ correspondant à la saturation de la fissuration matricielle et à l'amorçage des ruptures de fibres. On observe également des similitudes entre certains termes correspondant aux symétries matérielles du matériau.

Dans la direction des fibres, la fissuration matricielle fait perdre environ un quart de sa rigidité au fil. Cette perte de rigidité s'accentue rapidement avec les ruptures de fibres croissantes. Les propriétés transverses et de cisaillement sont quant à elles plus affectées par la fissuration matricielle, *via* les décohésions fibre/matrice associées. A saturation de la fissuration matricielle, les propriétés effectives transverses et de cisaillement sont quasi-nulles ($h \rightarrow 1$).

7.4. Identification numérique des effets de l'endommagement à l'échelle mésoscopique

7.4.1. *Préparation des calculs*

7.4.1.1. *Définition de la cellule élémentaire*

Le motif géométrique élémentaire du 2.5D-C/SiC étudié comporte plusieurs centaines de fils. Le maillage correspondant, bien que réalisable avec les outils développés, serait hors de portée des capacités de calculs disponibles pour l'étape d'homogénéisation. On se restreint alors à un sous-motif représentatif de la texture complète plus en adéquation avec les possibilités de calcul. Le motif élémentaire retenu, généré avec GENTEX, est représenté à la Figure 7.5. Les dimensions de base des fils ($1000 * 200\mu$m), ainsi que les espacements interfils (1.6mm), proviennent des valeurs moyennes des mesures expérimentales obtenues au Chapitre 1, Section 1.1.

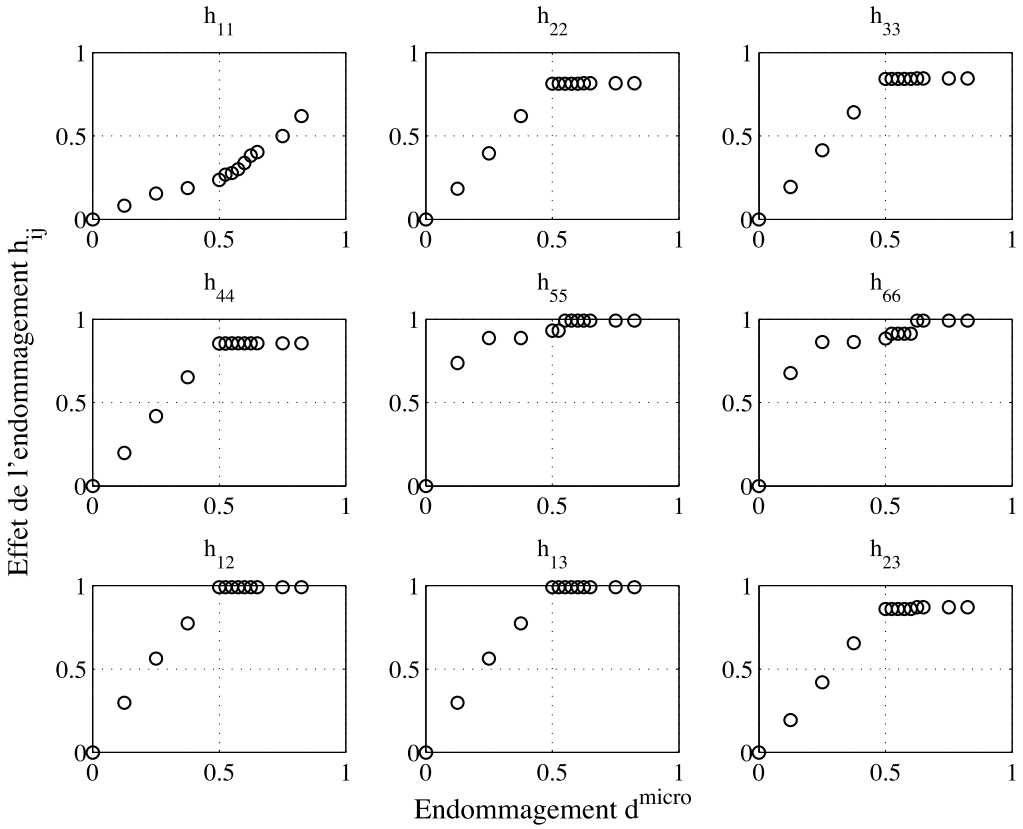


FIGURE 7.4 – Effet de l'endommagement d^{micro} sur les propriétés effectives du fil pour le matériau CMC.

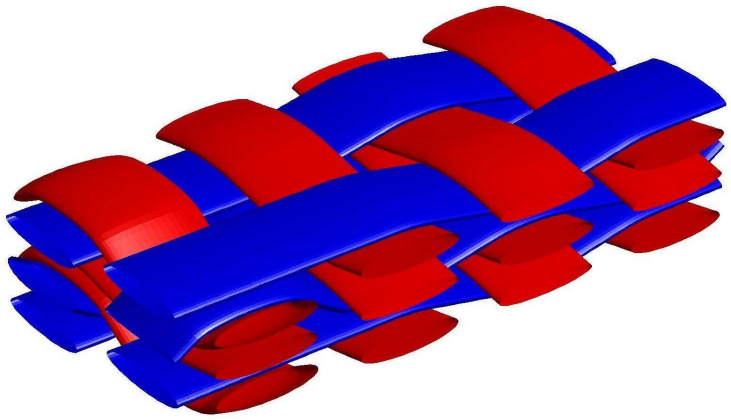


FIGURE 7.5 – Motif tissé élémentaire représentatif du renfort du matériau CMC.

Le maillage correspondant, généré avec GENMESH, est représenté à la Figure 7.6. L'épaisseur moyenne de matrice SiC est de 40μm.

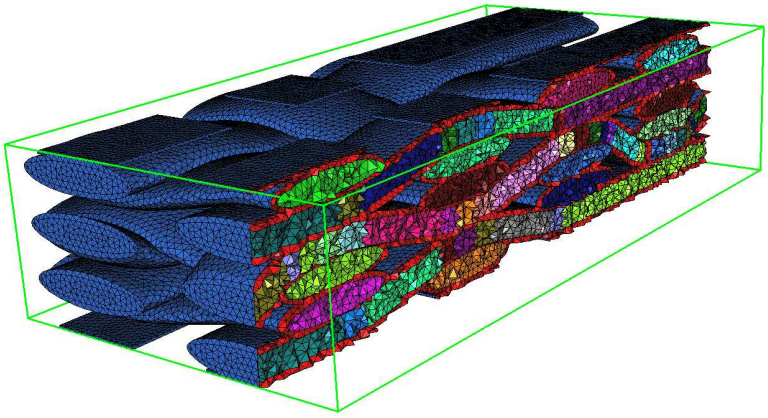


FIGURE 7.6 – Maillage de la cellule représentative du matériau 2.5D-C/SiC.

7.4.1.2. *Propriétés élastiques initiales*

Comme dans le cas du fil, les propriétés élastiques de la cellule élémentaire « intacte » sont calculées à l'aide de GENPROP. La matrice SiC est toujours considérée comme isotrope ($E = 400$GPa, $\nu = 0.2$). Les propriétés des fils sont celles obtenues par homogénéisation de la cellule élémentaire micro. La matrice de rigidité du composite non-endommagé est alors la suivante (le renfort est dans le plan (1,2)) :

$$\left[\mathbf{C}_{\text{composite}}\right] = \begin{bmatrix} 142.28 & 14.21 & 5.71 & 0 & 0 & 0 \\ 14.21 & 136.24 & 5.78 & 0 & 0 & 0 \\ 5.71 & 5.78 & 14.17 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 11.14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 14.15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 29.07 \end{bmatrix} \text{(GPa)}$$

Les résultats montrent que le composite est initialement orthotrope et presque équilibré. La rigidité hors-plan du composite en environ 10 fois plus faible que celle dans les axes du renfort. Le module de cisaillement plan est de l'ordre de 30 GPa.

Il n'est pas encore possible d'effectuer de comparaison directe avec des valeurs de module expérimentales. En effet, le matériau 2.5D-C/SiC comporte un endommagement initial. Or les calculs réalisés dans ce paragraphe sont réalisés pour un matériau non-endommagé. Les modules initiaux pourront être estimés une fois l'endommagement initial pris en compte. On peut cependant noter que les valeurs obtenues ici sont en accord avec celles calculées par [DAL 00] sur un composite équivalent par une méthode d'homogénéisation analytique.

La répartition de la contrainte σ_{11} pour un chargement élémentaire dans la direction 1 est illustrée à la Figure 7.7. On peut remarquer en particulier les fortes concentrations de contrainte aux abords des macropores.

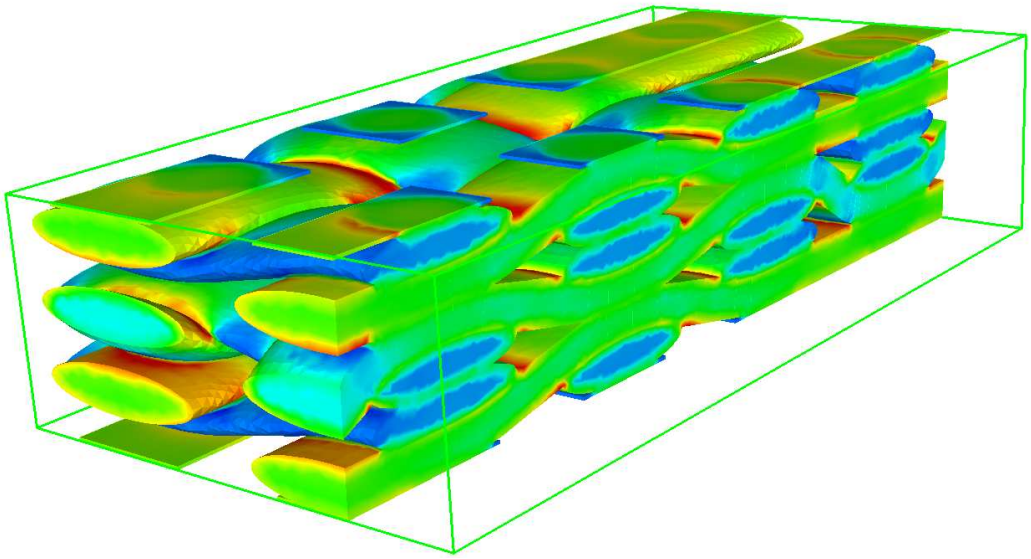


FIGURE 7.7 – Distribution de la contrainte σ_{11} au sein de la cellule représentative du matériau 2.5D-C/SiC pour un chargement élémentaire périodique $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{11}$.

7.4.1.3. *Introduction de l'endommagement*

Les mécanismes d'endommagement présents à l'échelle mésoscopique sont (i) la fissuration matricielle interfil, (ii) les décohésions fil/matrice, (iii) la fissuration transverse dans les fils et (iv) l'endommagement micro des fils.

La densité maximale de fissuration matricielle interfil est mesurée expérimentalement à $\rho = 7\text{mm}^{-1}$. Comme à l'échelle inférieure, la longueur de décohésion fil/matrice est reliée au taux de fissuration matricielle avec une longueur à saturation de $L_{dec} = 140\mu m$. Le nombre maximum de fissures transverses dans les fils est fixé à 4 conformément aux observations expérimentales. Enfin, les propriétés effectives des fils endommagés (par l'endommagement d_{micro}) sont calculées à partir des résultats précédemment obtenus à l'échelle microscopique. Enfin, comme explicité à la section 7.2, les mécanismes d'endommagement sont décrits à l'échelle mésoscopique par deux variables d'endommagement d_i^n et d_i^t dans chaque direction du renfort. Les propriétés effectives de la cellule endommagée sont alors calculées pour différentes valeurs des variables d_i^n et d_i^t $(i = 1,2)$.

7.4.2. *Effets de l'endommagement à l'échelle mésoscopique*

Afin d'appréhender correctement les effets des différents endommagements méso, deux types de calculs ont été réalisés. Une première série de calculs a été menée en ne considérant qu'un mode d'endommagement, les autres variables étant fixées à 0. Ces calculs ont permis d'observer les effets individuels des différentes variables d'endommagement sur les propriétés effectives. Dans un second temps, afin d'identifier les couplages entre les variables d'endommagement, une deuxième série de calculs a été réalisée pour différents états d'endommagement (d_i^n, d_i^t), $i = 1,2$.

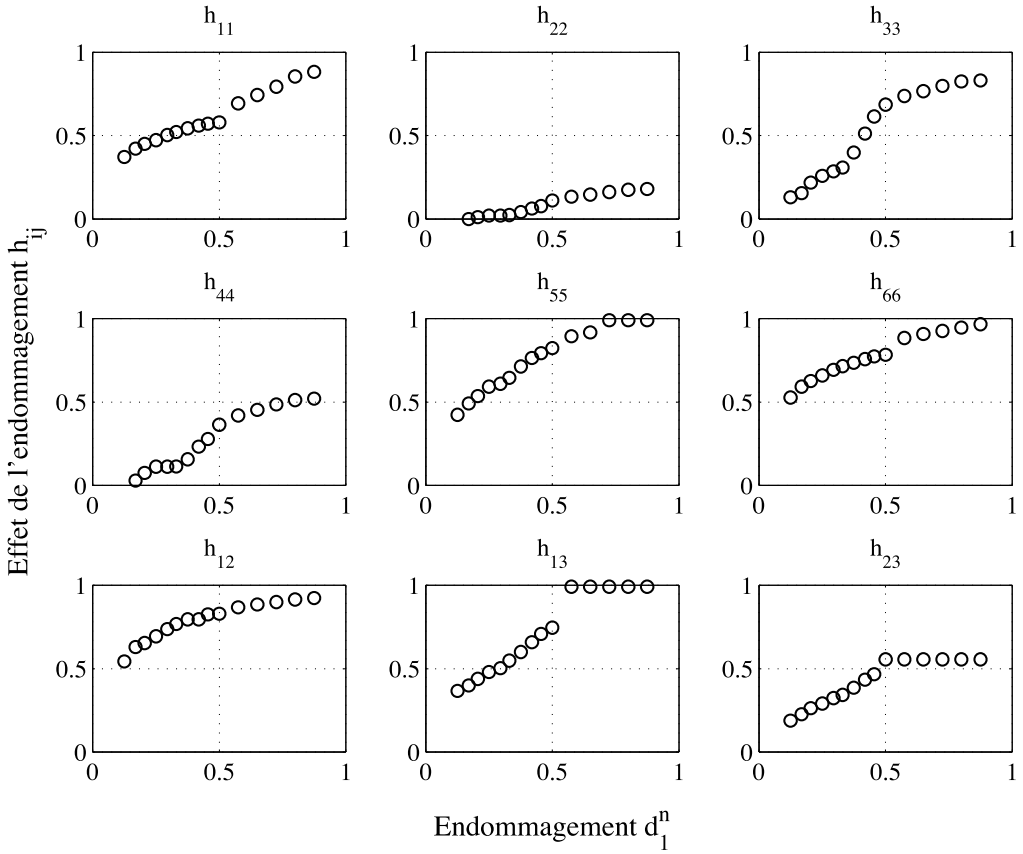


FIGURE 7.8 – Effet de l'endommagement d_1^n sur les propriétés effectives du composite.

Les résultats de la première série de calcul pour d_1^n sont présentés à la Figure 7.8. On rappelle que pour $0 < d_1^n < 0.5$ le mode d'endommagement actif est la fissuration matricielle interfil, pour $0.5 \leq d_1^n < 0.75$ la fissuration matricielle intrafil, et pour $d_1^n \geq 0.75$ les ruptures de fibres. La terme h_{11} est logiquement affecté par d_1^n (endommagement normal à la direction 1) avec une perte de rigidité de plus de 50% à saturation de la fissuration matricielle interfil. Le terme transverse h_{22} est très peu sensible à d_1^n : la perte de rigidité transverse maximale, due aux décohésions fil/matrice et fibre/matrice est de l'ordre de 10%. La composante hors-plan h_{33} est beaucoup plus sensible aux décohésions fil/matrice avec une perte de rigidité de l'ordre de 75% pour $d_1^n = 0.5$. La composante de cisaillement plan h_{66} est elle aussi sévèrement affectée par l'endommagement d_1^n. Les résultats obtenus pour d_2^n sont similaires en échangeant les directions 1 et 2.

L'effet de l'endommagement d_2^t est présenté à la Figure 7.9. Les calculs ont été effectués pour $d_2^t = (0.5, 0.75, 1)$ correspondant respectivement à 2,3 et 4 fissures transverses par fils. Les résultats montrent que la fissuration transverse des fils n'a que très peu d'effet sur les propriétés effectives du composite. Encore une fois, les résultats obtenus pour d_2^t sont similaires à ceux obtenus pour d_1^t en permutant les directions 1 et 2.

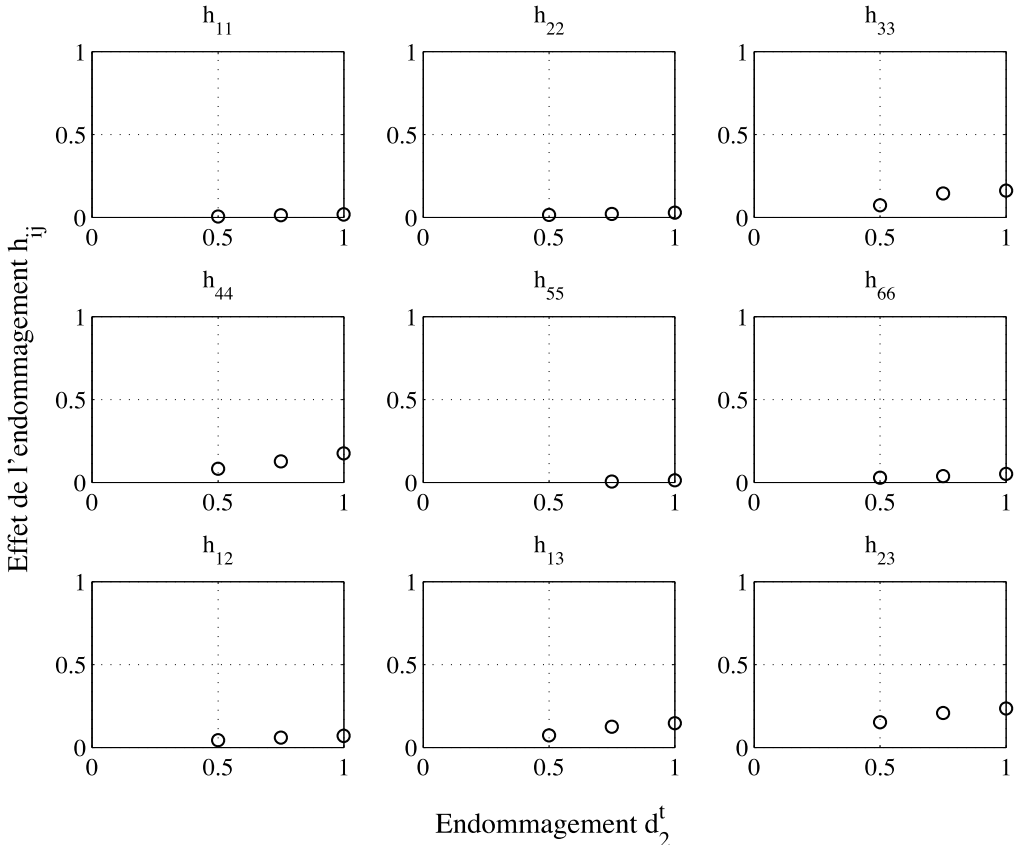


FIGURE 7.9 – Effet de l'endommagement d_2^t sur les propriétés effectives du matériau 2.5D-C/SiC.

Dans la seconde série de calcul, environ 200 états d'endommagement répartis aléatoirement dans l'espace $(d_1^n, d_2^n, d_1^t, d_2^t)$ ont été analysés. Il est apparu que l'effet d'un état d'endommagement $(d_1^n, d_2^n, d_1^t, d_2^t)$ quelconque pouvait être correctement interpolé à partir de la contribution individuelle h^k de chaque variable d'endommagement d_k en utilisant une fonction d'interpolation de la forme [1] :

$$h_{ij} = 1 - \prod_k \left(1 - h_{ij}^k(d_k)\right) \tag{7.14}$$

Pour chaque variable d_k, les 9 composantes $h_{ij}^k(d_k)$ sont approximées par une fonction de la forme :

$$y = f(x) = 1 - \exp(-(\frac{x}{\alpha})^{\beta})$$

1. La forme proposée pour l'interpolation des h_{ij} s'inspire de la définition des surfaces d'interpolation de Coons-Gordon [GOR 73]. Le patch de Coons est une méthode de construction d'une surface lisse connaissant son contour sous forme d'arcs paramétrés.

à partir des résultats de la première série de calculs, et finalement, l'effet d'un endommagement méso $(d_1^n, d_2^n, d_1^t, d_2^t)$ est modélisé par des surfaces (de dimension 4) $h_{ij}(d_1^n, d_2^n, d_1^t, d_2^t)$. Une coupe de ces surfaces dans le plan (d_1^n, d_2^n) est représentée à la Figure 7.10

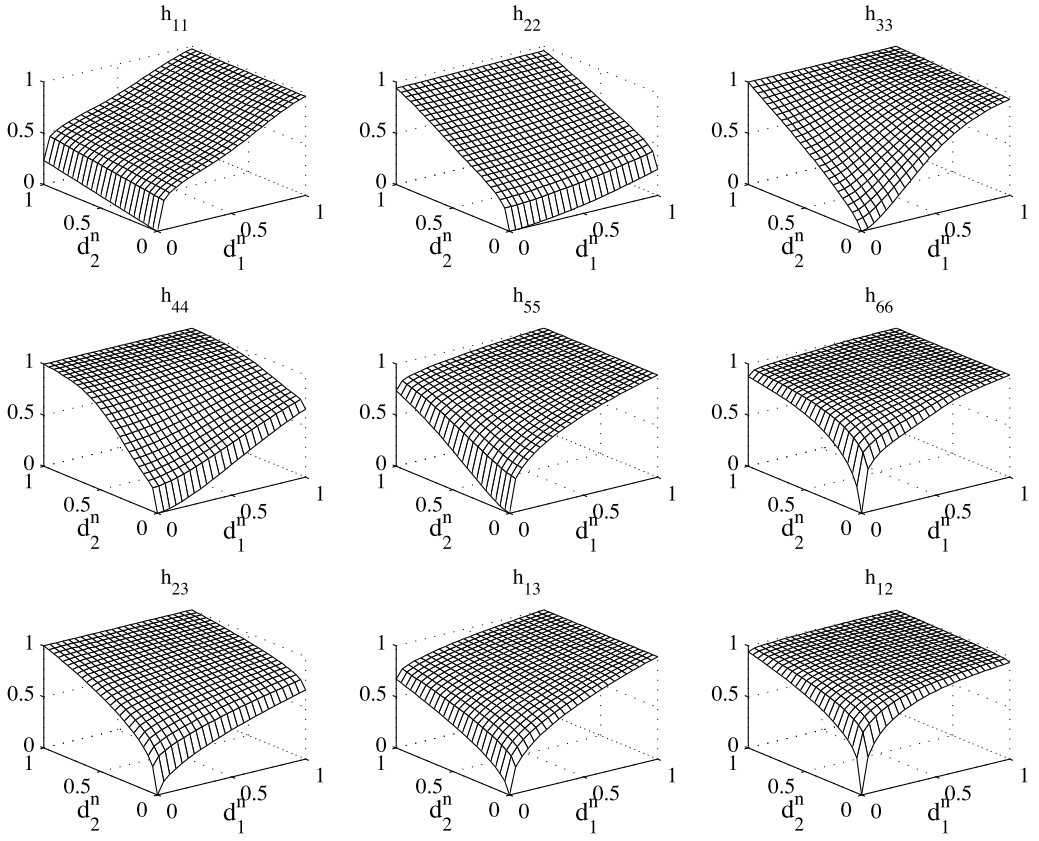


FIGURE 7.10 – Effet des endommagements d_1^n, d_2^n sur les propriétés effectives du matériau 2.5D-C/SiC.

Ces surfaces de réponse permettent donc maintenant de déterminer analytiquement l'effet d'un état d'endommagement donné sur les propriétés effectives du composite. En terme de loi de comportement, ces surfaces permettent de calculer le tenseur d'effet du dommage $\mathbf{D}(d)$ pour toute configuration d'endommagement. Il convient maintenant d'identifier les cinétiques d'endommagement, c'est-à-dire l'évolution de l'endommagement en fonction du chargement.

7.5. Identification des cinétiques d'endommagement

Etant donné la complexité de la microstructure, et le nombre important de mécanismes d'endommagement élémentaires impliqués, l'identification des cinétiques d'endommagement est réalisée à l'échelle méso.

Cependant, un certain nombre d'informations microstructurales peuvent être exploitées. En particulier, les mesures de l'évolution de la densité de fissuration matricielle interfil et du nombre de fissures transverses dans les fils en fonction du chargement peuvent permettre d'établir les cinétiques d'endommagement associées à ces deux mécanismes élémentaires. En effet, les mesures permettent de tracer une courbe $d_k = f(\sigma)$. Pour un état d'endommagement donné, l'effet du dommage $\mathbf{D}(d)$ et le tenseur des propriétés effectives du matériau $\tilde{\mathbf{C}}$ peuvent être estimés à partir des surfaces de réponse calculées précédemment. Le tenseur des déformations ε correspondant à l'état de contrainte uniaxiale imposé σ se déduit par $\varepsilon = (\tilde{\mathbf{C}})^{-1} : \sigma$. Connaissant d_k et le tenseur des déformations ε, la force thermodynamique correspondante y_k peut être à son tour calculée grâce à la relation (Eq. 7.6). Ainsi, on obtient l'évolution de la variable d'endommagement d_k en fonction de sa force thermodynamique associée y_k afin d'identifier les coefficients de la relation (Eq. 7.7).

Pour les variables d'endommagement d_i^t, les cinétiques correspondantes peuvent être directement déduites des observations microstructurales, puisque d_i^t ne rend compte que de la fissuration transverse dans les fils. Pour les variables d_i^n, l'identification se révèle plus délicate. Si la partie de la cinétique correspondant à la fissuration matricielle interfil peut être estimée à partir des observations microstructurales, il est plus difficile d'obtenir des mesures expérimentales exploitables pour la fissuration matricielle intrafil et les ruptures de fibres. On préfère alors faire le choix d'identifier complètement les cinétiques par méthode inverse à partir d'un essai de traction et de se servir des mesures microstructurales comme validation des cinétiques identifiées.

Il est également intéressant de ne pas dépendre exclusivement de mesures microsctructurales pour l'identification des cinétiques dans le cas du recalage du modèle pour un matériau légèrement différent. En effet, la réalisation et l'exploitation des observations microstructurales, telles que celles réalisées pour le 2.5D C/SiC, sont relativement coûteuses en temps de manipulation. Il est nettement plus économique de réaliser un simple essai de traction monotone.

Les propriétés élastiques initiales du composite ont été calculées en considérant un état d'endommagement nul $d = 0$. Or, à l'état initial, le matériau exhibe un endommagement non-nul. Les variables d'endommagement prennent donc des valeurs initiales $(d_k)_0 > 0$. Ces valeurs sont identifiées en même temps que les cinétiques d'endommagement de façon à obtenir un module élastique initial correct.

On fait l'hypothèse, vérifiée expérimentalement, que, pour un essai de traction sens 1, seuls les endommagements d_1^n et d_2^t (dont la fissuration est majoritairement orientée dans la direction 1) sont actifs. Les endommagement d_2^n et d_1^t sont fixées respectivement à $(d_1^n)_0$ et $(d_2^t)_0$ afin de rendre compte de l'endommagement initial du matériau.

Le modèle DMD a été implanté dans MATLAB pour un élément de volume. La méthode numérique de résolution de la loi de comportement est détaillée au chapitre suivant (Paragraphe 8.1.1). Par une méthode d'optimisation, les cinétiques sont identifiées à partir d'un essai de traction monotone sens chaîne, similaire à celui pour lequel les mesures

expérimentales des cinétiques ont été réalisées. Les paramètres d_i^0, d_i^c, y_i^c et p^i des cinétiques d'endommagement sont déterminés de façon à minimiser l'écart quadratique entre les réponses (σ, ε) expérimentales et simulées.

Les cinétiques identifiées sur l'essai de traction sont présentées à la Figure 7.11. Le résultat de l'identification en terme de courbe de comportement est illustré à la Figure 7.12. On constate une bonne modélisation de la réponse du matériau par le modèle DMD.

En résumé, l'identification du modèle DMD pour un matériau donné nécessite :
- l'estimation des propriétés élastiques initiales $\mathbf{C}^0$,
- le calcul de l'effet de l'endommagement sur les propriétés effectives, c'est-à-dire les surfaces de réponse $h_{ij}(\mathbf{d})$,
- l'identification de l'endommagement initial et des cinétiques d'endommagement.

Afin de valider les cinétiques identifiées et les surfaces de réponse calculées par homogénéisation, il est nécessaire de vérifier maintenant que les cinétiques ont un sens « physique ». En particulier, pour les mécanismes élémentaires dont les cinétiques peuvent être estimées expérimentalement, il convient de vérifier que les cinétiques identifiées sont en accord avec les mesures expérimentales.

Les propriétés effectives, et donc la réponse du matériau, étant très peu affectées par la fissuration transverse des fils, l'identification des cinétiques des variables d_i^t est rendue assez aléatoire. Afin de conserver un sens physique aux cinétiques identifiées, les seuils initial et critique entre lesquels la variable d'endommagement peut évoluer sont fixées *a priori* pour correspondre aux valeurs observées expérimentalement.

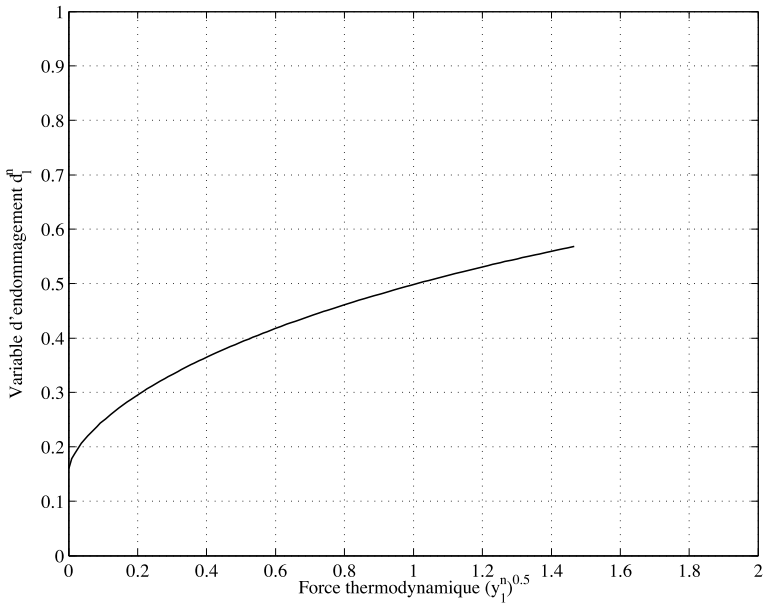
L'évolution du taux de fissuration matricielle interfil peut être directement déduite de la valeur de la variable d_1^n par :

$$\bar{\rho} = 2\min\left(d_1^n, \frac{1}{2}\right) \tag{7.15}$$

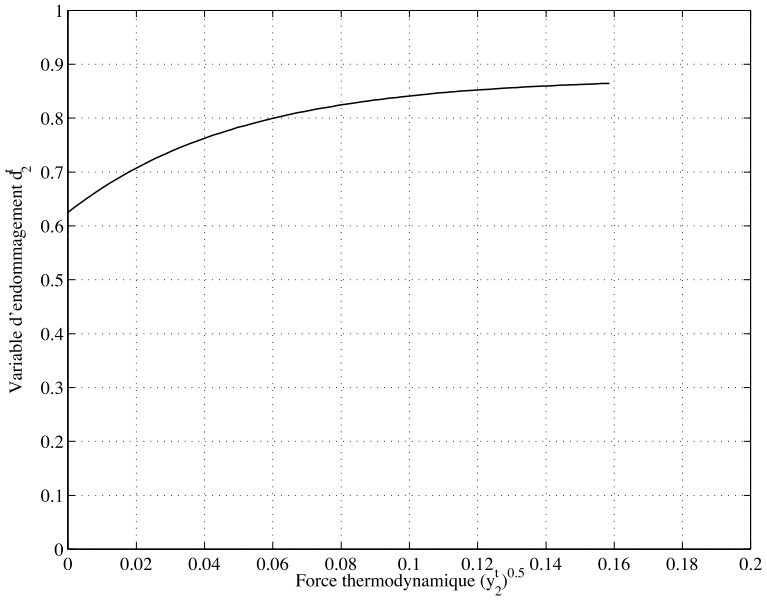
L'évolution de la densité de fissuration matricielle interfil issue de l'identification est alors comparée aux valeurs mesurées expérimentalement à la Figure 7.13.

On constate une bonne correspondance entre valeurs expérimentales et identifiées : les taux de fissuration identifiées sont physiquement réalistes et se situent dans la dispersion expérimentale.

Cette vérification permet de valider en partie les surfaces de réponse construites précédemment. En effet, si les densités de fissuration identifiées sont proches des densités expérimentales, c'est que l'estimation des propriétés effectives du matériau endommagé, via les surfaces de réponse est correcte. Dans le cas contraire, les taux d'endommagement nécessaires à l'obtention des propriétés effectives correctes auraient été sur-estimées (resp. sous-estimées) si les surfaces de réponse avaient sous-estimé (resp. sur-estimé) l'effet d'un endommagement donné. Les écarts constatés par rapport aux valeurs expérimentales moyennes peuvent s'expliquer par les hypothèses et les simplifications faites sur la description de la microstructure du matériau, et par l'incertitude sur les propriétés élastiques initiales des constituants.



(a) $d_1^n = f(y_1^n)$



(b) $d_2^t = f(y_2^t)$

FIGURE 7.11 – Cinétiques d'endommagement du matériau 2.5D-C/SiC identifiées à partir d'un essai de traction sens chaîne

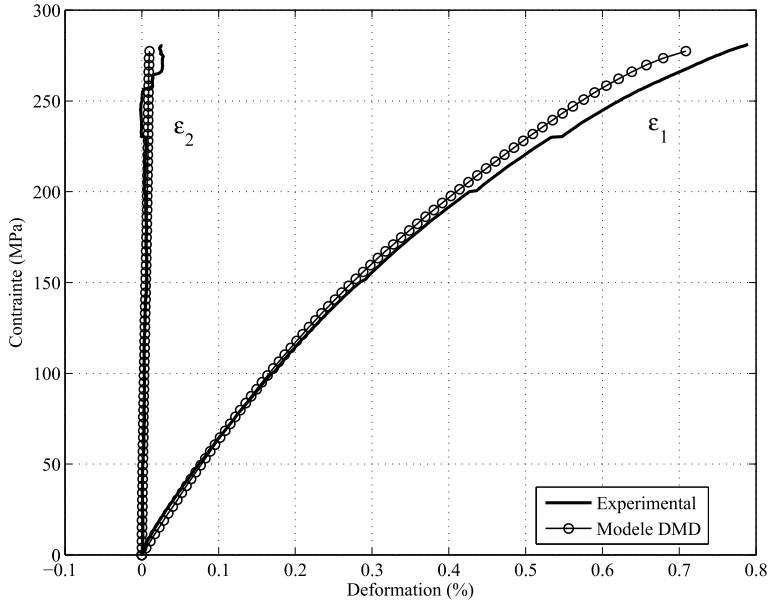


FIGURE 7.12 – Comparaison des réponses contrainte/déformation expérimentales et simulées par le modèle DMD du matériau 2.5D-C/SiC pour un essai de traction monotone sens chaîne.

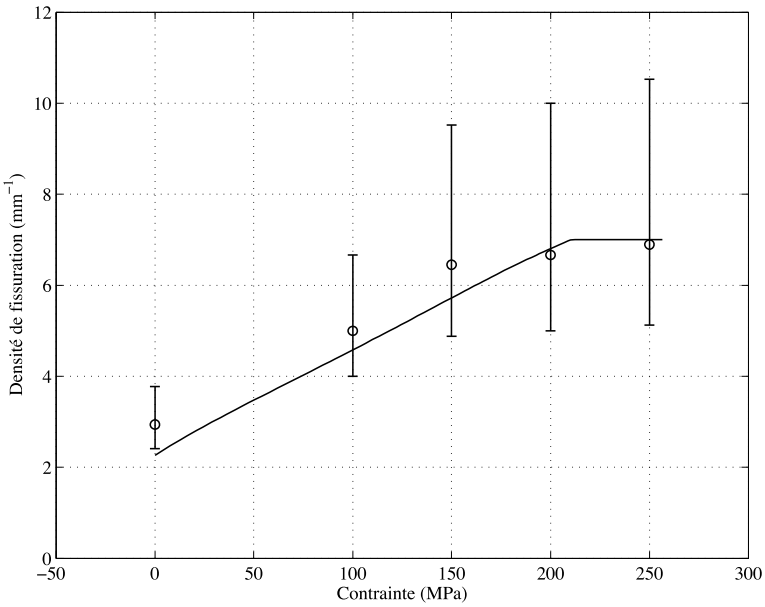


FIGURE 7.13 – Comparaison de l'évolution de la densité de fissuration matricielle interfil expérimentale et simulée pour le matériau 2.5D-C/SiC.

La cinétique $d_1^n = f(y_1^n)$ (Figure 7.11a) montre également qu'à rupture, l'endommagement $d_1^n \approx 0.6 < 1$. Cet état d'endommagement correspond à une fissuration matricielle interfil à saturation et à un taux de fissuration matricielle intrafil de 40%. La valeur de l'endommagement à rupture nous renseigne donc sur le taux d'endommagement critique que peut supporter le matériau. Cette valeur critique peut donc permettre de déterminer un critère de rupture, ou du moins un indicateur de l'instabilité de la réponse du matériau (cf. Section 7.6.4).

Dans le cas du matériau CMC considéré ici, la rupture intervient avant la saturation complète de l'endommagement matriciel. Cela correspond au cas de liaisons interfaciales relativement fortes et à des longueurs de décohésions fil/fil faibles. Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus sur des composites SiC/SiC par [DRO 96]. Il est intéressant de noter que le modèle DMD permet de contrôler le type de liaison interfaciale (faible/forte) simplement en modifiant la valeur du paramètre λ dans la définition des longueurs de décohésion associées aux différents mécanismes d'endommagement $L_{dec} = \lambda d$.

7.6. Validation du modèle DMD

Les développements des paragraphes précédents ont permis l'identification du modèle DMD pour le matériau 2.5D C/SiC étudié. L'effet de l'endommagement a été modélisé à l'aide de surfaces de réponse construites par homogénéisation périodique. Les cinétiques d'endommagement ont été identifiées par méthode inverse à partir d'un essai de traction. La validité de la démarche, et la cohérence des résultats obtenus ont été partiellement confirmées en comparant les cinétiques identifiées aux cinétiques expérimentales. On se propose maintenant de valider plus complètement le modèle et d'explorer son caractère prédictif en modélisant des essais différents de celui utilisé pour l'identification.

7.6.1. *Essai de traction/compression à 0°*

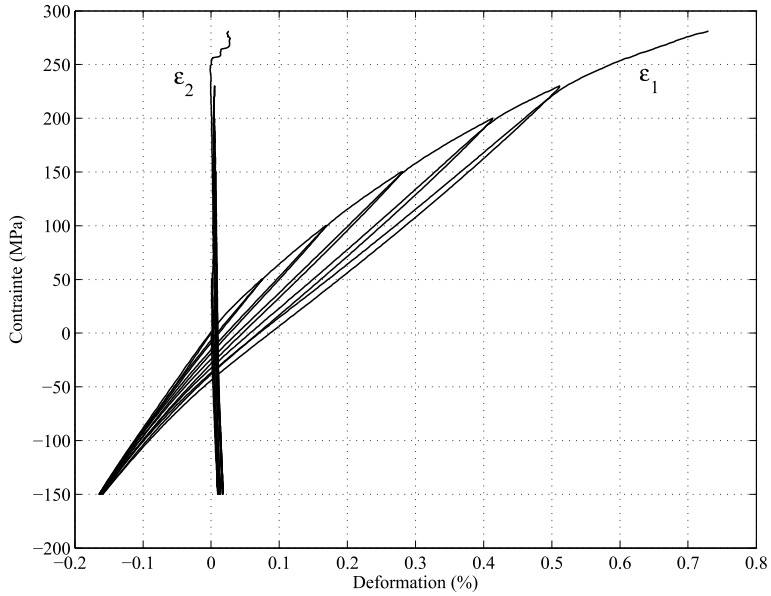
Le premier essai de validation est un essai de traction/compression sens chaîne. Cet essai a pour but de vérifier la bonne réponse du modèle lors des passages en compression, et en particulier la prise en compte correcte du caractère unilatéral de l'endommagement.

Le résultat de la simulation est confronté au résultat expérimental à la Figure 7.14. On observe un très bon accord entre essai et simulation. La restitution du module initial est correctement modélisé pour la contrainte de refermeture fixée à $\sigma = -110$MPa.

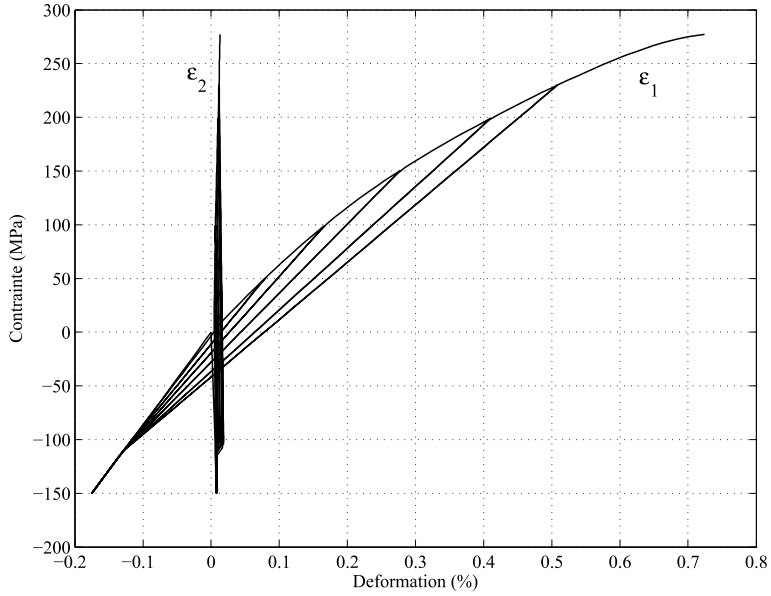
Les deux essais suivants cherchent à valider le caractère prédictif du modèle DMD.

7.6.2. *Essai de traction hors-axes à 45°*

Le second essai de validation est un essai de traction hors-axes à 45°. Lors d'un essai hors-axes, la matériau est soumis à un chargement mixte traction/cisaillement, différent de l'état de sollicitation uniaxial d'un essai de traction dans les axes du renfort. Les résultats



(a) Expérimental



(b) Modèle DMD

FIGURE 7.14 – Courbes contrainte/déformation (a) expérimentales et (b) simulées pour un essai de traction/compression sens chaîne pour le matériau 2.5D-C/SiC.

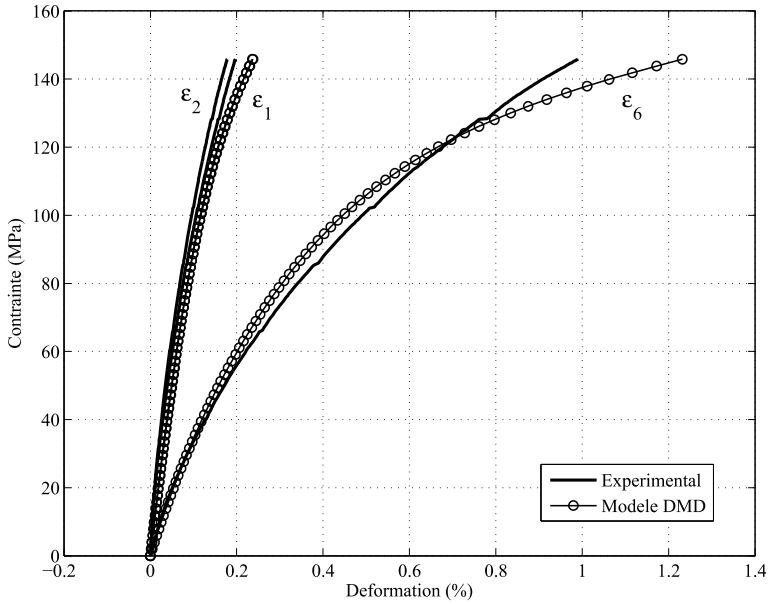
de la modélisation sont présentées à la Figure 7.15 dans les axes essais et matériaux [2]. Un bon accord général entre essai et modélisation est observé.

Il est important de noter que seules les propriétés identifiées dans les axes du matériau nourrissent la simulation. Ceci représente une avancée importante par rapport aux modélisations précédentes nécessitant d'identifier séparément les comportements en traction et en cisaillement. Dans l'approche DMD, les surfaces de réponse permettent de calculer le comportement en cisaillement du matériau à partir des seules données identifiées dans les axes. L'identification des effets de l'endommagement à partir des essais numériques réalisés permet en particulier de décrire correctement les couplages traction/cisaillement au niveau des effets de l'endommagement, sans avoir besoin de faire d'hypothèse sur la forme ou sur l'intensité de ces couplages. Ainsi, et contrairement aux approches standard, les couplages sont naturellement déterminés par les surfaces de réponse sans avoir à introduire de variables de couplage ou de formalismes supplémentaires. On peut également remarquer que l'endommagement initial, identifié sur l'essai de traction sens chaîne, permet d'obtenir le bon module de cisaillement initial (Figure 7.15a), ce qui démontre la représentativité de la cellule élémentaire retenue.

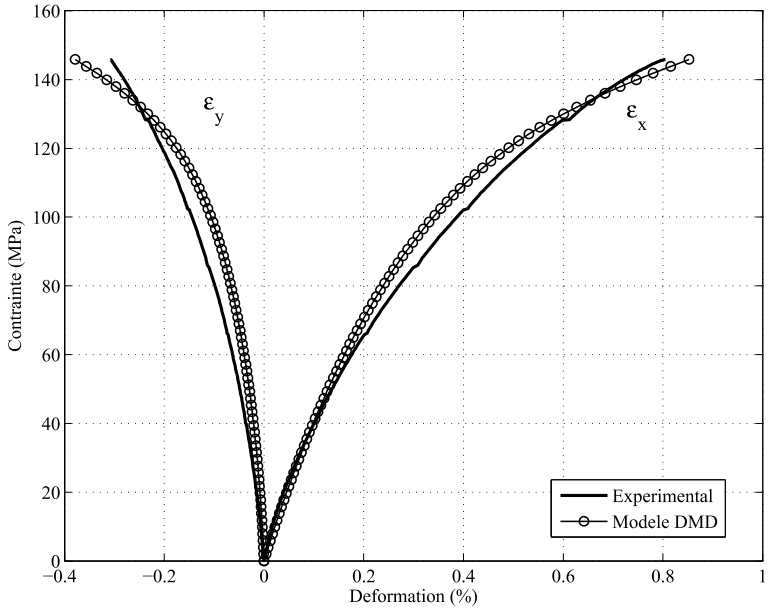
L'évolution des variables d'endommagement en fonction du chargement lors d'un essai de traction à 45° est illustrée par la Figure 7.16. Les variables d_1^n et d_2^n évoluent de manière similaire conformément à l'état de contrainte $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_6$ généré lors d'un essai de traction à 45°. Il est également intéressant de noter que la rupture intervient pour un endommagement $d_1^n \approx d_2^n \approx 0.5$ qui correspond physiquement à la saturation de la fissuration matricielle interfil. A ce niveau d'endommagement, la matrice ne supporte plus aucun effort et la sollicitation est reporté sur le renfort tissé. La préforme tissée seule ayant une rigidité en cisaillement très faible, la composante σ_6 du chargement entraîne la rupture du matériau.

La Figure 7.17 présente le résultat de la simulation pour un essai de traction/compression à 45°. L'allure globale des réponses simulées est en accord avec les mesures expérimentales, comme pour un essai de traction monotone. Le modèle DMD ne permet pas cependant de rendre compte correctement de la restitution du module de cisaillement initial, ou tout du moins de l'atténuation de l'effet de l'endommagement en cisaillement, lors des passages en compression. Ceci tient au choix fait précédemment dans la formulation du modèle de ne pas refermer les termes de cisaillement. Cette limite dans l'écriture du modèle DMD reste cependant acceptable du point de vue d'un calcul de structure. Cet artefact de modélisation peut être résolu à l'échelle macroscopique soit en ajoutant des déformations stockées afin d'assurer la continuité des réponses contrainte/déformation au moment de la refermeture [CHA 02], soit en modélisant de manière explicite les phénomènes de frottement entre les lèvres de fissures dans l'écriture du modèle [PEN 01]. Une autre solution serait de calculer par des essais numériques deux jeux de surfaces de réponse, l'un pour un état global de traction (i.e fissures ouvertes), et un autre pour un état global de compression (i.e fissures fermées). Cependant, cette solution, qui nécessite de prendre en compte le contact entre les lèvres de fissures lors des calculs d'homogénéisation, reste numériquement lourde à

2. Le repère lié au matériau est noté $(1,2)$ et est orienté par les directions du renfort, le repère de l'essai est noté (x,y), le chargement étant imposé suivant la direction x.



(a) Axes matériau



(b) Axes essai

FIGURE 7.15 – Courbes contrainte/déformation expérimentales et simulées pour un essai de traction hors-axes à 45° pour le matériau 2.5D-C/SiC.

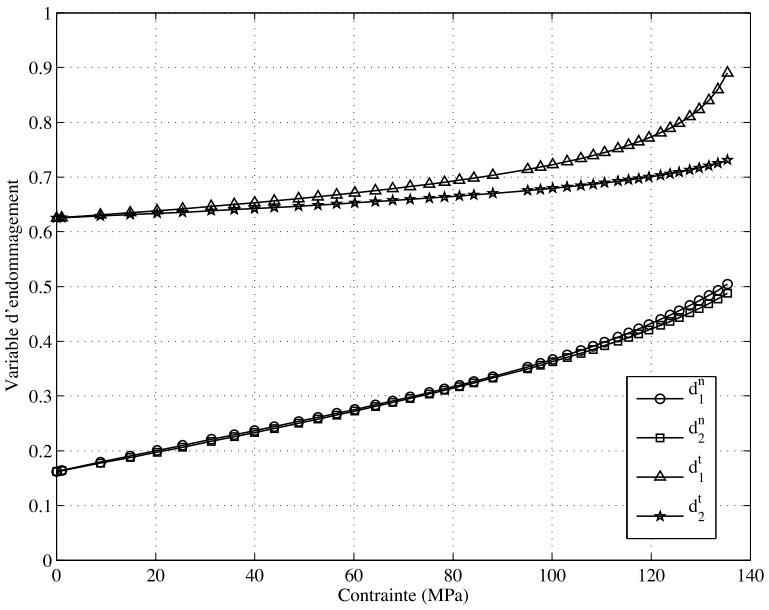


FIGURE 7.16 – Evolution des variables d'endommagement en fonction de la contrainte imposée pour un essai de traction à 45° pour le matériau 2.5D-C/SiC.

mettre effectivement en oeuvre étant données la taille et la complexité des microstructures considérées.

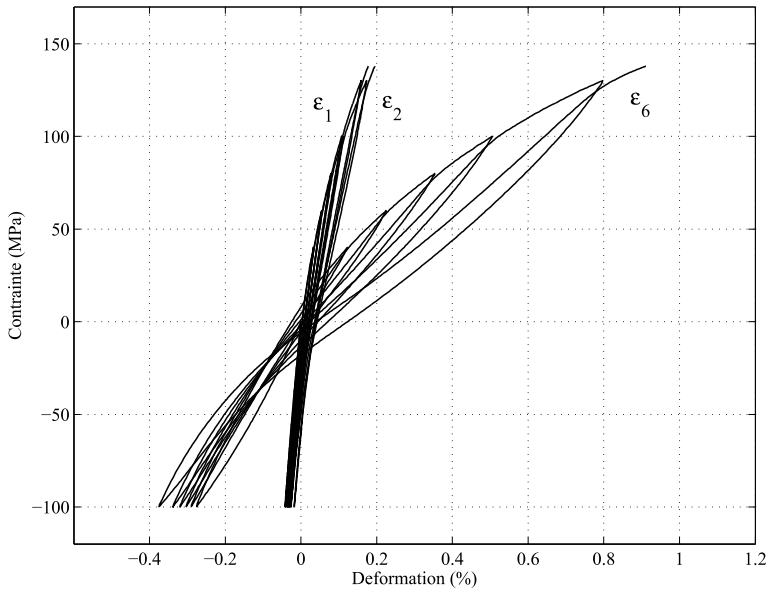
7.6.3. *Essai de traction hors-axes à 22.5°*

Le troisième essai de validation est un essai de traction hors-axes à 22.5°. Cet essai permet de solliciter le matériau avec un taux de traction/cisaillement $\sigma_1 > \sigma_6 > \sigma_2$ différent de celui généré à 45°($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_6$). Les réponses expérimentales et simulées sont présentées à la Figure 7.18.

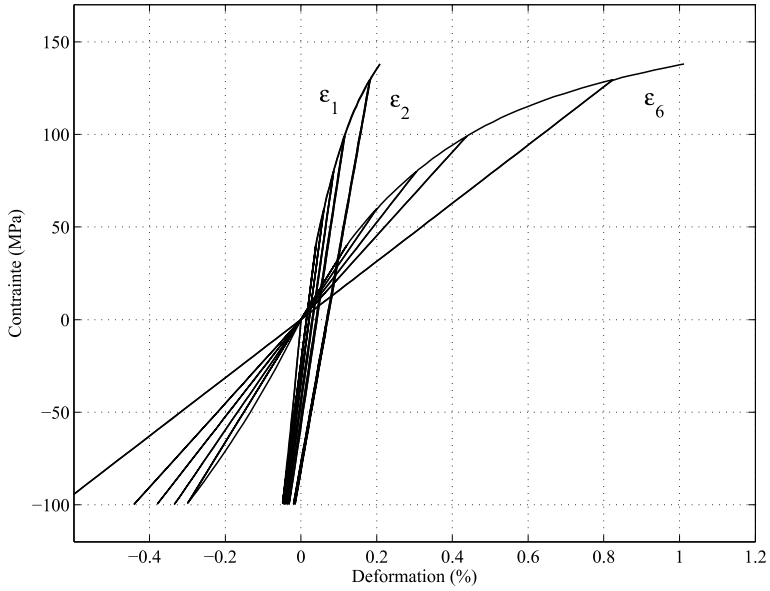
La réponse simulée par le modèle DMD est en bon accord avec les mesures expérimentales. En particulier, les modules initiaux sont correctement estimés, et l'effet de l'endommagement est rendu de manière satisfaisante. Ces résultats permettent de confirmer les observations faites pour l'essai à 45° sur la bonne prévision des couplages en traction/cisaillement et de leur effet sur la réponse du matériau. L'évolution des variables d'endommagement est également présentée à la Figure 7.19. L'endommagement $d_1^n > d_2^n$ est en accord avec l'état de sollicitation du matériau $\sigma_1 > \sigma_2$.

7.6.4. *Prévision de la contrainte à rupture*

Comme évoqué précédemment (Section 7.5), la contrainte à rupture du matériau peut être déterminée numériquement par l'instant de non-convergence de la boucle d'intégration locale. La contrainte à rupture a donc été calculée avec le modèle DMD pour un essai de

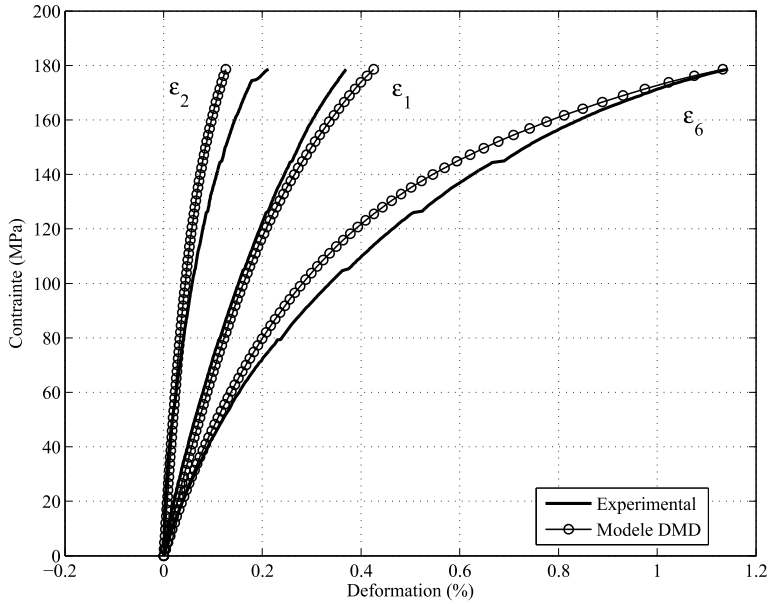


(a) Expérience

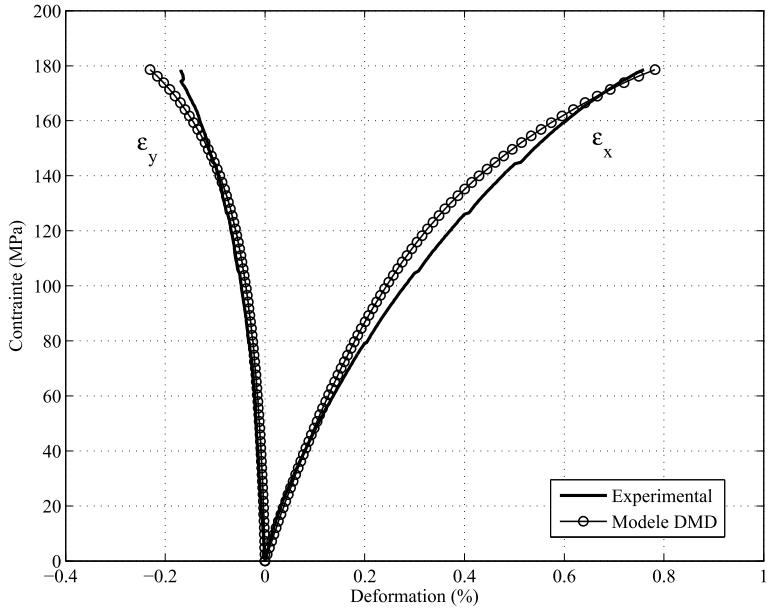


(b) Modèle DMD

FIGURE 7.17 – Courbes contrainte/déformation expérimentales et simulées pour un essai de traction/compression à 45° pour le matériau 2.5D-C/SiC.



(a) Axes matériau



(b) Axes essai

FIGURE 7.18 – Courbes contrainte/déformation expérimentales et simulées pour un essai de traction hors-axes à 22.5° pour le matériau 2.5D-C/SiC.

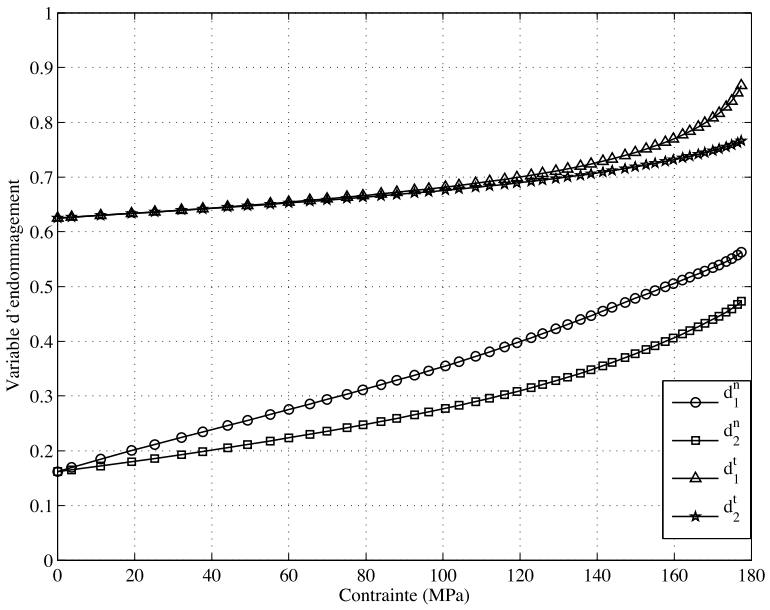


FIGURE 7.19 – Evolution des variables d'endommagement pour un essai de traction à 22.5° pour le matériau 2.5D-C/SiC.

traction pour différents angles de sollicitation. Les résultats sont présentés à la Figure 7.20 et comparés aux contraintes à rupture mesurées expérimentalement.

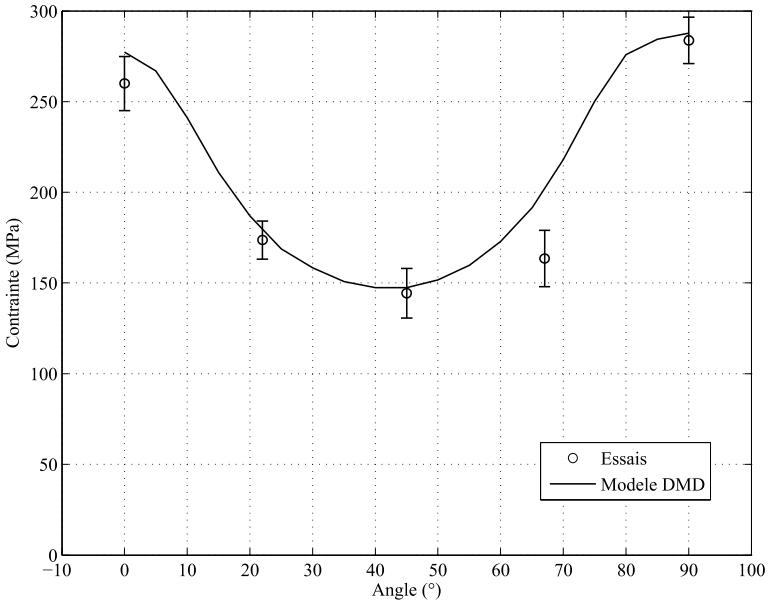


FIGURE 7.20 – Evolution de la contrainte à rupture du 2.5D C/SiC pour un essai de traction en fonction de l'angle de sollicitation.

Bien qu'aucun critère de rupture n'ait été explicitement identifié (si ce n'est par l'identification des cinétiques d'endommagement sens chaîne), le modèle DMD prévoit de manière plutôt satisfaisante la contrainte à rupture du 2.5D C/SiC, et ce pour différentes directions de sollicitations.

7.7. Conclusion

Le modèle DMD a tout d'abord été identifié pour le matériau 2.5D-C/SiC. Les effets des endommagements micro et méso ont été calculés par homogénéisation périodique grâce à des cellules élémentaires représentatives de la microstructure du matériau. Un grand nombre de configurations d'endommagement a été considéré afin de pouvoir estimer le tenseur d'effet du dommage pour tous les états d'endommagement rencontrés en pratique. Les cinétiques d'endommagement ont ensuite été identifiées à l'échelle méso par méthode inverse à partir d'un essai de traction sur éprouvette. Dans un second temps, différents essais de traction cyclée et/ou hors-axes ont été simulés afin de valider le modèle DMD. A partir d'une identification réalisée dans les axes, le modèle DMD permet de prévoir le comportement hors-axes du matériau.

Le recours à des essais numériques pour caractériser l'effet de l'endommagement permet d'accéder à des informations difficiles à identifier expérimentalement. Le calcul des propriétés effectives par homogénéisation périodique sur des cellules tridimensionnelles permet en particulier de définir l'intégralité du tenseur de rigidité du matériau endommagé. Les propriétés du matériau et les effets des endommagements sont donc complètement caractérisés en trois dimensions. Il est de plus possible de contrôler la manière dont sont introduits les différents modes d'endommagement et les décohésions associées. Le type des liaisons interfaciales, forte ou faible, peut être simplement modifié en jouant avec la définition des longueurs de décohésion. On pourrait également envisager de faire dépendre les longueurs de décohésion de paramètres extérieurs (température, pressions partielles de gaz, etc.) afin d'introduire les effets de l'environnement dans les cinétiques d'endommagement. Il faut aussi noter que l'utilisation d'essais numériques permet d'alléger le travail expérimental d'identification. Une fois les propriétés des constituants connues, seule l'identification des cinétiques nécessite un essai sur éprouvette. Les informations nécessaires à la construction des surfaces de réponse sont déduites des calculs d'homogénéisation qui deviennent une étape à part entière du travail d'identification. Cela permet en outre de minimiser le nombre de paramètres matériau. Les couplages entre les effets des différents modes d'endommagement sont naturellement pris en compte par les surfaces de réponse et il n'est donc pas nécessaire d'introduire de paramètres supplémentaires.

Les variables d'endommagement définies dans le modèle DMD représentent directement l'évolution microstructurale. Ainsi, même si le modèle est formulé dans le cadre de la mécanique des milieux continus, il est possible d'établir un lien quantitatif entre les valeurs des variables d'endommagement et l'état de dégradation locale du matériau. Cela permet en particulier de faciliter l'interprétation des résultats de calcul en donnant une signification plus physique aux valeurs des endommagements.

Chapitre 8

Application du modèle DMD au calcul de structure

Dans le chapitre précédent, le modèle de comportement développé a été identifié pour le composite tissé 2.5D C/SiC et validé sur différents essais de traction hors-axes. Ces quelques essais de validation ont permis de montrer les avantages d'une modélisation multiéchelle orientée matériau. On se propose maintenant de mettre en oeuvre le modèle DMD dans un cadre de calcul de structure. On présente tout d'abord l'implantation numérique du modèle DMD dans le code de calcul ZéBuLoN. Le modèle DMD est ensuite appliqué à trois problèmes de calcul de structure et les résultats des simulations obtenues avec le modèle développé sont comparés à ceux fournis un modèle de référence.

8.1. Implantation du modèle DMD dans un code de calcul

8.1.1. *Méthode de résolution*

Dans un code de calcul de structure, la résolution d'un problème non-linéaire est assurée par deux boucles imbriquées. Un boucle globale garantit l'équilibre de la structure à chaque incrément de temps. Une seconde boucle assure la résolution locale de la loi de comportement dans chaque élément. L'implantation d'un modèle de comportement dans un code EF consiste donc à traduire numériquement les équations de la loi de comportement afin de permettre la résolution de la boucle locale.

Dans la formulation proposée pour le modèle DMD, les forces thermodynamiques y_i dépendent des variables d'endommagement d_i via le tenseur d'effet de l'endommagement $\mathbf{D}(\mathbf{d})$:

$$y_i = \frac{1}{2}\left\langle \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th} \right\rangle^{+} : \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{d})}{\partial d_i} : \left\langle \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th} \right\rangle^{+} \tag{8.1}$$

et les variables d'endommagement sont fonction de leur force thermodynamique associée :

$$d_i = f_i(y_i) \tag{8.2}$$

La formulation est donc implicite en d_i et la boucle locale nécessite la résolution d'un système non-linéaire. La fonctionnelle F définissant le résidu en d_i à annuler s'écrit :

$$F(d_i) = d_i - f_i(y_i) \tag{8.3}$$

Le système $F(d_i) = 0$ est résolu itérativement par une méthode de Newton-Raphson :

$$d_i^{k+1} = d_i^k + (\nabla F^k)^{-1} d_i^k \tag{8.4}$$

où ∇F est la matrice jacobienne de F :

$$\nabla F_{ij} = \frac{\partial F(d_i)}{\partial d_j} = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 - \dfrac{\partial f_i(y_i)}{\partial d_i} & \text{si } i = j \end{cases} \tag{8.5}$$

avec

$$\frac{\partial f_i(y_i)}{\partial d_i} = \frac{1}{2} \left(\left\langle \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{th} \right\rangle^+ \right)^2 \left(\frac{\partial f_i}{\partial y_i} \right)_{y_i} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{D}(\mathbf{d})}{(\partial d_i)^2} \right)_{\mathbf{d}} \tag{8.6}$$

Les termes de la matrice jacobienne peuvent se calculer analytiquement à partir de l'expression des fonctions d'endommagement $f_i(y_i)$ et de la formulation des fonctions d'interpolation des surfaces de réponse.

L'implantation d'un modèle requiert également le calcul de la matrice tangente consistante de la loi de comportement :

$$\mathbf{L} = \frac{\partial \Delta\boldsymbol{\sigma}}{\partial \Delta\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{8.7}$$

L'expression analytique exacte de $\mathbf{L}$ est relativement complexe à obtenir. L'implantation du modèle DMD a donc été réalisé en approximant $\mathbf{L}$ par la matrice d'élasticité effective $\tilde{\mathbf{C}}$.

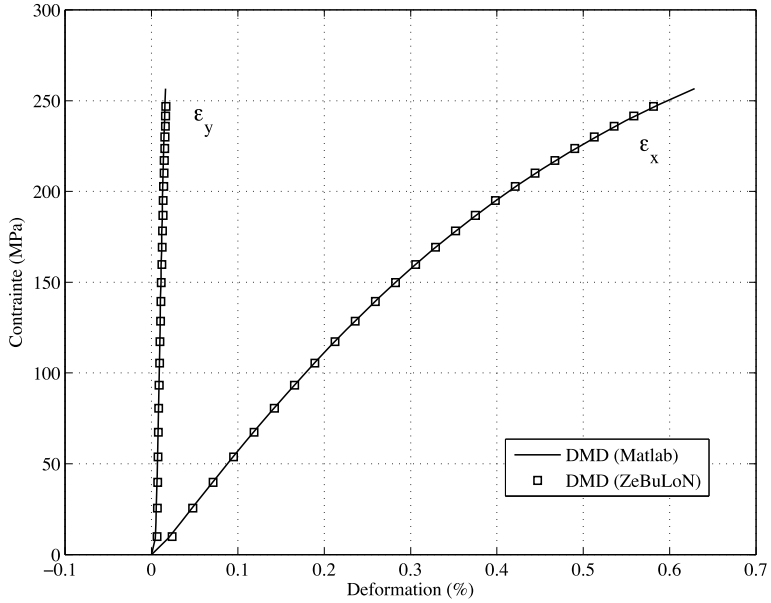
8.1.2. *Vérification de l'implantation*

Le modèle DMD a donc été implanté sous MATLAB et dans le code de calcul ZéBuLoN en utilisant la méthode précédente. Les simulations obtenues sous MATLAB et ZéBuLoN pour un essai de traction à 0°et un essai de traction hors-axes à 45°sont présentés par la Figure 8.1.

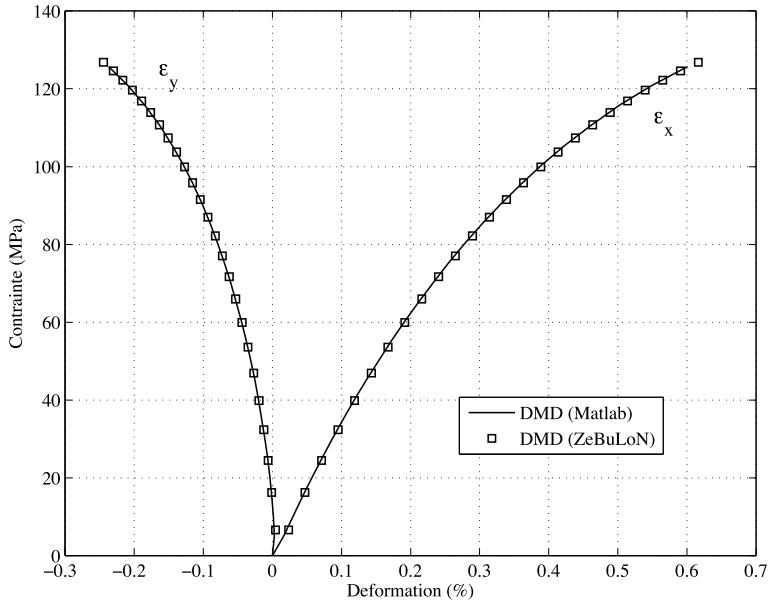
Les simulations MATLAB et ZéBuLoN de chaque essai sont identiques et valident donc l'implantation du modèle DMD dans le code ZéBuLoN.

8.2. Modèle de référence : Onera Damage Model (ODM)

Afin d'évaluer la qualité des simulations effectuées avec le modèle DMD, les résultats obtenus sont confrontés à un modèle de comportement de référence. Le modèle retenu est le modèle ODM (Onera Damage Model) développé à l'ONERA [MAI 97a] dans le cadre d'un partenariat avec Snecma Propulsion Solide. Il s'agit d'un modèle macroscopique d'inspiration micromécanique formulé dans le cadre de la mécanique des milieux continus et orienté calcul de structure. On utilisera sa variante ODM-v2d correspondant à une formulation « pseudo-tensorielle » écrite en déformation [CAR 03] et identifiée sur le matériau 2.5D C/SiC [COR 06]. Dans le modèle ODM, le comportement hors-plan du matériau est supposé identique au comportement transverse.



(a) Essai à de traction à 0°



(b) Essai à de traction à 45°

FIGURE 8.1 – Comparaison des réponses contrainte/déformation entre les implantations MATLAB et ZéBuLoN du modèle DMD.

8.3. Essais sur éprouvette à deux entaille décalées

Le premier cas test examiné est un essai de traction sur une éprouvette comportant deux entailles décalées. Il s'agit d'une éprouvette barreau d'épaisseur 4 *mm* entaillée de manière antisymétrique comme illustré à la Figure 8.2. La présence des fissures induit un champ de contrainte traction/cisaillement non-homogène dans la zone centrale de l'éprouvette.

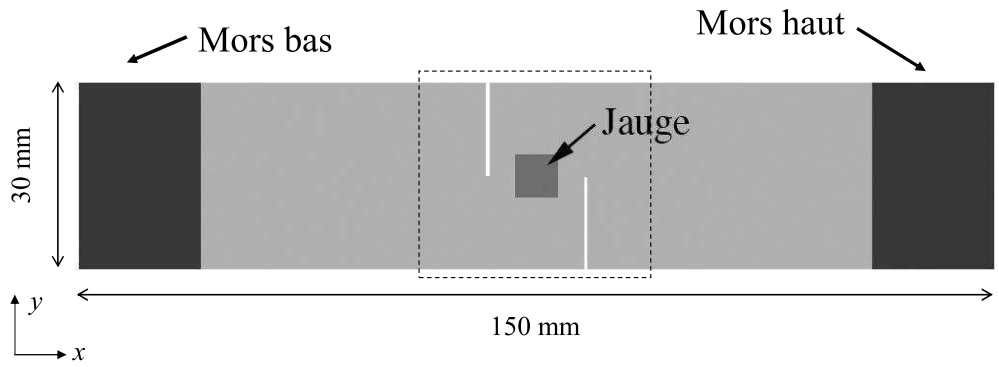


FIGURE 8.2 – Représentation schématique de l'éprouvette à deux entailles décalées.

L'éprouvette est instrumentée à l'aide de jauges de déformation sur chaque face. Les essais sont effectuées en bloquant le mors bas et en imposant un déplacement au mors haut suivant la direction x de la machine de traction.

8.3.1. *Essai à 0°*

On considère tout d'abord un essai à 0°, c'est-à-dire que les axes du renfort tissé sont orientés suivant les axes (x,y) de l'éprouvette. Les résultats des simulations réalisées avec les modèles ODM et DMD sont présentés à la Figure 8.3. Les déformations moyennes mesurées par les jauges sont tracées en fonction de la force appliquée à l'éprouvette. On constate un bon accord entre réponses expérimentales et simulées pour les deux modèles. Le modèle DMD donne des résultats tout à fait comparables à ceux obtenus avec le modèle de référence.

Le modèle DMD permet également, de par sa nature multiéchelle, d'exploiter localement les résultats de calcul en termes plus « matériau ». Les évolutions des densités de fissuration matricielle interfil dans les directions 1 et 2 sont par exemple tracées à la Figure 8.4.

On constate que l'endommagement se développe principalement dans la partie centrale de l'éprouvette comprise entre les deux entailles et la zone où l'endommagement atteint son maximum correspond effectivement à la zone de rupture observée expérimentalement (Figure 8.5).

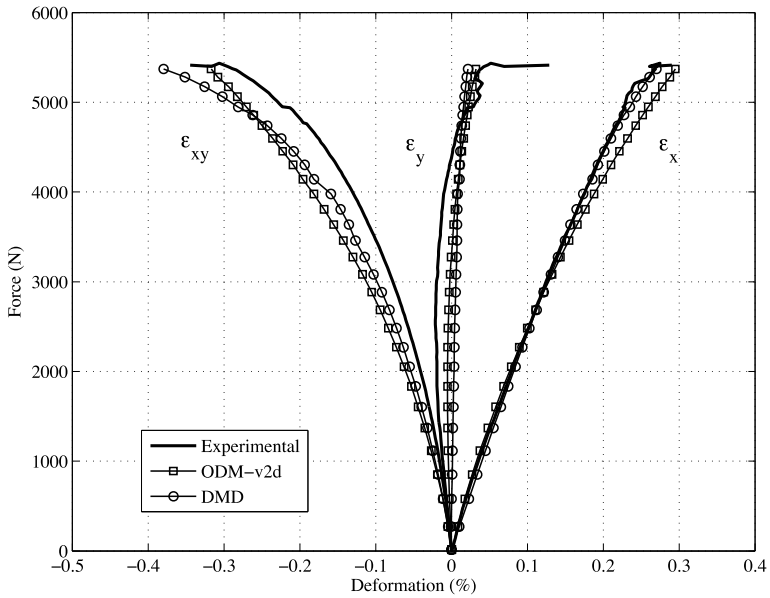


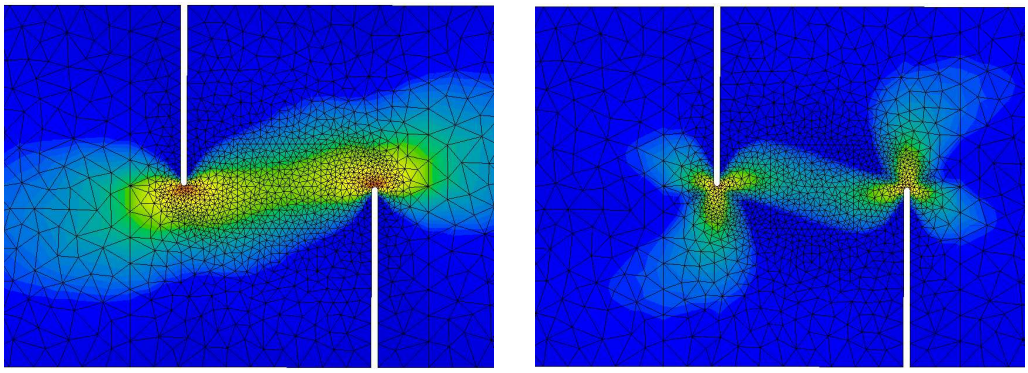
FIGURE 8.3 – Comparaison des courbes force/déformation expérimentales et simulées avec les modèles ODM et DMD pour un essai traction sur éprouvette à double entaille décalées à 0°pour le matériau 2.5D-C/SiC.

8.3.2. *Essai à 45°*

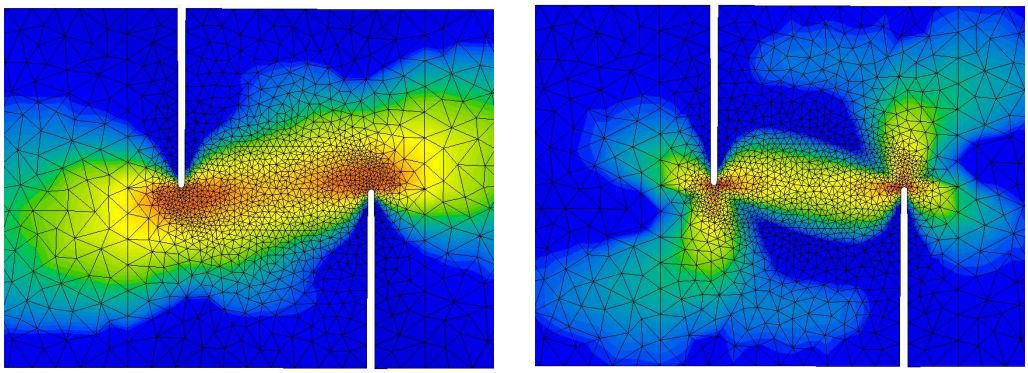
Un second essai est réalisé sur une éprouvette à 45°. Le renfort tissé est orienté à ±45°du repère (x, y) de l'éprouvette. Les courbes force/déformation expérimentales et simulées sont présentées à la Figure 8.6.

Comme pour l'essai à 0°, le modèle DMD rend compte de manière très satisfaisante de l'essai et donne des résultats similaires à ceux du modèle de référence. La répartition de la fissuration matricielle interfil pour une charge de $F = 5000$N est illustrée à la Figure 8.7. L'endommagement matriciel moins localisé que pour l'essai à 0°et est principalement orienté à 45°de l'axe de sollicitation, dans les directions du renfort tissé.

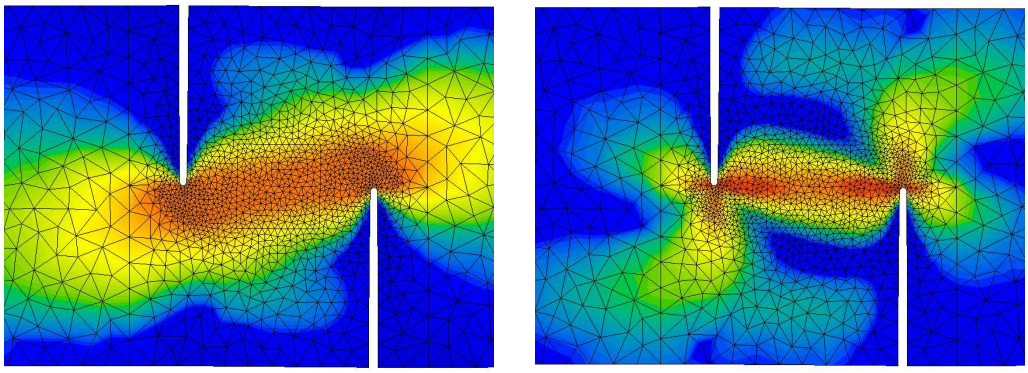
Ces deux premiers essais permettent de montrer que, malgré sa relative complexité, le modèle DMD est tout à fait utilisable en calcul de structure. En terme de réponse globale, les simulations réalisées avec le modèle DMD sont en très bon accord avec les réponses expérimentales et les résultats obtenus sont tout à fait comparables à ceux du modèle de référence. Le modèle DMD offre en plus la possibilité d'analyser localement les résultats des calculs en terme de densité de fissuration. Cette définition microstructurale de l'état d'endommagement, intrinsèque à la formulation du modèle DMD, pourra permettre par la suite, par exemple pour prévoir la durée de vie d'une pièce, d'établir un lien direct avec des modèles physico-chimiques nécessitant une description locale des densités de fissuration.



(a) $F = 2270$N



(b) $F = 4140$N



(c) $F = 5370$N

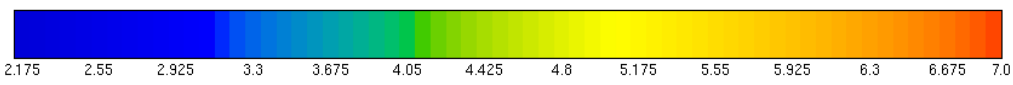


FIGURE 8.4 – Evolution des densités de fissuration matricielle interfil (en mm^{-1}) dans les directions 1 (gauche) et 2 (droite) dans la zone centrale de l'éprouvette à double entaille décalées à 0° pour le matériau 2.5D-C/SiC.

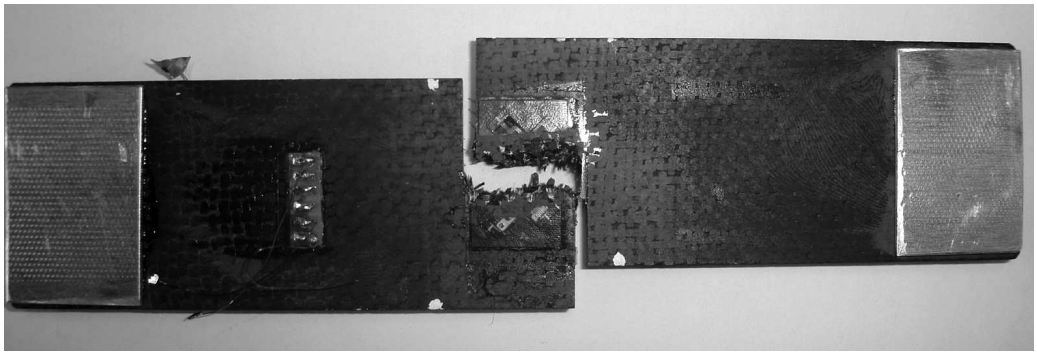


FIGURE 8.5 – Faciès de rupture de l'éprouvette à double entaille décalées à 0° pour le matériau 2.5D-C/SiC.

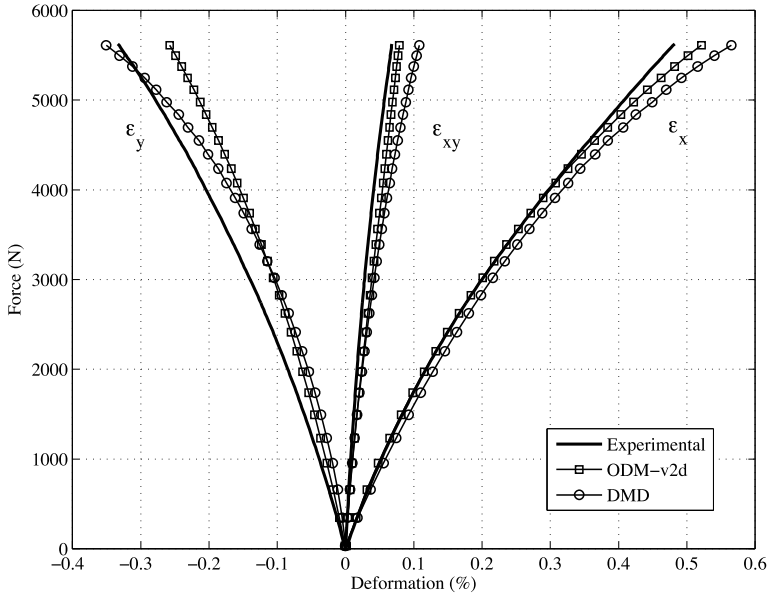
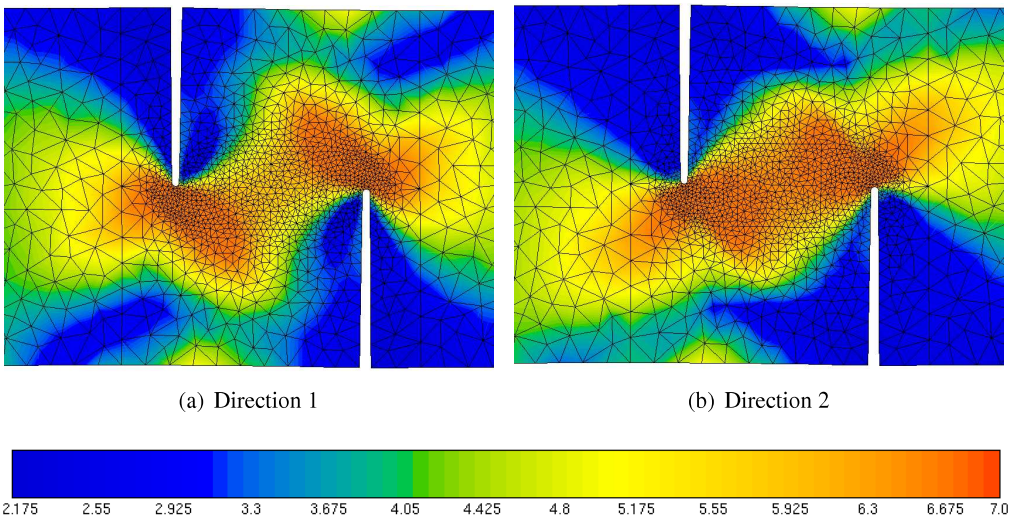


FIGURE 8.6 – Comparaison des courbes force/déformation expérimentales et simulées avec les modèles ODM et DMD pour un essai traction sur éprouvette à double entaille décalées à 45° pour le matériau 2.5D-C/SiC.

8.4. Essais sur pièces génériques

Les deux cas tests suivants sont des essais sur pièces génériques industrielles proposés par Snecma Propulsion Solide dans le cadre du programme AMERICO. Le matériau utilisé pour réaliser ces pièces génériques est différent du matériau 2.5D C/SiC décrit précédemment. Il s'agit d'un composite tissé C/MAC (fibres de Carbone, Matrice Auto Cicatrisante) dont la matrice est composée de plusieurs couches à base de Si-B-C. A température ambiante, la réponse macroscopique d'un C/MAC est similaire à celle d'un C/SiC. Il serait



(a) Direction 1 (b) Direction 2

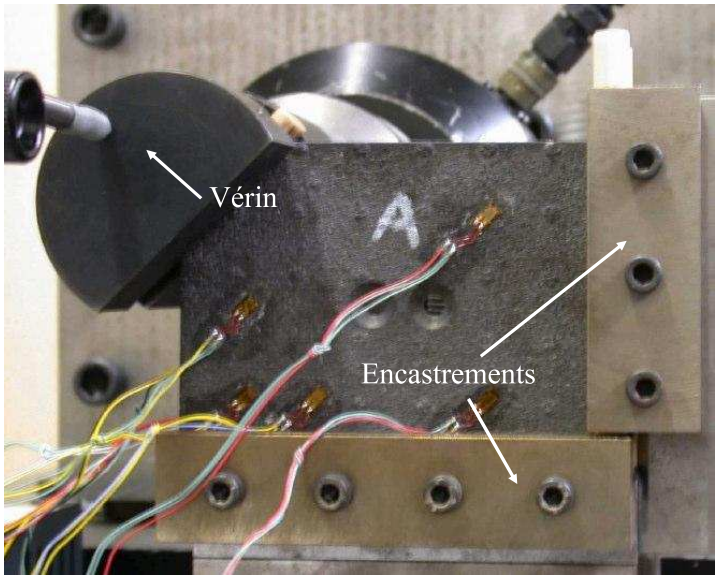
FIGURE 8.7 – Répartition de la fissuration matricielle interfil à $F = 5000$N pour l'éprouvette à double entaille à 45° pour le matériau 2.5D-C/SiC.

donc possible de recaler le modèle DMD pour le matériau C/MAC en ré-identifiant les cinétiques d'endommagement. Cependant, les mécanismes de fissuration matricielle différent quelque peu entre les C/SiC (à matrice monolithique) et les C/MAC (à matrice séquencée) et le récalage du modèle DMD sur un essai macroscopique ferait en partie perdre la signification microstructurales des variables d'endommagement. Afin de pouvoir tout de même mener les simulations avec le modèle DMD, la stratégie numérique suivante est adoptée :

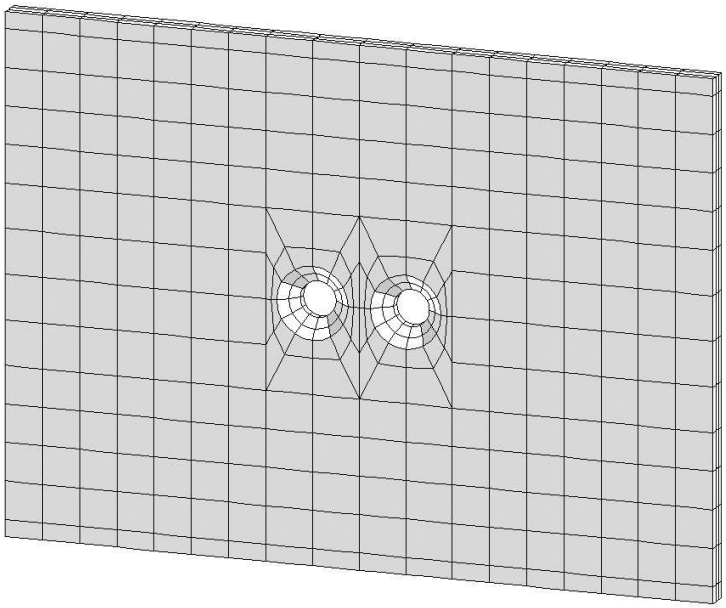
- Le cas test est tout d'abord modélisé pour le matériau C/MAC avec le modèle ODM qui a déjà été identifié par ailleurs pour ce matériau.
- Dans un second temps, le même cas test est modélisé pour le matériau C/SiC avec le modèle ODM. La comparaison des simulations alors permet d'estimer une réponse expérimentale de la pièce pour le C/SiC en recalant la réponse expérimentale du matériau C/MAC à l'aide du modèle ODM.
- Enfin, le cas test est modélisé avec le modèle DMD pour le matériau C/SiC. Le résultat peut alors être confronté à celui du modèle de référence ou directement à la réponse expérimentale recalée avec ODM.

8.4.1. *Pièce générique « torsion »*

Le premier cas test a pour objectif de reproduire le type de sollicitations vues par des pièces CMC pour des applications de type volet suiveur sur des moteurs militaires (M88). La pièce générique considérée est une plaque trouée d'épaisseur 4.4mm. L'essai consiste à appliquer un mouvement alternatif de $+10/-3$mm sur un coin de la pièce bloquée suivant deux axes par l'intermédiaire d'un vérin (Figure 8.8). Ce type de test induit principalement une sollicitation en flexion et en cisaillement de la plaque.



(a) Vue générale du montage



(b) Maillage EF de la plaque

FIGURE 8.8 – Présentation du cas test « torsion » sur pièce générique CMC.

La réponse expérimentale – effort du vérin en fonction du déplacement imposé – de la pièce en C/MAC et la réponse correspondante simulée avec le modèle ODM sont présentées à la Figure 8.9. Le modèle ODM est globalement en bon accord avec la réponse expérimentale et peut être considéré comme représentatif de l'essai considéré.

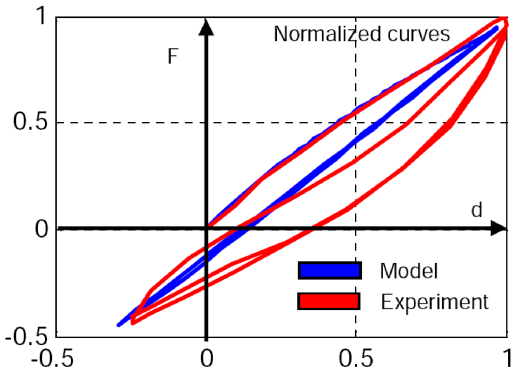


FIGURE 8.9 – Réponses expérimentales et simulées par le modèle ODM de l'essai « torsion » pour le matériau C/MAC. D'après [MAR 08].

Les résultats obtenus pour le matériau C/SiC avec les modèles ODM et DMD sont présentés à la Figure 8.10. Le modèle DMD donne un résultat globalement similaire à celui obtenu avec ODM, et donc *a priori* en accord avec la réponse expérimentale qu'aurait donné l'essai avec le C/SiC.

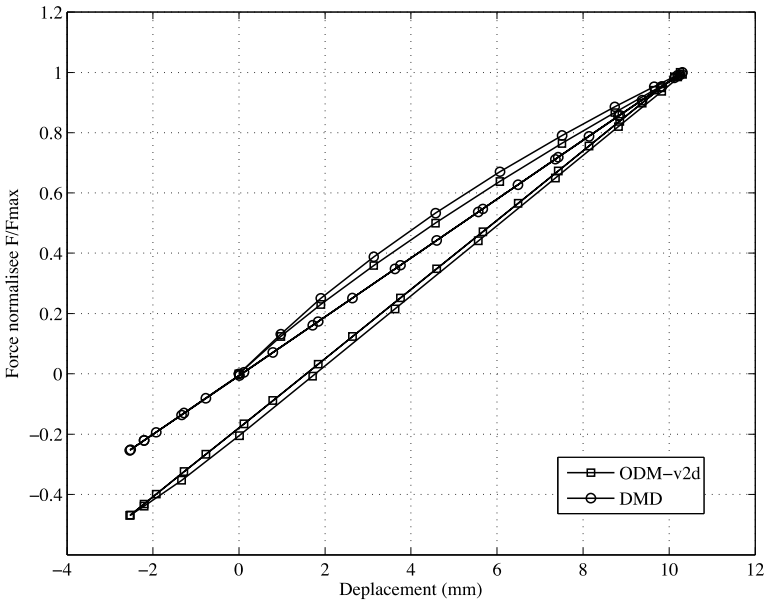
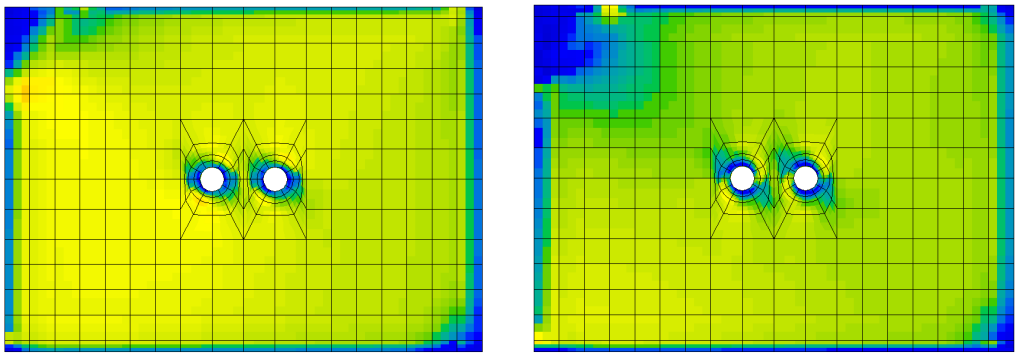


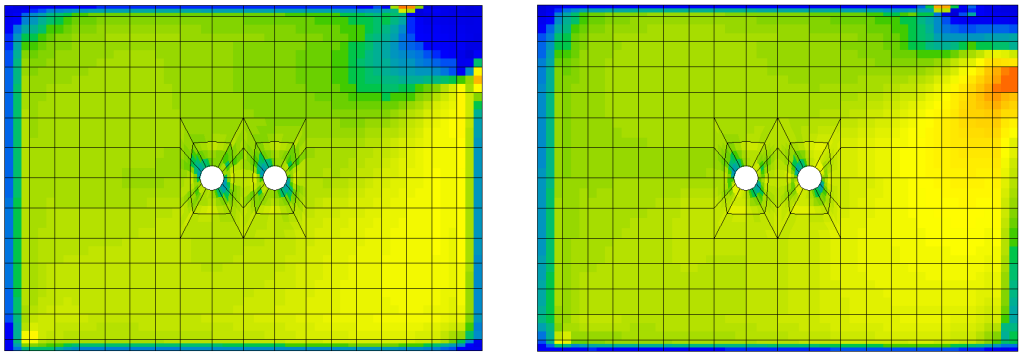
FIGURE 8.10 – Comparaison des réponses obtenues avec les modèles ODM et DMD pour l'essai « torsion » pour le matériau 2.5D-C/SiC.

On constate cependant une différence lors des décharges. Comme expliqué précédemment (Section 7.6.2), la formulation actuelle du modèle DMD ne prend pas en compte la refermeture des fissures générées en cisaillement lors d'un passage en compression. La réponse en cisaillement est alors élastique endommageable sans déformations résiduelles. La réponse de la structure, principalement sollicitée en cisaillement, modélisée avec DMD repasse donc par l'origine alors qu'expérimentalement on observe des déformations résiduelles. Le modèle ODM permet de mieux rendre compte de ce phénomène puisqu'il introduit explicitement des déformations résiduelles en cisaillement. Il est cependant nécessaire d'identifier expérimentalement l'évolution de ces déformations résiduelles sur un essai hors-axes. La simulation réalisée avec DMD reste malgré tout de bonne qualité : la forme globale de la réponse et la valeur maximale de la force sont identiques à celles obtenues avec le modèle ODM.

Comme rappelé précédemment, le modèle DMD permet en outre de remonter à l'état local de fissuration : la densité de fissuration matricielle interfil prédite par le calcul est illustrée à la Figure 8.11.



(a) Face A



(b) Face B

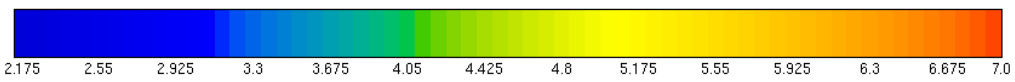


FIGURE 8.11 – Répartition de la fissuration matricielle intrafil sens 1 (à gauche) et sens 2 (à droite) pour le cas test « torsion » avec le matériau C/SiC pour un déplacement de 10 mm.

8.4.2. *Pièce générique « cornière »*

Le second cas test concerne une pièce générique permettant de solliciter le matériau dans un mode hors-plan. L'éprouvette technologique « cornière » a pour objet de simuler l'effet des efforts mécaniques appliqués sur un bras post combustion d'un moteur M88 au voisinage de l'accrochage sur le carter métallique.

L'éprouvette « cornière » est encastrée à la base du support et est maintenue solidaire du support par une contre-plaque. Un déplacement suivant la direction x est appliqué uniformément sur la largeur de l'éprouvette. Le maillage EF du montage est représenté à la Figure 8.12.

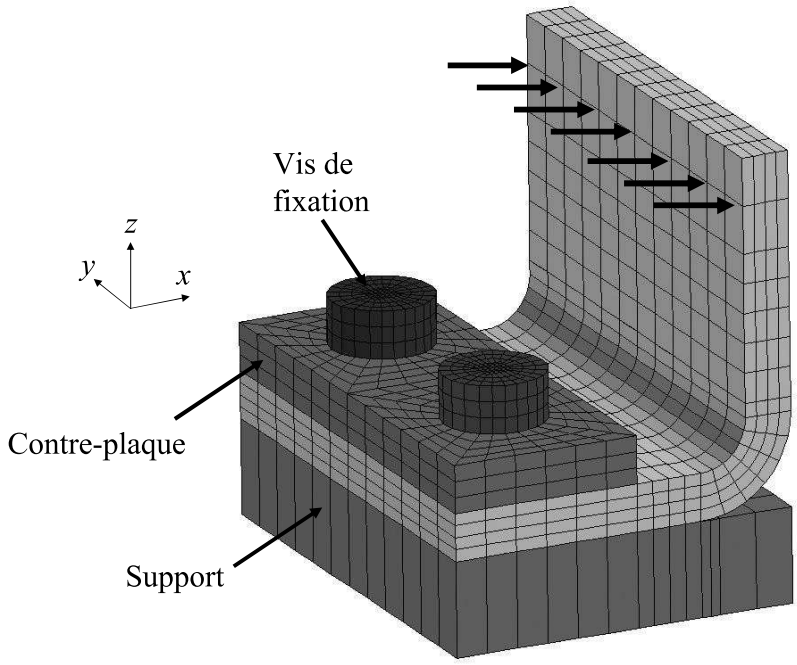


FIGURE 8.12 – Maillage EF et conditions limites du cas test « cornière ».

La réponse expérimentale de l'essai de dépliage pour le 2.5D-C/SiC est estimée à partir de la réponse de la pièce en C/MAC en suivant la stratégie de recalage proposée précédemment. Les courbes force/déplacement issues des simulations avec les modèles ODM et DMD sont présentés à la Figure 8.13. La réponse élastique de la structure est également incluse à titre de comparaison.

On constate qu'aucun des deux modèles ne prévoit de manière satisfaisante la réponse de l'essai de dépliage. Les réponses simulées sont beaucoup plus raides que la réponse expérimentale. Les observations expérimentales montrent que la perte de rigidité observée

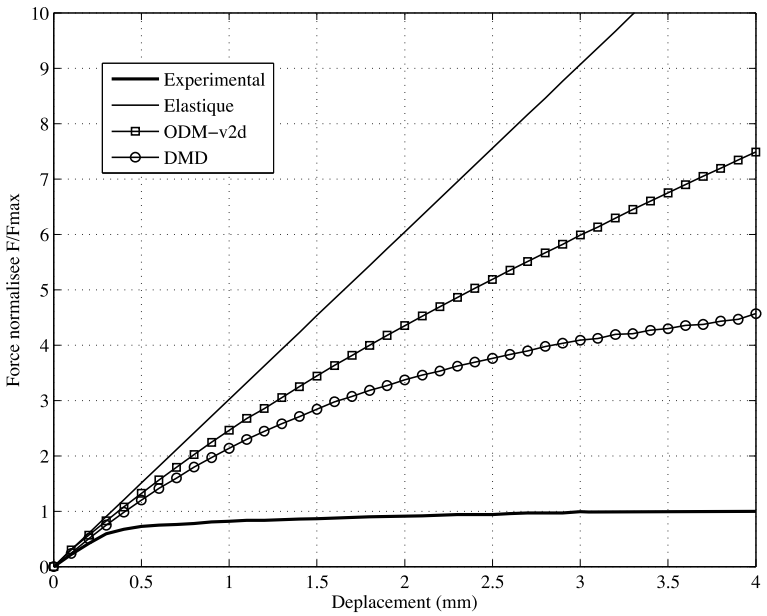


FIGURE 8.13 – Comparaison des réponses expérimentales et simulées pour l'essai de dépliage de l'éprouvette « cornière » en 2.5D-C/SiC.

autour de $d = 0.2$ mm correspond à l'apparition de macro-fissures interstrates au niveau du coude. Or, les modèles formulés dans le cadre de la mécanique des milieux continus ne sont pas capables de rendre compte de la localisation de l'endommagement et de l'apparition de macro-défauts à l'échelle de la structure. L'effet de l'endommagement est homogénéisé dans l'épaisseur des éléments. La localisation correcte de l'endommagement nécessite l'utilisation de techniques numériques complémentaires, comme le remaillage adaptatif [BOR 02a] ou l'emploi d'éléments finis enrichis [BOR 02b] par exemple.

On peut malgré tout remarquer que le modèle DMD permet d'obtenir une perte de rigidité plus importante qu'avec le modèle ODM. Dans le modèle DMD, l'endommagement hors-plan est en partie introduit par l'intermédiaire des décohésions fil/matrice au niveau du renfort et des décohésions fibre/matrice au niveau des fils. Cependant, le niveau d'endommagement hors-plan généré par les décohésions reste insuffisant pour modéliser correctement la perte de rigidité globale de la structure. En effet, les cinétiques d'endommagement étant déterminées à partir d'un essai de traction, dans un état de sollicitation quasi-plan, l'évolution de l'endommagement hors-plan n'est identifiée que par couplage avec l'évolution de l'endommagement plan, c'est-à-dire l'évolution des densités de fissuration matricielle. Autrement dit, l'endommagement hors-plan ne peut se propager que conjointement à la fissuration matricielle. Dans le cas de la pièce « cornière », il semblerait que la contrainte hors-plan σ_{33} dans le coude (Figure 8.14) soit suffisante pour générer un endommagement hors-plan indépendamment du niveau de fissuration matricielle. Afin de mieux représenter ce phénomène, il est nécessaire de modifier l'écriture des cinétiques d'endommagement en introduisant par exemple une cinétique spécifique à l'endommagement hors-plan, indépendante des cinétiques de fissuration matricielle.

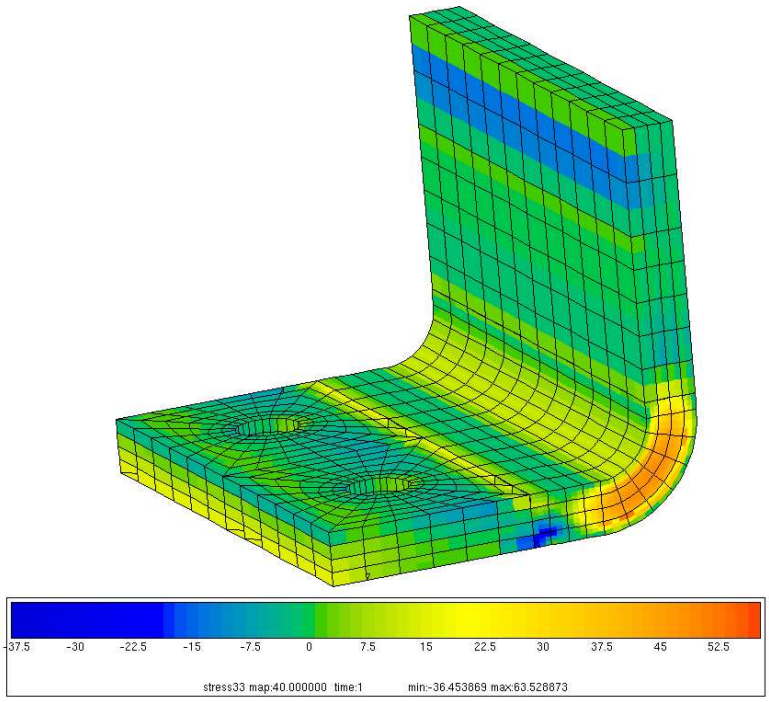


FIGURE 8.14 – Contrainte hors-plan σ_{33} dans la pièce « cornière » pour un déplacement imposée de 3 mm (matériau 2.5D-C/SiC et modèle DMD).

Néanmoins, pour un modèle macroscopique, cette cinétique supplémentaire doit être identifiée par méthode inverse à partir d'un essai structural générant un état de contrainte hors-plan suffisant, par exemple à partir d'un essai de dépliage [MAR 08]. Si le recours à un essai structural supplémentaire se justifie dans le cadre d'une approche phénoménologique, il l'est moins pour une approche multiéchelle qui se veut prédictive. Pour ce type de modélisation, il serait en effet plus « naturel » de calculer les cinétiques de fissuration directement à partir d'essais numériques. Même si cela reste pour l'instant un défi numérique complexe, les outils développés dans ce travail pour l'estimation des propriétés effectives offrent un point de départ intéressant pour l'intégration de critères de rupture aux différentes échelles du matériau et à l'extension de la démarche multiéchelle proposée à la prévision des cinétiques d'endommagement.

8.5. Conclusion

L'objectif de ce chapitre était de montrer les possibilités d'utilisation du modèle DMD dans un cadre de calcul de structure. Plusieurs essais sur éprouvettes et sur structures ont donc été simulés et les résultats ont été comparés à un modèle macroscopique de référence. Dans tous les cas tests considérés, le modèle DMD se comporte au moins aussi bien que le modèle de référence au niveau de la réponse globale de la structure.

Il permet en outre d'accéder directement à la description locale de l'état d'endommagement. Cette possibilité représente une propriété intéressante en vue de la prise en compte de couplages multiphysiques (fatigue, oxydation, etc.) au niveau structural.

La loi de comportement issue du modèle DMD est écrite dans le cadre de la mécanique des milieux continus et présente donc les limitations inhérentes à ce type de formulation. En particulier, la localisation de l'endommagement à l'échelle macroscopique est difficile à décrire précisément avec une modélisation continue et homogénéisée de l'endommagement. Les solutions proposées pour les modèles macroscopiques, en particulier l'identification de certaines cinétiques sur des essais structuraux, ne sont que partiellement adaptées à une approche multiéchelle qui se veut prédictive.

Les futurs développements devront s'attacher à intégrer, au sein de l'approche de modélisation proposée dans ce travail, une description micromécanique fine des mécanismes de rupture aux différentes échelles afin de prévoir numériquement les cinétiques d'endommagement. A terme, on disposera ainsi d'une description multiéchelle complète du comportement endommageable des matériaux composites tissés.

Conclusion générale

L'objectif de la thèse était la mise au point et l'intégration dans un code de calcul d'un modèle de comportement adapté aux structures composites tissées et qui permette d'introduire les caractéristiques mécaniques des constituants. Une approche multiéchelle du comportement mécanique des matériaux composites tissées a donc été proposée. Cette approche originale, nommée **DMD**, repose sur une description de la microstructure (arrangement et propriétés de constituants) et des principaux mécanismes d'endommagement identifiés expérimentalement. La loi de comportement correspondante, formulée dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles, est définie à partir de variables internes à caractère physique qui représentent directement l'état de fissuration du matériau. Cette formulation permet d'obtenir une loi de comportement macroscopique homogénéisée mais définie à partir d'une description de l'état de fissuration aux échelles inférieures.

La mise en oeuvre du modèle DMD a nécessité le développement de programmes de modélisation de la microstructure et de modules de calcul spécifiques :

- Un premier programme, nommé **GENTEX**, permet de construire numériquement la géométrie de préformes tissées multicouches à partir d'une séquence de tissage et d'informations morphologiques sur les fils.
- Un deuxième programme, **GENCELL**, permet de générer des cellules élémentaires représentatives de la microstructure du matériau à l'échelle microscopique. Ces cellules sont construites à partir d'une analyse statistique de la disposition locale des fibres au sein des fils. Ce programme permet également de réaliser de manière automatique des maillages éléments finis de ces cellules en prenant en compte tous les constituants élémentaires (fibres, interphase, matrice, porosité) et en modulant la fraction volumique de matrice (pour les CMC). La représentativité de ces cellules a été validée aussi bien au niveau géométrique que mécanique.
- Le programme **GENMESH** permet de créer des maillages éléments finis de cellules représentatives à l'échelle mésoscopique. A partir d'un modèle géométrique de préforme tissée, GENMESH réalise le maillage d'une cellule complète, c'est-à-dire de la préforme et de la matrice. Ce programme permet ainsi de générer des maillages adaptés au calcul par éléments finis, aussi bien dans le cas de matrice type CMO que pour des matrices type CMC déposées par CVI.

- Grâce au programme **GENCRACK**, un état d'endommagement quelconque peut être introduit dans un maillage éléments finis. Il permet en particulier de générer des fissures dans une phase donnée. Les décohésions associées peuvent également être paramétrées.
- Enfin, **GENPROP**, un module de calcul pour l'homogénéisation périodique a été développé. Basé sur une formulation éléments finis du problème d'homogénéisation et couplé à un solveur parallèle, ce programme permet de réaliser des calculs d'homogénéisation périodique sur des maillages volumineux avec des temps de calcul moindres.

Le modèle DMD a été identifié pour un composite tissé à matrice céramique. Les effets de l'endommagement sur les propriétés mécaniques effectives ont tout d'abord été calculés numériquement par homogénéisation périodique grâce aux programmes développés. Différents états d'endommagement représentatifs des scénarios d'endommagement identifiés expérimentalement ont été introduits dans des cellules élémentaires. A partir des résultats des calculs d'homogénéisation réalisés sur ces cellules, des surfaces de réponse ont été construites par interpolation. Elles permettent alors de calculer les propriétés effectives du matériau pour un état d'endommagement quelconque. Dans un second temps, les cinétiques associées à chaque mode d'endommagement ont été identifiées par méthode inverse à partir d'un essai de traction. Le modèle DMD a été validé sur différents essais de traction hors-axes. A partir d'une identification réalisée dans les axes, le modèle DMD permet de prévoir correctement le comportement du matériau pour des sollicitations de traction hors-axes et de cisaillement.

Le modèle DMD a ensuite été implanté dans le code de calcul par éléments finis ZéBuLoN. La capacité du modèle DMD a être utilisée pour des calculs de structure a été démontrée à travers trois cas-tests. Les simulations réalisées avec le modèle DMD ont donné des résultats tout à fait comparables en terme de réponse globale de la structure à ceux obtenus avec un modèle macroscopique de référence. Le modèle DMD, de par sa nature multiéchelle, permet en outre d'accéder directement à la description locale de l'état de fissuration.

Dans la démarche proposée, les cinétiques d'endommagement sont encore identifiées par méthode inverse à partir d'un essai macroscopique. Cela pose en particulier le problème de la représentativité de cet essai par rapport à l'activation de tous les modes d'endommagement pouvant être rencontrés ultérieurement dans un calcul de structure. Un essai de traction sur éprouvette barreau ne permet pas, par exemple, d'activer suffisamment l'endommagement hors-plan et d'identifier complètement la cinétique correspondante. Pour disposer à terme d'une approche complètement multiéchelle et prédictive, il sera nécessaire d'être capable de modéliser également la propagation de l'endommagement. Les futurs travaux devront donc intégrer, dans la stratégie multiéchelle développée, des outils de la mécanique de rupture. Ainsi, les cinétiques d'endommagement pourront être calculées numériquement, au même titre que les effets de l'endommagement, à partir de la seule connaissance des propriétés des constituants et de la sollicitation imposée. A terme, on disposera alors d'une approche multiéchelle complète de l'amorçage, de la propagation et des effets de l'endommagement.

Les spécificités des composites à matrice céramique les amènent à être plus particulièrement utilisés dans des conditions de température et d'environnement extrêmes. L'amélioration du modèle DMD passe donc également par la prise en compte des phénomènes physico-chimiques rencontrés dans ce type d'environnement. L'aspect microstructural intrinsèque à la formulation des variables d'endommagement du modèle DMD et l'introduction de l'endommagement sous forme discrète offrent un cadre favorable au couplage de l'approche proposée avec des modélisations micromécaniques existantes (fissuration sous-critique des fibres, ou oxydation/cicatrisation de la matrice par exemple). Ceci peut d'ores et déjà être partiellement pris en compte grâce à la description de la croissance des décohésions.

Outre leur application directe dans la mise en oeuvre de l'approche DMD, les outils numériques développés dans ce travail ouvrent des perspectives plus générales pour la modélisation et la compréhension des matériaux composites tissés. Les outils de modélisation de la microstructure (GENCELL, GENCELL, GENMESH) et d'introduction de l'endommagement (GENCRACK) pourront par exemple être utilisés pour l'étude de l'effet de l'endommagement mécanique sur les propriétés thermiques effectives des CMC [1]. Ils devraient également offrir un point de départ intéressant pour l'étude de la tenue au dommage des matériaux composites tissés [2] : l'endommagement exogène subie par le matériau (choc, etc.) peut être introduit au sein d'une cellule représentative et les propriétés résiduelles peuvent ensuite être calculées par homogénéisation périodique.

Enfin, au niveau industriel, il faut noter que des actions de transfert ont été entreprises avec le bureau de calcul de Snecma Propulsion Solide [3] pour l'intégration des outils de maillages développés dans ce travail au sein de leur plate-forme de calcul composite.

---

1. J. El Yagoubi, *Effet de l'endommagement mécanique sur la conductivité thermique de composites SiC/SiC : approche multiéchelle*, Thèse de l'Université de Bordeaux 1, débutée en 2007.

2. En particulier dans le cadre du programme ARCOCE initié par Snecma Propulsion Solide.

3. C. Bordes, *Industrialisation d'un outil de maillage pour composites tissés 3D*, Stage ISAE/ENSICA, 2008.

Bibliographie

[AME 00] AMESTOY P., DUFF I., L'EXCELLENT J., « Multifrontal parallel distributed symmetric and unsymmetric solvers », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 184, p. 501–520, 2000.

[AUB 92] AUBARD X., Modélisation et identification du comportement mécanique des matériaux composites 2D SiC/SiC, Thèse de doctorat, Université Paris 6, 1992.

[BAR 99] BARRET C., Endommagement induit par des fissures ellipsoidales d'orientations multiples dans des matériaux composites à matrice céramique, Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, 1999.

[BAS 01] BASTE S., « Inelastic behaviour of ceramic-matrix composites », *Composites Science and Technology*, vol. 61, p. 2285-2297, 2001.

[BIE 04] BIELSER D., GLARDON P., TESCHNER M., GROSS M., « A state machine for real-time cutting of tetrahedral meshes », *Graphical Models*, vol. 66, p. 398-417, 2004.

[BIG 97] BIGAUD D., HAMELIN P., « Mechanical properties prediction of textile-reinforced composite materials using a multiscale energetic approach », *Composite Structures*, vol. 38, p. 361-371, 1997.

[BOB 95] BOBET J.-L., LAMON J., « Thermal residual stresses in ceramic matrix composites », *Acta Metallurgica et Materialia*, vol. 43, p. 2241-2253, 1995.

[BOI 01] BOITIER G., VICENS J., CHERMANT J., « Understanding the creep behavior of a 2.5D C–SiC composite. III. From mesoscale to nanoscale microstructural and morphological investigation towards creep mechanism », *Materials Science and Engineering A*, vol. 313, p. 53-63, 2001.

[BOR 95] BOROUCHAKI H., LAUG P., Le mailleur adaptatif bidimensionnel BL2D : manuel d'utilisation et documentation, Rapport technique, INRIA, 1995.

[BOR 02a] BOROUCHAKI H., CHEROUAT A., LAUG P., SAANOUNI K., « Adaptive remeshing for ductile fracture prediction in metal forming », *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 330, p. 709-716, 2002.

[BOR 02b] DE BORST R., « Fracture in quasi-brittle materials : a review of continuum damage-based approaches », *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 69, p. 95-112, 2002.

[BOU 94] BOUAZZAOUI E., Caractérisation de l'endommagement anisotrope par métrologie ultrasonore. Application à un matériau composite industriel : le 2D C/SiC, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 1994.

[BRE 08] BREMBERG D., DHONDT G., « Automatic crack-insertion for arbitrary crack growth », *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 75, p. 404-416, 2008.

[BYS 00] BYSTRÖM J., JEKABSONS N., VARNA J., « An evaluation of different models for prediction of elastic properties of woven composites », *Composites Part B : Engineering*, vol. 31, p. 7-20, 2000.

[CAI 00] CAIAZZO A., COSTANZO F., « On the constitutive relations of materials with evolving microstructure due to microcracking », *International Journal of Solids and Structures*, vol. 37, p. 3375-3398, 2000.

[CAI 01] CAIAZZO A., COSTANZO F., « Modeling the constitutive behavior of layered composites with evolving cracks », *International Journal of Solids and Structures*, vol. 38, p. 3469-3485, 2001.

[CAM 96] CAMUS G., GUILLAUMAT L., BASTE S., « Development of damage in a 2D woven C/SiC composite under mechanical loading : I. Mechanical characterization », *Composites Science and Technology*, p. 1363-1372, 1996.

[CAM 00] CAMUS G., « Modelling of the mechanical behavior and damage processes of fibrous ceramic matrix composites : application to a 2-D SiC/SiC », *International Journal of Solids and Structures*, vol. 37, p. 919-942, 2000.

[CAR 01] CARVELLI V., POGGI C., « A homogenization procedure for the numerical analysis of woven fabric composites », *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 32, p. 1425-1432, 2001.

[CAR 03] CARRÈRE N., MAIRE J. F., CPR Modélisation du comportement et de la longévité des composites à matrice céramique, Rapport final, ONERA, 2003.

[CHA 02] CHABOCHE J.-L., MAIRE J.-F., « A new micromechanics based CDM model and its application to CMC's », *Aerospace Science and Technology*, vol. 6, p. 131-145, 2002.

[CHA 06] CHALLAMEL N., HALM D., DRAGON A., « On the non-conservativeness of a class of anisotropic damage models with unilateral effects », *Comptes Rendus Mecanique*, vol. 334, p. 414-418, 2006.

[CHO 89] CHOU T., ISHIKAWA T., « Analysis and modelling of two-dimensional fabric composites », *in* CHOU T., KO F., Eds., *Textile structural composites, Composite Materials Vol. 3*, p. 209-227, Elsevier Science, 1989.

[CHR 79] CHRISTIN F., Les composites carbone-carbone-carbure de silicium : une nouvelle famille de matériaux destinés à des applications à haute température, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 1979.

[COE 00] COELHO L., GATTASS M., DE FIGUEIREDO L., « Intersecting and trimming parametric meshes on finite element shells », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 47, p. 777-800, 2000.

[COR 06] CORMONTAGNE R., Etude et modélisation du comportement élasto-endommageable d'un composite C/SiC, Rapport de fin d'etude, Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et Aérotechnique, 2006.

[COS 96] COSTANZO F., BOYD J., ALLEN D., « Micromechanics and homogenization of inelastic composite materials with growing cracks », *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 33, p. 333-370, 1996.

[COU 04] COUÉGNAT G., Identification numérique et expérimentale d'un modèle de comportement appliqué à un composite à matrice céramique, Rapport de Travail de Fin d'Etude, Ecole des Mines d'Albi-Carmaux, 2004.

[COX 97] COX B., FLANAGAN G., Handbook of analytical methods for textile composites, Rapport, NASA Langley Research Center, 1997.

[DAL 97] DALMAZ A., Etude du comportement en fatigue cyclique à haute température du composite tissé 2.5D-C/SiC, Thèse de doctorat, INSA Lyon, 1997.

[DAL 00] DALMAZ A., DUCRET D., GUERJOUMA R. E., REYNAUD P., « Elastic moduli of a 2.5 D Cf/SiC composite : experimental and theoretical estimates », *Composites Science and Technology*, vol. 60, p. 913-925, 2000.

[DAS 96] DASGUPTA A., AGARWAL R., BHANDAKAR S., « Three-dimensional modeling of woven-fabric composites for effective thermo-mechanical and thermal properties », *Composites Science and Technology*, vol. 56, p. 209-223, 1996.

[DHO 98] DHONDT G., « Cutting of a 3-D Finite Element Mesh for Automatic Mode I Crack Propagation Calculations », *Int. J. Numer. Meth. Engng*, vol. 42, p. 749–772, 1998.

[DRO 96] DROILLARD C., LAMON J., « Fracture Toughness of 2-D Woven SiC/SiC CVI-Composites with Multilayered Interphases », *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 79, p. 849-858, 1996.

[FRE 99] FREY P., GEORGE P., *Maillage. Applications aux Éléments Finis*, Hermès, Paris, France, 1999.

[GAO 99] GAO F., BONIFACE L., OGIN S., SMITH P., GREAVES R., « Damage accumulation in woven-fabric CFRP laminates under tensile loading : Part 1. Observations of damage accumulation », *Composites Science and Technology*, vol. 59, p. 123-136, 1999.

[GAS 94] GASSER A., Sur la modélisation et l'identification du comportement mécanique des composites céramique-céramique à température ambiante, Thèse de doctorat, ENS Cachan, 1994.

[GER 80] GERMAIN P., MULLER P., *Introduction à la mécanique des milieux continus*, Masson édition, 1980.

[GLA 96] GLAESSGEN E., PASTORE C., GRIFFIN O., BIRGER A., « Geometrical and finite element modelling of textile composites », *Composites Part B : Engineering*, vol. 27, p. 43-50, 1996.

[GOR 73] GORDON W., HALL C., « Construction of Curvilinear Co-ordinate Systems and Applications to Mesh Generation. », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 7, p. 461-477, 1973.

[GOU 05] GOULD N., SCOTT J., HU Y., A numerical evaluation of sparse direct solvers for the solution of large sparse symmetric linear systems of equations, Rapport, CCLRC Rutherford Appleton Laboratory, UK, 2005.

[GRU 04] GRUESCU C., Approche par changement d'échelle de l'endommagement des matériaux anisotropes : application aux composites à matrice fragile, Thèse de doctorat, Université Lille 1, 2004.

[GUI 96] GUILLAUMAT L., LAMON J., « Probabilistic-statistical simulation of the nonlinear mechanical behavior of a woven SiC SiC composite », *Composites Science and Technology*, vol. 56, p. 803-808, 1996.

[HAH 97] HAHN L., ANSORGE F., BRUCKNER-FOIT A., « Damage and failure behaviour of a woven C/SiC material », *Journal of Materials Science*, vol. 32, p. 5467-5475, 1997.

[HAL 75] HALPHEN B., NGUYEN Q., « Sur les matériaux standards généralisés », *Journal de la Mécaniques*, vol. 14, p. 39-63, 1975.

[HAL 98] HALM D., DRAGON A., « An anisotropic model of damage and frictional sliding for brittle materials », *European Journal of Mechanics/A Solids*, vol. 17, p. 439-460, 1998.

[HAL 02] HALM D., DRAGON A., CHARLES Y., « A modular damage model for quasi-brittle solids - interaction between initial and induced anisotropy », *Archive of Applied Mechanics (Ingenieur Archiv)*, vol. 72, p. 498-510, 2002.

[HIL 96] HILD F., BURR A., LECKIE F., « Matrix cracking and debonding of ceramic-matrix composites », *International Journal of Solids and Structures(UK)*, vol. 33, p. 1209-1220, 1996.

[HIV 05] HIVET G., BOISSE P., « Consistent 3D geometrical model of fabric elementary cell. Application to a meshing preprocessor for 3D finite element analysis », *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 42, p. 25-49, 2005.

[HOC 01] HOCHARD C., AUBOURG P., CHARLES J., « Modelling of the mechanical behaviour of woven-fabric CFRP laminates up to failure », *Composites Science and Technology*, vol. 61, p. 221-230, 2001.

[HUC 05] HUCHETTE C., Sur la complémentarité des approches expérimentales et numériques pour la modélisation des mécanismes d'endommagement des composites stratifiés, Thèse de doctorat, Université de Paris 6, 2005.

[ISH 82] ISHIKAWA T., CHOU T., « Stiffness and strength behaviour of woven fabric composites », *J. Mater. Sci.*, vol. 17, p. 3211-3220, 1982.

[ISM 00] ISMAR H., SCHRÖTER F., STREICHER F., « Modeling and numerical simulation of the mechanical behavior of woven SiC/SiC regarding a three-dimensional unit cell », *Computational Materials Science*, vol. 19, p. 320-328, 2000.

[ITO 97] ITO M., CHOU T., « Elastic moduli and stress field of plain-weave composites under tensile loading », *Compos. Sci. Technol.*, vol. 57, p. 787-800, 1997.

[JEK 01] JEKABSONS N., VARNA J., « Micromechanics of Damage Accumulation in a 2.5 D Woven C-Fiber/SiC Ceramic Composite », *Mechanics of Composite Materials*, vol. 37, p. 289-298, 2001.

[JEU 01] JEULIN D., « Caractérisation morphologique et modèles de structures aléatoires », *in* BORNERT M., BRETHEAU T., GILORMINI P., Eds., *Homogénéisation en mécanique de matériaux 1 : Matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques*, p. 95-132, Hermès, 2001.

[JIA 00] JIANG Y., TABIEI A., SIMITSES G., « A novel micromechanics-based approach to the derivation of constitutive equations for local/global analysis of a plain-weave fabric composite », *Composites Science and Technology*, vol. 60, p. 1825-1833, 2000.

[KAN 06] KANIT T., NGUYEN F., FOREST S., JEULIN D., REED M., SINGLETON S., « Apparent and effective physical properties of heterogeneous materials : Representativity of samples of two materials from food industry », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 195, p. 3960-3982, 2006.

[KUH 99] KUHN J., CHARALAMBIDES P., « Modeling of plain weave fabric composite geometry », *Journal of Composite Materials*, vol. 33, p. 188-220, 1999.

[KUH 00] KUHN J., HAAN S., CHARALAMBIDES P., « Stress induced matrix microcracking in brittle matrix plain weave fabric composites under uniaxial tension », *Journal of Composite Materials*, vol. 34, p. 1640-1664, 2000.

[KUR 06] KURASHIKI T., ZAKO M., NAKAI H., HIROSAWA S., IMURA M., LOMOV S., VERPOEST I., « A pratical numerical simulation system of mechanical behavior for textile composite », *in Proc. of 12th European Conference on Composite Materials (ECCM12)*, Biarritz, 2006.

[LAD 01] LADEVÈZE P., LUBINEAU G., « On a damage mesomodel for laminates micro–meso relationships, possibilities and limits », *Composites Science and Technology*, vol. 61, p. 2149-2158, 2001.

[LAD 02] LADÈVEZE P., LUBINEAU G., « An enhanced mesomodel for laminates based on micromechanics », *Composites Science and Technology*, vol. 62, p. 533-541, 2002.

[LAD 03] LADEVÈZE P., « Pont entre les micro et méso mécanique des composites stratifiés », *Comptes Rendus Mecanique*, vol. 331, p. 537-544, 2003.

[LAM 98] LAMON J., THOMMERET B., PERCEVAULT C., « Probabilistic-statistical approach to matrix damage and stress-Strain behavior of 2-D woven SiC/SiC ceramic matrix composites », *Journal of the European Ceramic Society*, vol. 18, p. 1797–1808, 1998.

[LAM 01] LAMON J., « A micromechanics-based approach to the mechanical behavior of brittle-matrix composites », *Composites Science and Technology*, vol. 61, p. 2259-2272, 2001.

[LAM 05] LAMON J., « Relations structure-propriétés dans les composites à matrice céramique et renfort textile », *Ann. Chim. Sci. Mat.*, vol. 30, p. 621-636, 2005.

[LEB 93] LEBOND B., Etude et modélisation de l'endommagement dans les composites tissés SiC-SiC, Thèse de doctorat, Université Paris 6, 1993.

[LEE 99] LEE L., *Principles of CAD/CAM/CAE systems*, Addison wesley édition, 1999.

[LEM 85] LEMAITRE J., CHABOCHE J., *Mécanique des matériaux solides*, Dunod édition, 1985.

[LIR 02] LIRA W., COELHO L., MARTHA L., « Multiple Intersections of Finite-Element Surface Meshes », *Proceedings of the 11 thInternational Meshing Roundtable*, p. 355-366, 2002.

[LO 04] LO S. H., WANG W. X., « A fast robust algorithm for the intersection of triangulated surfaces », *Engineering with Computers*, vol. 20, p. 11-21, 2004.

[LO 05] LO S. H., WANG W. X., « Finite element mesh generation over intersecting curved surface by tracing neighbours », *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 41, p. 351-370, 2005.

[LOM 00] LOMOV S., GUSAKOV A., HUYSMANS G., PRODROMOU A., VERPOEST I., « Textile geometry preprocessor for meso-mechanical models of woven composites », *Composites Science and Technology*, vol. 60, p. 2083-2095, 2000.

[LOM 01] LOMOV S., HUYSMANS G., LUO Y., PARNAS R., PRODROMOU A., VERPOEST I., PHELAN F., « Textile composites : modelling strategies », *Composites Part A*, vol. 32, p. 1379-1394, 2001.

[LOM 02] LOMOV S., VERPOEST I., « Modelling of the internal structure and deformability of textile reinforcements : WiseTex software », *Proc. of 10th European Conf. Composite Materials (ECCM-10), Brugge, Belgium, June*, p. 3-7, 2002.

[LOM 06] LOMOV S., VERPOEST I., « Model of shear of woven fabric and parametric description of shear resistance of glass woven reinforcements », *Composites Science and Technology*, vol. 66, p. 919-933, 2006.

[LOM 07] LOMOV S., IVANOV D., VERPOEST I., ZAKO M., KURASHIKI T., NAKAI H., HIROSAWA S., « Meso-FE modelling of textile composites : Road map, data flow and algorithms », *Composites Science and Technology*, vol. 67, p. 1870-1891, 2007.

[MAI 97a] MAIRE J. F., CHABOCHE J. L., « A new formulation of continuum damage mechanics(CDM) for composite materials », *Aerospace Science and Technology*, vol. 1, p. 247-257, 1997.

[MAI 97b] MAIRE J., LESNE P., « A damage model for ceramic matrix composites », *Aerospace science and technology*, vol. 1, p. 259-266, 1997.

[MAR 05] MARSAL D., Modélisation multi-échelle de l'endommagement des stratifiés sous sollications hors-plan, Thèse de doctorat, ENS Cachan, 2005.

[MAR 08] MARCIN L., CARRÈRE N., MAIRE J., « A macroscopic visco-elastic-damage model for three-dimensional woven fabric composites », *in Proceeding of ECCM13 - 13th European Conference on Composite Materials*, Stockholm, Sweden, 2008.

[MIC 01] MICHEL J.-C., MOULINEC H., SUQUET P., « Composites à microstructure périodique », *in* BORNERT M., BRETHEAU T., GILORMINI P., Eds., *Homogénéisation en mécanique de matériaux 1 : Matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques*, p. 95-132, Hermès, 2001.

[MOL 97] MOLLER T., « A fast triangle-triangle intersection test », *Journal of Graphics Tools*, vol. 2, p. 25-30, 1997.

[MOR 97] MORVAN J., Comportement anélastique des matériaux composites à matrice céramique, Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, 1997.

[NAI 92] NAIK N., SHEMBEKAR P., « Elastic behaviour of woven fabric composites », *Journal of Composite Materials*, vol. 26, p. 2196-2225, 1992.

[NAI 95] NAIK N., GANESH V., « An analytical method for plain weave fabric composites », *Composites*, vol. 26, p. 281-289, 1995.

[NIE 01] NIENHUYS H., VAN DER STAPPEN A., « Supporting cuts and finite element deformation in interactive surgery simulation », *in Procs. of the Fourth International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI'01)*, p. 145–152, 2001.

[PAR 04] PARK S., « Triangular mesh intersection », *The Visual Computer*, vol. 20, p. 448-456, 2004.

[PAU 90] PAUMELLE P., HASSIM A., LENE F., « Les composites à renfort tissés : calcul et étude paramétrée du comportement homogénéisé », *La Recherche aérospatiale*, p. 1-12, 1990.

[PEN 01] PENSEE V., KONDO D., « Une analyse micromecanique 3-D de l'endommagement par mesofissuration », *CR Acad. Sci. Paris, Serie IIb*, vol. 329, p. 271-276, 2001.

[PIE 37] PIERCE F., « The geometry of cloth structure », *Journal of Textile Institute*, vol. 28, p. 45-96, 1937.

[PIE 97] PIEGL L., TILLER W., *The NURBS Book*, Springer édition, 1997.

[ROB 03] ROBITAILLE F., LONG A., JONES I., RUDD C., « Automatically generated geometric descriptions of textile and composite unit cells », *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, vol. 34, p. 303-312, 2003.

[ROS 00] ROSPARS C., LE DANTEC E., LECUYER F., « A micromechanical model for thermostructural composites », *Composites Science and Technology*, vol. 60, p. 1095-1102, 2000.

[RUP 94] RUPRECHT D., MÜLLER H., « A Scheme for Edge based adaptive Tetrahedron Subdivision », *in* HEGE H., POLTHIER K., Eds., *Mathematical Visualization*, p. 61-67, Springer, 1994.

[SAA 03] SAAD Y., *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, Society for Industrial Mathematics, 2003.

[SAN 97] SANKAR B., MARREY R., « Analytical method for micromechanics of textile composites », *Composites Science and Technology*, vol. 57, p. 703-713, 1997.

[SHE 01] SHENG S., HOA S., « Three Dimensional Micro-Mechanical Modeling of Woven Fabric Composites », *Journal of Composite Materials*, 2001.

[SHI 03] SHIEFFER A., Modélisation multiéchelle du comportement mécanique des composites à matrice organique et effets du vieillessement thermique, Thèse de doctorat, Université de Technologie de Troyes, 2003.

[SHO 99] SHOSTKO A., LOHNER R., SANDBERG W., « Surface triangulation over intersecting geometries », *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 44, p. 1359-1376, 1999.

[SIR 96] SIRON O., Approche micro-macro du comportement mécanique et de la rupture d'un composite carbone-carbone à architecture fibreuse multidimensionnelle, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 1996.

[TAB 02] TABIEI A., YI W., « Comparative study of predictive methods for woven fabric composite elastic properties », *Composite Structures*, vol. 58, p. 149-164, 2002.

[TAN 97] TAN P., TONG L., STEVEN G., « Modelling for predicting the mechanical properties of textile composites - A review », *Composites Part A*, vol. 28, p. 903-922, 1997.

[TAN 06] TANG X., WHITCOMB J., KELKAR A., TATE J., « Progressive failure analysis of 2x2 braided composites exhibiting multiscale heterogeneity », *Composites Science and Technology*, vol. 66, p. 2580-2590, 2006.

[TOR 02] TORQUATO S., *Random Heterogeneous Materials : Microstructure and Macroscopic Properties*, Springer édition, 2002.

[TRI 06a] TRIAS D., COSTA J., MAYUGO J., HURTADO J., « Random models versus periodic models for fibre reinforced composites », *Computational Materials Science*, vol. 38, p. 316-324, 2006.

[TRI 06b] TRIAS D., COSTA J., TURON A., HURTADO J., « Determination of the critical size of a statistical representative volume element (SRVE) for carbon reinforced polymers », *Acta Materialia*, vol. 54, p. 3471-3484, 2006.

[VAN 96] VANDEURZEN P., IVENS J., VERPOEST I., « A three-dimensional micromechanical analysis of woven-fabric composites : II. Elastic analysis », *Composites Science and Technology*, vol. 56, p. 1317-1327, 1996.

[VER 05] VERPOEST I., LOMOV S., « Virtual textile composites software WiseTex : Integration with micro-mechanical, permeability and and structural analysis », *Composites Science and Technology*, vol. 65, p. 2563-2574, 2005.

[WEI 01] WEIGEL N., DINKLER D., KRÖPLIN B., « Micromechanically based continuum damage mechanics material laws for fiber-reinforced ceramics », *Computers and Structures*, vol. 79, p. 2277-2286, 2001.

[WHI 95a] WHITCOMB J., SRIRENGAN K., « Effect of various approximations on predicted progressive failure in plain weave composites », *Composite Structures*, vol. 34, p. 13-20, 1995.

[WHI 95b] WHITCOMB J., SRIRENGAN K., CHAPMAN C., « Evaluation of homogenization for global/local stress analysis of textile composites », *Composites Structures*, vol. 31, p. 137-149, 1995.

[ZAK 03] ZAKO M., UETSUJI Y., KURASHIKI T., « Finite element analysis of damaged woven fabric composite materials », *Composites Science and Technology*, vol. 63, p. 507-516, 2003.

[ZEM 01] ZEMAN J., ŠEJNOHA M., « Numerical evaluation of effective elastic properties of graphite fiber tow impregnated by polymer matrix », *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 49, p. 69-90, 2001.

[ZIE 00] ZIENKIEWICZ O., TAYLOR R., *The Finite Element Method*, Butterworth-Heinemann, 2000.

Approche multiéchelle du comportement mécanique de matériaux composites à renfort tissé

Ce travail concerne le développement d'une approche multiéchelle du comportement mécanique adaptée aux matériaux composites à renfort tissé. Le modèle DMD (Discrete Micro Damage) proposé repose sur une description de l'architecture du renfort tissé et de l'arrangement des constituants, de leurs propriétés et de leurs modes d'endommagement. Les variables internes du modèle décrivent directement l'état de fissuration du matériau et les décohésions associées. L'endommagement est introduit sous forme discrète dans des cellules élémentaires représentatives du matériau. Les effets de l'endommagement sont ensuite calculés grâce à des essais numériques d'homogénéisation. Des outils de changement d'échelle spécifiques nécessaires au calcul numérique ont été développés afin de prendre en compte les particularités des composites tissés. Le modèle DMD est identifié et validé pour un matériau composite tissé multicouche à matrice céramique. Enfin, le modèle est implanté dans le code de calcul ZéBuLoN et appliqué à trois cas-tests de calcul de structure.

Mots-clés : composites tissés ; approche multiéchelle ; loi de comportement ; endommagement ; multifissuration.

Multiscale modeling of the mechanical behavior of woven composite materials

This work proposes a multiscale model of the mechanical behavior of woven composite materials. The DMD model (Discrete Micro Damage) is based on a physical description of the geometry of the reinforcement, the properties of the constituents and their damage mechanisms. The internal state variables of the DMD model are defined as crack densities and debounding lengths, to measure directly the extent of the microstructural damage. A finite number of discrete damage states is introduced into representative periodic cells and the effective properties are computed using a numerical homogenization scheme. Specialized multiscale numerical tools have been developed in order to take into account the specificities of the woven composite materials. The DMD model has been identified and validated for a ceramic-matrix woven composite. Finally, it has been implemented into a general finite-element code and applied to several structural tests.

Keywords : woven composites ; multiscale modeling ; mechanical behavior ; damage ; cracking.